

UNIVERSITA' DI PADOVA



FACOLTA' DI INGEGNERIA

Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

Scuola di Dottorato di Ricerca in Ingegneria dell'Informazione  
Indirizzo: Bioelettromagnetismo e Compatibilità Elettromagnetica

Ciclo XX

TITOLO

ANALISI, PROGETTAZIONE E VERIFICA SPERIMENTALE DI SCHERMI PASSIVI  
PER LA MITIGAZIONE DEI CAMPI MAGNETICI IN PROSSIMITÀ DI IMPIANTI DI  
RISCALDAMENTO AD INDUZIONE

Dottorando: Cristiano Greggio

Supervisore: Prof. Fabrizio Dughiero

Direttore della Scuola: Prof. Silvano Pupolin

Gennaio 2008



*A mio papà Franco,  
che continua a vegliare su di me,  
ed a mia mamma Paola*



## Sommario

La Direttiva Europea 2004/40/CE impone ai datori di lavoro di proteggere i lavoratori contro i rischi associati ai campi elettromagnetici. I cosiddetti VALORI DI AZIONE sono in essa specificati per essere considerati in occasione di misure, assieme a raccomandazioni che riguardano la gestione del rischio, la sorveglianza sanitaria, l'informazione e l'addestramento per coloro che lavorano in condizioni di esposizione. Lo scopo del presente lavoro è quello di esplorare criticamente nel profondo la valutazione dei livelli di esposizione, la misura dell'intensità di campo, il progetto e la verifica di schermi realizzati con materiale elettricamente conduttore ed applicati a sistemi industriali per la fusione di metalli con il riscaldamento ad induzione. L'esperienza ha portato alla definizione di alcuni criteri utili da seguire nello svolgimento di attività simili per migliorarne i risultati, particolarmente durante le misure di intensità di campo ed il calcolo dell'efficienza di schermatura, ed a questo riguardo ha indicato l'esigenza di disporre di uno strumento di calcolo più efficiente. Un approccio di calcolo alternativo, adatto alla determinazione della riduzione dell'intensità di campo magnetico ad opera di schermi passivi, è stato sviluppato e testato rispetto ad un software commerciale impiegante il metodo agli elementi finiti, ed ha mostrato prestazioni promettenti.

## Abstract

*European Directive 2004/40/EC makes necessary for employers to protect workers against the risks associated with EMF. The so called ACTION VALUES are specified for measurement purposes along with recommendations concerning risk management, health surveillance, information and training for those working in exposed conditions. The aim of this work is to explore critically in deep the assessment of exposition levels, the field intensity measurement, the design and verification of shields made by electrically conductive material applied on industrial systems for melting of metals with induction heating. The experience lead to the definition of some useful criterions to follow for improving the obtainable results in similar activities, particularly during field intensity measurements and shielding effectiveness computation, and pointed out the need for more efficient computation tools. An alternative approach, suitable for calculation of magnetic field intensity reduction by usage of passive shields, has been developed on purpose and tested against a commercial FEM software, showing promising features.*



# INDICE

## Prefazione

### 1. La normativa sull'esposizione ai campi elettromagnetici

Introduzione	1
1.1 Concetti fondamentali	4
1.1.1 <i>Rischio e utilità: un compromesso possibile?</i>	4
1.1.2 <i>I concetti di restrizione di base e livello di riferimento</i>	7
1.1.3 <i>Campi elettrici e magnetici a bassa frequenza</i>	8
1.1.4 <i>I livelli derivati di riferimento</i>	10
1.1.5 <i>Esposizione lavorativa a campi ELF</i>	10
1.1.6 <i>Effetti accertati ed esposizione lavorativa</i>	11
1.2 Le linee guida ICNIRP per la limitazione dell'esposizione	13
1.2.1 <i>Differenze tra le limitazioni all'esposizione professionale e della popolazione</i>	13
1.2.2 <i>Restrizioni di base</i>	14
1.2.3 <i>Livelli di riferimento</i>	16
1.3 La Direttiva 2004/40/CE: le regole della Comunità Europea	18
1.3.1 <i>Tra protezionismo e garantismo</i>	19
1.3.2 <i>Disposizioni tecniche: le definizioni fondamentali</i>	21
1.3.3 <i>Disposizioni tecniche: i valori dei parametri</i>	22
1.4 La legge 22 Febbraio 2001, n.36: una storia di buoni propositi	30
1.4.1 <i>Nuova legge, definizioni, stesse finalità</i>	31
1.5 Gli obblighi dei datori di lavoro	34

1.5.1	<i>Identificazione dell'esposizione e valutazione dei rischi</i>	34
1.5.2	<i>L'eventuale superamento dei valori di azione</i>	37
1.5.3	<i>L'indicazione del rischio: la segnaletica obbligatoria</i>	39
1.5.4	<i>La compilazione del risk assessment</i>	41
1.5.5	<i>La sorveglianza sanitaria</i>	42
1.5.6	<i>Informazione e formazione dei lavoratori</i>	44
1.5.7	<i>La formazione dei lavoratori in Italia: i termini di legge</i>	47
1.5.8	<i>Le sanzioni</i>	49
1.6	Gli obblighi dei produttori di macchinari che emettono radiazioni elettromagnetiche	51
1.6.1	<i>Le più diffuse applicazioni elettrotecniche in ambito industriale</i>	52
1.6.2	<i>Emissioni funzionali ed emissioni indesiderate</i>	54
1.6.3	<i>La procedura generale di compilazione del risk assessment</i>	56
1.6.4	<i>L'assegnazione dei rischi dovuti alle emissioni di ogni tipo di radiazione</i>	57
1.6.5	<i>La categoria di macchina secondo il livello di emissione di radiazioni</i>	58
1.6.6	<i>Requisiti per la classificazione delle macchine (fino a 300 GHz)</i>	59
1.6.7	<i>Le misure protettive per l'eliminazione e la riduzione dei rischi</i>	61
1.7	Un caso di applicazione della norma e descrizione dell'attività di studio	68

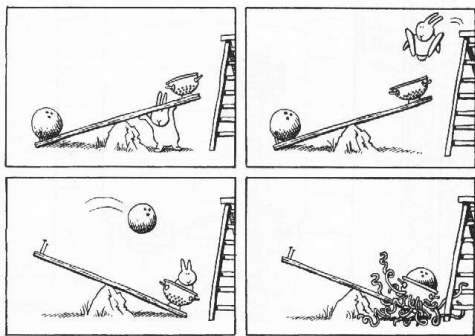
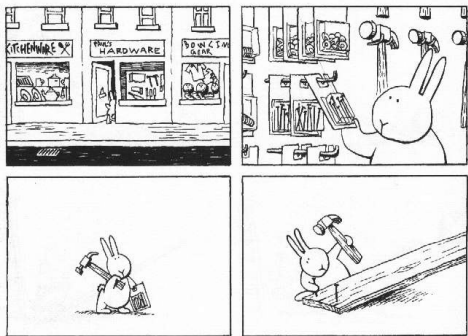
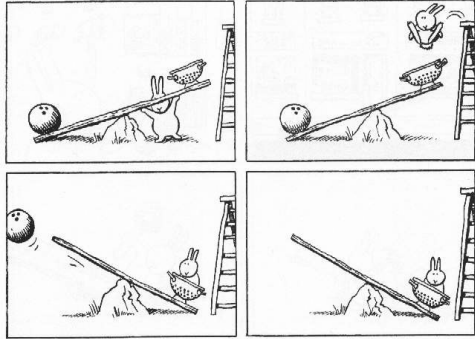
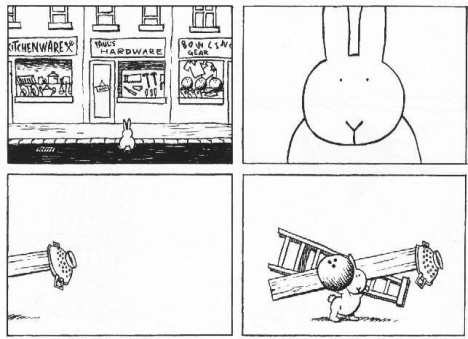
## **2. Simulazioni su fantocci**

	Introduzione	73
2.1	Calcolo agli elementi finiti per fenomeni elettromagnetici:	

Il software FLUX	74
2.1.1 <i>Formulazioni per il calcolo dei campi magnetici</i>	74
2.1.2 <i>Le condizioni al contorno</i>	79
2.1.3 <i>Le simmetrie</i>	80
2.1.4 <i>La descrizione dei materiali</i>	80
2.1.5 <i>Le formulazioni di FLUX 3D per il regime magneto-armonico</i>	81
2.1.6 <i>Calcolo di correnti indotte e di intensità di induzione magnetica in regime magneto-armonico: criteri di costruzione dei modelli FEM con FLUX</i>	83
2.2 Simulazioni su modelli di corpo umano	86
RIFERIMENTI	111
<b>3. Misura di intensità di campo magnetico e progetto delle schermature</b>	
Introduzione	113
3.1 Caratterizzazione delle schermature	114
3.2 Lo strumento di misura dell'intensità di campo: caratteristiche e indicazioni per ridurre l'incertezza di misura	122
3.3 Progetto degli schermi con software FEM, costruzione e verifica dell'efficacia di schermatura	138
3.4 Installazione dello schermo e confronto tra simulazioni e misure	159
RIFERIMENTI	163
<b>4. Il calcolo dell'efficienza di schermatura: un approccio</b>	
Introduzione	167
4.1 Ipotesi e modello simulato	169

4.2	La formulazione matematica ed il calcolo numerico	170
4.2.1	<i>Introduzione</i>	170
4.2.2	<i>Equazioni di riferimento del modello di calcolo</i>	171
4.2.3	<i>Discretizzazione del sistema e rete elettrica</i>	
	<i>Equivalente associata</i>	174
4.2.4	<i>Decomposizione in ALBERO e COALBERO della rete</i>	
	<i>Elettrica associata e risoluzione con il sistema ridotto</i>	193
4.2.5	<i>Il codice di calcolo</i>	200
4.2.6	<i>Risultati</i>	220
	RIFERIMENTI	256
<b>Appendice A-1</b>	Corrente di conduzione e corrente di spostamento	258
<b>Appendice A-2</b>	Elementi di Teoria della Misura	261
<b>Appendice A-3</b>		272





Tratto da: 'The bunny suicides'

## **Prefazione**

*'Nello scrivere articoli pubblicati nelle riviste scientifiche siamo abituati a presentare il lavoro quanto più terminato possibile, nascondere tutte le strade tentate, non preoccuparsi dei vicoli ciechi per cui si è passati o descrivere come si era iniziato dall'idea errata, e così via. Insomma, non c'è alcun posto dove pubblicare in maniera degna cosa si è davvero fatto per arrivare a quei risultati'.*

*Discorso per il Nobel, 1966.*

*Richard Philips Feynman (1918-1988)*

In queste pagine è raccolto il lavoro che ho svolto durante il Dottorato di Ricerca in Compatibilità Elettromagnetica e Bioelettromagnetismo. Lo scopo è stato quello di affrontare il problema della schermatura di impianti industriali impieganti il riscaldamento ad induzione, per ridurre l'emissione di campo magnetico con l'obiettivo di rispettare le prescrizioni della Direttiva 2004/40/CE per quanto riguarda l'esposizione umana ai campi elettromagnetici.

Posso tranquillamente affermare che quest'argomento è stato, in realtà, vissuto più che affrontato, perchè non avevo nessuna esperienza precedente al riguardo e perchè le mie conoscenze sono state costruite con ostinata pazienza, spaziando dalla teoria dell'Elettromagnetismo, alla pratica delle misure elettroniche, alla progettazione meccanica, per giungere infine alla proposta ed allo sviluppo di un modello di calcolo per la determinazione dell'efficienza di schermatura. La meta che mi sono prefisso è stata quella di trovare, attraverso l'esperienza condotta sul 'campo' (in tutti i sensi: è il caso di dirlo...), un possibile approccio di metodo utile a chi, per necessità professionale, si trovi a lavorare in quest'ambito della Compatibilità Elettromagnetica, rivolto alla tutela della salute del lavoratore. Pensavo di poter riuscire a sviluppare un organico, ordinato e chiaro insieme di indicazioni normative, pratiche e teoriche sull'argomento, ma l'impresa si è rivelata più complessa del previsto. In realtà è mia impressione che i risultati concreti, pur ottenuti tramite il lavoro condotto, siano numericamente inferiori ai problemi portati alla luce. Quindi la lezione più importante

che il tempo e gli sforzi spesi in questi anni mi hanno impartito, è stata che non si dovrebbe mai cominciare un lavoro di ricerca senza aver fatto buona scorta di umiltà, e che raramente i programmi fatti per l'ottenimento di un risultato, determinano il percorso per raggiungerlo; insomma: è il fenomeno fisico che conduce per mano il ricercatore, e non viceversa. Ho imparato, inoltre, che ogni intuizione prima o poi arriva al confronto con la verifica sperimentale, e che tuttavia la bontà dell'intuizione stessa non è assoluta, ma dipende dalla qualità delle misure eseguite nell'esperimento; ciò che oggi può apparire soddisfacente, un giorno potrebbe non esserlo più se si riesce a vedere meglio.

Ecco perchè il dipanarsi delle seguenti pagine può apparire non propriamente organico. Come afferma Feynman, nella citazione sopra riportata, ho personalmente verificato che l'attività della Ricerca è tortuosa. E personalmente ho scoperto il valore didattico del percorrere strade impervie, spesso senza scorgere la meta e senza trovare qualcuno in grado di darmi qualche illuminante consiglio. In generale, ho imparato un po' di più a cavarmela da solo nelle difficoltà e la Ricerca, in questo senso, mi è stata maestra di vita.

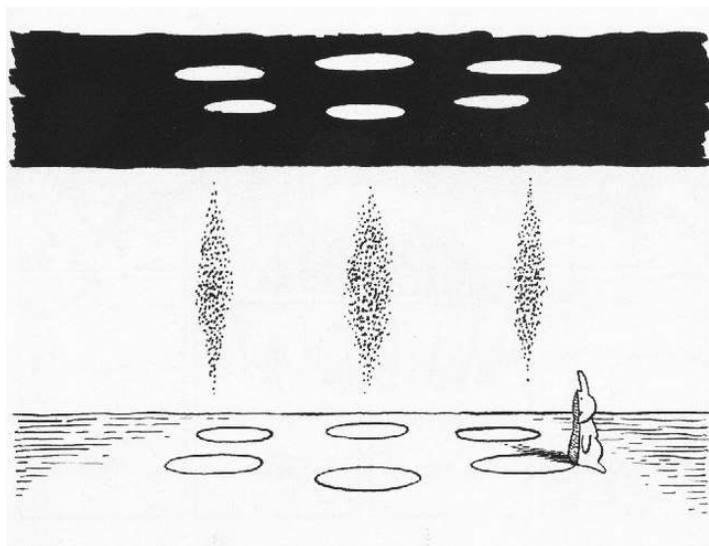
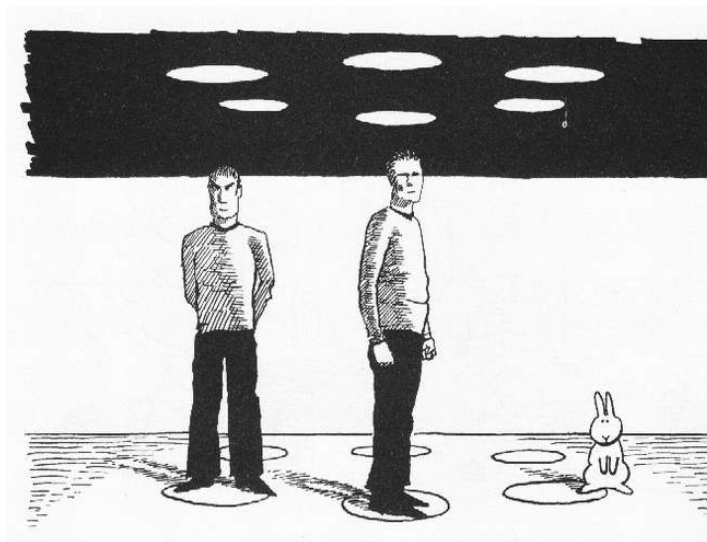
Spero in ogni caso che il contenuto del mio lavoro possa essere tecnicamente utile a qualcuno. Tuttavia, riflettendo, credo che il vero valore di tutto ciò stia nelle questioni aperte, perchè fanno capire come dalla qualità delle domande che lo studioso fa al sistema in oggetto, dipenda poi il lavoro conseguente per ottenere le risposte. Ancora una volta, quindi, lo sguardo si solleva dai numeri, dalle formule e dai grafici, perchè attirato da qualcosa di più generale.

Il mio principale motivo di soddisfazione, quindi, al di là del risultato pratico, è stato quello di aver capito un po' meglio come fare Ricerca, come porre domande alla realtà fisica. Ho compreso che l'insegnamento proviene dallo sbaglio, e non dalla conferma. Infatti gli amici ormai attirano la mia attenzione esordendo spiritosamente con uno stentoreo: 'ho capito!', dato che spesso così esclamo a seguito dei miei frequenti errori.

Ho voluto corredare la mia tesi con alcune vignette, divenute famose recentemente, ad opera di Andy Riley. Descrivono alcuni tentativi del '*... piccolo coniglietto soffice che vuole farla finita in modo creativo*'. Ho trovato divertente la meticolosità ingegneristica del coniglietto nel porre fine ai suoi giorni e per motivi che

si ignorano; in particolare, in alcuni casi il coniglietto non esita ad avvalersi delle manifestazioni fisiche del campo magnetico per trovare l'agognata pace, e questo mi è sembrato particolarmente in sintonia con l'argomento del mio lavoro: una spiritosa testimonianza che il campo magnetico in particolare può avere conseguenze nocive. Probabilmente chi affronta temi di Ricerca nuovi e brancola nel buio, tra teoria ed esperimenti, potrebbe essere indotto allo sconforto. E' quello che è successo a me, e quindi non ho potuto trattenermi dal provare forte simpatia per il povero coniglietto che, con notevole 'ingenium', tenta di arrivare all'atto di liberazione estrema applicando una perizia da tecnico con anni di esperienza. Queste vignette sono state inserite per compensare la mancanza, durante le mie ricerche, di qualche sana manciata di autoironia e buonumore: se io avessi sorriso di più e non me la fossi presa così tanto per gli insuccessi, avrei lavorato un po' più serenamente.





Tratto da: 'The bunny suicides'



# 1 LA NORMATIVA SULL'ESPOSIZIONE AI CAMPI ELETTROMAGNETICI

*'E' stato detto che le cifre governano il mondo. Forse. Ma sono sicuro che le cifre ci mostrano se è governato bene o male'.*

*Johann Wolfgang von Goethe (1749-1832)*

## **Introduzione**

La sicurezza nel mondo del lavoro è da sempre un problema sociale sentito in Italia. Come scritto nella Costituzione della Repubblica Italiana, il nostro è un paese basato sul lavoro, per cui si potrebbe dedurre che la legislazione inerente il tema ponga le basi per uno svolgimento sicuro del lavoro, ma nella pratica non si può dire che la situazione sia rosea.

La preoccupante carenza di attenzione per i temi della sicurezza negli ambienti lavorativi è in parte dovuta anche a un quadro legislativo non chiaro e definito, a causa di tutta una serie di sovrapposizioni di leggi e regolamenti che hanno cercato di tenere il passo con il progresso tecnologico introdotto, senza dimenticare poi le difficoltà incontrate nel recepimento delle Direttive europee che negli ultimi anni cercano di adeguare gli standard lavorativi nei vari Stati membri della Comunità.

Un esempio calzante a proposito è sicuramente la graduale presa di coscienza dei rischi a breve e a lungo termine derivanti dall'esposizione a campi elettromagnetici, un tema diventato di attualità con la massiccia introduzione di automatismi elettrici ed elettronici e di nuove lavorazioni, ad esempio quelle di tipo elettrotermico (a cui si farà ampio riferimento in questa tesi), in un'industria che prima era sostanzialmente di tipo meccanico, nonché il maggiore stato di benessere del Paese con il conseguente interesse

crescente della popolazione per i temi riguardanti la salute personale.

Nel *Decreto del Presidente della Repubblica del 27 aprile 1955, n. 547: Norme per la prevenzione degli infortuni sul lavoro*, la prima legge in Italia in tema di sicurezza sul lavoro, si andarono a porre le basi della questione, introducendo le principali definizioni e analizzando nello specifico molti casi particolari correlati ai tipi di mansione professionale ricorrenti nell'industria di circa cinquant'anni fa, ma per quanto riguarda le problematiche legate a campi elettrici, magnetici ed elettromagnetici si fece menzione soltanto ai rischi derivanti da eventuali scariche elettrostatiche in ambienti dove fosse presente materiale esplosivo o infiammabile: questo per dimostrare come una norma di legge possa diventare inadeguata con il passare degli anni.

Solo con l'avvento dell'Unione europea i temi della sicurezza hanno cominciato a essere trattati scrupolosamente nei vari aspetti di maggiore importanza, introducendo per la prima volta, nel 1993 su iniziativa della Commissione europea, il concetto di "*sicurezza dei lavoratori nei confronti dell'esposizione ad agenti fisici*": la proposta della Commissione andava a considerare, come principali cause di rischio per la salute dei lavoratori, il rumore, le vibrazioni, le radiazioni non ionizzanti non ottiche (0 Hz – 300 GHz) e ottiche (infrarosso, visibile e ultravioletto). La proposta nasceva come Direttiva Particolare ai sensi della Direttiva 89/391/CEE, ovvero la normativa sulla sicurezza del lavoro che in Italia venne recepita con il famoso *Decreto Legislativo 626/94*. La direttiva particolare si propone di attuare le richieste della direttiva quadro in relazione a specifici agenti di rischio, ma proprio sulle difficoltà derivanti dal volere un approccio comune dei vari Stati membri nei confronti di agenti fisici di diversa natura, l'iter della proposta rimase fermo; fino al 2002, quando la Commissione ha ripreso l'esame della proposta, arrivando in breve tempo all'emanazione di due direttive specifiche: una sul rumore (2002/44/CE) e l'altra sulle vibrazioni (2003/10/CE).

Rimaneva il vuoto legislativo riguardante i campi elettromagnetici, vuoto che è stato colmato, due anni fa, con la Direttiva 2004/40/CE del Parlamento europeo e del Consiglio, nel 29 aprile 2004, sulle prescrizioni minime di sicurezza e di salute relative all'esposizione dei lavoratori ai rischi derivanti dagli agenti fisici (campi elettromagnetici). La Direttiva dovrà essere recepita dagli Stati membri della Comunità europea, con l'emanazione dei corrispondenti decreti legislativi, entro il 30 aprile 2008: essa comporterà certamente una mutazione nell'attuale comportamento riguardo ai

rischi derivanti dall'esposizione a campi elettromagnetici negli ambienti lavorativi.

La Direttiva riguarda i rischi per la salute e la sicurezza dei lavoratori che, nell'ambito delle loro mansioni professionali, siano esposti ai campi elettromagnetici di frequenza compresa tra 0 Hz e 300 GHz: in particolare, si occupa dei rischi dovuti agli effetti nocivi a breve termine e conosciuti allo stato attuale, cioè principalmente alla circolazione di correnti indotte nel corpo umano dai campi elettromagnetici, all'assorbimento di energia per i campi a radiofrequenza e alle correnti di contatto.

Nella Direttiva non si fa riferimento agli effetti ipotizzati a lungo termine, per cui gli studi sono in corso e con validi risultati, ma che però in questo momento non sono ancora in grado di fornire le certezze necessarie in termini di limiti di esposizione per poter formulare delle restrizioni per mezzo di provvedimenti legislativi.

Con l'imminente recepimento, da parte degli Stati membri, di questa nuova Direttiva comunitaria i datori di lavoro avranno l'obbligo di:

- identificare, se presente, l'esposizione dei propri lavoratori a campi elettromagnetici e valutare i rischi di tale esposizione, compilando un documento di valutazione del rischio, detto in linguaggio tecnico *risk assessment*;
- eliminare o ridurre al minimo i rischi derivanti dall'esposizione al campo elettromagnetico, tenendo conto dei mezzi che il progresso tecnico e le attuali conoscenze mettono a disposizione;
- informare i lavoratori degli eventuali rischi accertati con la redazione del *risk assessment*, garantire loro la formazione necessaria per evitarli e comunque poter operare in condizioni di relativa sicurezza nella loro postazione di lavoro.

Con la Direttiva 2004/40/CE infine si rende obbligatoria una sorveglianza sanitaria, in conformità con il diritto e la prassi nazionale dei singoli Paesi dell'Unione europea, per prevenire o al limite diagnosticare in tempo qualunque effetto negativo per la salute che sia conseguenza dell'esposizione a campi elettromagnetici.

In questo capitolo si cercherà di fornire una panoramica sulla normativa vigente in Italia a riguardo della tutela della salute dei lavoratori dai rischi derivanti

dall'esposizione a campi elettrici, magnetici ed elettromagnetici.

Si prenderanno in esame solamente i cosiddetti effetti acuti cioè gli effetti sanitari immediati delle esposizioni a breve termine per i campi a basse frequenze (fino a 100KHz); tali effetti a breve termine si manifestano essenzialmente come stimolazione involontaria del sistema muscolare e nervoso, scosse ed ustioni causate dal contatto con oggetti conduttori o innalzamento della temperatura corporea come conseguenza dell'assorbimento di energia dei tessuti esposti al campo elettromagnetico. Non saranno considerati i potenziali effetti a lungo termine, come l'aumento del rischio di cancro, in quanto le restrizioni imposte dalla legislazione in termini di limitazione all'esposizione devono, per il momento, tenere conto solo degli effetti accertati e non di quelli ipotizzati ma non ancora dimostrati. Si farà riferimento solo all'esposizione dei lavoratori nei luoghi adibiti ai loro compiti professionali.

Successivamente si passerà alla descrizione di un'attività di studio condotta su un impianto industriale impiegante il riscaldamento ad induzione per la fusione dei metalli, con lo scopo di stabilire a partire dall'esperienza alcuni criteri operativi generali applicabili ad impianti simili ed in occasione della valutazione del livello di esposizione tramite calcoli (secondo capitolo) e misure (terzo capitolo), e del progetto di dispositivi schermanti (terzo e quarto capitolo) per ridurre l'intensità del campo magnetico.

## **1.1 Concetti fondamentali**

### ***1.1.1 Rischio e utilità: un compromesso possibile?***

Quello dei campi elettromagnetici è un fenomeno che esiste già in natura ma che negli ultimi anni ha preso un risalto mediatico notevole con il sempre crescente uso di apparecchiature elettriche, alcune veramente utili, altre soltanto spinte dalle mode del momento. In che modo si può allora identificare il rischio dovuto alle radiazioni non ionizzanti per poter formulare delle regole per limitare l'esposizione?

A questo proposito viene in aiuto la *RACCOMANDAZIONE DEL CONSIGLIO dell'Unione europea del 12 luglio 1999 relativa alla limitazione dell'esposizione della popolazione ai campi elettromagnetici da 0 Hz a 300 GHz (1999/519/CE)*; in essa, al punto (7) si legge che:

*“le azioni relative alla limitazione dell’esposizione della popolazione ai campi elettromagnetici dovrebbero essere commisurate con i benefici nel campo della salute e della sicurezza, che i dispositivi emittenti campi elettromagnetici arrecano alla qualità della vita nei settori come le telecomunicazioni, l’energia elettrica e la sicurezza della popolazione”.*

Fin da subito si potrebbe aprire la questione di stabilire quali siano i dispositivi emittenti radiazioni elettromagnetiche che portano beneficio e alzano la qualità della vita delle persone che li usano: certamente si includerebbero gli apparati per la trasmissione radiotelevisiva, quelli per la telefonia mobile (pur con qualche riserva sulla connotazione tutt’altro che seria stanno assumendo in questi ultimi tempi) o le linee elettriche ad alta tensione che portano energia elettrica in tutte le utenze domestiche per gli usi più diversi.

Ma in quest’ottica come si pongono quegli impianti industriali progettati per eseguire lavorazioni utilizzando le proprietà di fenomeni fisici quali l’induzione magnetica, la circolazione di corrente e altre simili? Essi contribuiscono alla qualità della vita riducendo i tempi di lavorazione, ma questi benefici devono essere pesati con i rischi a cui sono soggetti gli operatori addetti che, dal canto loro, mettono a repentaglio la propria salute, sia a breve che a lungo termine, con l’unico scopo tangibile di aumentare l’utile dell’impresa in cui lavorano.

Probabilmente è anche per questa difficoltà di fondo che i temi della salute sul lavoro vengono affrontati in separata sede, come si legge al punto (3):

*“la presente raccomandazione non contempla pertanto la protezione dei lavoratori nell’esposizione professionale a campi elettromagnetici”*  
*poiché “... sono state proposte norme minime per la protezione dei lavoratori dagli agenti fisici, che comprendono misure relative alle radiazioni non ionizzanti”.*

La questione è certamente spinosa e richiederebbe una trattazione più approfondita con incursioni nell’etica del lavoro che non fanno parte dei nostri obiettivi; per sintetizzare si può dire che, una volta che una persona sceglie di occuparsi in un determinato settore, si presume che sia a conoscenza dei pericoli a cui va incontro e che

comunque li possa ritenere trascurabili o sopportabili in cambio della retribuzione in termini monetari o della soddisfazione data da quel tipo di lavoro o ancora dalle prospettive che riserva il futuro.

Con un esempio banale si può concludere che, così come un falegname rischia di tagliarsi qualche falange con una sega o un muratore deve prestare attenzione a non cadere da un'impalcatura, anche il personale impiegato in impianti di potenza che emettono radiazioni elettromagnetiche dovrebbe essere conscio dei possibili danni per la sua salute; ma mentre l'amputazione di un dito o la caduta nel vuoto sono dei pericoli concreti di cui si conoscono bene modalità e conseguenze, gli effetti nocivi dei campi elettromagnetici sono, nell'immaginario collettivo, un male oscuro e non ancora ben identificato: se ne conosce l'esistenza ma se ne ignorano le possibili conseguenze per la salute.

Ed è a questo punto che dovrebbe intervenire la normativa.

Le basi per la limitazione dell'esposizione ai campi elettromagnetici che forniscono una protezione contro gli effetti considerati nocivi per la salute sono dettate dalle *Linee guida per la limitazione dell'esposizione a campi elettrici e magnetici variabili nel tempo e a campi elettromagnetici (fino a 300 GHz)* redatte nel 1998 dalla Commissione Internazionale per la Protezione dalle Radiazioni Non Ionizzanti (ICNIRP).

L'ICNIRP (*International Commission on Non Ionizing Radiation Protection*) nasce nel 1992 a Montreal durante l'ottavo Congresso internazionale dell'IRPA (*International Radiation Protection Association*), costituita come un'organizzazione scientifica indipendente che andasse a prendere quello che era il posto della stessa IRPA e dell'INIRC (*International Non Ionizing Radiation Committee*) nell'indagine dei rischi sanitari associati ai vari tipi di radiazioni non ionizzanti, cioè a tutte le radiazioni e i campi dello spettro elettromagnetico che non possiedono un'energia sufficiente a produrre la ionizzazione della materia.



Fig. 1.1.1-1 – Logo della Commissione Internazionale per la Protezione dalle Radiazioni Non Ionizzanti (ICNIRP).

Compito dell'ICNIRP è quello di sviluppare linee guida internazionali per la definizione dei limiti di esposizione e trattare in sintesi ogni aspetto riguardante la protezione da questo tipo di radiazioni. Allo stato odierno, l'ICNIRP è il riferimento più autorevole in materia, in quanto gode del riconoscimento ufficiale dell'Organizzazione Mondiale della Sanità (OMS) e dell'Agenzia Internazionale per la Ricerca sul Cancro (IARC).

### ***1.1.2 I concetti di restrizione di base e livello di riferimento***

Le linee guida dell'ICNIRP stabiliscono dei limiti di esposizione conciliando tra loro le diverse opinioni degli esperti, considerando la validità delle pubblicazioni scientifiche ed estrapolando i dati derivanti da esperimenti su animali per riferirli agli effetti sull'uomo.

Le restrizioni vengono date in termini di:

- *restrizioni di base;*
- *livelli di riferimento.*

Le restrizioni di base sono basate su effetti sanitari direttamente accertati e rappresentano i valori che in nessun caso devono essere superati. All'aumentare della frequenza del campo elettrico o magnetico causa dell'esposizione, le grandezze usate per le restrizioni di base sono: la densità di corrente (J), il rateo di assorbimento specifico di energia (SAR), la densità di potenza (S). Solo la densità di potenza in aria, esterna al corpo, può essere misurata direttamente.

I livelli di riferimento vengono forniti per valutare, all'atto pratico, se le

corrispondenti restrizioni di base siano rispettate o meno. Il rispetto dei livelli di riferimento garantisce automaticamente quello della restrizione di base ma, al contrario, se il valore misurato o calcolato superasse quello del livello di riferimento non si può concludere che venga violata la restrizione di base. Ogni volta però che viene superato un livello di riferimento, è compito dei responsabili verificare il rispetto delle restrizioni di base e decidere se siano necessari ulteriori accorgimenti, oltre a quelli già presenti, per la protezione degli individui esposti. Le grandezze fisiche usate per formulare i livelli di riferimento sono: l'intensità di campo elettrico (E), l'intensità di campo magnetico (H), l'induzione magnetica (B), la densità di potenza (S), la corrente che fluisce attraverso le estremità del corpo ( $I_L$ ). A queste grandezze si affiancano la corrente di contatto ( $I_C$ ) per tenere conto degli effetti di percezione e di altri effetti indiretti e l'assorbimento specifico di energia (SA) nel caso di campi pulsati.

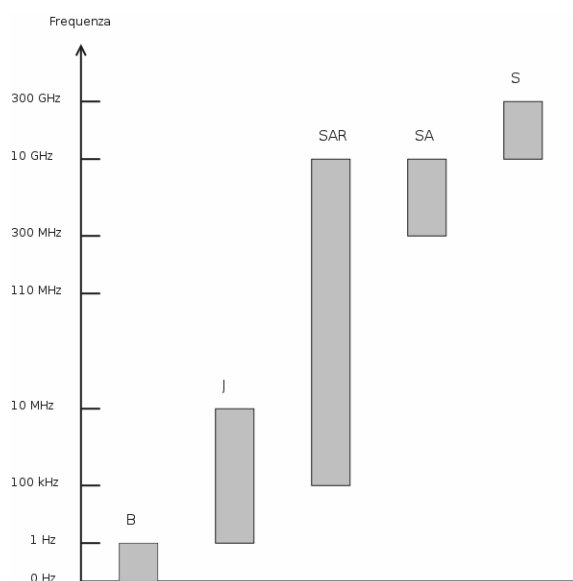


Fig. 1.1.2-1 – Grandezze dosimetriche caratteristiche in funzione della frequenza.

### ***1.1.3 Campi elettrici e magnetici a bassa frequenza***

Con il termine ELF (Extremely Low Frequencies) si indica nella nomenclatura tradizionale l'intervallo di frequenze compreso tra 0 e 3 kHz; gli studi condotti hanno però dimostrato che, anche per frequenze maggiori adiacenti alle ELF che arrivino fino ai 100 kHz, i meccanismi fondamentali di interazione con i tessuti biologici sono gli

stessi: per questo motivo, d'ora in avanti con il termine ELF si intenderà l'intervallo di frequenze da 0 fino a 100 kHz, assecondando in questo modo la divisione riportata anche nelle linee guida dell' ICNIRP.

Nella banda di frequenze ELF il principale meccanismo di interazione dei campi elettrici e magnetici è l'induzione di corrente nei tessuti.

Nel caso di correnti indotte da campo elettrico, se orientato verticalmente lungo l'altezza del soggetto esposto, le correnti seguiranno la stessa direzione del vettore campo elettrico: di conseguenza la densità di corrente raggiungerà i valori maggiori laddove incontra le minori sezioni verticali; le zone critiche diventano dunque gli arti (in particolar modo le caviglie) e il collo. Infine le correnti tenderanno ad uscire dai piedi a contatto con il piano di massa, rendendo almeno in parte misurabili i valori indotti dal campo in questione.

Come riferimento degli effetti biologici prodotti per i diversi valori assunti dalla densità di corrente, si può tenere la Tabella 1, per campi di frequenza inferiore ai 300 Hz:

*Tabella I*

<b>Densità di corrente [mA/m<sup>2</sup>]</b>	<b>Effetti biologici</b>
1-10	effetti biologici minori
10-100	possibili effetti sul sistema nervoso
100-1000	stimolazione dei nervi periferici
>1000	extrasistole e fibrillazione ventricolare

*Effetti Biologici relativi alla densità di corrente indotta.*

Si osserva che, volendo formulare una prima restrizione di base individuando il valore della densità di corrente J in corrispondenza del quale compaiono i primi effetti accertati per la salute, la scelta cade sulla soglia dei 100 mA/m<sup>2</sup>. Tale valore è stato giustificato anche da modelli fisiologici e da esperimenti su animali e distingue tra le correnti che riescono a stimolare prima i nervi periferici, poi i muscoli e infine, nel caso più grave, l'attività cardiaca.

Gli effetti nocivi dell'induzione di correnti elettriche da parte di campi a bassa

frequenza si verificano su base temporale istantanea: per questo motivo le restrizioni sulla densità di corrente indotta devono essere rispettate in ogni singolo istante e non ha senso parlare di medie temporali in nessun caso.

#### ***1.1.4 I livelli derivati di riferimento***

La precisa soglia di attenzione attribuita alla densità di corrente potrebbe far pensare ad una facile soluzione della problematica: basterebbe monitorare continuamente il valore di  $J$  e fare in modo di mantenerlo al di sotto dei  $100 \text{ mA/m}^2$ . La densità di corrente non è però un parametro misurabile nelle persone esposte, a meno di non procedere con tecniche invasive e per questo non è possibile accertare direttamente il rispetto delle restrizioni di base.

Si introducono allora i *livelli derivati di riferimento*: sono quei valori di parametri misurabili direttamente nell'ambiente, che garantiscono il rispetto delle restrizioni di base. A questi valori si è arrivati attraverso modelli di calcolo, i cui risultati sono stati convalidati da prove sperimentali nelle quali venivano indotte correnti in manichini che simulavano il corpo umano.

Le grandezze di riferimento sono dunque:

- l'intensità di campo elettrico  $E$ , misurata in V/m;
- l'induzione magnetica  $B$ , misurata in T.

Si devono sempre considerare nelle condizioni di massimo accoppiamento tra il campo e il soggetto esposto, quindi nella condizione più sfavorevole dal punto di vista protezionistico.

#### ***1.1.5 Esposizione lavorativa a campi ELF***

Gli studi effettuati sull'associazione tra l'esposizione occupazionale a campi in bassa frequenza si riferiscono quasi interamente alla frequenza di 50 Hz, propria della rete elettrica. Inoltre le conoscenze più approfondite riguardano soprattutto i campi magnetici e non quelli elettrici, questo per motivi tecnici legati a una maggiore semplicità nell'effettuare le misurazioni nel primo caso.

In linea di massima è utile distinguere i seguenti due casi:

- l'esposizione a livelli elevati di campo elettromagnetico, che si dovrebbe verificare solo in condizioni eccezionali, legate a circostanze lavorative rare e ben definite (ad esempio postazioni di lavoro poste molto vicine a linee elettriche, a cabine di trasformazione, ecc. oppure all'uso di apparecchiature elettriche in grado di generare un campo elevato);
- l'esposizione a bassi livelli di campi elettromagnetici, quindi quelli riscontrabili nelle normali condizioni nella maggior parte delle postazioni lavorative.

Questo perché la discussione non si applica agli effetti avversi nelle esposizioni a livelli elevati di campo, per i quali può essere facilmente superata la soglia dei 100 mA/m<sup>2</sup> introdotta nel precedente paragrafo, con la comparsa dei meccanismi patogeni già citati fino a provocare la stimolazione dei nervi periferici, del tessuto muscolare e, nel caso peggiore, l'ustione.

Il problema è allora quello di accertare se, per esposizioni a bassi livelli di campo elettromagnetico, nel breve periodo ci siano effetti acuti sulla salute umana che non siano ancora rilevabili allo stato attuale delle conoscenze, per cui si ritiene che campi magnetici fino a qualche decina di  $\mu\text{T}$  (nei casi più critici) non sarebbero in grado di indurre correnti o polarizzazioni di rilievo. Ma studi recenti suggerirebbero l'esistenza di diversi meccanismi di interazione dei campi magnetici di basso livello con i sistemi biologici esposti, ad esempio la possibile interferenza a livello molecolare sulla trasduzione del segnale sulla superficie cellulare oppure l'alterazione sulle pompe di membrana.

Per questo motivo non è giustificabile ignorare i possibili rischi per la salute provocati dall'esposizione a breve termine a campi con frequenze ELF, anche se non si manifestano con effetti acuti evidenti.

### ***1.1.6 Effetti accertati ed esposizione lavorativa***

Nei paragrafi che seguono sono riportati, tra gli effetti nocivi per la salute umana

menzionati nelle linee guida ICNIRP, quelli che sono verificabili come conseguenza dell'esposizione negli ambienti di lavoro da parte delle persone addette; non si intende certamente fornire una trattazione medica completa ma solo fornire un'idea di quelli che sono rischi, a volte anche molto pericolosi, ma che, data la natura non tangibile della causa scatenante, spesso tendono a essere sottovalutati, sia come nocività che come probabilità che accadano.

Nel seguito inoltre vengono riportati gli effetti biologici che sono stati accertati attraverso prove su volontari, su animali o su sistemi cellulari: ma perché un effetto biologico possa considerarsi avverso, deve superare la normale capacità di compensazione fisiologica e solo in questo caso produce una condizione di danno per la salute dell'individuo interessato.

Studi effettuati su volontari, esposti per periodi brevi a livelli elevati di campo, hanno dimostrato che le persone percepivano la presenza del campo stesso attraverso lo spostamento dei capelli e dei peli cutanei e in parte anche con sensazioni di bagliori visivi (conosciuti come fosfeni magnetici), ma con nessun effetto di significativa rilevanza sull'attività elettrica cerebrale. La percezione del campo elettrico per la maggior parte delle persone è possibile da valori superiori a 20 kV/m, mentre per una minoranza dei soggetti testati si riscontra la capacità di percezione anche per soglie inferiori a 5 kV/m, per campi alla frequenza di 50/60 Hz (UNEP/WHO/IRPA 1984; Tenforde 1991); i disturbi alla vista invece sono accertati per l'esposizione a campi ELF con soglie dell'induzione magnetica B superiori a 3-5 mT (Silny 1986).

Altri studi sono stati svolti per dimostrare la correlazione tra l'esposizione a campi ELF e piccole variazioni delle funzioni cardiache; in persone esposte a una combinazione di campi elettrici e magnetici (9kV/m, 20 µT alla frequenza di 60 Hz) il battito cardiaco a riposo risultava ridotto in modo lieve ma significativo di 3-5 battiti al minuto, durante l'esposizione e immediatamente dopo. La risposta era assente per campi appena più intensi o più deboli, ed era attenuata se l'individuo esposto era mentalmente all'erta (Cook et al. 1992; Graham et al. 1994).

I campi magnetici ELF di elevata intensità sono in grado di provocare direttamente e istantaneamente la stimolazione dei nervi periferici e dei tessuti muscolari: gli studi su volontari hanno appurato che i valori di soglia erano di diversi mT per l'induzione magnetica e di circa 1 A/m<sup>2</sup> per la densità di corrente indotta, il che

fa decadere l'importanza degli effetti di stimolazione di nervi e muscoli, poiché per questi valori compaiono effetti ben più gravi e potenzialmente irreversibili come extrasistole cardiaca, fibrillazione ventricolare, tetanizzazione muscolare e deficienza respiratoria.

## **1.2 Le linee guida ICNIRP per la limitazione dell'esposizione**

### ***1.2.1 Differenze tra le limitazioni all'esposizione professionale e della popolazione***

Nello stabilire dei valori protezionistici da attribuire alle restrizioni di base e ai livelli di riferimento corrispondenti, l'ICNIRP considera che gli individui esposti a campi elettromagnetici per motivi professionali siano adulti consapevoli dei rischi che potrebbero correre, perché informati preventivamente e soggetti a condizioni di esposizione note e monitorate con continuità. Inoltre si suppone che godano di buona salute perché, se così non fosse, non potrebbero essere assegnati a mansioni rischiose e perché visitati periodicamente dal personale preposto alla medicina del lavoro.

Nella popolazione generica invece, sono comprese persone di tutte le età e di diverso stato di salute e possono, nel caso limite, essere presenti individui ipersensibili alle esposizioni ai campi elettromagnetici. Nella maggior parte dei casi inoltre la popolazione non è consapevole né del fatto di essere esposta a campi elettromagnetici (nel caso in cui lo sia), né di quali siano i rischi a cui va incontro; non è pensabile dunque che il singolo cittadino adotti misure di protezione personale per minimizzare o evitare l'esposizione o che, nel caso di esposizioni a lungo termine, si faccia controllare periodicamente da un medico per scongiurare la comparsa di patologie gravi.

È sulla base di queste considerazioni che l'ICNIRP adotta delle limitazioni più restrittive per quanto riguarda l'esposizione del pubblico, rispetto a quella dei lavoratori: a partire dai valori critici evidenziati per la densità di corrente  $J$  e per il SAR, si applica un fattore di riduzione 10 per i lavoratori e un fattore pari a 50 per il pubblico. I valori ottenuti in questo modo sono definiti ancora come *limiti di base*, ma questa volta rappresentano i veri limiti di carattere sanitario che non devono mai essere superati.

D'ora in avanti però la trattazione sarà svolta soltanto per ciò che riguarda l'ambito lavorativo.

### ***1.2.2 Restrizioni di base***

Nella seguente Tabella II sono riportati i valori delle restrizioni di base che sono suggerite dall'ICNIRP per esposizioni professionali a campi elettromagnetici generati da frequenze comprese tra 0 e 10 GHz.

Si può notare che le restrizioni in termini di densità di corrente vengono fornite per frequenze tra 1 Hz e 10 MHz per prevenire eventuali effetti sul sistema nervoso; da 100 kHz e fino a 10 GHz vengono formulate restrizioni in termini di SAR per prevenire i possibili effetti di riscaldamento a livello locale; infine nell'intervallo intermedio tra 100 kHz e 10 MHz, le restrizioni sono fornite sia come SAR che come densità di corrente indotta.

Per frequenze comprese tra 10 e 300 GHz la restrizione di base è fornita solo in termini di densità di potenza assorbita (Tabella IV), in modo da prevenire un riscaldamento eccessivo dei tessuti del corpo.

Tabella II

<b>intervallo di frequenza</b>	<b>Densità di corrente per capo e tronco J (rms) [mA/m<sup>2</sup>]</b>	<b>SAR mediato sul corpo intero [W/kg]</b>	<b>SAR localizzato (testa e tronco) [W/kg]</b>	<b>SAR localizzato (arti) [W/kg]</b>
<b>fino a 1 Hz</b>	40	-	-	-
<b>1 - 4 Hz</b>	40 / f	-	-	-
<b>4 Hz - 1 kHz</b>	10	-	-	-
<b>1 kHz - 100 kHz</b>	f / 100	-	-	-
<b>100 kHz - 10 MHz</b>	f / 100	0,4	10	20
<b>10 MHz - 10 GHz</b>	-	0,4	10	20

Note:

- 1)  $f$  è la frequenza in Hz.
- 2) A causa della disomogeneità del corpo, le densità di corrente devono essere mediate su una sezione trasversale di 1 cm<sup>2</sup> perpendicolare alla direzione della corrente.
- 3) Per frequenze fino a 100 kHz, i valori di picco della densità di corrente possono essere ottenuti moltiplicando i valori efficaci (rms) per  $\sqrt{2}$  ( $\approx 1,414$ ). Per impulsi di durata  $t_p$  la frequenza equivalente da applicare nelle restrizioni di base deve essere calcolata come  $f = 1/(2 t_p)$ .
- 4) Per frequenze fino a 100 kHz e per campi magnetici pulsati, la massima densità di corrente associata agli impulsi deve essere calcolata dal tempo di salita/discesa e dal massimo rateo di variazione dell'induzione magnetica. La densità di corrente indotta può quindi essere confrontata con la restrizione di base appropriata.
- 5) Tutti i valori di SAR devono essere mediati su un periodo di 6 minuti.
- 6) La massa su cui mediare il SAR localizzato è qualunque massa contigua di 10 g di tessuto; il massimo SAR così ottenuto deve essere il valore usato per la stima dell'esposizione.
- 7) Per impulsi di durata  $t_p$  la frequenza equivalente da applicare nelle restrizioni di base deve essere calcolata come  $f = 1/(2 t_p)$ . Inoltre, per esposizioni a campi pulsati, nell'intervallo di frequenza tra 0,3 e 10 GHz e per esposizioni localizzate della testa, viene raccomandata un'ulteriore restrizione di base per limitare o evitare gli effetti uditivi causati dall'espansione termoelastica. Questa restrizione è che il SA, mediato su 10 g di tessuto, non deve superare 10 mJ/kg per i lavoratori.

Valori delle restrizioni di base ICNIRP per frequenze 0-10 GHz.

Tabella III

<b>intervallo di frequenza</b>	<b>Densità di potenza [W/m<sup>2</sup>]</b>
<b>10 - 300 GHz</b>	50

Note:

- 1) Le densità di potenza devono essere mediate su qualunque superficie di 20 cm<sup>2</sup> di area esposta e su qualunque periodo di  $86/f^{1,05}$  minuti (dove  $f$  è in GHz) per compensare il sempre minore spessore di penetrazione all'aumentare della frequenza.
- 2) I massimi valori spaziali della densità di potenza, mediati su 1 cm<sup>2</sup>, non devono superare 20 volte i valori sopra riportati.

Valori delle restrizioni di base ICNIRP per frequenze 10-300 GHz.

### ***1.2.3 Livelli di riferimento***

I livelli di riferimento per l'esposizione professionale a campi elettromagnetici sono ricavati, dove possibile, dalle corrispondenti restrizioni di base oppure calcolati attraverso modelli matematici o da risultati di laboratorio; in ogni caso essi vengono forniti nelle condizioni di massimo accoppiamento tra il campo e il corpo e quindi nelle condizioni più sfavorevoli in termini di sicurezza: garantiscono dunque la massima protezione da effetti nocivi immediati, alla salute.

I valori specificati dall'ICNIRP per i livelli di riferimento sono riportati, nella Tabella IV.

Per frequenze che raggiungano il limite di 110 MHz, cioè la banda per le trasmissioni radio in modulazione di frequenza (FM), l'ICNIRP fornisce i livelli di riferimento, riportati nella Tabella V, per la corrente di contatto come ulteriore precauzione da adottare per evitare il rischio di scosse e ustioni.

Inoltre per l'intervallo di frequenze tra 10 e 110 MHz i livelli di riferimento sono espressi anche come corrente indotta negli arti (Tabella VI), che vanno a particolareggiare in modo maggiore le restrizioni formulate in termini di SAR locale.

Tabella IV

<i>intervallo di frequenza</i>	<i>Intensità di campo elettrico</i>	<i>Intensità di campo magnetico</i>	<i>Induzione magnetica</i>	<i>Densità di potenza di onda piana equivalente</i>
	<i>E</i> [V/m]	<i>H</i> [A/m]	<i>B</i> [μT]	<i>S<sub>eq</sub></i> [W/m <sup>2</sup> ]
<i>fino a 1Hz</i>	-	$1,63 \cdot 10^5$	$2 \cdot 10^5$	-
<i>1 - 8 Hz</i>	20.000	$1,63 \cdot 10^5 / f^2$	$2 \cdot 10^5 / f^2$	-
<i>8 - 25 Hz</i>	20.000	$2 \cdot 10^4 / f$	$2,5 \cdot 10^4 / f$	-
<i>0,025 - 0,820 kHz</i>	500 / f	20 / f	25 / f	-
<i>0,820 - 65 kHz</i>	610	24,4	30,7	-
<i>0,065 - 1 MHz</i>	610	1,6 / f	2 / f	-
<i>1 - 10 MHz</i>	610 / f	1,6 / f	2 / f	-
<i>10 - 400 MHz</i>	61	0,16	0,2	10
<i>400 - 2000 MHz</i>	$3 \cdot f^{1/2}$	$0,008 \cdot f^{1/2}$	$0,01 \cdot f^{1/2}$	f / 40
<i>2 - 300 GHz</i>	137	0,36	0,45	50

Note:

- 1)  $f$  è espressa nelle unità indicate nella prima colonna.
- 2) I valori delle intensità di campo possono essere superati, purché siano rispettate le prescrizioni di base e si possano escludere effetti indiretti.
- 3) Per frequenze tra 100 kHz e 10GHz,  $S_{eq}$ ,  $E^2$ ,  $H^2$  e  $B^2$  devono essere mediati su qualunque periodo di 6 minuti.
- 4) Per i valori di picco a frequenze fino a 100 kHz si veda la Tabella 2, Nota 2.
- 5) Per i valori di picco a frequenze superiori a 100 kHz si vedano le Figure 1 e 2. Tra 100 kHz e 10 MHz, i valori di picco per le intensità di campo si ottengono per interpolazione tra il valore di picco di 1,5 volte a 100 kHz e quello di 32 volte a 10 MHz. Per frequenze superiori a 10 MHz, si suggerisce che la densità di potenza di picco dell'onda piana equivalente, mediata sulla durata dell'impulso, non superi di 1000 volte la restrizione per  $S_{eq}$ ,  $E^2$ ,  $H^2$  e  $B^2$ , o che le intensità dei campi non superino di 32 volte i livelli forniti nella tabella.
- 6) Per frequenze superiori a 10 GHz,  $S_{eq}$ ,  $E^2$ ,  $H^2$  e  $B^2$  devono essere mediati su qualunque periodo  $i 68/f^{1,05}$  minuti ( $f$  in GHz).
- 7) Non viene fornito nessun valore di campo elettrico per i campi a frequenze  $< 1$  Hz, che sono in pratica campi elettrici statici. Le scosse da sorgenti a bassa impedenza si prevengono con procedure di sicurezza elettrica acquisite per questo genere di apparecchiature.

Valori dei livelli di riferimento ICNIRP.

Tabella V

<b>intervallo di frequenza</b>	<b>massima corrente di contatto [mA]</b>
<i>fino a 2,5 kHz</i>	1,0
<i>2,5 - 100 kHz</i>	$0,4 \cdot f$
<i>100 kHz - 110 MHz</i>	40

Note:

- 1)  $f$  è la frequenza espressa in kHz

*Valori dei livelli di riferimento ICNIRP per la corrente di contatto.*

Tabella VI

<b>intervallo di frequenza</b>	<b>corrente indotta in qualunque arto [mA]</b>
<i>10 - 110 MHz</i>	100

Note:

- 1) Ai fini del rispetto della restrizione di base sul SAR locale, la radice quadrata della media temporale su qualunque periodo di 6 minuti del quadrato della corrente indotta è assunta come base per i livelli di riferimento.

*Valori dei livelli di riferimento ICNIRP per la corrente indotta negli arti.*

### **1.3 La Direttiva 2004/40/CE: le regole della Comunità europea**

Si tratta del più recente testo di legge in materia di limitazione dell'esposizione lavorativa ai campi elettromagnetici. La *DIRETTIVA 2004/40/CE DEL PARLAMENTO EUROPEO E DEL CONSIGLIO, del 29 aprile 2004, sulle prescrizioni minime di sicurezza e di salute relative all'esposizione dei lavoratori ai rischi derivanti dagli agenti fisici (campi elettromagnetici)* è stata approvata con il testo modificato con Rettifica pubblicata nella Gazzetta ufficiale dell'Unione europea L 184 del 24 maggio 2004.

### ***1.3.1 Tra protezionismo e garantismo***

Le direttive dell'Unione europea cercano fin dall'inizio di creare degli standard per i vari Paesi che ne fanno parte, poiché solo attraverso il riconoscimento di alcuni punti in comune si pensava di riuscire a creare quella sorta di unione nella diversità che è il motore dell'originale idea di Europa unita. Le condizioni di lavoro negli Stati membri sono state tra le prime cause affrontate dal Parlamento europeo, partendo dagli agenti fisici in modo più generale fino ad arrivare alla trattazione dei rischi legati al rumore e alle vibrazioni e infine, con la presente direttiva, ai campi elettromagnetici, un fattore diventato di stretta attualità negli ultimi anni, per cui sarebbe stato inaccettabile un vuoto legislativo da parte della Comunità Europea.

Si legge al punto (1) che:

*“... il Consiglio può adottare, mediante direttive, prescrizioni minime per promuovere il miglioramento, in particolare dell'ambiente di lavoro, al fine di garantire un più elevato livello di protezione della sicurezza e della salute dei lavoratori. È necessario che tali direttive evitino di imporre vincoli amministrativi, finanziari e giuridici tali da ostacolare la creazione e lo sviluppo di piccole e medie imprese”.*

Si capisce che fin da subito la Direttiva deve scendere ad un compromesso: si deve cercare espressamente una condizione di sicurezza per tutti i lavoratori degli Stati membri della Comunità, ma questa non deve venire a scapito dell'iniziativa economica degli investitori minori. In questo senso appare logico che la protezione dagli effetti nocivi dei campi elettromagnetici sia formulata in termini di limitazione dell'esposizione e non, ad esempio, prevedendo dispositivi di schermatura o di abbattimento delle emissioni nelle macchine a rischio, come viene anche ricordato al punto (7):

*“La riduzione dell'esposizione ai campi elettromagnetici può essere realizzata in maniera più efficace attraverso l'applicazione di misure preventive fin dalla progettazione dei posti di lavoro, nonché attraverso*

*la scelta delle attrezzature, dei procedimenti e dei metodi di lavoro, allo scopo di ridurre in via prioritaria i rischi alla fonte.”*

La salvaguardia della salute dei lavoratori dai rischi derivanti dalle radiazioni elettromagnetiche deve quindi essere una priorità, fin dall'inizio, non solo per il datore di lavoro che installa un determinato impianto generante il campo, ma anche per il progettista che, prima di scegliere una soluzione che possa arrecare danno, deve prima aver vagliato tutte le altre possibilità e dimostrato che non sono adatte al bisogno. D'altronde, come avvenuto in passato ad esempio per l'amianto, ci sono tecniche di lavorazione che vengono subito apprezzate e diffuse sull'onda dell'entusiasmo per i loro vantaggi manifesti, salvo poi accorgersi dei potenziali rischi che le stesse provocano: i campi elettromagnetici rientrano benissimo in questa casistica.

*“Si ritiene ora necessario introdurre misure di protezione dei lavoratori contro i rischi associati ai campi elettromagnetici, a causa dei loro effetti sulla salute e sulla sicurezza dei lavoratori. Tuttavia la presente direttiva non riguarda gli effetti a lungo termine, inclusi eventuali effetti cancerogeni, [...] tali misure mirano non solo ad assicurare la sicurezza e la salute di ciascun lavoratore considerato individualmente, ma anche a creare per tutti i lavoratori della Comunità una piattaforma minima di protezione che eviti possibili distorsioni di concorrenza”.*

Il punto (4) della Direttiva, sopra riportato, esprime bene lo stato d'animo delle attuali restrizioni all'esposizione: per ora ci si limiterà a fornire dei limiti adatti a preservare la salute dei lavoratori dagli effetti acuti dei campi elettromagnetici, perché su di essi ci sono conoscenze certe e dimostrate in base alla legge di causa-effetto; la strada che porta a delle restrizioni legislative per i rischi a lungo termine è ancora lunga ma sicuramente ci sarà un giorno in cui verrà portato a termine anche quest'aspetto: per il momento la scienza non è in grado di fornire dati conclusivi sulla relazione di causalità tra campi elettromagnetici e cancro e comunque sono assodati i benefici di cui godiamo dall'uso di certe tecnologie e di cui pochi sarebbero disposti a fare a meno. L'importante è non dover pentirsene negli anni a venire.

### ***1.3.2 Disposizioni tecniche: le definizioni fondamentali***

Nella sezione I (disposizioni generali) della Direttiva 2004/40/CE, si provvede a fissare le già per altro note definizioni utili nel proseguimento della trattazione:

*“«campi elettromagnetici»: campi magnetici statici e campi elettrici, magnetici ed elettromagnetici variabili nel tempo di frequenza inferiore o pari a 300 GHz”*

*“«valori limite di esposizione»: limiti all’esposizione a campi elettromagnetici che sono basati direttamente sugli effetti sulla salute accertati e su considerazioni biologiche. Il rispetto di questi limiti garantisce che i lavoratori siano protetti contro tutti gli effetti nocivi per la salute conosciuti”*

*“«valori di azione»: l’entità dei parametri direttamente misurabili, espressi in termini di intensità di campo elettrico (E), intensità di campo magnetico (H), induzione magnetica (B) e densità di potenza (S), che determina l’obbligo di adottare una o più delle misure specificate nella presente direttiva. Il rispetto di questi valori assicura il rispetto dei pertinenti valori limite di esposizione”*

Ci si accorge allora che la Direttiva 2004/40/CE, pur non menzionando mai nel suo testo né l’ICNIRP, né le sue linee guida, ne sposa completamente la filosofia della protezione dagli effetti nocivi delle radiazioni non ionizzanti; anche in questa sede infatti si individuano due livelli di allerta: i *valori limite di esposizione* che, se superati, provocano danni sicuri sull’organismo umano, accertati con considerazioni biologiche e test di laboratorio, e i *valori di azione* che invece garantiscono il rispetto dei corrispondenti valori limite di esposizione e, quando vengono oltrepassati, indicano soltanto una situazione di danno possibile ma non certo, attivando in questo modo le misure appropriate di ulteriore protezione. Si tratta dei parametri che le linee guida ICNIRP avevano presentato come *restrizioni di base e livelli di riferimento*.

Tabella VII

<i>Linee guida ICNIRP</i>		<i>Direttiva 2004/40/CE</i>
restrizioni di base	→	valori limite di esposizione
livelli di riferimento	→	valori di azione

*Comparativa tra le terminologie dell'ICNIRP e del Consiglio della Comunità Economica Europea.*

### **1.3.3 Disposizioni tecniche: i valori dei parametri**

Anche per ciò che riguarda i valori da rispettare, nella Direttiva si fa riferimento ai valori consigliati dall'ICNIRP, sintetizzandoli in un'unica tabella di immediata consultazione che prende in esame tutto l'intervallo delle frequenze da 0 a 300 GHz.

In Tabella VIII compaiono i valori riportati per i valori limite di esposizione.

Esattamente come per le restrizioni di base nelle linee guida ICNIRP, i valori limite di esposizione vengono formulati in termini di densità di corrente per le frequenze fino a 100 kHz (per scongiurare possibili effetti sul sistema nervoso), i termini di SAR per le frequenze comprese tra 10 MHz e 10 GHz (per il possibile riscaldamento del corpo esposto), sia come SAR che come densità di corrente indotta per le frequenze comprese tra 100 kHz e 10 MHz. Infine per le frequenze superiori ai 10 MHz il valore limite di esposizione è espresso soltanto come densità di potenza (per contrastare l'eccessivo riscaldamento dei tessuti).

Nella Tabella VIII sono invece riportate le quantità consigliate per i valori di azione.

Tabella VIII

intervallo di frequenza	Densità di corrente per capo e tronco  J (rms) [mA/m <sup>2</sup> ]	SAR mediato sul corpo intero  [W/kg]	SAR localizzato (testa e tronco)  [W/kg]	SAR localizzato (arti)  [W/kg]	Densità di potenza  [W/m <sup>2</sup> ]
fino a 1 Hz	40	-	-	-	-
1 - 4 Hz	40 / f	-	-	-	-
4 Hz - 1 kHz	10	-	-	-	-
1 kHz - 100 kHz	f / 100	-	-	-	-
100 kHz - 10 MHz	f / 100	0,4	10	20	-
10 MHz - 10 GHz	-	0,4	10	20	-
10 - 300 GHz	-	-	-	-	50

Note:

- 1) f è la frequenza espressa in Hz.
- 2) I valori limite di esposizione per la densità di corrente si prefiggono di proteggere dagli effetti acuti risultanti dall'esposizione, sui tessuti del sistema nervoso centrale nella testa e nel torace. Data la non omogeneità elettrica del corpo, le densità di corrente dovrebbero essere calcolate come medie su una sezione di 1 cm<sup>2</sup> perpendicolare alla direzione della corrente.
- 3) Per le frequenze fino a 100 kHz, i valori di picco della densità di corrente possono essere ottenuti moltiplicando il valore efficace rms per  $\sqrt{2}$ .
- 4) Per frequenze fino a 100 kHz e per campi magnetici pulsati, la massima densità di corrente associata agli impulsi può essere calcolata in base ai tempi di salita/discesa e al tasso massimo di variazione dell'induzione magnetica. La densità di corrente indotta può essere confrontata con il corrispondente valore limite di esposizione. Per impulsi di durata  $t_p$ , la frequenza equivalente va calcolata come  $f = 1/(2 t_p)$ .
- 5) Tutti i valori di SAR devono essere ottenuti come media su un qualsiasi periodo di 6 minuti.
- 6) La massa adottata per mediare il SAR localizzato è pari a ogni 10 g di tessuto contiguo; il SAR massimo così ottenuto costituisce il valore impiegato per la stima dell'esposizione.
- 7) Per esposizioni pulsate nelle frequenze comprese tra 0,3 e 10 GHz, e per esposizioni localizzate del capo, allo scopo di limitare ed evitare effetti uditivi causati da espansione termoelastica, si raccomanda un ulteriore valore limite di esposizione, rappresentato dall'assorbimento specifico (SA) che non deve superare 10 mJ/kg calcolato come media su 10 g di tessuto.
- 8) Le densità di potenza sono ottenute come media su una qualsiasi superficie esposta di 20 cm<sup>2</sup> e su un qualsiasi periodo di  $68/f^{1.05}$  minuti (f in GHz) per compensare la graduale diminuzione della profondità di penetrazione con l'aumento della frequenza. Le massime densità di potenza nello spazio, mediate su una superficie di 1 cm<sup>2</sup>, non devono superare 20 volte il valore di 50 W/m<sup>2</sup>.
- 9) Per i campi elettromagnetici pulsati o transitori o in generale per quanto riguarda l'esposizione simultanea a campi di frequenza diversa, è necessario adottare metodi appropriati di valutazione, misurazione e/o calcolo in grado di analizzare le caratteristiche delle forme d'onda e la natura delle interazioni biologiche, tenendo conto delle norme armonizzate europee elaborate dal Cenelec.

Valori limite di esposizione secondo la Direttiva 2004/40/CE.

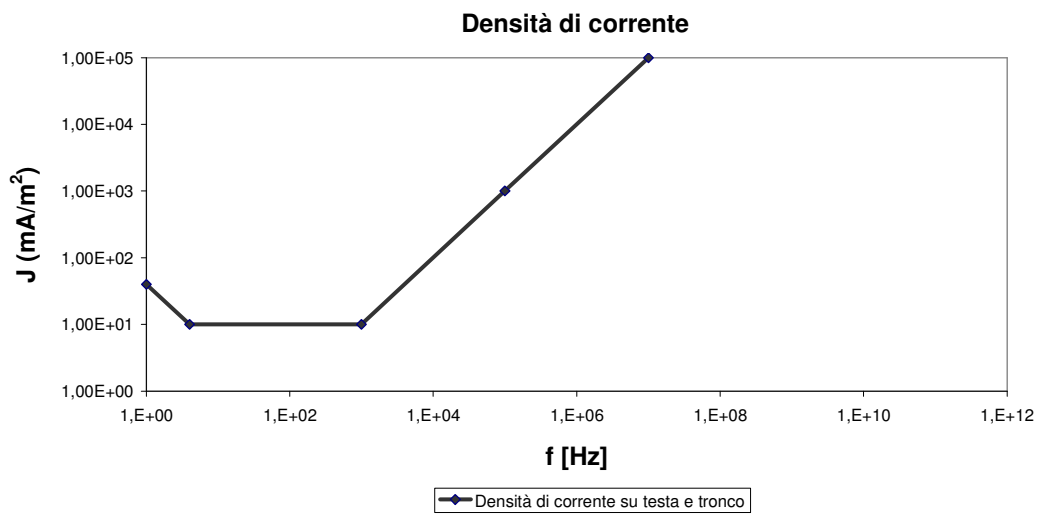


Fig. 1.3.3-1 – Restrizione di base sulla densità di corrente in funzione della frequenza.

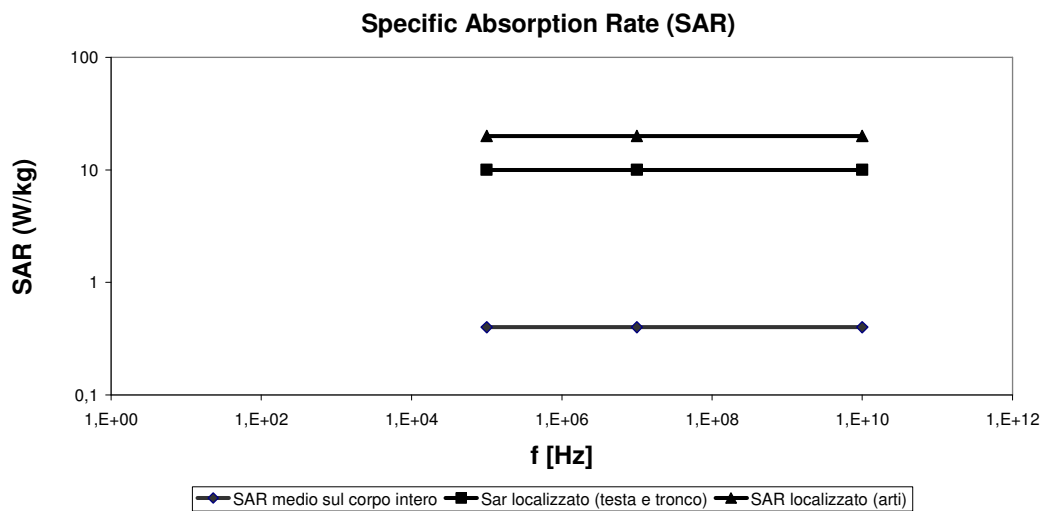
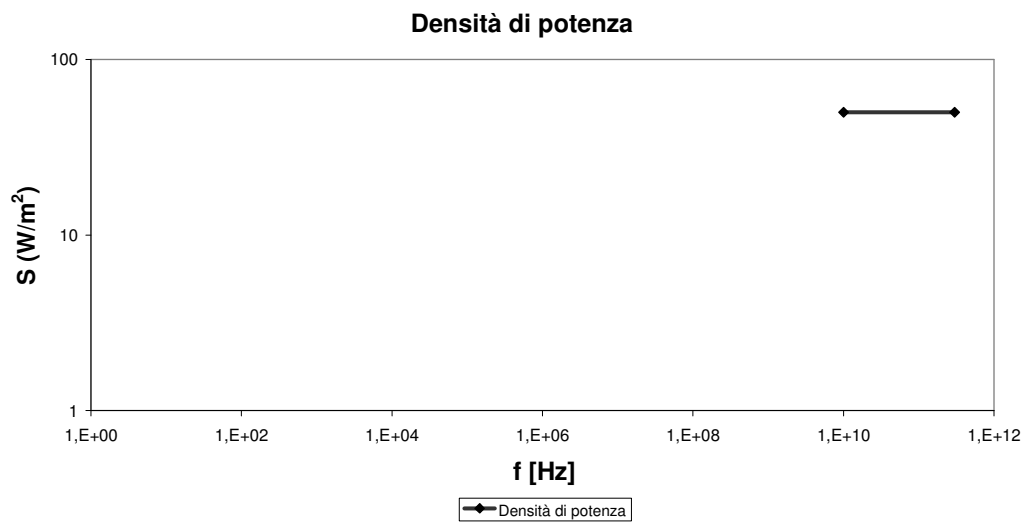


Fig. 1.3.3-2 – Restrizione di base sul SAR in funzione della frequenza.



*Fig. 1.3.3-3 – Restrizione di base sulla densità di potenza in funzione della frequenza.*

Tabella IX

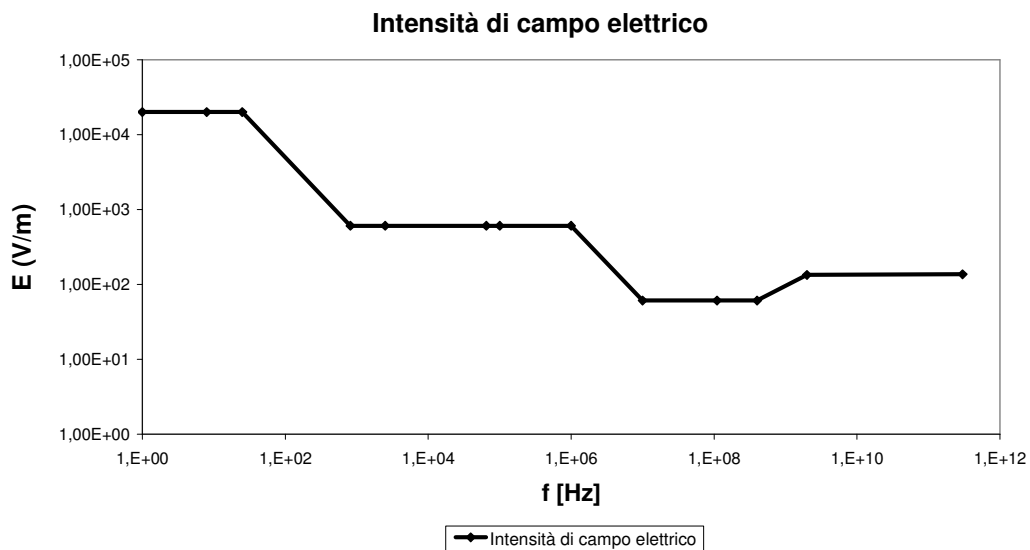
intervallo di frequenza	Intensità di campo elettrico <i>E</i> [V/m]	Intensità di campo magnetico <i>H</i> [A/m]	Induzione magnetica <i>B</i> [μT]	Densità di potenza di onda piana equivalente <i>S<sub>eq</sub></i> [W/m <sup>2</sup> ]	Corrente di contatto <i>I<sub>C</sub></i> [mA]	Corrente indotta attraverso gli arti <i>I<sub>L</sub></i> [mA]
fino a 1Hz	-	$1,63 \cdot 10^5$	$2 \cdot 10^5$	-	1	-
1 - 8 Hz	20.000	$1,63 \cdot 10^5 / f^2$	$2 \cdot 10^5 / f^2$	-	1	-
8 - 25 Hz	20.000	$2 \cdot 10^4 / f$	$2,5 \cdot 10^4 / f$	-	1	-
0,025 - 0,820 kHz	500 / f	20 / f	25 / f	-	1	-
0,820 - 2,5 kHz	610	24,4	30,7	-	1	-
2,5 - 65 kHz	610	24,4	30,7	-	$0,4 \cdot f$	-
65 - 100 kHz	610	$1.600 / f$	$2.000 / f$	-	$0,4 \cdot f$	-
0,1 - 1 MHz	610	$1,6 / f$	$2 / f$	-	40	-
1 - 10 MHz	$610 / f$	$1,6 / f$	$2 / f$	-	40	-
10 - 110 MHz	61	0,16	0,2	10	40	100
110 - 400 MHz	61	0,16	0,2	10	-	-
400 - 2000 MHz	$3 \cdot f^{1/2}$	$0,008 \cdot f^{1/2}$	$0,01 \cdot f^{1/2}$	$f / 40$	-	-
2 - 300 GHz	137	0,36	0,45	50	-	-

Note:

- 1) *f* è la frequenza espressa nelle unità indicate nella prima colonna.
- 2) Per frequenze comprese tra 100 kHz e 10 GHz, *S<sub>eq</sub>*, *E*, *H*, *B* e *I<sub>L</sub>* devono essere calcolati come medie su un qualsiasi periodo di 6 minuti.
- 3) Per le frequenze che superano 10 GHz, *S<sub>eq</sub>*, *E*, *H* e *B* devono essere calcolati come medie su un qualsiasi periodo di  $68/f^{1,05}$  minuti (con *f* espressa in GHz).
- 4) Per le frequenze fino a 100 kHz, i valori di azione di picco per le intensità di campo possono essere ottenuti moltiplicando il valore efficace rms per  $\sqrt{2}$ . Per impulsi di durata *t<sub>p</sub>* la frequenza equivalente da applicare per i valori di azione va calcolata come  $f = 1/(2 t_p)$ .  
Per le frequenze comprese tra 100 kHz e 10 MHz, i valori di azione di picco per le intensità di campo sono calcolati moltiplicando i pertinenti valori efficaci (rms) per 10, dove  $a = (0,665 \log (f/10) + 0,176)$  (*f* espressa in Hz).  
Per le frequenze comprese tra 10 MHz e 300 GHz, i valori di azione di picco sono calcolati moltiplicando i valori efficaci corrispondenti (rms) per 32 nel caso delle intensità di campo e per 1000 nel caso della densità di potenza di onda piana equivalente.
- 5) Per i campi elettromagnetici pulsati o transitori o in generale per quanto riguarda l'esposizione simultanea a campi di frequenza diversa, è necessario adottare metodi appropriati di valutazione, misurazione e/o calcolo in grado di analizzare le caratteristiche delle forme d'onda e la natura delle interazioni biologiche, tenendo conto delle norme armonizzate europee elaborate dal Cenelec.
- 6) Per i valori di picco di campi elettromagnetici pulsati modulati si propone che, per le frequenze portanti che superano 10 MHz, *S<sub>eq</sub>* valutato come media sulla durata dell'impulso non superi di 1000 volte i valori di azione per *S<sub>eq</sub>*, o che l'intensità di campo non superi di 32 volte i valori di azione dell'intensità di campo alla frequenza portante.

Valori di azione secondo la Direttiva 2004/40/CE.

Si nota come le restrizioni sui valori di azione vengono date per tutte le frequenze (0 – 300 GHz) con i tre parametri fondamentali: intensità di campo elettrico (E), intensità di campo magnetico (H) e induzione magnetica (B); per le frequenze che arrivano fino al limite superiore delle trasmissioni in modulazione di frequenza (110 MHz) viene posta una limitazione alla massima corrente di contatto, mentre per le sole frequenze FM si tiene conto della possibile corrente indotta negli arti. Infine, al di sopra dei 10 MHz di frequenza, la restrizione aggiuntiva è fatta sulla base della densità di potenza.



*Fig. 1.3.3-4 – Valori di azione relativi all'intensità del campo elettrico E, al variare della frequenza.*

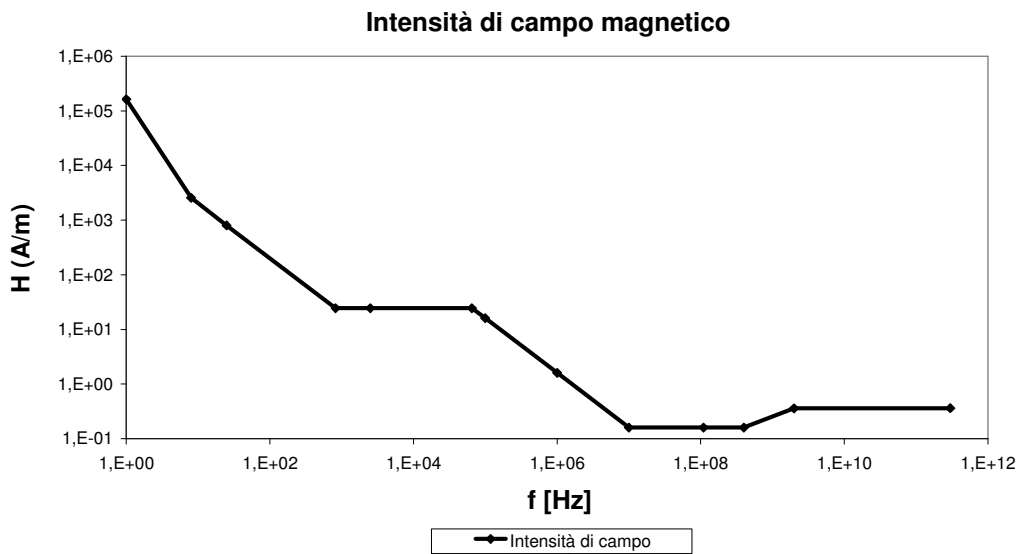


Fig. 1.3.3-5 – Valori di azione relativi all'intensità del campo magnetico  $H$ , al variare della frequenza.

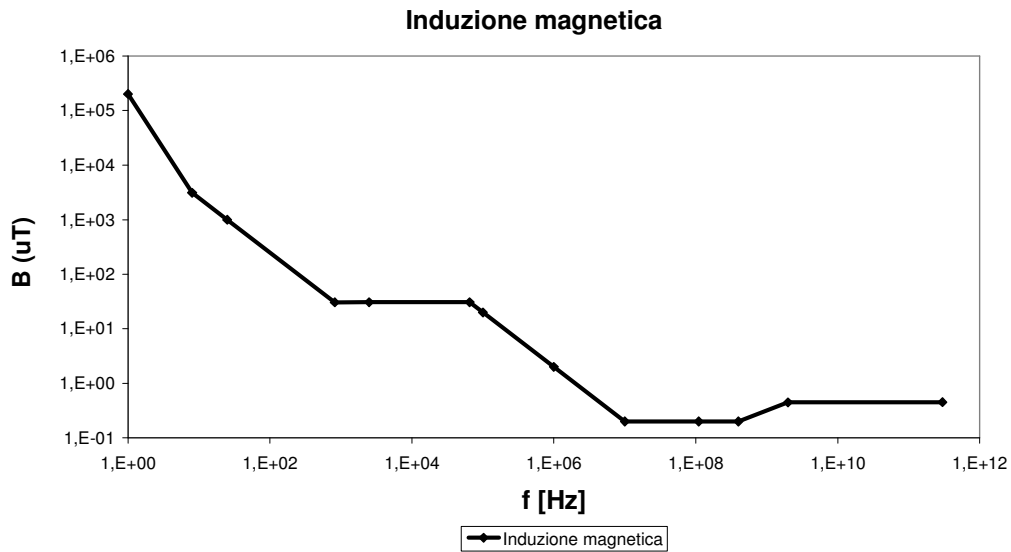


Fig. 1.3.3-6 – Valori di azione relativi all'intensità del campo induzione magnetica  $B$ , al variare della frequenza.

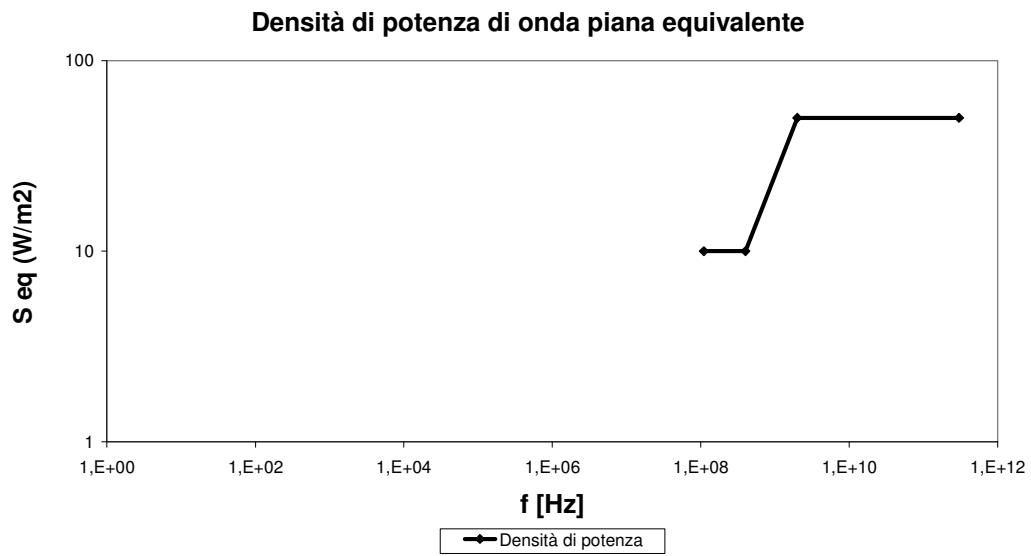


Fig. 1.3.3-7 – Valori di azione relativi alla densità di potenza dell'onda piana equivalente  $S_{eq}$  al variare della frequenza.

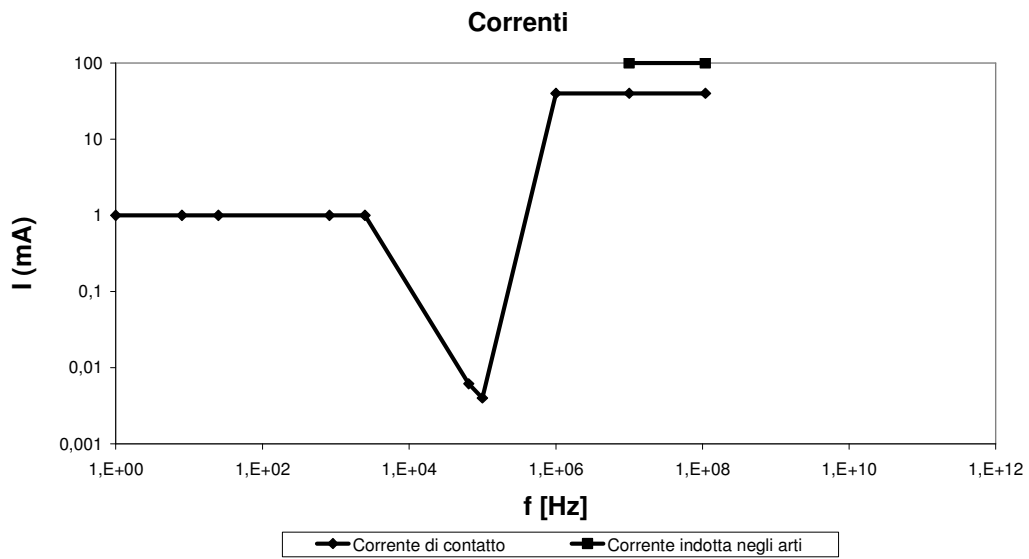


Fig. 1.3.3-8 – Valori di azione relativi corrente di contatto ed indotta, al variare della frequenza.

## 1.4 La legge 22 Febbraio 2001, n. 36: una storia di buoni propositi

La storia della legislazione italiana riguardante i possibili rischi derivanti dalle esposizioni a campi elettromagnetici è, come tante volte accade, un cammino fatto di buone intenzioni mai del tutto completate.

Senza entrare nel merito dei vari episodi, basta dire che, per tutto il dopoguerra, come nella maggior parte dei Paesi dell'Europa, anche in Italia manca una regolamentazione in materia di radiazioni non ionizzanti sia per la popolazione e quindi, a maggior ragione, anche per i lavoratori; solo nel 1992 in una legge dell'allora governo Andreotti si nomina:

*“... la necessità di fissare dei limiti per l'esposizione della popolazione ai campi elettrici e magnetici...”*

In effetti questi limiti furono poi fissati, ma in modo un po' troppo semplice e sbrigativo: 5 kV/m e 100  $\mu$ T nel caso di esposizione prolungata nel tempo, 10 kV/m e 1000  $\mu$ T nel caso di esposizione breve o comunque occasionale, rispettivamente per l'intensità di campo elettrico e per l'induzione magnetica.

Il passo successivo furono i limiti di esposizione alle radiofrequenze, introdotte con la legge n. 381 del 1998: anche questa volta però i limiti sono stabiliti in modo approssimativo e solo per l'esposizione della popolazione, in termini di campo elettrico e di induzione magnetica:

- 60 V/m e 75,40  $\mu$ T in corrispondenza di 0,1 – 0,3 MHz di frequenza;
- 20 V/m e 0,0628  $\mu$ T in corrispondenza di 0,3 – 3000 MHz di frequenza;
- 10 V/m e 0,1257  $\mu$ T in corrispondenza di 3000 - 300000 MHz di frequenza.

Addirittura i valori di soglia vengono ulteriormente ed esageratamente abbassati a 6 V/m e 0,0201  $\mu$ T, indipendentemente dalla frequenza, per quei luoghi che siano occupati per più di 4 ore al giorno.

In questo modo si arriva al 2001, quando con la *legge 22 febbraio 2001, n. 36: Legge quadro sulla protezione dalle esposizioni a campi elettrici, magnetici ed elettromagnetici*, l'obiettivo è dare certezza di regole a tutti i cittadini, le imprese e gli enti locali su tutto il territorio nazionale; l'approvazione della stessa pone l'Italia tra i

primi Paesi che hanno affrontato il problema. Il testo di legge nomina esplicitamente il concetto di inquinamento elettromagnetico, auspica la promozione della ricerca scientifica per studiare i rischi sulla salute umana, istituisce un catasto nazionale delle fonti di campi elettromagnetici, in modo da tenere sotto controllo i livelli di esposizione; ma lo stesso testo non fissa alcun valore protezionistico perché questi dovevano:

*“... essere stabiliti, entro sessanta giorni dalla data di entrata in vigore della presente legge,... per i lavoratori e le lavoratrici, ferme restando le disposizioni previste dal decreto legislativo 19 settembre 1994, n. 626, e successive modifiche, con decreto del Presidente del Consiglio dei ministri, su proposta del Ministro della sanità, sentiti i Ministri dell’ambiente e del lavoro e delle previdenza sociale...”*

Ma anche stavolta non si erano considerate le possibili difficoltà. Il caso volle che all’epoca il Ministro della sanità fosse un tecnico, il prof. Veronesi, oncologo di fama mondiale: egli si oppose decisamente ai deboli limiti di esposizione proposti dall’allora Ministro dell’ambiente, il sig. Bordon, bloccando l’iter del decreto e alimentando una polemica che agitò il governo per qualche tempo. Il tutto si concluse con un nulla di fatto, quando arrivò il termine della legislatura e poi un’altro governo tutto nuovo.

#### ***1.4.1 Nuova legge, nuove definizioni, stesse finalità***

La legge 36/2001 all’articolo 3 (Definizioni) spiega quali siano i parametri da regolamentare per un’efficace protezione dagli effetti delle radiazioni non ionizzanti; come è logico che sia, il testo della legge italiana si adegua alla normativa internazionale, tenendo come esempio le linee guida già pubblicate dall’ICNIRP nel 1999. Si ritrovano allora i seguenti concetti:

*“«limite di esposizione»: è il valore di campo elettrico, magnetico ed elettromagnetico, considerato come valore di immissione, definito ai fini della tutela della salute da effetti acuti, che non deve essere superato in*

*alcuna condizione di esposizione...”*

*“«valore di attenzione»: è il valore di campo elettrico, magnetico ed elettromagnetico, considerato come valore di immissione, che non deve essere superato negli ambienti abitativi, scolastici e nei luoghi adibiti a permanenze prolungate per le finalità di cui all’art. 1, comma 1, lettere b) e c). Esso costituisce misura di cautela ai fini della protezione da possibili effetti a lungo termine e deve essere raggiunto nei tempi e nei modi previsti dalla legge”*

Mentre si fa la conoscenza di un nuovo parametro:

*“«obiettivi di qualità» sono: 1) i criteri localizzativi, gli standard urbanistici, le prescrizioni e le incentivazioni per l’utilizzo delle migliori tecnologie disponibili, indicati dalle leggi regionali secondo le competenze definite dall’art. 8; 2) i valori di campo elettrico, magnetico ed elettromagnetico definiti dallo Stato secondo le previsioni di cui all’art. 4, comma 1, lettera a), ai fini della progressiva minimizzazione dell’esposizione ai campi medesimi”*

Nella legge n. 36 del 22 febbraio 2001 si vanno ad adeguare gli standard italiani a quelle che allora erano le linee guida della comunità scientifica internazionale; in prima battuta i *limiti di esposizione* e i *valori di attenzione* definiti concettualmente nel testo di legge, vanno a ricalcare le restrizioni di base e i livelli di riferimento dell’ICNIRP, nel senso che vengono stabilite le consuete due soglie: una che non deve essere superata in nessun caso perché dopo comparirebbero effetti nocivi immediati accertati per la salute, e una che, se superata, deve fungere da campanello d’allarme (per questo è rispondente al caso la denominazione scelta di “valore di attenzione”) e promuovere iniziative di protezione o di riduzione dell’esposizione.

Tabella X

<u>Linee guida ICNIRP</u>		<u>Legge 22 febbraio 2001, n. 36</u>		<u>Direttiva 2004/40/CE</u>
restrizioni di base	→	limiti di esposizione	←	valori limite di esposizione
livelli di riferimento	→	valori di attenzione	←	valori di azione

*Confronto tra le terminologie utilizzate dall'ICNIRP, dalla Comunità Europea e dalla legge italiana.*

A differenza però delle linee guida internazionali e di quella che in futuro sarà la direttiva europea, la legge italiana introduce un nuovo concetto, quello di *obiettivi di qualità*: si intendono tutte quelle iniziative rivolte ad instaurare una qualità di vita più alta nel contesto della forzata convivenza con i campi elettromagnetici; nell'art. 8 si definiscono le competenze dei vari enti (Regioni, Province, Comuni) e si scopre quanto segue.

Le Regioni devono:

- individuare i siti più adatti per l'installazione di impianti di trasmissione, di telefonia mobile e di radiodiffusione;
- definire i tracciati degli elettrodotti con tensione inferiore a 150 kV;
- stabilire le modalità di rilascio delle autorizzazioni per gli impianti suddetti;
- realizzare e gestire, in coordinamento con il catasto nazionale, un catasto delle sorgenti fisse di campi elettrici, magnetici ed elettromagnetici;
- individuare gli strumenti e le azioni per il raggiungimento di tali obiettivi di qualità;
- promuovere e partecipare all'approfondimento delle conoscenze scientifiche relative agli effetti per la salute, in particolare quelli a lungo termine.

Le Regioni in seguito possono decidere se delegare o meno alcune di queste competenze alle varie Province e ai Comuni.

Lo Stato, dal suo canto, avrebbe dovuto provvedere a stabilire i limiti per i valori di campo elettrico, magnetico ed elettromagnetico, parte integrante di questi obiettivi di qualità, in quanto volti a minimizzare progressivamente l'esposizione e salvaguardare così la salute dei soggetti esposti.

Si capisce che gli obiettivi di qualità così definiti hanno due gravi mancanze:

sono abbastanza generici dal punto di vista delle finalità e molto vaghi per quanto riguarda i mezzi per raggiungerle, inoltre non viene fatto riferimento specifico all'esposizione professionale per aumentare la qualità del lavoro in ambienti a rischio di esposizione.

La legge infatti, nella sua diffusa generalità, non sembra prendere in considerazione l'eventualità di differenziare i criteri per l'esposizione professionale e per la popolazione, come invece già specificato ed attuato dall'ICNIRP; inoltre anche i limiti di esposizione, così come definiti nel testo, non danno una visione convincente poiché sono definiti solo in termini di campo elettrico, magnetico ed elettromagnetico e quindi senza prendere in considerazione gli effetti accertati in base alla densità di corrente indotta (J) e al rateo di assorbimento specifico (SAR).

## **1.5 Gli obblighi dei datori di lavoro**

Gli obblighi dei datori di lavoro sono specificati nella sezione II della direttiva europea 2004/40/CE: si tratta di una novità importante nel quadro della legislazione, perché la Raccomandazione del luglio 1999 non era entrata in merito nell'argomento, mentre la nuova Direttiva specifica i provvedimenti necessari a ridurre l'esposizione e introduce l'obbligatorietà dei controlli sanitari per le patologie provocate dalle radiazioni elettromagnetiche.

In questo paragrafo si andrà a vedere quali sono e come sono da attuare queste responsabilità, e si cercherà inoltre, di pari passo con l'enunciazione, di vedere se questi obblighi sono già contemplati dalla normativa italiana sul lavoro o, in caso contrario, se le regole imposte dalla Comunità andranno in qualche modo ad influenzare e modificare i modi attuali.

### ***1.5.1 Identificazione dell'esposizione e valutazione dei rischi***

È il titolo dell'art. 4, sezione II, della Direttiva 2004/40/CE; a leggerlo le cose appaiono chiare e non lasciano spazio a dubbi di sorta:

*“... il datore di lavoro valuta e, se del caso, misura e/o calcola i livelli dei*

*campi elettromagnetici ai quali sono esposti i lavoratori.”*

Il datore di lavoro ha quindi la responsabilità della salute dei suoi dipendenti; egli deve essere consapevole se esiste la possibilità dell'esposizione e, in tal caso, deve adoperarsi attraverso misure dirette, calcoli teorici o entrambi per valutarne l'entità. Il compito è, tutto sommato, semplice perché:

*“La valutazione, la misurazione e il calcolo possono essere effettuati conformemente alle norme e alle linee guida scientificamente fondate di cui all'art. 3... e se, del caso, tenendo conto dei livelli di emissione indicati dai fabbricanti delle attrezzature se contemplate dalle pertinenti direttive comunitarie.”*

Basterà quindi che il datore di lavoro segua le procedure per la misurazione che sono specificate nelle note delle tabelle allegate nel testo della direttiva e già sarà stata effettuata una prima valutazione dell'esposizione a cui sono sottoposti i lavoratori. Chiaro che non sarà fisicamente il principale dell'azienda ad effettuare la misurazione, ma sarà il personale competente a farlo, eseguendo anche l'intervento con una cadenza programmata, come si può leggere all'art. 4, par. 4:

*“La valutazione, la misurazione e/o il calcolo di cui ai paragrafi 1 e 2 devono essere programmati ed effettuati da servizi o persone competenti a intervalli idonei, tenendo conto delle disposizioni relative alle competenze richieste e alla consultazione e alla partecipazione dei lavoratori. I dati ottenuti dalla valutazione, misurazione e/o calcolo del livello di esposizione sono conservati in forma idonea per consentirne la successiva consultazione.”*

La misurazione deve essere effettuata prestando particolare attenzione ai seguenti aspetti:

- livello e spettro della frequenza, durata e tipo di esposizione;
- valori limite di esposizione e valori di azione;

- i possibili effetti sulla salute e sulla sicurezza dei lavoratori che sono particolarmente a rischio, a seconda delle loro mansioni;
- eventuali effetti indiretti, come ad esempio:
  - i) interferenze con attrezzature e dispositivi medici elettronici;
  - ii) rischio propulsivo di oggetti ferromagnetici in campi magnetici statici con induzione magnetica  $B$  maggiore di 3 mT;
  - iii) innesco di detonatori;
  - iv) incendi ed esplosioni dovuti all'accensione di materiali infiammabili provocati da scintille prodotte da campi indotti, correnti di contatto o scariche elettriche;
- esistenza di attrezzature alternative che permettano di ridurre i livelli di esposizione ai campi elettromagnetici;
- esistenza di particolari informazioni raccolte nel corso della sorveglianza sanitaria;
- sorgenti multiple di esposizione;
- esposizione simultanea a campi di frequenza diversa.

Si può vedere come i fattori da considerare siano molteplici e di varia natura, ma niente di particolarmente ostico da determinare: ad esempio, la sorveglianza sanitaria dei lavoratori e dei posti di lavoro è già obbligatoria da molto tempo, per cui non dovrebbe essere difficile, per quelle aziende che mantengono un database storico aggiornato, individuare quali siano i reparti in cui c'è una maggiore incidenza di malattie professionali, per chiamare con questo termine un po' generico tutti quei sintomi che siano riconducibili all'esposizione lavorativa, e prendere gli opportuni provvedimenti. Per le aziende poi che trattano materiali infiammabili, esplosivi o in ogni altro modo delicati, si suppone che i livelli di sicurezza per prevenire potenziali eventi disastrosi siano già molto alti, per cui l'effetto di un campo statico, sicuramente inferiore a quello provocato da una fiamma libera o da un urto accidentale, dovrebbe essere già stato considerato nelle disposizioni generali contro gli infortuni sul lavoro.

Viene da pensare allora che la difficoltà maggiore non consista nell'individuare il rischio, ma di quantificarlo per verificare se i relativi parametri sono inferiori ai corrispondenti valori di azione.

### ***1.5.2 L'eventuale superamento dei valori di azione***

Il passo successivo al rilevamento dei valori di campo nell'ambiente in questione, è quello di verificare se tali valori sono, in ogni condizione, inferiori a quelli raccomandati nelle tabelle allegate nella direttiva e quindi ai valori raccomandati dagli studi ICNIRP.

Il datore è tenuto a fare in modo che non vengano superati ma se, malauguratamente si dovesse presentare questa eventualità, deve (art. 4, par. 2):

*“... valutare e, se del caso, calcolare se i valori limite di esposizione sono stati superati.”*

A questo punto emerge l'impostazione a due livelli di sicurezza su cui si basa la nuova direttiva europea: è palese che il caso del superamento dei valori limite di esposizione si può verificare solo in condizioni di emergenza, come a causa di un'avaria dell'impianto o a seguito di avvenimenti del tutto accidentali, quindi con conseguenze immediate e visibili per gli interessati; in questa circostanza il datore di lavoro (art. 5; par. 4):

*“... adotta misure immediate per riportare l'esposizione al di sotto dei valori limite di attenzione. Egli individua le cause del superamento dei valori limite di esposizione e adegua di conseguenza le misure di protezione e prevenzione per evitare un nuovo superamento.”*

Come è logico che avvenga dopo un incidente, le persone coinvolte valutano la situazione e individuano le principali cause di pericolo, allontanandosene o rendendole innocue, se possibile: si può togliere l'alimentazione a quelle macchine che, ad esempio, presentano evidenti difetti di funzionamento con la possibile probabile formazione di campi elettromagnetici nelle vicinanze.

Del resto, questa circostanza era già stata presa in esame nelle direttive comunitarie sulla sicurezza nel lavoro e, nel corrispondente Decreto legislativo italiano del 19 settembre 1994, n. 626, all'art. 14 (“Diritti dei lavoratori in caso di pericolo grave ed immediato”), si apprende che:

*“Il lavoratore che, in caso di pericolo grave, immediato e che non può essere evitato, si allontana dal posto di lavoro ovvero da una zona pericolosa, non può subire pregiudizio alcuno e deve essere protetto da qualsiasi conseguenza dannosa.”*

E inoltre:

*“Il lavoratore che, in caso di pericolo grave ed immediato e nell'impossibilità di contattare il competente superiore gerarchico, prende misure per evitare le conseguenze di tale pericolo, non può subire pregiudizio per tale azione, a meno che non abbia commesso una grave negligenza.”*

Oltrepassare i valori limite di esposizione rientra certamente tra le situazioni di pericolo grave e immediato, in quanto possono verificarsi scosse, ustioni e altri danni per la salute: le persone a rischio sono giustificate se ritengono di allontanarsi dal luogo di pericolo per non riportare lesioni, sempre che, nel loro piccolo, non abbiano a disposizione nessun mezzo per limitare il potenziale pericolo. La situazione di grave pericolo pertanto è riconosciuta come una circostanza particolare e soprattutto occasionale; una volta che dovesse verificarsi, il datore di lavoro, anche con l'aiuto e la collaborazione degli stessi lavoratori, è tenuto a limitare i possibili danni a persone e cose e poi a ripristinare gli standard per la salvaguardia della salute dei dipendenti, nel nostro caso prendendo le misure per riportare i parametri sotto ai livelli raccomandati nei valori di azione.

Se invece, come è più probabile che sia, i valori limite di esposizione non vengono superati, ma solo i valori di azione, allora entrano in gioco i principi di prevenzione enunciati nella Direttiva 89/391/CE, che in Italia hanno trovato forma legale sempre nella Legge n. 626 del 1994; poiché si da per scontato che (art. 5, par. 1):

*“Tenuto conto del progresso tecnico e della disponibilità di misure per controllare il rischio alla fonte, i rischi derivanti dall'esposizione ai*

*campi elettromagnetici sono eliminati alla fonte o ridotti al minimo.”*

Le misure di prevenzione devono essere già adottate fin dal momento dell’allestimento della postazione di lavoro, per cui anche il superamento dei valori di azione deve presentarsi come avvenimento occasionale ma questa volta pienamente recuperabile, perché non ci sono rischi immediati per l’incolumità delle persone coinvolte.

Per riprendere in mano la situazione, il datore di lavoro definisce e attua un programma d’azione che contempla misure tecniche e organizzative che possono tenere conto in particolare dei seguenti fattori (art. 5, par. 2):

- metodi di lavoro alternativi che permettano di contenere maggiormente l’esposizione ai campi elettromagnetici;
- scelte di attrezzature che emettano meno campi elettromagnetici, a parità del tipo di lavoro da svolgere;
- misure tecniche per ridurre l’emissione, come l’uso di dispositivi di sicurezza o di schermatura;
- manutenzione opportuna delle attrezzature;
- progettazione e struttura dei luoghi e delle postazioni di lavoro;
- limitazione della durata e dell’intensità dell’esposizione;
- disponibilità di dispositivi adeguati di protezione individuale.

Come detto in precedenza, il compito più difficile appare quello di individuare i luoghi e le persone soggette a esposizione, soprattutto per i campi ad alta frequenza, che possono provocare effetti acuti meno evidenti, soprattutto se di modesta entità.

### ***1.5.3 L’indicazione del rischio: la segnaletica obbligatoria***

Una volta individuato e valutato il rischio, il datore di lavoro è tenuto a segnalare la possibile situazione di pericolo per la salute attraverso l’apposita segnaletica, che era già stata introdotta nella Direttiva 92/58/CEE del 24 giugno 1992, recante le prescrizioni minime per la segnaletica e/o di salute sul luogo di lavoro.

I cartelli di pericolo devono essere apposti sul luogo a rischio se (art. 5, par. 3):

*“In base alla valutazione del rischio di cui all’art. 4, i luoghi di lavoro in cui i lavoratori possono esser esposti a campi elettromagnetici, superano i valori di azione...”*

Ma non necessariamente, infatti è possibile non apporre la segnaletica se:

*“... la valutazione effettuata a norma dell’art. 4, par. 2, dimostra che i valori limite di esposizione non sono superati e che possono essere esclusi rischi relativi alla sicurezza.”*

Non si capisce come mai la direttiva inciampi in questa contraddizione: se da un lato la segnaletica informativa è obbligatoria una volta che vengano superati i valori di azione, poi però diventa facoltativa se i valori limite di esposizione rimangono inviolati; se infatti il superamento dei valori di azione comporta una potenziale circostanza di rischio tale da attivare misure di contenimento delle emissioni e, il superamento dei valori limite di esposizione non deve verificarsi se non in condizioni eccezionali e del tutto impreviste e imprevedibili, non si intuisce l’utilità di non segnalare il pericolo se non quando la situazione può già essere critica, cioè una volta che si va avvicinando ai limiti di esposizione.

In ogni caso però:

*“Dette aree sono identificate e l’accesso alle stesse è limitato, laddove ciò sia tecnicamente possibile e vi sia il rischio di un superamento dei valori limite di esposizione.”*

Il che equivale a mettere una ulteriore limitazione più cautelativa che intende limitare la presenza dei soggetti a rischio in quelle aree dove il rischio è presente ed accertato, ma non facilmente eliminabile, anche se rimane l’incertezza su dove l’accesso ad un luogo sia tecnicamente possibile da limitare e dove no, lasciando il sentore che su questo aspetto si potesse entrare maggiormente nel dettaglio, in modo da non lasciare spazio alla libera interpretazione dell’articolo.

#### ***1.5.4 La compilazione del risk assessment***

Il datore di lavoro, infine, non solo è tenuto a fare le valutazioni, misurazioni e/o calcoli di cui si è parlato in precedenza; egli deve anche redigere un documento scritto in cui si certifichi quali azioni sono state svolte per valutare i rischi da campi magnetici per la salute dei lavoratori, i valori rilevati e le misure da adottare nel caso venissero superati i livelli di guardia come specificato nell'art. 5 della direttiva e nel paragrafo precedente.

La redazione del risk assessment è obbligatoria in ogni caso, anche se si reputa che nella propria attività non ci siano attrezzature o situazioni tali da mettere a rischio la salute dei lavoratori; infatti si legge (art. 4, par. 6):

*“... La valutazione dei rischi può includere una giustificazione del datore di lavoro secondo cui la natura e l'entità dei rischi connessi con i campi elettromagnetici non rendono necessaria una valutazione dei rischi più dettagliata.”*

Ciò presuppone che, anche quando il datore di lavoro reputi che nella sua azienda il livello di campo elettromagnetico sia basso e non comporti rischi, egli deve comunque giustificare questa affermazione e la prova per farlo è quella di misurare e/o calcolare tali livelli, e in poche parole effettuare quanto meno una stima dei livelli di azione presenti.

Il concetto non è nuovo, ma l'esplicito riferimento ai rischi derivanti dall'esposizione a campi magnetici è invece un'importante punto di rottura con la precedente normativa, delineando una volta per tutte l'importanza e la gravità dei pericoli provocati da questi agenti fisici, che prima potevano essere considerati sì pericolosi, ma non tanto da doversene obbligatoriamente preoccupare.

L'eventualità di redigere un documento di valutazione dei rischi era già stata introdotta nelle precedenti direttive e recepita già in Italia con la legge del 1994, n. 626, in cui all'art. 4 (“Obblighi del datore di lavoro, del dirigente e del preposto”), comma 2, e successive modifiche apportate con il Decreto Legislativo n. 242 del 1996, viene introdotto l'obbligo del datore di lavoro di elaborare un documento contenente tre parti fondamentali:

*“a) Una relazione sulla valutazione dei rischi per la sicurezza e la salute durante il lavoro, in cui sono specificati i criteri adottati per la valutazione stessa;”*

*“b) L’individuazione delle misure di prevenzione e di protezione e dei dispositivi di protezione individuale conseguente alla valutazione di cui alla lettera a);”*

*“c) Il programma delle misure ritenute opportune per garantire il miglioramento nel tempo dei livelli di sicurezza”.*

In linea di concetto l’approccio coincide con quello diffuso dalla più recente direttiva del 2004, ma con la distinzione che nel 1994 si è avvertita l’esigenza di tutela nei confronti dei possibili rischi presenti nell’ambiente professionale, ma non si è entrati nel pieno merito della questione, né definendo da che cosa derivino precisamente questi rischi, né fornendo dei parametri con dei valori di soglia per cui si potesse affermare di essere al di sotto o al di sopra di un ipotetico livello di allerta.

Per il resto si può vedere come la Comunità europea abbia impostato la ricerca della sicurezza sul lavoro con un processo composto da tre fasi: la valutazione del rischio fatta per iscritto e da personale competente, l’individuazione dei possibili mezzi di prevenzione o riduzione del rischio, il continuo miglioramento nel tempo dei livelli di sicurezza.

### ***1.5.5 La sorveglianza sanitaria***

L’istituzione di un regime di controllo sanitario periodico e obbligatorio per i lavoratori, soprattutto quelli per cui il tipo di mansione implica particolare rischio per la salute, è già un dato di fatto a partire dalla Direttiva europea 89/391/CEE, in particolare l’art. 14, par. 1, che recita:

*“Per assicurare un adeguato controllo sanitario dei lavoratori, in funzione dei rischi riguardanti la loro sicurezza e la loro salute sul lavoro, vengono stabilite misure conformemente alle legislazioni e/o*

*prassi nazionali.”*

La direttiva appena citata trova applicazione in Italia con la legge n. 626 (art. 16), che però non pone l'accento su possibili rischi derivanti dallo svolgimento delle proprie mansioni professionali, e si sofferma maggiormente sul contenuto di questa sorveglianza sanitaria obbligatoria, definendo tempi, modi e qualifica del medico competente preposto. L'articolo inoltre sembra delegare alla sorveglianza sanitaria solo il compito di selezionare le persone adatte a certi compiti, scartando quelle che presentino già caratteristiche o patologie tali da renderle non idonee a un particolare tipo di lavoro:

*“La sorveglianza sanitaria comprende: a) accertamenti preventivi intesi a constatare l'assenza di controindicazione al lavoro cui i lavoratori sono destinati, ai fini della valutazione della loro idoneità alla mansione specifica; b) accertamenti periodici per controllare lo stato di salute dei lavoratori ed esprimere il giudizio di idoneità alla mansione specifica.”*

È curioso osservare come il danno alla salute del lavoratore venga valutato solo come una perdita dei requisiti idonei per la propria qualifica professionale e non come una violazione del diritto fondamentale alla salute dell'individuo; infatti:

*“Gli accertamenti comprendono esami clinici e biologici e indagini diagnostiche mirati al rischio ritenuti necessari dal medico competente”.*

La necessità di effettuare taluni esami più specifici rispetto ad altri viene delegata al parere favorevole del medico competente, ma non viene resa obbligatoria dall'articolo di legge, che si limita in questo modo ad ammettere l'esistenza di agenti di rischio ma non elabora misure mirate a ridurli.

Nella Direttiva 2004/40/CE si va invece a correggere il tiro, stabilendo l'importanza del diritto alla salute e chiarendo il fatto che l'esposizione a campi elettromagnetici può provocare effetti nocivi alla salute, alcuni di questi sono ancora in fase di studio, ma nonostante ciò vale la pena di cercare, con gli attuali progressi tecnici, di ridurre l'esposizione e diagnosticare per tempo l'insorgenza delle malattie ad essa

collegate (art. 8, par. 1):

*“Ai fini della prevenzione e della diagnosi precoce di qualunque effetto negativo per la salute imputabile all’esposizione a campi elettromagnetici, una adeguata sorveglianza sanitaria è effettuata a norma dell’articolo 14 della Direttiva 89/391/CEE.”*

Ci si augura che la legislazione italiana, al momento di recepire la direttiva in questione, contenga riferimenti precisi, integrati con le procedure da seguire, ad esami e metodi diagnostici volti a scoprire le patologie legate all’esposizione a radiazioni non ionizzanti.

Interessante per i nostri fini è anche la seconda parte del par. 1 dell’articolo 8 sopra citato:

*“In ogni caso, dove venisse rilevata un’esposizione superiore ai valori limite, i lavoratori in questione devono potersi sottoporre a un controllo medico, in conformità del diritto e della prassi nazionali. Qualora venga rilevato un danno alla salute derivante da tale esposizione, il datore di lavoro effettua una rivalutazione dei rischi a norma dell’art. 4.”*

Il che va a ribadire l’impossibilità, in ogni caso, di oltrepassare la soglia stabilita dai valori limite di esposizione e l’obbligo, da parte del datore di lavoro, di aggiornare periodicamente la valutazione dei rischi, a maggior ragione se un dipendente ha subito un danno causato dall’esposizione alle radiazioni.

### ***1.5.6 Informazione e formazione dei lavoratori***

La compilazione del documento di valutazione dei rischi ha come fine ultimo anche quello di offrire ai lavoratori un’adeguata informazione sulla loro posizione lavorativa, mettendoli al corrente dei possibili effetti sulla salute causati dall’esposizione a campi elettromagnetici. Una volta che il lavoratore sia informato sui possibili pericoli, la direttiva suppone che egli sia in grado, come conseguenza, di evitarlo o comunque di adoperarsi per minimizzarlo, guadagnando in questo modo sulla

salvaguardia della propria salute e venendo incontro anche all'interesse del datore di lavoro che nessuno si faccia del male nella sua azienda e sotto la sua responsabilità.

È l'art. 6 a occuparsi di questa materia:

*“... il datore di lavoro garantisce che i lavoratori esposti a rischi derivanti da campi elettromagnetici sul luogo di lavoro e/o i loro rappresentanti ricevano le informazioni e la formazione necessarie in relazione al risultato della valutazione dei rischi...”.*

Sempre secondo lo stesso articolo, l'informazione al lavoratore deve essere data con particolare riguardo ad alcuni punti che, oltre alle misure adottate da questa direttiva, la natura e la valutazione dei valori limite di esposizione e dei valori di azione, i risultati ottenuti con la valutazione dei rischi, comprendono anche:

*“d) le modalità per individuare e segnalare gli effetti negativi dell'esposizione per la salute;”*

*“e) le circostanze in cui i lavoratori hanno diritto a una sorveglianza sanitaria;”*

*“f) le procedure di lavoro sicure per ridurre al minimo i rischi derivanti dall'esposizione.”*

Si vede come la direttiva spinga per una partecipazione attiva dei lavoratori passibili di esposizione a campi elettromagnetici; questo è dovuto al fatto che, partendo comunque dalla convinzione che una situazione di rischio zero non corrisponde al reale stato delle cose (di qualsiasi ambito si stia parlando), si suppone che una persona informata della natura dei rischi a cui è esposta, sia anche in grado di valutarli meglio e quindi pesarli con i corrispondenti benefici che, nel caso positivo, dovrebbero avanzare i possibili rischi, appunto.

Tali concetti sono espressi chiaramente dall'Organizzazione Mondiale della Sanità (WHO - OMS) nel promemoria n. 184 del maggio 1998, intitolato: *“CAMPI ELETTROMAGNETICI E SALUTE PUBBLICA: percezione dei rischi dei campi*

*elettromagnetici nel pubblico*". In via generale, l'OMS valuta che la percezione del rischio varia a seconda dell'età, del sesso, delle basi culturali e del grado di istruzione della persona; ma ci sono altri fattori che, in relazione alla problematica dei campi elettromagnetici, contribuiscono ad aumentare la percezione dei rischi correlati:

- l'esposizione involontaria rispetto a quella volontaria: ad esempio, le persone che possiedono telefoni cellulari tendono a considerare come trascurabili i rischi dovuti ai campi a radiofrequenza (anche molto elevati) emessi dagli apparecchi che hanno scelto volontariamente di usare;
- la mancanza di controllo personale rispetto alla sensazione di controllo di una situazione: se le persone non hanno alcun diritto di parola, ad esempio sull'installazione di un impianto o sulla sua pericolosità, automaticamente percepiscono come elevati i rischi che ne derivano;
- un rischio familiare rispetto a uno non familiare: la familiarità con la situazione o la sensazione di comprendere la tecnologia, aiutano a ridurre il livello del rischio percepito; inoltre il grado di rischio percepito aumenta notevolmente se non c'è una completa comprensione scientifica del potenziale effetto sulla salute di una particolare situazione o tecnologia;
- un rischio drammatico rispetto a uno non drammatico: malattie e infermità gravi, soprattutto in età infantile, sono temute più di altre; per questo anche una remota possibilità di agonia e invalidità dovuta a campi elettromagnetici, suscita una particolare attenzione;
- equità rispetto a disparità: se le persone sono esposte, ad esempio, alle radiazioni di un elettrodotto che non porta energia alla loro comunità, o a quelle di una stazione di telefonia mobile e non usano questa tecnologia, giudicano la situazione non equa e non sono disposti ad accettare nessuno dei rischi associati.

Le nuove tecnologie basate sui campi elettromagnetici, secondo una consuetudine che sta prendendo piede, tendono a generare sfiducia e paura nel pubblico e per questo la Comunità europea mira a instaurare un efficace sistema di informazione e comunicazione tra scienziati e governi, industria e pubblico, in modo da valutare i

rischi reali e arrivare a confrontarli con quelli percepiti.

Resta il fatto che l'esposizione lavorativa, pur rientrando in questo contesto, tuttavia merita comunque una trattazione specifica, in quanto i lavoratori spesso tendono a trascurare i rischi della loro attività nell'azienda, ritenendo in ogni modo che quella di lavorare è una necessità inevitabile. È una mentalità diffusa che trova radici in molti anni di lavoro intenso (per chiamarlo in modo eufemistico) e di relativo silenzio da parte dei lavoratori, che non avevano voce in capitolo riguardo al processo produttivo cui prendevano parte: attualmente appare però molto conveniente a entrambe le parti un dialogo sui possibili meccanismi di infortunio sul lavoro, da parte dei dipendenti per un motivo di prevenzione e da quella dei datori di lavoro per evitare il lato economico e legale degli infortuni.

Nel caso degli effetti nocivi alla salute causati da campi elettromagnetici, questa appare l'unica strada percorribile: poiché si è visto che i sintomi non sempre sono evidenti, i lavoratori devono avere coscienza della loro situazione e riferire ai propri superiori ogni alterazione dello stato di salute personale che ritengono sia imputabile all'esposizione a radiazioni non ionizzanti; per fare questo però devono essere necessariamente informati e formati sulla tecnologia che usano e sulle sue interazioni con il corpo umano; infine sarà il datore di lavoro che, sulla base della sua più approfondita conoscenza in materia o su quella dei suoi collaboratori, decide se attivare o meno la sorveglianza sanitaria del caso.

### ***1.5.7 La formazione dei lavoratori in Italia: i termini di legge***

Non si sa ancora come verrà recepita in Italia la Direttiva europea 2004/40/CE, tuttavia ci si può fare un'idea delle possibili leggi che verranno approvate, dando un'occhiata a quanto è stato prescritto con il Decreto legislativo n. 626, già più volte citato in questa trattazione.

Per quanto concerne il tema dell'informazione e della formazione dei lavoratori, l'art. 11 del decreto, intitolato "*Riunione periodica di prevenzione e protezione dei rischi*", istituisce obbligatoriamente con cadenza almeno annuale un'incontro atto a informare i lavoratori sui rischi legati alle loro attività. La riunione è obbligatoria solo per le unità produttive che impieghino più di 15 dipendenti e devono partecipare:

- il datore di lavoro oppure un suo rappresentante;
- il responsabile del servizio di prevenzione e protezione dai rischi;
- il medico competente, se previsto;
- il rappresentante dei lavoratori per la sicurezza.

La riunione prende spunto dal documento di valutazione dei rischi che deve essere stato redatto in precedenza dal datore di lavoro: i partecipanti all'assemblea lo sottopongono al loro esame, insieme all'idoneità dei dispositivi di protezione individuale proposti e ai programmi studiati per l'informazione e la formazione dei lavoratori.

Tutto il lavoro va ripetuto e revisionato in occasione di eventuali e significative variazioni del processo di produzione o dei metodi di lavoro, che comportino anche un cambiamento nella condizione di esposizione al rischio, tenendo sempre in considerazione la possibile introduzione di nuove tecnologie che abbiano riflessi su sicurezza e salute dei lavoratori.

La questione viene ulteriormente approfondita nell'articolo 21: *“Informazione dei lavoratori”*, nel quale si predispone affinché il datore di lavoro fornisca ai propri dipendenti un'adeguata informazione riguardo ad alcuni aspetti fondamentali:

- i rischi per la salute e la sicurezza connessi all'attività dell'impresa;
- quali sono le misure e le attività di prevenzione che sono state prese a riguardo;
- i rischi specifici legati alla singola attività svolta, con le corrispondenti normative di sicurezza e disposizioni aziendali.

L'articolo in particolare poi continua citando l'obbligo di informare gli operatori addetti sui pericoli connessi a sostanze e preparati pericolosi, sulle procedure antincendio e di evacuazione che non interessano in questa sede, nonché sull'opportunità di indicare il responsabile del servizio di protezione e i nominativi dei colleghi a cui rivolgersi per l'applicazione di queste norme.

Infine, degno di nota è anche il successivo art. 22, intitolato appunto *“Formazione dei lavoratori”*, in cui si individuano i momenti in cui deve avvenire

l'addestramento degli operatori:

- all'assunzione;
- al trasferimento o al cambiamento di mansioni;
- all'introduzione di nuove attrezzature o tecnologie di lavoro, di nuove sostanze o preparati pericolosi.

Il quadro normativo in questo senso è tutt'altro che vago, anzi entra nel merito della prevenzione degli infortuni sul lavoro con chiarezza e meticolosità; basterebbe solo poter applicare direttamente quanto visto ai rischi provocati da campi elettromagnetici: il pericolo causato da questi infatti richiede conoscenze e capacità specifiche che, se non sono possedute in azienda come know-how o come patrimonio personale di uno dei dipendenti, vanno per forza ricercate in consulenti esterni o in esperti del settore, con gli evidenti vantaggi e svantaggi del caso.

Evidentemente per i campi elettromagnetici manca ancora una cultura, per così dire, "popolare" che consenta alla gente di attuare già in maniera assolutamente autonoma e volontaria le elementari misure di sicurezza e prevenzione personale; sicuramente questo atteggiamento maturerà di pari passo con i risultati della ricerca scientifica che, solo presentando cause certe e inconfutabili di quelle patologie che oggi sono ancora gravi piaghe sociali, riuscirà a suscitare nell'opinione pubblica quell'interesse necessario a far applicare in modo concreto, ma soprattutto spontaneo, quelle misure e procedure che ora possono apparire complicate e artificiose.

### ***1.5.8 Le sanzioni***

L'applicazione di eventuali sanzioni per chi non rispetterà le regole, in base all'art. 9 della Direttiva 2004/40/CE, è delegata agli stati membri nell'eventualità di:

*"... violazione della normativa nazionale adottata ai termini della presente direttiva."*

Appare interessante anche la successiva specificazione:

*“Le sanzioni devono essere effettive, proporzionate e dissuasive.”*

La direttiva comunitaria specifica bene come dovrebbe essere la natura dei provvedimenti sanzionatori contro chi non rispetta i valori soglia di sicurezza contro i danni provocati dai campi elettromagnetici: effettivi e proporzionati nel senso che devono essere fatti pagare concretamente ed essere commisurati con l'entità del danno probabile o di quello prodotto, ma soprattutto dissuasivi perché devono impedire la trasgressione delle regole anche a chi sarebbe tentato di tenere valori di campo fuori norma e cavarsela poi con il pagamento di un'ammenda pecuniaria.

A questo punto, bisogna dire che in Italia non c'è ancora una normativa nazionale che metta in pratica quanto specificato dalla direttiva europea, ma può essere interessante spendere qualche riga per vedere come lo Stato italiano abbia istituito sanzioni sulle esposizioni a campi elettromagnetici nella Legge n. 36 del 2001, sulla protezione dalle esposizioni a campi elettrici, magnetici ed elettromagnetici.

Le multe sono espresse ancora in lire e si riferiscono ai casi in cui l'esercizio o l'impiego di un impianto, che generi campi elettrici, magnetici ed elettromagnetici, che superino i valori limite di esposizione o i valori di attenzione che dovevano essere stabiliti da un successivo decreto del Presidente del Consiglio dei Ministri, non costituisca reato, caso in cui trovano applicazione le pene stabilite dal Codice Civile o Penale; comunque le cifre approvate sono le seguenti:

- da 2 a 600 milioni di lire (da circa 1000 a 300.000 euro) per chi superi i valori limite di esposizione e i valori di attenzione; la sanzione è applicabile anche per chi ha in corso piani di risanamento, se questi non rispettano i limiti e tempi previsti;
- da 2 a 200 milioni di lire (da circa 1000 a 100.000 euro) per chi violi le misure di tutela, raddoppiata nel caso di recidiva;
- la sospensione da 2 a 4 mesi delle autorizzazioni, concessioni o licenze per l'installazione e l'esercizio degli impianti, in caso di inosservanza delle prescrizioni previste;
- da 2 a 600 milioni di lire (da circa 1000 a 300.000 euro) per l'inosservanza delle norme sulle informazioni che i fabbricanti di apparecchi e dispositivi di uso domestico, individuale e lavorativo, generanti campi elettromagnetici,

sono tenuti a fornire agli utenti mediante apposite etichettature o schede informative.

In Italia dunque la sanzione massima si attesta intorno ai 300 mila euro, ma la cifra non tiene in conto gli eventuali risarcimenti in favore dei danneggiati, che vengono sanciti nei termini della giurisprudenza civile.

## **1.6 Gli obblighi dei produttori di macchinari che emettono radiazioni elettromagnetiche**

Fino ad ora è stato trattato il problema dell'esposizione professionale ai campi elettromagnetici solo dal punto di vista interno all'impresa: il datore di lavoro decide di utilizzare una certa tecnologia, con rischi connessi all'emissione di radiazioni elettromagnetiche, per dare un valore aggiunto al processo di produzione o al prodotto finale; ma l'installazione e messa in opera di tali sistemi fa riferimento sicuramente ad un'azienda esterna che funge da fornitore della nuova tecnologia.

La questione della prevenzione dei possibili danni causati dalle esposizioni a campi elettromagnetici deve essere stato già affrontato dal fornitore, il quale deve certificare che l'apparecchiatura che va a vendere ad un'altra impresa rispetti certi limiti di emissione di radiazioni; inoltre, una volta installati i sistemi e addestrati gli addetti alle operazioni, la ditta fornitrice ha obblighi anche a riguardo della manutenzione dell'impianto, di cui deve garantire il mantenimento delle prestazioni attraverso la sostituzione dei componenti soggetti a usura compresi nelle operazioni di ordinaria manutenzione, ma anche con le operazioni di intervento straordinarie a seconda del tipo di contratto che è stato stipulato.

Nei paragrafi che seguono, si cercherà di dare un quadro generale su quali siano gli obblighi e le responsabilità dei produttori di macchinari e apparecchiature in grado di generare campi elettromagnetici; per fare ciò, il punto di partenza sarà la specifica normativa macchine EN 12198 (prima e seconda parte) compilata dal CEN, ovvero Comité Européen de Normalisation, intitolata *Sicurezza delle macchine – Valutazione e riduzione dei rischi derivanti dalle radiazioni emesse dalle macchine* (traduzione da:

“Safety of machinery – Assessment and reduction of risks arising from radiation emitted by machinery) in cui sono indicati gli attuali standard europei in materia.

### ***1.6.1 Le più diffuse applicazioni elettrotermiche in ambito industriale***

Limitatamente agli impieghi industriali, le più comuni applicazioni di tecnologie in grado di generare campi elettromagnetici nell’ambiente, riguardano le macchine per riscaldamento che operano alla frequenza di rete (50 Hz) generalmente a radiofrequenza e a microonde, trasformando in modo rapido e secondo cicli prestabiliti l’energia elettrica, magnetica ed elettromagnetica in calore localizzato all’interno del materiale trattato.

La scelta di utilizzare la conversione dell’energia elettrica in energia termica in un processo può non essere sempre determinata da considerazioni sul costo dell’energia; da questo punto di vista può capitare che sia più conveniente un riscaldamento a combustibile, ma a far ricadere la scelta su un processo elettrotermico possono essere altri fattori quali: la qualità finale del prodotto, la semplicità di realizzazione, la facile automazione del processo, il risparmio di materiale o la flessibilità della produzione.

Come rovescio della medaglia, l’impiego di correnti elevate implica la nascita di campi elettromagnetici che possono provocare danni alla salute delle persone che vi si trovano esposte.

Esistono vari tipi di riscaldatori, secondo le caratteristiche elettromagnetiche (frequenza, tipo di applicatore, campo generatore, ecc.) e secondo le specifiche applicazioni.

*Tabella XI*

<b><i>Tipo di processo</i></b>	<b><i>Intervallo di frequenza</i></b>
<i>Induzione: fusione di metalli</i>	50 Hz - 10 MHz
<i>Induzione: lavorazioni a caldo</i>	50 Hz - 10 MHz
<i>Induzione: trattamenti termici</i>	2 kHz - 5 GHz
<i>Perdite dielettriche</i>	13,56 kHz - 100 MHz
<i>Microonde</i>	915 MHz e 2,45 Ghz

*Frequenze di utilizzo dei più comuni processi elettrotermici.*

I riscaldatori a perdite dielettriche sono impiegati nell'industria del legno (incollaggi, laminazione, piegatura a caldo) con frequenze di 3 – 27,12 MHz, della plastica (saldatura, preriscaldamento di resine termoidurenti per stampaggi) con frequenze di 10 - 50 MHz, nell'industria tessile (essiccatori, riscaldamento di filati di lana in balle). Tali macchine sono usate per trattare materiali dalle proprietà elettromagnetiche tali per cui possono essere considerati simili ad un dielettrico.

Sono composti da un generatore (con potenza da alcune centinaia di W fino a decine di kW, a seconda delle applicazioni) che producono energia elettrica a tensione e frequenza più elevate di quella di rete e da un applicatore a facce metalliche piane e parallele a forma di condensatore entro il quale viene posto il mezzo da riscaldare. L'energia prodotta viene trasferita sull'applicatore a condensatore attraverso un collegamento elettrico, generalmente costituito da due strisce metalliche. Il condensatore accoppia l'energia ad alta frequenza all'oggetto da trattare, serrato da una pressa idraulica. Nella zona ove è posto il materiale da riscaldare vengono prodotti forti campi elettrici (alcune decine di kV/m): il campo elettrico è quindi l'agente inquinante principale nello spazio libero in vicinanza dell'apparecchio. Il campo magnetico è viceversa limitato alla zona limitrofa alle strisce di collegamento tra generatore e applicatore ove sono localizzate le correnti ad alta frequenza.

Un'installazione a regola d'arte, un'adeguata messa a terra e una buona schermatura dell'impianto possono favorire un decadimento molto rapido del campo elettrico con la distanza dal bordo dell'applicatore, confinando il rischio alle immediate vicinanze del riscaldatore. In situazioni non ottimali, su strutture metalliche poste in vicinanza della macchina (tubi di aspirazione, binari di trasporto dei materiali) possono manifestarsi campi elettrici "guidati" e trasportati anche ad elevate distanze, pur riducendosi rapidamente allontanandosi dalle strutture metalliche stesse.

I riscaldatori ad induzione magnetica sono impiegati nell'industria siderurgica (per tempra superficiale, ricotture, riscaldamento di metalli per stampaggio a caldo, saldatura di tubi) e nell'industria elettronica (raffinamento di semiconduttori, riscaldamento sottovuoto, produzione di fibre ottiche). Tali macchine sono composte da un generatore ad alta frequenza (da qualche centinaia di Hz e pochi MHz, ma prevalentemente da 0.2 a 0.5 MHz per tempra ad induzione e saldatura di tubi) con potenze da centinaia di kW (tempra ad induzione) fino a migliaia di kW (saldatura di

tubi), e da un induttore che rappresenta l'applicatore, che può essere del tipo a spira o a bobina, raffreddato ad acqua. L'energia prodotta dal generatore viene trasferita attraverso l'induttore al materiale da riscaldare attraverso forti campi magnetici generati dalle correnti RF indotte circolanti in esso e concentrate nella zona da riscaldare. I campi magnetici dispersi sono confinati nelle vicinanze dell'induttore e decadono rapidamente allontanandosi da esso. Vicino agli applicatori si generano comunque anche campi elettrici non trascurabili con linee di forza fino ai poli dell'applicatore.

I riscaldatori a microonde sono impiegati nell'industria cartiera (essiccamento della pasta di cellulosa), nell'industria alimentare (forni a microonde per pre-cottura, sterilizzazione di granaglie), nell'industria chimica (essiccamento di laminati o fili di plastica, vulcanizzazione della gomma). Funzionano a frequenze prestabilite di 915 e 2.450 MHz con potenze da qualche kW a centinaia di kW. Un'efficiente schermatura con assenza di fessure sulle guarnizioni degli sportelli di carico e scarico dei materiali dovrebbe garantire un buon grado di sicurezza per gli utilizzatori.

### ***1.6.2 Emissioni funzionali ed emissioni indesiderate***

La normativa macchine europea distingue vari tipi di emissione di radiazione legati allo svolgimento di un particolare processo produttivo con l'ausilio di attrezzature e apparecchiature alimentate da corrente elettrica:

- emissione funzionale di radiazioni;
- emissione indesiderata di radiazioni;
- emissione insignificante di radiazioni.

Un'*emissione funzionale di radiazioni* è necessaria ad una macchina al fine di svolgere la propria funzione nell'area di processo; la normativa riporta l'esempio di un fascio di radiazioni usato per misurare uno spessore.

D'altro canto un'*emissione indesiderata di radiazioni* viene definita come qualsiasi altro tipo di radiazioni che non siano tra quelle funzionali e che vengano emesse in qualunque punto al di fuori dell'area di processo; l'esempio riportato è la fuga di radiazioni da una stampante nella quale l'inchiostro venga asciugato da una radiazione in ultravioletto.

Infine un' *emissione insignificante di radiazioni* è definita come un' emissione o un campo elettromagnetico la cui intensità è talmente bassa da non influenzare la classificazione della macchina in base ai criteri che saranno esposti nel seguito della trattazione.

L'ultima definizione di base che viene fornita è quella di *superficie accessibile*: si tratta della ipotetica superficie che avvolge la macchina, a partire dalla quale è possibile collocare i punti di misurazione e quindi determinare i livelli di radiazione emessa.

La classificazione dello spettro elettromagnetico data dalle leggi della fisica è valida in assoluto e in ogni tipo di trattazione; il Comitato Europeo di Normalizzazione però, ai fini della classificazione delle macchine in base alle radiazioni emesse, divide lo spettro in un numero limitato di intervalli a seconda della frequenza e della lunghezza d'onda; la classificazione è quella seguente, riportata nella Tabella XII.

La Normativa macchine considera onde elettromagnetiche tutte quelle caratterizzate da una frequenza superiore ai 30 kHz e le associa all'ambito più generale delle radiofrequenze, mentre per frequenze più basse (fino a 30 kHz) si hanno fenomeni che generano campi elettrici e magnetici di tipo statico e, come nella nomenclatura tradizionale, si può parlare di frequenze estremamente basse (ELF) e basse (LF).

Per l'intervallo delle radiazioni ionizzanti, cioè con frequenze maggiori di 300 GHz, la distinzione avviene in base alla lunghezza d'onda  $\lambda$  per andare a cadere nello spettro rispettivamente dell'infrarosso, della luce visibile e dell'ultravioletto, considerando la lunghezza d'onda decrescente.

*Tabella XII*

<b>Frequenza Lunghezza d'onda</b>	<b>Natura</b>	<b>Tipo</b>
<b><math>0 &lt; f &lt; 30 \text{ kHz}</math></b>	campi elettrici e/o magnetici	frequenze basse ed estremamente basse
<b><math>30 \text{ kHz} &lt; f &lt; 300 \text{ GHz}</math></b>	onde elettromagnetiche	radiofrequenze
<b><math>1 \text{ mm} &gt; \lambda &gt; 780 \text{ nm}</math></b>	radiazioni ottiche	infrarosso
<b><math>780 \text{ nm} &gt; \lambda &gt; 380 \text{ nm}</math></b>	radiazioni ottiche	radiazioni visibili
<b><math>380 \text{ nm} &gt; \lambda &gt; 100 \text{ nm}</math></b>	radiazioni ottiche	ultravioletto

*Classificazione delle radiazioni non ionizzanti secondo la Normativa macchine EN 12198-1.*

Questa è solo una delle possibili classificazioni delle radiazioni emesse da una macchina, che altresì possono essere distinte in base all'intensità, alla durata, alla frequenza come già è stato visto e alla distribuzione spaziale e spettrale.

### ***1.6.3 La procedura generale di compilazione del risk assessment***

La normativa EN 1050 (*Safety of machinery – Principles for risk assessment*) prevede già che il costruttore effettui una valutazione dei rischi della macchina che ha realizzato; questo documento deve includere i seguenti punti fondamentali di interesse:

- la determinazione dei limiti della macchina;
- l'individuazione di tutti i possibili incidenti che potrebbero verificarsi (*hazards*);
- una stima e valutazione dei rischi.

Una volta realizzato questo documento, se il costruttore verifica l'esistenza di rischi troppo alti, che sono inaccettabili per chi andrà ad usare le apparecchiature in questione, deve provvedere ad applicare misure di riduzione per riportare il livello di pericolo all'interno di un intervallo di conformità considerato sicuro per convenzione tra le parti. Una volta fatto ciò, deve anche andare a ripetere la compilazione del risk assessment, stilando un documento ex novo oppure aggiornando solo le parti necessarie.

Chiaro che i produttori di apparati in grado di generare campi elettromagnetici devono assolvere a delle procedure meno specifiche rispetto all'acquirente degli stessi, in quanto devono dare una prima certificazione della sicurezza di macchina, convalidando con misurazioni concrete ciò che era stato previsto con i calcoli di progetto.

In particolare, per i rischi collegati all'emissione di radiazioni, il costruttore della macchina deve produrre un documento di *risk assessment* e *risk reduction* che sia composto delle parti seguenti:

- un'assegnazione dei rischi dovuti alle emissioni di ogni tipo di radiazione;
- l'applicazione di misure adeguate per eliminare o ridurre l'emissione di

- radiazioni, in modo da raggiungere i requisiti di emissione;
- la verifica della conformità con i requisiti degli standard specificati nella normativa.

#### ***1.6.4 L'assegnazione dei rischi dovuti alle emissioni di ogni tipo di radiazione***

Il costruttore deve prevedere in fase di progetto e verificare nella successiva fase di collaudo quali siano le emissioni prodotte dal funzionamento della macchina; una volta identificate, deve assegnare i rischi per ogni radiazione, prevedendo ogni possibile tipo di esposizione che plausibilmente si verificherà nel ciclo di vita dell'attrezzatura.

Ci sono tre principali meccanismi da cui possono derivare le emissioni di radiazione di cui si sta parlando:

- l'intera macchina nella sua complessità, o solo una parte di essa;
- il materiale lavorato nella macchina;
- l'interazione tra il macchinario e il materiale che si sta processando.

Tutte queste considerazioni devono essere ripetute non solo per il normale funzionamento della macchina, ma devono tenere in conto anche le necessarie fasi di settaggio e pulizia, nonché i possibili guasti, le anomalie di funzionamento o l'impiego in condizioni diverse da quelle di progetto, pure se sconsigliate dal produttore; il costruttore della macchina deve fornire al suo acquirente un impianto sicuro a priori, tenendo ampi margini di sicurezza già in fase progettuale, ipotizzando che il prodotto realizzato venga sempre usato nelle peggiori condizioni: solo in questo modo si riesce a garantire ai lavoratori un alto grado di prevenzione da infortuni, in primo luogo, senza dimenticare una buona precauzione contro i probabili effetti secondari a lungo termine che, nel caso di esposizione a radiazioni elettromagnetiche, rivestono un ruolo di importanza non trascurabile.

### ***1.6.5 La categoria di macchina secondo il livello di emissione di radiazioni***

Il risultato di tutto il lavoro di valutazione dell'emissione di radiazioni e di assegnazione del rischio specifico viene sintetizzato attribuendo alla macchina l'appartenenza ad una delle tre classi che coprono tutti i possibili livelli di pericolosità; le tre categorie con i rispettivi requisiti di sicurezza sono specificate nella Tabella XIII:

*Tabella XIII*

<b><i>Categoria</i></b>	<b><i>Restrizioni e misure protettive</i></b>	<b><i>Informazione e addestramento</i></b>
<b><i>0</i></b>	nessuna restrizione	non è necessaria nessuna informazione
<b><i>1</i></b>	limitazioni di accesso; possono essere necessarie misure protettive	informazioni su incidenti, rischi ed effetti secondari
<b><i>2</i></b>	sono essenziali restrizioni particolari e misure protettive	informazioni su incidenti, rischi ed effetti secondari; necessario un addestramento degli operatori

*Classificazione delle macchine secondo i livelli di emissione di radiazioni.*

I numeri attribuiti alle tre classi partono dallo 0 per indicare un macchinario che non genera radiazioni o che, quelle che è in grado di generare, non hanno un'intensità tale certificata in grado da provocare danno alla salute delle persone addette al suo funzionamento, ed arrivano al 2, con cui si designa un'apparecchiatura potenzialmente pericolosa e che richiede particolari precauzioni durante l'uso e uno specifico addestramento del personale preposto.

L'assegnazione ad una di queste categorie viene effettuata per ogni tipo di radiazione generata e per ogni fase di funzionamento, tenendo conto in quest'ultimo aspetto anche del fatto che l'emissione può variare con il cambiamento delle condizioni ambientali o di esercizio durante i vari cicli di funzionamento: la categoria globale e definitiva, secondo cui dovrà essere marchiata la macchina, viene definita quindi come il numero più alto delle categorie determinate per tutti i differenti tipi di radiazioni durante le fasi di settaggio, funzionamento e pulizia che si susseguono nell'uso della macchina.

Se, infine, sono presenti delle emissioni indesiderate, cioè in nessun modo

collegate alla funzione di processo dell'apparecchiatura costruita, ma presenti come effetto secondario, queste devono essere per principio assolutamente eliminate adottando gli accorgimenti opportuni nelle fasi di progetto e di realizzazione; nel caso in cui non fosse possibile l'annullamento delle radiazioni non desiderate, la norma dispone che siano almeno ridotte fino ai limiti che fanno rientrare la macchina nella categoria 0 di emissione.

### ***1.6.6 Requisiti tecnici per la classificazione delle macchine (fino a 300 GHz)***

Nell'appendice B della normativa EN 12198-1 si trovano le correlazioni tecniche tra il livello di emissione di radiazioni e la categoria di emissione; in questo modo si possono effettuare le misurazioni del caso e far rientrare l'apparecchio nelle classe 0, 1 o 2 che gli compete.

Le correlazioni vengono definite separatamente per:

- ultravioletto e radiazione visibile, con lunghezza d'onda compresa nell'intervallo tra 180 e 400 nm;
- radiazione visibile, con lunghezza d'onda compresa nell'intervallo tra 400 e 700 nm;
- radiazioni visibile e infrarosso, nell'intervallo di lunghezza d'onda compreso tra 700 nm e 1 mm;
- onde e campi elettrici, magnetici ed elettromagnetici con frequenze fino a 300 GHz.

In questa sede verrà riportato solo l'ultimo dei quattro casi sopra citati, poiché gli impianti di produzione presenti in ambiente industriale, cioè l'ambito di interesse di questa tesi, funzionano generalmente con le tecnologie a radiofrequenze o a microonde (fino a 300 GHz), che sono anche le uniche per cui si hanno come paragone le indicazioni delle linee guida ICNIRP nonché della legislazione comunitaria europea.

I valori dei parametri necessari alla classificazione vanno misurati ad una distanza pari a 25 cm dalla superficie accessibile della macchina e si intendono come

media su un intervallo temporale pari a:

- 6 minuti per frequenze maggiori di 100 kHz;
- 1 secondo per frequenze minori di 100 kHz.

Le quantità per correlare il livello di emissione della macchina con la rispettiva categoria di appartenenza sono date in termini di intensità di campo elettrico (E), intensità di campo magnetico (H), induzione magnetica (B) e densità di potenza dell'onda piana equivalente ( $P_{eq}$ ); tali quantità sono espresse in Tabella 14 e Tabella 15.

*Tabella XIV*

<i>Frequenza</i>	<i>E</i> [V/m]	<i>H</i> [A/m]	<i>B</i> [μT]	<i>P<sub>eq</sub></i> [W/m <sup>2</sup> ]
<b>1 - 8 Hz</b>	10.000	$3,2 \cdot 10^4 / f^2$	$4 \cdot 10^4 / f^2$	-
<b>8 - 25 Hz</b>	10.000	4.000/f	5.000/f	-
<b>0,025 - 0,8 kHz</b>	250/f	4/f	5/f	-
<b>0,8 - 3 kHz</b>	250/f	5	6,25	-
<b>3 - 150 kHz</b>	87	5	6,25	-
<b>0,15 - 1 MHz</b>	87	0,73/f	0,92/f	-
<b>1 - 10 MHz</b>	$87/f^{0,5}$	0,73/f	0,92/f	-
<b>10 - 400 MHz</b>	27,5	0,073	0,092	2
<b>400 - 2000 MHz</b>	$1,375 \cdot f^{0,5}$	$0,0037 \cdot f^{0,5}$	$0,0046 \cdot f^{0,5}$	f/200
<b>2 - 300 GHz</b>	61	0,16	0,20	10

Note:

- 1) Tutti i valori si intendono come media quadratica (rms) in campo imperturbato;
- 2) Per calcolare i valori in funzione della frequenza, immettere il valore dell'unità di misura come nella prima colonna.

*Normativa macchine EN 12198-1 – Quantità massime per classificazione in categoria 0.*

Tabella XV

<i>Frequenza</i>	<i>E</i> [V/m]	<i>H</i> [A/m]	<i>B</i> [μT]	<i>P<sub>eq</sub></i> [W/m <sup>2</sup> ]
<b>1 - 8 Hz</b>	20.000	$1,63 \cdot 10^5 / f^2$	$2 \cdot 10^5 / f^2$	-
<b>8 - 25 Hz</b>	20.000	$2 \cdot 10^4 / f$	$2,5 \cdot 10^4 / f$	-
<b>0,025 - 0,82 kHz</b>	500/f	20/f	25/f	-
<b>0,82 - 65 kHz</b>	610	24,4	30,7	-
<b>0,065 - 1 MHz</b>	610	1,6/f	2/f	-
<b>1 - 10 MHz</b>	610/f	1,6/f	2/f	-
<b>10 - 400 MHz</b>	61	0,073	0,2	10
<b>400 - 2000 MHz</b>	$3 \cdot f^{0,5}$	$0,008 \cdot f^{0,5}$	$0,01 \cdot f^{0,5}$	f/40
<b>2 - 300 GHz</b>	137	0,36	0,45	50

Note:

- 1) Tutti i valori si intendono come media quadratica (rms) in campo imperturbato;
- 2) Per calcolare i valori in funzione della frequenza, immettere il valore dell'unità di misura come nella prima colonna.

*Normativa macchine EN 12198-1 – Quantità massime per classificazione in categoria 1.*

Se le quantità di campo misurate sono inferiori a quelle in Tabella XIV, allora il macchinario rientra in categoria 0 di emissione; se sono comprese tra quelle di Tabella XIV e quelle in Tabella XV, allora la categoria di emissione da assegnare è la 1; infine tutti i valori che siano superiori a quelli di Tabella XV fanno ricadere l'apparecchiatura nella categoria 2, quella più alta secondo il livello di emissione.

### ***1.6.7 Le misure protettive per l'eliminazione e la riduzione dei rischi***

Nel paragrafo precedente si è visto come una macchina in grado di emettere radiazioni elettromagnetiche debba essere certificata dal costruttore e marchiata con il numero della categoria che ne attesta il livello di emissione; si tratta di un compito da svolgere una volta che è stato realizzato il prototipo che comporta una serie di misurazioni da effettuare a partire dalla superficie esterna della macchina.

In linea del tutto generale, però, esiste una procedura da seguire anche durante la costruzione dei dispositivi, in modo da tutelare la salute dei lavoratori che li adopereranno; si tratta di alcuni principi di progettazione che si possono riassumere in due regole fondamentali:

- l'emissione di radiazioni nell'area di processo deve essere stabilita al livello più basso possibile sufficiente per le operazioni che la macchina dovrà compiere durante le fasi del suo funzionamento;
- l'emissione di radiazioni indesiderate in tutte le altre aree di lavoro deve essere eliminata o ridotta in modo che non esistano effetti sulle persone esposte o che gli effetti che si manifestano non siano pericolosi per la salute.

I due precedenti punti devono essere le linee guida per il produttore che in questo modo prende le idonee misure cautelative nella progettazione e nella realizzazione di apparati che siano, per quanto possibile, a bassa emissione di radiazioni; qualora però non si riuscisse a prendere le sufficienti misure di protezione, o per impossibilità costruttive o per qualsiasi altro fondato motivo, il produttore deve prevedere che durante l'uso della macchina siano utilizzate altre misure aggiuntive di protezione individuale, indicando quali esse siano e informando adeguatamente gli utilizzatori dell'impianto attraverso le istruzioni di uso e manutenzione che saranno consegnate al momento dell'acquisto o dell'installazione.

Le appropriate misure di riduzione dei rischi causati all'esposizione alle radiazioni devono essere scelte fra le possibilità offerte dall'attuale stato dell'arte: deve essere preferita, a scapito anche del prezzo e della facilità di realizzazione, quella tecnologia che garantisca il più alto grado di protezione dei lavoratori a rischio; il sistema di protezione dagli effetti dei campi elettromagnetici deve inoltre essere una parte integrante del progetto e non un modo per correre ai ripari correggendo degli errori fatti in precedenza.

Per quanto sia sempre riduttivo e semplicistico definire un *modus operandi* che sia valido in generale, le misure che il costruttore deve prendere in considerazione, sono nell'ordine:

- eliminare o prevenire i rischi dell'esposizione fin dalla concezione del progetto, per esempio eliminando le possibili fonti di radiazioni scegliendo un processo o delle operazioni di produzione alternative, oppure creando un ambiente che rinchiuda e isoli completamente i sistemi di lavorazione e di

- movimentazione dei materiali;
- se non è ottenibile la completa eliminazione dei rischi, almeno ridurli con gli accorgimenti elencati nell'ordine seguente:
    - a) riduzione dell'emissione intesa come riduzione del potere radiante della macchina;
    - b) riduzione dell'emissione attraverso schermatura o altri sistemi ingegneristici, che possono essere messi in pratica attraverso tecniche di filtraggio, con la messa a terra dell'impianto, con la prevenzione delle perdite e del rilascio incontrollato di radiazioni, oppure ancora con l'utilizzo durante il processo di apparecchi di misura delle radiazioni associati a dispositivi di blocco del sistema;
    - c) riduzione dell'esposizione con la separazione tra l'unità di processo e l'unità di controllo della macchina, allontanando cioè l'operatore dal luogo fisico dove è presente il campo elettromagnetico generato, ma anche vietando gli accessi non necessari nelle aree a rischio, oppure riducendo la durata dei turni di lavoro o ancora distinguendo tra le operazioni rischiose e non rischiose per esempio costruendo recinzioni parziali o edifici separati;
  - informare gli utilizzatori di tutti gli ulteriori rischi residui e stabilire ogni necessaria misura addizionale, il che implica innanzitutto di stabilire il livello di radiazione residua e indicare gli idonei equipaggiamenti per la sicurezza personale, nonché informare sui possibili effetti nocivi provocati dagli effetti secondari delle radiazioni (interferenze con pacemakers e altri dispositivi medici, produzione di ozono o altre sostanze pericolose, possibili incidenti causati dall'interferenza con altre attrezzature elettroniche nelle vicinanze).

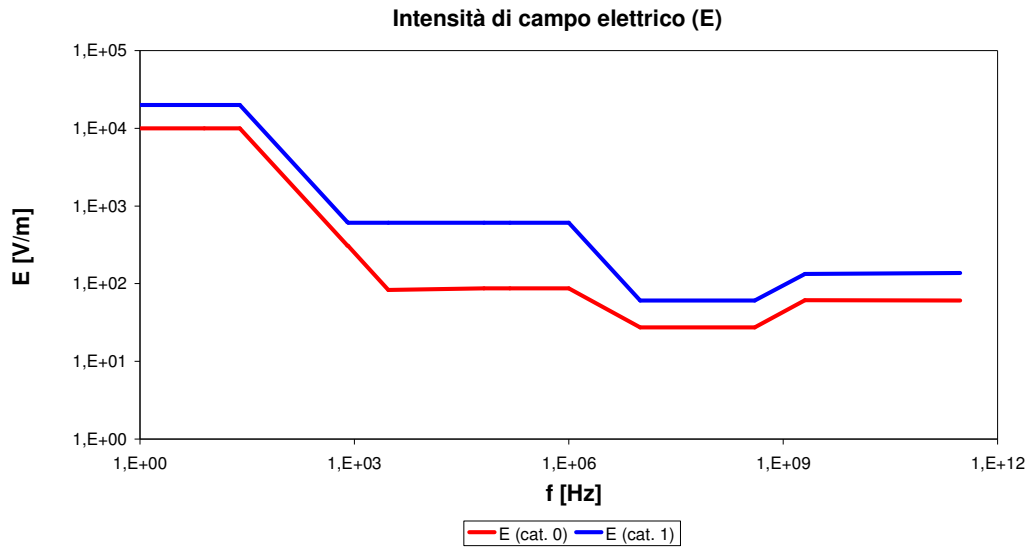


Fig. 1.6.7-1 – Normativa EN12198-1, andamento secondo la frequenza delle intensità di E per la classificazione delle macchine.

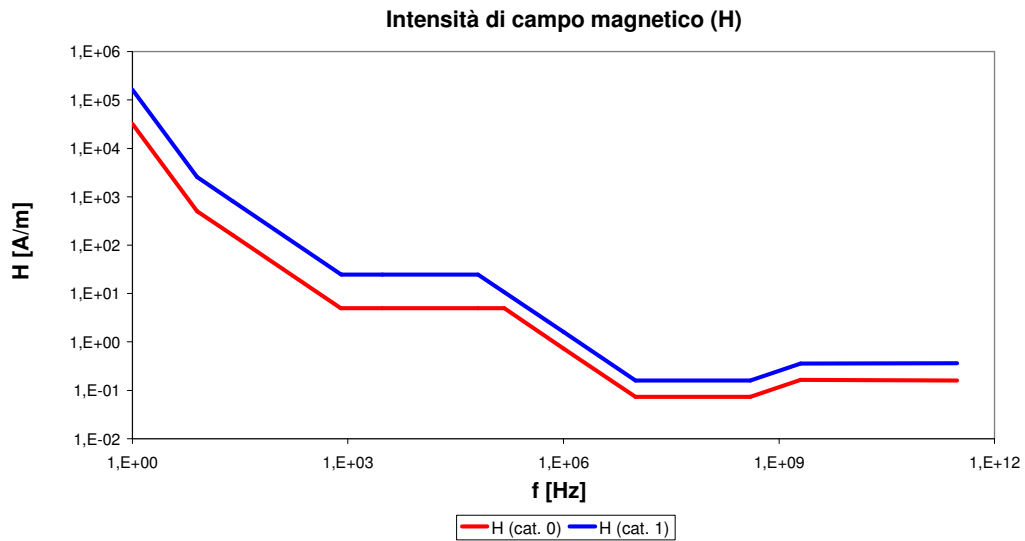


Fig. 1.6.7-2 – Normativa EN12198-1, andamento secondo la frequenza delle intensità di H per la classificazione delle macchine.

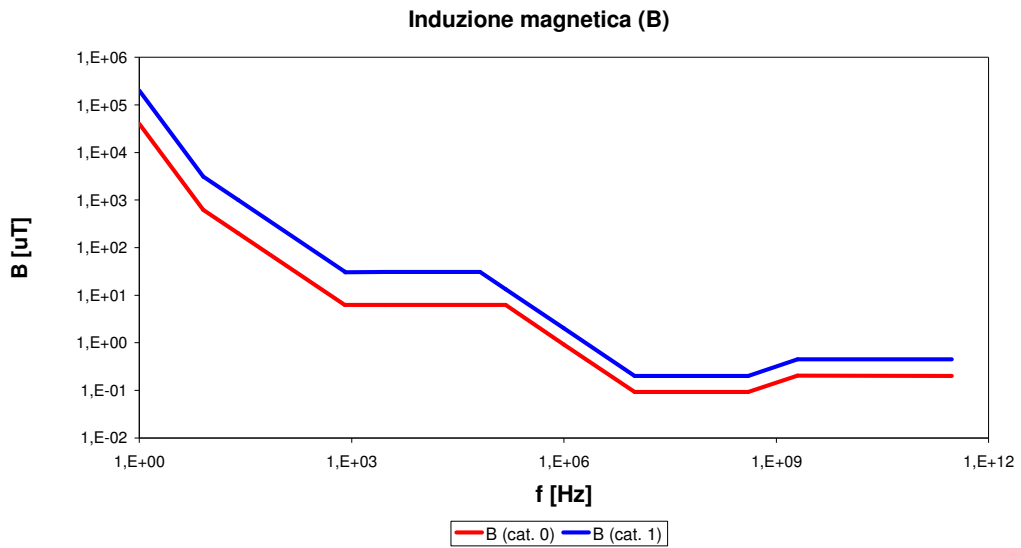


Fig. 1.6.7-3 – Normativa EN12198-1, andamento secondo la frequenza delle intensità di B per la classificazione delle macchine.

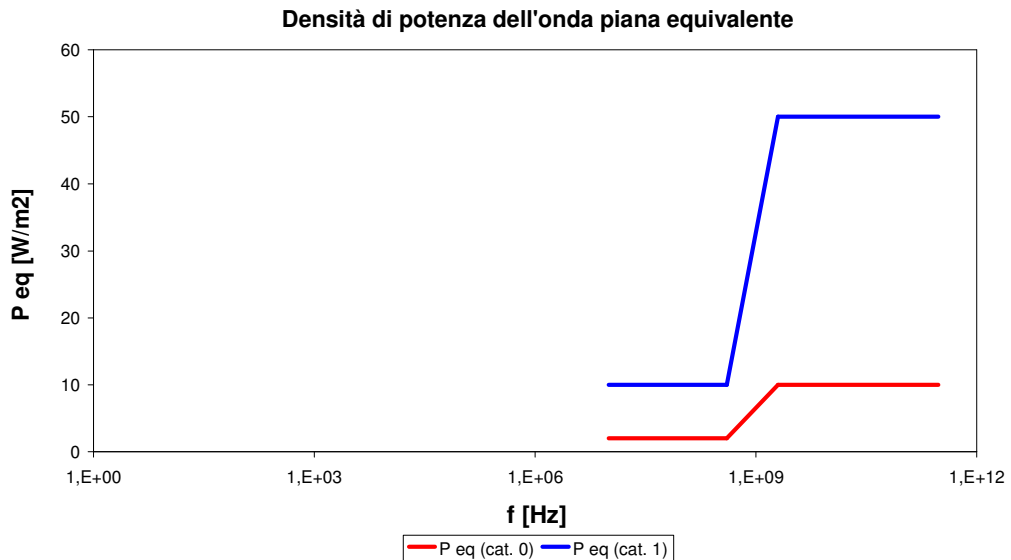


Fig. 1.6.7-4 – Normativa EN12198-1, andamento secondo la frequenza di  $P_{eq}$  per la classificazione delle macchine.

Nelle figure 1.6.7-1, 1.6.7-2, 1.6.7-3, 1.6.7-4, sono riportati in coordinate logaritmiche gli andamenti in funzione della frequenza dei valori massimi delle quantità

per la classificazione delle macchine secondo il livello di emissione di radiazioni

In Tabella XVI, Tabella XVII, Tabella XVIII, Tabella XIX sono stati calcolati i valori di E, H, B e  $P_{eq}$ , discriminanti tra le categorie 0 e 1, in corrispondenza delle frequenze caratteristiche degli intervalli di suddivisione dello spettro suggeriti dalla normativa: si può quindi vedere come i valori limite necessari a far rientrare una macchina in categoria 1 corrispondano esattamente ai valori di azione descritti nella nuova direttiva comunitaria 2004/40/CE.

*Tabella XVI*

<b>Campo elettrico E [V/m]</b>			
	<b><i>Categoria 0</i></b>	<b><i>Categoria 1</i></b>	<b>Valore di azione Direttiva europea 2004/40/CE</b>
<b>1 Hz</b>	10.000	20.000	20.000
<b>8 Hz</b>	10.000	20.000	20.000
<b>25 Hz</b>	10.000	20.000	20.000
<b>800 Hz</b>	312,5	625	625
<b>820 Hz</b>	304,9	610	610
<b>3 kHz</b>	83,3	610	610
<b>65 kHz</b>	87,0	610	610
<b>150 kHz</b>	87,0	610	610
<b>1 MHz</b>	87,0	610	610
<b>10 MHz</b>	27,5	61	61
<b>400 MHz</b>	27,5	61	61
<b>2 GHz</b>	61,5	134	134
<b>300 GHz</b>	61,0	137	137

*Calcolo di alcuni valori caratteristici dell'intensità di campo elettrico*

*Tabella XVII*

<b>Campo magnetico H [A/m]</b>			
	<b><u>Categoria 0</u></b>	<b><u>Categoria 1</u></b>	<b>Valore di azione Direttiva europea 2004/40/CE</b>
<b>1 Hz</b>	32.000	163.000	163.000
<b>8 Hz</b>	500	2.546,9	2.546,9
<b>25 Hz</b>	160	800	800
<b>800 Hz</b>	5	25	25
<b>820 Hz</b>	5	24,4	24,4
<b>3 kHz</b>	5	24,4	24,4
<b>65 kHz</b>	5	24,4	24,4
<b>150 kHz</b>	5	11	11
<b>1 MHz</b>	0,73	1,6	1,6
<b>10 MHz</b>	0,073	0,16	0,16
<b>400 MHz</b>	0,073	0,16	0,16
<b>2 GHz</b>	0,17	0,36	0,36
<b>300 GHz</b>	0,16	0,36	0,36

*Calcolo di alcuni valori caratteristici dell'intensità di campo magnetico*

*Tabella XVIII*

<b>Induzione magnetica B [<math>\mu</math>T]</b>			
	<b><u>Categoria 0</u></b>	<b><u>Categoria 1</u></b>	<b>Valore di azione Direttiva europea 2004/40/CE</b>
<b>1 Hz</b>	40.000	200.000	200.000
<b>8 Hz</b>	625	3.125	3.125
<b>25 Hz</b>	200	1.000	1.000
<b>800 Hz</b>	6,25	31,25	31,25
<b>820 Hz</b>	6,25	30,5	30,5
<b>3 kHz</b>	6,25	30,7	30,7
<b>65 kHz</b>	6,25	30,7	30,7
<b>150 kHz</b>	6,25	13,3	13,3
<b>1 MHz</b>	0,92	2	2
<b>10 MHz</b>	0,092	0,2	0,2
<b>400 MHz</b>	0,092	0,2	0,2
<b>2 GHz</b>	0,21	0,45	0,45
<b>300 GHz</b>	0,20	0,45	0,45

*Calcolo di alcuni valori caratteristici dell'intensità di induzione magnetica*

*Tabella XIX*

<i>Densità di potenza di onda piana equivalente <math>P_{eq}</math> [W/m<sup>2</sup>]</i>			
	<i>Categoria 0</i>	<i>Categoria 1</i>	<i>Valore di azione Direttiva europea 2004/40/CE</i>
<b>10 MHz</b>	2	10	10
<b>400 MHz</b>	2	10	10
<b>2 GHz</b>	10	50	50
<b>300 GHz</b>	10	50	50

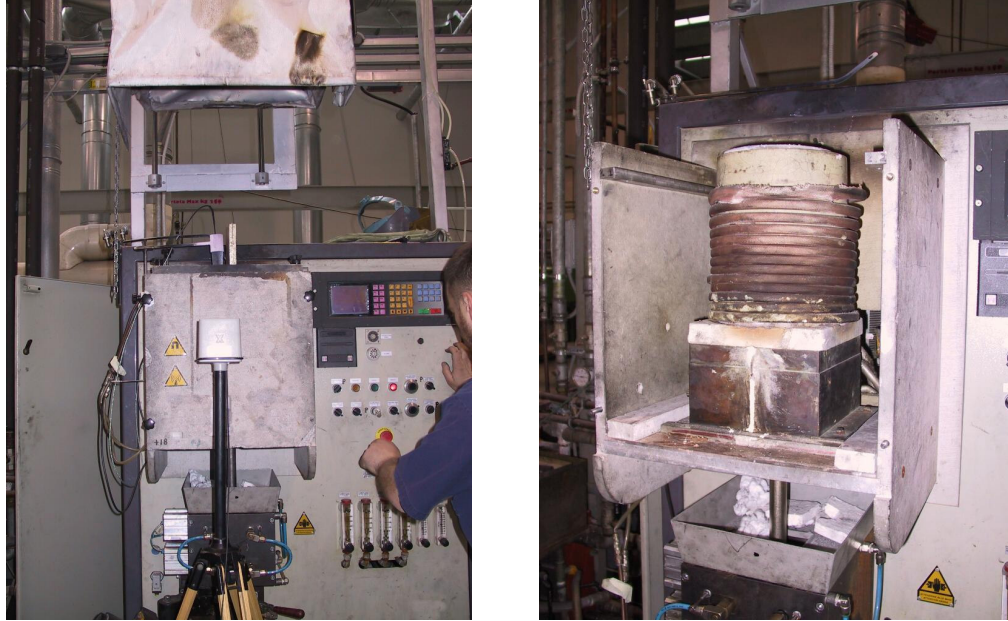
*Calcolo di alcuni valori caratteristici della densità di potenza di onda piana equivalente*

In conclusione si può affermare che una macchina catalogata in categoria 2 per livello di emissione di radiazioni, alla luce delle nuove disposizioni comunitarie rappresenta un rebus per quanto riguarda le competenze nella sicurezza dei lavoratori: se da un lato il costruttore può realizzarla e venderla dopo aver accertato il superamento di certi valori di emissione e informando gli utilizzatori riguardo le misure cautelative da adottare, dall'altro l'acquirente si trova con un apparecchio che sicuramente supera i valori d'azione imposti dalla Comunità europea e, come minimo, almeno in via teorica, dovrà preoccuparsi di verificare se, nell'ambiente in cui viene installato, non siano violate le restrizioni di base e in seguito fare in modo, con schermature, misure di protezione individuale o altro, che l'esposizione degli operatori addetti sia riportata al di sotto dei valori di azione.

## **1.7 Un caso di applicazione della norma e descrizione dell'attività di studio**

Le attività di studio del presente lavoro sviluppano un caso reale di progetto e realizzazione di schermi per campo magnetico per conto di una azienda orafa [6], al fine di ricondurre le emissioni di campo induzione magnetica entro i limiti stabiliti dalla direttiva CE 40/2004. Detta azienda conduce una fonderia nella quale sono impiegati impianti di fusione ad induzione. In particolare, si considera una macchina per fusione e colata continua in barre di sfridi di metalli preziosi, mostrata nella figura 1.1-1. E' immediatamente evidente la situazione di rischio per l'operatore: il crogiolo in grafite, con l'induttore di riscaldamento, è contenuto nella scatola a sinistra; immediatamente a destra vi è la postazione di conduzione dell'impianto con l'addetto in azione. Frontalmente al

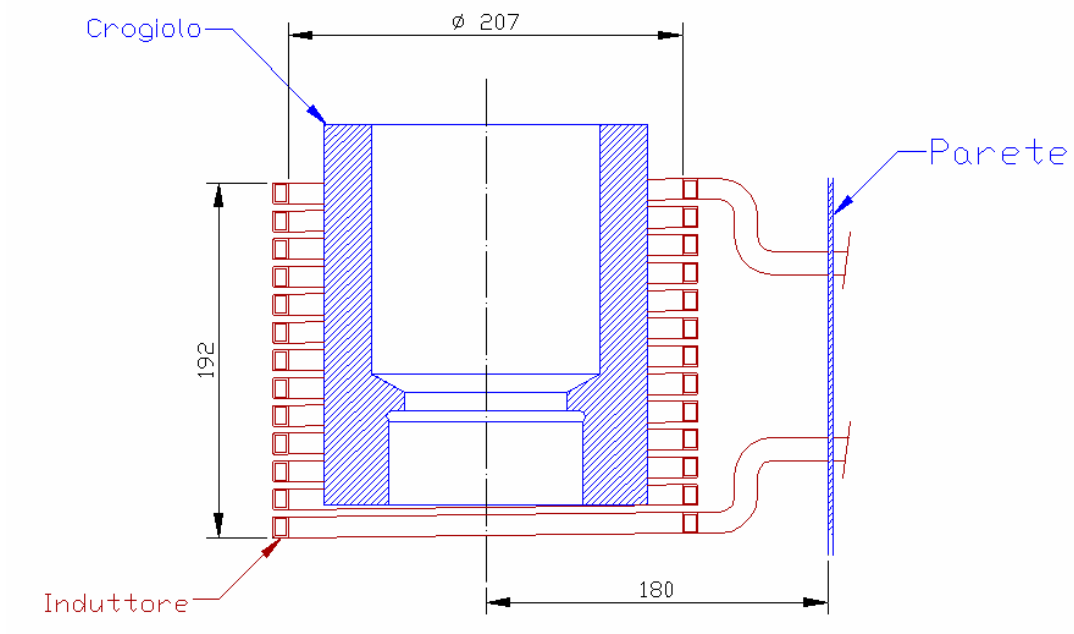
contenitore del crogiolo è posizionata la sonda di campo elettromagnetico PMM-EHP50, durante l'attività di misura.



*Fig. 1.7-1 Forno per colata continua, con induttore a 20 KHz e 310 A efficienti in funzione (sinistra), ed aperto (destra).*

In figura 1.7-1 è mostrato anche l'interno del forno: si vede l'induttore, che abbraccia all'interno un crogiolo in grafite, contenuto in un tubo di materiale isolante elettrico e termico; sotto, è visibile un blocco in bronzo raffreddato ad acqua, contenente la filiera di estrusione, e sotto ancora una porzione di barra di metallo in uscita.

L'induttore è realizzato in 13 spire di tubo di rame con sezione rettangolare di 8x12mm ed è alimentato dal generatore ad alta frequenza, posto dietro al pannello di supporto. I dati di funzionamento essenziali di cui tenere conto per le simulazioni FEM, oltre alle caratteristiche geometriche della sorgente, sono quelli relativi al regime elettrico, cioè la frequenza, che è di 20 KHz, e la corrente efficace a crogiolo vuoto, che è di 310 Arms.

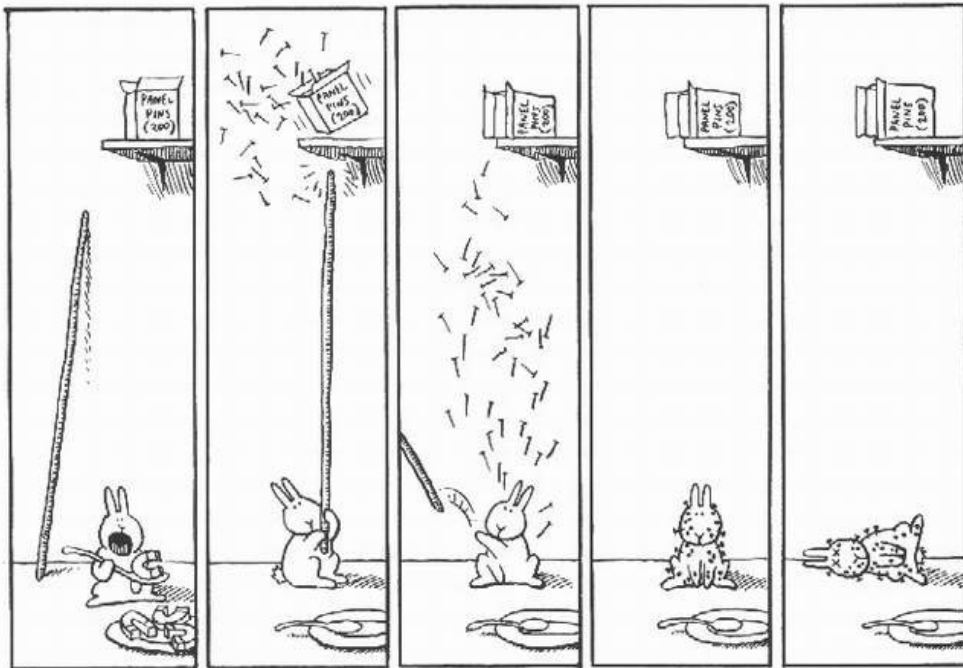


*Fig. 1.7-2 Induttore con crogiolo; dimensioni e posizione di installazione dell'induttore*









Tratto da: 'The bunny suicides'

## 2 SIMULAZIONI SU FANTOCCI

*'Dallo studio dei triangoli e delle formule algebriche sono passato a quelle degli uomini e delle cose; comprendo quanto quello studio mi sia stato utile per quello che ora vado facendo degli uomini e delle cose' .*

*Camillo Benso conte di Cavour (1810-1861)*

### **Introduzione**

In questo capitolo sono esposti i risultati di alcune simulazioni agli elementi finiti, svolte per determinare il livello di esposizione umana al campo induzione magnetica, prodotto dall'induttore del dispositivo industriale oggetto di studio. Lo scopo è quello di affiancare una analisi accurata alle intenzioni delle normative, calandola nel contesto di un caso particolare, in modo da indicare un approccio di riferimento in occasione di attività di studio per la valutazione dei livelli di esposizione a campi magnetici prodotti da macchine industriali. Gli studi condotti dalle organizzazioni internazionali e dagli enti di ricerca hanno consentito di stabilire la fenomenologia delle interazioni tra campi elettromagnetici e corpo umano, arrivando a determinare delle associazioni tra valori di intensità di campo elettromagnetico ed alcuni precisi effetti biologici immediati, detti anche effetti di breve termine o acuti, causati da precisi valori di densità di corrente indotta nel corpo umano, detti limiti di base. La correlazione tra esposizione ai campi elettromagnetici ed effetti biologici di lungo termine, soprattutto neoplasie e leucemie, è ancora in fase di studio e dibattito e non è oggetto del presente studio. Il risultato del presente capitolo indica, per il caso oggetto di studio, che i livelli di esposizione supposti causa di effetti immediati, stabiliti dagli organismi normatori internazionali e nazionali, non sono sempre tali da superare i limiti di base. La valutazione di questo risultato, tuttavia, è stata condotta su modelli di calcolo, in parte del tipo preso a riferimento dagli enti normatori e di ricerca, ed in parte su un modello di calcolo appositamente sviluppato per il caso in oggetto, e che si ritiene possa essere maggiormente rappresentativo di ciò che accade ad un essere umano

esposto. I risultati mostrano che ai fini di studi protezionistici sono molto utili le stime dei livelli di esposizione condotte con tecniche numeriche, impieganti modelli semplificati del corpo umano, e che è opportuno, tuttavia, un affinamento dei modelli impiegati nel senso di riprodurre in modo più accurato la fisionomia corporea, per avere indicazioni più significative dei livelli di esposizione.

## **2.1 Calcolo agli elementi finiti per fenomeni elettromagnetici: il software FLUX**

Lo strumento di calcolo numerico impiegato per la determinazione dei livelli di esposizione e per il progetto delle schermature (vedere il Capitolo III) è il software FLUX, sviluppato dal consorzio Cedrat (Grenoble, Francia). Trattasi di un ambiente di calcolo per lo studio di fenomeni elettromagnetici e termici su modelli virtuali di dispositivi reali. Nei paragrafi seguenti sono indicati i fondamenti teorici applicati da FLUX nel caso di calcoli per fenomeni elettromagnetici.

### ***2.1.1 Formulazioni per il calcolo dei campi magnetici***

Le simulazioni effettuate con FLUX 2D e 3D sono eseguite supponendo il sistema in regime armonico quasi-statico. Cioè, la grandezza impressa, che nel nostro caso è la corrente elettrica circolante nell'induttore di riscaldamento, ha andamento sinusoidale alla frequenza  $f$ , compresa nella banda 0-100 KHz. In regime quasi-statico le equazioni del campo elettrico  $\mathbf{E}$  e del campo spostamento elettrico  $\mathbf{D}$  possono essere risolte separatamente da quelle del campo magnetico  $\mathbf{H}$  e del campo induzione magnetica  $\mathbf{B}$ . La sorgente del campo elettromagnetico impiegata nel sistema industriale oggetto di studio è alimentata da un generatore ad alta frequenza che eroga una tensione di qualche centinaio di Volt, imprimendo una corrente dell'ordine di qualche centinaio di Ampere. Il campo elettrico sviluppato dal tipo di sorgenti di nostro interesse (vedere anche il successivo Capitolo III, par. 3.1) ha ampiezza trascurabile per quanto riguarda l'esposizione umana, mentre il campo induzione magnetica risulta possedere intensità potenzialmente pericolose. Quindi si è trascurato lo studio dei fenomeni di carattere elettrostatico ed in virtù del disaccoppiamento tra le equazioni del campo elettrico rispetto a quelle del campo magnetico, i modelli realizzati con FLUX sono stati

sviluppati scegliendo la formulazione cosiddetta magneto-statica. In questa ipotesi, nell'equazione di Ampere-Maxwell è possibile trascurare l'addendo  $\partial \mathbf{D} / \partial t$ . Inoltre si considerano i mezzi solidi come omogenei, isotropi e lineari, e quindi il set di equazioni base su cui poggia il calcolo svolto con FLUX è:

$$\text{Legge di Maxwell-Faraday} \quad \nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.1.1)$$

$$\text{Legge di Gauss per il campo magnetico} \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.1.2)$$

$$\text{Legge di Ampere-Maxwell} \quad \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (2.1.3)$$

$$\text{Caratteristica del mezzo conduttore elettrico} \quad \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (2.1.4)$$

$$\text{Caratteristica del mezzo magnetico} \quad \mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} \quad (2.1.5)$$

In FLUX [1] per modello si intende un insieme di equazioni di tipo noto (scalare o vettoriale) per il calcolo delle grandezze elettromagnetiche, e per formulazione si intende l'implementazione specifica delle procedure del loro calcolo. Le grandezze di riferimento per il calcolo, a cui in FLUX ci si riferisce con il termine di variabili di stato, sono il potenziale vettore magnetico  $\mathbf{A}$ , il potenziale vettore elettrico  $\mathbf{T}$ , il potenziale scalare magnetico  $\Phi$  ed il potenziale scalare elettrico  $V$ . FLUX 2D impiega unicamente un modello vettoriale, mentre FLUX 3D consente la scelta tra modelli impieganti formulazioni scalari, vettoriali od ibride.

In particolare, poichè per la decomposizione di Clebsch-Helmholtz è assegnabile indipendentemente il rotore dalla divergenza, si è posto  $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$  (detta condizione o 'gauge' di Coulomb). Le equazioni risolte con il metodo degli elementi finiti in una applicazione magneto-statica FLUX 2D sono quindi:

$$\nabla \times (\nu_0 [\nu_r] \nabla \times \mathbf{A} - \mathbf{H}_c) = \mathbf{J}_s \quad (2.1.6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \quad (2.1.7)$$

dove  $[\nu_r]$  è il tensore della riluttività magnetica relativa,  $\nu_0$  è la riluttività magnetica del vuoto,  $H_c$  è l'eventuale campo coercitivo presente nel mezzo e  $J_s$  è la densità di corrente nella sorgente del campo elettromagnetico. Nello studio delle schermature il campo coercitivo è nullo, perchè i materiali impiegati non hanno magnetizzazione residua, ed in ipotesi di mezzi isotropi ed omogenei il tensore della riluttività magnetica è sostituito semplicemente dalla riluttività magnetica relativa  $\nu_r$ . La variabile di stato nelle applicazioni di FLUX 2D è il potenziale vettore magnetico  $\mathbf{A}$ , che è ortogonale al piano della figura. In particolare, poi, con FLUX 2D è possibile studiare problemi bidimensionali estrusi oppure problemi bidimensionali a simmetria cilindrica, intendendo nel primo caso che la figura che descrive il sistema è idealmente estrusa ortogonalmente al suo piano e per una lunghezza fissata, e nel secondo caso che la figura è idealmente estrusa attorno ad un asse di rotazione appartenente al piano dove essa si sviluppa.

In FLUX 3D oltre al modello sopra introdotto, può essere applicato il modello scalare. Sappiamo che la solenoidalità dell'induzione magnetica (cioè  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ ) consente la definizione del potenziale vettore magnetico  $\mathbf{A}$ , cioè di quel vettore tale che  $\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B}$ ; allora, per analogia, la solenoidalità goduta dalla corrente di conduzione in regime quasi-statico ( $\nabla \cdot \mathbf{J}_s = 0$ ) consente la definizione del potenziale vettore elettrico  $\mathbf{T}$ , cioè di quel vettore tale che  $\nabla \times \mathbf{T} = \mathbf{J}_s$ . Di conseguenza la Legge di Ampere-Maxwell consente l'introduzione di diversi potenziali scalari magnetici. Infatti è facile vedere che, per le posizioni introdotte, in generale si ha:

$$\mathbf{H} = -\nabla\Phi + \mathbf{T} \quad (2.1.8)$$

Il termine  $-\nabla\Phi$  è irrotazionale, poichè il rotore del gradiente di un campo vettoriale è un vettore identicamente nullo, mentre  $\mathbf{T}$  può essere rotazionale (cioè con rotore diverso dal vettore nullo) oppure identicamente pari al vettore nullo. La diversa scelta che può essere fatta per  $\mathbf{T}$  conduce a diversi potenziali scalari magnetici  $\Phi$  tali che sia soddisfatta la relazione precedente. FLUX 3D consente l'impiego di differenti formulazioni che impiegano differenti potenziali scalari magnetici; ad ogni regione del sistema può essere associata una formulazione, e di conseguenza è associata la relativa equazione che descrive i fenomeni studiati.

L'equazione risolta con il metodo degli elementi finiti in una applicazione magneto-statica FLUX 3D è in generale:

$$\nabla \cdot (\mu_0 [\mu_r] (-\nabla \Phi + \mathbf{T})) + \mathbf{B}_r = 0 \quad (2.1.9)$$

dove  $[\mu_r]$  è il tensore delle permeabilità magnetiche relative,  $\mu_0$  è la permeabilità magnetica del vuoto,  $\Phi$  è il potenziale scalare magnetico (in Ampere),  $\mathbf{T}$  è il termine che dipende dalla sorgente del campo (in Ampere/m) e  $\mathbf{B}_r$  è il campo induzione magnetica residuo, presente nel caso di magnetizzazioni preesistenti all'applicazione delle sorgenti di campo attraversate da corrente elettrica di conduzione.

Il **potenziale scalare magnetico totale**,  $\Phi_{tot}$ , si impiega quando non ci sono generatori di corrente elettrica, cioè quando la densità di corrente impressa  $\mathbf{J}$  è nulla. Questo caso corrisponde a porre  $\mathbf{T}=\mathbf{0}$  nella precedente equazione generale. Quindi si ha:

$$\mathbf{H} = -\nabla \Phi_{tot} \quad (2.1.10)$$

e l'equazione risolta è:

$$\nabla \cdot (\mu_0 [\mu_r] (-\nabla \Phi_{tot})) + \mathbf{B}_r = 0 \quad (2.1.11)$$

La variabile di stato è il potenziale scalare magnetico totale,  $\Phi_{tot}$ .

Il **potenziale scalare magnetico ridotto rispetto a  $\mathbf{H}_j$** ,  $\Phi_{red H_j}$ , è impiegato quando le sorgenti di campo sono di tipo cosiddetto 'non-meshato', cioè i volumi dove si sviluppa il campo della densità di corrente  $\mathbf{J}$  sono inclusi nel modello geometrico del sistema ma non sono discretizzati attraverso la mesh come i rimanenti volumi del sistema: in altre parole, i volumi dove è confinata la densità di corrente sono sovrapposti al modello senza essere esplicitamente realizzati. Questo caso corrisponde a porre  $\mathbf{T}=\mathbf{H}_j$  nell'equazione generale, con  $\mathbf{H}_j$  calcolato analiticamente tramite la legge di Biot-Savart, applicata a partire proprio dai volumi non meshati dove è confinata la corrente elettrica. Quindi si ha:

$$\mathbf{H} = -\nabla \Phi_{red H_j} + \mathbf{H}_j \quad (2.1.12)$$

e l'equazione risulta è:

$$\nabla \cdot (\mu_0 [\mu_r] (-\nabla \Phi_{red H_j} + \mathbf{H}_j)) + \mathbf{B}_r = 0 \quad (2.1.13)$$

La variabile di stato è il potenziale scalare magnetico ridotto rispetto ad  $\mathbf{H}_j$ ,  $\Phi_{red H_j}$ .

Il **potenziale scalare magnetico ridotto rispetto a  $\mathbf{T}_0$** ,  $\Phi_{red T_0}$ , è impiegato quando le sorgenti di campo sono di tipo cosiddetto 'meshato', cioè i volumi dove si sviluppa il campo della densità di corrente  $\mathbf{J}$  sono inclusi nel modello geometrico del sistema e sono discretizzati attraverso la mesh. Mentre per il potenziale magnetico ridotto rispetto ad  $\mathbf{H}_j$  la formulazione non prende in considerazione la distribuzione della densità di corrente all'interno del volume dove è confinata, in questo caso invece essa è considerata, ed è per questo che la sorgente è meshata. In questo caso si pone  $\mathbf{T}=\mathbf{T}_0$  e vale la relazione  $\nabla \times \mathbf{T}_0 = \mathbf{J}_s$ , dove  $\mathbf{J}_s$  è la corrente di conduzione nella regione meshata dove è confinata.

Quindi si ha:

$$\mathbf{H} = -\nabla \Phi_{red T_0} + \mathbf{T}_0 \quad (2.1.14)$$

e l'equazione risulta è:

$$\nabla \cdot (\mu_0 [\mu_r] (-\nabla \Phi_{red T_0} + \mathbf{T}_0)) + \mathbf{B}_r = 0 \quad (2.1.15)$$

Le variabili di stato sono il potenziale scalare magnetico ridotto rispetto a  $\mathbf{T}_0$ ,  $\Phi_{red T_0}$ , ed il potenziale vettore elettrico  $\mathbf{T}_0$ .

In assenza di materiali magnetici, cioè di materiali  $\mu_r \neq 1$ , l'intensità del campo magnetico in un punto  $P$  dello spazio, sviluppato da un conduttore filiforme che porta la corrente costante di intensità  $I$ , è calcolata con le seguenti relazioni (Legge di Biot-Savart):

$$d\mathbf{H}(P) = \frac{1}{4\pi} I d\mathbf{l} \times \frac{\mathbf{r}(P)}{r(P)^3} \quad (2.1.16)$$

$$\mathbf{H}(P) = \int_L \frac{1}{4\pi} I d\mathbf{l} \times \frac{\mathbf{r}(P)}{r(P)^3} \quad (2.1.17)$$

dove  $\mathbf{r}(P)$  è il vettore posizione tra l'elemento  $d\mathbf{l}$  del conduttore ed il generico punto  $P$  nello spazio. L'integrale è invece eseguito lungo il percorso della corrente. In presenza di densità superficiale di corrente  $\mathbf{J}_s$  e di densità volumica di corrente  $\mathbf{J}_v$  il fattore  $I d\mathbf{l}$  diventa rispettivamente  $\mathbf{J}_s dS$  e  $\mathbf{J}_v dV$  e gli integrali sono rispettivamente eseguiti sulla superficie della superficie conduttrice, e sul volume del conduttore solido. In occasione di complesse distribuzioni di corrente, il calcolo del campo magnetico è effettuato dopo la suddivisione dei volumi in elementi più semplici, per i quali è possibile applicare espressioni analitiche di  $\mathbf{H}(P)$ .

In relazione alle definizioni precedentemente introdotte sui potenziali scalari magnetici, a questo punto si precisa che nel caso di potenziale scalare magnetico ridotto rispetto ad  $\mathbf{H}_j$ , le sorgenti di campo sono del tipo non-meshate e che il campo  $\mathbf{H}_j$  è creato da queste; nel caso di potenziale scalare magnetico ridotto rispetto a  $\mathbf{T}_0$ , le sorgenti possono essere meshate e/o non-meshate. Il potenziale vettore elettrico  $\mathbf{T}_0$  è tale che  $\nabla \times \mathbf{T}_0 = \mathbf{J}_s + \nabla \times \mathbf{H}_j$ , dove  $\mathbf{J}_s$  è la densità di corrente nelle sorgenti meshate (cioè nei conduttori solidi) e  $\mathbf{H}_j$  è il campo creato dalle sorgenti non-meshate.

In occasione del calcolo dell'efficienza di schermatura effettuato in questa tesi, le sorgenti di campo nei modelli di FLUX 3D sono state realizzate con sorgenti non-meshate, perchè ciò comporta un significativo risparmio di risorse di calcolo (memoria RAM) altrimenti dedicata all'immagazzinamento dei dati della mesh relativa, se fossero state modellate come conduttori solidi. Ai fini del presente studio, infatti, non interessa il calcolo della distribuzione della densità di corrente nella sorgente, che può addirittura essere approssimata come un conduttore filiforme, come sarà meglio spiegato soprattutto nel capitolo IV.

### ***2.1.2 Le condizioni al contorno***

La soluzione di un problema agli elementi finiti comporta l'assegnazione dei confini fisici del modello, cioè della frontiera dell'insieme geometrico in cui si sviluppa il sistema studiato, e richiede l'assegnazione di valori fissati alla variabile di stato del

modello sulla sua frontiera, detti ‘condizioni al contorno’. Nella maggior parte dei casi in FLUX si impiega la tecnica della ‘infinite box’, ovvero si specifica sia nei modelli bidimensionali che tridimensionali una opportuna porzione di spazio che rappresenta il resto del mondo fisico, idealmente sino a distanza infinita, e dove FLUX assegna automaticamente le condizioni al contorno (variabile di stato del modello, nulla). In alternativa è possibile assegnare le condizioni al contorno introducendo una regione di spazio in cui si può scegliere di forzare l’andamento del campo in modo che sia ortogonale (condizioni dette di ‘Dirichlet’) o tangenziale (condizioni dette di ‘Neumann’) al bordo esterno. In assenza di infinite box, la condizione di default imposta al campo è quella di andamento tangenziale al bordo esterno del dominio. Nei modelli realizzati, 2D e 3D, è stata impiegata l’infinite box; trattandosi di calcoli di campo magnetico, le linee di campo sono notoriamente chiuse e questo corrisponde ad una condizione di tangenzialità delle stesse rispetto al bordo esterno del modello.

### ***2.1.3 Le simmetrie***

Un sistema può godere di simmetrie fisiche a cui spesso corrispondono conseguentemente delle simmetrie nella distribuzione dei campi elettromagnetici. In FLUX è possibile introdurre queste simmetrie ed anzi in generale è auspicabile farlo non appena sia possibile, perchè questo consente di risparmiare impiego di risorse di calcolo, che possono più vantaggiosamente essere dedicate a migliorare l’accuratezza dei risultati. L’identificazione di simmetrie sottintende che l’utente conosca l’andamento dei campi in corrispondenza dei piani che le delimitano e che potranno essere ad andamento ortogonale o parallelo ad essi. Nel caso in esame (vedere Cap.1, par. 1.7 e Cap.3) la sorgente ha simmetria cilindrica mentre il dispositivo di schermatura studiato possiede un piano di simmetria che contiene l’asse di simmetria della sorgente.

### ***2.1.4 La descrizione dei materiali***

I mezzi materiali associati alle parti di un modello sono denominati ‘regioni’. In problemi tridimensionali l’associazione di proprietà fisiche ad entità geometriche è possibile per i volumi, per le superfici e per le linee; in problemi bidimensionali tale associazione è possibile per le superfici, per le linee e per i punti. Le proprietà fisiche

delle regioni devono essere coerenti con quelle dell'eventuale sistema reale che si desidera simulare ed adatte a ricavare le informazioni di interesse dal calcolo. Nel caso in oggetto si considerano materiali elettricamente conduttori non o poco ferromagnetici, omogenei ed isotropi, dotati inoltre di comportamento lineare in dipendenza dell'intensità dei campi. In particolare, per semplicità e senza timore di limitazioni quanto ad accuratezza dei risultati, le regioni considerate possiedono resistività elettrica e permeabilità magnetica costante al variare di grandezze come l'intensità di corrente e l'ampiezza del campo magnetico o del campo induzione.

Per quanto riguarda l'andamento dei campi, nel caso più generale la loro direzione non è nota all'interno delle regioni e dipende dalle proprietà del materiale con cui è fatta e da quelle del mezzo che la circonda. Nel caso di modelli tridimensionali la direzione del campo magnetico  $H$  può eventualmente essere scelta dall'utente: ad esempio, in una regione sottile costituita da materiale ferromagnetico con permeabilità magnetica relativa molto maggiore rispetto a quella dell'aria, che è il mezzo in cui è inserita, si può imporre che il campo magnetico abbia direzione parallela alla direzione in cui detta regione si sviluppa. Nei modelli realizzati si è supposta ignota la direzione del campo magnetico all'interno delle regioni relative ai materiali solidi, e quindi non si sono poste condizioni sulla sua direzione.

### ***2.1.5 Le formulazioni di FLUX 3D per il regime magneto-armonico***

Mentre con FLUX 2D non è accessibile all'utente la scelta delle formulazioni, in FLUX 3D tale scelta è disponibile all'utente, in maniera opportunamente aggregata a seconda dei modelli, o anche in maniera libera (si parla allora di 'modello esteso'). FLUX provvede in ogni caso, all'inizio della simulazione, a verificare la congruenza analitica dell'accoppiamento tra le formulazioni assegnate alle varie parti del dominio di calcolo. Le formulazioni impieganti il potenziale scalare magnetico in regime magneto-armonico sono:

- MD3SCA, per il potenziale scalare magnetico totale;
- MD3RED, per il potenziale scalare magnetico ridotto rispetto ad  $H_j$ ;
- MD3SCRTOW, per il potenziale scalare magnetico ridotto rispetto a  $T_0$ .

Le tre formulazioni citate derivano dalle corrispondenti del regime magneto-statico in corrente continua e/o con campo magnetico statico impresso (MS3SCA, MS3RED, MS3SCRTOW), con la differenza che in presenza di grandezze impresse sinusoidali le relazioni che le descrivono introducono la notazione fasoriale per le grandezze di stato.

La formulazione MD3SCRTOW è l'unica che consente l'accoppiamento delle sorgenti di campo di un modello FEM realizzato con FLUX, con il modello di un eventuale circuito elettrico rappresentante, ad esempio, il generatore ad alta frequenza che alimenta elettricamente il sistema. A questo riguardo le sorgenti di tipo non-meshato possono essere scelte come associate ad un circuito esterno, ed allora sono indicate come induttori di tipo 'circuit', oppure se sono attraversate da una corrente sinusoidale di ampiezza nota possono più semplicemente essere scelte di tipo cosiddetto 'current'. In ogni caso, le sorgenti non-meshate possono essere inserite in volume a cui è associata una delle tre formulazioni sopra indicate e quindi nei modelli sviluppati occorre prevedere opportuni volumi d'aria che eventualmente le racchiudono ed ai quali è associata la formulazione scalare MD3SCRTOW se occorre l'accoppiamento con un circuito esterno.

Le formulazioni impieganti il potenziale vettore magnetico  $\mathbf{A}$ , dette quindi formulazioni vettoriali, sono MS3VEC per fenomeni magneto-statici in corrente continua, e la corrispondente MD3VEC per fenomeni con grandezze impresse sinusoidali nel tempo.

Le formulazioni MD3SCA, MD3RED, MD3SCRTOW, MD3VEC si applicano a regioni di materiale non elettricamente conduttore.

Per regioni con materiale elettricamente conduttore è richiesta la soluzione contemporanea di equazioni del campo magnetico ed equazioni del campo di corrente elettrica. FLUX 3D mette a disposizione delle formulazioni aggiuntive che combinano i potenziali elettrici e magnetici. Per queste regioni, quindi, si hanno le seguenti altre formulazioni:

- MD3TOM, per il potenziale vettore elettrico  $T_0$  unitamente al potenziale scalare magnetico  $\Phi$ ; generalmente applicata a conduttori con spessore di penetrazione non trascurabile rispetto alle dimensioni del volume interessato da corrente;
- MD3IST, per il potenziale scalare magnetico totale, e MD3ISR, per il potenziale scalare magnetico ridotto; sono applicate alle superfici di conduttori con spessore di penetrazione molto piccolo rispetto alle dimensioni del volume interessato da corrente;
- MD3CGR, per il potenziale scalare magnetico totale, e MD3CGR, per il potenziale scalare magnetico ridotto; sono applicate a superfici rappresentanti conduttori molto sottili, come è il caso degli schermi studiati per il sistema in oggetto;
- MD3AV, per il potenziale vettore magnetico  $A$  unitamente al potenziale scalare elettrico  $V$ .

### ***2.1.6 Calcolo di correnti indotte e di intensità di induzione magnetica in regime magneto-armonico: criteri di costruzione dei modelli FEM con FLUX***

I modelli sviluppati con FLUX per il presente lavoro riguardano lo studio dell'esposizione del corpo umano in presenza della sorgente del sistema industriale studiato, in assenza di schermatura, e lo studio della riduzione dell'intensità dell'induzione magnetica a seguito dell'applicazione di schermature alla stessa sorgente. In entrambi i casi si ha a che fare con volumi di materiale elettricamente conduttore, immersi in un campo magnetico variabile nel tempo con legge sinusoidale.

I modelli del presente lavoro possono riassumersi con il seguente schema:

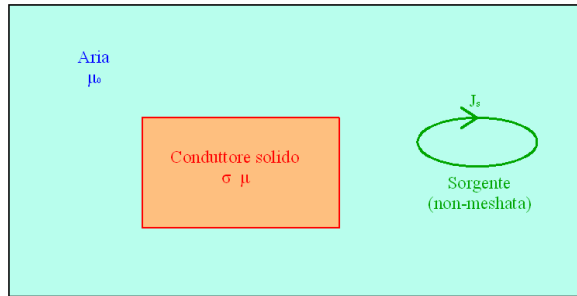


Fig. 2.1-1 - Tipico problema magneto-armonico

Nel caso di problemi magneto-armonici occorre prestare attenzione particolare alla strutturazione della mesh, poichè la corrente elettrica indotta, per l'effetto pelle, tende a distribuirsi disuniformemente nei corpi conduttori. Pertanto, a partire dalle caratteristiche dei materiali (conducibilità ' $\sigma$ ' e permeabilità ' $\mu$ ') ed a partire dalla frequenza  $f$  della corrente impressa nella sorgente, si determina lo *spessore di penetrazione* ' $\delta$ ':

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{\sigma\mu\pi f}} \quad (2.1.18)$$

Il valore di  $\delta$  rispetto alle dimensioni trasversali del materiale conduttore elettrico, serve per indirizzare la scelta della formulazione più appropriata e le dimensioni degli elementi della mesh. In generale per ottenere una buona approssimazione sulla descrizione della variazione dei campi elettromagnetici all'interno delle zone attraversate dalle correnti elettriche indotte, la mesh va adeguatamente infittita in tutte le regioni interessate dall'effetto pelle. In FLUX gli elementi di mesh possono essere scelti tra elementi cosiddetti del primo ordine ed elementi cosiddetti del secondo ordine: a questi corrispondono rispettivamente funzioni polinomiali approssimanti della variabile di stato, di primo grado e di secondo grado. Nel caso di elementi di secondo ordine, FLUX aggiunge automaticamente dei nodi intermedi lungo gli spigoli degli elementi della mesh, per consentire l'impiego delle citate funzioni polinomiali approssimanti; quindi, l'impiego di elementi di secondo ordine richiede un aumento delle risorse di calcolo impiegate. Allora, in particolare, nel caso si sia scelta una mesh di secondo ordine è raccomandato applicare almeno due

strati di elementi di mesh per ogni volume interessato da corrente indotta e dello spessore di uno strato di penetrazione  $\delta$ ; nel caso di una mesh di primo ordine, è raccomandato applicare almeno 4 strati di elementi di mesh per ogni  $\delta$ .

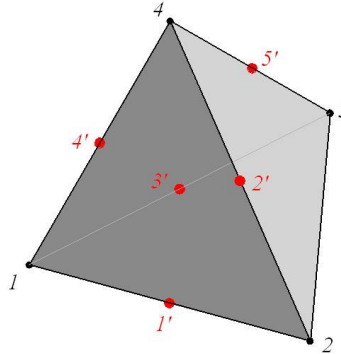


Fig. 2.1-2 - Nodi di primo ordine (1,2,3,4) e secondo ordine (1',2',3',4',5') per un elemento tetraedrico della mesh.

Nei modelli relativi al calcolo dei livelli di esposizione del corpo umano, lo spessore di penetrazione è confrontabile con le dimensioni del corpo umano stesso e quindi la mesh applicata ad esso è pressochè uniformemente distribuita. Nei modelli relativi agli schermi, invece, essendo questi dei volumi con due dimensioni molto maggiori rispetto alla terza, ed essendo d'altra parte lo spessore di penetrazione di ampiezza confrontabile con lo spessore fisico della lastra metallica che li realizza, non è sempre stato possibile infittire la mesh secondo la regola citata, a seguito del grande sviluppo di nodi e quindi del grande impiego di risorse di calcolo.

Nei modelli 2D l'impiego di elementi del secondo ordine è applicato per default e i volumi sottili rappresentanti gli schermi sono stati rappresentati con lo spessore reale.

Nei modelli 3D sviluppati si è trovato conveniente applicare il citato 'modello esteso', e quindi: le sorgenti di campo sono state descritte con conduttori non-meshati, inseriti in volumi a cui sono associate formulazioni scalari; ai materiali conduttori massicci, come i crogioli di grafite o i simulacri di corpo umano, è stata associata la formulazione MD3AV; alle lamiere con cui sono stati realizzati gli schermi sono state associate le formulazioni MD3CGR/MD3CGS. Per l'aria e le regioni associate all'infinito, cioè al volume complementare a quello contenente gli oggetti studiati e al

quale sono associate le condizioni al contorno, è stata assegnata la formulazione MD3VEC oppure MD3SCA/RED a seconda dell'ammissibilità dell'accoppiamento con tra le formulazioni degli oggetti conduttori e le regioni che contengono le sorgenti.

Si precisa che la formulazione MD3AV è la più accurata nei risultati, relativamente ai conduttori massicci (ad esempio, la grafite dei crogioli), ancorché la più onerosa in termini di risorse di calcolo impiegate.

## **2.2 Simulazioni su modelli di corpo umano**

Creare un modello virtuale del corpo umano [2] o di parti di esso non è certo un compito semplice: non solo la geometria, ma anche i fenomeni fisici non sono uniformi se si utilizza una scala macromolecolare, cellulare o ancora se si hanno come riferimento i vari organi e tessuti. La materia vivente non è infatti omogenea: si compone di varie parti (ossa, muscoli, tessuti, pelle, etc.) ognuna con caratteristiche fisiche ed elettriche differenti. Inoltre, nel caso particolare del tessuto muscolare, presenta caratteristiche elettriche anisotrope.

Il problema della complessità della geometria è stato risolto applicando una semplificazione estrema alla modellizzazione del corpo umano, semplificazione che, tra l'altro, è già citata in letteratura: si tratta di rappresentare un corpo umano attraverso volumi semplici [3], cioè sfere e cilindri. La versione più semplice è quella rappresentata da un cilindro che contiene tutta la figura composta da testa, tronco ed arti. Una rappresentazione più significativa è stata sviluppata per questo lavoro, e consente di identificare gli arti, il torace e la testa. Questi ultimi modelli sono stati inseriti in un modello FEM tridimensionale in FLUX 3D, che contiene la sorgente di campo magnetico appartenente all'impianto industriale oggetto di studio, ed hanno avuto lo scopo di valutare in modo più accurato l'effettivo livello di esposizione del corpo umano al variare della posizione relativa tra sorgente e corpo, in assenza di dispositivi di schermatura.

I materiali costituenti il corpo umano sono in generale caratterizzati dalle seguenti proprietà elettriche fondamentali:

- permeabilità magnetica relativa  $\mu_r$ ;
- permittività dielettrica relativa  $\epsilon_r$ ;
- resistività elettrica  $\rho$ .

Per la permeabilità magnetica relativa non ci sono problemi: nelle modellizzazioni eseguite si è posta tranquillamente pari a 1, non essendoci fenomeni magnetici rilevanti nei tessuti umani.

Per la resistività elettrica si è adottata l'approssimazione di considerare il corpo umano costituito da un'unica sostanza, omogenea ed isotropa. Ovviamente questa approssimazione è grossolana e non rispecchia l'articolata realtà fisica della fisiologia umana, ma l'eventuale modellizzazione delle parti interne del corpo comporta una notevole complessità procedurale nell'esecuzione delle successive simulazioni per la determinazione del livello di esposizione prodotto da una data sorgente di campo. Nella Tabella IV seguente sono riportati i parametri elettrici relativi ai vari tessuti umani, alla frequenza di 20 KHz. Tali dati sono ricavati da un modello parametrico dei tessuti del corpo, sviluppato dall'Aeronautica Militare degli Stati Uniti ed utilizzato da parte del CNR presso l'Istituto Nazionale di Fisica Applicata [4].

Ora, la distribuzione della densità di corrente di conduzione indotta è influenzata dalla distribuzione della resistività nel corpo umano, che dipende a sua volta dalla distribuzione dei vari organi e tessuti. Tuttavia, ai fini del nostro studio, cioè della valutazione delle condizioni di esposizione peggiore per una data sorgente, si è ritenuto soddisfacente considerare il corpo umano come costituito dallo stesso materiale, avente resistività media di 5  $\Omega$ m. Questo valore di resistività risulta d'altra parte indicato espressamente nella Norma CEI-EN 62226-2-1 [3], relativa ai “[...] *metodi di calcolo della densità di corrente e del campo elettrico interno indotti nel corpo umano*”: si vede infatti che è il valore di resistività mediamente assunto dalla maggior parte dei tessuti, come deducibile dalla Tabella I. L'uniformità fisica dei modelli di corpo umano consente ugualmente di determinare col calcolo la probabile presenza di eventuali zone di corpo umano in cui potrebbero manifestarsi livelli di densità di corrente indotta superiori ai limiti ammissibili. A partire da questi modelli semplificati si può poi eventualmente procedere al calcolo con modelli più complessi, per successivi approfondimenti.

Tra le grandezze fisiche di riferimento per l'espressione dei limiti protezionistici considerate dall'ICNIRP, alle frequenze inferiori a 100 KHz, cioè nella banda di nostro interesse, viene di fatto considerata solo la densità di corrente elettrica di conduzione. In realtà, in occasione di esposizione ai campi magnetici variabili nel tempo, a rigore dovrebbe essere considerata anche la densità di corrente di spostamento  $\mathbf{J}_s$  [5], dipendente dai fenomeni di polarizzazione della materia (polarizzazione elettronica, polarizzazione ionica e polarizzazione per orientamento) che si manifestano in presenza di campo elettrico. Infatti in occasione di calcoli su modelli di corpo umano, per quanto semplificati essi possano essere, la recente e già citata Norma CEI-EN 62226-2-1 richiede che sia validata l'ipotesi in cui la corrente di spostamento possa essere trascurata rispetto a quella di conduzione. La quantità  $\mathbf{J}_s$  è determinabile in un mezzo omogeneo ed isotropo interessato da un campo elettrico sinusoidalmente variabile nel tempo, come:

$$\mathbf{J}_s = j\omega\epsilon_o\hat{\epsilon}_r\dot{\mathbf{E}} \quad (2.2.1)$$

dove  $\omega$  è la pulsazione alla frequenza del campo, e  $\hat{\epsilon}_r$  è la permittività complessa, introdotta nell'appendice A-1.

Quanto maggiore è la frequenza e quanto maggiore è il modulo della permittività elettrica relativa, tanto maggiore è l'ampiezza conseguente di  $\mathbf{J}_s$ . I fenomeni di polarizzazione variabile nel tempo inducono un riscaldamento di entità dipendente dall'intensità di campo elettrico e dalla frequenza, e questo fenomeno è chiaramente da considerarsi un effetto a breve termine, stando alle indicazioni dell'ICNIRP, e comunque fenomenologicamente identico al riscaldamento per effetto Joule che si manifesta nei conduttori ohmici. Inoltre, la materia organica che costituisce il corpo umano e che si trova nello stato polarizzato, è in generale in una condizione fisica che può ugualmente dar luogo a reazioni chimiche e fenomeni fisiologici immediati, anche se di natura diversa da quelli derivanti dalla conduzione elettrica. La fenomenologia indotta dall'applicazione di campo elettromagnetico al corpo umano esula dallo scopo di questo studio. Tuttavia, relativamente alla sola formulazione del modello elettromagnetico, ci si è ugualmente posti il problema se fosse opportuno tenere in conto anche di fenomeni di polarizzazione unitamente a quelli di conduzione.

Tabella I

<b>Tissue name</b>	<b>Conductivity [S/m]</b>	<b>Resistivity [Ohm*m]</b>	<b>Rel. Permittivity</b>	<b>Loss Tanqent</b>
Air	0,000	-	1,0	0,0
Aorta	0,315	3,2	3764,6	75,1
Bladder	0,215	4,7	3839,6	50,2
Blood	0,700	1,4	5236,5	120,2
BloodVessel	0,315	3,2	3764,6	75,1
BodyFluid	1,500	0,7	98,8	13640,0
BoneCancellous	0,083	12,1	1005,8	74,1
BoneCortical	0,021	48,7	362,1	50,9
BoneMarrow	0,003	345,3	374,2	7,0
BrainGreyMatter	0,120	8,3	11837,0	9,1
BrainWhiteMatter	0,073	13,8	7258,5	9,0
BreastFat	0,025	40,4	265,1	84,0
Cartilage	0,176	5,7	3217,8	49,2
Cerebellum	0,140	7,1	12132,0	10,4
CerebroSpinalFluid	2,000	0,5	109,0	16491,0
Cervix	0,540	1,9	7859,6	61,8
Colon	0,242	4,1	7429,2	29,2
Cornea	0,458	2,2	34166,0	12,1
Duodenum	0,531	1,9	5489,3	87,0
Dura	0,501	2,0	586,3	768,8
EyeSclera	0,512	2,0	7454,2	61,7
Fat	0,024	41,6	458,7	47,1
GallBladder	0,900	1,1	133,2	6073,0
GallBladderBile	1,400	0,7	120,0	10486,0
Gland	0,531	1,9	5976,1	79,9
Heart	0,172	5,8	37432,0	4,1
Kidney	0,147	6,8	21937,0	6,0
Lens	0,337	3,0	4497,4	67,3
Liver	0,061	16,5	18516,0	2,9
LungDeflated	0,251	4,0	18150,0	12,4
LungInflated	0,097	10,3	9111,3	9,6
Lymph	0,531	1,9	5976,1	79,9
MucousMembrane	0,008	127,3	27166,0	0,3
Muscle	0,345	2,9	15521,0	20,0
Nail	0,021	48,7	362,1	50,9
Nerve	0,054	18,7	21617,0	2,2
Oesophagus	0,531	1,9	5489,3	87,0
Ovary	0,333	3,0	5976,1	51,8
Pancreas	0,531	1,9	5976,1	79,9
Prostate	0,431	2,3	8462,5	45,8
Retina	0,512	2,0	7454,2	61,7
SkinDry	2,142E-04	4669,2	1131,7	0,2
SkinWet	0,008	127,3	27166,0	0,3
SmallIntestine	0,568	1,8	27113,0	18,8
SpinalChord	0,054	18,7	21617,0	2,2
Spleen	0,114	8,8	8803,0	11,8
Stomach	0,531	1,9	5489,3	87,0
Tendon	0,387	2,6	2107,4	165,0
Testis	0,431	2,3	8462,5	45,8
Thymus	0,531	1,9	5976,1	79,9
Thyroid	0,531	1,9	5976,1	79,9
Tongue	0,281	3,6	7463,0	33,9
Tooth	0,021	48,7	362,1	50,9
Trachea	2,213	0,5	15497,0	18,5
Uterus	0,519	1,9	13089,0	35,7
VitreousHumor	1,500	0,7	98,8	13640,0

Parametri elettrici dei tessuti umani a 20 KHz.

Osservando che oltre alla le densità di corrente di spostamento  $\mathbf{J}_s$ , in un generico punto di un mezzo omogeneo, investito da un campo elettromagnetico con variazione temporale sinusoidale, vi è anche una densità di corrente di conduzione:

$$\mathbf{J}_c = \sigma_f \dot{\mathbf{E}} \quad (2.2.2)$$

prendendo in esame i parametri della Tabella IV precedente, determinati a 20 KHz, e calcolando il rapporto tra il valore efficace della densità di corrente di conduzione ed il valore efficace della densità di corrente di spostamento, cioè il valore del parametro adimensionale  $K_j$  così definito:

$$K_j = \frac{J_c}{J_s} = \frac{\sigma_f}{\epsilon_r \epsilon_0 \omega} \quad (2.2.3)$$

dove  $\epsilon_r$  è la permittività dielettrica relativa riportata nella tabella citata, si ottengono i valori indicati in Tabella II, nell'ipotesi che la sostanza in esame sia sottoposta alla stessa intensità di campo  $\mathbf{E}$ . Si vede che, nelle nostre ipotesi, in pochi casi l'ampiezza della densità di corrente di conduzione è molto maggiore rispetto a quella di spostamento; nella maggior parte, invece, i valori sono dello stesso ordine di grandezza.

Per alcuni tessuti la corrente di spostamento risulta addirittura maggiore di quella di conduzione. Il calcolo di  $K_j$ , richiesto di fatto anche dalla Norma CEI-EN 62226-2-1, tuttavia, può non risultare necessario quando, come precedentemente accennato, la sorgente di campo elettromagnetico è alimentata da tensioni relativamente modeste (cioè tali da sviluppare un campo elettrico di intensità non preoccupante per l'organismo umano) e la potenza è trasferita al carico da riscaldare attraverso il campo magnetico, come avviene in un sistema di riscaldamento ad induzione per crogioli di fusione.

Nella letteratura scientifica si trovano esempi di simulazioni agli elementi finiti condotte con modelli di corpo umano, anche molto accurati, ricavati da esami TAC o da risonanze magnetiche [6]. In questi casi si è proceduto alla valutazione delle correnti indotte e delle potenze assorbite, tramite una descrizione fisica abbastanza accurata dei vari organi componenti il corpo umano.

Tabella II

<b>Tissue</b>	<b>Kj</b>	<b>Tissue</b>	<b>Kj</b>
Aorta	7,51	LungDeflated	1,24
Bladder	5,02	LungInflated	0,96
Blood	12,02	Lymph	7,99
BloodVessel	7,51	MucousMembrane	0,03
BodyFluid	1364,28	Muscle	2,00
BoneCancellous	7,41	Nail	5,09
BoneCortical	5,09	Nerve	0,22
BoneMarrow	0,70	Oesophagus	8,70
BrainGreyMatter	0,91	Ovary	5,00
BrainWhiteMatter	0,90	Pancreas	7,99
BreastFat	8,40	Prostate	4,58
Cartilage	4,92	Retina	6,17
Cerebellum	1,04	SkinDry	0,02
CerebroSpinalFluid	1649,44	SkinWet	0,03
Cervix	6,18	SmallIntestine	1,88
Colon	2,92	SpinalChord	0,22
Cornea	1,21	Spleen	1,16
Duodenum	8,70	Stomach	8,70
Dura	76,89	Tendon	16,51
EyeSclera	6,17	Testis	4,58
Fat	4,71	Thymus	7,99
GallBladder	607,42	Thyroid	7,99
GallBladderBile	1048,77	Tongue	3,39
Gland	7,99	Tooth	5,09
Heart	0,41	Trachea	12,83
Kidney	0,60	Uterus	3,57
Lens	6,73	VitreousHumor	1364,28
Liver	0,29		

Valori di  $K_j$ , a 20 KHz, per i vari tessuti del corpo umano

Nel nostro caso i modelli impiegati non sono stati così accurati e l'interesse è quello di avere informazioni ugualmente attendibili sul livello di esposizione ai campi magnetici variabili nel tempo, ricorrendo ad opportune semplificazioni che rendano tuttavia ancora accurata l'attività di valutazione del rischio di esposizione e di progettazione di dispositivi di schermatura.

La necessità di verificare caso per caso il superamento dei limiti di base in occasione del superamento dei livelli di riferimento richiede, a sua volta, che le misure di intensità di campo siano eseguite nel modo migliore possibile, riducendo al minimo le incertezze. Come è mostrato nel presente lavoro, questo non è un compito agevole, anche impiegando strumentazione moderna considerata lo stato dell'arte. In buona sostanza il grado di incertezza attualmente ottenibile con la strumentazione disponibile, ed effettivamente riscontrato durante l'impiego di essa, suggerisce di dedicare molta attenzione anche alla modellizzazione numerica dei fenomeni fisici conseguenti

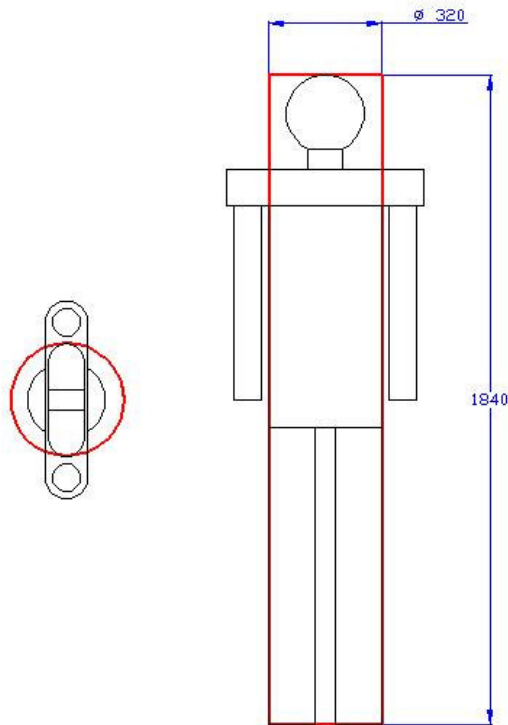
all'esposizione del corpo umano a campi magnetici variabili nel tempo, se vogliamo anche per compensare le limitazioni poste dalla strumentazione di misura. Nell'intorno dei livelli di riferimento stabiliti dall'ICNIRP [7], tuttavia, continua ad essere difficile discriminare in maniera netta e chiara il superamento dei livelli stessi, oltre che dei limiti di base, e questo per le diverse fonti di incertezza di fatto esistenti. La normativa non indica procedure progettuali e/o protezionistiche in questi casi di dubbio, talchè si può concludere che la tranquillità di trovarsi al di sotto dei livelli di riferimento dipende molto spesso dall'accuratezza delle misure di intensità di campo, corroborate da eventuali raffronti con modelli di calcolo.

Si può per il momento affermare ragionevolmente che solo nel caso in cui i valori di intensità di campo siano molto inferiori ai livelli di riferimento, al punto da escludere che la fascia di incertezza delle misure non li intersechi, questa sia una effettiva condizione di sicurezza, e che in fase di progettazione degli impianti o di realizzazione dei dispositivi schermanti, è raccomandabile fare in modo che per ogni verifica strumentale ci si trovi in detta situazione. In tutti gli altri casi, il rispetto delle normative risulta notevolmente dipendente dalla qualità degli strumenti di misura e delle procedure con cui sono impiegati, oltre che dall'accuratezza degli eventuali modelli di calcolo a cui si è ricorsi.

La Norma di riferimento per quanto riguarda il calcolo della densità di corrente nel corpo umano, allo scopo di verificare il superamento dei limiti di base in occasione di esposizione ai campi magnetici, è la recente CEI-EN 62226. Al momento presente, il documento più aggiornato è la parte 2-1, relativa ai modelli bidimensionali (2D) del corpo umano, o di parti di esso, impiegati per il calcolo dei livelli di esposizione. E' in fase di stesura la parte 3-1, che è relativa invece ai modelli tridimensionali (3D). Nella parte 2-1 stessa si afferma che i modelli tridimensionali sono a tutt'oggi in fase di messa a punto, soprattutto per quanto riguarda la caratterizzazione del corpo umano, e quindi gli Enti normatori si riservano di aggiornare la documentazione ufficiale al progredire degli studi scientifici. E' interessante notare che nella norma citata si fa espressamente riferimento all'utilità dei metodi di calcolo approssimato, come ad esempio i software impieganti il metodo agli elementi finiti, per la determinazione dei livelli di esposizione, soprattutto in complesse configurazioni sorgente-soggetto. Per quanto possibile la norma citata si riferisce a configurazioni semplici, di fatto a dischi di materiale

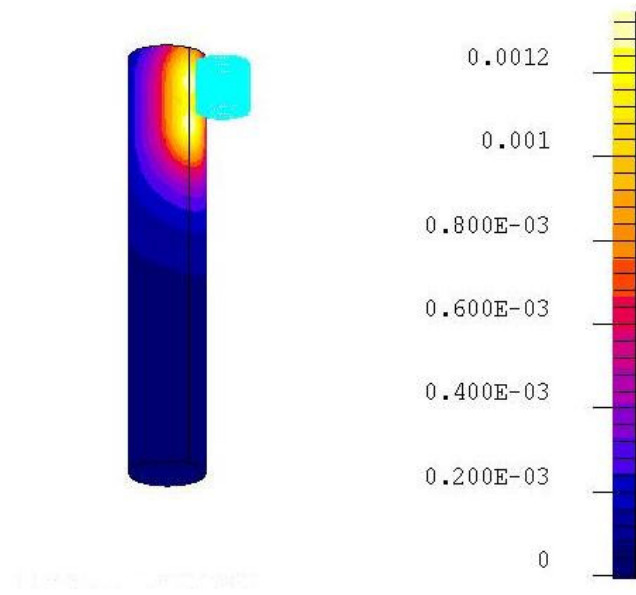
conduttore con conducibilità uniforme pari a quella media del corpo umano ( $0,2 \text{ S/m}$ , corrispondente a  $5 \text{ } \Omega\text{m}$ ) e con permeabilità magnetica  $\mu_r = 1$ , e ponendo la condizione che sia trascurabile la corrente di spostamento. Anche le sorgenti sono semplificate: sono considerati conduttori mono e bi-filari, e sorgenti mono-spira. A partire da queste semplificazioni, svolgendo calcoli con metodi numerici, ed ove possibile con metodi analitici, sono stati tabulati alcuni abachi di riferimento con i quali è possibile stimare la densità di corrente indotta nel corpo umano a partire da condizioni note circa la geometria delle sorgenti, l'intensità del campo induzione magnetica nel luogo di stazionamento del soggetto, la posizione relativa tra sorgente e soggetto esposto. L'intento è quello di condensare l'estrema variabilità delle situazioni di esposizione in alcuni casi di riferimento con cui, successivamente, i costruttori di macchine ed impianti saranno tenuti a confrontarsi per certificare la conformità dei prodotti alle normative che impongono il rispetto di certi requisiti per quanto riguarda l'esposizione ai campi elettromagnetici. La norma CEI-EN 62226-2-1 è utile per la determinazione cautelativa dei livelli di esposizione di parti di corpo umano, riconducibili a cilindri, per esempio gli arti ed il tronco. Si ritiene, tuttavia, che sia di utilità limitata per quanto riguarda una valutazione più globale ed accurata del livello di esposizione, come nel caso oggetto del presente studio.

A titolo esemplificativo estremo, traendo spunto dalla Norma citata e relativa al calcolo con metodi numerici 2D, si riportano i risultati delle simulazioni FEM eseguite con FLUX 3D, avendo approssimato il volume formato dalla testa, torace, dal bacino e dalle gambe, con un cilindro di materiale omogeneo, isotropo, avente  $\mu_r = 1$  e  $\rho=5 \text{ } \Omega\text{m}$ , immaginando che la naturale estensione dei modelli bidimensionali a cui la norma ricorre, possa essere quella di considerare il corpo umano come un opportuno cilindro. La sorgente è quella del sistema industriale in oggetto. Data la semplicità del simulacro, le valutazioni che si possono trarre dai risultati delle simulazioni sono equivalenti nei casi in cui la sorgente sia affacciata alla zona del cilindro corrispondente al capo oppure al bacino. La posizione corretta dell'induttore di riscaldamento è quella con asse verticale, cioè parallelo all'asse verticale del corpo umano. Tuttavia, per mostrare come l'orientamento relativo tra sorgente e corpo è anch'esso un fattore importante nella determinazione del grado di esposizione al campo elettromagnetico, sono state eseguite delle simulazioni nelle quali l'induttore è stato ruotato di  $90^\circ$ .

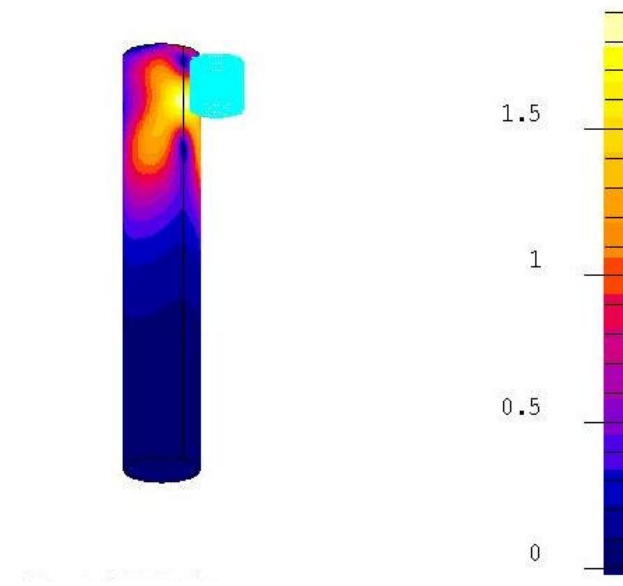


*Fig. 2.2-1 - Dimensioni del simulacro cilindrico del corpo umano, riferito al fantoccio descritto nella figura 2.2-10.*

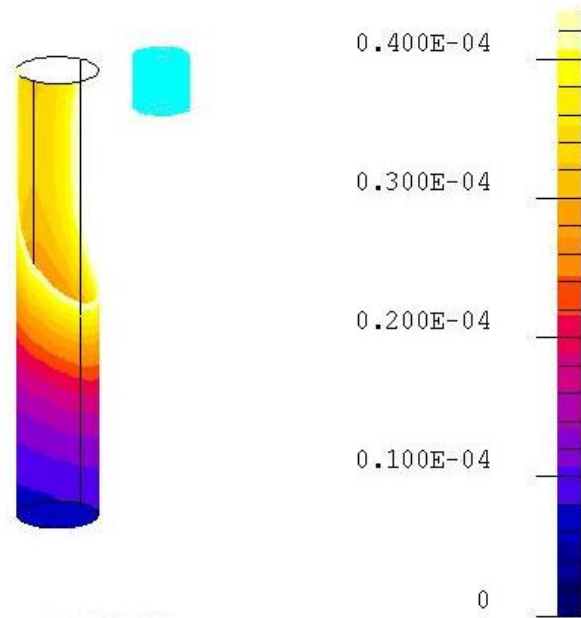
Nelle figure seguenti, tranne che nelle figure 2.2-2, 2.2-3, 2.2-6 e 2.2-7, le scale di intensità di campo sono ridotte all'insieme di valori di picco compresi tra 0 e 43,4  $\mu\text{T}$ . Al valore di picco di 43,4  $\mu\text{T}$  corrisponde il valore efficace di 30,7  $\mu\text{T}$  fissato dall'ICNIRP come livello di riferimento a 20 KHz. Analogamente, la densità di corrente è rapportata ad una scala di valori di picco, ed il valore di 0,283  $\text{A}/\text{m}^2$  corrisponde al limite di base stabilito dall'ICNIRP per la densità di corrente a 20 KHz, che è di 0,2  $\text{A}/\text{m}^2$  efficaci.



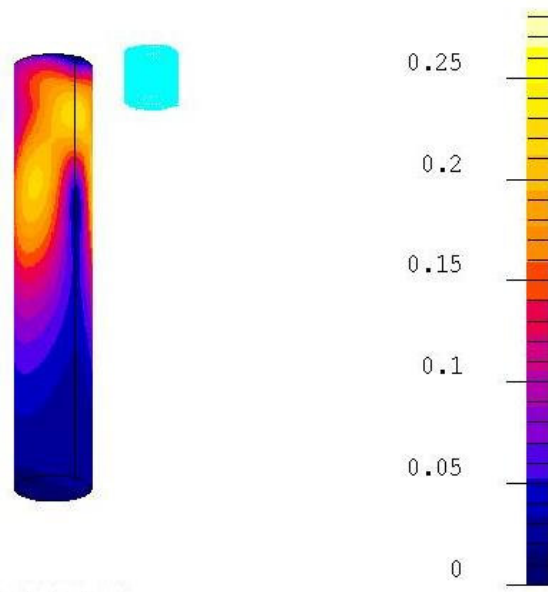
2.2-2- Posizione del simulacro a 40 cm dall'asse della sorgente; intensità del campo induzione magnetica sulla superficie, in Tesla.



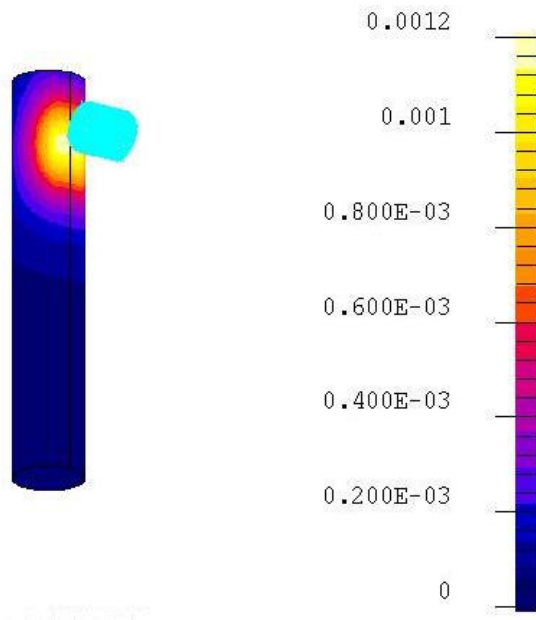
2.2-3 - Posizione del simulacro a 40 cm dall'asse della sorgente; intensità della densità di corrente indotta, in  $A/m^2$ .



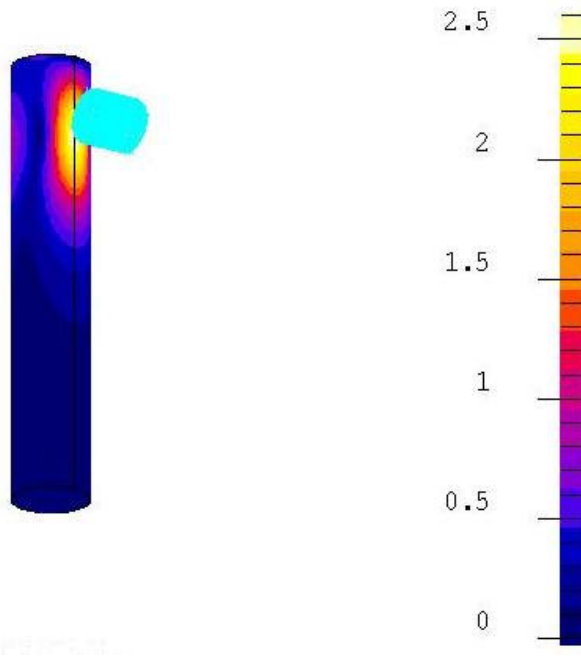
2.2-4 - Posizione del simulacro a 70 cm dall'asse della sorgente; intensità del campo induzione magnetica sulla superficie, in Tesla.



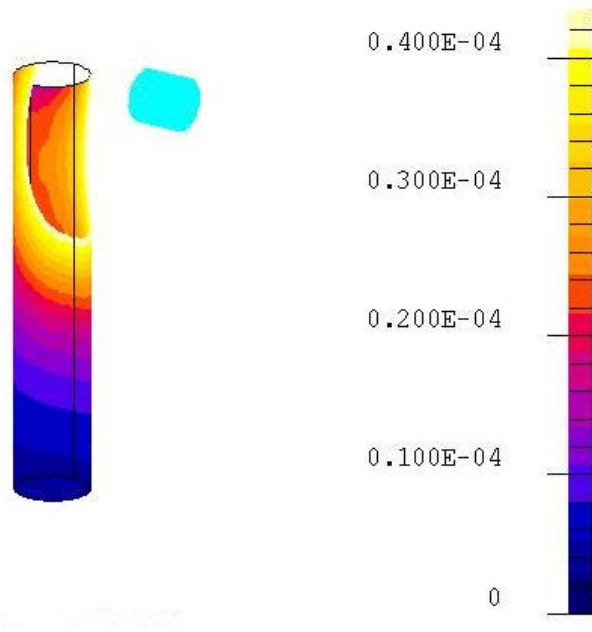
2.2-5 - Posizione del simulacro a 70 cm dall'asse della sorgente; intensità della densità di corrente indotta, in  $A/m^2$ .



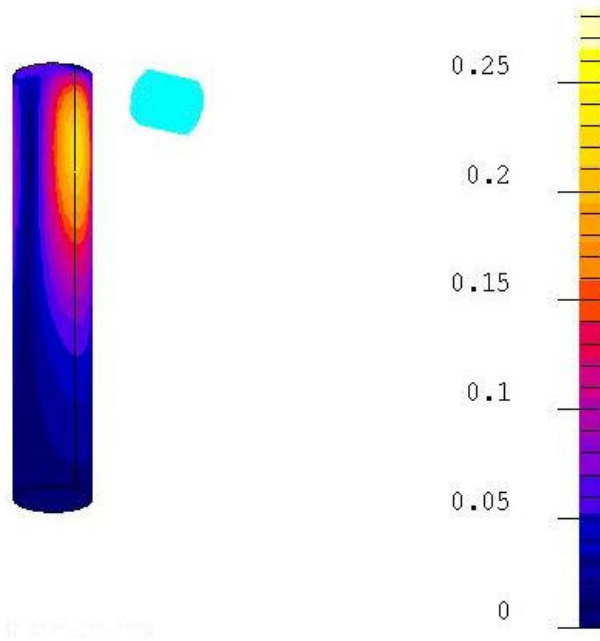
2.2-6 - Posizione del simulacro a 40 cm dall'asse della sorgente, con asse orizzontale; intensità del campo induzione magnetica sulla superficie, in Tesla.



2.2-7 - Posizione del simulacro a 40 cm dall'asse della sorgente, con asse orizzontale; intensità della densità di corrente indotta, in  $A/m^2$



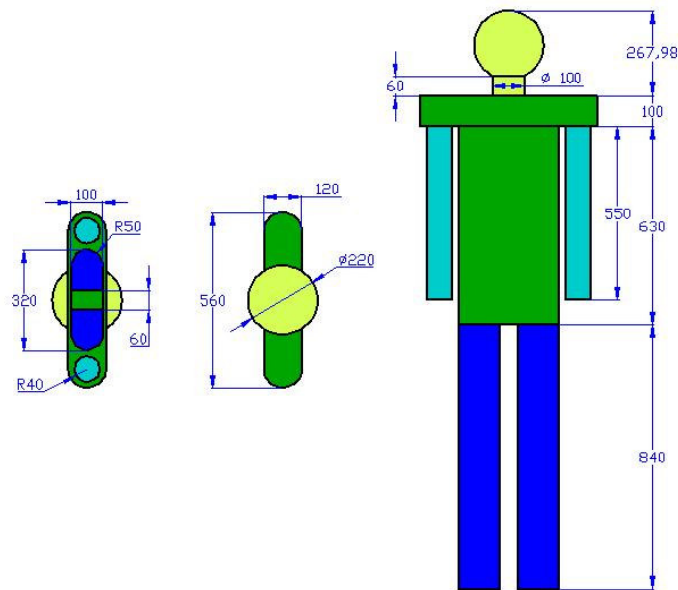
2.2-8 - Posizione del simulacro a 80 cm dall'asse della sorgente, con asse orizzontale; intensità del campo induzione magnetica sulla superficie, in Tesla.



2.2-9 - Posizione del simulacro a 80 cm dall'asse della sorgente, con asse orizzontale; intensità della densità di corrente indotta, in  $A/m^2$ .

Si osserva che con il simulacro cilindrico, a parità di sorgente e senza schermature, il superamento dei limiti di base avviene attorno ad una distanza dall'asse della sorgente compresa tra 70 ed 80 cm.

Di seguito sono riportati i risultati delle simulazioni effettuate considerando un fantoccio semplificato di corpo umano, appositamente sviluppato per lo studio dei livelli di esposizione, rispecchiante la corporatura media di un individuo avente una statura di 1.80 m, e posizionato in prossimità dell'induttore di riscaldamento. Si è ancora preso spunto dalla norma CEI-EN 62226-2-1 e il fantoccio è stato costruito con volumi cilindrici, ad esclusione della testa. Il materiale organico, come per i modelli precedenti, è ancora considerato omogeneo ed isotropo, avente  $\mu_r = 1$  e  $\rho = 5 \Omega\text{m}$ .



2.2-10 - Dimensioni in millimetri del simulacro di corpo umano, impiegato nel modello FLUX 3D.

Le simulazioni mostrano che benchè il corpo umano possa trovarsi in situazioni in cui l'intensità del campo induzione magnetica sia superiore ai livelli di riferimento, i modelli indicano come, con la resistività media di  $5 \Omega\text{m}$  indicata nella citata Norma, non vi siano zone con densità di corrente superiore ai limiti di base. La situazione, nella realtà, potrebbe però essere comunque rischiosa se si considera anche l'incertezza della strumentazione usata per la misura dell'intensità di campo magnetico, giacchè la zona in cui sono strumentalmente superati i livelli di riferimento potrebbe essere più ampia. La

gravità della situazione può essere ridotta se si cambia l'orientazione relativa tra corpo umano e sorgente: le simulazioni mostrano correnti indotte meno intense, a parità di distanza tra corpo umano e sorgente. Risulta evidente l'opportunità di impiegare modelli di corpo umano che ne rispecchiano la fisionomia con una certa accuratezza, pur se semplificati, in quanto evidenziano meglio la distribuzione della corrente indotta nel corpo, anche con lo scopo di trovare le migliori condizioni per ridurre l'esposizione a parità di distanza tra la sorgente ed il soggetto.

Le simulazioni eseguite con simulacro realistico indicano il superamento dei livelli di riferimento ad una distanza pari a 70 cm tra asse dell'induttore ed asse del corpo umano, mentre sono rispettati i limiti di base. Stante l'approssimazione scelta nella modellizzazione del corpo umano, non è a rigore ancora possibile affermare nulla di certo sulla criticità o meno di questa condizione di esposizione. Il modello, tuttavia, consente di identificare le parti di corpo umano che, probabilmente, sono le più interessate dai rischi della corrente di conduzione indotta: i fianchi, la testa, l'alto torace e la zona pelvica (anche quando la sorgente è vicina alla testa!). Un eventuale modello più raffinato potrebbe, per esempio, rappresentare più accuratamente la struttura interna delle zone appena identificate, ed attraverso una specificazione più accurata delle caratteristiche elettriche può indicare meglio il livello di esposizione.

La situazione reale è quella con asse dell'induttore in posizione verticale. Le simulazioni con induttore disposto con asse orizzontale sono state eseguite per valutare eventuali posizioni relative tra sorgente e corpo umano che migliorano le condizioni di esposizione al campo magnetico; nella realtà non sarebbe possibile disporre orizzontalmente il crogiolo, ma nell'ipotesi di un impianto industriale in cui fosse possibile scegliere con una certa libertà la disposizione dell'induttore, questo tipo di valutazioni è ragionevole e proficuo.

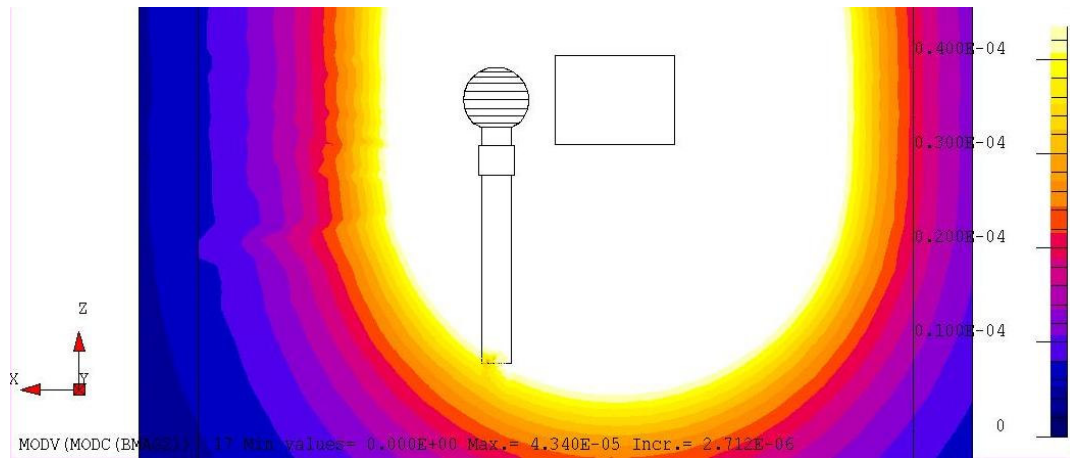


Fig. 2.2-11- Posizione del corpo umano a 40 cm dall'asse della sorgente, relativamente all'intensità del campo induzione magnetica, indicata in T di picco; sezione con piano contenente l'asse longitudinale del corpo umano.

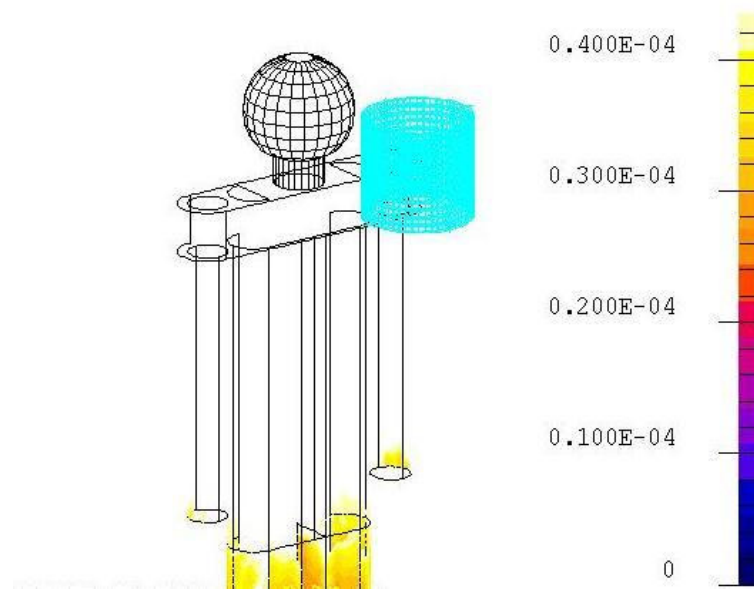


Fig. 2.2-12 - Posizione del corpo umano a 40 cm dall'asse della sorgente, relativamente all'intensità del campo induzione magnetica, indicata in Tesla.

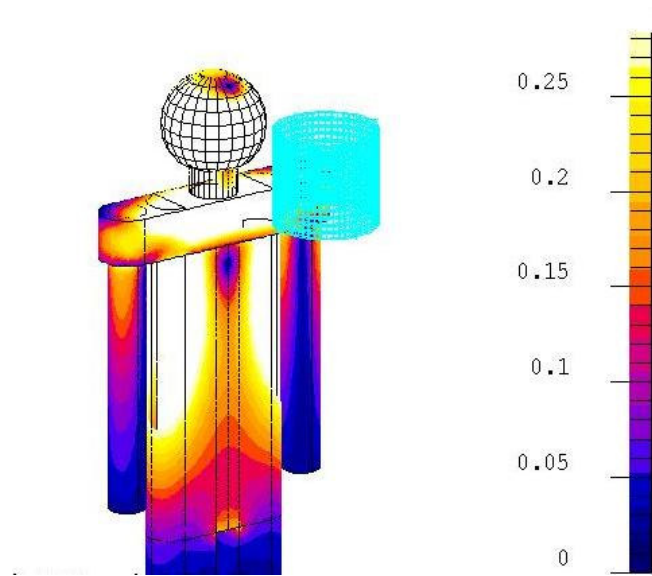


Fig. 2.2-13 - Intensità di corrente di picco, in  $A/m^2$ , indotta nel corpo umano a 40 cm dall'asse della sorgente.

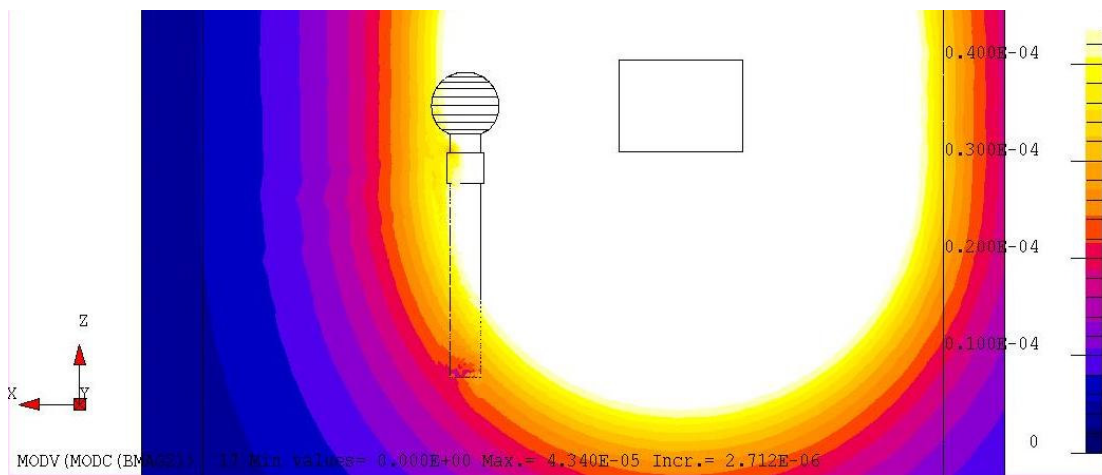


Fig. 2.2-14 - Posizione del corpo umano a 70 cm dall'asse della sorgente relativamente all'intensità del campo induzione magnetica, indicata in Tesla; sezione con piano contenente l'asse longitudinale del corpo umano.

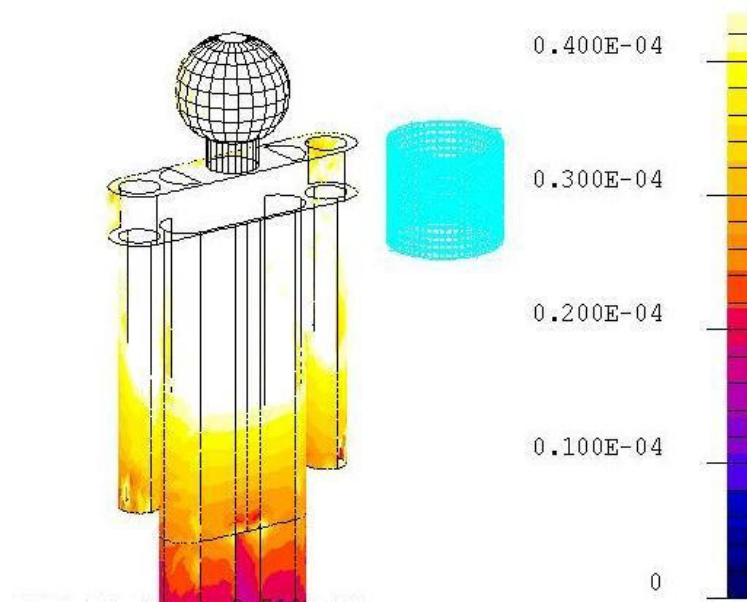


Fig. 2.2-15 - Posizione del corpo umano a 70 cm dall'asse della sorgente, relativamente all'intensità del campo induzione magnetica, indicata in Tesla.

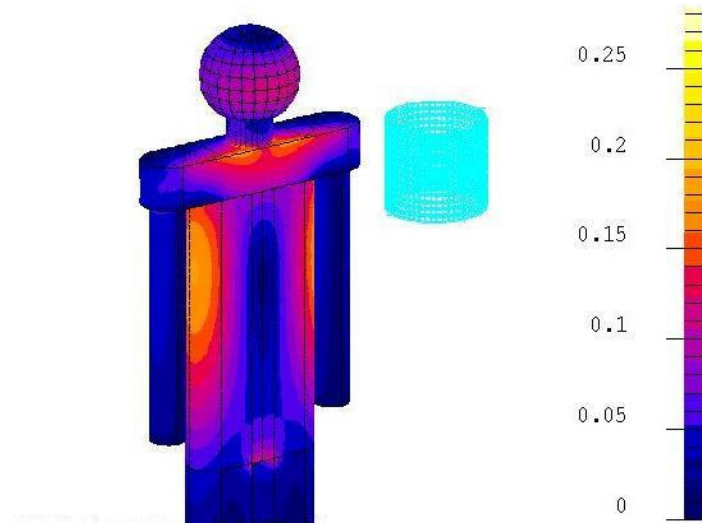


Fig. 2.2-16 - Intensità di corrente di picco, in  $A/m^2$ , indotta nel corpo umano a 70 cm dall'asse della sorgente.

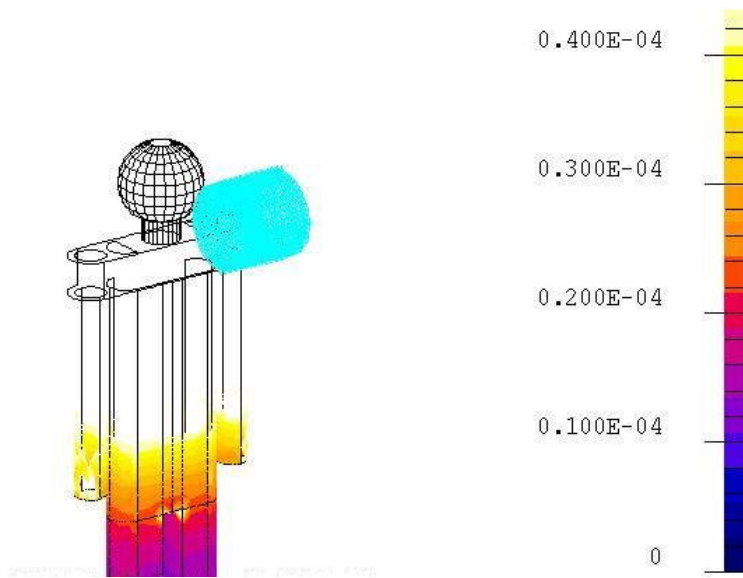


Fig. 2.2-17 - Posizione del corpo umano a 40 cm dall'asse della sorgente, relativamente all'intensità del campo induzione magnetica, indicata in Tesla, con sorgente ruotata di 90°.

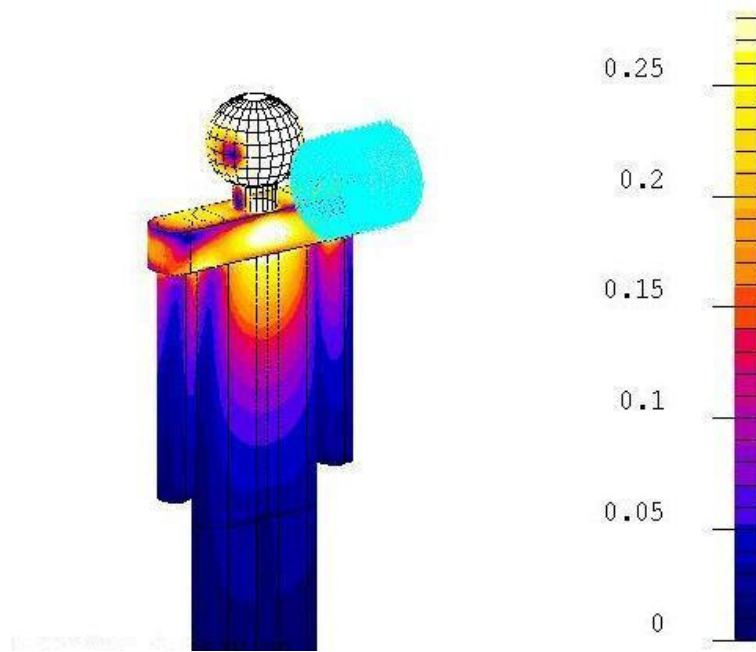


Fig. 2.2-18 - Intensità di corrente di picco, in  $A/m^2$ , indotta nel corpo umano a 40 cm dall'asse della sorgente, ruotata di 90°.

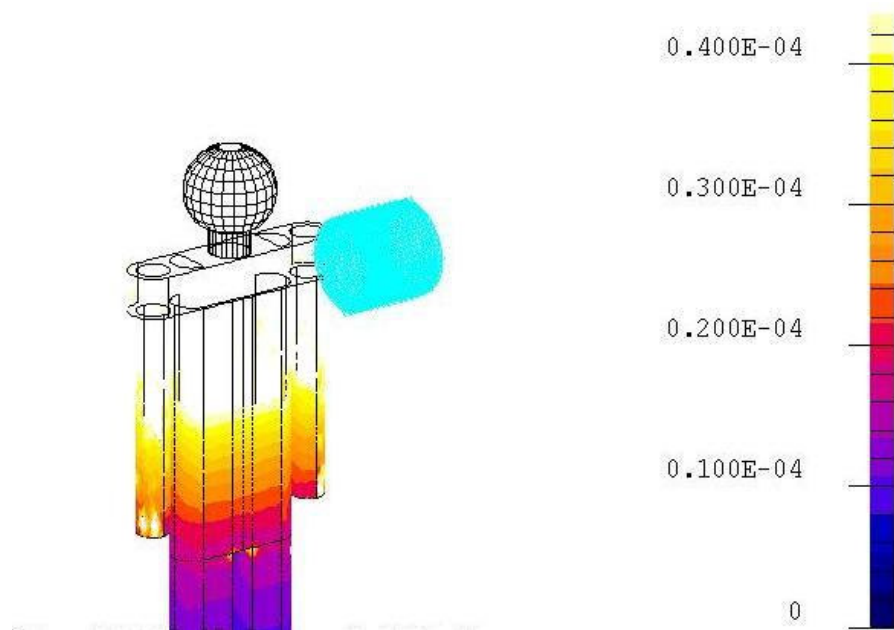


Fig. 2.2-19 - Posizione del corpo umano a 60 cm dall'asse della sorgente, relativamente all'intensità del campo induzione magnetica, indicata in Tesla, con sorgente ruotata di 90°.

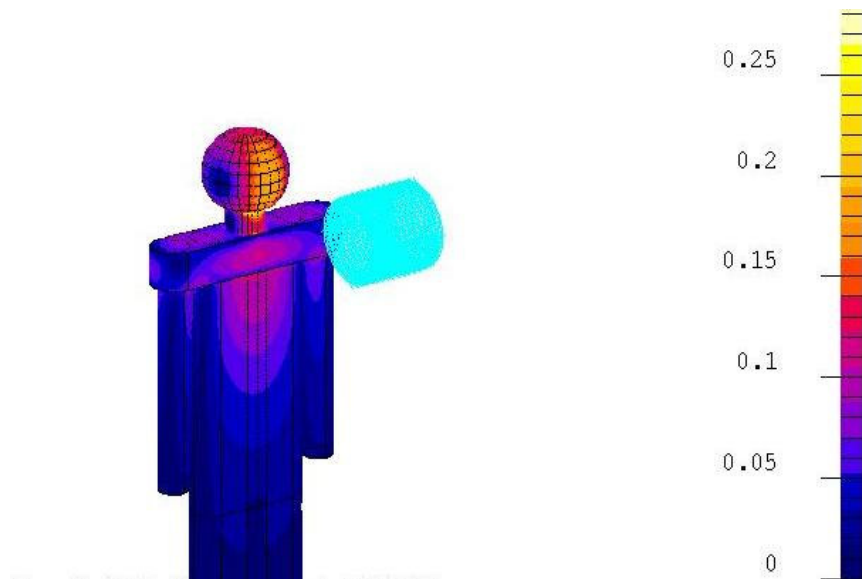
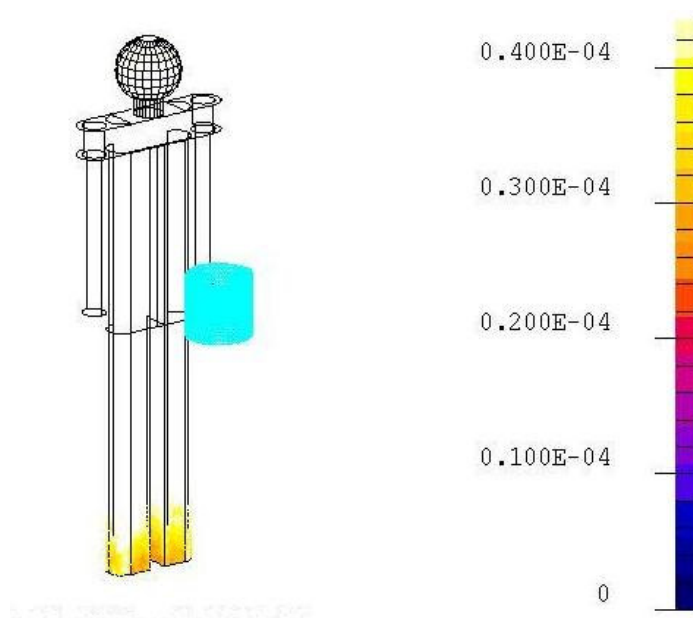


Fig. 2.2-20 - Intensità di corrente di picco, in  $A/m^2$ , indotta nel corpo umano a 60 cm dall'asse della sorgente, ruotata di 90°.

Appare immediatamente evidente che la rotazione della sorgente ha cambiato nettamente le condizioni di esposizione, poichè si è ridotto il volume di corpo umano interessato da densità di corrente prossime o superiori ai limiti di base. Le zone critiche quanto ad esposizione sono la testa ed il torace, mentre, apparentemente, la zona pelvica è al sicuro. Rispetto al caso di induttore verticale, in questo caso la distanza che consente il rispetto dei limiti di base è ridotta di circa 10 cm, talchè già a 60 cm dalla sorgente sembrano rispettati, nonostante il superamento dei livelli di riferimento, come indicato nelle figure successive.

Di seguito sono riportati i risultati delle simulazioni eseguite con lo stesso modello di corpo umano e con la stessa sorgente, posizionata questa volta al livello del bacino e nei due casi di sorgente con asse verticale ed asse orizzontale. In questo caso le situazioni simulate rispecchiano la condizione reale in cui l'operatore di macchina è prossimo al crogiolo per le operazioni di carico, servendosi di una opportuna scala: si trova molto vicino all'induttore di riscaldamento, soprattutto nella zona pelvica.



*Fig. 2.2-21 - Posizione del corpo umano a 40 cm dall'asse della sorgente posta al livello del bacino, relativamente all'intensità del campo induzione magnetica, indicata in Tesla.*

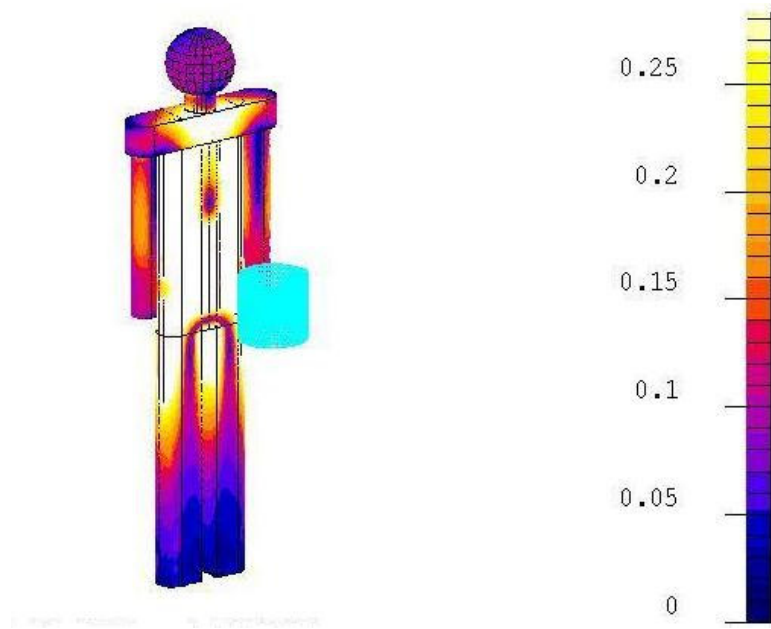


Fig. 2.2-22 - Intensità di corrente di picco, in  $A/m^2$ , indotta nel corpo umano a 40 cm dall'asse della sorgente posta al livello del bacino.

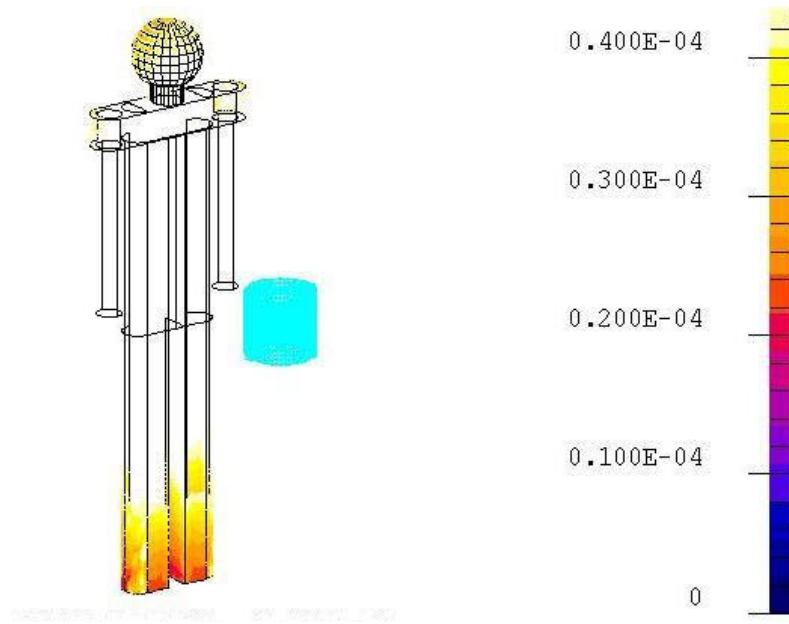


Fig. 2.2-23 - Posizione del corpo umano a 60 cm dall'asse della sorgente posta al livello del bacino, relativamente all'intensità del campo induzione magnetica, indicata in Tesla.

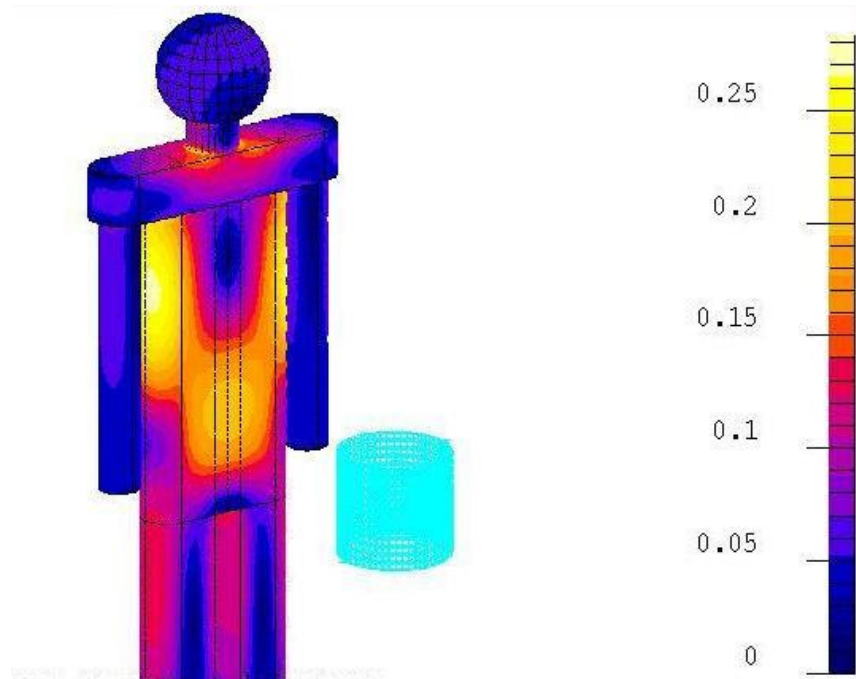


Fig. 2.2-24 - Intensità di corrente di picco, in  $A/m^2$ , indotta nel corpo umano a 60 cm dall'asse della sorgente posta al livello del bacino.

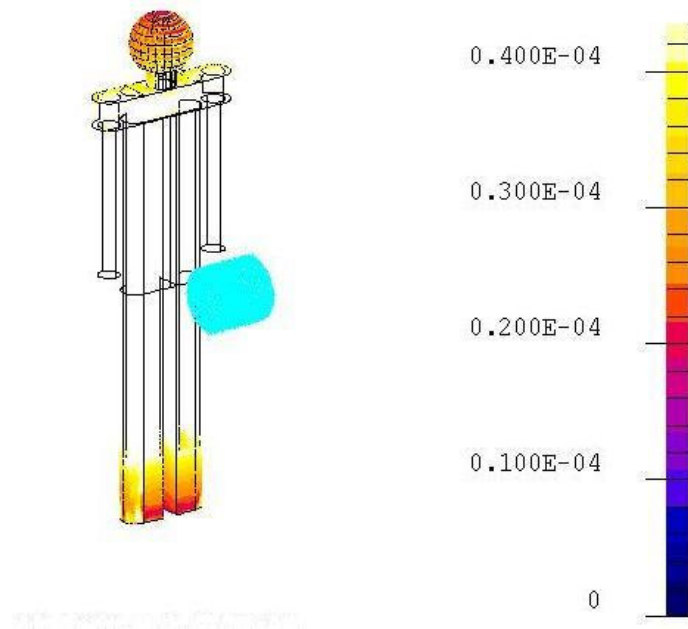


Fig. 2.2-25 - Posizione del corpo umano a 40 cm dall'asse della sorgente, ruotata di  $90^\circ$ , posta al livello del bacino e con asse orizzontale, relativamente all'intensità del campo induzione magnetica, indicata in Tesla.

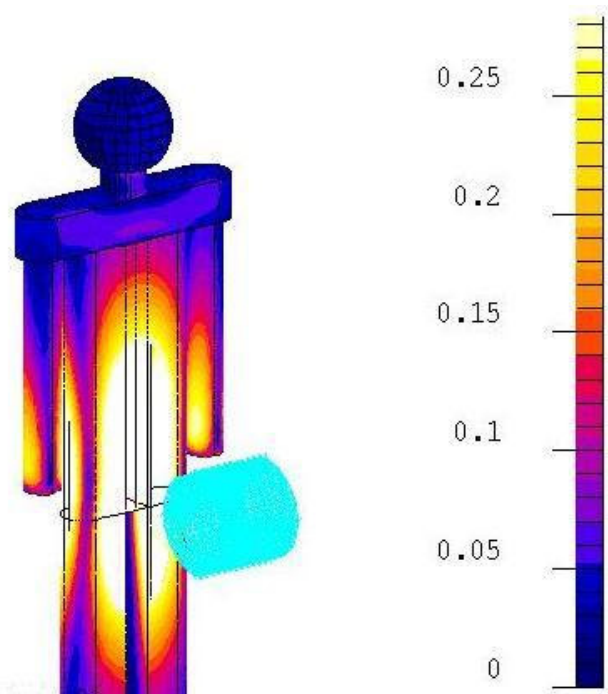


Fig. 2.2-26 - Intensità di corrente di picco, in  $A/m^2$ , indotta nel corpo umano a 40 cm dall'asse della sorgente posta al livello del bacino e con asse orizzontale.

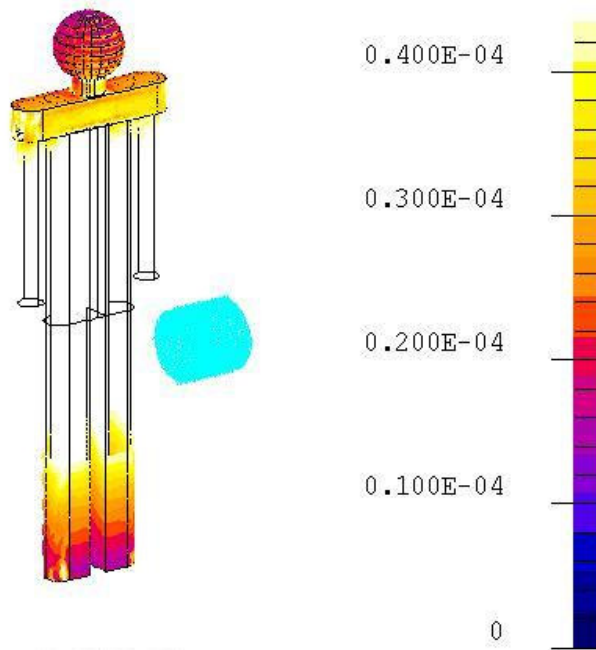
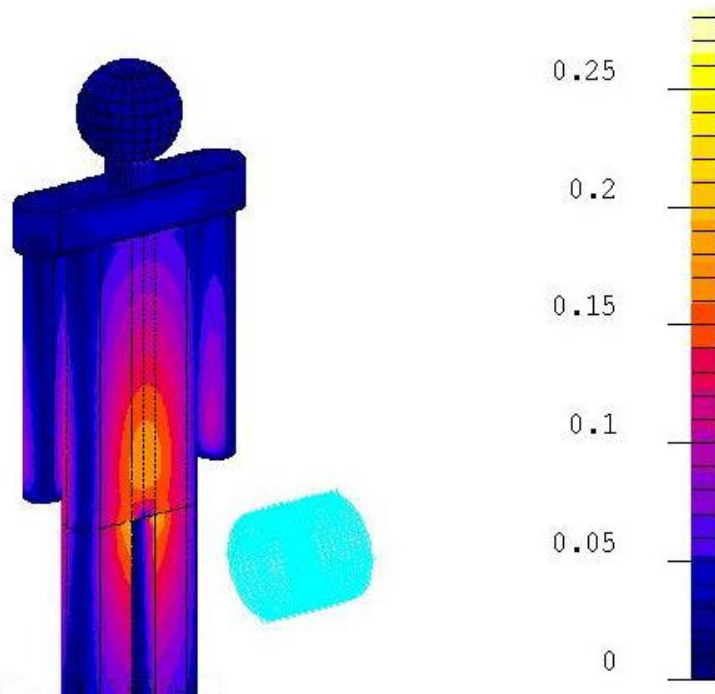


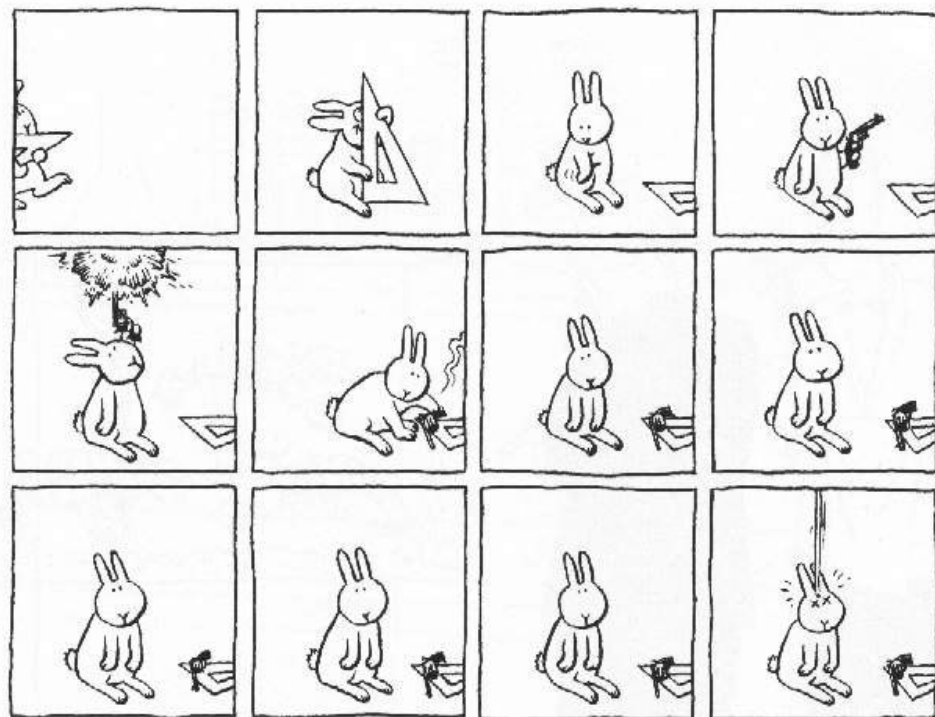
Fig. 2.2-27 - Posizione del corpo umano a 60 cm dall'asse della sorgente, ruotata di  $90^\circ$ , posta al livello del bacino e con asse orizzontale, relativamente all'intensità del campo induzione magnetica, indicata in Tesla.



*Fig. 2.2-28 - Intensità di corrente di picco, in  $A/m^2$ , indotta nel corpo umano a 60 cm dall'asse della sorgente posta al livello del bacino e con asse orizzontale.*

## RIFERIMENTI

1. Manuale dell'utente del software FLUX 9.3.2 (CEDRAT),.
2. E. Gjonaj, M. Bartsch, M. Clemens, S. Schupp, T. Weiland, "*High-Resolution Human Anatomy Models for Advances Electromagnetic Field Computation*" - IEEE Trans. On Magnetics, Vol. 38, No. 2, March 2002
3. CEI EN 62226-2-1, *Esposizione ai campi elettrici e magnetici nell'intervallo delle frequenze basse e intermedie – Metodi di calcolo della densità di corrente e del campo elettrico interno indotti nel corpo umano*. Parte 2-1: *Esposizione ai campi magnetici – Modelli 2D*.
4. D. Andreuccetti, R. Fossi, C. Petrucci, IFAC-CNR, Firenze, 2002, dati ricavati dal "*Parametric Model Of The Dielectric Properties Of Body Tissues*" sviluppato da C.Gabriel e colleghi presso la Brooks Air Force Base, U.S.A.
5. D. Andreuccetti, R. Fossi, "*Dielectric Properties Of Human Tissues: Definitions, Parametric Model, Computing Codes*" - Settembre 2000, IROE TECHNICAL REPORT N. TR/ICEMM/13.00.
6. Valentina D'Ambrosio, "*Numerical Models for Hyperthermic Treatments*", tesi di Dottorato, Università degli Studi di Padova, Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione.
7. International Commission on Non-Ionizing Radiation Protection, "GUIDELINES FOR LIMITING EXPOSURE TO TIME-VARYING ELECTRIC, MAGNETIC AND ELECTROMAGNETIC FIELDS (UP TO 300 GHz)".
8. Antonella Ragusa, seminario su "*Valutazione e misura dell'esposizione ai campi elettromagnetici*", Palermo, Febbraio 2002, "Unità di misura e rappresentazione delle grandezze elettromagnetiche".



Tratto da: 'The bunny suicides'

### 3 MISURA DI INTENSITÀ DI CAMPO MAGNETICO E PROGETTO DELLE SCHERMATURE

*'Misura ciò che è misurabile, e rendi misurabile ciò che non lo è'.*

*Galileo Galilei (1564-1642)*

*'L'uomo che comincia con certezza finisce nel dubbio, ma colui che comincia nel dubbio finisce con la certezza'.*

*Francis Bacon (1561-1626)*

#### **Introduzione**

La misura dell'intensità del campo induzione magnetica è richiesta dalle normative per stabilire se siano superati i livelli di riferimento. Gli strumenti disponibili nel mercato, per misurare le intensità di campo elettrico e magnetico a scopo protezionistico, sono dotati di sonde di campo magnetico realizzate tramite avvolgimenti multispira. Nel caso di sonde cosiddette 'isotropiche', gli avvolgimenti sono tre e sono disposti su piani mutuamente ortogonali. Le tensioni indotte in questi avvolgimenti dai campi magnetici variabili, sono proporzionali all'intensità media del campo induzione valutata sulla superficie racchiusa dalle spire. Quindi, gli indicatori di misura possono fornire oltre all'intensità di campo totale, le intensità di campo lungo tre direzioni mutuamente ortogonali. Le sonde isotropiche dovrebbero consentire di effettuare misure di campo che non dipendano dall'orientazione delle sonde stesse, a parità di posizione. In realtà, nel corso delle campagne di misura che sono state condotte per valutare l'intensità del campo magnetico in prossimità di impianti industriali di riscaldamento per fusione di metalli, e quindi in condizioni di campo avente una

distribuzione spaziale fortemente disuniforme, si è constatato che l'indicazione dell'intensità di campo è significativamente dipendente dalla orientazione della sonda.

Quindi, l'attività di misura dell'intensità del campo deve essere svolta adottando opportuni accorgimenti per ridurre l'errore. Nel presente capitolo si è svolta una analisi del comportamento di una sonda triassiale, dichiarata isotropica dal costruttore, al variare della sua orientazione rispetto alla sorgente di campo, e si sono ricavate alcune regole pratiche che consentono di migliorare l'accuratezza delle misure.

Parallelamente alle misure di campo condotte sulla sorgente reale prescelta, è stata svolta una analisi dell'intensità di campo da essa prodotta, attraverso la realizzazione di opportuni modelli bidimensionali (2D) e tridimensionali (3D) con il software FLUX, in assenza ed in presenza di schermi, ed i risultati dei calcoli sono stati confrontati con misure di campo condotte sullo stesso sistema, per avere un'indicazione circa la concordanza tra misura e simulazione.

Come si vedrà, le difficoltà di ottenere misure affidabili da una parte e le difficoltà di realizzare modelli FEM sufficientemente verosimili ed in grado di produrre facilmente i valori di intensità di campo nelle zone di interesse dall'altra, rendono tutt'ora problematica l'attività di realizzazione di sistemi di schermatura per i quali si sia certi del rispetto delle prescrizioni stabilite dalle normative, in ogni condizione di impiego ed in ogni zona di interesse.

### **3.1 Caratterizzazione delle schermature**

Richiamiamo alcuni aspetti fondamentali derivati dall'Elettromagnetismo ed applicati ai fenomeni di produzione di campo elettromagnetico in aria, in relazione al problema della schermatura [1].

La schermatura di una sorgente di campo elettromagnetico si realizza mettendo in opera dei dispositivi in grado di ridurre l'intensità di campo nelle zone di interesse.

I dispositivi possono agire in modo 'passivo', cioè intervengono sul campo prodotto dalla sorgente sfruttando l'energia elettromagnetica emessa dalla sorgente stessa, oppure in modo 'attivo', e quindi sono sorgenti di campo esse stesse alimentate da un apposito circuito elettrico.

Il tipo di effetto schermante che si vuole ottenere nel caso degli schermi passivi, condiziona la scelta e la forma dei materiali: il confinamento della componente elettrica del campo richiede l'uso di materiali elettricamente conduttori, in grado cioè di realizzare quella che genericamente è chiamata gabbia di Faraday. Il confinamento della componente magnetica del campo è attuabile con materiali conduttori o ferromagnetici, o anche entrambi; nel caso si sfrutti la conducibilità elettrica del materiale, lo schermo agisce a seguito delle correnti indotte in esso dal campo elettromagnetico che lo investe; nel caso si sfruttino le proprietà magnetiche del materiale, lo schermo agisce concentrando il flusso del campo magnetico sviluppato dalla sorgente. La scelta del materiale è anche condizionata dalla frequenza  $f$  della sorgente, soprattutto per quanto riguarda i materiali ferromagnetici, dato che al variare di essa varia la permeabilità magnetica, da cui dipende l'effetto di confinamento del campo, e varia la potenza termica che il materiale sviluppa a seguito dei fenomeni dissipativi di cui è sede, derivanti dall'assorbimento dell'energia della sorgente. Quindi il dimensionamento di un dispositivo schermante passivo è condotto non solo in riferimento all'entità della riduzione dell'intensità di campo che si può ottenere, ma anche in riferimento ai fenomeni termici di cui è sede e che possono indurre in esso riscaldamenti pericolosi per le persone e dannosi alla sua stabilità e consistenza meccanica.

Questo lavoro considera schermi passivi da applicarsi ad impianti industriali che realizzano processi di riscaldamento ad induzione per trattamenti termici di metalli, funzionanti sino a 100 KHz. Il materiale schermante più adatto dipende anche dal tipo di sorgente di campo, cioè occorre valutare se l'energia elettromagnetica emessa e contro i cui effetti nocivi si vuole tutelare un individuo che si trovasse esposto, agisce prevalentemente con la componente elettrica, o con la componente magnetica, oppure con entrambe. Per fare questa scelta occorre caratterizzare la sorgente del campo elettromagnetico, anche in funzione della distanza a cui si pone il dispositivo schermante. Nelle applicazioni industriali le sorgenti possono essere approssimate con sorgenti semplici, il cui campo prodotto è descrivibile nello spazio in forma analitica. Nel caso di sorgenti reali molto complesse, queste possono essere approssimate come unione di opportune configurazioni di sorgenti semplici; queste sorgenti elementari sono il dipolo corto, per tenere conto di sorgenti di campo prevalentemente elettrico, e la spira piccola, per tenere conto di sorgenti di campo prevalentemente magnetico.

Come sorgente di campo elettromagnetico consideriamo inizialmente il dipolo corto, cioè avente lunghezza  $D \ll \lambda$  (lunghezza d'onda del campo elettromagnetico).

Consideriamo un sistema di riferimento in coordinate polari, nel quale il piano equatoriale è ortogonale all'asse longitudinale del dipolo corto. Le componenti del campo elettrico  $E_r$  e  $E_\theta$  e la componente del campo magnetico  $H_\varphi$  prodotte dal dipolo corto, sono:

$$E_\theta = \frac{Z_o I D \pi \sin \theta}{\lambda^2} \left[ -\left(\frac{\lambda}{2\pi r}\right)^3 \cos \psi - \left(\frac{\lambda}{2\pi r}\right)^2 \sin \psi + \left(\frac{\lambda}{2\pi r}\right) \cos \psi \right] \quad (3.1.1)$$

$$E_r = \frac{2Z_o I D \pi \cos \theta}{\lambda^2} \left[ \left(\frac{\lambda}{2\pi r}\right)^3 \cos \psi + \left(\frac{\lambda}{2\pi r}\right)^2 \sin \psi \right] \quad (3.1.2)$$

$$H_\varphi = \frac{I D \pi \sin \theta}{\lambda^2} \left[ \left(\frac{\lambda}{2\pi r}\right)^2 \sin \psi + \left(\frac{\lambda}{2\pi r}\right) \cos \psi \right] \quad (3.1.3)$$

dove:

$Z_o$  = impedenza d'onda nel vuoto (per  $r \gg \lambda/2\pi = \sqrt{\mu/\epsilon} = 120 \pi = 377 \Omega$ )

$I$  = corrente circolante nel dipolo corto

$D$  = lunghezza del dipolo corto (supposta  $D \ll \lambda$ )

$\lambda$  = lunghezza d'onda corrispondente alla frequenza  $f$  ( $\lambda = c/f$ )

$c$  = velocità della luce =  $1/\sqrt{\mu\epsilon} = 3 \times 10^8$  m/s

$r$  = distanza dal centro del dipolo corto al punto di osservazione

$\theta$  = angolo zenitale del vettore posizione, di lunghezza  $r$

$\psi = (2\pi r/\lambda) - \omega t$

$\omega$  = pulsazione =  $2\pi f$

$t$  = periodo corrispondente alla frequenza  $f$  ( $t = 1/f$ ).

Consideriamo il modulo dell'impedenza d'onda  $Z_w$ , cioè la quantità:

$$Z_w = \frac{E(P)}{H(P)} \quad (3.1.4)$$

calcolata a partire dai moduli dei campi elettrico e magnetico.

Quando  $\lambda/2\pi r = 1$ , il che significa che il punto di osservazione  $P$  si trova, rispetto alla sorgente, a circa un sesto della lunghezza d'onda del campo elettromagnetico, la distanza  $r$  è quella di transizione tra la zona cosiddetta di campo vicino (per distanze inferiori a circa  $\lambda/6$ ) e quella di campo lontano (per distanze superiori a circa  $\lambda/6$ ).

Quando  $r \gg \lambda/2\pi$  si è in una regione dello spazio cosiddetta di campo lontano; in questa regione si ha che l'impedenza dell'onda  $Z_w$  è  $Z_0 = E_\theta/H_\phi = 377\Omega$ . I campi  $E_\theta$  e  $H_\phi$  sono in fase rispetto al tempo, ma in quadratura rispetto alle rispettive direzioni nello spazio. Il campo elettromagnetico in questa zona è detto anche campo di radiazione.

Per distanze  $r \ll \lambda/2\pi$ , solo il primo termine delle tre equazioni di campo precedenti è significativo e si è in una regione di spazio cosiddetta di campo vicino. In questa zona l'impedenza d'onda  $Z_w$  vale  $E_\theta/H_\phi = Z_0 \lambda/2\pi r \gg Z_0$ , dato che  $\lambda/2\pi r \gg 1$ . In questa zona il campo elettromagnetico è detto anche campo di induzione. Nel caso della sorgente a dipolo elettrico corto, il campo elettromagnetico in questa zona è prevalentemente di tipo elettrico ed è anche chiamato campo ad alta impedenza.

Se al posto del dipolo corto si avesse una spira molto piccola (detta 'loop'), con lunghezza totale molto inferiore a  $\lambda$ , in modo da ritenere costante la corrente lungo il suo sviluppo (la corrente non sarebbe costante nel caso di loop di lunghezza confrontabile con  $\lambda$ ), sparirebbe il termine elevato al cubo nelle equazioni di  $E_\theta$  e di  $E_r$ , e comparirebbe un termine elevato al cubo nell'equazione di  $H_\phi$ . Allora in questo caso l'impedenza d'onda vale  $E_\theta/H_\phi = Z_0 2\pi r/\lambda$ , il campo elettromagnetico è prevalentemente di tipo magnetico ed è anche chiamato campo a bassa impedenza.

Quindi, l'impedenza dell'onda elettromagnetica emessa da una sorgente dipende dalla distanza rispetto ad essa, dalla frequenza e di fatto dall'impedenza della sorgente, dato che in campo vicino l'impedenza d'onda dipende, tra le altre cose, dall'aver una

sorgente a dipolo corto (che è un circuito galvanicamente aperto, e quindi in generale interessato da correnti di tipo capacitivo) oppure a loop (che è un circuito galvanicamente chiuso, e quindi in generale interessato da correnti di tipo induttivo).

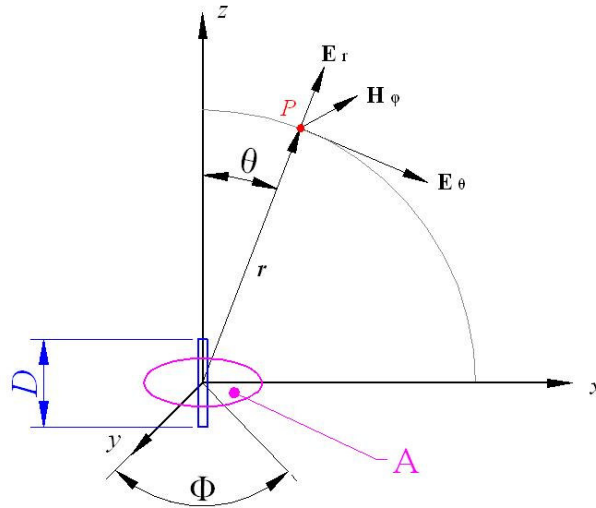


Fig. 3.1-1 - Coordinate sferiche rispetto al dipolo corto (blu) di lunghezza  $D$ , ed alla spira piccola, detta 'loop', (rosa) di area  $A$ .

Le distanze in gioco tra sorgenti di campo elettromagnetico negli impianti impieganti il riscaldamento ad induzione, e schermi, per frequenze inferiori a 100 KHz fanno ricadere il nostro caso di studio nella zona di campo vicino. Inoltre, le sorgenti di campo sono alimentate da correnti relativamente alte e possono essere approssimate con circuiti a loop: quindi siamo nel caso di sorgenti a bassa impedenza.

Per caratterizzare la riduzione dell'intensità di campo ad opera di una schermatura, in generale si considera il rapporto  $SE$  tra il valore del flusso di potenza associato al campo elettromagnetico incidente sulla schermatura, ed il valore del flusso di potenza che la schermatura trasmette in quanto la sua non idealità non è riuscita a bloccarlo:

$$SE = \frac{P_{in}}{P_{tr}} \quad (3.1.5)$$

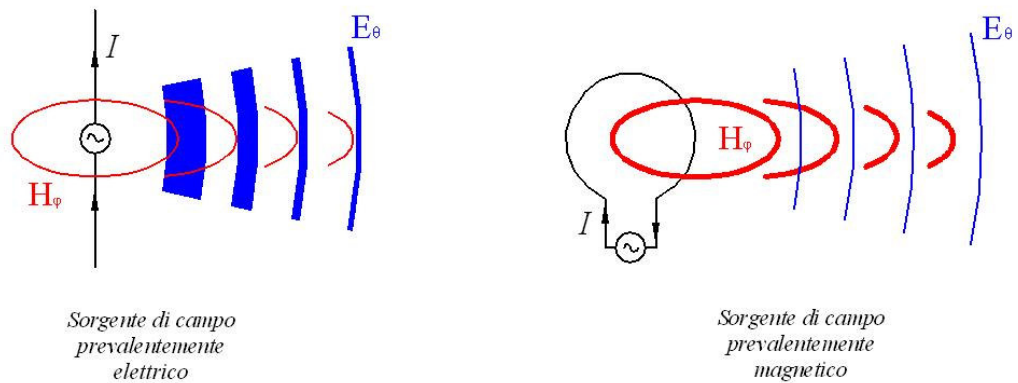


Fig. 3.1-2 - Differenza concettuale tra i due tipi di sorgente elementare di campo elettromagnetico.

dove  $P_{in}$  e  $P_{tr}$  sono rispettivamente i flussi di potenza appena citati, espresse nella stessa unità di misura (tipicamente il  $W/m^2$ ). I flussi di potenza sono relativi al medesimo punto fisico di osservazione in cui si sta eseguendo la valutazione dell'efficacia di schermatura. Il parametro  $SE$  risulta in generale maggiore o uguale a 1, dato che la potenza trasmessa è inferiore o uguale a quella incidente. L'efficacia di schermatura  $SE$  può essere anche espressa in dB:

$$SE_{dB} = 10 \log_{10}(SE) \quad (3.1.6)$$

La teoria dell'Elettromagnetismo, con il Teorema di Poynting, afferma in generale che il flusso di potenza associato ad un campo elettromagnetico che si propaga nello spazio, e che si indica con il vettore  $S$ , il cui modulo è espresso in  $W/m^2$ , risulta dal prodotto vettoriale tra il vettore del campo elettrico  $E$  e quello del campo magnetico  $H$ , calcolato nel punto  $P$  :

$$\mathbf{S}(P) = \mathbf{E}(P) \times \mathbf{H}(P) \quad (3.1.7)$$

In generale, a parità di sorgente, i vettori  $E$  ed  $H$  formano un angolo tra le rispettive direzioni che in valore assoluto è compreso tra  $0^\circ$  e  $90^\circ$ . Solo in regioni di campo lontano i due vettori hanno direzione mutuamente ortogonale. In regioni di

campo vicino, invece, hanno direzione mutua che dipende dalla sorgente e dalla posizione  $P$ ; fissata la posizione, la loro orientazione reciproca resta spesso invariata sia prima che dopo l'installazione dell'eventuale schermo, e quindi l'efficacia di schermatura può essere così calcolata:

$$SE_{dB} = 10 \log_{10} \frac{E_b(P) \cdot H_b(P)}{E_a(P) \cdot H_a(P)} \quad (3.1.8)$$

dove il pedice 'b' indica la situazione prima dell'installazione dello schermo, ed il pedice 'a' la situazione con lo schermo. Se nel punto di osservazione  $P$  l'impedenza d'onda resta invariata tra prima e dopo l'installazione dello schermo, segue che:

$$H_b = \frac{E_b}{Z_w} \quad H_a = \frac{E_a}{Z_w} \quad (3.1.9)$$

L'invarianza dell'impedenza d'onda è un caso particolare, che generalmente si manifesta in regione di campo lontano rispetto alla sorgente e contemporaneamente rispetto allo schermo; in questa condizione l'efficacia di schermatura può essere espressa indifferentemente considerando il modulo di E oppure il modulo di H. Infatti:

$$\begin{aligned} SE_{dB} &= 10 \log_{10} \frac{E_b^2 / Z_w}{E_a^2 / Z_w} = 10 \log_{10} \frac{H_b^2 \cdot Z_w}{H_a^2 \cdot Z_w} = 10 \log_{10} \frac{E_b^2}{E_a^2} = \\ &= 10 \log_{10} \frac{H_b^2}{H_a^2} = 20 \log_{10} \frac{E_b}{E_a} \left( = \frac{H_b}{H_a} \right) \end{aligned} \quad (3.1.10)$$

Nel caso di impianti funzionanti al di sotto di 100 KHz, nelle condizioni del loro impiego il punto di osservazione è in campo vicino. A seconda del tipo di sorgente si ha la prevalenza di fenomeni radiativi coinvolgenti principalmente il campo elettrico oppure magnetico e quindi prendendo spunto dalla trattazione formale svolta sino a qui per l'efficacia di schermatura, si introduce il cosiddetto fattore di riduzione 'r', cioè il rapporto tra le intensità della componente prevalente del campo elettromagnetico, nel punto  $P$ , prima e dopo l'installazione dello schermo, cioè:

$$r_E = \frac{E_b}{E_a} \quad \text{oppure} \quad r_H = \frac{H_b}{H_a} \quad (3.1.11)$$

ed in dB:

$$r_{E \text{ dB}} = 10 \log_{10} r_E \quad \text{oppure} \quad r_{H \text{ dB}} = 10 \log_{10} r_H \quad (3.1.12)$$

Nel caso di impianti funzionanti al di sotto di 100 KHz ed impieganti sorgenti alimentate a bassa tensione ed alta intensità di corrente, risulta più significativa la determinazione di  $r_H$  (oppure  $r_{H \text{ dB}}$ ), dato che il campo elettrico, in questo caso, avrebbe quasi sicuramente intensità trascurabile, e quindi poco o per nulla preoccupante ai fini protezionistici. Il fattore di riduzione prescinde dall'eventuale relazione che i campi elettrico e magnetico potrebbero avere tra di loro per una stessa sorgente e nel caso che il punto di osservazione fosse ad essa molto vicino; questo parametro caratterizza semplicemente la variazione dell'intensità di campo in dipendenza delle proprietà schermanti, consentendo la descrizione quantitativa di ciò che avviene separatamente per il campo elettrico e per il campo magnetico.

La determinazione del fattore di riduzione  $r$ , oppure dell'efficienza di schermatura  $SE$ , per sorgenti al di sotto di 100KHz risulta eseguibile con misure di intensità di campo oppure con realizzazione di calcoli svolti attraverso metodi numerici approssimati, impieganti ad esempio la tecnica degli elementi finiti. In questo capitolo si descrivono le misure di intensità di campo, con una sonda apposita, ed è mostrato un esempio di calcolo del fattore di riduzione, eseguito con il software FLUX.

Le lunghezze d'onda nella banda di frequenze al di sotto dei 100 KHz, cioè maggiori di 3 Km, sono tali per cui lo studio della schermatura è difficilmente realizzabile adottando l'approccio teorico che si appoggia sulla teoria della propagazione di onde elettromagnetiche in mezzi conduttori solidi. Questo approccio è più adatto per frequenze maggiori, e tipicamente al di sopra di qualche MHz, dove la bibliografia offre ampia trattazione. Nella banda di frequenze di interesse, invece, uno schermo passivo interagisce con la sorgente allo stesso modo con cui interagisce, ad esempio, un crogiolo riscaldato ad induzione oppure un nucleo ferromagnetico

impiegato per il confinamento del campo in un induttore di riscaldamento. Pertanto, le tecniche di calcolo numerico, di tipo differenziale e sviluppate per lo studio di questi fenomeni, si prestano bene allo studio degli schermi per frequenze basse; tuttavia, la determinazione dell'intensità di campo nell'aria può essere resa più efficiente introducendo tecniche di calcolo di tipo integrale associate agli spazi circostanti le sorgenti e gli altri oggetti solidi; nel capitolo IV è proposto un approccio di calcolo in tal senso.

### **3.2 Lo strumento di misura dell'intensità di campo: caratteristiche e indicazioni per ridurre l'incertezza di misura**

L'apparato di misura impiegato per rilevare l'intensità del campo induzione magnetica è l'indicatore PMM 8053 [2] con la sonda di campo elettrico e magnetico EHP50, di cui di seguito si riportano le caratteristiche tecniche. Il campo di frequenze dichiarato è compreso tra 5 Hz e 100 KHz, quindi adatto alle misure di intensità di campo per dispositivi industriali impieganti il riscaldamento ad induzione, come quello considerato.

Di rilievo particolare ai fini delle misure effettuate per l'impianto sopra descritto, sono le dimensioni della sonda (96mm X 96mm X 115mm) ed il parametro denominato 'isotropicità' ( $\pm 1$  dB, corrispondente a  $\pm 12,2$  %). Vedremo nel seguito che le dimensioni della sonda dipendono dalle dimensioni dei dispositivi di trasduzione contenuti in essa e che questi ultimi risultano troppo grandi per consentire una mappatura sufficientemente accurata del campo magnetico quando la sonda viene posizionata a distanze dalla sorgente corrispondenti a quelle raggiunte dall'addetto di macchina durante le operazioni di conduzione. Inoltre, l'eccessiva dimensione dei dispositivi di trasduzione rispetto alle dimensioni della sorgente di campo e rispetto alla distanza relativa tra sorgente e sonda, rende attendibile il valore dichiarato per l'isotropicità solo nel caso in cui il campo in cui si effettuano le misure sia uniforme o assimilabile come tale.

La sonda EHP-50 fornisce l'intensità di campo elettrico e magnetico lungo tre direzioni mutuamente ortogonali; l'indicatore PMM 8053 riceve i dati della misura dalla

sonda e fornisce il valore dell'intensità di campo, applicando per il campo magnetico la relazione :

$$|\mathbf{B}| = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} \quad (3.2.1)$$

dove  $B_x$ ,  $B_y$ ,  $B_z$  sono le componenti del vettore  $\mathbf{B}$  lungo tre direzioni mutuamente ortogonali [3].

I dispositivi trasduttori per il campo magnetico contenuti nella sonda sono tre bobine circolari e planari, disposte sulle facce ortogonali contigue ad uno dei vertici di un cubo; ciascuna bobina è preposta alla trasduzione della componente di campo magnetico ortogonale al piano della bobina stessa. Il centro di simmetria della sonda, cioè il centro del contenitore fisico delle bobine, è considerato nella pratica come il centro di misura dell'intensità campo. Il centro di misura non coincide con nessuno dei centri delle tre bobine e questo fatto induce di per sé a dedurre che le indicazioni di intensità di campo magnetico sono pressochè indipendenti dall'orientazione della sonda, con una variazione della misura rispetto all'orientazione che è stata chiamata 'isotropicità', solo in condizioni di campo uniforme o quasi-uniforme.

## **ELECTRIC AND MAGNETIC FIELD ANALYZER EHP-50A**

	Campo elettrico	Campo magnetico
Campo di frequenza	5 Hz – 100 kHz	
Portata	0,1 V/m – 100 kV/m	10 nT – 10 mT
Sovraccarico	200 kV/m @ 50 Hz	20 mT @ 50 Hz
Dinamica	> 120 dB	
Risoluzione	0,01 V/m	1 nT
Sensibilità	0,1 V/m	10 nT
Errore assoluto	± 0,8 dB (@ 50 Hz e 1 kV/m)	± 0,8 dB (@ 50 Hz e 0,1 mT)
Piattezza (40 Hz – 10 kHz)	± 0,5 dB	± 0,5 dB
Isotropicità	± 1 dB	
SPAN	100 Hz, 200 Hz, 500 Hz, 1 kHz, 2 kHz, 10 kHz, 100 kHz	
Frequenza di Start	1,2 % dello SPAN	
Frequenza di Stop	Uguale allo SPAN	
Reiezione ai campi elettrici	---	> 20 dB
Reiezione ai campi magnetici	> 20 dB	---
Calibrazione	E <sup>2</sup> PROM interna	
Errore in temperatura	0,05 dB/°C	
Dimensioni	96 x 96 x 115 mm	
Peso	700 g	
Attacco treppiede	Insero filettato ¼"	
Batterie interne	Batterie NiMH rettangolari (5 x 1.2 V)	
Tempi di funzionamento	> 10 h	>150 h in modalità basso consumo
Tempi di ricarica	< 4 h	
Alimentazione esterna DC	DC, 10-15 V, I = circa 200 mA	
Connessine fibra ottica	Fino a 40m	
Aggiornamento firmware	Aggiornamento attraverso porta seriale	
Autoverifica	Automatica dall'accensione	
Temperatura di lavoro	-10 a +40°C	
Temperatura di immagazzinamento	-20 a +70°C	



*Fig. 3.2-1 Dati tecnici della sonda di campo elettrico e magnetico PMM EHP-50.*

L'impiego della sonda EHP-50 in prossimità di induttori di riscaldamento del tipo descritto, in occasione di campagne di misura precedenti al presente lavoro, aveva indicato una significativa dipendenza della misura al variare dell'orientazione della

sonda, a parità di punto di misura [3; 4; 7]. Questa osservazione ha creato l'esigenza di indagare sulla struttura interna della sonda, per stabilire una eventuale procedura operativa di misura che minimizzasse l'incertezza [9; 10]. La disposizione interna delle bobine è stata ricavata con fotografie a raggi X di un esemplare di EHP-50; a partire dalle radiografie e per confronto con le dimensioni degli spigoli della scatola, è stato possibile stimare il diametro delle bobine, che è stato assunto pari a circa 80 mm. I dati costruttivi geometrici così ricavati sono stati successivamente utilizzati per la realizzazione di un modello FEM della sonda che consentisse di stimare in modo più rigoroso il migliore posizionamento della stessa in occasione di misure di intensità di campo prodotto dall'induttore dell'impianto in oggetto e con lo scopo di migliorare l'accuratezza della misura (vedere Appendice A-2).

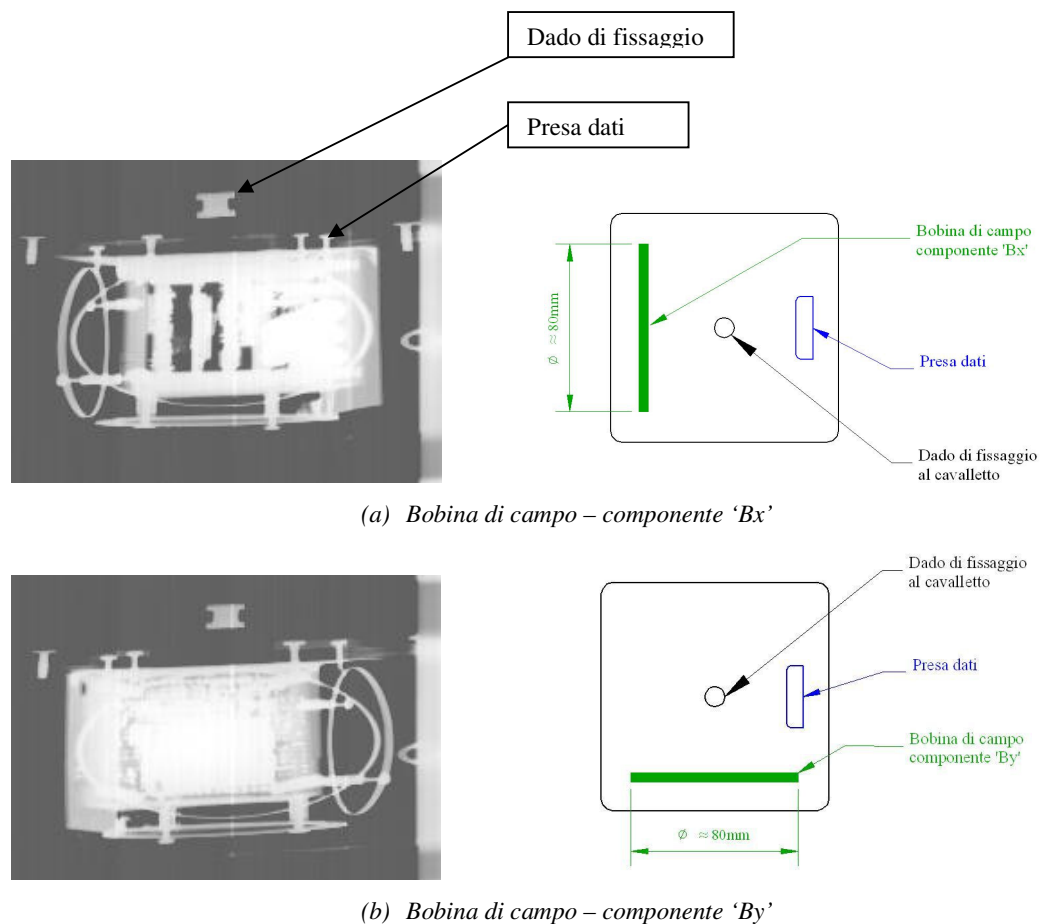


Fig. 3.2-2 Foto ai raggi X per ispezione della struttura interna della sonda EHP-50.

Dalla figura 3.2-2 si nota come le bobine di misura del campo magnetico siano realizzate molto probabilmente da avvolgimenti a più spire, disposte su di una fettuccia flessibile circolare. In ogni caso, la tensione che ciascuna bobina di campo fornisce è proporzionale al flusso totale del campo induzione magnetica, concatenato da ciascuna di esse, secondo la nota relazione della Legge di Faraday Neumann:

$$e(t) = - \frac{d\Phi(t)}{dt} \quad (3.2.2)$$

Il flusso totale  $\Phi(t)$  è pari alla somma dei flussi totali concatenati da ciascuna spira di ogni bobina, cioè :

$$\Phi(t) = \sum_{i=1}^{N_{sp}} \Phi_i(t) \quad (3.2.3)$$

dove  $N_{sp}$  è il numero di spire di ogni bobina. Con ottima approssimazione si può dire che nel caso della sonda in esame, i flussi elementari  $\Phi_i(t)$  sono tutti uguali tra loro, perchè le spire sono reciprocamente molto vicine, e quindi, esplicitando il singolo flusso, si ha con ottima approssimazione :

$$\Phi(t) = N_{sp} * \Phi_{el} = N_{sp} * \int_S \mathbf{B}(P,t) \bullet \mathbf{n} dS \quad (3.2.4)$$

dove  $\mathbf{B}(P,t)$  è il campo vettoriale induzione magnetica nel punto  $P$  all'interno della superficie orlata da una delle spire della bobina,  $t$  è il generico istante di tempo,  $S$  è la superficie orlata dalla singola spira della bobina,  $\Phi_{el}$  è il flusso concatenato da ciascuna spira e  $\mathbf{n}$  è un vettore unitario convenzionalmente associato ad  $S$ , e che ne fissa l'orientazione secondo la regola della vite destrorsa in riferimento al verso positivo assunto per la linea di bordo di  $S$ . Da una misura di tensione ai capi di ciascuna bobina, pertanto, non è determinabile puntualmente il campo  $\mathbf{B}$  ma è possibile ricavarlo come media superficiale, cioè a partire dalla relazione (3.2.4) e dalla relazione (3.2.2), si può scrivere:

$$\bar{B} = \frac{Nsp^* \Phi_{el}}{S} \quad (3.2.5)$$

Cioè lo strumento indica per ognuna delle componenti mutuamente ortogonali in cui viene scomposto il campo vettoriale induzione magnetica, un valore  $\bar{B}_x$ ,  $\bar{B}_y$ ,  $\bar{B}_z$ , che esprime la media superficiale di dette componenti, eseguita all'interno della superficie circolare  $S$  racchiusa dalle bobine. Si comprende che quanto più piccole sono le bobine, tanto più i valori medi calcolati per il campo si avvicinano ai valori puntuali all'interno delle bobine stesse; tuttavia bobine di dimensioni inferiori richiederebbero una elaborazione elettrica del segnale da esse prodotto più accurata, in quanto la tensione che sviluppano sarebbe anch'essa inferiore e quindi più facilmente disturbata dal rumore intrinseco dell'elettronica preposta al condizionamento del segnale. Si evince facilmente che se la dimensione delle bobine di trasduzione non è trascurabile rispetto alle dimensioni della sorgente e rispetto alla distanza da essa, quanto più la sonda di campo è vicina alla sorgente tanto maggiore può risultare l'ampiezza della variazione dell'intensità del campo  $\mathbf{B}$  tra posizioni distinte all'interno della stessa superficie orlata dalle spire. Quindi la sonda, in certe condizioni, può fornire misure di campo poco o per nulla significative, dato che in ogni caso essa esprime il risultato di una media spaziale dei valori dell'ampiezza del campo. Solo nel caso in cui il campo sia uniforme od assimilabile come tale, l'indicazione fornita dallo strumento è significativa e può essere associata al valore dell'ampiezza del campo in corrispondenza del centro di misura. A questo punto si osserva che esistono norme di riferimento per quanto riguarda la misura di intensità di campo, e sono la GUIDA CEI 211-6, "*Guida per la misura e la valutazione dei campi elettrici e magnetici nell'intervallo di frequenza 0 Hz – 10 KHz, con riferimento all'esposizione umana*" [9], e la GUIDA CEI 211-7 [10], relativa alla banda di frequenze complementare 10 KHz – 300 GHz. In questi documenti sono riportate adeguate istruzioni per la quantificazione dell'incertezza di misura dell'intensità di campo elettromagnetico, e non ci si sofferma su queste. Si rileva solo che questo aspetto delle misure di campo è molto complesso. In questo studio ci si è limitati a prendere atto, sperimentalmente, della notevole variabilità delle indicazioni fornite dallo strumento misuratore, in dipendenza dell'orientazione della sonda di campo realmente impiegata, e avvalendosi anche di software di calcolo agli elementi

finiti, oltre che della pratica, si è tentato di trovare degli accorgimenti che riducano l'incertezza delle misure.

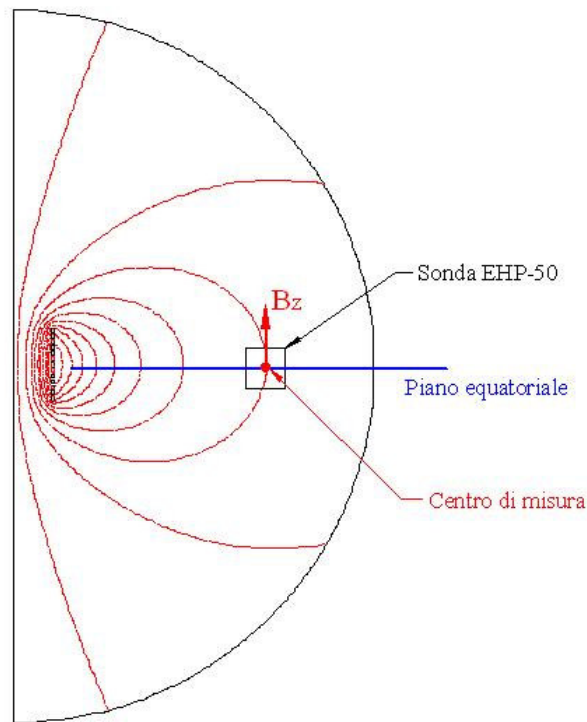
Un campo quasi uniforme può intuitivamente aversi ad opportune distanze dalle sorgenti, ma in questo caso le distanze possono essere tali per cui l'ampiezza del campo risulta inferiore ai limiti stabiliti dall'ICNIRP [5]. Allora può presentarsi l'esigenza di avvicinare la sonda alla sorgente, ad esempio per identificare le zone, sia in fase di valutazione del rischio, che in fase di verifica dell'efficacia dei dispositivi schermanti eventualmente installati sulla sorgente; tuttavia, per le considerazioni appena svolte, l'avvicinamento alla sorgente è destinato a peggiorare l'accuratezza della misura [8].

Quindi è chiara l'esigenza di affinare le procedure di misura nel caso in cui venissero impiegate sonde del tipo e delle dimensioni di quella usata, in occasione di attività di valutazione di rischio e di verifica dell'efficacia di schermatura per impianti impieganti il riscaldamento ad induzione per il trattamento termico dei metalli, ed in generale in tutti quei casi in cui la sonda fosse impiegata in condizioni di campo fortemente disuniforme.

Relativamente al caso in oggetto, si osserva che la sorgente di campo possiede una simmetria cilindrica per quanto riguarda la distribuzione della corrente elettrica da cui è alimentata. Infatti, è un solenoide cilindrico a più spire. La distribuzione del campo magnetico prodotto da un solenoide in spazio libero è notoriamente anch'essa a simmetria cilindrica, e possiamo assumere che sia tale anche nel caso in oggetto, sebbene il solenoide sia addossato e supportato da una delle pareti di acciaio dell'armadio che contiene gli apparati di alimentazione, servizio e controllo dell'impianto. Come è indicato nel seguito (vedere la Tabella I), le misure di intensità di campo confermano la validità di questo assunto.

Sperimentalmente si è visto che disponendo il centro di misura della sonda in prossimità del piano equatoriale dell'induttore di riscaldamento, facendo in modo che una delle tre bobine di campo sia ortogonale all'orientazione attesa del campo magnetico, l'indicazione fornita dallo strumento possiede la minore variabilità in dipendenza dell'orientazione della sonda stessa. Cioè, per tentativi, avvalendosi delle informazioni di volta in volta fornite dallo strumento stesso, è stato possibile determinare una zona in cui vale l'assunto che il campo sia uniforme. In particolare, si è disposta la sonda in

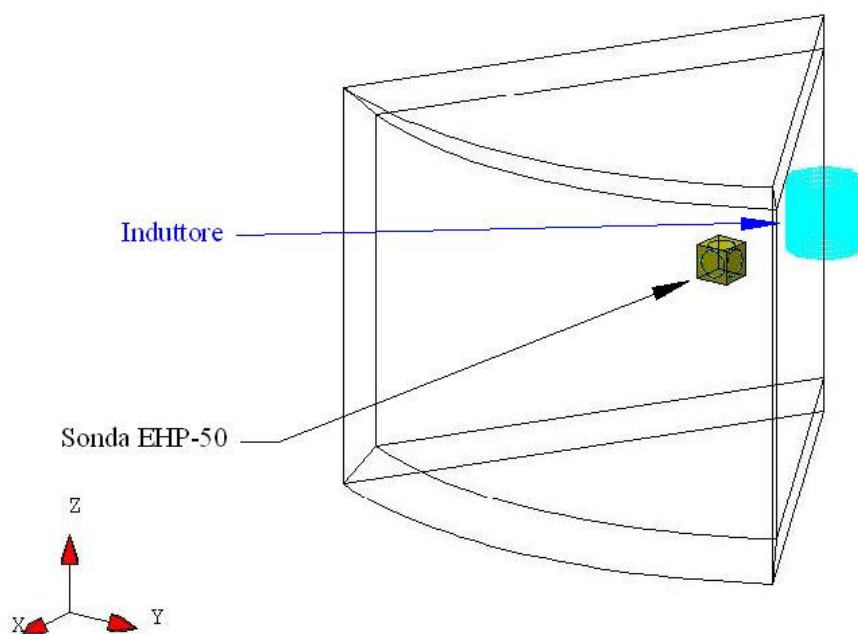
modo che la bobina relativa alla componente  $\mathbf{B}_z$  del campo giacesse ortogonalmente alla direzione dominante del campo.



*Fig. 3.2-3 Distribuzione del campo magnetico e posizionamento della sonda; le dimensioni della sonda e dell'induttore sono in scala con i corrispondenti oggetti reali, e l'andamento delle linee di campo è quello risultante da una simulazione FEM 2D per l'induttore di riscaldamento in oggetto.*

In questo modo si è ridotto il flusso magnetico concatenato dalle altre due bobine di campo, cioè quelle relative alle componenti  $\mathbf{B}_x$  e  $\mathbf{B}_y$ , perchè l'orientazione di  $\mathbf{B}$  rispetto a loro, nella posizione scelta per il centro di misura, è sostanzialmente parallela alla superficie orlata dalle spire, dando pertanto luogo ad un flusso concatenato totale mediamente molto inferiore rispetto a quello concatenato con la bobina relativa alla componente  $\mathbf{B}_z$ . Allora, in questa situazione la rotazione anche accidentale della sonda attorno al suo asse verticale  $z$ , benchè possa portare alternativamente più vicino alla sorgente le bobine delle componenti  $\mathbf{B}_x$  e  $\mathbf{B}_y$ , è destinata ad avere i minori effetti sull'accuratezza della misura. La figura 3.2-3 mostra la situazione descritta, cioè l'andamento delle linee di campo simulato con FLUX ed il posizionamento della sonda

EHP-50 con il centro di misura giacente sul piano equatoriale dell'induttore di riscaldamento. Le dimensioni dell'induttore e della sonda sono in scala rispetto ai corrispondenti oggetti della realtà, e l'andamento delle linee di campo è realistico, in quanto ottenuto da una simulazione FEM. Si vede come il campo magnetico, nel volume della sonda, sia sostanzialmente parallelo alla componente  $B_z$  evidenziata, e relativa al campo  $\mathbf{B}$  in corrispondenza del punto di misura. Questo fatto, molto importante, è stato verificato e confermato anche tramite un opportuno modello FEM tridimensionale, comprendente la sorgente in oggetto e la sonda di campo impiegata per le misure, opportunamente modellizzata. Il modello realizzato ha avuto lo scopo di stimare l'incertezza della misura in condizioni di minima variabilità della stessa, al mutare dell'orientazione della sonda.



*Fig. 3.2-4 Modello FEM, realizzato con FLUX-3D, del sistema formato dall'induttore di riscaldamento e dalla sonda EHP-50.*

Mentre la modellizzazione dell'induttore di riscaldamento è stata fatta senza particolari approssimazioni, per la sonda di campo si sono realizzate le bobine di trasduzione ciascuna con una spira monofilare avente il diametro stimato di 80mm. Le bobine sono disposte su tre piani mutuamente ortogonali, ad una distanza di 45mm ciascuna rispetto al centro di misura, che è il centro della sonda. Le misure di campo sul

sistema reale sono state condotte in condizioni di regime stazionario, a piena potenza. Quindi, per velocizzare il calcolo, l'induttore di riscaldamento del modello è stato alimentato con una corrente continua in valore pari al valore efficace della corrente ad alta frequenza circolante nell'induttore reale, cioè 310 Ampere. In fase di elaborazione dei risultati, si è determinato il flusso del campo induzione magnetica concatenato da ciascuna delle tre bobine di trasduzione, e si è determinata l'ampiezza risultante del campo, ricorrendo prima alla relazione (3.2.5) per l'intensità di ogni componente del campo  $\mathbf{B}$ , e poi si è calcolata l'intensità totale convenzionalmente associata al centro di misura, applicando secondo la relazione (3.2.1). Il modello è stato parametrizzato in funzione di due grandezze geometriche: la distanza tra il centro di misura e l'asse dell'induttore di riscaldamento, e l'angolo azimutale di orientazione della sonda, rispetto al suo asse  $z$ .

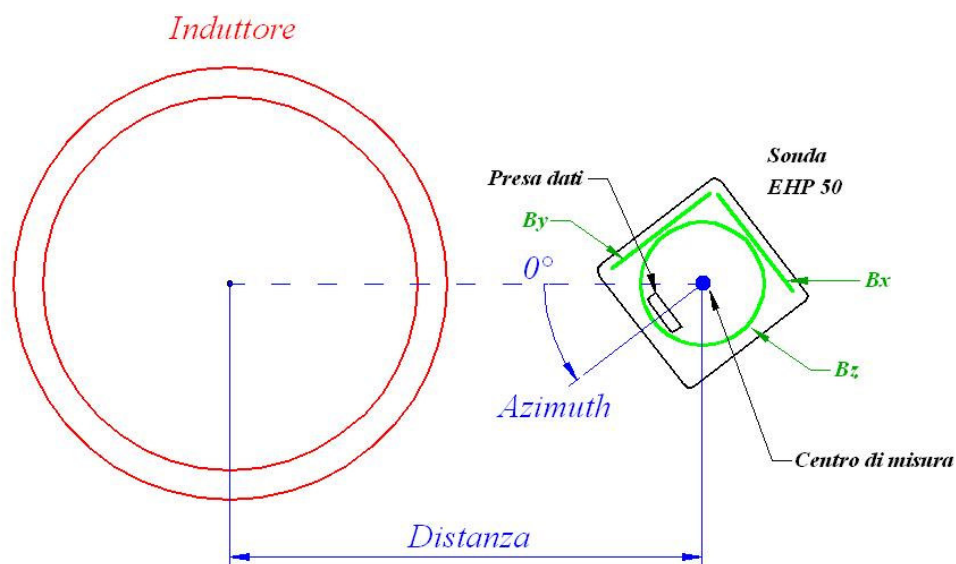


Fig. 3.2-5 - Convenzioni per i parametri del modello FEM di simulazione delle misure di intensità di campo;  $B_x$ ,  $B_y$ ,  $B_z$  sono le bobine di trasduzione del campo magnetico, nella posizione indicata dalle radiografie

Il calcolo è stato iterativamente eseguito per ognuna delle distanze e degli angoli azimutali in cui si è scelto di disporre la sonda nella realtà; inoltre il centro di misura è stato posizionato sia sul piano equatoriale dell'induttore di riscaldamento, che su piani ad esso paralleli e distinti, per valutare la variabilità delle indicazioni fornite dalla sonda

sull'ampiezza del campo magnetico, al variare dell'azimuth, quando questa è posta in condizioni di campo non considerabile come uniforme. È importante osservare che i movimenti impressi alla sonda nel modello FEM parametrizzato, corrispondono agli spostamenti applicati alla stessa nel corso della campagna di misure preliminarmente all'acquisizione dei valori dell'intensità di campo, con lo scopo di determinare empiricamente una regione dello spazio circondante la sorgente, in cui il campo possa essere considerato uniforme.

Di seguito sono riportati i risultati delle misure simulate con il modello FEM 3D, al variare dell'azimuth, della distanza dalla sorgente e della quota relativa tra il centro di misura ed il piano equatoriale dell'induttore di riscaldamento. Sono stati considerati tre casi: 1) centro di misura posizionato sul piano equatoriale dell'induttore di riscaldamento; 2) centro di misura posizionato su di un piano parallelo al piano equatoriale, e ad una quota di 10 cm più bassa; 3) centro di misura posizionato su di un piano parallelo al piano equatoriale, e ad una quota di 10 cm più alta.

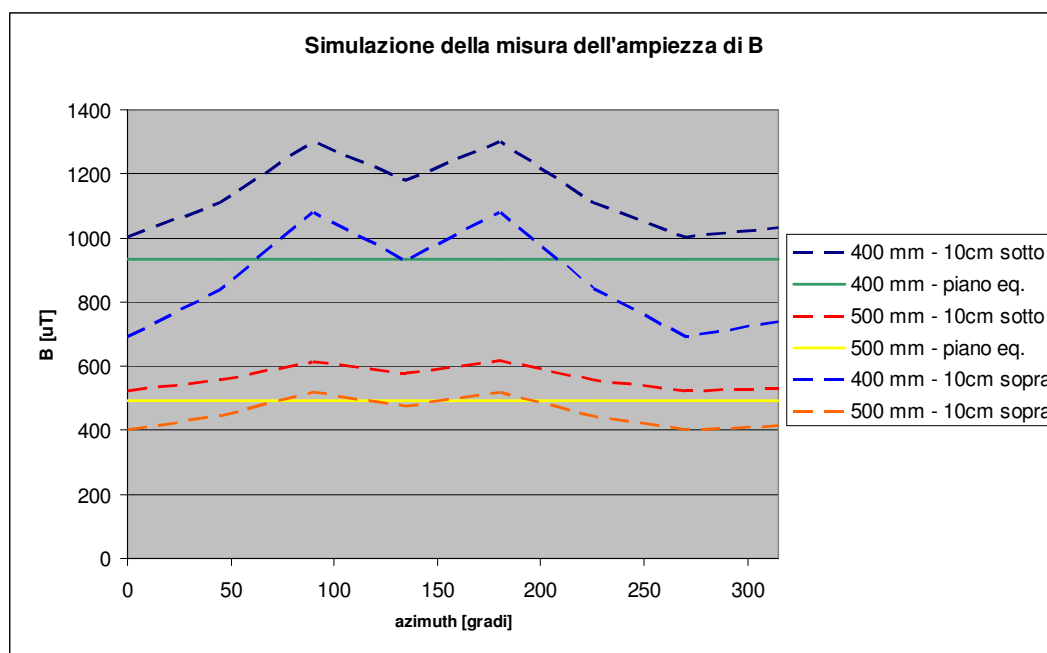


Fig. 3.2-6 - Indicazione simulata dell'intensità di campo rilevata dalla sonda EHP 50, a 40 cm e 50 cm dall'asse dell'induttore, con centro di misura sul piano equatoriale dell'induttore, 10 cm sopra e sotto.

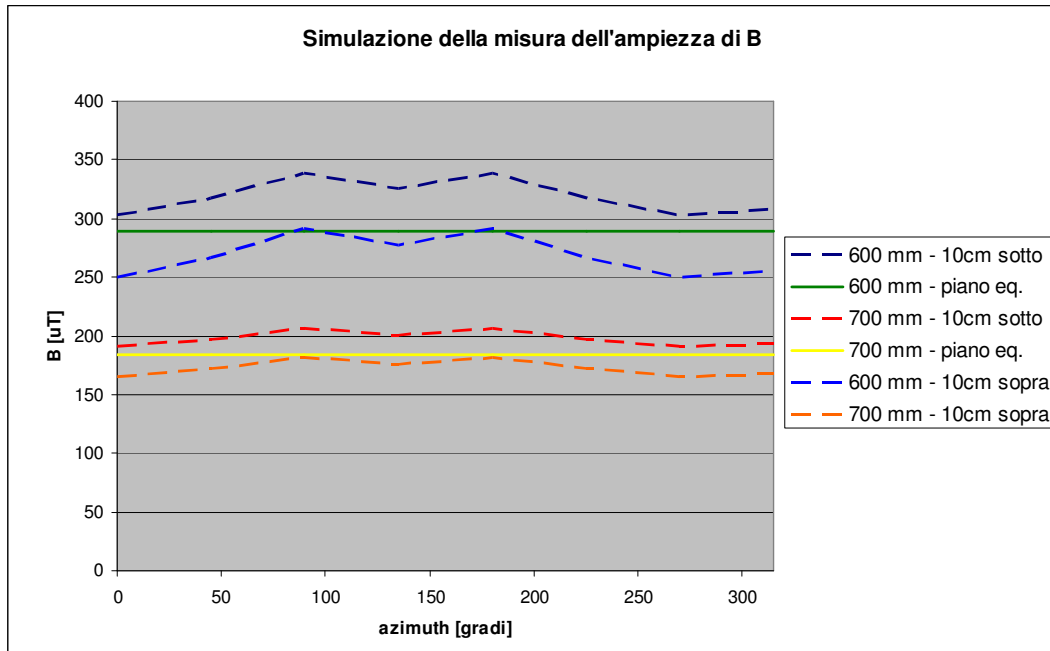


Fig. 3.2-7 - Indicazione simulata dell'intensità di campo rilevata dalla sonda EHP 50, a 60 cm e 70 cm dall'asse dell'induttore, con centro di misura sul piano equatoriale dell'induttore, 10 cm sopra e sotto.

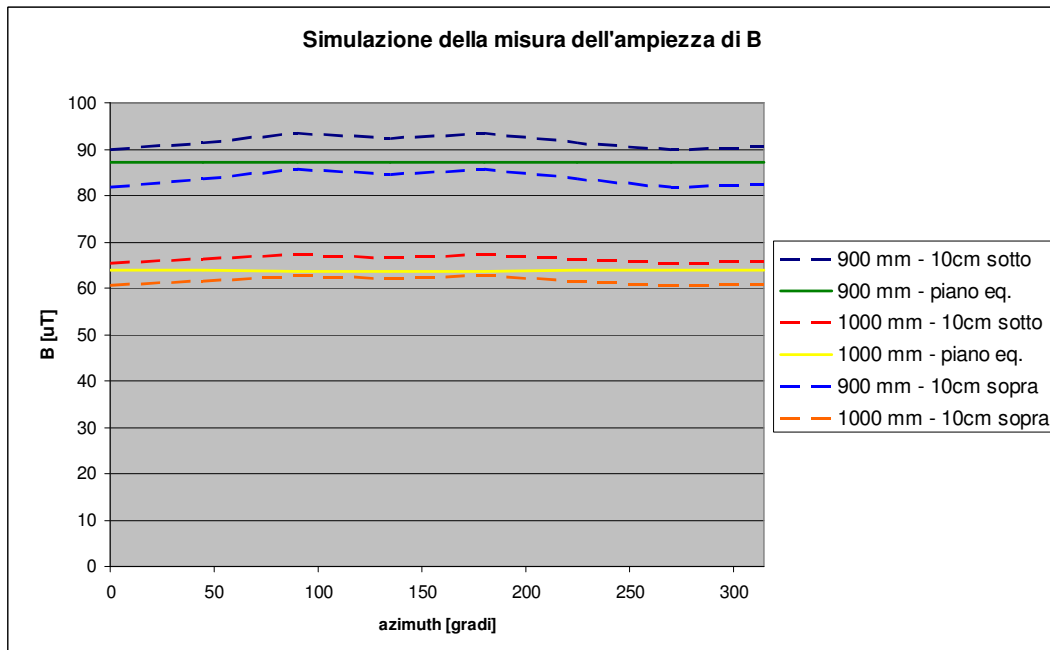


Fig. 3.2-8 - Indicazione simulata dell'intensità di campo rilevata dalla sonda EHP 50, a 90 cm e 100 cm dall'asse dell'induttore, con centro di misura sul piano equatoriale dell'induttore, 10 cm sopra e sotto.

I risultati indicano valori di intensità del campo induzione magnetica forniti dal modello virtuale della sonda, che si discostano rispetto ai valori teorici determinati esattamente nei punti dove staziona il centro di misura, in dipendenza dell'orientazione della sonda ed a parità di centro di misura stesso. Questi scostamenti sono da attribuirsi principalmente alle approssimazioni introdotte nella stima del diametro delle bobine di trasduzione del campo, con il quale conseguentemente è stato strutturato il modello di calcolo, e comunque dipendono anche dal fatto che i centri delle tre bobine di trasduzione dell'intensità di campo non coincidono tra loro. Tuttavia le simulazioni forniscono utili indicazioni circa come procedere per ridurre l'ampiezza di quella componente di incertezza di misura dovuta al posizionamento della sonda quando essa è molto vicina alla sorgente: con riferimento alle convenzioni di figura 3.2-5, dai grafici si deduce che, ad esempio, un posizionamento con azimuth =  $0^\circ$  rende la misura poco dipendente da accidentali posizionamenti della sonda poco sopra il piano equatoriale dell'induttore; se invece si scegliesse un azimuth =  $45^\circ$ , la misura dell'intensità di campo è affetta da un'incertezza pressochè costante per accidentali posizionamenti della sonda sia poco sopra che poco sotto il piano equatoriale della sorgente. Durante le campagne di misura relative al presente lavoro, la sonda è stata posizionata con azimuth =  $0^\circ$  (vedere fig. 3.4-2).

Le prove sperimentali, con la conferma delle simulazioni, consentono di concludere che è consigliabile eseguire una misura dell'intensità del campo a partire da una fase preliminare in cui si determinano le zone ove può essere applicato l'assunto che il campo sia uniforme o praticamente tale. Solo in queste, infatti, è possibile ridurre al minimo l'incertezza dovuta alla non-isotropicità strutturale della sonda.

Le misure di intensità di campo, inoltre, dovrebbero essere condotte in tutte le zone dove vi è la possibilità di stazionamento delle persone in prossimità delle sorgenti [11]. Questo fatto, ovviamente, complica l'attività di misura perchè potrebbe richiedere una mappatura attorno alla sorgente con acquisizione di molti valori di intensità di campo, presi a quote diverse (vedere GUIDA CEI 211-6, par. 13.2.3). L'esperienza e le simulazioni indicano tuttavia che nelle applicazioni pratiche e nelle installazioni industriali del tipo studiato, l'intensità di campo diminuisce all'aumentare della distanza dalla sorgente quando la sorgente è unica, e quindi è generalmente sufficiente stabilire quali siano le posizioni in corrispondenza delle quali siano eventualmente superati i

limiti di intensità di campo fissati dalla normativa. Per posizioni più vicine alla sorgente, l'intensità di campo sarà maggiore, e per posizioni più lontane sarà conseguentemente minore. Nel caso di impianti a più sorgenti possono manifestarsi imprevedibili variazioni spaziali dell'intensità di campo, e quindi l'indagine è più complessa.

La situazione è complicata nel caso in cui le zone di stazionamento delle persone sono anche zone di campo non uniforme. In questo caso si è visto che l'impiego di sonde di campo triassiali, a causa dell'eccessiva incertezza che esse introducono nella misura al variare della loro orientazione, porta a risultati poco attendibili. Tuttavia, dalle prove sperimentali e dalle simulazioni, si è potuto stabilire che anche in questi casi può essere comunque possibile il contenimento dell'incertezza applicando una disposizione opportuna della sonda rispetto all'andamento del campo induzione magnetica prodotto dalla sorgente (vedere fig. 3.2-3). In particolare, la disposizione della sonda in modo che una delle bobine di trasduzione sia il più possibile ortogonale alla componente dominante del campo, e le altre due bobine siano per quanto possibile disposte parallelamente ad essa, riduce l'incertezza della misura causata dall'eventuale rotazione accidentale della sonda attorno all'asse della bobina che sta concatenando il massimo flusso [4]. Per induttori di riscaldamento del tipo di quelli dell'impianto preso in considerazione, cioè per induttori di forma solenoidale, si è trovato che le posizioni di campo quasi uniforme giacciono sul piano equatoriale dell'induttore, come indicato in figura 3.2-3. Questo fatto può essere sempre verificato sperimentalmente e quindi si ritiene buona pratica nell'esecuzione delle misure con sonde triassiali la valutazione della variazione della misura al mutare dell'orientazione della sonda, a parità di posizione del centro della sonda, come metodo per stimare il grado di disuniformità del campo in una data posizione.

In tutti gli altri casi in cui vi fossero zone di stazionamento delle persone, nelle quali il campo risultasse molto disuniforme, allo stato attuale della tecnologia con cui sono realizzate la maggior parte delle sonde di campo disponibili nel mercato, non è possibile ottenere misure di campo attendibili: nel caso dell'impianto industriale in esame è accaduto che per alcune posizioni di misura, corrispondenti a posizioni di stazionamento del personale di macchina, la sonda portava ad indicazioni di intensità di campo sia superiori che inferiori al limite di intensità stabilito dalle Norme, al variare

dell'orientazione della stessa ed a parità di posizione del centro di misura. In questi casi dovrebbero essere impiegate sonde di dimensioni più piccole. Infatti la GUIDA CEI 211-6, al paragrafo 12.1.2.2, in condizioni di campo disuniforme ed in occasione di misure condotte con sonde triassiali, indica l'incertezza minima da considerare, in dipendenza della distanza  $r$  tra centro di misura e centro della sorgente, ed in dipendenza del raggio  $a$  della sonda di campo: l'incertezza minima attribuibile aumenta al diminuire del rapporto  $r/a$ . Tuttavia la stessa Guida stabilisce la preferenza delle misure rispetto ai risultati ottenibili da modelli di calcolo. Allora, vista la complessità di certe installazioni industriali a questo punto si può pensare di impiegare i risultati di misure particolarmente curate per ridurre l'incertezza (quindi eseguite in zone di campo uniforme o quasi), come valori di riferimento per tarare l'eventuale modello di calcolo della sorgente, in modo da migliorare l'attendibilità della determinazione dell'intensità di campo da esso ottenibile ed in zone in cui le misure non sono state effettuate perché risulterebbero inaffidabili.

Il presente lavoro si è basato sulle misure di campo non solo per stabilire l'esistenza di zone circostanti alla sorgente in cui fossero eventualmente superati i limiti fissati dalla norma, ma anche per valutare l'entità di riduzione dell'intensità di campo, a seguito dell'installazione di dispositivi schermanti. L'attività di misura ha messo in luce le principali problematiche che ne determinano l'incertezza. Si è preso atto che in zone di campo non uniforme l'impiego di sonde triassiali di dimensioni non trascurabili rispetto a quelle della sorgente è problematico e porta a risultati dubbi, con incertezze eccessive. Quindi anche in occasione di misure di verifica, per motivi di studio, a seguito dell'installazione di dispositivi schermanti, appare consigliabile posizionare la sonda in zone di campo uniforme o quasi, compatibilmente con le dimensioni della sonda rispetto a quelle della sorgente e rispetto alla distanza da essa.

Un altro aspetto della misura dell'intensità di campo riguarda la correlazione tra l'intensità misurata e l'intensità della corrente che circola nella sorgente. I dispositivi industriali impieganti il riscaldamento ad induzione sono dotati di sistemi di regolazione della potenza erogata al fine di mantenere costante la temperatura. Anche nel caso del sistema oggetto del presente studio vi era una regolazione automatica della temperatura. Le misure di campo sono state condotte nelle condizioni peggiori per quanto concerne l'emissione di campo magnetico, cioè alla massima potenza (crogiolo freddo e vuoto,

dato che il carico di metallo è sede di correnti indotte che reagiscono al campo induttore tendendo a ridurre l'intensità). I tempi di mappatura del campo all'intorno della sorgente, tuttavia, sono stati superiori al tempo necessario per portare alla temperatura di processo il crogiolo, e quindi il sistema di regolazione è intervenuto a ridurre la potenza erogata durante le operazioni di misura dell'intensità di campo. Pertanto è risultato necessario applicare alle barre di alimentazione dell'induttore di riscaldamento una sonda di Rogowski, per la misura dell'intensità di corrente contemporaneamente alla misura dell'intensità di campo.

Il monitoraggio dell'intensità di corrente è importante perchè rende visibile all'esecutore delle misure il regime di funzionamento del sistema in esame: è possibile controllare che la potenza erogata sia ai valori attesi. In caso di diminuzione della potenza erogata a seguito dell'intervento di sistemi di regolazione termica, attraverso la visualizzazione dell'ampiezza della corrente di alimentazione della sorgente è possibile riportare i valori di intensità di campo acquisiti in questi istanti, a quelli che si avrebbero in condizioni di massima potenza erogata, tramite la semplice relazione seguente:

$$B_{rms\ max} = B_{rms\ mis}(t) * \frac{I_{P-max}}{I_{mis}(t)} \quad (3.2.6)$$

dove  $B_{rms\ max}$  è l'intensità efficace del campo induzione magnetica in condizioni di massima corrente di alimentazione della sorgente,  $B_{rms\ mis}(t)$  è l'intensità efficace del campo, all'istante  $t$  in cui è rilevata l'ampiezza  $I_{mis}(t)$  della corrente di alimentazione ad alta frequenza, e  $I_{P-max}$  è la massima ampiezza della corrente di alimentazione ad alta frequenza in condizioni di massima potenza erogata.

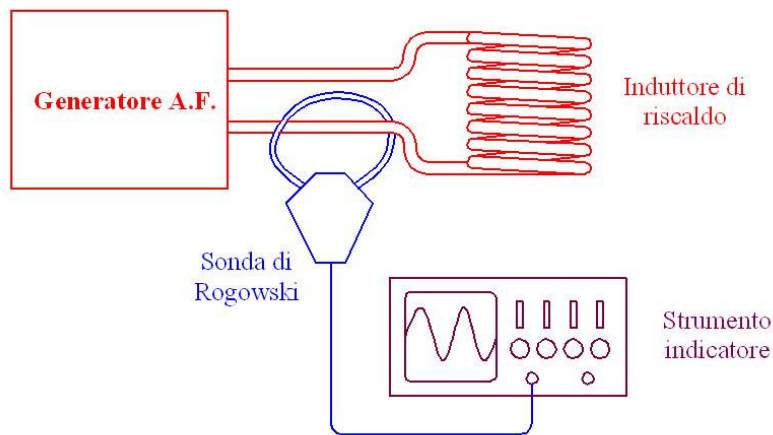


Fig. 3.2-9 - Applicazione della sonda di Rogowski al circuito di alimentazione di un induttore.

La relazione (3.2.6) è applicabile in generale con buona approssimazione, poichè l'intensità di campo è misurata in aria, cioè in un mezzo con permeabilità magnetica  $\mu_0$  indipendente dall'intensità di campo. Nella (3.2.6) non si tiene conto di non linearità dovute alla presenza di materiali ferromagnetici interessati dal campo prodotto dalla sorgente, che potrebbero influenzarne l'intensità nelle zone dove sono eseguite le misure. Nella fattispecie, ci si riferisce ad eventuali strutture di acciai ferrosi adibite al supporto meccanico del sistema, od alla presenza di gioghi ferromagnetici installati in prossimità della sorgente, per il controllo locale della distribuzione del flusso del campo, allo scopo di ottenere particolari profili termici nei processi di riscaldamento ad induzione. Tuttavia le porzioni di flusso di campo induzione magnetica che si distribuiscono in aria sono prevalentemente influenzate dalla riluttanza magnetica degli stessi percorsi in aria, che è molto maggiore di quella posseduta da eventuali tratti di tubo di flusso di campo magnetico compresi in volumi di materiali ferromagnetici. Quindi l'ipotesi di linearità del mezzo in cui si eseguono le misure è accettabile con ottima approssimazione.

### 3.3 Progetto degli schermi con software FEM, costruzione e verifica dell'efficacia di schermatura

Per l'impianto industriale in oggetto è stato studiato un dispositivo di schermatura realizzato con lamiera metallica. Lo schermo è stato modellizzato con FLUX, inizialmente sviluppando un modello a simmetria cilindrica, quindi impiegando FLUX 2D, e poi si è sviluppato un modello tridimensionale più realistico, applicando FLUX 3D. Lo sviluppo del modello bidimensionale comporta l'applicazione di notevoli approssimazioni di carattere geometrico, dato che lo schermo finale è stato previsto con una forma a parallelepipedo, mentre FLUX 2D consente la realizzazione di modelli a simmetria cilindrica oppure lineare-estrusa. Nonostante le semplificazioni, si è scelto ugualmente di procedere ad una simulazione bidimensionale per avere la stima iniziale dell'entità di riduzione dell'intensità di campo e per verificare la possibile utilità effettiva di semplificazioni bidimensionali della struttura degli schermi nella loro progettazione.

Come parametro di riferimento per valutare la riduzione dell'intensità di campo si è definito un fattore adimensionale, chiamato 'fattore di riduzione', nel seguente modo:

$$r(P) = \frac{B_0(P)}{B_{sch}(P)} \quad (3.3.1)$$

cioè il rapporto tra l'ampiezza  $B_0(P)$  del campo induzione magnetica in aria ed in una certa posizione  $P$ , e l'ampiezza  $B_{sch}(P)$  del campo, nella stessa posizione  $P$  dopo l'applicazione dello schermo. I dispositivi schermanti per applicazioni industriali sono generalmente strutture dotate di fori, per consentire introduzione ed estrazione dei pezzi in fase di lavorazione, e di tagli, per impedire la circolazione di correnti indotte potenzialmente elevate, che potrebbero riscaldare eccessivamente il materiale schermante. Pertanto, l'azione di riduzione dell'intensità di campo non è generalmente uniforme nell'intorno della sorgente e quindi il parametro  $r(P)$  è in generale una funzione della posizione  $P$ . Il fattore di riduzione è determinabile a partire da calcoli, svolti ad esempio con modelli FEM, oppure a partire da misure di campo. In entrambi i

casi la determinazione di  $r(P)$  comporta delle difficoltà: nel caso si procedesse al calcolo a partire da misure, in precedenza abbiamo ampiamente indicato le problematiche connesse all'ottenimento di misure sufficientemente accurate. Nel caso si procedesse al calcolo a partire da software FEM, come si vedrà, una determinazione attendibile di  $r(P)$  richiede attenzione nella realizzazione della mesh in quelle zone dove interessa conoscere l'efficacia di schermatura.

Il dimensionamento di uno schermo deve tenere conto degli spazi a disposizione attorno alla sorgente, delle operazioni di installazione e rimozione dello stesso che si rendono inevitabilmente necessarie per eseguire le manutenzioni dell'impianto e delle operazioni di normale esercizio. Un impianto in fase di progettazione consente senz'altro maggiore libertà nella scelta della soluzione di schermatura, a differenza del caso oggetto di questo studio, in cui invece vi è la necessità di intervenire in un impianto preesistente. Nel caso in oggetto, in particolare, la riduzione dell'intensità di campo risulta particolarmente difficile, poichè la sorgente è molto vicina alla postazione di comando, e poichè per esigenze di processo l'addetto di macchina viene frequentemente a trovarsi in prossimità di zone ad elevata intensità di campo, per le operazioni di carico e compattazione del materiale nel crogiolo, e per il taglio del materiale estruso.

Lo schermo progettato, quindi, possiede delle aperture per consentire il carico e l'uscita del materiale. Il dispositivo realizzato ha ridotto l'intensità di campo emesso dalla sorgente, ma non ancora a livelli al di sotto di quelli stabiliti dalle norme in corrispondenza delle zone prossime alle aperture. L'esperienza fatta, quindi, suggerisce che in casi particolarmente complessi si rende necessaria l'applicazione di gioghi ferromagnetici in prossimità della sorgente e aventi la funzione di concentrare ulteriormente il flusso magnetico. Questa ulteriore tecnica di schermatura non è oggetto del presente studio.

Il materiale scelto per la realizzazione di uno schermo di prova è lamiera dello spessore di 3mm. Lo schermo è stato realizzato a doppio strato: un primo strato in Rame, affacciato direttamente all'induttore di riscaldamento, ed uno strato esterno in Acciaio ferromagnetico. Le simulazioni FEM hanno indicato che l'applicazione dell'involucro in Acciaio esternamente a quello in Rame migliora la riduzione dell'intensità di campo, anche se in modo lieve. Si è scelto ugualmente di applicare l'ulteriore strato in Acciaio,

dato che per l'impianto in oggetto il dispositivo schermante progettato risulta facilmente maneggiabile e di semplice realizzazione. Nel capitolo 4, dedicato ai modelli di calcolo dell'efficienza di schermatura, come si vedrà è dimostrato che l'azione schermante ad opera di correnti indotte diventa pressochè indipendente dallo spessore degli schermi nel caso di frequenze relativamente alte e in occasione di impiego di materiali schermanti conduttori e con permeabilità magnetica relativa unitaria. La scelta dello spessore diventa condizionata da considerazioni di robustezza meccanica, anche in vista di eventuali riscaldamenti che potrebbero aversi a seguito delle correnti indotte, e che potrebbero indurre rammollimento della lamiera, oltre a rapida ossidazione, accentutata dalla presenza di atmosfere corrosive. Quindi lo spessore di 3mm è stato considerato come il giusto compromesso iniziale per esigenze di manipolazione dello schermo e per esigenze di robustezza meccanica.

Il dimensionamento di schermi coadiuvato da software FEM ha anche l'importante funzione di stimare l'ampiezza della corrente indotta nella lamiera, per rivelare eventuali situazioni di riscaldamenti pericolosi per la stabilità meccanica delle strutture e nel senso di prevedere l'insorgere del rischio di ustione per gli operatori.

Nelle figure seguenti è mostrato lo stato di uno schermo di prova, realizzato per la stessa azienda proprietaria dell'impianto in oggetto, ma destinato ad un impianto diverso, per il quale si è notevolmente sottostimata l'intensità di corrente circolante nell'induttore, a seguito di una non corretta procedura di misura.



*Fig. 3.3-1 - Schermo incandescente, visibile nella fessura della scatola.*



*Fig. 3.3-2 - Ossidazione accentuata a seguito dell'eccessivo riscaldamento.*

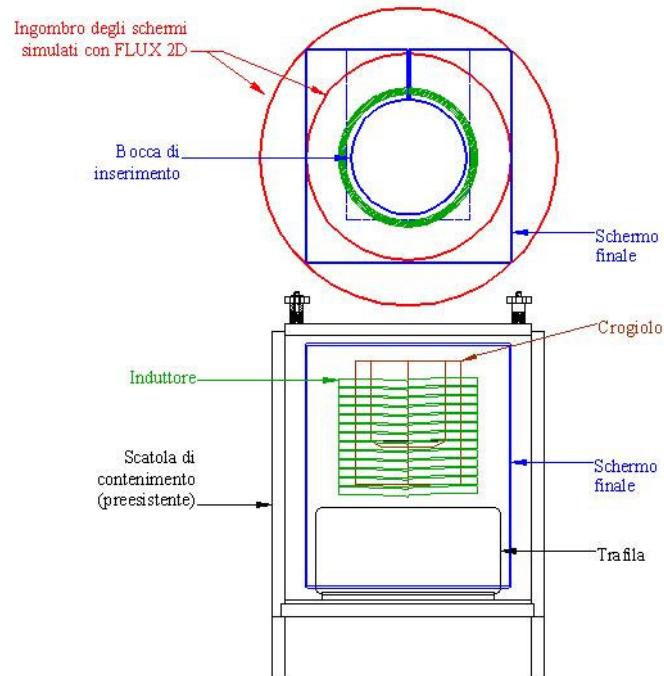
L'intensità del campo in prossimità dell'induttore di riscaldamento ha determinato l'arrossamento della lamiera, che in breve tempo si è assottigliata per ossidazione.

Questa esperienza indica che una misura accurata della corrente ad alta frequenza è sempre raccomandata in unione alle misure di intensità di campo, perchè questo parametro può condizionare il dimensionamento termico dei dispositivi schermanti.

In casi particolarmente ostici può quindi essere necessario applicare dei sistemi di raffreddamento alle schermature, ad esempio tramite acqua circolante in serpentine. Non è oggetto del presente studio il calcolo termico applicato alle schermature.

Costruttivamente si è scelto di progettare uno schermo installabile all'interno della scatola che contiene l'induttore ed il crogiolo. Nella figura 3.3-3 è mostrato l'ingombro e la struttura dello schermo che si intende realizzare (colore blu), e che è stato simulato con FLUX 3D. Contemporaneamente è schematizzata la versione modellizzata con FLUX 2D (colore rosso).

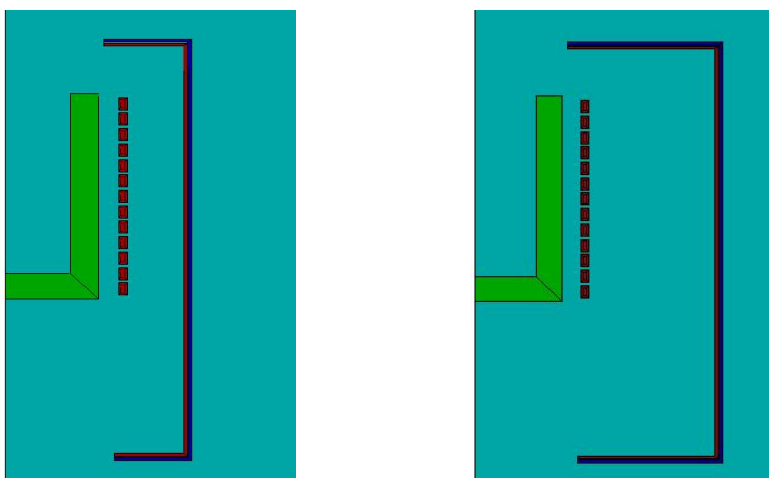
Con FLUX 2D sono stati simulati due casi estremi, cioè dei cilindri metallici di diametro pari a quello del cilindro inscritto allo schermo reale, e pari al cilindro circoscritto.



*Fig. 3.3-3 - Ingombri degli schermi semplificati simulati con FLUX 2D ed ingombro dello schermo finale, simulato con FLUX 3D.*

I due cilindri sono tappati all'estremità, senza trascurare i fori necessari per l'inserimento e l'estrazione del carico del criogiolo. I modelli FEM bidimensionali sono schematizzati in figura 3.3-4. Nei modelli FEM 2D le lamiere di Rame ed Acciaio sono state modellizzate con lo spessore reale di 3 mm. I risultati delle simulazioni sono stati riportati come andamento dell'intensità di campo induzione magnetica in assenza degli schermi ed in loro presenza, tracciandolo per un percorso giacente sul piano equatoriale dell'induttore, in un intervallo di distanze dall'asse dell'induttore compreso tra 400mm e 1000mm. In questo intervallo di distanze sono state scelte le posizioni del centro di misura della sonda di campo adottate durante le misure sull'impianto reale.

Si osserva che i software di simulazione agli elementi finiti, come FLUX e come tutti i codici di calcolo che si basano su approcci di tipo differenziale, richiedono che anche ai volumi d'aria sia applicata la mesh, e questo determina un aumento significativo dell'impiego delle risorse di calcolo, per l'immagazzinamento dei valori delle variabili di calcolo associate agli elementi della mesh.

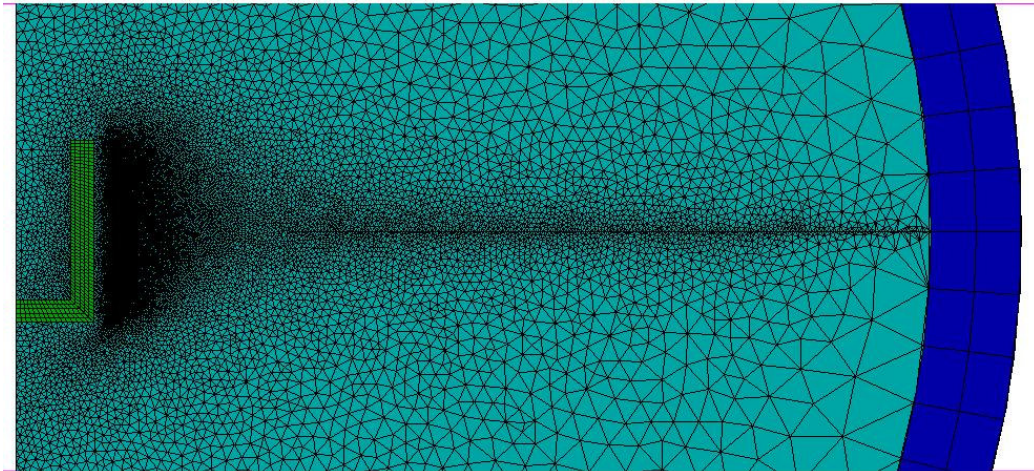


*Fig. 3.3-4 - Modelli FLUX 2D degli schermi cilindrici;  
il crogiolo (verde) è stato modellizzato in modo semplificato.*

Nel capitolo IV sono forniti gli elementi per lo sviluppo di software più efficienti nell'impiego delle risorse di calcolo, dato che in aria l'intensità di campo può calcolarsi come risultante dei campi prodotti dalle varie componenti di un sistema simulato. In altre parole, la mesh è applicata solo agli oggetti solidi del sistema, mentre gli spazi d'aria non sono meshati. Questo consente risparmio di memoria e risoluzioni più veloci. Nel caso delle simulazioni effettuate con software FEM, inoltre, per ottenere risultati delle variabili d'interesse con sufficiente accuratezza è opportuno infittire adeguatamente la mesh dove occorre. Nella figura seguente, ad esempio, si mostra l'infittimento della mesh attuato in aria ed in corrispondenza del percorso rispetto al quale si sono ricavate le intensità del campo induzione magnetica. I software commerciali per calcoli FEM sono senz'altro affidabili anche per studio di schermature, tuttavia si è visto che sono onerosi quanto a risorse di calcolo impiegate e richiedono un addestramento specifico al loro impiego, data l'estrema generalità dei casi che possono trattare.

In figura 3.3-10 è riportata la mappa delle intensità di campo ottenuta da FLUX 2D e relativa ad un piano di sezione che contiene l'asse di simmetria del sistema. Varie simulazioni eseguite con spessori diversi delle lamiere, da 3 a 5mm, hanno evidenziato variazioni trascurabili dei fattori di riduzione. Questo risultato ha confermato

ulteriormente la ragionevolezza di scegliere lamiera da 3mm di spessore per la realizzazione dello schermo finale.



*Fig. 3.3-5 - Addensamento della mesh in corrispondenza della zona di interesse, relativamente alla determinazione dell'intensità di campo in aria.*

I risultati riportati in figura 3.3-10 indicano qualitativamente che in corrispondenza dei fori superiore ed inferiore della schermatura si hanno emissioni di campo magnetico incontrollate, da cui la conclusione che l'applicazione delle sole schermature in lamiera non sempre è sufficiente all'abbattimento del campo magnetico.

Nel modello FEM lo schermo si intende realizzato come cilindro fessurato longitudinalmente, dato che diversamente esso costituirebbe una spira chiusa. Sulla scorta dell'esperienza fatta e nella pratica della situazione esaminata, l'installazione di uno schermo cilindrico chiuso attorno all'induttore considerato, porterebbe immediatamente all'arrossamento dello stesso ed alla probabile fusione in poco tempo. Quindi, il taglio longitudinale impedisce la circolazione di intense correnti indotte, concentriche all'induttore, mentre consente la circolazione di correnti a percorso più lungo, comunque in grado di sviluppare un campo magnetico in opposizione a quello della sorgente.

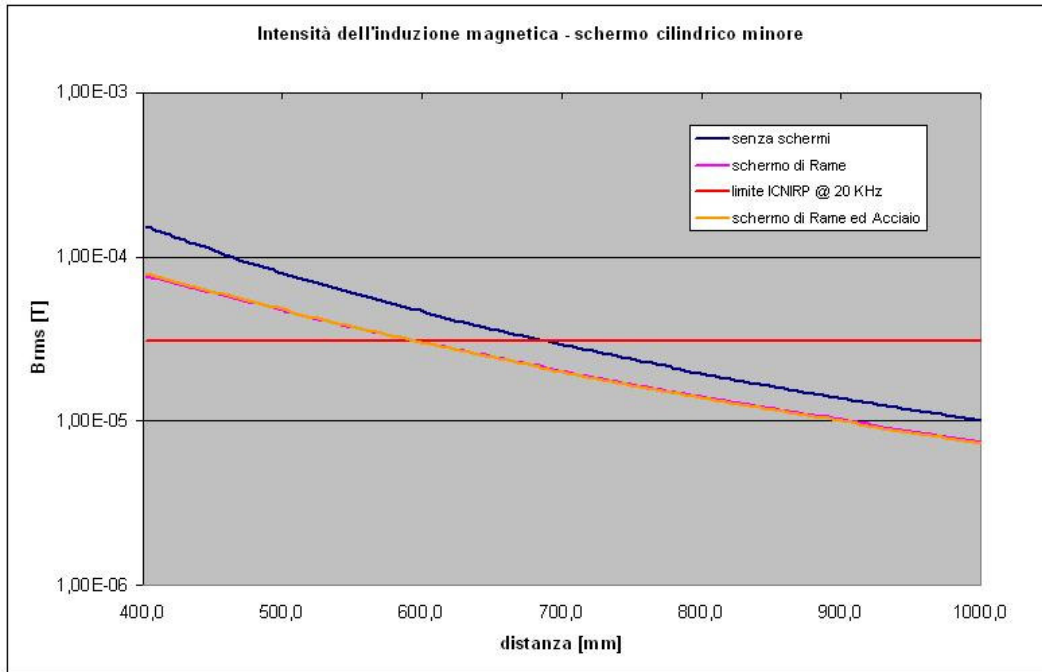


Fig. 3.3-6 - Intensità di campo calcolata in assenza ed in presenza degli schermi, per il cilindro di diametro inferiore; il valore di azione (linea rossa orizzontale) a 20 KHz è di 30,7  $\mu$ T RMS.

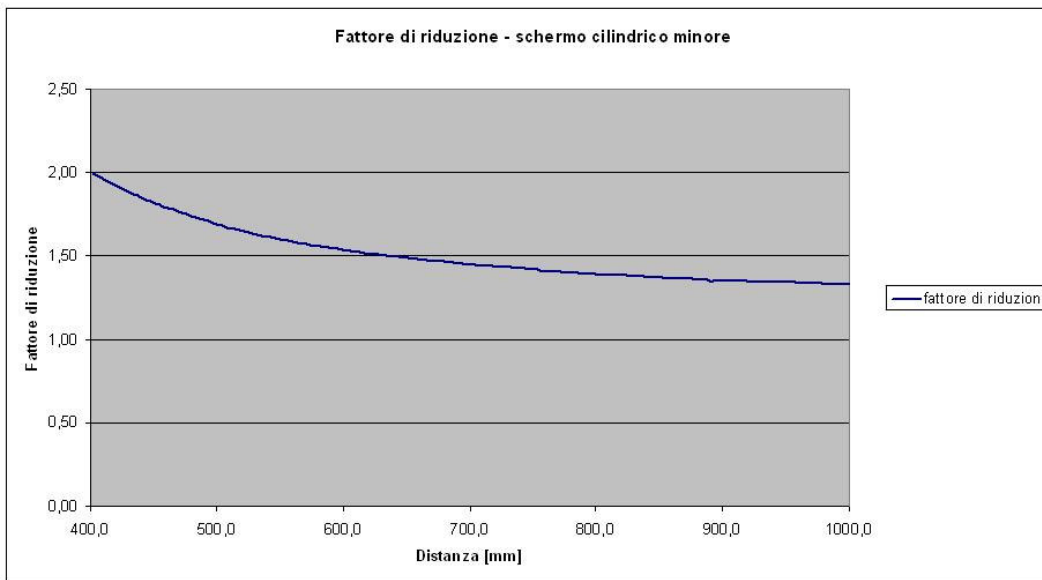


Fig. 3.3-7 - Andamento del fattore di riduzione con schermo cilindrico di diametro inferiore.

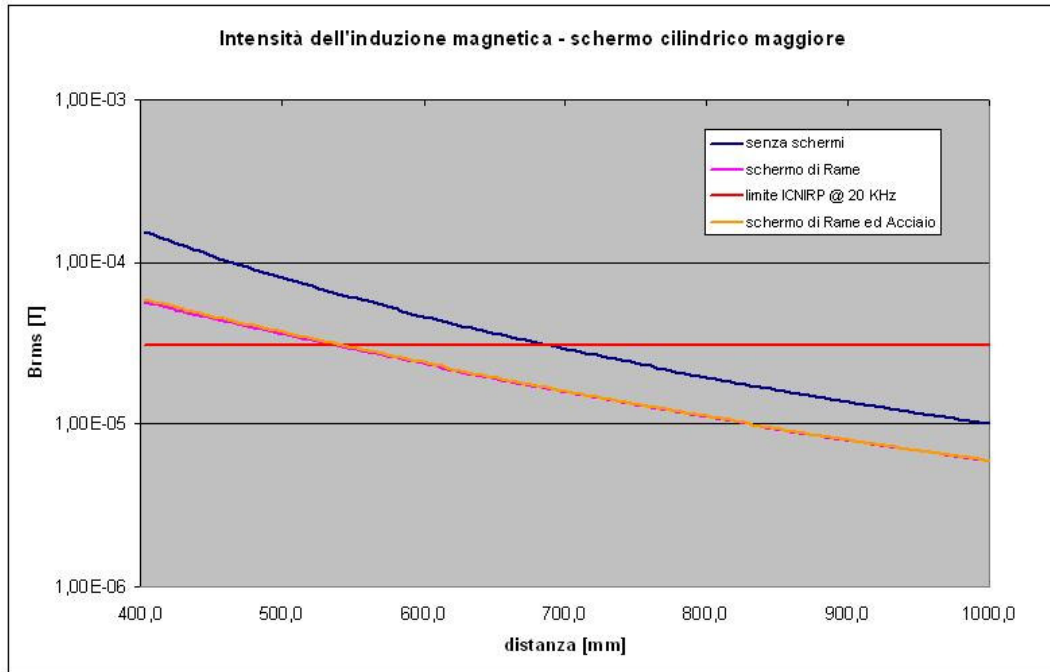


Fig. 3.3-8 - Intensità di campo calcolata in assenza ed in presenza degli schermi, per il cilindro di diametro maggiore; il valore di azione (linea rossa orizzontale) a 20 KHz è di 30,7  $\mu$ T RMS.

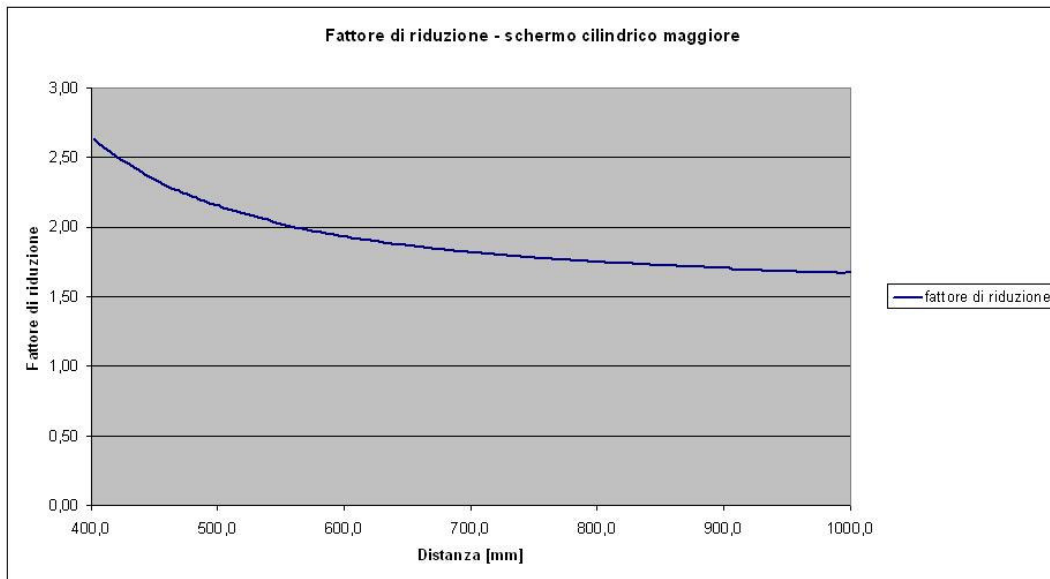


Fig. 3.3-9 - Andamento del fattore di riduzione con schermo cilindrico di diametro maggiore.

A questo punto occorre indicare come è stato preso in considerazione il taglio nei modelli FLUX. Come accennato nel Capitolo II, FLUX consente l'accoppiamento di

parti di modello ad un circuito elettrico. La sorgente di campo è un solenoide, e nei modelli realizzati con FLUX 2D esso è stato associato ad un circuito, che nel nostro caso deve contenere il generatore che lo alimenta alla corrente di funzionamento dell'impianto. Nel caso di FLUX 3D si può scegliere equivalentemente di associare la sorgente ad un circuito, come fatto con FLUX 2D, oppure di considerarla di tipo 'current'. Lo schermo da parte sua è anch'esso una parte del modello interessata da correnti, che tuttavia si sviluppano al suo interno e si chiudono in sè stesse indipendentemente da un circuito di alimentazione reale. Nel caso dei modelli 3D lo schermo non è stato associato ad un circuito e la costruzione del modello, sfruttando la simmetria della situazione reale, fa in modo che le correnti indotte nelle lamiere si chiudano su sè stesse con andamento che riproduce quello della realtà. Nel caso dei modelli 2D, invece, poichè essi sono stati realizzati supponendo il sistema dotato di simmetria cilindrica, risulterebbero chiusi galvanicamente e quindi di fatto realizzarebbero delle spire chiuse coassiali con l'induttore di riscaldamento, come se il taglio non ci fosse. Pertanto, per simulare il taglio nei modelli 2D, ai volumi che descrivono gli schermi è stato associato un elemento circuitale elettrico di tipo induttivo (vedere figura 3.3-10), connesso ad una resistenza di valore molto alto (dell'ordine della decina di megaohm). In questo modo nel risultato del calcolo FLUX la corrente indotta negli schermi possiede prevalentemente quella componente la cui circolazione è ammessa dalla loro struttura fisica, mentre risulta trascurabile quella componente di tipo anulare, coassiale con l'induttore di riscaldamento ed impedita dal taglio. La realizzazione di tagli su schermi conduttori è una pratica usuale per ridurre la potenza dissipata per effetto Joule, anche se è chiaro che limita l'efficacia della schermatura stessa.

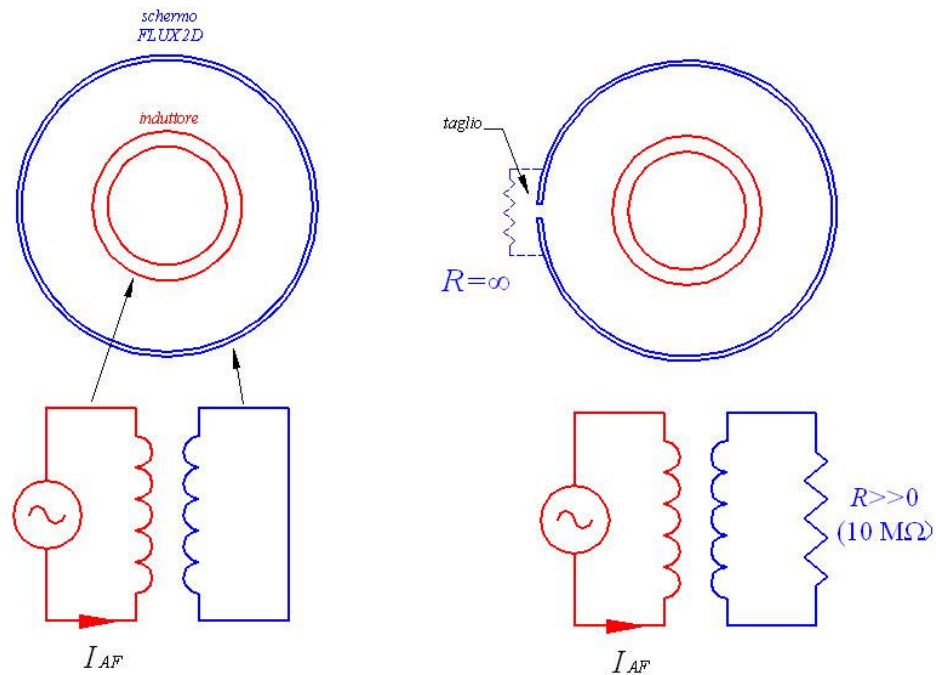


Fig. 3.3-10 – Equivalente elettrico dello schermo con taglio: all'interruzione dello schermo, corrispondente ad una resistenza infinita, è stata associata una resistenza molto grande ( $R=10\text{ M}\Omega$ ) nel circuito elettrico associato.

Si osserva che le simulazioni FLUX 2D indicano, per il sistema in esame e alla frequenza di 20 KHz, uno scarso effetto schermante aggiuntivo, se oltre allo schermo in rame si applicasse esternamente anche un altro eventuale schermo in Acciaio ferromagnetico, tuttavia in fase di realizzazione si è scelto ugualmente di applicare anche lo strato ferromagnetico.

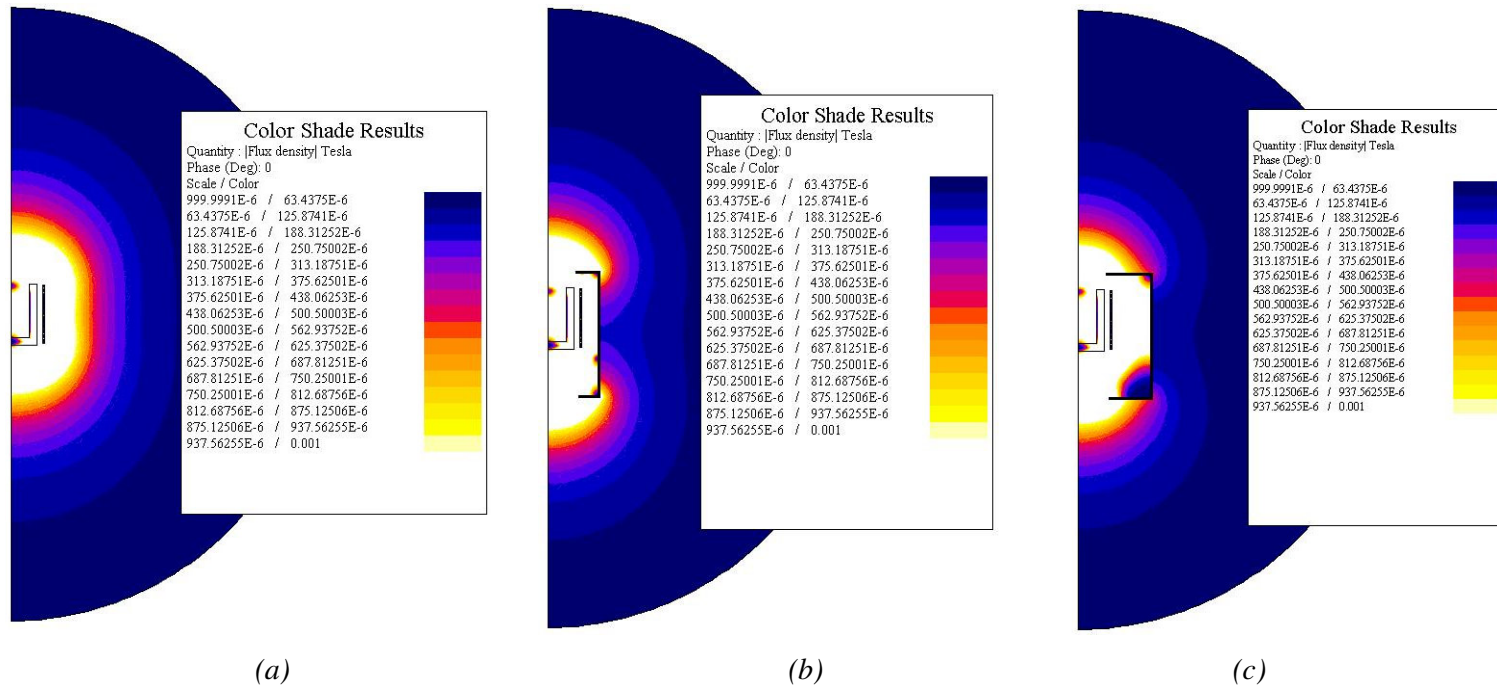


Fig. 3.3-11 - Distribuzione dell'intensità di campo induzione magnetica lungo una sezione longitudinale del sistema simulato in FLUX 2D:  
(a) senza schermi, (b) con schermo cilindrico di diametro inferiore, (c) con schermo cilindrico di diametro superiore.

Il modello dello schermo reale, avente le dimensioni dell'esemplare effettivamente realizzato ed installato, è stato possibile svilupparlo solo con FLUX 3D.

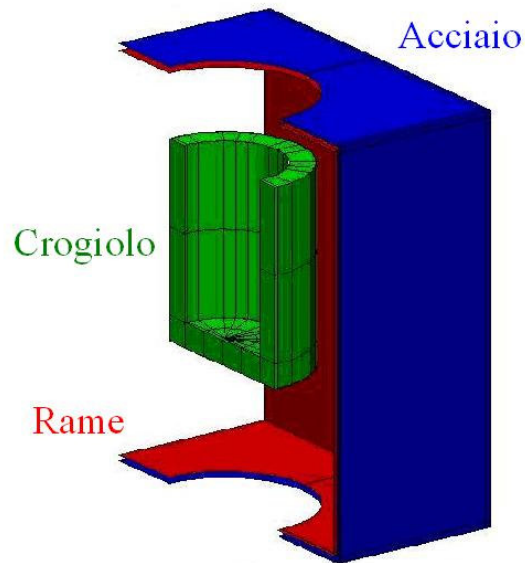


Fig. 3.3-12 - Modello FLUX 3D dello schermo.

A causa di limitazioni nelle risorse di calcolo disponibili, è stato possibile realizzare il modello applicando alcune semplificazioni, soprattutto con l'obiettivo di ridurre il numero di elementi della mesh: si è sfruttata la simmetria geometrica rispetto ad un piano, si è tralasciato di modellizzare la superficie metallica di supporto del sistema criogiolo-induttore, ed infine gli schermi sono stati modellizzati come superfici di spessore infinitesimo.

In FLUX 3D le formulazioni disponibili per volumi metallici sottili sono indicate come 'MD3CGS' o 'MD3CGR' (vedere il Capitolo II). Entrambe descrivono i fenomeni conduttivi nel metallo impiegando formule analitiche, supponendo i volumi sottili, cioè con spessore trascurabile rispetto alle altre dimensioni. Quindi, queste formulazioni forniscono risultati attendibili in posizioni lontane dai bordi. Lo schermo progettato ha dimensioni d'ingombro molto maggiori rispetto allo spessore delle lamiere con cui è realizzato, tuttavia la presenza di tagli nelle superfici ed in posizioni prossime a zone con intensità di campo elevate, rende potenzialmente limitata l'affidabilità generale dei risultati ottenibili dal calcolo. Per il sistema in oggetto, tuttavia, queste formulazioni sono state le uniche applicabili soprattutto in

considerazione della capacità di calcolo disponibile. Le lamiere, quindi, sono state descritte come superfici di spessore infinitesimo a cui è stata applicata una delle due precedenti formulazioni. FLUX 3D, successivamente, richiede la specificazione dello spessore reale associato a dette lamiere. Un modello FEM più raffinato avrebbe richiesto la modellizzazione delle lamiere come volumi laminari, quindi dotati di spessore effettivo, invece che come superfici. In questo caso, tuttavia, l'operazione di applicazione della mesh avrebbe richiesto una quantità di elementi molto maggiore rispetto ai modelli sviluppati, tale da superare la capacità di calcolo disponibile.

Anche con il modello FEM tridimensionale è stata calcolata l'ampiezza del campo induzione magnetica lungo percorsi giacenti sul piano equatoriale dell'induttore di riscaldamento. In questo caso sono state scelte tre direzioni a  $45^\circ$  tra loro, cioè rispettivamente lungo l'asse  $x$ , lungo l'asse  $y$  ed infine lungo la bisettrice tra gli assi  $x$  ed  $y$ .

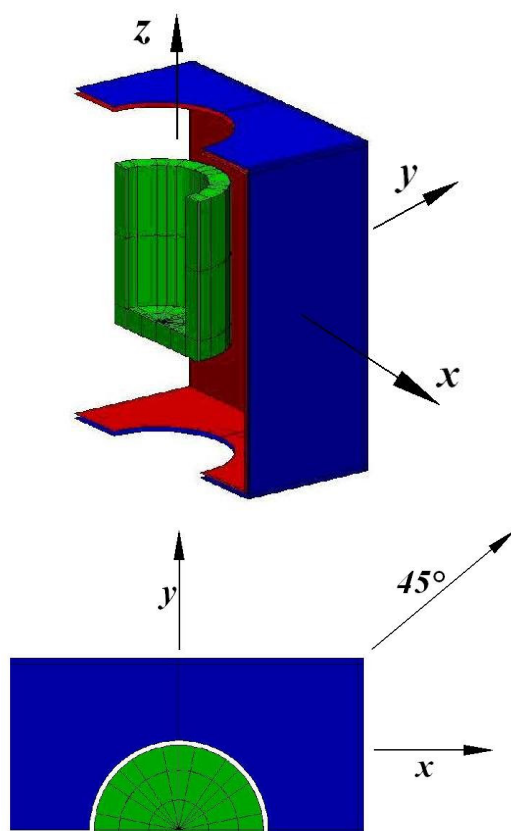


Fig. 3.3-13 - Direzioni per il calcolo dell'andamento dell'intensità di campo.

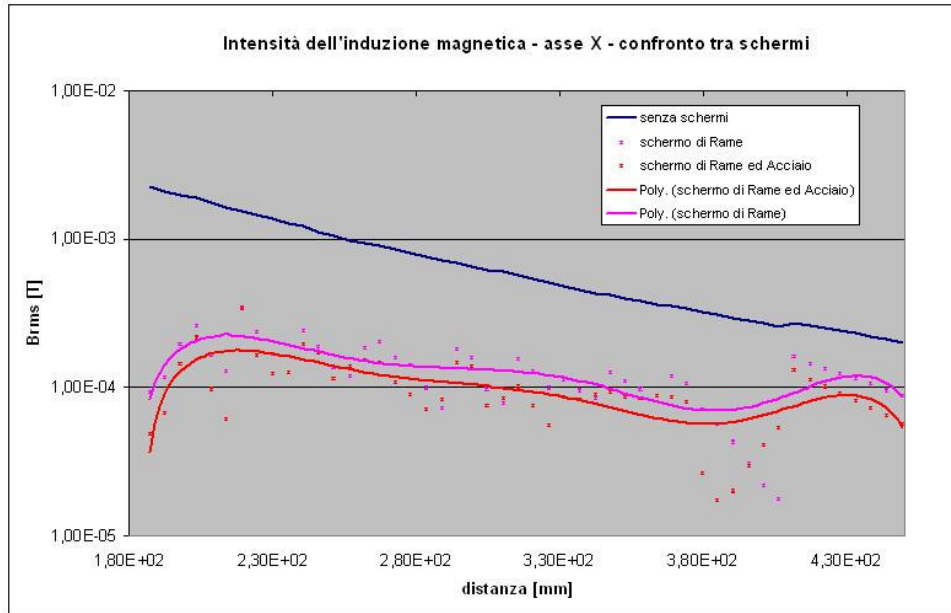


Fig. 3.3-14 - Intensità di campo  $B$  calcolata in assenza ed in presenza degli schermi con modello FLUX 3D del sistema in oggetto e lungo l'asse  $X$ . La distanza è valutata dall'asse di simmetria dell'induttore di riscaldamento.

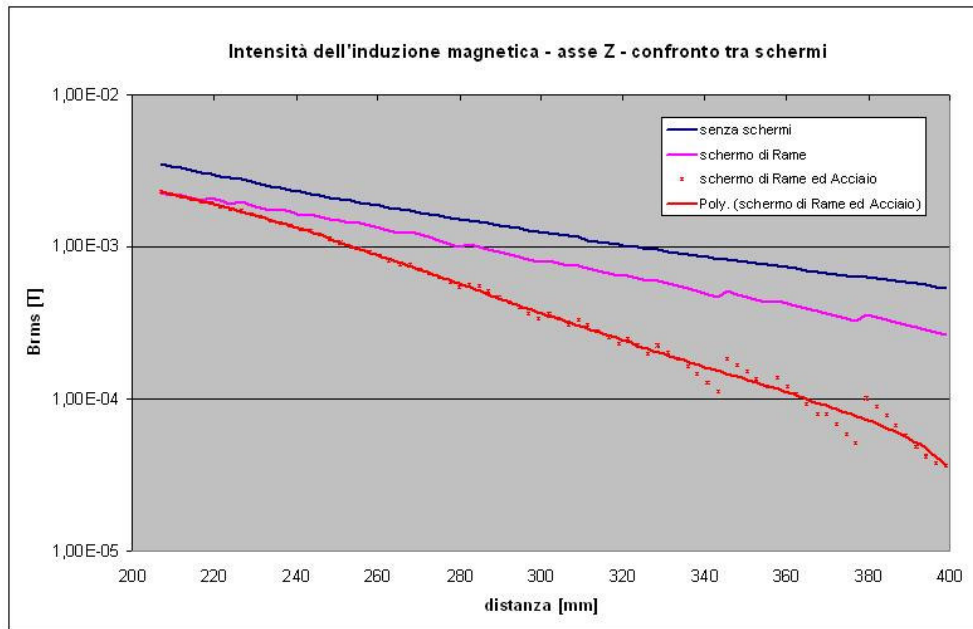


Fig. 3.3-15 - Intensità di campo  $B$  calcolata in assenza ed in presenza degli schermi con modello FLUX 3D del sistema in oggetto e lungo l'asse  $Z$ . La distanza è valutata dal centro di simmetria dell'induttore di riscaldamento.

Sopra sono riportati i risultati delle simulazioni di FLUX 3D. In figura 3.3-13 sono indicate le direzioni dei percorsi su cui sono valutate le ampiezze dell'induzione magnetica dei grafici seguenti.

I grafici precedenti mostrano quanto già visto con i modelli FLUX 2D, e cioè che l'applicazione di uno strato di materiale ferromagnetico, esternamente allo strato di Rame, abbatta ulteriormente l'intensità di campo, anche se in misura lieve. Quindi, anche per lo schermo reale si è scelto di applicare un mantello di Acciaio ferromagnetico, di spessore 3mm come per lo schermo di Rame. Si osserva, inoltre, che l'andamento delle curve delle intensità di campo è irregolare a seguito della discretizzazione operata dalla mesh per le porzioni di modello in aria. Nei modelli FLUX 2D non vi sono irregolarità negli andamenti calcolati, poichè è stato possibile infittire adeguatamente la mesh. Nel caso di modelli realizzati con FLUX 3D è possibile scegliere di inserire degli ulteriori nodi nella mesh, per consentire il passaggio da approssimazioni lineari ad approssimazioni quadratiche nelle soluzioni. Le approssimazioni lineari sono state quelle impiegate, dato che quelle quadratiche richiedevano maggiore occupazione di memoria. L'incertezza di una soluzione ottenuta con un'approssimazione lineare può essere in parte limitata provvedendo ad infittire la mesh nelle zone dove interessano risultati accurati, ed in fase di elaborazione dei risultati le curve degli andamenti spaziali dell'intensità di campo possono essere le interpolanti polinomiali, di ordine opportuno, dei valori calcolati. In effetti, in alcuni grafici è stato necessario applicare interpolazioni polinomiali del 6° ordine per smussare gli andamenti delle curve (nelle legende, le curve sono indicate con il termine 'Poly').

Dopo alcune simulazioni preliminari, i modelli FLUX 3D sono stati affinati per il calcolo dell'intensità di campo lungo percorsi giacenti sul piano equatoriale dell'induttore, e per distanze comprese tra 400mm e 1000mm come fatto per i modelli FLUX 2D. L'estensione del dominio attorno al sistema formato dall'induttore con lo schermo, in modo da comprendere posizioni distanti fino ad 1m dall'asse, ha richiesto l'applicazione della mesh ad ampie porzioni di modello FEM occupate dall'aria, impedendo, per contro, di ottenere un infittimento adeguato nelle zone dove interessava ridurre l'incertezza dei risultati del calcolo

Gli andamenti riportati sono relativi alle direzioni X, Y e 45° indicate in figura 3.3-13 e giacenti sul piano equatoriale dell'induttore, perchè solo su questo piano è stata

posizionato il centro di misura della sonda di campo. Dai grafici si vede che all'interno dell'intervallo delle distanze scelte per la misura dell'intensità di campo, si ha un abbassamento della stessa, generalmente al di sotto del livello di riferimento. I fattori di

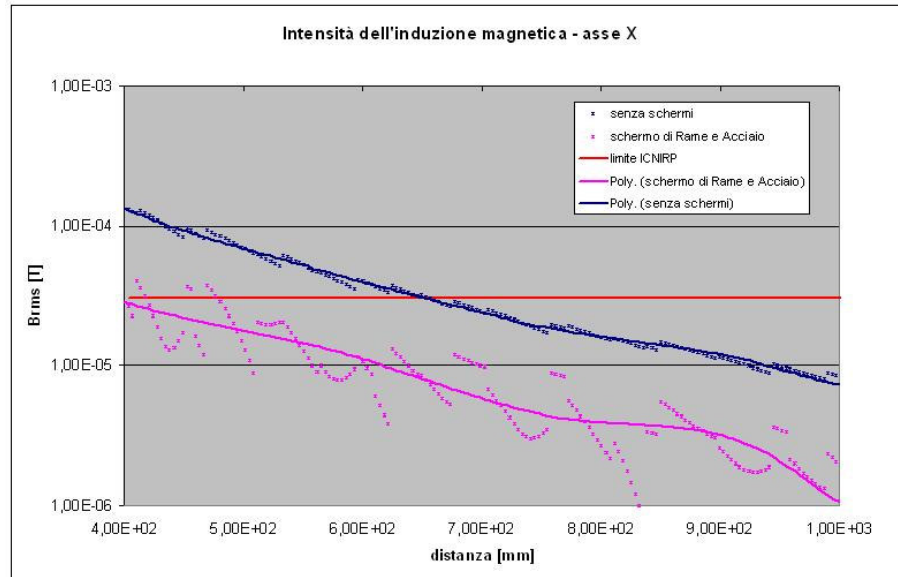


Fig. 3.3-16 - Intensità di campo  $B$  calcolata in assenza ed in presenza degli schermi con modello FLUX 3D del sistema in oggetto e lungo l'asse X.

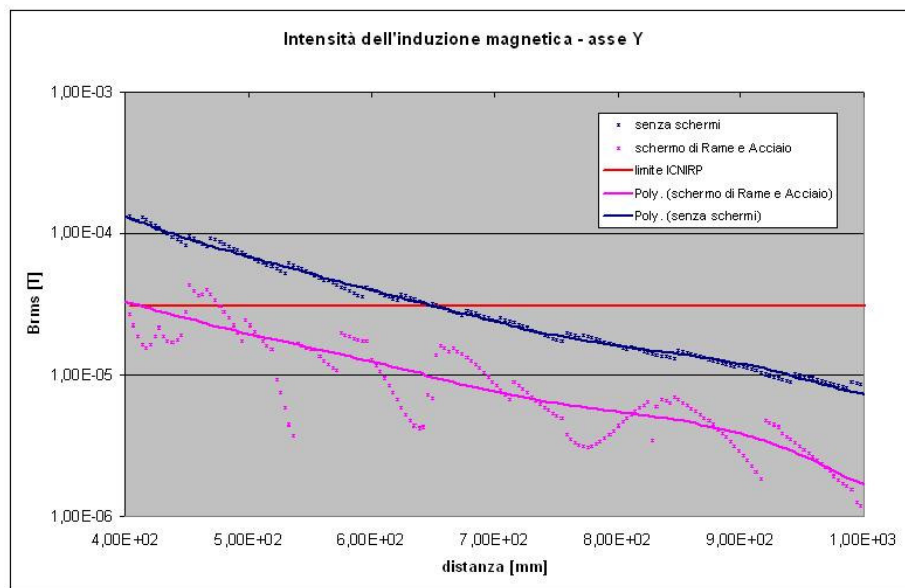


Fig. 3.3-17 - Intensità di campo  $B$  calcolata in assenza ed in presenza degli schermi con modello FLUX 3D del sistema in oggetto e lungo l'asse Y.

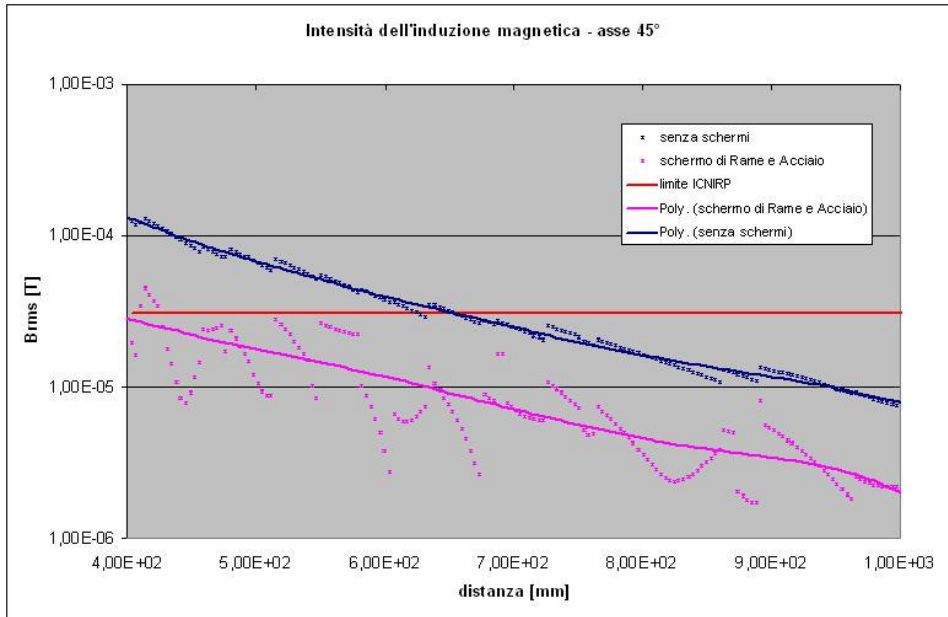


Fig. 3.3-18- - Intensità di campo  $B$  calcolata in assenza ed in presenza degli schermi con modello FLUX 3D del sistema in oggetto e lungo l'asse a  $45^\circ$ .

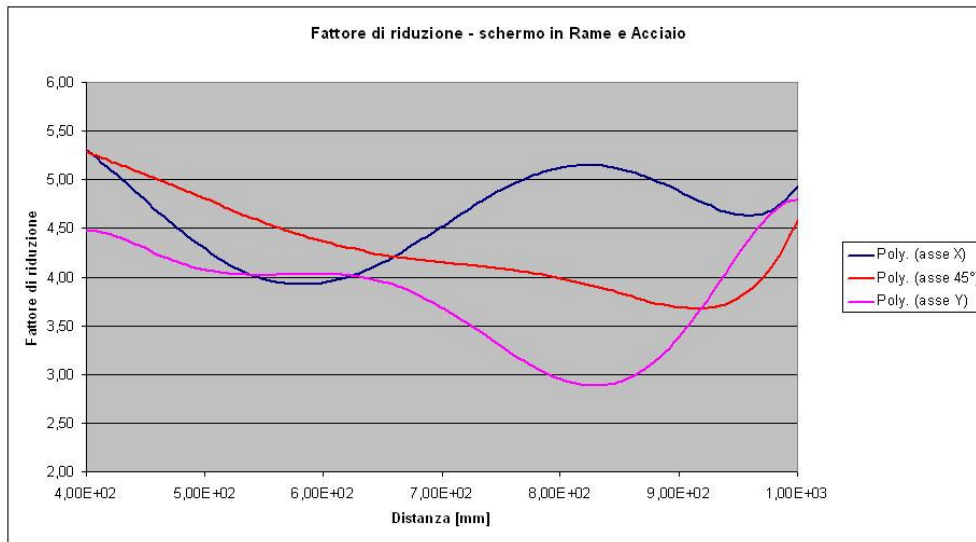


Fig. 3.3-19 – Fattori di riduzione al variare della distanza dall'asse dell'induttore.

riduzione sono stati calcolati applicando l'interpolazione del 6° ordine al rapporto della relazione (3.3.1) eseguito sulle ampiezze del campo induzione magnetica ricavate dal modello FLUX 3D.

L'elaborazione dei risultati del calcolo eseguiti con FLUX 3D indica che la soluzione di schermatura scelta può potenzialmente ridurre l'intensità di campo entro i limiti fissati dall'ICNIRP, praticamente all'interno di tutto l'intervallo di distanze in cui sono state eseguite le misure con la sonda. Le simulazioni fatte con modelli approssimati, sviluppati con FLUX 2D, invece, indicano che questo non è possibile. Le misure di verifica, eseguite tenendo conto delle limitazioni evidenziate nella fase preliminare di valutazione del rischio di esposizione, indicano che le predizioni dei modelli FLUX 3D sono più attendibili.

Dalle simulazioni FLUX 3D è stato possibile estrarre le seguenti mappe di distribuzione dell'intensità di campo, analoghe a quelle ricavate da FLUX 2D: nel seguito sono riportate le mappe di distribuzione dell'intensità di campo ricavate sezionando il modello con una superficie giacente nel piano  $x-z$ . Si nota l'ulteriore effetto schermante operato dall'applicazione della lamiera di Acciaio al di fuori della lamiera di Rame.

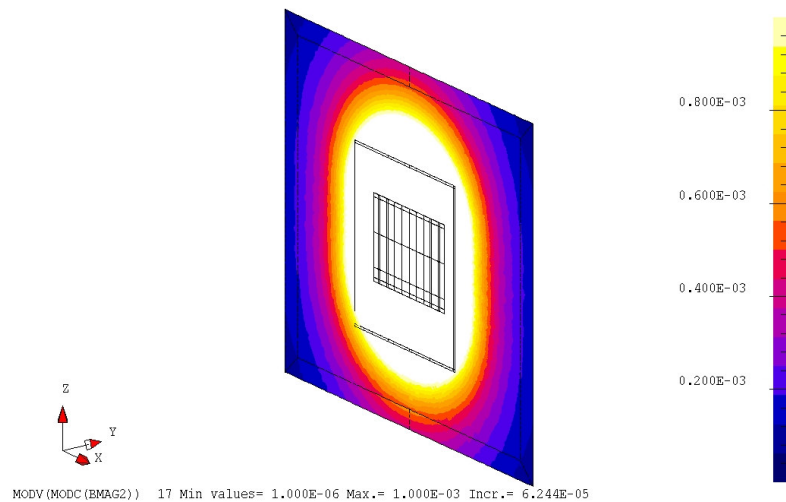
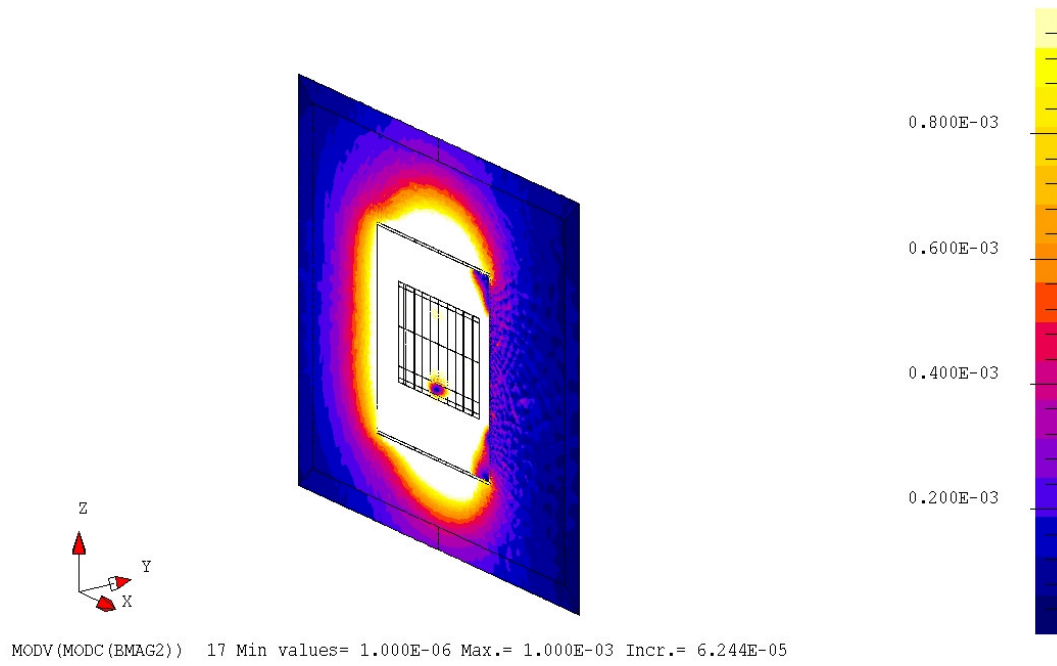
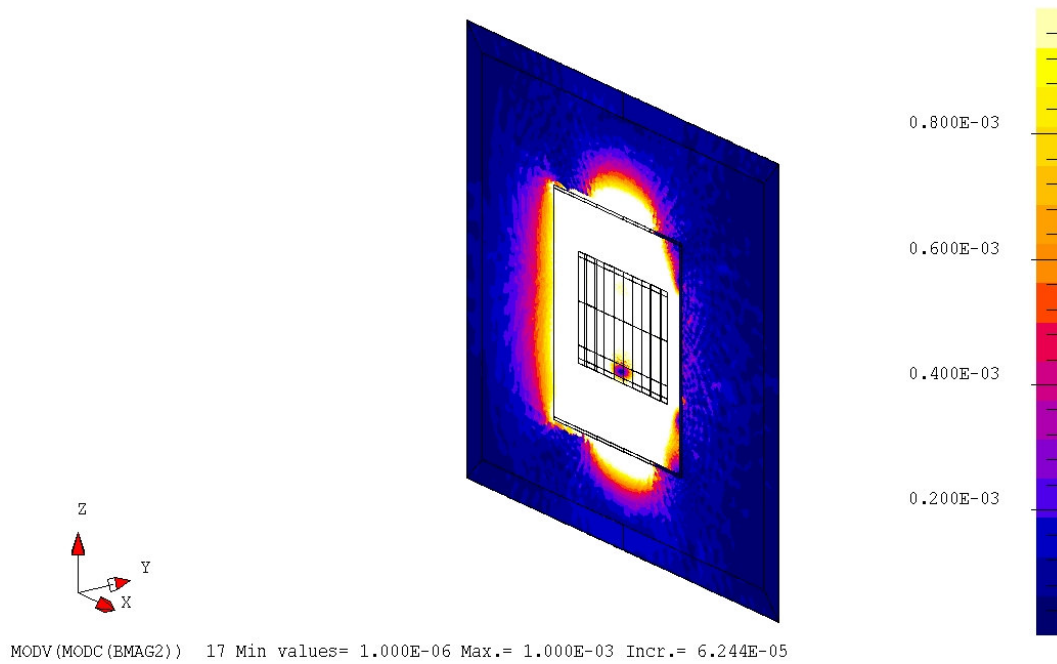


Fig. 3.3-20 - Intensità di campo B in assenza di schermo.



*Fig. 3.3-21 - Intensità di campo B risultante dall'applicazione dello schermo in rame.*



*Fig. 3.3-22 - Intensità di campo B risultante dall'applicazione dello schermo in rame e dell'ulteriore strato in acciaio ferromagnetico.*

### 3.4 Installazione dello schermo e confronto tra simulazioni e misure

Le simulazioni FEM mostrano la possibilità di ottenere una riduzione dell'intensità di campo magnetico entro i limiti fissati dall'ICNIRP. Il prototipo di schermo è stato realizzato rispettando le dimensioni e gli spessori considerati nelle simulazioni FLUX 3D.



*Fig. 3.4-1 - Prototipo dello schermo in rame-acciaio ed installazione. Notare il taglio per evitare circolazione di eccessive correnti indotte.*

Le misure di intensità di campo sono state eseguite nuovamente, alla luce delle esperienze fatte inizialmente. La sonda di campo è stata posizionata in modo che il centro di misura giacesse ancora sul piano equatoriale dell'induttore negli stessi punti scelti per il rilievo dei livelli di esposizione senza dispositivi schermanti, e la mappa delle posizioni scelte è indicata nella figura seguente.

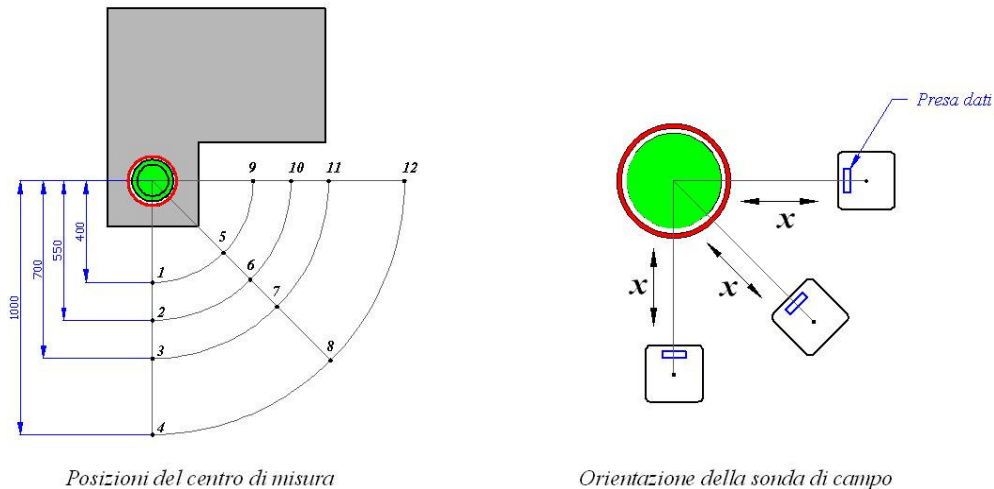


Fig. 3.4-2 - Posizioni del centro di misura ed orientazione della sonda di campo rispetto all'induttore di riscaldamento.

Nonostante la disposizione del centro di misura sul piano equatoriale e la disposizione della sonda in modo che vi sia il massimo flusso di campo concatenato con quella bobina di trasduzione avente asse parallelo all'asse dell'induttore, in modo da minimizzare l'incertezza delle misure, si è prestata ulteriore attenzione a disporre la testa mantenendo l'asse  $x$  della sonda parallelo alla direttrice che congiunge il centro di misura con l'asse dell'induttore. La Tabella I consente il confronto tra i risultati derivati dalle misure e quelli derivati dalle simulazioni con il modello FLUX 3D. Sono evidenziati in rosso i valori superiori al limite di  $30,7 \mu\text{T}$  stabilito dall'ICNIRP per la frequenza di 20 KHz. In giallo sono evidenziati quei valori delle misure che, pur essendo inferiori al limite ICNIRP si ritiene debbano essere presi ugualmente in considerazione vista la difficoltà che la pratica ha rivelato nel ridurre l'incertezza delle misure di campo.

Tabella I

Posizione	Intensità RMS [ $\mu$ T] - misure senza schermo	Intensità RMS [ $\mu$ T] - risultati FLUX 3D senza schermo	Intensità RMS [ $\mu$ T] - misure con schermo	Intensità RMS [ $\mu$ T] - risultati FLUX 3D con schermo
1	425,0	205,0	29,9	99,4
2	167,0	80,4	12,6	38,2
3	67,0	39,4	6,9	15,1
4	4,5	13,4	2,9	1,0
5	381,0	205,0	26,7	85,2
6	143,0	80,4	11,5	33,7
7	13,7	39,4	6,8	3,4
8	4,7	13,4	2,7	1,2
9	623,0	205,0	52,4	161,9
10	36,7	80,4	20,7	9,9
11	17,4	39,4	12,2	4,9
12	3,9	13,4	4,0	1,1

Confronto tra intensità di campo misurate e simulate con FLUX 3D, con e senza schermo.

I valori di intensità di campo calcolati con FLUX 3D in assenza di schermo sono stati determinati assegnando ad ogni punto di misura il valore di campo che la sonda EHP 50 fornirebbe, tenendo conto della sua struttura interna, cioè sono valori di campo risultanti dall'applicazione delle relazioni (3.2.3), (3.2.4), (3.2.5) ai risultati del modello mostrato in figura 3.2-4, e disponendola come mostrato in figura 3.4-2.

Tenendo presente le considerazioni fatte sulle cause dell'incertezza di misura dell'intensità di campo, e sull'incertezza dei risultati dei calcoli a seguito di oscillazioni numeriche nei valori calcolati e derivanti dalle approssimazioni indotte dalla discretizzazione volumica operata dalla mesh nell'aria, si vede che per il caso esaminato le simulazioni forniscono valori di intensità di campo in presenza dello schermo in Rame-Acciaio superiori a quelli misurati. Quindi, rispetto alle misure FLUX 3D fornisce stime cautelative. Inoltre sia le misure che le simulazioni sono concordi nell'indicare che la posizione 9 sia la più critica; tuttavia tale posizione è vicina al posto di comando dell'impianto e quindi non è possibile discriminare eventuali emissioni di campo dai dispositivi elettronici che esso ospita. Inoltre, la posizione 9 si trova lungo una direzione in cui, in effetti, lo schermo installato non risulta del tutto efficace, dato che esso è appoggiato alla parete della macchina, e quindi in quella zona esiste una fessura non schermata, potenzialmente causa del valore di intensità di campo ancora superiore a 30,7  $\mu$ T. Le misure di verifica e le simulazioni portano a concludere che

l'applicazione dello schermo progettato ha migliorato la condizione degli addetti all'impianto, ma non è ancora sufficiente, soprattutto nelle zone dove lo schermo è forato per consentire le operazioni di carico e scarico del criogiolo, e bene evidenziate nelle mappe di figura 3.3-21. Appare chiaro che le incertezze presenti nelle misure e nelle simulazioni, sono allo stato attuale della tecnica di entità tale da rendere comunque difficoltosa la valutazione del livello di rischio per le persone sia in assenza che in presenza di dispositivi schermanti, soprattutto in prossimità delle zone dove si manifesta la transizione tra valori di intensità di campo superiore ed inferiore al limite ICNIRP, ed in generale nelle zone a forte disuniformità di campo.

## RIFERIMENTI

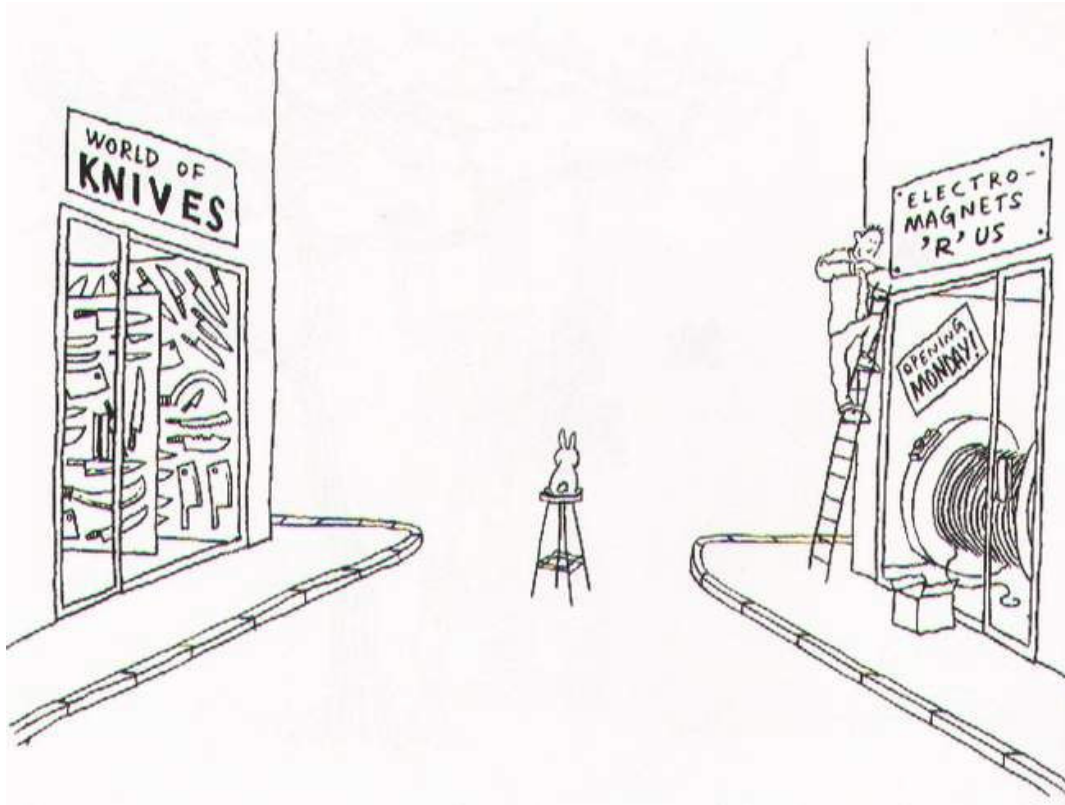
1. Donald R.J. White, Michel Mardiguian, *Electromagnetic Shielding*, Interference Control Technologies, Inc. – Gainesville, Virginia.
2. Manuali di impiego dello strumento indicatore di intensità di campo PMM-8053, e della sonda di campo elettromagnetico PMM-EHP50.
3. M. Bertocco, C. Greggio, E. Sieni, “*Magnetic Field Measurement in Industrial Environment*”, Instrumentation and Measurement Technology Conference - IMTC 2007.
4. E. Sieni, M. Bertocco, “*Nonuniform Low Frequency Magnetic Field Measurements*”, IMTC 2006 - Instrumentation and Measurement Technology Conference.
5. ICNIRP, “*Guidelines for limiting exposure to time-varying electric, magnetic, and electromagnetic fields (up to 300 GHz)*”, *Health Physics*, vol. 74, pp. 494-522, 1998.
6. F. Dughiero, C. Greggio, M. Forzan, “*Evaluation and Mitigation in the surrounding of induction furnaces with reference to ICNIRP Guidelines*”.
7. M. Bertocco, F. Dughiero, C. Greggio, E. Sieni, “*An efficient model to evaluate the magnetic field in the surrounding of induction heating installation*”, Proceedings of the International Conference on Electromagnetic Fields, Health and Environment - EHE06, 27-29 April 2006, pp. 2. 159-2. 164.
8. O. Bottauscio, M. Chiampi, G. Crotti, M. Zucca, “*Probe influence on the measurement accuracy of non uniform LF magnetic fields*”, IEEE Trans. On Instrumentation and Meas., vol. 54, pp. 722-726, 2005.
9. CEI 211-6, *Guida per la misura e la valutazione dei campi elettrici e magnetici nell'intervallo di frequenza 0Hz – 10 KHz, con riferimento all'esposizione umana.*
10. CEI 211-7, *Guida per la misura e la valutazione dei campi elettrici e magnetici nell'intervallo di frequenza 10 KHz – 300 GHz, con riferimento all'esposizione umana.*

11. M. Battistetti, F. Dughiero, M. Forzan, "*Investigation on electromagnetic fields in the surroundings of induction heating installation*", HIS 1998 – International Induction Heating Seminar.









Tratto da: 'The bunny suicides'

## 4 IL CALCOLO DELL'EFFICIENZA DI SCHERMATURA: UN APPROCCIO

*'Questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi a gli occhi (io dico l'universo), non si può intendere se prima non s'impara a intender la lingua, e conoscer i caratteri, ne' quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro laberinto'.*

*Galileo Galilei (1564-1642)*

### **Introduzione**

L'effetto di schermatura contro i campi magnetici variabili nel tempo, è fisicamente ottenibile interponendo tra la sorgente e il soggetto da proteggere, dei dispositivi che agiscono in due modi: creazione di campo induzione magnetica di intensità e fase opportuna, in modo da opporsi al campo sorgente; realizzazione di percorsi a bassa riluttanza magnetica, in grado di confinare opportunamente il flusso magnetico, riducendone la dispersione nello spazio.

Nella pratica, l'applicazione di dispositivi di schermatura su sorgenti già esistenti è una azione di bonifica che spesso non realizza la riduzione voluta dell'intensità di campo; l'approccio migliore è dato dal concepimento dei dispositivi schermanti già in fase di progetto della sorgente.

Attualmente il migliore modo per dimensionare dispositivi schermanti è l'impiego di software di calcolo che adottano il metodo degli elementi finiti (FEM). I software disponibili commercialmente consentono di risolvere problemi di elettromagnetismo in generale, e quindi soffrono di alcune limitazioni circa il loro eventuale impiego nello studio delle schermature. Da un punto di vista operativo, l'operatore deve modellizzare geometricamente i componenti di schermatura (lastre,

gioghi magnetici, etc.) ed a seconda dell'ambiente di sviluppo grafico, occorre un addestramento ad hoc. Da un punto di vista computazionale, i codici FEM procedono al calcolo delle grandezze fisiche elettromagnetiche realizzando una discretizzazione del sistema in volumi elementari, il cui numero influenza in maniera direttamente proporzionale l'impiego di memoria RAM per il calcolo; ciò significa che la determinazione dell'intensità di campo induzione magnetica in aria, anche a distanze non eccessive dalla sorgente, richiede la discretizzazione geometrica di volumi d'aria attorno ad essa. Tale discretizzazione dovrà essere sufficientemente fitta laddove interesserà conoscere l'ampiezza del campo magnetico con una certa precisione.

La pratica, tuttavia, indica che nel settore del riscaldamento ad induzione e, in generale, nei dispositivi industriali che sviluppano elevate intensità di campo magnetico, intenzionalmente o come inevitabile conseguenza di elevate correnti, i dispositivi schermanti sono realizzabili attraverso involucri di lamiera o con gioghi magnetici, e quindi attraverso oggetti di forme perlopiù note ed eventualmente scomponibili in forme più semplici: rettangoli, tubi, parallelepipedi, cilindri cavi, settori cilindrici. Il dispositivo schermante finale risulta, pertanto, dalla composizione di un numero finito di oggetti, di opportune dimensioni geometriche e di opportune proprietà elettromagnetiche, talchè è ragionevole pensare ad un software che disponga di librerie sufficientemente articolate di primitive geometriche con cui realizzare il modello del dispositivo schermante di cui si intende valutare l'efficacia di schermatura. Questa caratteristica agevolerebbe gli utenti di codici di calcolo per fenomeni elettromagnetici, che dovessero impiegarli solo per dimensionamento e verifica di schermature contro campi elettromagnetici, risparmiando tempo nella modellizzazione geometrica richiesta da un codice di calcolo FEM di impiego generale.

La determinazione dell'intensità del campo magnetico in un punto dello spazio, inoltre, può essere realizzata per calcolo dell'effetto complessivo risultante dal campo prodotto dalla sorgente (indicata come 'primaria') e dal campo conseguente alla presenza del dispositivo schermante ('sorgente secondaria'). Quindi, di fatto, la discretizzazione in volumi relativamente piccoli che i codici FEM commerciali realizzano anche per eventuali volumi d'aria contenenti gli oggetti del sistema in esame, risulta superflua nello specifico caso dello studio delle schermature, dato che proprio in aria può essere applicata la sovrapposizione degli effetti. Un codice di calcolo appositamente sviluppato

per lo studio delle schermature e che realizza questa semplificazione, richiederebbe minori risorse di calcolo.

Scopo del presente capitolo è quello di indicare un approccio allo sviluppo di codici di calcolo dell'effetto schermante attuato da schermi metallici, che realizzi le semplificazioni indicate. Si considerano quei dispositivi schermanti che agiscono attraverso gli effetti delle correnti in essi indotte dalla stessa sorgente, e il campo magnetico risultante nel generico punto dello spazio risulta dalla somma vettoriale del campo prodotto dalla sorgente e dal campo prodotto dalle correnti indotte nello schermo.

#### **4.1 Ipotesi e modello simulato**

Il modello di calcolo sviluppato prende lo spunto dai dispositivi di riscaldamento ad induzione realizzati con solenoidi. La sorgente di campo è stata semplificata e ridotta ad una semplice spira affacciata ad una lastra, realizzati in materiale elettricamente conduttore. Nella realtà delle installazioni industriali, la sezione del conduttore è piccola rispetto alla totale lunghezza del tubo ed anche rispetto all'altezza ed al diametro del solenoide. Quindi, nel modello di calcolo si è scelto di descrivere il solenoide come conduttore di spessore infinitesimo, risultante dalla concatenazione di tratti conduttori rettilinei di lunghezza piccola e che si appoggiano alla linea generatrice dello sviluppo lineare del conduttore stesso. Questi segmenti conduttori sono attraversati dalla corrente ad alta frequenza sviluppata dal generatore. L'approssimazione adottata è tanto più valida quanto più sottile è il conduttore del solenoide rispetto alle dimensioni del solenoide stesso, e quanto maggiore è la distanza media tra il solenoide e le superfici metalliche di schermatura.

Il dispositivo schermante che si considera è una lastra rettangolare di materiale non ferromagnetico, di spessore molto inferiore rispetto alle altre dimensioni. Per semplicità si è considerata una lastra di sezione quadrata, avente lato di lunghezza pari ad 1m. Lo spessore è considerato variabile, tra 0.5mm e 3mm. Tale lastra è affacciata alla sorgente di campo secondo una posizione relativa definita.

L'alimentazione del solenoide è a corrente impressa sinusoidale, con frequenza nella banda 0.05-100 KHz. Nella realtà delle installazioni industriali la corrente ad alta

frequenza ha un contenuto armonico generalmente non trascurabile. Una valutazione corretta degli effetti schermanti dovrebbe tenere conto di tutte le componenti in frequenza misurabili sia con sonde di campo elettromagnetico che con sonde di corrente applicate alle sorgenti. Il modello di calcolo sviluppato considera per le schermature dei materiali con conducibilità elettrica e permeabilità magnetica costanti al variare della frequenza e dell'intensità di campo magnetico, e quindi la sorgente di campo del modello è alimentata da un generatore ad una sola frequenza, eventualmente variabile a piacere nella banda 0.05-100 KHz. La linearità del sistema, pertanto, consente di valutare l'esposizione complessiva ai campi magnetici simulando l'intensità di campo magnetico risultante nella generica posizione, separatamente per ognuna delle frequenze che si intende considerare e sviluppata dalla relativa componente di corrente circolante nel solenoide.

## **4.2 La formulazione matematica ed il calcolo numerico**

### ***4.2.1 Introduzione***

In questo e nei paragrafi successivi, descriveremo un modello di calcolo di correnti indotte in volumi metallici da campi magnetici variabili nel tempo con andamento sinusoidale. Il modello si appoggia ad una rete elettrica equivalente associata opportunamente ad una discretizzazione volumica del volume metallico schermante, e consente la soluzione numerica di un problema magnetico quasi-stazionario [1].

Il volume metallico su cui si desidera determinare le correnti indotte è rappresentato, in generale, dalla lastra che funge da schermo. La sorgente di campo induzione magnetica è una spira monofilare, opportunamente disposta rispetto alla lastra. Le dimensioni geometriche caratteristiche del sistema sono dell'ordine del metro di lunghezza e per sorgenti di campo magnetico con frequenze dell'ordine del MHz può senz'altro essere considerato in regime magnetico quasi-statico [2].

#### 4.2.2 Equazioni di riferimento del modello di calcolo

In un volume di materiale elettricamente conduttore, omogeneo, isotropo, dotato di permeabilità magnetica  $\mu=\mu_0\mu_r$ , la densità di induzione magnetica  $\mathbf{B}$  e la densità di corrente  $\mathbf{J}$ , nel punto  $P$  ed all'istante di tempo  $t$ , sono legate tra loro dalla legge di Ampere:

$$\nabla \times \mathbf{B}(P,t) = \mu \mathbf{J}(P,t) \quad (4.2.2.1)$$

In ipotesi di sistema quasi-statico, la densità di corrente è un vettore con divergenza nulla ovunque, cioè:

$$\nabla \cdot \mathbf{J}(P,t) = 0 \quad (4.2.2.2)$$

L'induzione magnetica è sempre un vettore con divergenza nulla ovunque, cioè:

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(P,t) = 0 \quad (4.2.2.3)$$

Dall'equazione precedente, per la decomposizione di Clebsch-Helmoltz, segue che il campo vettoriale  $\mathbf{B}$  può essere espresso come il rotore di una funzione vettoriale  $\mathbf{A}$ , chiamata potenziale vettore magnetico [3;4]:

$$\mathbf{B}(P,t) = \nabla \times \mathbf{A}(P,t) \quad (4.2.2.4)$$

Qualsiasi altra funzione vettoriale  $\mathbf{A}'$  ottenuta da  $\mathbf{A}$  sommando il gradiente di una arbitraria funzione scalare, fornisce il campo vettoriale  $\mathbf{B}$  attraverso il rotore. Cioè esiste una classe di funzioni potenziale vettore magnetico che soddisfa l'equazione (4.2.2.4). La divergenza della funzione scelta in questa classe di funzioni equivalenti può essere assegnata arbitrariamente. Ponendo l'equazione (4.2.2.4) nell'equazione (4.2.2.1), ricordando che è valida l'identità:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla \nabla \cdot \mathbf{A} - \nabla^2 \mathbf{A} \quad (4.2.2.5)$$

e scegliendo di porre uguale a zero la divergenza di  $\mathbf{A}$ , si ottiene la nota equazione di Poisson:

$$\nabla^2 \mathbf{A}(P,t) = -\mu \mathbf{J}(P,t) \quad (4.2.2.6)$$

Risolvendo l'equazione precedente relativamente al volume schermante  $V_{sch}$ , si ottiene l'espressione del potenziale vettore magnetico [7]:

$$\mathbf{A}(P,t) = \frac{\mu}{4\pi} \int_{V_{sch}} \frac{\mathbf{J}(P',t)}{|P-P'|} dv \quad (4.2.2.7)$$

dove  $P'$  è il generico punto all'interno del volume  $V_{sch}$  in corrispondenza del quale si considera la densità di corrente  $\mathbf{J}$ , e  $P$  è il generico punto all'interno del volume  $V_{sch}$  in corrispondenza del quale si calcola il potenziale vettore magnetico  $\mathbf{A}$ .

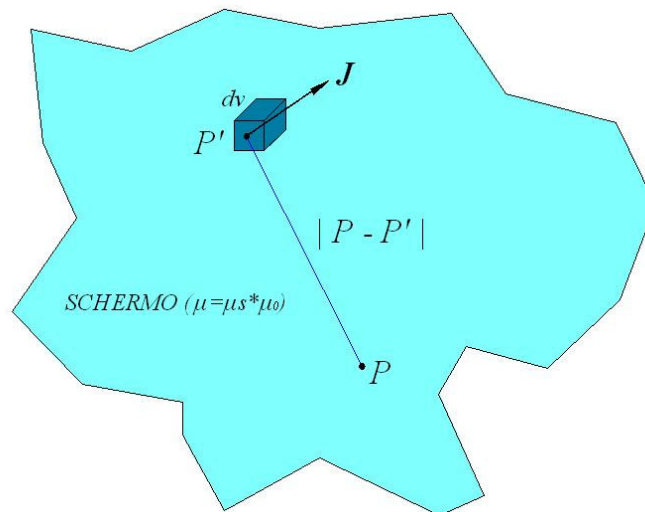


Figura 4.2.2-1 – Convenzioni per la relazione (4.2.2.7).

La dipendenza locale della componente del campo elettrico indotto  $\mathbf{E}$ , prodotto dall'induzione magnetica  $\mathbf{B}$  variabile nel tempo, è espressa dalla legge di Faraday-Neumann:

$$\nabla \times \mathbf{E}(P, t) = - \frac{\partial \mathbf{B}(P, t)}{\partial t} \quad (4.2.2.8)$$

Sostituendo l'equazione (4.2.2.4) nell'equazione precedente, e osservando che l'operatore rotore può essere intercambiato con la derivata parziale eseguita rispetto al tempo, si ottiene:

$$\nabla \times \left( \mathbf{E}(P, t) + \frac{\partial \mathbf{A}(P, t)}{\partial t} \right) = 0 \quad (4.2.2.9)$$

Dall'equazione precedente si osserva che il vettore  $\mathbf{E}(P, t) + \partial \mathbf{A} / \partial t$  ha rotore nullo ovunque all'interno di  $V_{sch}$  e quindi può essere espresso come il gradiente di una funzione scalare  $\varphi$  detta potenziale elettrico. Cioè, si può porre:

$$\mathbf{E}(P, t) = - \nabla \varphi(P, t) - \frac{\partial \mathbf{A}(P, t)}{\partial t} \quad (4.2.2.10)$$

Solitamente ci si riferisce all'equazione precedente come formulazione 'A- $\varphi$ ' del regime magnetico quasi-statico; sostituendo in essa l'equazione (4.2.2.7), si ottiene l'equazione che esprime il campo elettrico nel volume  $V_{sch}$  in funzione del potenziale  $\varphi$  ed in funzione della distribuzione della densità di corrente  $\mathbf{J}$ :

$$\mathbf{E}(P, t) = - \nabla \varphi(P, t) - \frac{\mu}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_{sch}} \frac{\mathbf{J}(P', t)}{|P - P'|} dv \quad (4.2.2.11)$$

Il vettore  $\mathbf{E}$  è legato al vettore  $\mathbf{J}$  dalla relazione costitutiva del materiale, attraverso la conducibilità elettrica  $\sigma$ . Ricordiamo che nelle ipotesi abbiamo assunto il mezzo contenuto nel volume  $V_{sch}$  come omogeneo ed isotropo, e quindi la grandezza  $\sigma$  è indipendente dalla posizione. Ai fini dello studio dell'efficienza di schermatura, senza timore di incorrere in grossolani errori, possiamo assumere che la conducibilità elettrica sia costante al variare della temperatura. Pertanto, noto il valore di  $\sigma$  del materiale scelto per la realizzazione della schermatura, la relazione costitutiva è:

$$\mathbf{E}(P,t) = \rho \mathbf{J}(P,t) \quad (4.2.2.12)$$

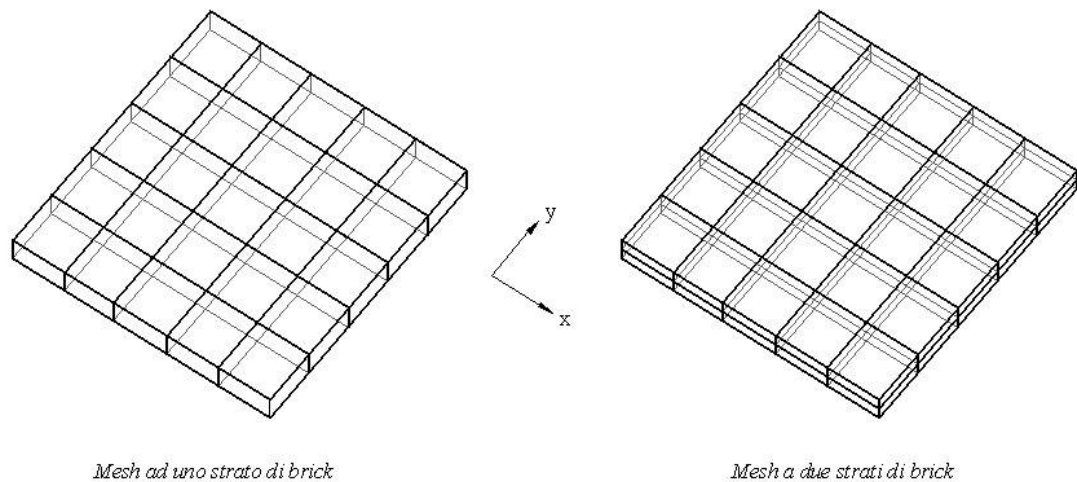
dove  $\rho = 1/\sigma$  è la resistività elettrica. Le equazioni (4.2.2.2), (4.2.2.11) e (4.2.2.12) rappresentano la base del modello della rete elettrica equivalente che è sviluppato nel seguito.

### ***4.2.3 Discretizzazione del sistema e rete elettrica equivalente associata***

Lo scopo è quello di determinare la corrente elettrica indotta nella lastra metallica piana che funge da schermo contro il campo induzione magnetica. L'azione schermante è il risultato della somma vettoriale tra il campo prodotto dalla corrente elettrica circolante nella sorgente ed il campo prodotto dalla distribuzione di corrente indotta nella lastra.

Per descrivere la corrente indotta nella lastra quadrata che si è scelto di studiare, si suddivide la stessa in  $N_e$  sotto-elementi, aventi forma di parallelepipedo rettangolare, detti 'brick'. Nel codice di calcolo sviluppato, lo spessore della lastra contiene solo uno strato di parallelepipedi. Quindi, fissate le suddivisioni uniformi dei lati della lastra in un numero di elementi rispettivamente  $N_x$  ed  $N_y$ , il numero di brick risulta semplicemente  $N_e = N_x * N_y$ .

La suddivisione del volume di materiale conduttore in volumi elementari più piccoli, è detta 'mesh', ed il procedimento descritto è stato scelto in quanto si presta agevolmente alla realizzazione di codici di calcolo che automatizzano la suddivisione dei volumi delle strutture che frequentemente si impiegano per la realizzazione di schermature. In particolare, l'esperienza indica che uno schermo risulta spesso dall'unione di fogli di lamiera tagliati e piegati, e quindi geometricamente risulta dall'unione di porzioni di lamiera di forma rettangolare. Inoltre, l'eventuale presenza di lamiere piegate con foggia di porzioni di cilindro è riconducibile all'impiego di lastre metalliche rettangolari, opportunamente curvate; pertanto, note che siano la forma e le dimensioni, anche lamiere curvate sono descrivibili come unione di parallelepipedi sottili ed è agevolmente applicabile ad essi il procedimento di realizzazione della mesh.



*Fig. 4.2.3-1 Mesh applicate ad un volume di materiale schermante.*

Nel caso di lamiere curvate, tuttavia, il brick elementare non è assimilabile ad un parallelepipedo retto, ma, come vedremo, questo fatto non impone restrizioni alla comodità del procedimento adottato. Ad esempio, nel caso di lamiere curvate ad angolo retto e con raggio di curvatura della piegatura di entità confrontabile con lo spessore, si considererà la piegatura come un profilo rettilineo di unione tra superfici metalliche giacenti su piani diversi.

L'impiego di lamiere di forma non rettangolare, con buchi e con fessurazioni, richiede evidentemente un affinamento delle routine che realizzano la mesh, ma comunque le diverse situazioni possono essere ricondotte al caso in cui una generica superficie laminare metallica è descrivibile tramite volumi elementari di forma semplice, dello stesso tipo, distribuiti all'interno del volume da discretizzare ed eventualmente deformati in modo opportuno.

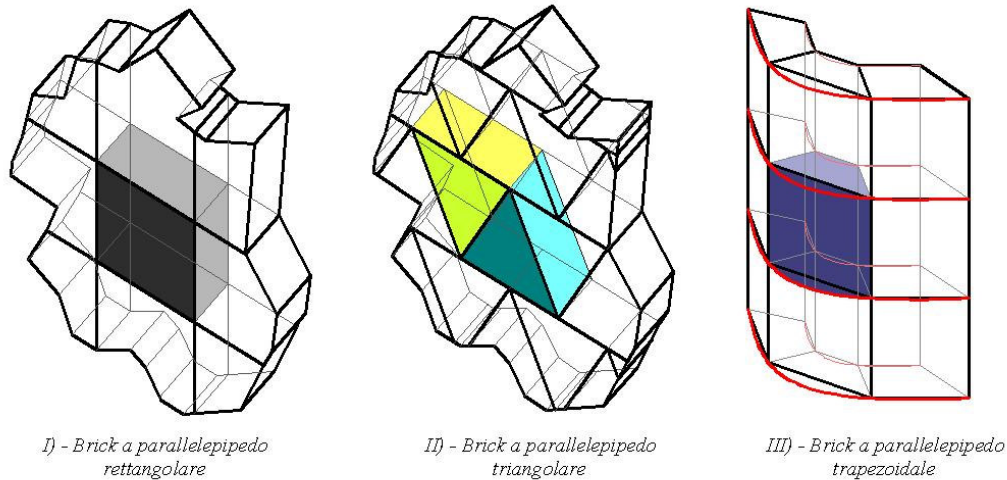


Fig. 4.2.3-2 Alcuni tipi di brick applicabili alle mesh.

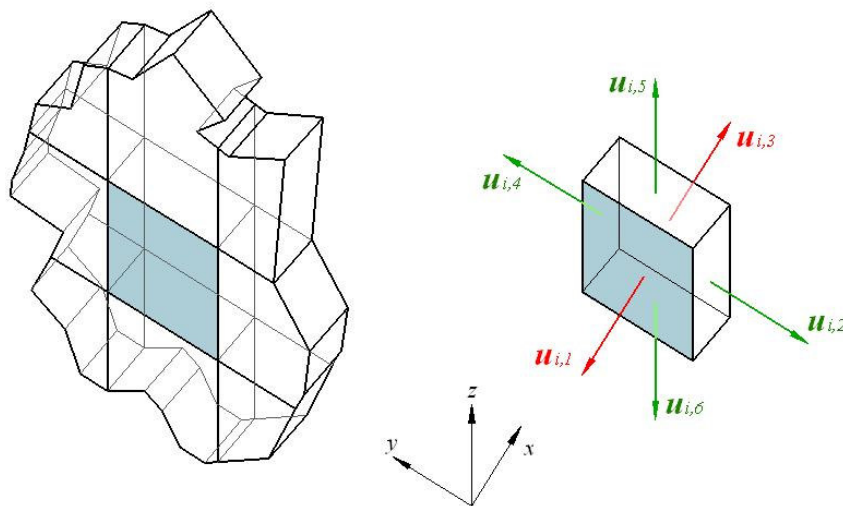
L'applicazione dello stesso tipo di volume elementare nella discretizzazione dei volumi del materiale schermante, comporta una certa semplificazione nelle operazioni di costruzione della mesh: la forma geometrica del brick può comodamente essere espressa in forma parametrica. Nella figura 4.2.3-2 si vede come una lastra possa essere discretizzata con brick di forma diversa; in particolare si vede come una lastra curva possa essere discretizzata con brick di tipo trapezoidale. In figura 4.2.3-2 il profilo curvo di una lastra curvata, evidenziato dalle linee di colore rosso, è stato approssimato dalle superfici piane rettangolari che definiscono i brick trapezoidali impiegati nella mesh. Si intuisce che l'accuratezza della descrizione della distribuzione di densità di corrente nello schermo sarà tanto migliore quanto più densa è la discretizzazione dei volumi di materiale schermante, cioè quanto più piccoli e numerosi saranno i brick della mesh a parità di forma del volume schermante. Come si vedrà più avanti, l'approccio di calcolo proposto consente, tuttavia, di descrivere molto bene le correnti indotte negli schermi, anche con mesh in apparenza non adeguatamente fitte.

Senza scendere ulteriormente nel dettaglio, l'esperienza indica che la realizzazione di schermi tramite l'impiego di lastre metalliche contempla una limitata varietà di forme delle varie parti costituenti la schermatura; inoltre, la casistica relativamente limitata delle forme dei dispositivi di schermatura, abbiamo visto che consente di semplificare la realizzazione della mesh attraverso la parametrizzazione dei brick. Quindi lo studio delle schermature elettromagnetiche può essere svolto con

strumenti di calcolo appositamente sviluppati e relativamente semplici per quanto riguarda le operazioni di costruzione dei modelli geometrici.

Consideriamo la mesh realizzata esclusivamente con brick la cui superficie di delimitazione sia costituita da superfici piane di estensione limitata.

Sia  $N_f$  il numero di facce che la mesh ha prodotto attraverso la suddivisione della lastra in  $N_e$  brick. La planarità delle facce di ogni brick consente di associare per ognuna di esse un solo vettore di modulo unitario  $\mathbf{u}_{i,j}$ , dove 'i' è l'indice associato al generico brick della mesh, e 'j' è l'indice associato alla generica faccia  $S_{i,j}$  di detto brick, orientato verso l'esterno. Il versore così definito determina l'orientazione della faccia a cui si è associato.



*Versori di orientazione delle facce*

*Fig. 4.2.3-3 Convenzione per i versori associati alle facce del brick generico.*

La struttura della mesh è tale per cui solo le facce dei brick interposte tra brick contigui sono in generale attraversate dalle correnti elettriche indotte dal campo magnetico tempo-variante nel materiale elettricamente conduttore. Le altre facce giacciono sulle superfici che delimitano la lastra metallica dallo spazio vuoto, e quindi non sono attraversate da corrente di conduzione. Pertanto la discretizzazione del volume della lastra in brick elementari, consente l'identificazione di  $N_l$  facce, contenute nel volume della lastra, con  $N_l < N_f$ , alle quali sono associabili altrettante correnti elettriche in generale non nulle. Si assume che queste correnti siano convenzionate ciascuna

secondo l'orientazione del versore  $\mathbf{u}_{i,j}$  della faccia che attraversano. Allora, la generica corrente  $I_{i,j}$ , circolante attraverso la faccia  $S_{i,j}$ , è considerata positiva quando il vettore della rispettiva densità di corrente  $\mathbf{J}_{i,j}$  possiede una componente concorde con il versore  $\mathbf{u}_{i,j}$  che orienta la faccia  $S_{i,j}$ , cioè in altre parole quando il prodotto scalare  $\mathbf{J}_{i,j} \cdot \mathbf{u}_{i,j}$  risulta positivo.

Possiamo immaginare che le correnti  $I_{i,j}$  siano associate ad altrettanti segmenti che attraversano le facce di confine tra un brick e l'adiacente [5; 6]. Se si considera il baricentro geometrico di ogni brick, la mesh della lastra è associabile biunivocamente ad un insieme di  $N_e$  punti, che consideriamo come nodi della rete elettrica associata alla mesh, e questi nodi saranno i punti estremi a cui si appoggiano i suddetti segmenti. Si vede che a partire dalla mesh si è ottenuto un grafo associato  $G$ , che per semplicità chiameremo rete elettrica associata alla mesh, i cui nodi sono i baricentri geometrici dei brick ed i lati sono i segmenti che uniscono i nodi attraverso le facce dei brick. Ai nodi conveniamo di associare  $N_e$  potenziali elettrici  $V_i$ .

Tra tutti i grafi che si possono costruire a partire dai baricentri della mesh realizzata secondo la modalità indicata, scegliamo quello che contiene solo i segmenti che attraversano le facce che brick adiacenti condividono tra loro. Ad esempio, considerando la figura 4.2.3-4 il brick associato al nodo '1' condivide delle facce con il brick associato al nodo 2 e con quello associato al nodo 6. Quindi i segmenti che si prenderanno in considerazione saranno due, e cioè quelli tra i nodi 1 e 2, e tra i nodi 1 e 6. Un altro possibile grafo potrebbe contenere anche il segmento tra il nodo 1 ed il nodo 7, evidenziato in rosso, ma tra i brick corrispondenti non ci sono facce in comune e quindi questo segmento non è incluso nel grafo della rete elettrica associata di nostro interesse.

L'effetto schermante della lastra è determinabile quando è nota la distribuzione della densità di corrente in essa; la densità di corrente è calcolabile ricavandola opportunamente dalle correnti  $I_{i,j}$ , le quali, assieme ai potenziali  $V_i$ , sono le grandezze elettriche sconosciute della rete elettrica associata alla mesh [7; 8]. Quindi la risoluzione del problema elettrico associato alla mesh, consente di determinare, attraverso opportune approssimazioni che introdurremo nel seguito, quel campo vettoriale di densità di corrente distribuita, che si localizza nella lastra metallica di schermo, e che

costituisce la sorgente secondaria di densità di flusso magnetico, che determinerà gli effetti schermanti sul campo magnetico sviluppato dalla sorgente.

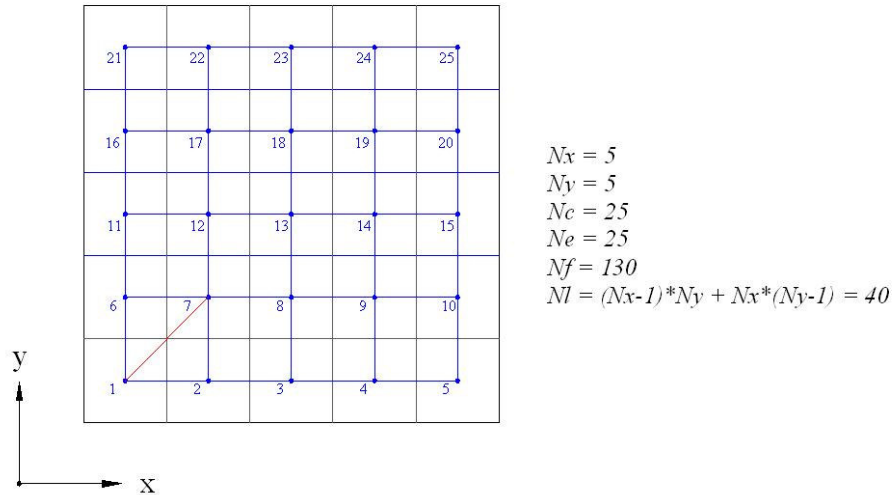


Fig. 4.2.3-4 Grafo associato alla mesh.

Il modello di calcolo di seguito descritto si basa sull'assunzione che i volumi di materiale schermante siano sottili, cioè che abbiano una dimensione geometrica trascurabile rispetto alle altre due. In questo caso è possibile trascurare le componenti di densità di corrente con direzione ortogonale alla superficie di sviluppo dello schermo. La corrente indotta nello schermo è causata dalla presenza del campo magnetico temporale prodotto dalla sorgente, e quindi la relazione (4.2.2.11) deve essere modificata per tenere conto del campo prodotto dalla corrente circolante nella sorgente [9]. Sia allora  $V_s$  il volume della sorgente,  $\mathbf{J}_s$  il vettore che descrive la distribuzione di densità di corrente al suo interno. Nel caso di schermi realizzati con lastre metalliche piane, lo sviluppo planare della corrente indotta al loro interno, induce con ottima approssimazione a considerare solo quelle componenti del potenziale vettore magnetico  $\mathbf{A}_s$ , sviluppato dalla sorgente e parallele allo sviluppo delle lastre stesse. In generale questa approssimazione è applicabile anche a schermi realizzati con lastre curve, con la sola complicazione che le componenti di  $\mathbf{A}_s$  parallele allo schermo variano a seconda della posizione sullo schermo stesso. La scelta di realizzare il codice di calcolo solo per lastre piane è stata quindi fatta per semplificare lo sviluppo e la verifica dell'approccio di calcolo proposto.

Le componenti del potenziale vettore magnetico  $\mathbf{A}_s$  parallele alla superficie dello schermo si ottengono per proiezione ortogonale del vettore  $\mathbf{A}_s$  su quella superficie. Il potenziale vettore magnetico  $\mathbf{A}_s$  ha la direzione della corrente elettrica da cui è prodotto. Quindi, le componenti di  $\mathbf{A}_s$  che ci interessano si ottengono, equivalentemente, considerando le componenti del vettore  $\mathbf{J}_s$  parallele alla superficie dello schermo. Indichiamo con  $\mathbf{J}_{s\parallel}$  la proiezione ortogonale di  $\mathbf{J}_s$  sullo schermo.

La relazione (4.2.2.11), che esprime la f.em. presente all'interno dello schermo e che è dovuta alla densità di corrente  $\mathbf{J}_{sch}$  presente in esso, deve ora essere modificata per tenere conto della f.em. indotta dalla sorgente del campo induzione magnetica, che è la causa della densità di corrente  $\mathbf{J}_{sch}$ . La sorgente di campo è esterna al volume dello schermo, e quindi generalmente è localizzata in un volume con permeabilità magnetica  $\mu_0$ . Lo schermo, invece, potrebbe in generale essere caratterizzato da una permeabilità magnetica  $\mu = \mu_r \cdot \mu_0$ . Quindi l'effetto della sorgente in termini di f.em. indotta nello schermo conduttore deve tenere conto di un 'salto' di permeabilità magnetica. A questo punto si precisa subito che nel caso di schermi conduttori realizzati con materiale ferromagnetico, e quindi con  $\mu_r > 1$ , il modello di calcolo qui sviluppato consente di determinare l'effetto schermante dovuto solo alle correnti indotte in essi dal campo magnetico esterno, mentre non è possibile determinare il contributo all'azione schermante dovuto al convogliamento del flusso magnetico per la presenza di un materiale ferromagnetico. Quindi il modello di calcolo in oggetto consente solo stime cautelative di efficacia di schermatura in presenza di materiali ferromagnetici elettricamente conduttori e con permeabilità magnetica relativa non troppo superiore all'unità.

La determinazione dell'espressione del potenziale vettore magnetico  $\mathbf{A}_s$  nel passaggio dal vuoto, dove è localizzata la sorgente, al volume dello schermo, è possibile considerando la conservazione del flusso magnetico attraverso superfici di interfaccia tra mezzi a permeabilità magnetica diversa. Sia 'C' la superficie d'interfaccia tra due mezzi a permeabilità magnetica  $\mu_s$  e  $\mu_0$ . Per ogni superficie 'S' limitata che si appoggia su C, la conservazione del flusso magnetico comporta che:

$$\int_s \mathbf{B}_{\mu_s} \cdot d\mathbf{S} = \int_s \mathbf{B}_{\mu_0} \cdot d\mathbf{S} \quad (4.2.3.1)$$

Il campo  $\mathbf{B}$  è solenoidale ovunque e per il teorema di Stokes, indicati con  $\mathbf{A}_{\mu_s}$  e  $\mathbf{A}_{\mu_0}$  rispettivamente i potenziali vettori magnetici relativi a  $\mathbf{B}_{\mu_s}$  e  $\mathbf{B}_{\mu_0}$ , la relazione precedente è equivalente a:

$$\oint_{\partial S} \mathbf{A}_{\mu_s} \cdot d\mathbf{l} = \oint_{\partial S} \mathbf{A}_{\mu_0} \cdot d\mathbf{l} \quad (4.2.3.2)$$

dove  $\partial S$  è il bordo della superficie  $S$ . In altre parole, la (4.2.3.2) stabilisce la conservazione della componente tangenziale del potenziale vettore magnetico attraverso la superficie di interfaccia tra i due mezzi. Abbiamo visto che la proiezione ortogonale di  $\mathbf{A}_s$  sullo schermo, cioè la componente di  $\mathbf{A}_s$  tangenziale allo schermo, si ottiene considerando il campo vettoriale  $\mathbf{J}_{sll}$  e quindi all'interno del volume di materiale schermante, avente permeabilità magnetica relativa  $\mu_s$ , la componente di potenziale vettore magnetico dovuta alla sorgente, situata nel vuoto e quindi in un mezzo con permeabilità magnetica  $\mu_0$ , è:

$$\mathbf{A}_S(P, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V_s} \frac{\mathbf{J}_{sll}(P', t)}{|P - P'|} dv \quad (4.2.3.3)$$

Per quanto riguarda il potenziale vettore magnetico  $\mathbf{A}_{sch}$  dipendente dalla corrente  $\mathbf{J}_{sch}$  circolante nel volume di materiale schermante, sappiamo che esso è dato dalla:

$$\mathbf{A}_{Sch}(P, t) = \frac{\mu_r \mu_0}{4\pi} \int_{V_{sch}} \frac{\mathbf{J}_{sch}(P', t)}{|P - P'|} dv \quad (4.2.3.4)$$

Di conseguenza, la relazione (4.2.2.11) si modifica aggiungendovi la derivata temporale di  $\mathbf{A}_s$  espressa dalla (4.2.3.3), per tenere conto della causa che induce la corrente nello schermo metallico, cioè:

$$\mathbf{E}(P, t) = -\nabla \varphi(P, t) - \frac{\mu_r \mu_0}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_{sch}} \frac{\mathbf{J}_{sch}(P', t)}{|P - P'|} dv - \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_s} \frac{\mathbf{J}_{sll}(P', t)}{|P - P'|} dv \quad (4.2.3.5)$$

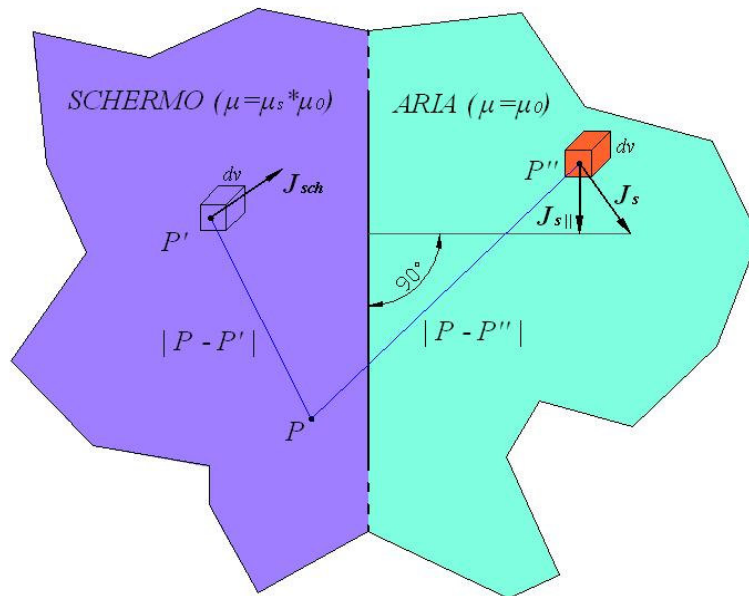


Fig. 4.2.3-5 Convenzioni per il calcolo del potenziale vettore magnetico totale, internamente al volume schermante.

Iniziamo ad introdurre alcune condizioni sulle correnti incognite. In regime quasi-stazionario, il campo vettoriale della densità di corrente  $\mathbf{J}$  è solenoidale ovunque. Di conseguenza il flusso di  $\mathbf{J}$  attraverso qualsiasi superficie chiusa deve essere nullo ad ogni istante. Ciò implica che deve essere nullo il flusso complessivo di  $\mathbf{J}$  attraverso la superficie di delimitazione di ogni brick. La solenoidalità del campo vettoriale di corrente elettrica si può esprimere numericamente ricorrendo alla matrice di incidenza del grafo orientato  $\mathbf{G}$  associato alla mesh; tale grafo è orientato nel senso che ad ogni lato è associato un verso di percorrenza, cioè si è convenzionalmente fissato il nodo di partenza ed il nodo di arrivo. La matrice di incidenza del grafo  $\mathbf{G}$  è indicata con  $[\mathbf{A}^{\text{in}}]$  ed è una matrice rettangolare avente  $N_e$  righe, ciascuna associata ad un nodo, ed  $N_l$  colonne, ciascuna associata ad un lato. Il generico elemento di  $[\mathbf{A}^{\text{in}}]$ , indicato con  $a_{i,j}$ , può assumere i seguenti valori:

- $a_{i,j} = +1$ , se il lato  $j$  è uscente dal nodo  $i$  (cioè se  $i$  è il nodo di partenza);
- $a_{i,j} = -1$ , se il lato  $j$  è entrante nel nodo  $i$  (cioè se  $i$  è il nodo di arrivo);
- $a_{i,j} = 0$ , se il lato  $j$  non si appoggia al nodo  $i$ .

La matrice di incidenza associata ad un grafo ne esprime la topologia, cioè pone in relazione i nodi con i lati che ad essi si appoggiano. Si sottolinea che la distinzione fatta per ogni lato tra nodo di partenza e nodo di arrivo, è arbitraria, ma è necessaria affinché possa correttamente essere espressa la solenoidalità del campo vettoriale  $\mathbf{J}$ . Indichiamo con  $I_{hk}$  la corrente netta che fluisce dal brick 'h' al brick adiacente 'k', attraverso la superficie di mutua interfaccia  $S_{hk}$ . Cioè, scegliendo per il lato  $l_{hk}$  che connette il baricentro del brick 'h' con il baricentro del brick adiacente 'k', il verso di percorrenza da 'h' a 'k', espresso dal vettore di modulo unitario  $\mathbf{u}_{hk}$ , la corrente netta riferita al verso di percorrenza da 'h' a 'k' è data da:

$$I_{hk} = \int_{S_{hk}} \mathbf{J}_{hk} \cdot \mathbf{u}_{hk} dS \quad (4.2.3.6)$$

Si osserva che il vettore  $\mathbf{J}_{hk}$  è la densità di corrente definita in corrispondenza della superficie  $S_{hk}$ , ed è determinabile sia dalla distribuzione della densità di corrente nel brick  $h$ , che, equivalentemente, dalla distribuzione della densità di corrente del brick  $k$ . Come vedremo nel seguito, l'approssimazione adottata per la descrizione del campo vettoriale  $\mathbf{J}$  è tale per cui la densità di corrente è considerata costante in modulo e direzione all'interno di ogni brick. Ne consegue che la superficie di interfaccia  $S_{hk}$  è in generale una superficie di discontinuità per la funzione vettoriale  $\mathbf{J}$  definita nel dominio rappresentato dal volume di materiale schermante. In ogni caso, il regime di corrente indotta nello schermo sarà tale che estendendo per continuità alla superficie  $S_{hk}$  il campo vettoriale di  $\mathbf{J}$  del brick  $h$  o quello del brick  $k$ , la  $I_{hk}$  risultante deve essere la stessa.

A partire dalla scelta del grafo  $\mathbf{G}$  e dall'orientazione dei suoi lati, indicando con  $[\mathbf{I}_{sch}(t)]$  il vettore colonna delle correnti ad essi associate, costruito in modo che al generico elemento  $I_l(t)$  corrisponda proprio il lato  $l$  descritto nella matrice  $[\mathbf{A}^{in}]$  dalla colonna di indice  $l$ , la solenoidalità del campo vettoriale  $\mathbf{J}$  si esprime come [12]:

$$[\mathbf{A}^{in}][\mathbf{I}_{sch}(t)] = \mathbf{0} \quad (4.2.3.7)$$

Tuttavia tra le  $Ne$  righe della matrice  $[\mathbf{A}^{\text{in}}]$  solo  $Ne-1$  sono indipendenti, e quindi possiamo eliminarne una a piacere. Si otterrà un sistema di equazioni indipendenti. Indichiamo con  $[\mathbf{A}]$  la matrice ridotta di  $[\mathbf{A}^{\text{in}}]$ , dopo la cancellazione di una sua riga.

Quindi l'equazione:

$$[\mathbf{A}][\mathbf{I}_{sch}(t)] = \mathbf{0} \quad (4.2.3.8)$$

esprime  $Ne-1$  condizioni indipendenti sulle  $Nl$  correnti della rete elettrica associata alla mesh, cioè la legge di Kirchhoff per le correnti.

Per determinare il regime elettrico della rete associata al grafo della mesh, dopo avere fissato le condizioni sulle correnti, occorre fissare opportune condizioni sulle differenze di potenziale ai capi dei lati della rete.

Consideriamo il potenziale vettore magnetico nello schermo, risultante dalla presenza in esso della densità di corrente  $\mathbf{J}_{sch}$ , e dalla densità di corrente  $\mathbf{J}_s$  della sorgente esterna. Cioè, come già detto, il campo vettoriale  $\mathbf{A}(P,t)$  è pari a:

$$\mathbf{A}(P,t) = \mathbf{A}_{sch}(P,t) + \mathbf{A}_s(P,t) \quad (4.2.3.9)$$

Il campo elettrico nel generico punto  $P$  dello schermo è dato dalla relazione (4.2.2.10). Considerando due generici punti  $P_h$  e  $P_k$  nello schermo ed un percorso che li unisce, interno ad esso ed orientato da  $P_h$  a  $P_k$ , la f.e.m. agente lungo di esso è espressa da:

$$\int_{P_h}^{P_k} \mathbf{E}(P,t) \cdot d\mathbf{l} = \varphi(P_h,t) - \varphi(P_k,t) - \frac{d}{dt} \int_{P_h}^{P_k} \mathbf{A}(P,t) \cdot d\mathbf{l} \quad (4.2.3.10)$$

La derivata eseguita rispetto al tempo è stata separata dall'operazione di integrazione in quanto il percorso non cambia nel tempo. Inoltre, dopo l'operazione di integrazione le dipendenze dalla posizione geometrica scompaiono, e quindi la derivazione parziale eseguita rispetto al tempo diventa derivazione totale. La dimensione fisica della relazione (4.2.3.10) è quella di una tensione. Considerando il grafo  $\mathbf{G}$  della rete elettrica associata alla mesh, è possibile associare al percorso di ogni

corrente  $I_l(t)$  un'equazione del tipo della (4.2.3.10). Infatti abbiamo già associato le correnti che attraversano facce comuni tra brick, ai lati del grafo della rete elettrica. Ora, l'associazione ai lati del grafo della rete elettrica, di un'equazione del tipo della (4.2.3.10), consente aggiuntivamente di esprimere la causa che determina proprio le correnti che in essi circolano, se come percorsi di integrazione si prendono i lati stessi del grafo. Quindi i punti estremi dell'integrazione,  $P_h$  e  $P_k$ , corrispondono ai baricentri dei brick; i percorsi di integrazione sono i segmenti rettilinei del grafo associato alla mesh; il verso di integrazione corrisponde all'orientazione dei lati del grafo, espressa dai versori  $\mathbf{u}_{hk}$ , altrimenti specificata nella summenzionata matrice di incidenza lati su nodi.

Sappiamo che il regime di una rete elettrica può essere espresso in funzione delle sole correnti circolanti nei rami, o in funzione dei potenziali ai nodi. Scegliamo le correnti come incognite del nostro problema, e quindi dobbiamo esprimere in funzione di esse anche le grandezze coinvolte nella relazione (4.2.3.10), relativa al campo elettrico indotto. Il risultato cercato si ottiene esplicitando il potenziale vettore magnetico nello schermo  $\mathbf{A}(P,t)$  come somma di due addendi, espressi dalle (4.2.3.3) e (4.2.3.4).

Rimane da esprimere il campo elettrico  $\mathbf{E}$  in funzione della densità di corrente  $\mathbf{J}$  nello schermo, e questo è possibile ricordando che il materiale schermante è un conduttore elettrico omogeneo ed isotropo, con resistività elettrica  $\rho$  costante nel volume schermante:

$$\mathbf{E}(P,t) = \rho \mathbf{J}(P,t) \quad (4.2.3.11)$$

Quindi, la relazione cercata è:

$$\int_{P_h}^{P_k} \rho \mathbf{J}_{sch}(P,t) \cdot d\mathbf{l} = \varphi(P_h,t) - \varphi(P_k,t) - \frac{d}{dt} \int_{P_h}^{P_k} \left( \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V_s} \frac{\mathbf{J}_{s||}(P'',t)}{|P-P''|} dv \right) \cdot d\mathbf{l} + \quad (4.2.3.12)$$

$$- \frac{d}{dt} \int_{P_h}^{P_k} \left( \frac{\mu_r \mu_0}{4\pi} \int_{V_s} \frac{\mathbf{J}_{sch}(P',t)}{|P-P'|} dv \right) \cdot d\mathbf{l}$$

Nella relazione precedente l'incognita è la densità di corrente  $\mathbf{J}_{sch}$  nello schermo. A questo punto è necessario trovare un legame tra la densità di corrente nello schermo e le correnti associate ai lati del grafo. Assumiamo che la densità di corrente sia un campo vettoriale costante all'interno di ogni brick. Con tale assunto la distribuzione della corrente nello schermo può essere riprodotta solo in modo approssimato.

Appare evidente sin d'ora che si potevano fare altre approssimazioni sulla densità di corrente nei brick: ad esempio ricorrendo a funzioni polinomiali di I° ordine, o addirittura di II° ordine. Nel nostro caso, per semplicità è stata assunta un'approssimazione cosiddetta di 'ordine zero'. Come si vedrà, in termini di intensità della densità di corrente indotta, già quest'approssimazione è in grado di dare buoni risultati.

Consideriamo il generico brick  $i$  ed indichiamo con  $NF_i$  il numero delle sue facce. Sia  $I_{ji}$  la corrente che fluisce attraverso la faccia  $j$  del brick  $i$ . Ricordiamo che a ciascuna delle  $NF_i$  facce dell' $i$ -esimo brick è associato un versore  $\mathbf{u}_{ji}$ , scelto con orientazione esterna, come indicato nella figura 4.2.3.3. Fisicamente, la densità di corrente  $\mathbf{J}_i$  internamente al brick deve soddisfare il sistema:

$$\begin{cases} \mathbf{J}_i \cdot \mathbf{u}_{1,i} S_{1,i} = I_{1,i} \\ \dots \\ \mathbf{J}_i \cdot \mathbf{u}_{NF_i,i} S_{NF_i,i} = I_{NF_i,i} \end{cases} \quad (4.2.3.13)$$

In generale il vettore  $\mathbf{J}_i$  che soddisfa le equazioni del sistema non esiste, perchè le condizioni fissate dalle equazioni ( $NF_i$ ) sono in numero maggiore delle componenti ( $J_{ix}$ ,  $J_{iy}$ ,  $J_{iz}$ ) del vettore stesso [1]. Tuttavia è possibile determinare un vettore definito in ogni brick, e questo è unico, che minimizza l'errore tra i flussi della densità di corrente, calcolati a partire da esso in corrispondenza delle superfici  $S_{ji}$ , e le correnti  $I_{ji}$  assegnate alle rispettive facce. Tale vettore può essere determinato trovando il minimo calcolato rispetto a  $\mathbf{J}_i$  della seguente funzione errore:

$$F(\mathbf{J}_i) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{NF_i} (\mathbf{J}_i^T \mathbf{u}_{ji} S_{ji} - I_{ji})^2 \quad (4.2.3.14)$$

e sviluppando i calcoli (vedere appendice A-3) si ricava che  $\mathbf{J}_i$  deve essere:

$$\mathbf{J}_i = \left[ \sum_{j=1}^{NFi} S_{ji}^2 \mathbf{u}_{ji} \mathbf{u}_{ji}^T \right]^{-1} \cdot \sum_{j=1}^{NFi} S_{ji} I_{ji} \mathbf{u}_{ji} \quad (4.2.3.15)$$

La relazione (4.2.3.16) stabilisce un legame tra le correnti  $I_{ji}$  associate alle facce dei brick e la distribuzione della densità di corrente  $\mathbf{J}_i$  per ogni brick *i-esimo*. Nello svolgimento dei calcoli che consentono di ricavare questa relazione si è assunto, come da ipotesi, che il campo vettoriale  $\mathbf{J}_i$  sia costante all'interno di ogni brick.

Ricordando che nella relazione (4.2.3.14) il riferimento assunto per le correnti  $I_{ji}$  è dato dai versori rivolti all'esterno di ogni brick, come indicato in figura 4.2.3.3, occorre una procedura che ponga correttamente in relazione le correnti delle facce,  $I_{ji}$ , e le correnti del grafo elettrico associato,  $[\mathbf{I}_{sch}(t)]$ . Per ogni brick *i-esimo* si può definire una matrice  $[\mathbf{C}_i^{lg}]$  che svolga questa funzione, e quindi si ha:

$$[\mathbf{I}_i(t)] = [\mathbf{C}_i^{lg}] \cdot [\mathbf{I}_{sch}(t)] \quad (4.2.3.17)$$

dove  $[\mathbf{I}_i(t)]$  è la matrice delle correnti  $I_{ji}$  definite per ogni brick *i-esimo*, con orientazione esterna, ed associate a ciascuna sua faccia; la dimensione di  $[\mathbf{I}_i(t)]$  è  $6 \cdot l$ , mentre quella di  $[\mathbf{I}_{sch}(t)]$  è  $Nl \cdot l$ . Quindi nella (4.2.3.15) si sostituisce la (4.2.3.16), e si ottiene:

$$\mathbf{J}_i = \left( \left[ \sum_{j=1}^{NFi} S_{ji}^2 \mathbf{u}_{ji} \mathbf{u}_{ji}^T \right]^{-1} \cdot \sum_{j=1}^{NFi} S_{ji} \mathbf{u}_{ji} [\mathbf{C}_i^{lg}]_j \right) [\mathbf{I}_{sch}(t)] \quad (4.2.3.18)$$

dove  $[\mathbf{C}_i^{lg}]_j$  è la riga *j-esima* della matrice  $[\mathbf{C}_i^{lg}]$ , relativa alla corrente associata alla faccia *j-esima* del brick *i-esimo*.

La relazione precedente è quella cercata, perchè pone esplicitamente in relazione le correnti del grafo elettrico associato con la distribuzione della densità di corrente nei brick. La determinazione del regime elettrico della rete associata alla mesh, pertanto, attraverso la (4.2.3.17) consente di determinare il campo di corrente nello schermo.

In forma compatta matriciale scriviamo la relazione precedente come:

$$\mathbf{J}(P,t) = [\mathbf{K}(P)] \cdot [\mathbf{I}_{sch}(t)] \quad (4.2.3.19)$$

La matrice  $[\mathbf{K}(P)]$  ha dimensioni  $3 \cdot Nl$ ; essa è funzione della posizione all'interno dello schermo ed è una funzione costante per tutti i punti  $P$  appartenenti al medesimo brick.  $[\mathbf{K}(P)]$  è una matrice sparsa, dato che pone in relazione le correnti del grafo elettrico con le correnti associate alle facce del brick  $i$ -esimo, e quindi la ricostruzione del campo vettoriale  $\mathbf{J}(P,t)$  è strettamente locale, cioè coinvolge quelle correnti del grafo elettrico che interessano direttamente il brick nel quale si sta determinando la  $\mathbf{J}_i$ .

Per quanto riguarda la sorgente del campo induzione magnetica, si è fatta l'ipotesi che questa sia una spira rotonda, giacente su di un piano; il modello rappresentato da una lastra metallica affacciata ad una spira è adeguato per valutare le prestazioni dell'approccio di calcolo che si è scelto, e del resto si può estendere facilmente l'algoritmo al caso in cui la sorgente sia un solenoide a più spire.

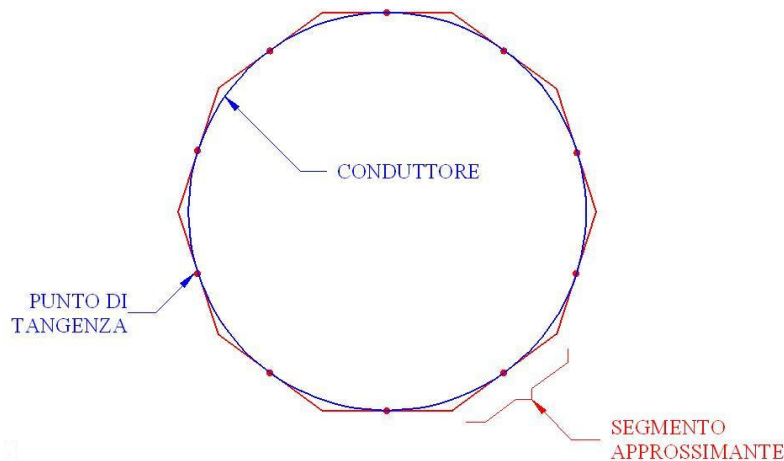


Fig. 4.2.3-6 Descrizione approssimata di una spira.

Come si preciserà meglio nel seguito, la sorgente di campo può essere geometricamente descritta come unione di tratti rettilinei di conduttore, tangenti allo sviluppo lineare della stessa. Nella relazione (4.2.3.12), quindi, la densità di corrente  $\mathbf{J}_{sll}$

della sorgente può essere posta in relazione con la corrente  $I_s(t)$  che la alimenta, impiegando una relazione simile alla (4.2.3.18), cioè:

$$\mathbf{J}_{sll}(P'',t) = \mathbf{K}_{sll}(P'') \cdot I_s(t) \quad (4.2.3.20)$$

La funzione  $\mathbf{K}_{sll}(P'',t)$  è invariante rispetto al tempo, poichè si assume per semplicità che non vi sia moto relativo tra l'induttore e lo schermo, ed è costante a tratti rispetto alla posizione geometrica  $P''$  assunta lungo la linea che descrive lo sviluppo spaziale della sorgente, perchè abbiamo ipotizzato di descrivere la sorgente come unione di segmenti rettilinei. Assumendo costante la sezione  $S_s$  del conduttore della sorgente, indicando con  $\mathbf{u}_s(P'')$  il versore tangente alla linea di sviluppo nel generico punto  $P''$ , con  $\mathbf{u}_{tan}(P'')$  il versore parallelo alla superficie dello schermo e contenuto nel piano ortogonale a detta superficie e contenente il versore  $\mathbf{u}_s(P'')$ , la funzione  $\mathbf{K}_{sll}(P'',t)$  è così costruita:

$$\mathbf{K}_{sll}(P'') = \frac{|\mathbf{u}_s(P'') \bullet \mathbf{u}_{tan}(P'')|}{S_s} \mathbf{u}_{tan} \quad (4.2.3.21)$$

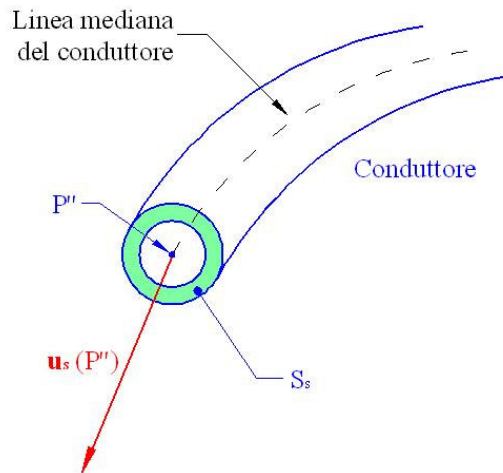


Fig. 4.2.3-7 Convenzioni per il conduttore della sorgente.

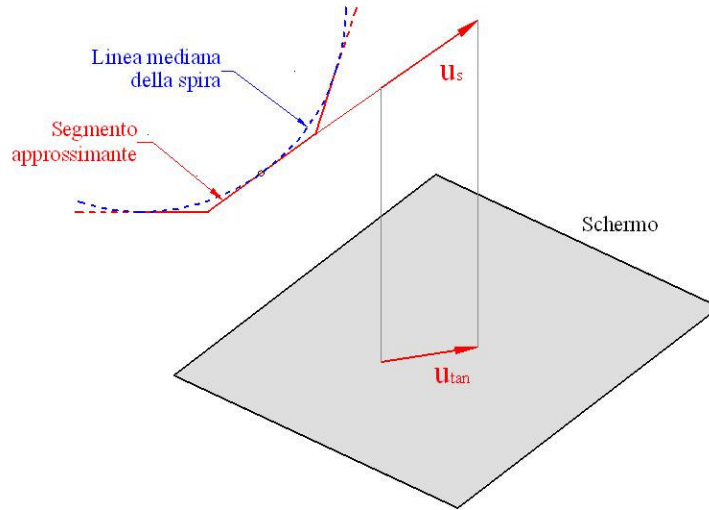


Fig. 4.2.3-8 Convenzioni per i vettori  $u_s(P'')$  e  $u_{tan}(P'')$  dei segmenti approssimanti.

La relazione precedente esplicita il procedimento che porta alla determinazione delle componenti del potenziale vettore magnetico sviluppato dalla sorgente, parallele allo sviluppo del piano dello schermo.

Nel caso eventuale in cui la sorgente non possa essere approssimata con il modello di un conduttore filiforme avente diametro infinitesimo, potrà essere necessario procedere ad una sua discretizzazione in volumi elementari alla stessa maniera in cui si è proceduto con lo schermo. In questo caso si avranno ulteriori correnti incognite del tipo delle  $[I_{sch}(t)]$  e che descriveranno, attraverso una relazione del tipo (4.2.3.19), la distribuzione della densità di corrente nella sorgente.

Le relazioni (4.2.3.18) e (4.2.3.19) consentono di scrivere la (4.2.3.12) in funzione delle correnti incognite e della corrente impressa, cioè:

$$\left( \int_{Ph}^{Pk} \rho [\mathbf{K}(P')] \cdot d\mathbf{l} \right) [I_{sch}(t)] = \varphi(P_h, t) - \varphi(P_k, t) - \frac{d}{dt} I_s \left( \int_{Ph}^{Pk} \left( \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V_{sorg}} \frac{\mathbf{K}_{sll}(P'')}{|P - P''|} dv \right) \cdot d\mathbf{l} \right) + \left( \int_{Ph}^{Pk} \left( \frac{\mu_r \mu_0}{4\pi} \int_{V_{sch}} \frac{[\mathbf{K}(P')]}{|P - P'|} dv \right) \cdot d\mathbf{l} \right) \left( -\frac{d}{dt} [I_{sch}(t)] \right) \quad (4.2.3.22)$$

La (4.2.3.21) esprime il bilancio delle tensioni per ognuno dei lati del grafo elettrico associato, se i punti  $P_h$  e  $P_k$  sono di volta in volta i loro punti estremi.

Indicando con  $v_r(t)$  l'integrale a primo membro, esso rappresenta una caduta di tensione di tipo resistivo; si tratta di un integrale di linea relativo al lato del grafo elettrico compreso tra i punti  $P_h$  e  $P_k$  e quindi il punto  $P'$  appartiene ad esso. Indicando con  $m_{sorg}$  il primo integrale a secondo membro, esso rappresenta l'accoppiamento induttivo tra la sorgente e lo schermo; la dimensione fisica di questo integrale è quella dell'induttanza. Il secondo integrale a secondo membro rappresenta l'effetto delle correnti indotte nello schermo in termini di tensione indotta sul lato del grafo elettrico tra i punti  $P_h$  e  $P_k$ ; l'integrale interno, calcolato sul volume  $V_{sch}$  dello schermo, a seguito dell'approssimazione adottata per il campo vettoriale  $\mathbf{J}_{sch}$ , si trasforma, come mostrato più avanti, in una somma di  $Nl$  termini, cioè tanti quante sono le correnti del grafo elettrico, che indichiamo con  $m_{ij}$ . Anche i termini  $m_{ij}$  hanno la dimensione fisica dell'induttanza. Se  $i$  è l'indice del lato tra i punti  $P_h$  e  $P_k$ , il termine  $m_{ii}$  consente di calcolare la tensione auto-indotta su detto lato; i termini  $m_{ij}$ , invece, consentono di calcolare le tensioni mutuamente indotte tra le correnti associate agli altri lati del grafo, con indice  $j$ , ed il lato  $i$  in oggetto.

Riassumendo, con le convenzioni fissate, per ogni  $j$ -esimo lato del grafo elettrico l'equazione (4.2.3.21) si può scrivere nel seguente modo:

$$\varphi(P_{hj}, t) - \varphi(P_{kj}, t) - m_{sorg-j} \frac{dI_s(t)}{dt} = v_r(t) + \sum_{i=1}^{Nj} m_{ij} \frac{dI_i(t)}{dt} \quad (4.2.3.23)$$

ed è l'equazione di un tratto di circuito rappresentabile come in figura seguente:

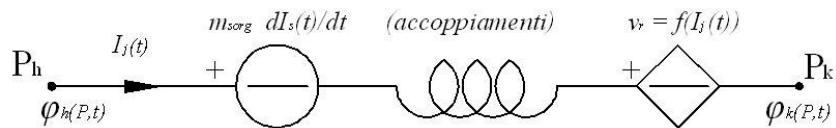


Fig. 4.2.3-9 Circuito elettrico equivalente associato al lato generico del grafo.

A questo punto abbiamo espresso le differenze di potenziale ai capi dei lati della rete in termini delle incognite scelte per la soluzione del problema, cioè in funzione delle correnti della rete elettrica associata alla mesh. Si ricava che il volume di materiale

schermante può essere schematizzato da una rete elettrica equivalente, definita topologicamente dal grafo orientato  $\mathbf{G}$ , avente  $Nl$  lati ed  $Ne$  nodi; la descrizione è completata dalla proprietà per cui la somma delle correnti entranti in ogni nodo è zero, e questa è esplicitata dalla relazione (4.2.3.7). Dalla teoria classica delle reti elettriche sappiamo che i potenziali dei nodi sono definibili a meno di una costante; pertanto fissato arbitrariamente il potenziale di un nodo, gli altri derivano in conseguenza. Poichè avevamo soppresso un'equazione di bilancio delle correnti, ottenendo la relazione (4.2.3.8), scegliamo di assumere come riferimento dei potenziali il nodo il cui bilancio delle correnti è stato tralasciato, e fissiamo per esso  $\varphi=0$ . Le incognite della rete, pertanto, sono le  $Nl$  correnti associate ai lati del grafo elettrico, e i potenziali di  $Ne-1$  suoi nodi.

Il sistema formato dalle  $Nl$  equazioni di bilancio delle tensioni sui lati della rete elettrica può essere scritto nel seguente modo:

$$[\mathbf{B}][\mathbf{V}(t)] - [\mathbf{M}_{sorg}] \frac{d\mathbf{I}_s(t)}{dt} = [\mathbf{v}_r(t)] + [\mathbf{M}_{sch}] \left( \frac{d}{dt} [\mathbf{I}_{sch}(t)] \right) \quad (4.2.3.24)$$

dove  $[\mathbf{B}]$  è una matrice  $Nl*(Ne-1)$  avente come elementi +1, 0, -1,  $[\mathbf{V}(t)]$  è una matrice  $(Ne-1)*I$  che contiene i potenziali ai nodi, all'istante  $t$ , meno il nodo assunto come riferimento,  $[\mathbf{M}_{sorg}]$  è una matrice  $Nl*I$  che contiene i coefficienti di accoppiamento tra i lati della rete e la sorgente,  $[\mathbf{M}_{sch}]$  è una matrice  $Nl*Nl$  che contiene i coefficienti di auto e mutuo accoppiamento tra i lati della rete elettrica associata alla mesh, ed infine  $[\mathbf{v}_r(t)]$  è una matrice  $Nl*I$  di  $Nl$  funzioni lineari delle correnti  $[\mathbf{I}_{sch}]$ , che esplicita le cadute di tensione resistive associate alle correnti del grafo.

Per ispezione diretta si può constatare che avendo assunto come riferimento dei potenziali quel nodo la cui equazione di bilancio delle correnti è stata trascurata, la matrice  $[\mathbf{B}]$  coincide con la trasposta della matrice di incidenza ridotta  $[\mathbf{A}]$  dell'equazione (4.2.3.8). Pertanto il sistema di equazioni che risolve la rete elettrica associata alla mesh è:

$$\begin{cases} [\mathbf{A}][\mathbf{I}_{sch}(t)] = \mathbf{0} \\ [\mathbf{B}][\mathbf{V}(t)] - [\mathbf{M}_{sorg}] \frac{d\mathbf{I}_s(t)}{dt} = [\mathbf{v}_r(t)] + [\mathbf{M}_{sch}] \left( \frac{d}{dt} [\mathbf{I}_{sch}(t)] \right) \end{cases} \quad (4.2.3.25)$$

La risoluzione del sistema consente, a partire dalle correnti  $[\mathbf{I}_{sch}]$  attraverso le facce dei brick, di ricavare le densità di corrente all'interno dei brick stessi a partire dalla relazione (4.2.3.18). L'intensità del campo induzione magnetica risultante dalla sorgente e dall'azione dello schermo può così essere determinata in qualsiasi punto dello spazio circostante per semplice sovrapposizione degli effetti. Per rendere meno onerosa da un punto di vista del calcolo la risoluzione del sistema (4.2.3.24), la teoria classica delle reti elettriche indica che può essere considerato un sistema ridotto nel quale siano stati eliminati i potenziali ai nodi e contenente solo  $Ne-Nl+I$  correnti incognite.

#### ***4.2.4 Decomposizione in ALBERO e COALBERO della rete elettrica associata e risoluzione con il sistema ridotto***

La teoria classica delle reti elettrica afferma che le equazioni necessarie per la determinazione del regime di una rete possono ottenersi decomponendo la rete in un suo albero e nel relativo coalbero, ed andando a scrivere le equazioni di bilancio delle tensioni per tutte le maglie chiuse che si possono identificare chiudendo i rami di albero con quelli di coalbero, presi ad uno ad uno. Essendo i rami di coalbero certamente in numero inferiore rispetto al numero  $Nl$  di lati della rete, il sistema che si ottiene potrà essere risolto in tempi minori rispetto al caso del sistema completo, con tante incognite quante il numero di potenziali indipendenti ( $Ne-I$ ) più il numero di correnti indipendenti ( $Nl-Ne+I$ ), cioè in un numero di incognite pari al totale numero dei lati.

La rete elettrica associata alla mesh risulta di per sé già da una semplificazione: infatti, sono stati omessi quei lati che a partire dai baricentri dei brick pervengono ai punti baricentrici delle facce che giacciono sulla superficie esterna del volume schermante. Infatti a questi lati non sono associate correnti perchè per le ipotesi fatte il volume schermante non scambia corrente elettrica con l'esterno. Un'altra semplificazione è stata quella di supporre che le correnti elettriche possano svilupparsi nel piano dei volumi tipicamente laminari con cui sono realizzate le schermature. Cioè

si sono trascurate le componenti di corrente aventi la direzione ortogonale ai piani di giacitura degli schermi. Queste componenti in generale esistono, ma sono state trascurate dato che lo spessore dei volumi laminari di materiale schermante sono piccoli rispetto all'estensione nelle altre dimensioni, e quindi è generalmente trascurabile il loro contributo ai fini della schermatura. Quindi la rete elettrica associata alla mesh è stata semplificata al minor numero possibile di nodi e lati consentito dalla fisica del problema.

Descriviamo ora l'algoritmo implementato nel codice di calcolo, per la determinazione automatica di un albero e del relativo coalbero della rete elettrica. Si inizia dalla matrice ridotta di incidenza,  $[A]$ , procedendo alla sua diagonalizzazione per colonne, secondo i seguenti passi:

- d1). sia ' $i$ ' un contatore di valore iniziale  $i=1$ ; esplorando le colonne di  $[A]$  a partire dalla prima, spostare a sinistra nella colonna  $i$  la successiva colonna avente sulla riga  $i$ -esima un elemento non nullo; parallelamente a questa permutazione dovrà essere spostato nella stessa posizione  $i$ , nella matrice  $[I_{sch}]$ , l'elemento corrispondente alla colonna permutata;
- d2). per somma o sottrazione di righe, eliminare dalla colonna appena permutata l'altro elemento non nullo; incrementare di una unità l'indice  $i$ ;
- d3). ripetere i passi d1 e d2 finchè a sinistra di  $[A]$  non si è ottenuto un minore pari alla matrice identità; questo minore avrà dimensione  $(Ne-1)*(Ne-1)$ .

Osserviamo che la somma tra righe della matrice di incidenza (passo 'd2') non modifica la validità della proprietà di solenoidalità del campo di corrente  $\mathbf{J}$ , perchè equivale a sommare bilanci nodali di correnti, che sono nulli nodo per nodo. La permutazione delle colonne, invece, deve ovviamente essere accompagnata da una parallela permutazione degli elementi di  $[I_{sch}]$ , perchè altrimenti non potrebbe più essere valida una relazione del tipo della (4.2.3.8), che esprime appunto la solenoidalità del campo di corrente. La permutazione delle colonne non modifica le informazioni sulla topologia del grafo, dato che ogni colonna contiene ancora i riferimenti dei nodi a cui si appoggia il relativo lato. Invece, la somma tra righe fa perdere le informazioni topologiche che la matrice  $[A]$  originaria aveva. Tuttavia il procedimento di

diagonalizzazione, con l'enucleazione a sinistra di  $[A]$  di un minore pari alla matrice identità, ha la funzione di isolare a sinistra quelle colonne i cui lati conterranno solo una volta nel bilancio delle correnti ai nodi: infatti, le colonne della matrice identità contengono solo un elemento non nullo. Quindi sono proprio questi lati gli elementi dell'albero, ed i rimanenti sono quelli del coalbero.

Dopo la procedura di cui sopra, si ottiene una relazione che esprime in altra forma l'equazione (4.2.3.8), cioè:

$$[Id][I_{Al}(t)] + [C][I_{Co}(t)] = \mathbf{0} \quad (4.2.4.1)$$

nella quale  $[I_{Al}]$  è la sottomatrice di  $[I_{sch}]$  contenente le correnti di albero, ottenuta dalla sua permutazione ed associata alla matrice identità enucleata a sinistra di  $[A]$  e dimensione  $(Ne-1)*I$ ;  $[I_{Co}]$  è la sottomatrice di  $[I_{sch}]$  contenente le correnti di coalbero, ottenuta dalla sua permutazione, complementare di  $[I_{sch}]$ , relativa al minore residuo di  $[A]$  situato alla sua destra ed avente dimensione  $(Nl-Ne+1)*I$ ; infine  $[Id]$  è una matrice identità di dimensione  $(Ne-1)*(Ne-1)$ . Le matrici  $[Id]$  e  $[C]$  sono il risultato della diagonalizzazione di  $[A]$  e la loro concatenazione orizzontale fornisce la matrice  $[A]_{diag}$  diagonalizzata, cioè:

$$[A]_{diag} = [ [Id] \quad [C] ] \quad (4.2.4.2)$$

La matrice residua  $[C]$  contiene le informazioni topologiche delle maglie indipendenti della rete perchè a seguito della permutazione delle colonne, quelle relative ai lati di coalbero sono state spostate in corrispondenza della sua posizione.

La (4.2.4.1) consente di esprimere le correnti di albero in funzione di quelle di coalbero:

$$[I_{Al}(t)] = -[C][I_{Co}(t)] \quad (4.2.4.3)$$

Alle correnti di coalbero sono associati i lati del grafo che, appoggiandosi a quelli di albero, determinano le maglie indipendenti. Quindi l'equazione di bilancio delle tensioni (4.2.3.22) applicata a tutte le maglie indipendenti porta ad un sistema di

equazioni in cui le incognite sono le sole correnti di coalbero, cioè le correnti di quei lati del grafo che sono esclusivi di ogni maglia indipendente; i potenziali scompaiono perchè il nodo di partenza ed il nodo di arrivo coincidono in un percorso chiuso.

Dopo aver definito una procedura per l'identificazione di un albero e del relativo coalbero nel grafo della rete elettrica associata alla mesh, occorre ora definire una procedura che consenta di ottenere il sistema delle equazioni di bilancio delle tensioni scritte per le maglie indipendenti. Osserviamo a questo punto che il termine  $[v_r(t)]$  può esplicitarsi attraverso il prodotto della matrice delle correnti per una opportuna matrice di resistenze, e cioè come:

$$[v_r(t)] = [\mathbf{R}_{sch}] [\mathbf{I}_{sch}(t)] \quad (4.2.4.4)$$

e quindi l'equazione (4.2.3.23) può essere riscritta come:

$$[\mathbf{A}]^T [\mathbf{V}(t)] - [\mathbf{Id}] [\mathbf{M}_{sorg}] \frac{dI_s(t)}{dt} = [\mathbf{Id}] [\mathbf{R}_{sch}] [\mathbf{I}_{sch}(t)] + [\mathbf{Id}] [\mathbf{M}_{sch}] \left( \frac{d}{dt} [\mathbf{I}_{sch}(t)] \right) \quad (4.2.4.5)$$

nella quale si è esplicitato che  $[\mathbf{B}] = [\mathbf{A}]^T$  e si è introdotta la matrice identità  $[\mathbf{Id}]$  (diversa dalla matrice  $[\mathbf{Id}]$  dell'equazione (4.2.4.1)), avente dimensioni  $Nl * Nl$ , che risulta un elemento neutro per l'equazione stessa.

La procedura da applicare alla (4.2.4.5) è la seguente:

- d1). permutare le colonne delle matrici  $[\mathbf{R}_{sch}]$  e  $[\mathbf{M}_{sch}]$  in modo da avere alla loro sinistra quelle relative alle correnti di albero ed a destra quelle di coalbero, nell'ordine contenuto nelle matrici  $[\mathbf{I}_{Al}]$  e  $[\mathbf{I}_{Co}]$  rispettivamente;
- d2). permutare le righe di  $[\mathbf{A}]^T$  e  $[\mathbf{Id}]$  in modo da avere in alto quelle relative alle correnti di albero e sotto quelle di coalbero, nell'ordine contenuto nelle matrici  $[\mathbf{I}_{Al}]$  e  $[\mathbf{I}_{Co}]$  rispettivamente;
- d3). sia 'i' un contatore di valore iniziale  $i=1$ ; esplorando le righe di  $[\mathbf{A}]^T$  a partire dalla prima, spostare in alto nella riga  $i$  la successiva riga avente sulla colonna  $i$ -esima un elemento non nullo; parallelamente, le righe

della matrice  $[\mathbf{Id}]$  ottenuta dal passo d2 dovranno essere permutate secondo lo stesso schema;

- d4). per somma o sottrazione di righe, eliminare dalla riga appena permutata l'altro elemento non nullo nella colonna *i-esima*; applicare ancora alla matrice  $[\mathbf{Id}]$  risultante dal passo d3 la stessa somma o sottrazione di righe; incrementare di una unità l'indice *i*;
- d5). ripetere i passi d1 – d4 finchè in cima alla matrice  $[\mathbf{A}]^T$  non si è ottenuto un minore pari alla matrice identità; questo minore avrà dimensione  $(Ne-1)*(Ne-1)$ .

La permutazione delle colonne di  $[\mathbf{R}_{sch}]$  e  $[\mathbf{M}_{sch}]$  richiede che, affinché possa ancora essere scritta correttamente una relazione come la (4.2.4.5), la matrice  $[\mathbf{I}_{sch}]$  debba essere modificata conseguentemente, cioè deve essere riscritta come concatenazione verticale di  $[\mathbf{I}_{Al}]$  e  $[\mathbf{I}_{Co}]$ :

$$[\mathbf{I}_{sch}]^* = \begin{bmatrix} [\mathbf{I}_{Al}] \\ [\mathbf{I}_{Co}] \end{bmatrix} \quad (4.2.4.6)$$

La successione di permutazioni operate nei passi d1-d4 porta ad una separazione tra le equazioni di bilancio delle tensioni, in modo da isolare in basso quelle relative alle maglie indipendenti, cioè quelle che consentono il calcolo delle correnti dei lati di coalbero.

L'equazione (4.2.4.5) è quella di un sistema avente *Nl* equazioni che esplicitano la tensione ai capi di ciascun lato della rete elettrica. Questo si vede anche dal fatto che il primo addendo, cioè il prodotto  $[\mathbf{A}]^T * [\mathbf{V}(t)]$ , esprime la differenza di potenziale ai capi di ogni lato della rete elettrica. La sola permutazione delle righe di  $[\mathbf{A}]^T$  separa nel sistema le equazioni di bilancio delle tensioni dei lati di albero (in alto) da quelli di coalbero (in basso). Invece, le operazioni di somma o sottrazione tra righe, operate sulla matrice  $[\mathbf{A}]^T$ , coincidono con operazioni di messa in serie di lati del grafo; queste operazioni non alterano il bilancio delle tensioni dei singoli lati che coinvolgono e portano all'enucleazione delle equazioni che stabiliscono il bilancio delle tensioni lungo percorsi opportuni del grafo. Si ottiene la seguente equazione:

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} [\mathbf{Id}]_{(Ne-1) \times (Ne-1)} \\ [\mathbf{0}]_{(Nl-Ne+1) \times (Ne-1)} \end{bmatrix} [\mathbf{V}(t)] - [\mathbf{Id}]^* [\mathbf{M}_{sorg}] \frac{dI_s(t)}{dt} = \\
& [\mathbf{Id}]^* \begin{bmatrix} [\mathbf{R}]_{pp} & [\mathbf{R}]_{pq} \\ [\mathbf{R}]_{qp} & [\mathbf{R}]_{qq} \end{bmatrix} [\mathbf{I}_{sch}(t)]^* + [\mathbf{Id}]^* \begin{bmatrix} [\mathbf{M}]_{pp} & [\mathbf{M}]_{pq} \\ [\mathbf{M}]_{qp} & [\mathbf{M}]_{qq} \end{bmatrix} \left( \frac{d}{dt} [\mathbf{I}_{sch}(t)]^* \right)
\end{aligned} \tag{4.2.4.7}$$

L'esecuzione delle operazioni d1-d4 svolta parallelamente sulla matrice identità  $[\mathbf{Id}]$  porta ad una matrice  $[\mathbf{Id}]^*$ , non più pari all'identità, che contiene le informazioni topologiche direttamente legate alle operazioni di bilancio delle tensioni. Si può dimostrare [1] che le righe di  $[\mathbf{Id}]^*$  indicano quali sono i lati del grafo, presi con orientazione opportuna rispetto alle convenzioni fissate per ciascuno all'atto della costruzione della matrice di incidenza  $[\mathbf{A}]$ , rispetto ai quali sono scritti i bilanci delle tensioni nell'equazione (4.2.4.5). Le matrici  $[\mathbf{R}_{sch}]$  e  $[\mathbf{M}_{sch}]$ , a seguito delle permutazioni di colonna, sono indicate come in (4.2.4.7) con esplicitazione di quattro minori del tipo  $[\ ]_{pq}$ , dove l'indice 'p' corrisponde a 'Ne-1' e l'indice 'q' corrisponde a 'Nl-Ne+1'; si vede facilmente che 'p' è il numero di elementi della matrice  $[\mathbf{I}_{Al}]$  e che 'q' è il numero di elementi della matrice  $[\mathbf{I}_{Co}]$ . Si può dimostrare [1] che le ultime 'Nl-Ne+1' equazioni della (4.2.4.7) corrispondono alle equazioni di bilancio delle tensioni relative alle maglie indipendenti della rete.

Indichiamo con  $[\mathbf{L}]$  la matrice estratta da  $[\mathbf{Id}]^*$  prendendone le ultime 'Nl-Ne+1' righe. Osservando che la matrice  $[\mathbf{L}]$  ha 'Nl-Ne+1' righe e 'Ne-1' colonne, e che risulta essere una matrice del tipo 'incidenza nodi su lati', in quanto deriva dalle operazioni d1-d4 eseguite su  $[\mathbf{A}]^T$ , per ispezione diretta sul grafo si può verificare che essa contiene le indicazioni topologiche delle maglie indipendenti che si realizzano chiudendo i rami di albero con quelli di coalbero. Se a partire dal sistema di equazioni (4.2.4.7) isoliamo solo le ultime 'Nl-Ne+1', si ha:

$$\begin{aligned}
& [\mathbf{0}]_{(Nl-Ne+1) \times (Ne-1)} [\mathbf{V}(t)] - [\mathbf{L}] [\mathbf{M}_{sorg}] \frac{dI_s(t)}{dt} = \\
& [\mathbf{L}] \begin{bmatrix} [\mathbf{R}]_{pp} & [\mathbf{R}]_{pq} \\ [\mathbf{R}]_{qp} & [\mathbf{R}]_{qq} \end{bmatrix} [\mathbf{I}_{sch}(t)]^* + [\mathbf{L}] \begin{bmatrix} [\mathbf{M}]_{pp} & [\mathbf{M}]_{pq} \\ [\mathbf{M}]_{qp} & [\mathbf{M}]_{qq} \end{bmatrix} \left( \frac{d}{dt} [\mathbf{I}_{sch}(t)]^* \right)
\end{aligned} \tag{4.2.4.8}$$

Sostituendo la (4.2.4.3) e la (4.2.4.6) nell'equazione precedente, riarrangiando i termini e semplificando ove necessario si ottiene il seguente sistema di 'Nl-Ne+I' equazioni:

$$-\mathbf{[L]}\mathbf{[M]_{sorg}} \frac{dI_s(t)}{dt} = \mathbf{[L]} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{[R]_{pq}} \\ \mathbf{[R]_{qq}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{[R]_{pp}} \\ \mathbf{[R]_{qp}} \end{bmatrix} \mathbf{[C]} \right\} \mathbf{[I]_{Co}}(t) + \mathbf{[L]} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{[M]_{pq}} \\ \mathbf{[M]_{qq}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{[M]_{pp}} \\ \mathbf{[M]_{qp}} \end{bmatrix} \mathbf{[C]} \right\} \left( \frac{d}{dt} \mathbf{[I]_{Co}}(t) \right) \quad (4.2.4.9)$$

La trattazione svolta finora suppone che le correnti abbiano un andamento temporale qualsiasi; data l'ipotesi di linearità del sistema, la (4.2.4.9) può essere applicata per ognuna delle componenti spettrali della corrente. Nel nostro caso, cioè con sistemi di riscaldamento ad induzione, la corrente ha andamento praticamente sinusoidale e quindi possiamo applicare la notazione fasoriale. Dalla (4.2.4.9) si può ricavare in forma esplicita l'insieme delle correnti di coalbero in notazione fasoriale, osservando che al simbolo di derivazione rispetto al tempo va sostituito il fattore ' $j\omega$ ', dove  $\omega$  è la pulsazione della corrente alla frequenza dell'impianto. Indicando per comodità con  $\mathbf{[R]'}$  e  $\mathbf{[M]'}$  le matrici delle componenti resistive ed induttive della (4.2.4.9), inclusive della matrice  $\mathbf{[C]}$  e racchiuse tra parentesi graffe, e applicando la notazione fasoriale, si ottiene finalmente l'equazione risolutiva finale:

$$\overline{\mathbf{[I]_{Co}}} = -\mathbf{[L]} \mathbf{[M]_{sorg}} j\omega \overline{I_s} (\mathbf{[L]}\mathbf{[R]'} + j\omega \mathbf{[L]}\mathbf{[M]'})^{-1} \quad (4.2.4.10)$$

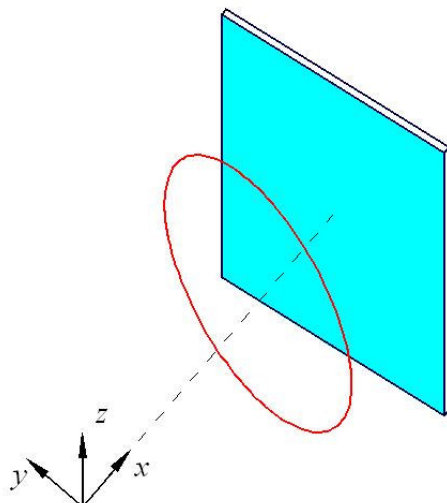
Il sistema ottenuto ha meno equazioni ed incognite del sistema (4.2.3.24) e quindi per la sua risoluzione sono richiesti meno tempo e meno risorse di calcolo. A partire dalle correnti di coalbero, si ricavano le correnti di albero tramite la (4.2.4.3) e successivamente dalla (4.2.3.18) si ricavano le densità di corrente  $\overline{\mathbf{J}}_i$  nei brick, in forma fasoriale, dopo aver ricostruito la matrice  $\overline{\mathbf{[I]_{sch}}}$  a partire dalla matrice  $\overline{\mathbf{[I]_{sch}}}$ \*. Come sarà indicato nel seguito, il campo induzione magnetica risultante dall'azione della sorgente e dello schermo, può essere successivamente determinato per applicazione della legge di Biot-Savart a partire dalle distribuzioni note delle rispettive correnti.

#### ***4.2.5 Il codice di calcolo***

Di seguito sono descritti gli aspetti fondamentali sui quali si è basata la realizzazione del codice di calcolo che implementa il modello teorico introdotto; il programma è stato scritto in linguaggio Matlab. Il modello [11] è costituito da una lastra metallica quadrata, avente spessore variabile tra 0.5mm e 3mm, e da una spira circolare, alimentata alla corrente  $I_s$  e con frequenza variabile a piacere tra 50 e 25600 Hz. La scelta di questa banda di frequenza è dipesa dal tipo di confronti che si è scelto di operare tra i modelli sviluppati con FLUX e quello del codice di calcolo; le frequenze scelte per i calcoli partono dalla frequenza di rete ed attraverso raddoppi successivi si arrestano ad un valore nel quale i risultati dei confronti si mantengono invariati al variare della frequenza stessa. Sono state applicate varie semplificazioni per rendere veloce la composizione e la verifica del funzionamento del codice, ma queste non fanno perdere di generalità. I risultati sono stati confrontati con quelli forniti implementando lo stesso modello in un altro software per calcoli elettromagnetici agli elementi finiti, cioè FLUX di Cedrat.

Il modello geometrico della lastra metallica e la relativa mesh sono stati ricavati con il software GID. La lastra è posizionata in un sistema di riferimento cartesiano tridimensionale ortogonale; la sua giacitura è parallela al piano contenente gli assi  $y$  e  $z$ . La spira circolare giace anch'essa su di un piano che è stato mantenuto parallelo alla lastra. Il centro della lastra metallica e della spira giacciono entrambi sull'asse  $x$  del sistema di riferimento.

Il modello così realizzato è simmetrico rispetto al piano  $xz$  e rispetto al piano  $xy$ . La realizzazione di simmetrie consente di verificare facilmente la correttezza delle istruzioni implementate nel codice; nel caso di questo modello, ci si aspetta che la distribuzione della densità di corrente nella lastra riproduca la forma circolare della spira che genera il campo.



*Fig. 4.2.5-1 Il sistema simulato: spira affacciata alla lastra.*

Alla lastra quadrata è stata applicata una mesh mappata con il software GID, cioè realizzata da elementi volumici, che avevamo chiamato brick, con forma di parallelepipedo retto, come indicato nel modello teorico. I lati maggiori della lastra sono stati suddivisi entrambi nello stesso numero di segmenti di lunghezza uguale (vedi fig. 4.2.5.2). Nelle prove di calcolo eseguite non si è suddivisa la lastra nella direzione dello spessore, ed i risultati hanno dimostrato che la mesh ad uno strato è sufficiente a descrivere con ottima approssimazione la distribuzione della corrente indotta nella lastra.

La mesh introduce un certo numero di nodi nella lastra. Ad ogni brick GID associa un numero progressivo, a partire da 1, e per ogni brick GID specifica i nodi di vertice, ciascuno con il rispettivo indice numerico. Nel caso della lastra disposta come mostrato nella precedente figura, la numerazione dei brick ha l'ordinamento indicato, automaticamente fissato da GID.

L'ordinamento stabilito automaticamente da GID ha suggerito l'orientamento dei lati del grafo elettrico associato alla mesh, indicato sopra. Si comprende come la forma quadrata della lastra, ed eventualmente anche rettangolare, piana o curva, si presta bene alla realizzazione di procedure automatizzate e parametriche per la

realizzazione della mesh, la numerazione dei nodi e dei brick, l'orientazione dei lati del grafo associato e la costruzione della matrice di incidenza  $[A^{in}]$ .

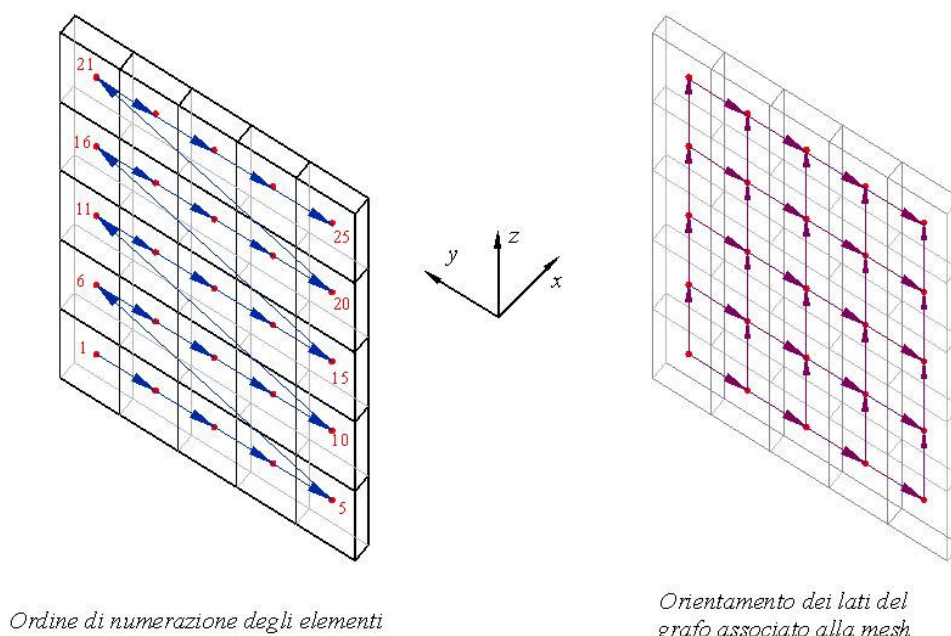


Fig. 4.2.5-2 Ordine di numerazione dei brick (sinistra), e orientazione dei lati del grafo (destra).

Il modello geometrico è fornito da GID tramite un file di testo, nel quale sono riportate la lista dei nodi, ciascuno dotato di numero progressivo, e la lista degli elementi volumici della mesh con indicazione dei nodi che formano i vertici di ogni elemento. Nella figura seguente è riportato un esempio del listato prodotto da GID relativo ad una lastra avente dimensioni  $1\text{m} * 1\text{m}$ , dello spessore di  $3\text{mm}$ , suddivisa in 9 brick, con lati paralleli agli assi  $y$  e  $z$  e tale che l'asse  $x$  passi per il suo centro.

A partire da un file di testo così strutturato, opportune procedure di calcolo consentono di ricavare: le coordinate di tutti i baricentri dei brick, che rappresentano i nodi del grafo elettrico associato alla mesh; i vettori esterni associati alle facce di ciascun brick, come indicato in figura 4.2.3-3; la matrice di incidenza  $[A^{in}]$ , costruita tenendo conto che il grafo elettrico si appoggia ai baricentri e che i lati realizzano una rete a maglie rettangolari, costruita secondo le indicazioni fornite nel paragrafo 4.2.3 e con lati orientati secondo le convenzioni indicate nella figura 4.2.5-2.

```

MESH      dimension 3 ElemType Hexahedra Nnode 8
Coordinates
 1      501.5      500      500
 2      498.5      500      500
 3      501.5      166.667      500
 4      501.5      500      166.667
 5      498.5      166.667      500
 6      498.5      500      166.667
 7      501.5      166.667      166.667
 8      498.5      166.667      166.667
 9      501.5      500      -166.667
10      501.5      -166.667      500
11      498.5      -166.667      500
12      498.5      500      -166.667
13      501.5      166.667      -166.667
14      501.5      -166.667      166.667
15      498.5      166.667      -166.667
16      498.5      -166.667      166.667
17      501.5      -166.667      -166.667
18      498.5      -166.667      -166.667
19      501.5      -500      500
20      501.5      500      -500
21      498.5      500      -500
22      498.5      -500      500
23      501.5      166.667      -500
24      501.5      -500      166.667
25      498.5      166.667      -500
26      498.5      -500      166.667
27      501.5      -166.667      -500
28      501.5      -500      -166.667
29      498.5      -166.667      -500
30      498.5      -500      -166.667
31      501.5      -500      -500
32      498.5      -500      -500
end coordinates

Elements
 1      13      9      20      23      15      12      21      25
 2      17      13      23      27      18      15      25      29
 3      28      17      27      31      30      18      29      32
 4      7      4      9      13      8      6      12      15
 5      14      7      13      17      16      8      15      18
 6      24      14      17      28      26      16      18      30
 7      3      1      4      7      5      2      6      8
 8      10      3      7      14      11      5      8      16
 9      19      10      14      24      22      11      16      26
end elements

```

Fig. 4.2.5-3 - Listato creato da GID e contenente le informazioni topologiche e dimensionali sulla mesh.

A partire da questi dati di base, seguendo passo passo le procedure descritte nel capitolo precedente, si possono realizzare delle ulteriori procedure che consentano di ricavare  $[A]$ ,  $[A]^T$ ,  $[C]$ ,  $[L]$ ,  $[Id]^*$ .

Dopo la realizzazione del modello geometrico, occorre costruire le matrici  $[R_{sch}]$ ,  $[M_{sorg}]$ ,  $[M_{sch}]$ . Le matrici  $[R_{sch}]$  e  $[M_{sch}]$  contengono le caratteristiche fisiche del materiale impiegato come schermo; si osserva che i valori dei loro coefficienti dipendono in modo significativo dal numero e dalla forma dei brick a parità di volume schermante, oltre che dalle modalità di calcolo scelte per la loro determinazione. Come si vedrà, il calcolo dei coefficienti può essere eseguito in diversi modi.

Il generico lato del grafo è associabile ad un volume di materiale schermante, che chiamiamo **volume di pertinenza**, e dal quale dipende la determinazione dei coefficienti di  $[R_{sch}]$  e  $[M_{sch}]$ . Si tratta di una ulteriore suddivisione del volume dello

schermo in volumi elementari di forma opportuna, che consentono la determinazione convenzionale dei valori delle costanti elettriche concentrate, relative alla rete equivalente di figura 4.2.3-9, associate ai lati della rete elettrica equivalente. Il volume di pertinenza relativo al generico lato della mesh in oggetto, si ottiene, ad esempio, per traslazione di un brick nella posizione in cui i nodi estremi del lato arrivino a giacere ciascuno su una superficie laterale del brick stesso, come mostrato in figura 4.2.5-4. Una mesh realizzata con brick a forma di parallelepipedo retto facilita la delineazione dei volumi di pertinenza; per ogni lato il nodo di partenza e di arrivo stanno su due facce parallele alle superfici  $S'$  o  $S''$  appartenenti alle frontiere dei brick della mesh. Ogni volume di pertinenza così costruito risulta dalla composizione di due porzioni di brick contigui; in particolare suddividendo la lastra con una mesh fatta di parallelepipedi retti, ogni volume di pertinenza risulta dall'unione delle metà contigue dei brick adiacenti che contengono il lato considerato.

La resistenza associata al generico lato facente capo ai nodi  $h$  e  $k$ , come mostrato nella figura 4.2.5-4, si può calcolare applicando al volume di pertinenza la nota relazione:

$$R_{hk} = \rho \frac{l_{hk}}{S} \quad (4.2.5.1)$$

dove  $\rho$  è la resistività elettrica del materiale schermante,  $l_{hk}$  è la lunghezza del segmento tra i punti  $P_h$  e  $P_k$ , baricentri dei brick  $h$  e  $k$ , e  $S$  è l'estensione della superficie ortogonale al lato  $l_{hk}$ .

La resistenza così calcolata ed associata al lato  $l_{hk}$ , rispetta la convenzione dell'elettrotecnica classica, secondo cui essa è associata ad un tubo di flusso definito per il campo vettoriale di densità corrente, se si considera la componente del campo vettoriale  $\mathbf{J}$  parallela al lato  $l_{hk}$ .

La matrice  $[\mathbf{R}_{sch}]$  risulta una matrice diagonale, di dimensione  $Nl * Nl$ , avente sulla diagonale principale i valori di resistenza calcolati per ogni lato del grafo associato alla mesh; gli altri elementi al di fuori della diagonale principale sono tutti nulli.

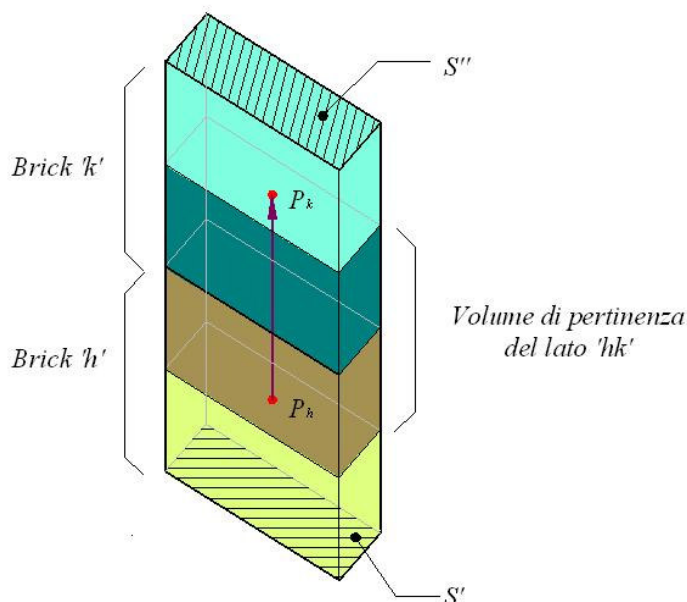


Fig. 4.2.5-4 - Costruzione del 'volume di pertinenza'.

Occorre osservare che a seguito della convenzione scelta per la determinazione dei volumi di pertinenza, due lati contigui, cioè che condividono un nodo estremo e che non sono allineati, possono avere volumi di pertinenza che si sovrappongono. Nel caso della mesh di figura 4.2.5-2 e costruita su lastre metalliche rettangolari, lati contigui possono assumere un angolo pari a  $90^\circ$  oppure pari a  $180^\circ$ , nel qual caso sono allineati.

Nel caso dei lati contigui ad angolo retto, la sovrapposizione dei volumi di pertinenza non produce elementi diversi da zero nella matrice  $[\mathbf{R}_{sch}]$  al di fuori della diagonale principale, cioè non sviluppa mutui accoppiamenti resistivi tra lati dello stesso grafo. Infatti, il campo vettoriale  $\mathbf{J}$  che descrive la distribuzione della densità di corrente è assunto costante per ogni brick, cioè nella zona di sovrapposizione tra volumi di pertinenza il campo vettoriale  $\mathbf{J}$  è costante in modulo e direzione e può essere scomposto in due componenti tra loro ortogonali, lungo le direzioni dei lati aventi il nodo in comune e con angolo mutuo pari a  $90^\circ$ .

Ora, la caduta di tensione resistiva associata ad un lato è esprimibile come effetto del flusso di  $\mathbf{J}$  attraverso la superficie che taglia detto lato, ed essendo linearmente indipendenti due vettori tra loro ortogonali in un sistema di riferimento

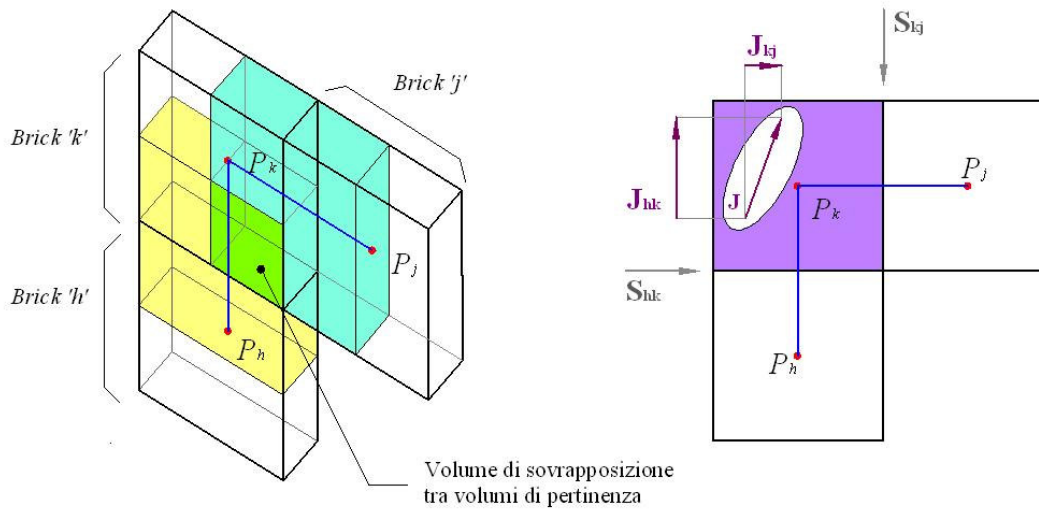


Fig. 4.2.5-5 - Sovrapposizione tra volumi di pertinenza (sinistra) e calcolo delle correnti associate ai lati del grafo (destra).

cartesiano ortogonale, le cadute di tensione resistive associate a lati tra loro ortogonali e causate dallo stesso campo di densità di corrente  $\mathbf{J}$ , sono indipendenti.

In figura è mostrata la scomposizione del campo vettoriale  $\mathbf{J}$  nelle componenti  $\mathbf{J}_{hk}$  e  $\mathbf{J}_{kj}$  lungo le direzioni dei lati tra i punti  $P_h$  e  $P_k$ , e tra i punti  $P_k$  e  $P_j$ . Il flusso di  $\mathbf{J}$  attraverso la superficie  $S_{hk}$  è dipendente solo dalla componente  $\mathbf{J}_{hk}$ , e analogamente il flusso di  $\mathbf{J}$  attraverso  $S_{kj}$  dipende solo da  $\mathbf{J}_{kj}$ . Le cadute di tensione resistive associate ai flussi di  $\mathbf{J}$  attraverso le superfici mutuamente ortogonali  $S_{hk}$  e  $S_{kj}$  sono rispettivamente legate alle componenti  $\mathbf{J}_{hk}$  e  $\mathbf{J}_{kj}$ , che sono tra loro indipendenti.

Si osserva che se la mesh avesse comportato la non ortogonalità tra lati contigui non allineati, non avrebbe potuto essere garantita a priori l'indipendenza tra le rispettive cadute di tensione resistive, e questo avrebbe complicato il calcolo della matrice  $[\mathbf{R}_{sch}]$ , con il risultato di avere coefficienti matriciali non nulli anche al di fuori della diagonale principale.

Passiamo ora alla determinazione dei coefficienti della matrice  $[\mathbf{M}_{sch}]$ . Si tratta di determinare numericamente il quarto addendo del secondo membro dell'equazione (4.2.3.21), cioè, portando fuori dal segno di integrale la costante  $\mu_r \mu_0 / 4\pi$ , e portando dentro la derivata delle correnti del grafo, del termine:

$$\int_{P_h}^{P_k} \left( \int_{V_{sch}} \frac{[\mathbf{K}(P')] \frac{d[\mathbf{I}_{sch}]}{dt}}{|P-P'|} dv \right) \bullet d\mathbf{l} \quad (4.2.5.2)$$

Il volume dello schermo,  $V_{sch}$ , è stato suddiviso in  $N_e$  volumi elementari, all'interno dei quali si è assunto che il campo vettoriale  $\mathbf{J}$  della densità di corrente sia costante in modulo, direzione e verso. Quindi la relazione precedente può essere scritta come:

$$\frac{d}{dt} \left( \int_{P_h}^{P_k} \left( \sum_{i=1}^{N_e} \int_{V_i} \frac{[\mathbf{K}_i(P')] [\mathbf{I}_{sch}(t)]}{|P-P'|} dv \right) \bullet d\mathbf{l} \right) \quad (4.2.5.3)$$

dove  $V_i$  è il volume del brick  $i$ -esimo e  $[\mathbf{K}_i(P)]$  è la matrice, avente dimensione  $3 \times N_l$ , che consente di esprimere la densità di corrente  $\mathbf{J}_i$  all'interno del medesimo brick, in funzione delle correnti  $[\mathbf{I}_{sch}(t)]$  dell'intera rete elettrica. A questo punto indichiamo con  $i$  l'indice del lato rispetto al quale si vuole eseguire il calcolo della (4.2.5.3), cioè il lato avente  $P_h$  e  $P_k$  come punti estremi, e lo chiamiamo 'lato bersaglio'; indichiamo con  $j$  l'indice del generico lato distinto dal lato  $i$  e che produce campo magnetico, e lo chiamiamo 'lato sorgente'. I coefficienti della matrice  $[\mathbf{M}_{sch}]$  saranno indicati come  $m_{ij}$ ; nel caso che  $j$  sia diverso da  $i$ , e il coefficiente  $m_{ij}$  esplicita il mutuo accoppiamento sviluppato dalla corrente associata al lato  $j$ , nei confronti del lato  $i$ ; nel caso in cui  $j=i$  il coefficiente  $m_{ii}$  è relativo alla componente di tensione auto-indotta sul lato  $i$  dalla corrente ad esso stesso associata. Con questa definizione per gli indici  $i$  e  $j$  si ha che l'integrale (4.2.5.3) diventa per ogni coefficiente  $m_{ij}$ :

$$\frac{d}{dt} \left( \int_{l_i} \left( \int_{V_j} \frac{[\mathbf{K}_j(P')] [\mathbf{I}_{sch}(t)]}{|P-P'|} dv \right) \bullet d\mathbf{l}_i \right) \quad (4.2.5.4)$$

Nell'integrale precedente il volume di integrazione  $V_j$  è il volume di pertinenza del lato  $j$ , lato sorgente generico. Ogni lato è parzialmente contenuto in brick contigui e quindi l'integrale eseguito sul volume di pertinenza  $V_j$  è scomponibile in due termini,

relativi alle porzioni dei due brick contigui che contengono il lato  $j$  stesso. Se indichiamo con  $V_{j-P}$  e  $V_{j-A}$  i volumi che contengono rispettivamente la porzione di lato sorgente  $j$  che fa capo al punto di partenza del lato e quella che fa capo al punto di arrivo,  $[\mathbf{K}_P(P)]$  e  $[\mathbf{K}_A(P)]$  le matrici  $[\mathbf{K}(P)]$  relative ai brick che contengono rispettivamente i suddetti punti, l'integrale precedente diventa:

$$\frac{d}{dt} \left( \int_{l_i} \left( [\mathbf{K}_P(P')] [\mathbf{I}_{sch}(t)] \int_{V_{j-P}} \frac{1}{|P-P'|} dv + [\mathbf{K}_A(P')] [\mathbf{I}_{sch}(t)] \int_{V_{j-A}} \frac{1}{|P-P'|} dv \right) \bullet d\mathbf{l}_i \right) \quad (4.2.5.5)$$

Il volume di pertinenza del lato sorgente è dato dall'unione  $V_j = V_{j-P} \cup V_{j-A}$ . Il punto  $P'$  appartiene al volume di pertinenza del lato sorgente, mentre il punto  $P$  appartiene al lato bersaglio  $i$  rispetto al quale si vuole calcolare l'accoppiamento. Si osserva immediatamente che data l'ortogonalità reciproca tra lati del grafo associato alla mesh costruita, i coefficienti  $m_{ij}$  relativi a lati ortogonali tra loro, sono nulli. Infatti, le correnti associate ad ogni lato sono determinate calcolando il flusso di  $\mathbf{J}$  attraverso quella superficie laterale dei brick che taglia il lato; la componente di  $\mathbf{J}$  da cui dipende il flusso è quella parallela al lato, ovvero quella ortogonale alla superficie che lo taglia. Quindi, a due lati del grafo mutuamente ortogonali sono associate correnti lineari anch'esse mutuamente ortogonali e il campo induzione magnetica che esse creano ha orientazione tale sviluppare componenti mutuamente parallele ai lati, che notoriamente producono componenti nulle di forze elettromotrici indotte, nel caso le correnti fossero variabili nel tempo. La scelta di una mesh realizzata con parallelepipedi retti, come visto prima per la matrice delle resistenze  $[\mathbf{R}_{sch}]$ , consente quindi una semplificazione nel calcolo dei coefficienti  $m_{ij}$  perchè già a priori si può trascurare il calcolo per quei coefficienti relativi a lati mutuamente ortogonali. I prodotti del tipo ' $[\mathbf{K}(P')] [\mathbf{I}_{sch}]$ ' non dipendono dalla posizione  $P$  lungo il lato bersaglio, e quindi possono essere raccolti rispetto all'integrazione lungo  $l_i$ . Abbiamo anche visto che l'ortogonalità mutua dei lati del grafo ci consente di eseguire il calcolo della (4.2.5.5) solo nel caso che i lati bersaglio ed i lati sorgente siano paralleli; quindi l'integrale di circuitazione rispetto al lato bersaglio  $i$ , diventa un semplice integrale di linea lungo di esso (cioè scompare formalmente il prodotto scalare). Tenendo conto di queste osservazioni, tralasciando per

il momento di indicare la derivata delle correnti del grafo, che può essere raccolto a destra nella (4.2.5.5), otteniamo:

$$\int_{l_i} \left( [\mathbf{K}_P(P')] \int_{V_{j-P}} \frac{1}{|P-P'|} dv + [\mathbf{K}_A(P')] \int_{V_{j-A}} \frac{1}{|P-P'|} dv \right) \bullet d\mathbf{l}_i =$$

$$[\mathbf{u}_i][\mathbf{K}_P(P')] \int_{l_i} \int_{V_{j-P}} \frac{1}{|P-P'|} dv dl_i + [\mathbf{u}_i][\mathbf{K}_A(P')] \int_{l_i} \int_{V_{j-A}} \frac{1}{|P-P'|} dv dl_i \quad (4.2.5.6)$$

dove la matrice  $[\mathbf{u}_i]$  ha dimensione  $3 \times I$  e contiene le componenti del versore associato al lato bersaglio  $i$  e che ne indica direzione e verso, cioè  $[\mathbf{u}_i] = [u_{ix} \ u_{iy} \ u_{iz}]^T$ . I prodotti del tipo  $[\mathbf{u}_i][\mathbf{K}(P')]$  forniscono matrici aventi dimensione  $I \times NI$ .

Il calcolo degli integrali doppi nella (4.2.5.6) può essere svolto in modo analitico oppure in modo approssimato con tecniche numeriche. Nel codice di calcolo sviluppato si è scelto il calcolo approssimato. Il calcolo approssimato realizzato si appoggia alla convenzione dei volumi di pertinenza per quanto riguarda la definizione dei volumi di integrazione  $V_{j-P}$  e  $V_{j-A}$ ; successivamente, detti volumi sono stati ulteriormente suddivisi in **volumi elementari** tra loro uguali, in numero pari e scelto a piacere. Come vedremo, l'aumento del numero di volumi elementari di suddivisione dei volumi di pertinenza, conduce ad una determinazione accurata dei coefficienti  $m_{ij}$ . Quindi, gli integrali di volume su  $V_{j-P}$  e  $V_{j-A}$  sono stati trasformati in somme di integrali eseguite su volumi elementari più piccoli. La formula (4.2.5.6) esplicita in forma discreta, nel caso della mesh applicata al volume schermante, quella parte del quarto addendo della relazione (4.2.3.21) che determina le tensioni auto-indotte e mutuamente-indotte dovute al campo di densità di corrente  $\mathbf{J}$ . Se ad ogni volume elementare associamo un conduttore filiforme, posizionato lungo un suo opportuno asse, ed al quale è associata la corrente dovuta al campo  $\mathbf{J}$  e risultante dal flusso di essa calcolato attraverso una superficie ortogonale a detto conduttore e compresa in detto volume, tutto avviene come se l'effetto del lato sorgente sul lato bersaglio venisse calcolato determinando l'effetto di questi conduttori filiformi, e che rappresentano nel loro complesso il campo di corrente compreso nel volume di pertinenza del lato sorgente.

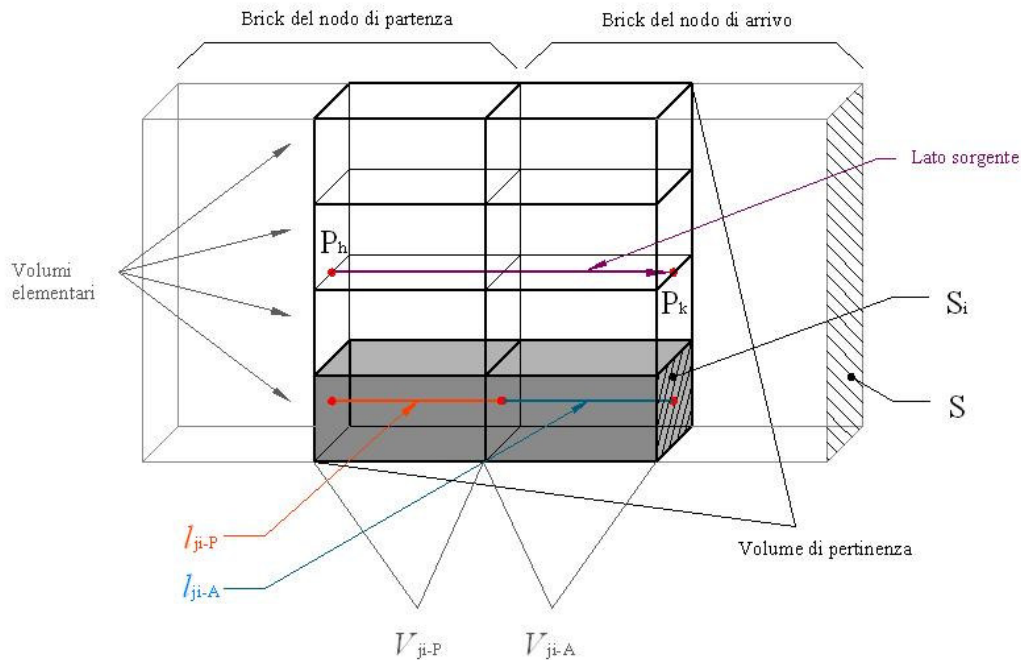


Fig. 4.2.5-6 - *Suddivisione del volume di pertinenza in 'volumi elementari'.*

Nella figura 4.2.5-6 è evidenziato un volume di pertinenza suddiviso in quattro volumi elementari; in un volume elementare sono evidenziati i conduttori filiformi  $l_{ji-P}$  e  $l_{ji-A}$  appartenenti rispettivamente al brick contenente il nodo di partenza del lato sorgente, ed il nodo di arrivo. Le correnti associate ai conduttori filiformi introdotti, si calcolano come è stato fatto per le correnti associate ai lati del grafo, ossia, stante l'approssimazione assunta di campo di corrente  $\mathbf{J}$  costante nei brick, come flusso del vettore  $\mathbf{J}$  attraverso superfici del tipo di  $S_i$ , ortogonali ai conduttori. La superficie  $S_i$  è parallela per costruzione alla superficie  $S$ ; se  $n$  è il numero di suddivisioni del volume di pertinenza, risulta che  $S_i = S/n$ ; la corrente che si associa ai conduttori filiformi  $l_{ji-P}$  e  $l_{ji-A}$  risulta quindi ridotta di un fattore  $n$  rispetto alla corrente del lato sorgente.

A questo punto è possibile esprimere gli integrali doppi contenuti nella relazione (4.2.5.6) in forma approssimata. Infatti gli integrali interni, che sono integrali di volume con dominio di integrazione pari al volume di pertinenza del lato sorgente, diventano somme di integrali aventi come dominio di integrazione i volumi elementari appena introdotti.

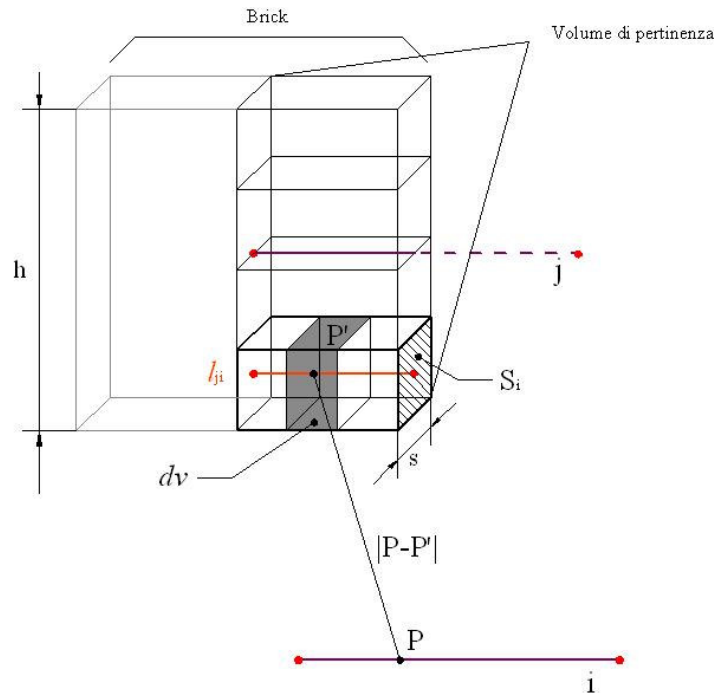


Fig. 4.2.5-7 - Convenzioni per il calcolo del mutuo accoppiamento tra lati del grafo.

Applicando l'interpretazione geometrica degli integrali, dalla figura 4.2.5-7 si vede come  $dv = S_i dl_{ji} = s(h/n)dl_{ji}$ , dove  $h$  è la dimensione del volume di pertinenza nella direzione ortogonale a quella dei lati  $j$  e  $i$ . Quindi, ai fini della scrittura del codice di calcolo, si ricava che vale l'approssimazione seguente:

$$\int_{l_i} \int_{V_j} \frac{1}{|P-P'|} dv dl_i \cong \sum_{e=1}^n \int_{l_i} \int_{l_{je}} \frac{1}{|P-P'|} s \frac{h}{n} dl_{ji} dl_i \quad (4.2.5.7)$$

e questa sarà tanto più valida quanto maggiore sarà il numero  $n$  di volumi elementari per ogni volume di pertinenza.

La trattazione svolta fino a qui per il calcolo dei coefficienti di mutuo accoppiamento tra lati del grafo, può essere direttamente applicata al calcolo della tensione indotta su ogni lato dalla stessa corrente che vi circola. Stiamo parlando del calcolo dei coefficienti  $m_{ii}$ , cioè del caso in cui lato bersaglio e lato sorgente coincidono. Nella figura 4.2.5-8 è mostrata questa situazione; si vede che la suddivisione del volume di pertinenza in un numero pari di volumi elementari consente di arginare il problema della singolarità della funzione  $1/|P-P'|$ , per  $P \rightarrow P'$ , che altrimenti si avrebbe se il lato

bersaglio  $i$  ed il lato sorgente  $j$  coincidessero, come avverrebbe nel caso di un numero  $n$  dispari. Nel caso di  $n$  dispari si avrebbe che la distanza  $|P-P'|$  sarebbe zero in corrispondenza del volume elementare che ingloba il lato bersaglio, appunto quando  $P$  e  $P'$  possono effettivamente sovrapporsi. La suddivisione dei volumi di pertinenza in un numero pari di volumi elementari, ovviando al problema della singolarità che si manifesterebbe nell'integranda, rende convergente il secondo membro della (4.2.5.7) per  $n$  comunque grande. Infatti, nota la lunghezza  $h$  di figura 4.2.5-7 ed il numero pari  $n$  dei volumi elementari, si ha che:

$$\frac{1}{|P-P'|} \leq \frac{1}{D_h} \leq \frac{(n-1)}{h} \quad (4.2.5.8)$$

dove il significato di  $D_h$  è indicato nella figura successiva 4.2.5-8.

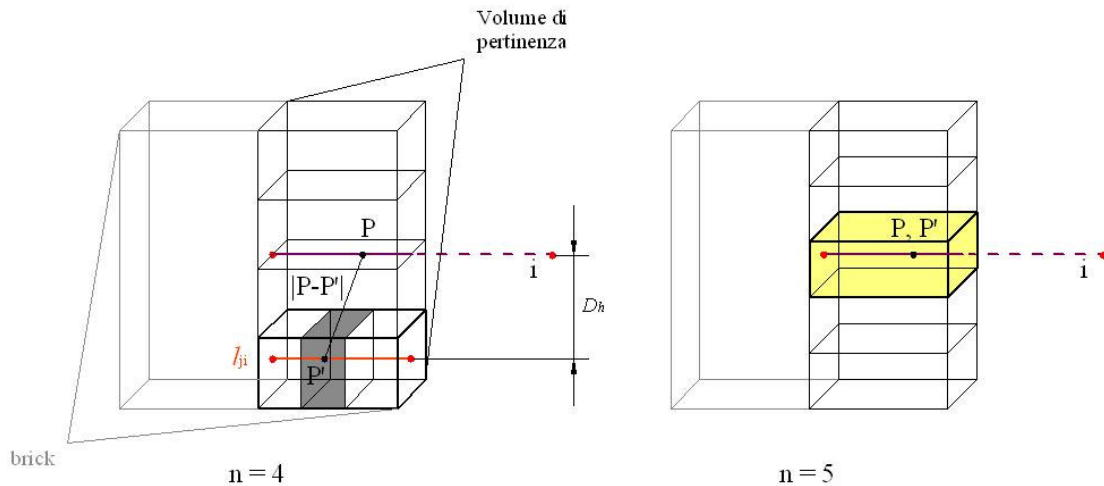


Fig. 4.2.5-8 - Calcolo dei coefficienti ' $m_i$ ' di autoaccoppiamento (sinistra), e problema della singolarità dell'integranda (destra).

Applicando la maggiorazione precedente nella (4.2.5.7), avendo indicato con  $\Delta l_i$  la lunghezza del lato bersaglio, si vede che:

$$\int_{V_j} \frac{1}{|P-P'|} dv = \int_{l_{je}} \frac{1}{|P-P'|} \left( s \frac{h}{n} \right) dl_{ji} \leq s \cdot \frac{h}{n} \cdot \Delta l_i \cdot \frac{n-1}{h} = s \cdot \Delta l_i \cdot \frac{(n-1)}{n} \quad (4.2.5.9)$$

cioè, per  $n \rightarrow \infty$ , e quindi all'aumentare del numero di volumi elementari, tale integrale esiste finito. Poichè la quantità maggiorante è indipendente dalla coppia di punti  $P$  e  $P'$ , avendo indicato con  $\Delta l_{je}$  la lunghezza del conduttore filiforme  $l_{ji}$ , associato al volume elementare  $e$ , si ha anche che:

$$\int_{l_i} \int_{V_j} \frac{1}{|P-P'|} dv dl_i \cong \sum_{e=1}^n \int_{l_i} \int_{l_{je}} \frac{1}{|P-P'|} s \frac{h}{n} dl_{ji} dl_i \leq s \cdot \Delta l_i \cdot \Delta l_{je} \cdot \frac{(n-1)}{n} \quad (4.2.5.10)$$

Il fattore  $(n-1)/n$  fornisce una indicazione dell'andamento dei valori di  $m_{ii}$  e  $m_{ij}$  all'aumentare del numero degli  $n$  volumi elementari. Pertanto, l'errore relativo rispetto al valore che si otterrebbe per questi coefficienti se si applicasse il calcolo analitico dell'integrale doppio a sinistra nella (4.2.5.7), risulta essere del tipo  $1/n$ . Nelle simulazioni di prova, si è assunto  $n = 10$ , e quindi l'errore stimato rispetto al valore ricavabile con la risoluzione analitica per  $m_{ii}$  e  $m_{ij}$  è non più del 10%.

Esiste un modo alternativo di definire i volumi di pertinenza, il quale consente di ridurre la sovrapposizione tra volumi di pertinenza di lati adiacenti, come mostrato in figura 4.2.5-9. Concettualmente, per il calcolo dei coefficienti  $m_{ii}$  e  $m_{ij}$ , si restringe il più possibile la zona circondante il lato generico.

La costruzione di questo volume di pertinenza è esemplificata nella figura 4.2.5-9 seguente. Il lato tra i nodi  $P_h$  e  $P_k$  del grafo viene inscritto nel quadrilatero  $P_h O' P_k O''$ . Il quadrilatero viene verticalmente suddiviso in un numero pari di rettangoli, di altezza  $\Delta h$  uguale tra loro, e tali che i punti medi dei lati verticali, ad esempio  $R_1 R_2 R_3$ , giacciono sui lati del rombo stesso. Analogamente a quanto fatto prima, per ogni volume elementare si definisce il conduttore filiforme relativo,  $l_{ji}$ , giacente sull'asse del parallelepipedo corrispondente al volume elementare costruito.

Lo sviluppo di algoritmi in grado di realizzare i volumi di pertinenza appena introdotti è più complesso del caso precedente. I coefficienti  $m_{ij}$  calcolati con i volumi di pertinenza modificati, risultano più piccoli del caso precedente di un fattore che dipende dalla posizione relativa tra i lati del grafo e dalla forma dei brick. Nel caso del

modello implementato, cioè con lastra sottile quadrata e brick quadrati, con 20 suddivisioni per lato di lastra, i coefficienti di autoaccoppiamento  $m_{ii}$  determinati con volumi di pertinenza del primo tipo risultano circa 1,5 volte maggiori che con i volumi di pertinenza del secondo tipo, mentre per i coefficienti di mutuo accoppiamento  $m_{ij}$  risultano almeno 2 volte maggiori.

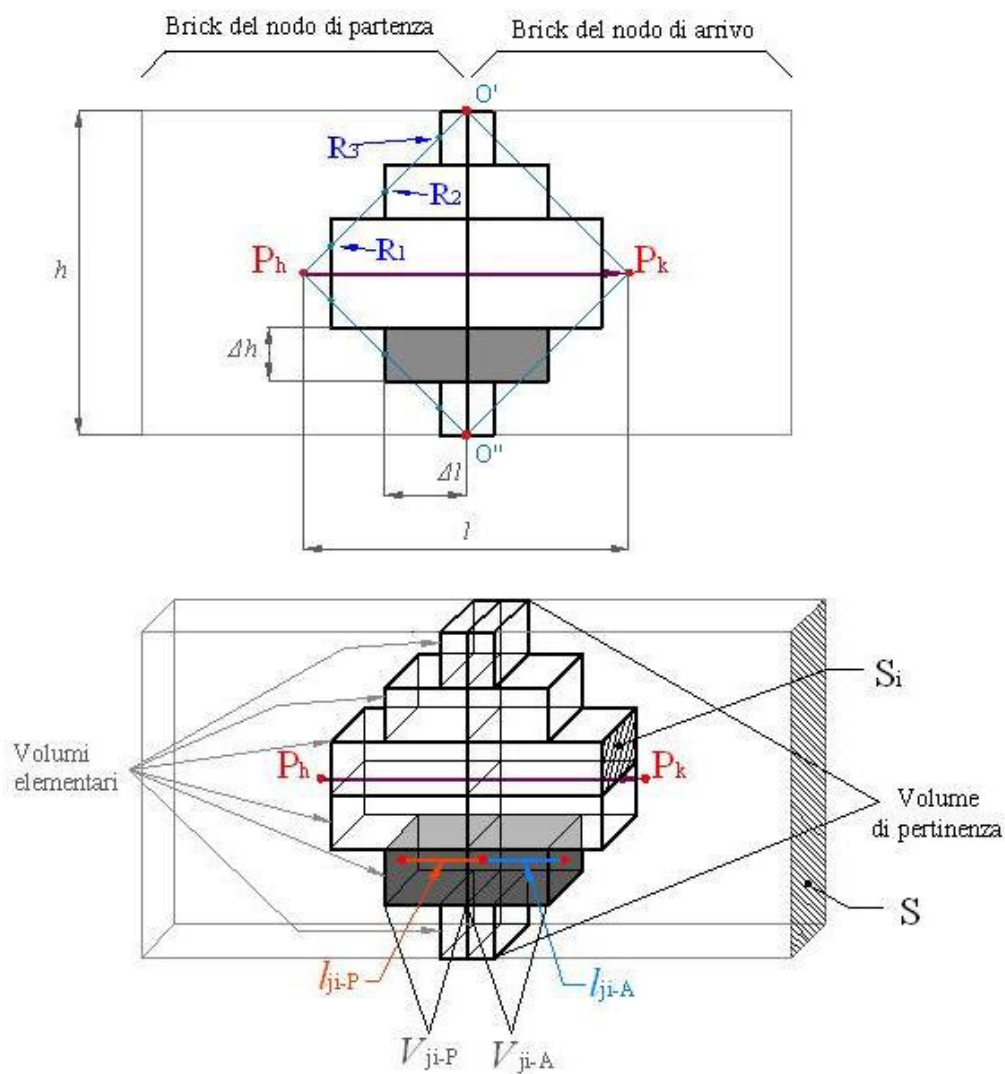


Fig. 4.2.5-9 - Volume di pertinence alternativo.

Per completezza di trattazione si porta a conoscenza che il calcolo dei coefficienti di  $[R_{sch}]$  con volumi di pertinence modificati, va svolto diversamente rispetto a quanto fatto con la relazione (4.2.5.1), in quanto non è così immediatamente

applicabile la convenzione dei tubi di flusso per il campo vettoriale della densità di corrente  $\mathbf{J}$  ad un volume di pertinenza come quello introdotto in figura 4.2.5-9. Si osserva, tuttavia, che in ogni caso per materiali schermanti ordinari, come ferro, alluminio, rame, alle frequenze tipicamente impiegate nel riscaldamento ad induzione e per schermi dello spessore fino a qualche millimetro, le componenti di tensione resistive sono piccole rispetto a quelle induttive, e quindi nella relazione (4.2.4.10) con buona approssimazione può essere spesso trascurato il termine relativo alla matrice  $[\mathbf{R}']$  delle resistenze. Nel caso in cui si volesse tenere conto delle componenti resistive, la determinazione delle resistenze può essere fatta nel modo illustrato nella figura 4.2.5-10 seguente.

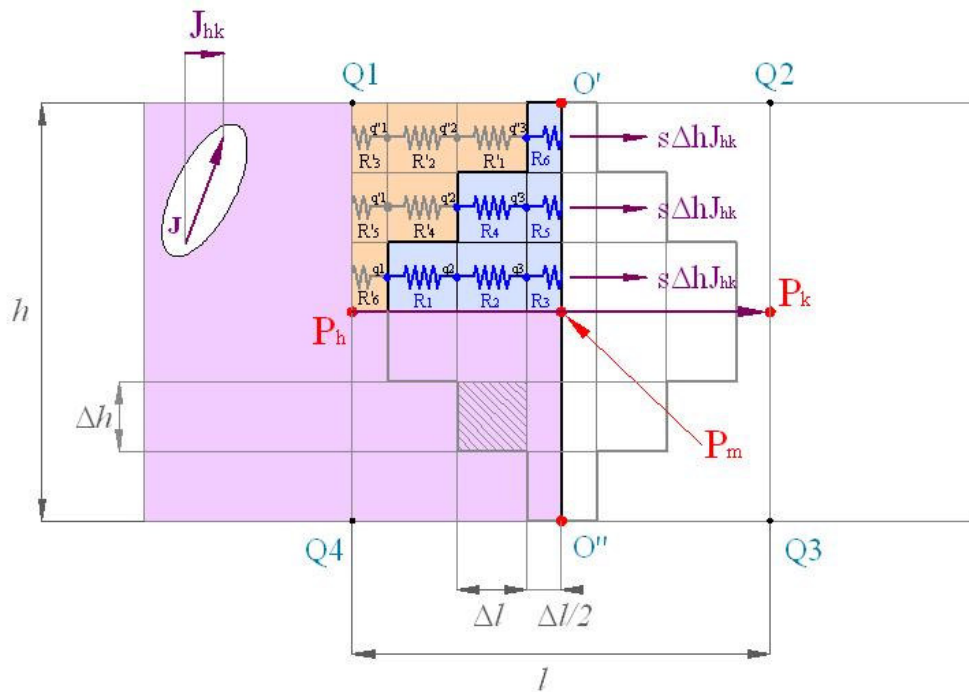


Fig. 4.2.5-10 - Calcolo dei coefficienti di  $[R_{sch}]$  nel caso di volume di pertinenza modificato.

Si prende la costruzione del volume di pertinenza modificato, supponendo, per fissare le idee, di suddividere il lato verticale dei brick in 6 volumi elementari, aventi pertanto dimensione lungo la direttrice  $O'O''$  pari a  $\Delta h/6$ . La porzione di volume di pertinenza che sta nel quadrante  $P_h P_m O' Q1$  può essere vista come unione di sotto-volumi con opportune resistenze associate. In particolare, osservando che al lato  $hk$  si associa il flusso del vettore  $\mathbf{J}$  attraverso la superficie avente traccia  $Q1-Q4$ , questo

flusso è pari al flusso della componente  $\mathbf{J}_{hk}$  di  $\mathbf{J}$  parallela al lato  $hk$ . Cioè, in altre parole, la corrente associata al lato  $hk$  può essere vista come passante attraverso le resistenze  $R_1-R_6$  e  $R'_1-R'_6$  associate ai sotto-volumi.

Per l'ipotesi secondo cui  $\mathbf{J}$  è costante in modulo, direzione e verso in ogni brick, e dato che ai fini della caduta di tensione resistiva associata al lato  $hk$  si considera solo la componente  $\mathbf{J}_{hk}$  di  $\mathbf{J}$ , è possibile associare ai sotto-volumi degli opportuni tubi di flusso per il campo vettoriale  $\mathbf{J}$ , talchè si può vedere che tutto avviene come se esistesse un parallelo di rami fatti di resistenze in serie, ciascuno attraversato da una corrente pari a  $s \cdot \Delta h \cdot J_{hk}$ .

Cioè, per le convenzioni poste e per costruzione, si vede che sono equipotenziali tra loro i nodi  $q_1- q'_1-q''_1$ , poi i nodi  $q_2- q'_2-q''_2$ , ed infine anche i nodi  $q_3- q'_3-q''_3$ . Cioè la tensione  $V_{hm}$  associata al tratto di lato dal punto  $P_h$  al punto medio  $P_m$ , può essere espressa come:

$$V_{hm} = V_{R1} + V_{R2} + V_{R3} \quad (4.2.5.11)$$

Per costruzione risulta  $R_1 = R_2 = R_4 = R$  ed anche  $R_3 = R_5 = R_6 = R/2$ , dove con  $R$  abbiamo indicato la resistenza del sottovolume del volume di pertinenza ed avente dimensioni  $s, \Delta h, \Delta l$ . Eseguendo i conti, si ricava facilmente che:

$$V_{hm} = J_{hk} \cdot s \cdot h \cdot \frac{5}{6} \cdot R \quad (4.2.5.12)$$

dove  $J_{hk}$  è il modulo del vettore  $\mathbf{J}_{hk}$ . Con facile estensione, applicando il principio di induzione a volumi di pertinenza con suddivisioni di ordine maggiore, si può vedere che se  $n$  è il numero pari di suddivisioni uguali del segmento verticale di lunghezza  $h$ , si ha:

$$V_{hm} = J_{hk} \cdot s \cdot h \cdot \frac{n-1}{n} \cdot R \quad (4.2.5.13)$$

Essendo  $I_{hk} = J_{hk} \cdot s \cdot h$  la corrente associata al lato  $hk$ , si vede che la resistenza ad esso associata, per ogni  $n$ , diventa:

$$R_{hk} = \frac{n-1}{n} * R \quad (4.2.5.14)$$

Nel nostro caso particolare, in cui la lastra è quadrata ed è suddivisa con brick quadrati, facilmente si vede che la resistenza  $R$  del generico sottovolume, per  $n$  qualsiasi, è pari alla resistenza del volume di pertinenza inizialmente non modificato (vedere figura 4.2.5-4) e che, per costruzione, contiene quello modificato (vedere figure 4.2.5-9 e 4.2.5-10). Quindi, per  $n \rightarrow \infty$  la matrice  $[\mathbf{R}_{sch}]$  calcolata per il volume di pertinenza modificato, ha coefficienti uguali a quelli calcolati nel caso del volume di pertinenza iniziale.

Nel caso in cui i lati del grafo terminino sui nodi dei brick d'angolo o di bordo, in quel caso nel codice di calcolo sviluppato si può pensare di fare l'approssimazione di trascurare, per semplicità, alcune porzioni di volume schermante. Di fatto queste approssimazioni non influenzano significativamente i risultati, sia perchè i valori di resistenza  $R_{ii}$  sono generalmente piccoli rispetto a quelli dei coefficienti  $m_{ij}$ , e sia perchè in prossimità degli spigoli la corrente indotta tende ad essere di ampiezza inferiore rispetto a quella circolante nel resto dello schermo.

A frequenze alte si può tuttavia avere concentrazione di densità di corrente lungo i bordi degli schermi; anche in questo caso vale l'approssimazione scelta, di trascurare per semplicità alcune porzioni di volume schermante, come indicato in figura 4.2.5-11 seguente, per il calcolo delle componenti resistive del circuito elettrico associato alla mesh, dato che a frequenze elevate le componenti reattive, associate ai coefficienti  $m_{ij}$ , pesano maggiormente nel bilancio delle tensioni rispetto alle componenti resistive.

Restano da determinare i coefficienti della matrice  $[\mathbf{M}_{sorg}]$ . Ciò equivale ad esplicitare il terzo termine a secondo membro della relazione (4.2.3.21), cioè, portando fuori dal segno di integrale la costante  $\mu_0/4\pi$ , e portando dentro la derivata della corrente impressa  $I_s(t)$ :

$$\int_{Ph}^{Pk} \left( \int_{Vsorg} \frac{\left( -\frac{d}{dt} I_s \right) \mathbf{K}_{sl}(P'')}{|P - P''|} dv \right) \bullet d\mathbf{l} \quad (4.2.5.15)$$

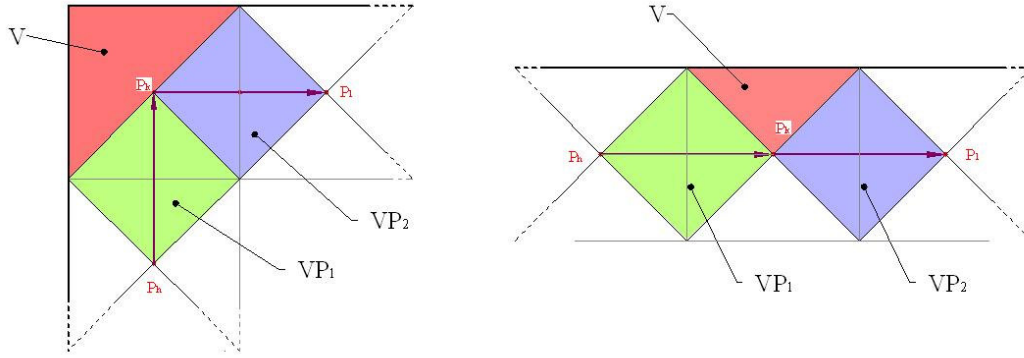


Fig. 4.2.5-11 - Volumi di pertinence modificati  $VP_1$  e  $VP_2$ , e porzione di volume  $V$  trascurata, in corrispondenza di un angolo o del lato del volume schermante.

La sorgente del campo magnetico è stata approssimata attraverso un insieme di conduttori, di lunghezza uguale tra loro e tangenti alla linea mediana della spira, come mostrato in figura 5.2.3-6. Sia  $n_s$  il numero di segmenti che approssimano la spira. L'integrale interno, avente come insieme di integrazione il volume del conduttore della spira, si trasforma in una somma di  $n_s$  addendi, ciascuno relativo all'accoppiamento tra il segmento generico di suddivisione della spira ed il generico lato  $hk$  del grafo:

$$\int_{Ph}^{Pk} \left( \sum_{j=1}^{n_s} \int_{V_{j\_sorg}} \frac{\left( -\frac{d}{dt} I_s \right) \mathbf{K}_{s||} (P'')}{|P - P''|} dv \right) \bullet d\mathbf{l} \quad (4.2.5.16)$$

dove  $V_{j\_sorg}$  è il  $j$ -esimo volume del tratto di conduttore rettilineo che approssima la sorgente. La sezione del conduttore della spira è costante, e quindi gli integrali di volume della (4.2.5.16) diventano di fatto degli integrali di linea svolti lungo la linea mediana del conduttore, come indicata nella figura 4.2.3-6. Applicando in (4.2.5.16) la relazione (4.2.3.19) che esplicita il termine  $\mathbf{K}_{s||} (P'')$ , ed osservando che per l'interpretazione geometrica degli integrali possiamo scrivere  $dv = dl_{sorg} S_s$ , dove  $l_{sorg}$  indica la linea mediana di sviluppo nello spazio del conduttore della sorgente, si ha:

$$\int_{P_h}^{P_k} \left( \sum_{j=1}^{n_s} \int_{l_{j\_sorg}} \frac{\left( -\frac{d}{dt} I_s \right) |\mathbf{u}_s(P'') \bullet \mathbf{u}_{tan} | \mathbf{u}_{tan}}{|P - P''|} dl_{sorg} \right) \bullet d\mathbf{l} \quad (4.2.5.17)$$

A questo punto indichiamo con  $i$  l'indice del lato del grafo rispetto al quale si vuole eseguire il calcolo della (4.2.5.17), cioè il lato avente  $P_h$  e  $P_k$  come punti estremi. Il termine  $-dI_s/dt$  non dipende dalla posizione lungo la sorgente e quindi può essere raccolto esternamente rispetto agli integrali; lo trascuriamo per il momento. Rimane quindi un integrale di linea doppio, associato ad ogni lato  $l_i$  del grafo elettrico, cioè:

$$m_{i\_sorg} \cong \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{l_i} \left( \sum_{j=1}^{n_s} \int_{l_{j\_sorg}} \frac{|\mathbf{u}_s(P'') \bullet \mathbf{u}_{tan} | \mathbf{u}_{tan}}{|P - P''|} dl_{sorg} \right) \bullet d\mathbf{l} \quad (4.2.5.18)$$

L'integrale doppio di linea, nella (4.2.5.18), deve essere calcolato per ogni lato del grafo, ed il risultato,  $m_{i\_sorg}$ , è il termine generico della matrice  $[\mathbf{M}_{sorg}]$ .

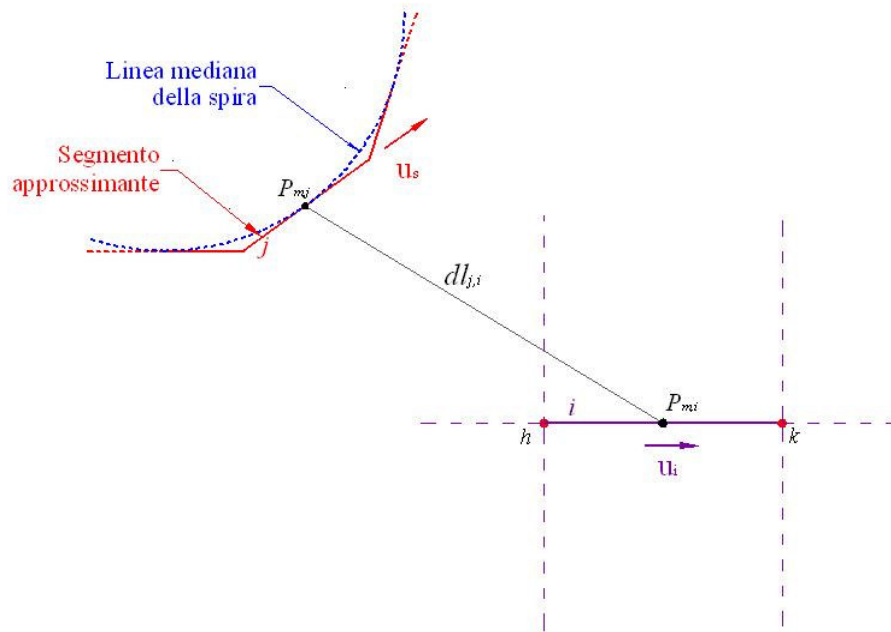


Fig. 4.2.5-12 - Convenzioni per il calcolo dei coefficienti di  $[\mathbf{M}_{sorg}]$ .

Generalmente la distanza minima tra la spira e lo schermo nelle applicazioni pratiche è tale per cui l'integrale doppio può essere approssimato come segue:

$$m_{i\_sorg} \cong \frac{\mu_0}{4\pi} \Delta l_i \sum_{j=1}^{n_s} \frac{\Delta l_{ji} |\mathbf{u}_s \bullet \mathbf{u}_{tan}|}{dl_{ji}} \mathbf{u}_{tan} \bullet \mathbf{u}_i \quad (4.2.5.19)$$

dove  $dl_{ji}$  è la distanza tra i punti medi dei segmenti approssimanti rispetto ai punti medi dei lati del grafo. Per determinazioni più accurate dei coefficienti  $m_{i\_sorg}$  si può nuovamente applicare la routine 'quadl' di MATLAB all'integrale doppio della (4.2.5.14). Nelle prove del codice di calcolo, la spira è posta ad una distanza di 10cm dallo schermo. Allo schermo quadrato di 1m di lato è stata applicata una mesh di 20X20 brick quadrati ed il calcolo dei coefficienti  $m_{i\_sorg}$  nei due modi indicati, non ha prodotto valori apprezzabilmente diversi, che sono risultati ovviamente tanto più vicini tra loro quanto maggiore è  $n_s$ , quanto maggiore è la distanza tra spira e lastra, e quanto più fitta è la mesh applicata alla lastra. Il calcolo secondo la relazione (4.2.5.15) è più veloce rispetto al caso in cui si è applicata la routine 'quadl'.

#### 4.2.6 Risultati

La stima della validità della formulazione matematica adottata per la determinazione dell'efficienza di schermatura, è ottenuta per confronto simulando lo stesso sistema spira-lastra con opportuni ed analoghi modelli realizzati in ambiente FLUX. Il confronto prende in considerazione i due aspetti fisici che determinano l'effetto schermante della lastra metallica: la distribuzione e l'intensità della densità di corrente nello schermo, e l'ampiezza efficace della densità di flusso magnetico  $\mathbf{B}$  risultante nella porzione di spazio vuoto opposta alla sorgente rispetto al piano della lastra.

Una prima indicazione della validità dell'approccio computazionale adottato è ricavabile dal confronto tra le ampiezze della densità di corrente nello schermo, determinate col codice sviluppato e con FLUX. L'applicazione di una mesh ad uno strato lungo lo spessore della lastra comporta delle inevitabili limitazioni nella descrizione dei fenomeni in oggetto, dato che non consente di valutare la distribuzione reale della densità di corrente nello schermo che si ha in conseguenza dell'effetto pelle;

questo fenomeno è invece visibile con i modelli realizzati in ambiente FLUX. Tuttavia, introducendo una densità di corrente media nello spessore dello schermo, come vedremo, è possibile fare ugualmente dei confronti che forniscano informazioni dotate di senso. La valutazione del modello di calcolo si completa determinando il campo  $\mathbf{B}$  risultante, nella porzione di spazio ove si vuole ridurre l'ampiezza. L'ampiezza dell'induzione magnetica risulta dalla somma vettoriale tra il campo generato dalla sorgente e dal campo generato dallo schermo. Ogni componente di campo, cioè  $B_x$ ,  $B_y$ ,  $B_z$ , è una grandezza fasoriale. Il campo prodotto dalla sorgente e valutato nel generico punto  $P$  dello spazio, si può calcolare applicando la legge di Biot-Savart agli  $n_s$  segmenti rettilinei aventi lunghezza  $\Delta l$ , nei quali la sorgente è stata suddivisa. Il campo prodotto dalla distribuzione di densità di corrente nello schermo si può determinare applicando ancora la legge di Biot-Savart ai lati del grafo, oppure, in maniera più accurata, agli stessi conduttori filiformi (vedere fig. 4.2.5-7) introdotti nei volumi di pertinenza per il calcolo dei coefficienti  $m_{ij}$ ; il calcolo eseguito prendendo in considerazione i conduttori filiformi risulta più oneroso, ma può essere necessario nei casi in cui interessi valutare gli effetti schermanti in prossimità della lastra schermante, mentre per posizioni più lontane può essere sufficiente la considerazione degli effetti di schermatura determinati a partire dalle correnti circolanti nei lati del grafo. Come vedremo, l'approccio computazionale adottato fornisce risultati molto prossimi ai modelli realizzati con FLUX, sia nel caso in cui lo spessore 's' dello schermo sia prossimo allo spessore di penetrazione 'δ', che nel caso in cui lo schermo abbia spessore molto maggiore.

La sorgente del campo  $\mathbf{B}$  è generalmente suddivisa in un numero di segmenti approssimanti molto maggiore di zero. Tipicamente i test del codice di calcolo sono stati condotti con  $n_s \geq 100$ . A seguito delle dimensioni fisiche del sistema simulato, il generico segmento  $j$  in cui è suddivisa la spira risulta piccolo rispetto alla distanza tra la linea mediana della spira ed i punti  $P$  in aria ove è valutata l'ampiezza efficace  $B_{rms}$  del campo risultante. Quindi la componente del campo  $\mathbf{B}$  dovuta alla spira, si può approssimare come:

$$\bar{\mathbf{B}}_{rms\ spira}(P) \cong \frac{\mu_0}{4\pi} \bar{I}_s \Delta l \sum_{j=1}^{n_s} \frac{1}{d_j^2} \mathbf{u}_{\varphi j} \quad (4.2.6.1)$$

dove  $\Delta l$  è la lunghezza del generico segmento rettilineo approssimante la spira,  $d_j$  è la distanza tra il punto medio di detto generico segmento ed il punto  $P$  nel quale si sta calcolando l'intensità del campo e  $\mathbf{u}_{\phi j}$  è il versore della direzione del campo  $\mathbf{B}$  nel punto  $P$  e prodotto dalla corrente  $\bar{I}_s$  circolante nel segmento  $j$ -esimo, ed avente ampiezza efficace  $I_s$ . Come si vede nella figura 4.2.6-1, ove è rappresentato il segmento conduttore rettilineo, il versore  $\mathbf{u}_{\phi j}$  è ricavato dal versore  $\mathbf{u}_l$  del conduttore  $l$  applicando la regola della vite destrorsa.

La relazione (4.2.6.1) è facilmente adattabile al calcolo della componente di campo  $\mathbf{B}$  nel punto  $P$  dovuta alla corrente indotta nello schermo, nel caso in cui, come è stato detto prima, si scelga di considerarlo come rete di conduttori elettrici filiformi descritta dal grafo associato alla mesh. Quindi si ha:

$$\bar{\mathbf{B}}_{rms\ schermo}(P) \cong \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{i=1}^{NI} \frac{\bar{I}_i \Delta l_i}{d_i^2} \mathbf{u}_{\phi i} \quad (4.2.6.2)$$

dove  $\Delta l_i$  è la lunghezza del generico lato  $i$  del grafo,  $d_i$  è la distanza tra il punto medio di questo lato ed il punto  $P$  nel quale si sta calcolando l'intensità del campo, e  $\mathbf{u}_{\phi i}$  è il versore della direzione del campo  $\mathbf{B}$  nel punto  $P$  e prodotto dalla corrente  $\bar{I}_i$  circolante nel lato  $i$ , avente ampiezza efficace  $I_i$ .

Poichè le correnti  $\bar{I}_s$  e  $\bar{I}_i$  sono espresse in forma fasoriale, i vettori  $\bar{\mathbf{B}}_{rms\ spira}$  e  $\bar{\mathbf{B}}_{rms\ schermo}$  avranno componenti lungo gli assi del sistema di riferimento, anch'esse espresse in forma fasoriale. Si osserva che l'approssimazione introdotta con la relazione precedente risulta tanto più valida quanto minore è il rapporto  $\Delta l_i/d_i$  tra la lunghezza dei lati del grafo e la distanza con il punto  $P$  ove si sta determinando l'intensità del campo. Nel caso in cui il punto  $P$  sia molto vicino alla lastra, per migliorare l'accuratezza del calcolo dell'effetto schermante, può essere aumentato l'infittimento della mesh.

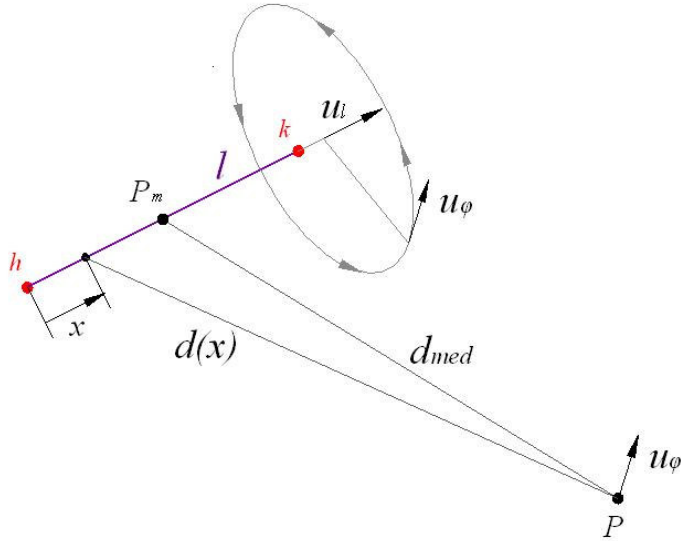


Figura 4.2.6-1 - Convenzioni per l'applicazione della legge di Biot-Savart.

Tuttavia, l'aumento del numero di brick a parità di dimensioni della lastra, comporta un aumento di tipo quadratico del numero di elementi nelle matrici della relazione (4.2.4.10), talchè può non risultare conveniente questa scelta, oltre un certo grado di infittimento della mesh, a seguito di un aumento eccessivo del tempo richiesto allo svolgimento dei calcoli. Alternativamente, si può raffinare il calcolo di  $\bar{\mathbf{B}}_{rms\ schermo}$  ricorrendo ad integrali di linea lungo i lati associati alle correnti dello schermo, cioè:

$$\bar{\mathbf{B}}_{rms\ schermo}(P) \cong \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{i=1}^{NI} \bar{I}_i \mathbf{u}_{\phi i} \int_{l_i} \frac{1}{d_i^2(x)} dx \quad (4.2.6.3)$$

dove  $x$  rappresenta l'ascissa lineare lungo il lato  $i$ -esimo del grafo. Come accennato, infine, la determinazione di  $\bar{\mathbf{B}}_{rms\ schermo}$  può essere ulteriormente raffinata se invece di considerare la corrente dello schermo concentrata nei lati del grafo, la si considera concentrata nei conduttori equivalenti dei volumi di pertinenza. I calcoli possono ancora essere svolti con una approssimazione del tipo della (4.2.6.2) oppure della (4.2.6.3), con opportuni adattamenti.

Una stima iniziale della bontà dei risultati del codice di calcolo sviluppato è ottenuta per confronto con i risultati di modelli simili realizzati in ambiente FLUX 2D. Inizialmente consideriamo le correnti indotte nello schermo.

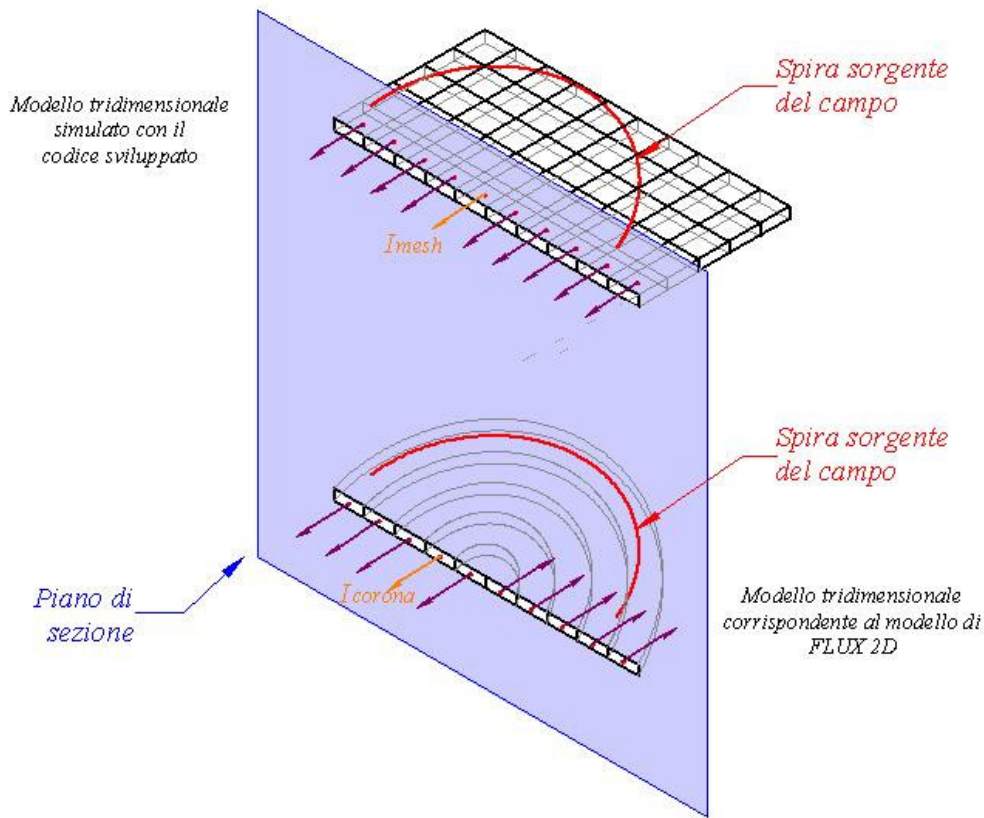


Figura 4.2.6-2 - Corrispondenze tra il modello implementato nel codice di calcolo (sopra) e modello FEM realizzato con FLUX 2D (sotto).

Il modello FEM bidimensionale, realizzato con FLUX 2D, ha simmetria cilindrica. Con riferimento alla figura (4.2.6-3), si vede che nel modello realizzato con FLUX 2D la lastra di schermo non ha forma quadrata, a causa della simmetria assiale, e quindi è come se fosse un disco di metallo, dello stesso materiale e con lo stesso spessore di quelli considerati nel codice di calcolo. Detto disco ha diametro uguale alla lunghezza del lato della lastra (1m) ed è suddiviso in un numero di corone circolari pari alla metà delle suddivisioni in cui si è frazionato il lato della lastra, che sono in numero pari. L'ampiezza di ogni corona circolare è uguale alla lunghezza del lato del generico brick in cui è stata suddivisa la lastra. Il disco è affacciato ad una spira circolare, avente diametro ed una distanza da esso pari a quelli impostati nel codice di calcolo, ed è alimentata da una corrente alternata di pari frequenza e valore efficace. La suddivisione del disco in corone circolari consente, in fase di post-elaborazione dei risultati, di

calcolare la totale corrente circolante per ciascuna di esse; data la simmetria del sistema spira-schermo, le correnti nelle corone corrispondono ad opportune correnti circolanti nella rete elettrica associata alla mesh della lastra, come risulta evidente dalla figura 4.2.6-2. In particolare, immaginando di sezionare con un opportuno piano di sezione il sistema schermo-spira lungo uno degli assi di simmetria ortogonali ai lati della lastra, il piano di sezione da luogo alla medesima sezione visibile nel modello FEM di FLUX 2D. Quindi, le correnti della rete elettrica intercettate da questo piano di simmetria corrispondono, nel confronto, alle correnti circolanti nelle corone circolari rispettive, come mostrato riassuntivamente nella figura 4.2.6-2.

Oltre alla corrispondenza tra correnti di mesh e correnti circolanti nelle corone, si può stabilire anche una corrispondenza tra la densità di corrente associata ai brick e la densità di corrente media nella sezione della corona, ricavabile dalla corrente circolante in ognuna di esse con la relazione seguente:

$$J_{med.-corona} = \frac{I_{corona}}{S_{corona}} \quad (4.2.6.4)$$

dove  $J_{med.-corona}$  è la densità di corrente media nella sezione di ogni corona,  $I_{corona}$  è la corrente totale circolante nella corona, determinata in fase di post-processing con FLUX 2D e risultante dal flusso del vettore  $\mathbf{J}$  attraverso una generica sezione delle corone, e  $S_{corona}$  è la sezione della corona relativa alla corrente  $I_{corona}$ . I valori di  $J_{med.-corona}$  sono confrontati con i valori approssimati calcolati dal codice di calcolo sviluppato, e ricavati dalla relazione (4.2.3.18) dopo averne ricavato il modulo.

Dal modello di calcolo sviluppato, al variare della frequenza e dello spessore della lastra, sono ricavati i seguenti valori:

- il massimo modulo  $\hat{I}_s$  delle correnti  $[\mathbf{I}_{sch}]$  della rete elettrica associata al grafo;
- il massimo modulo  $\hat{J}_s$  delle densità di corrente  $\mathbf{J}_i$  dei brick.

Si comprende facilmente come i brick interessati dalla massima densità di corrente siano quelli più vicini al conduttore della spira, e di conseguenza saranno i lati della rete elettrica associata più vicini alla spira, quelli che verosimilmente avranno la massima

intensità di corrente circolante. Analogamente, le corone conduttive del modello bidimensionale realizzato con FLUX 2D che sono interessate dalla massima corrente circolante, sono anch'esse le più vicine alla spira. Pertanto, i due valori sopra ricavati sono confrontati rispettivamente con i seguenti:

- il massimo modulo  $\hat{I}_c$  delle correnti circolanti nelle corone;
- la massima densità  $\hat{J}_c$  di corrente media delle corone, calcolata da  $\hat{I}_c$  ricorrendo alla relazione (4.2.6.4).

Di seguito sono riportati i risultati del confronto. Le correnti  $\hat{I}_s$  sono indicate come '*max(mod(Isch))*'; le densità di corrente  $\hat{J}_s$  sono indicate come '*max(mod(J))*'. Le correnti  $\hat{I}_c$  si manifestano nelle corone più vicine alla spira; nel modello FLUX 2D alle corone più vicine sono associate le correnti di seguito indicate come *I8* e *I9* nel modello FLUX 2D associato al modello simulato nel codice di calcolo, e relativo ad una mesh di 20x20 brick applicata alla lastra. Quindi si indicano con '*mod(I8)*' e '*mod(I9)*' i moduli delle correnti totali circolanti in dette corone, e con '*J. equiv – I8*', '*J equiv. – I9*' si indicano sono le densità medie di corrente ad esse associate secondo la relazione (4.2.6.4).

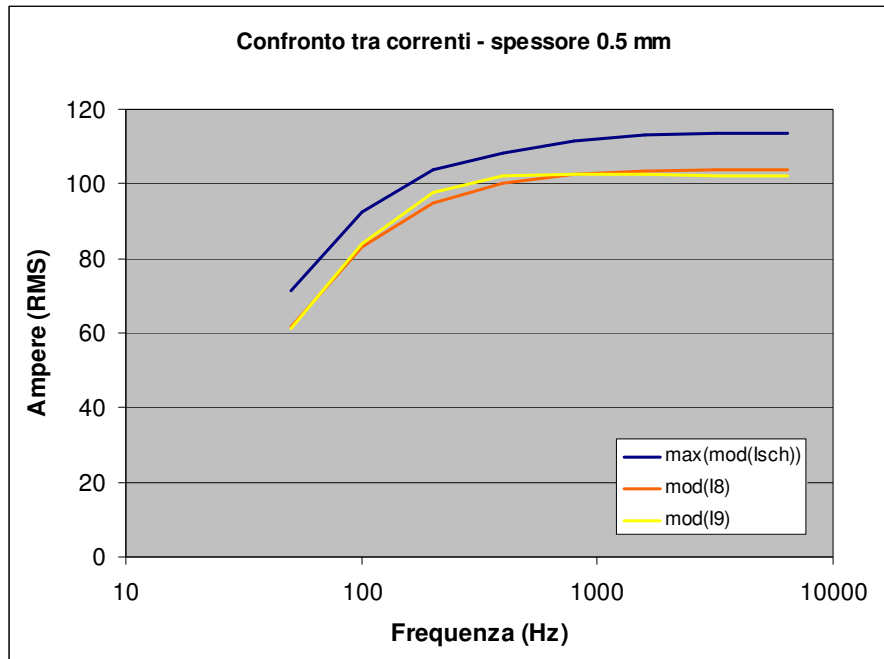


Figura 4.2.6-3 – Confronto tra correnti indotte calcolate con il modello sviluppato ( $\max(\text{mod}(\text{Isch}))$ ) e con quell calcolate con il modello equivalente, sviluppato con FLUX 2D ( $\text{mod}(18)$  e  $\text{mod}(19)$ ).

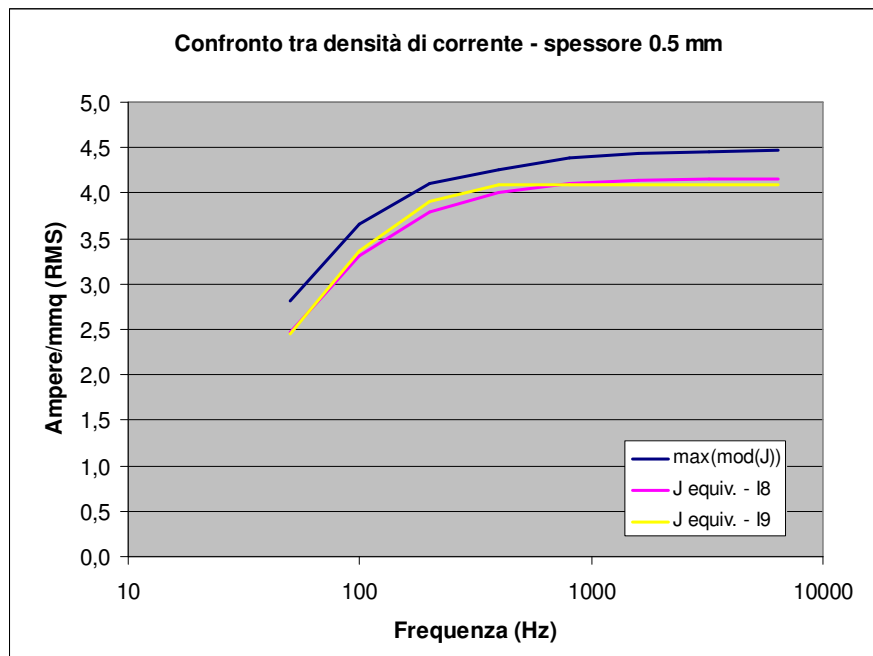


Figura 4.2.6-4 - Confronto tra densità di corrente indotta calcolata con il modello sviluppato ( $\max(\text{mod}(J))$ ) con quella calcolata con il modello equivalente, sviluppato con FLUX 2D ( $J \text{ equiv.} - 18$  e  $J \text{ equiv.} - 19$ ).

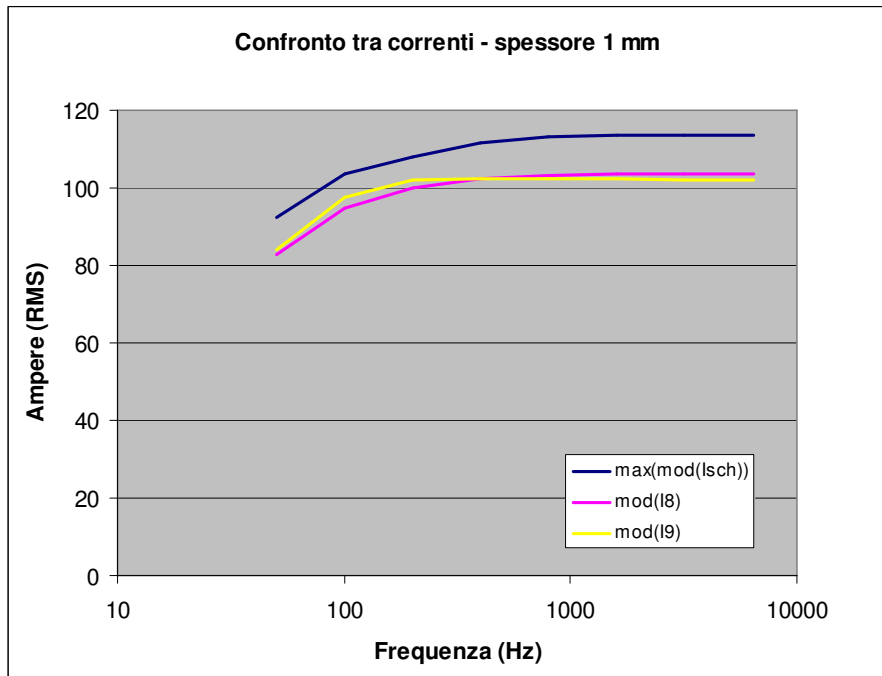


Figura 4.2.6-5 - Confronto tra correnti indotte calcolate con il modello sviluppato ( $\max(\text{mod}(I_{sch}))$ ) e con quell calcolate con il modello equivalente, sviluppato con FLUX 2D ( $\text{mod}(I_8)$  e  $\text{mod}(I_9)$ ).

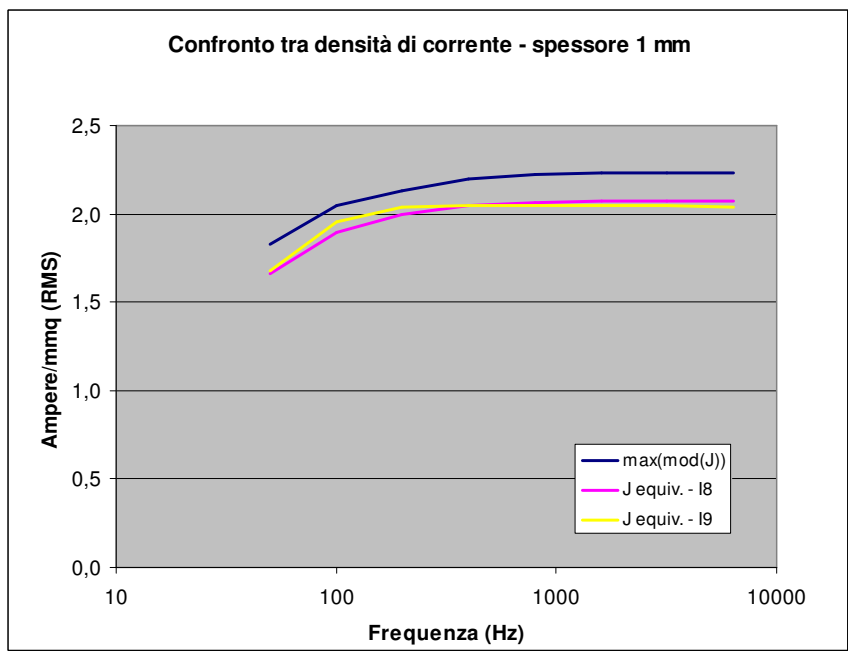


Figura 4.2.6-6 - Confronto tra densità di corrente indotta calcolata con il modello sviluppato ( $\max(\text{mod}(J))$ ) con quella calcolata con il modello equivalente, sviluppato con FLUX 2D ( $J \text{ equiv. } - I_8$  e  $J \text{ equiv. } - I_9$ ).

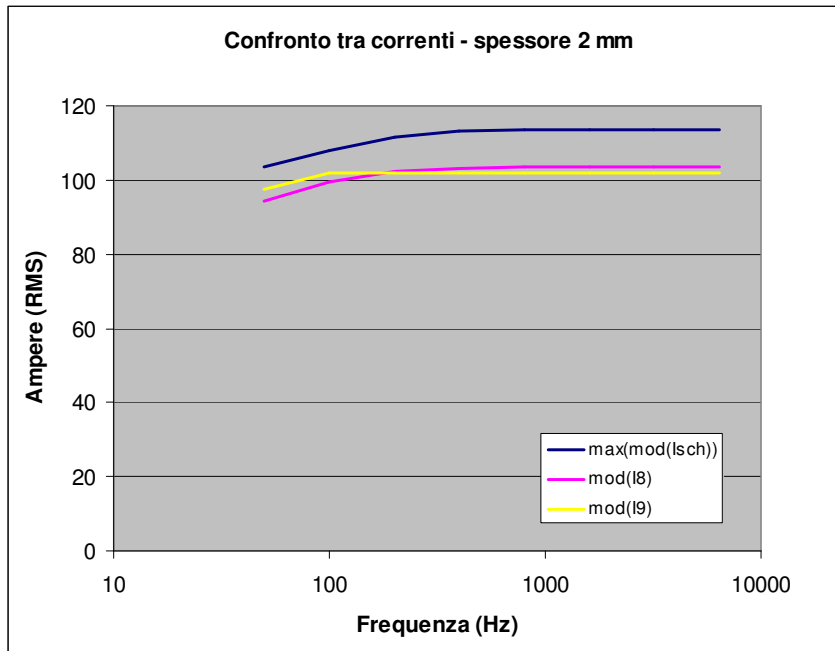


Figura 4.2.6-7 - Confronto tra densità di corrente indotta calcolata con il modello sviluppato ( $\max(\text{mod}(J))$ ) con quella calcolata con il modello equivalente, sviluppato con FLUX 2D ( $J_{equiv. - I_8}$  e  $J_{equiv. - I_9}$ ).

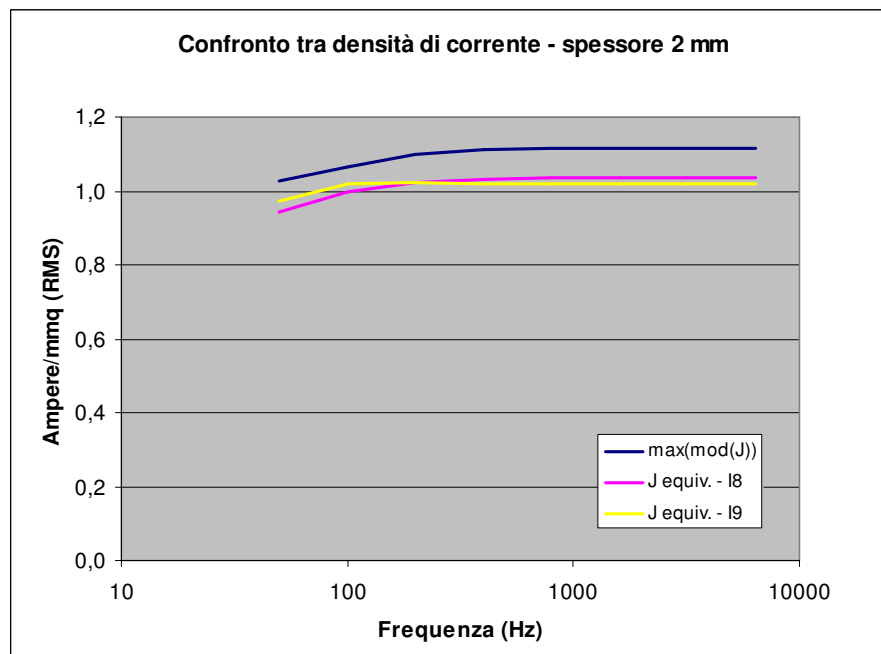


Figura 4.2.6-8 - Confronto tra densità di corrente indotta calcolata con il modello sviluppato ( $\max(\text{mod}(J))$ ) con quella calcolata con il modello equivalente, sviluppato con FLUX 2D ( $J_{equiv. - I_8}$  e  $J_{equiv. - I_9}$ ).

Il confronto sopra riportato fornisce i primi elementi che consentono di affermare che l'approccio di calcolo proposto descrive con buona approssimazione la distribuzione della corrente rispetto ad un modello equivalente sviluppato con FLUX 2D.

Un altro confronto si può fare paragonando gli andamenti della densità di corrente lungo percorsi rettilinei che attraversano lo sviluppo planare dello schermo in direzione radiale, verso l'esterno ed a partire dal centro. In questo modo è possibile vedere come l'approccio di calcolo proposto descrive la distribuzione della corrente nello schermo, rispetto ai risultati forniti da FLUX 2D con un modello equivalente. Per eseguire questo confronto si è scelto di realizzare nuovamente un modello FLUX 2D in cui lo schermo è rappresentato tramite un disco avente diametro di 1m, cioè pari al lato della lastra quadrata, come indicato in figura 4.2.6.1, ma avente un numero di corone circolari molto superiori (50). In questo modo si suppone che la densità di corrente media nella sezione di ogni corona, calcolata con la relazione (4.2.6.4), possa più significativamente essere confrontata con la densità di corrente calcolata dal codice di calcolo per ogni brick, dato che nelle ipotesi si era scelto di descrivere la densità di corrente indotta  $\mathbf{J}$  con un'approssimazione che la considerasse di ampiezza costante per ognuno di essi. Questo assunto è tanto più valido quando più bassa è la frequenza, cioè quanto più uniforme è nella realtà la distribuzione della densità di corrente lungo lo spessore dello schermo, ma fornisce ugualmente un'indicazione significativa circa l'affidabilità dei risultati prodotti dal codice di calcolo sviluppato, anche per le frequenze più alte. Data la simmetria del problema, anche per questo confronto si è scelto di sezionare il sistema come indicato in figura 4.2.6.1, cioè con un piano passante per un diametro della spira, e parallelo ad uno dei lati della lastra schermante, e si sono diagrammate le densità di corrente sopra considerate, lungo un segmento che origina dal centro della lastra quadrata, nel codice sviluppato, e della lastra rotonda, nel modello FLUX 2D, e diretto verso l'esterno (vedere figura 4.2.6-9).

Il confronto delle distribuzioni di densità di corrente rivela l'ottima concordanza tra i valori calcolati col codice sviluppato ed i valori calcolati con FLUX 2D. Si osserva che verso l'esterno della lastra quadrata e della lastra rotonda, i due codici di calcolo indicano un addensamento di corrente soprattutto all'aumentare della frequenza. Il codice sviluppato simula le correnti indotte discretizzando la lastra in 20x20 brick, e

quindi i valori di densità di corrente presi in considerazione per i confronti lungo un segmento che va dal centro della lastra verso l'esterno, sono 10; il modello FLUX 2D discretizza il disco in 50 corone. La maggiore discretizzazione del modello FLUX 2D consente una migliore descrizione dell'andamento della densità di corrente media indotta, tuttavia il codice sviluppato dimostra ugualmente buone capacità di predizione delle correnti indotte. Il confronto svolto precedentemente, sui massimi valori di densità di corrente e che aveva indicato una differenza del 10-15% tra i risultati del codice sviluppato e del modello realizzato in con FLUX 2D, trova spiegazione nel confronto tra le distribuzioni spaziali per la densità di corrente. Entrambi i modelli, inoltre, sono concordi nell'indicare addensamenti di corrente in prossimità dei bordi degli schermi, all'aumentare della frequenza; la predizione dei valori di densità di corrente sui bordi, ottenibile col codice di calcolo sviluppato, tende a discostarsi dai valori ricavabili da FLUX 2D, ma può essere migliorata infittendo la mesh.

L'approccio di calcolo proposto, pertanto, si dimostra attendibile ai fini del calcolo delle correnti indotte in lastre metalliche impiegate come schermo.

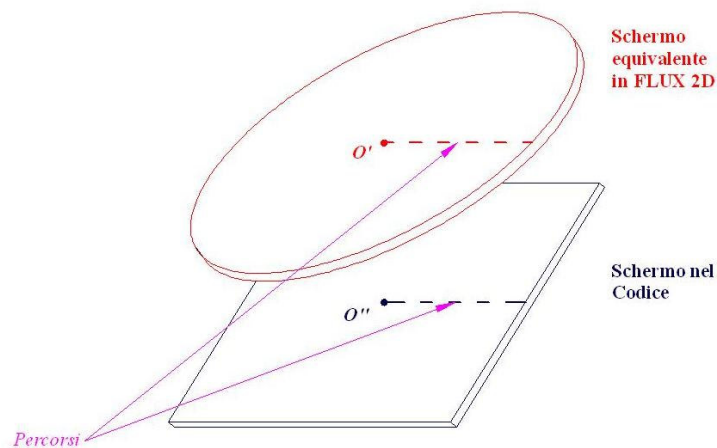


Figura 4.2.6-9 – Percorsi lungo i quali sono calcolate le densità di corrente riportate nei grafici delle figure dalla 4.2.6-10 alla 4.2.6-13.

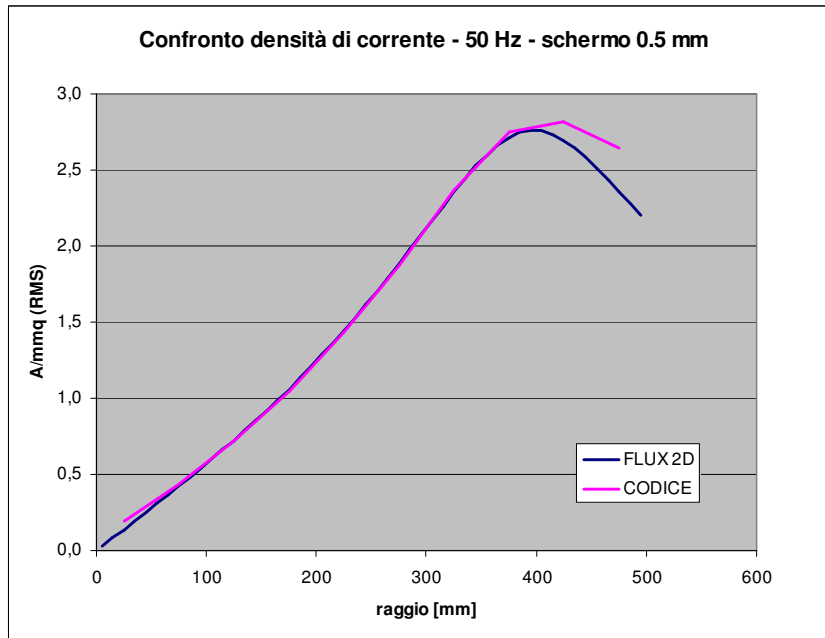


Figura 4.2.6-10 – Confronto tra le densità di corrente calcolate con il codice sviluppato e con un modello equivalente sviluppato con FLUX 2D, lungo i percorsi indicati in fig. 4.2.6-9.

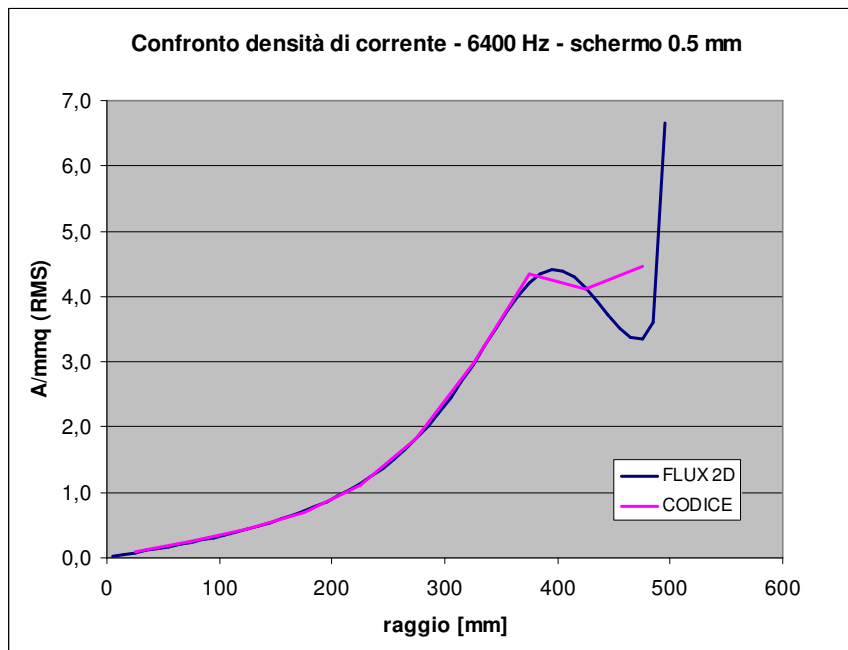


Figura 4.2.6-11 – Confronto tra le densità di corrente calcolate con il codice sviluppato e con un modello equivalente sviluppato con FLUX 2D, lungo i percorsi indicati in fig. 4.2.6-9.

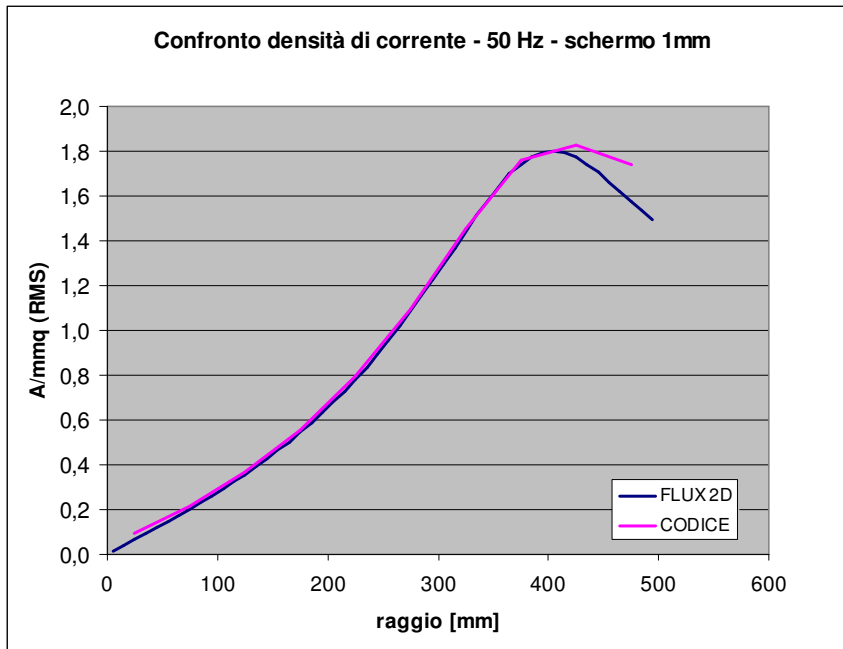


Figura 4.2.6-12 - Confronto tra le densità di corrente calcolate con il codice sviluppato e con un modello equivalente sviluppato con FLUX 2D, lungo i percorsi indicati in fig. 4.2.6-9.

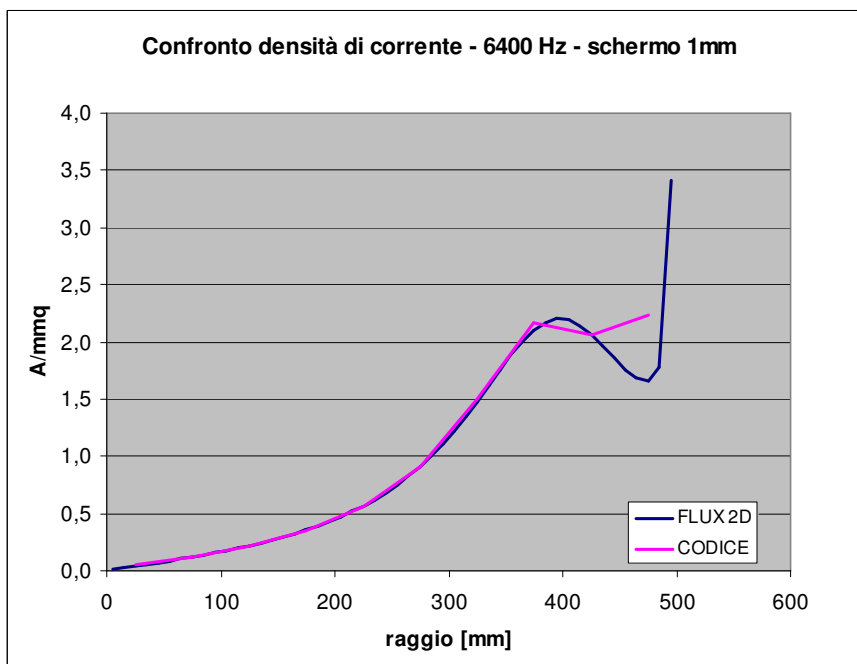
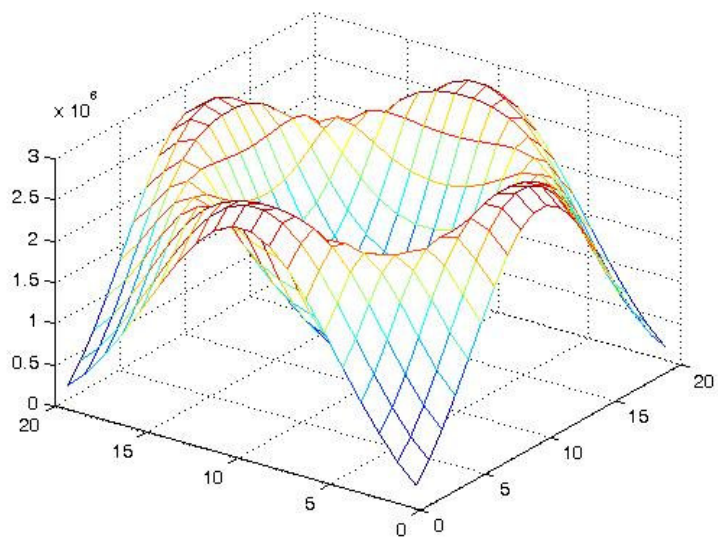
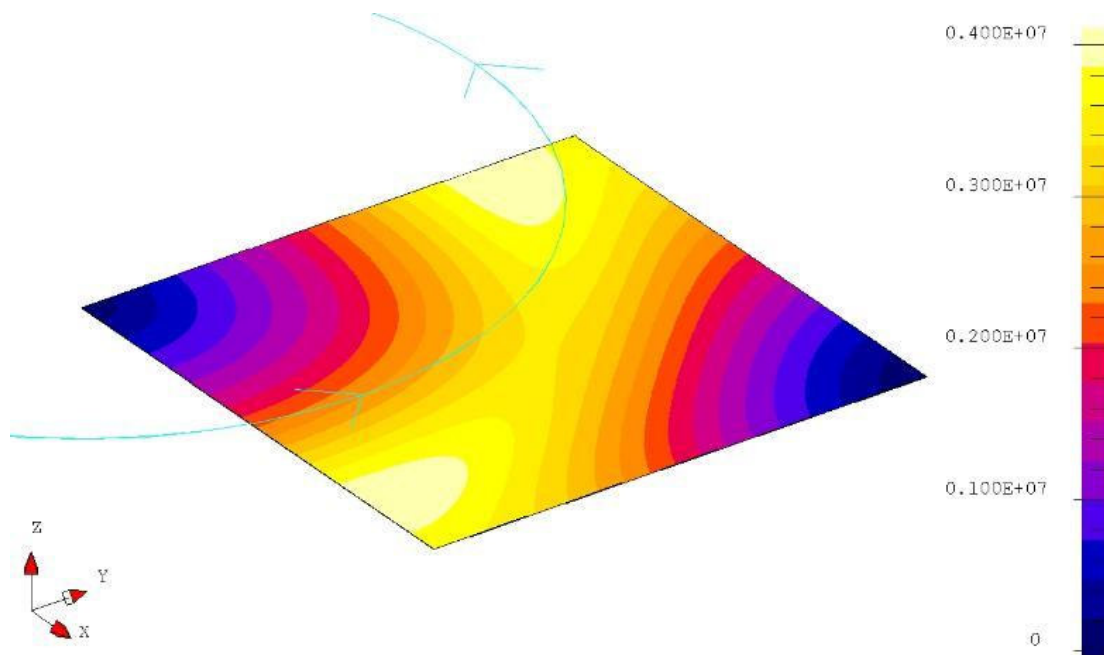


Figura 4.2.6-13 - Confronto tra le densità di corrente calcolate con il codice sviluppato e con un modello equivalente sviluppato con FLUX 2D, lungo i percorsi indicati in fig. 4.2.6-9.

Nelle figure 4.2.6-14, 4.2.6-15, 4.2.6-16 sono riportate le distribuzioni della densità di corrente calcolata nei brick con il codice sviluppato, e sulla superficie affacciata alla spira, tramite FLUX 3D; l'unità di misura è l'Ampere/mm<sup>2</sup>. A 50 Hz si vede come i valori di  $J$  in prossimità della spira sono molto vicini nei due casi. All'aumentare della frequenza la corrente elettrica tende a distribuirsi sulla superficie della lastra dalla parte della spira e verso i bordi esterni, in corrispondenza dei quali i valori di densità di corrente determinati con FLUX 3D tendono leggermente a discostarsi da quelli calcolati col codice sviluppato; tuttavia si nota ugualmente come l'addensamento di corrente lungo i bordi della lastra sia visibile anche nel risultato del codice di calcolo, nonostante la mesh sia molto meno fitta rispetto al modello FLUX 3D.

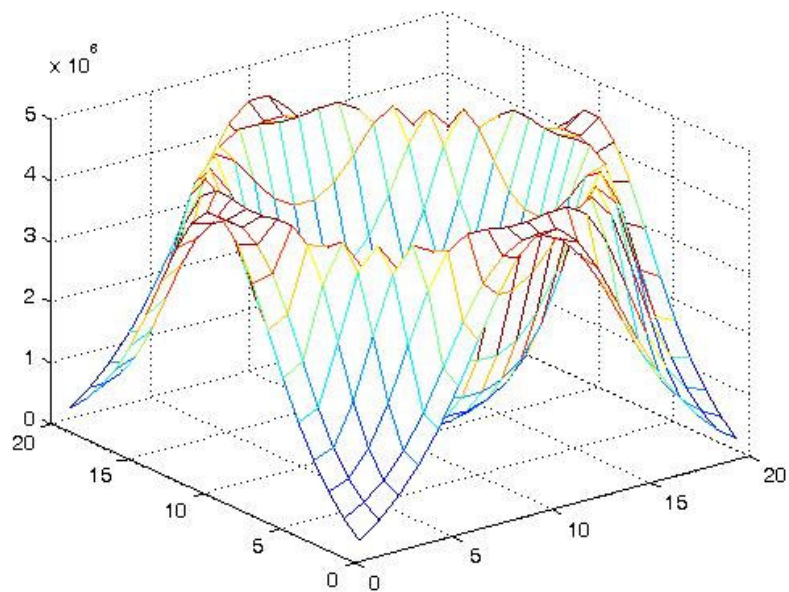


(a)

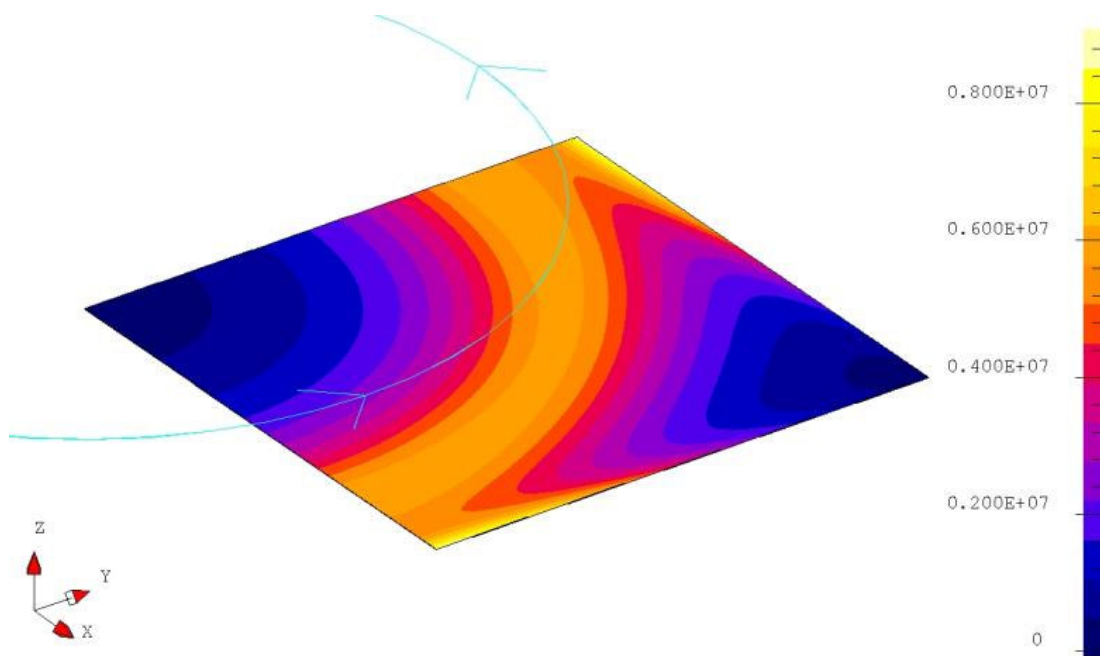


(b)

Figura 4.2.6-14 - Distribuzione della modulo della densità di corrente indotta nella lastra quadrata, suddivisa in 20x20 brick con spessore di 0.5mm., alla frequenza di 50 Hz. In (a) il risultato del codice di calcolo, in (b) il risultato calcolato con FLUX 3D (la linea celeste indica la spira), relativo ad un quarto della lastra.

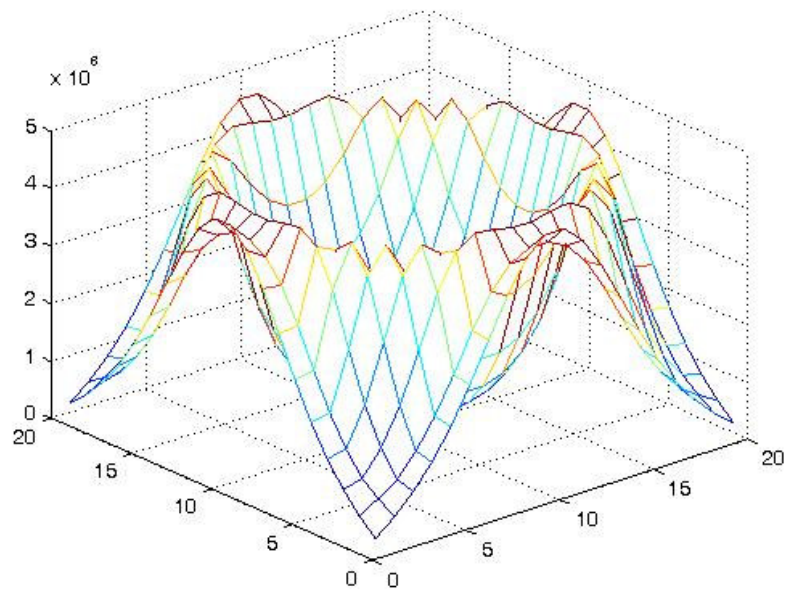


(a)

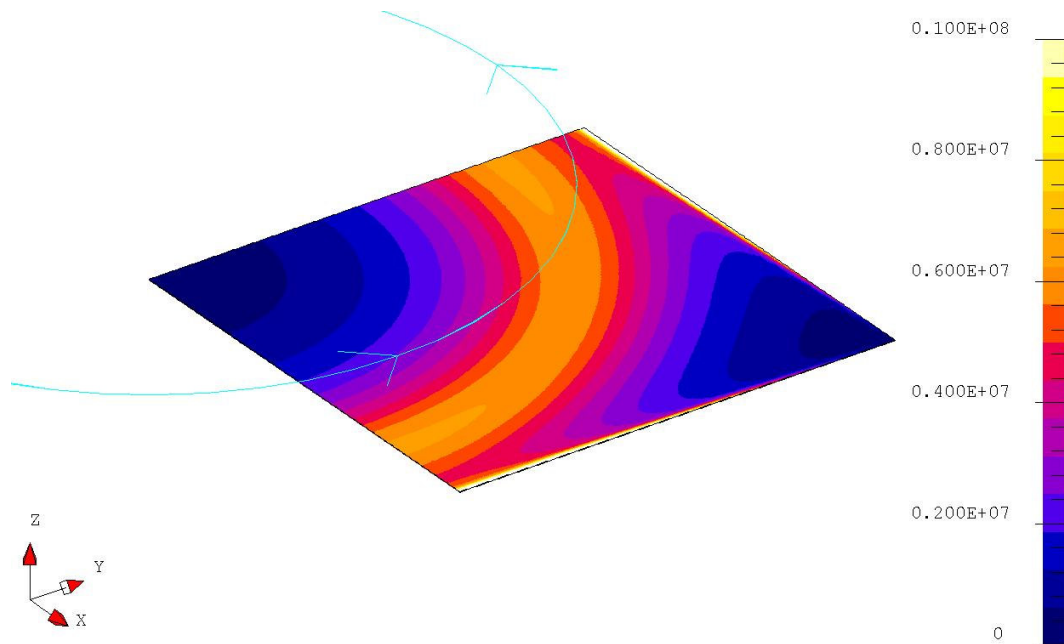


(b)

Figura 4.2.6-15 - Distribuzione della modulo della densità di corrente indotta nella lastra quadrata, suddivisa in 20x20 brick con spessore di 0.5mm., alla frequenza di 800 Hz. In (a) il risultato del codice di calcolo, in (b) il risultato calcolato con FLUX 3D (la linea celeste indica la spira), relativo ad un quarto della lastra.



(a)



(b)

Figura 4.2.6-16 - Distribuzione della modulo della densità di corrente indotta nella lastra quadrata, suddivisa in 20x20 brick con spessore di 0.5mm., alla frequenza di 6400 Hz. In (a) il risultato del codice di calcolo, in (b) il risultato calcolato con FLUX 3D (la linea celeste indica la spira), relativo ad un quarto della lastra; la scala delle intensità è limitata a 10 A/mm<sup>2</sup>.

A questo punto rimane da valutare i risultati del codice sviluppato in termini di intensità risultante per il campo induzione magnetica. Nel modello sviluppato, l'ampiezza del campo è determinata per sovrapposizione degli effetti, a partire dal campo prodotto dalla sorgente e dal campo prodotto dalle correnti indotte nello schermo, applicando la legge di Biot-Savart, secondo quanto indicato all'inizio di questo paragrafo, con la relazione 4.2.6.1 per il campo generato dalla sorgente, e 4.2.6.3 per quello generato dalle correnti indotte nello schermo. Le curve seguenti considerano lo schermo avente spessori di 0,5, 1, 2 e 3 millimetri, e descrivono il campo risultante lungo l'asse di simmetria ortogonale alla lastra, dalla parte opposta a quella dove si trova la sorgente, per alcune frequenze nella banda 0Hz – 100 KHz. I grafici seguenti riportano l'andamento dell'ampiezza del campo determinati con FLUX 2D, FLUX 3D e con il codice sviluppato, lungo il percorso suddetto: le irregolarità negli andamenti sono state smussate applicando una interpolazione polinomiale del 6° ordine (curve indicate con 'Poly', nelle legende), e sono conseguenza delle approssimazioni introdotte dalla mesh applicata al volume d'aria dove interessa calcolare l'ampiezza del campo.

Il modello realizzato con FLUX 3D è mostrato nella figura 4.2.6 – 17.

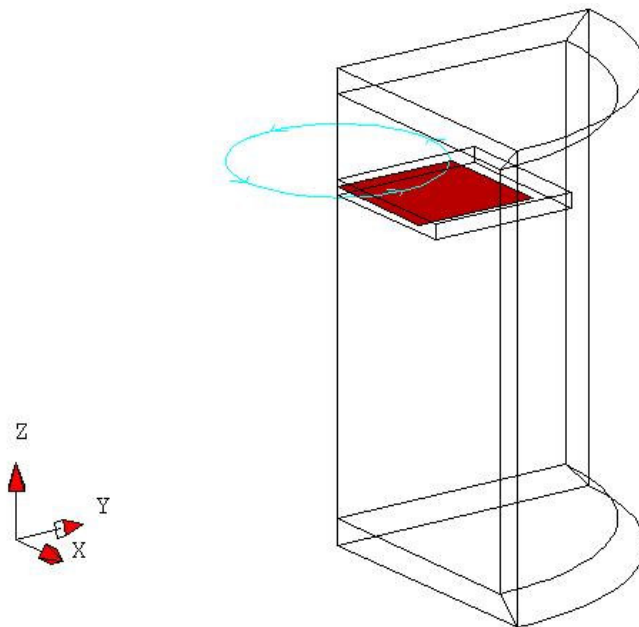


Figura 4.2.6-17 - Modello FLUX 3D della spira (celeste) con lo schermo (rosso).

Il modello ha due piani di simmetria: il piano  $XZ$  ed il piano  $YZ$ ; queste simmetrie sono state sfruttate per ridurre il numero di elementi della mesh, ma ciononostante per ottenere risultati sufficientemente accurati, in FLUX 3D il numero di brick richiesto lungo il lato della lastra è di 400 per ogni strato di mesh. Si osserva, a tal riguardo, che FLUX 3D non accetta mesh in cui vi siano elementi di volume con rapporto tra le lunghezze dei lati molto superiore ad 1. Non sarebbe stato possibile eseguire calcoli con FLUX realizzando una mesh uguale a quella impiegata nel codice sviluppato. I risultati di seguito riportati, tuttavia, indicano un'ottima sovrapposibilità dei risultati tra FLUX 3D ed il codice sviluppato, per quanto riguarda l'ampiezza della densità di corrente indotta nello schermo. Nei modelli FLUX 2D e 3D lo spessore della lastra è stato fatto variare da 0.5 a 3mm, con passi di 0.5mm: a 0.5mm di spessore, la lastra è stata suddivisa con uno strato di brick; ad 1.0mm di spessore, è stata suddivisa con due strati di brick, e così via. Nel modello implementato, come già spiegato, lo spessore della lastra non è stato suddiviso e si è sempre realizzato un solo strato di brick, aventi il medesimo spessore della lastra: ciò comporta un notevole risparmio di risorse di calcolo. In figura 4.2.6-17 si osserva la maggiore estensione del volume di calcolo, dalla parte dello schermo opposta a quella della spira, e questo per contenere il percorso lungo il quale in fase di post-process si sono determinati gli andamenti del valore efficace dell'ampiezza del campo induzione magnetica, al variare dello spessore della lastra.

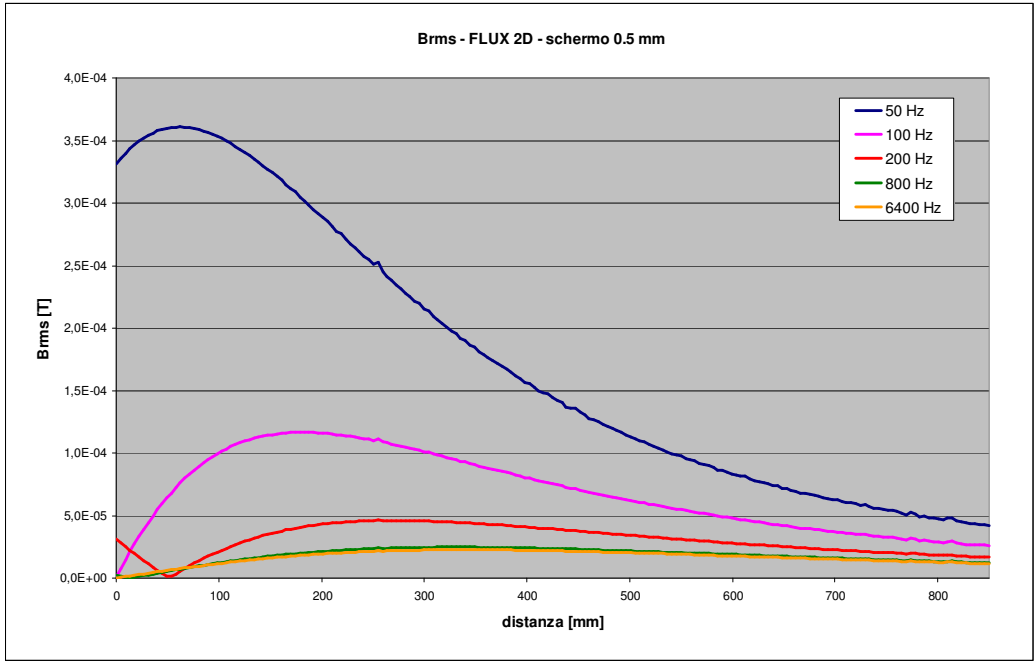


Figura 4.2.6-18 – Intensità del campo B lungo l'asse dello schermo dalla parte opposta della spira, al variare della frequenza, calcolato con il modello equivalente in FLUX 2D.

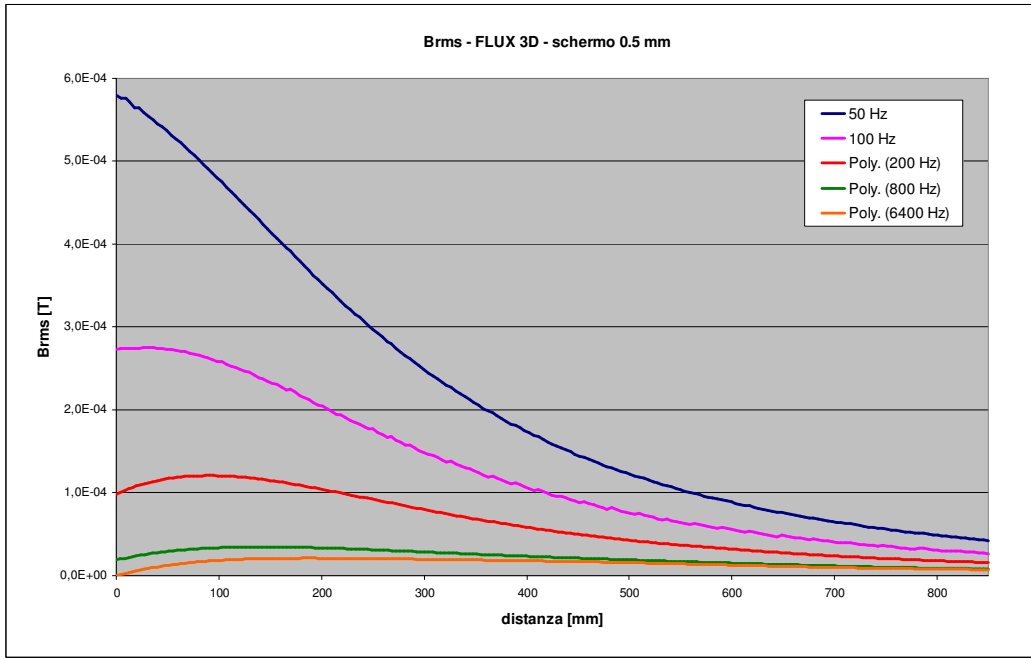


Figura 4.2.6-19 – Intensità del campo B lungo l'asse dello schermo dalla parte opposta della spira, al variare della frequenza, calcolato con FLUX 3D.

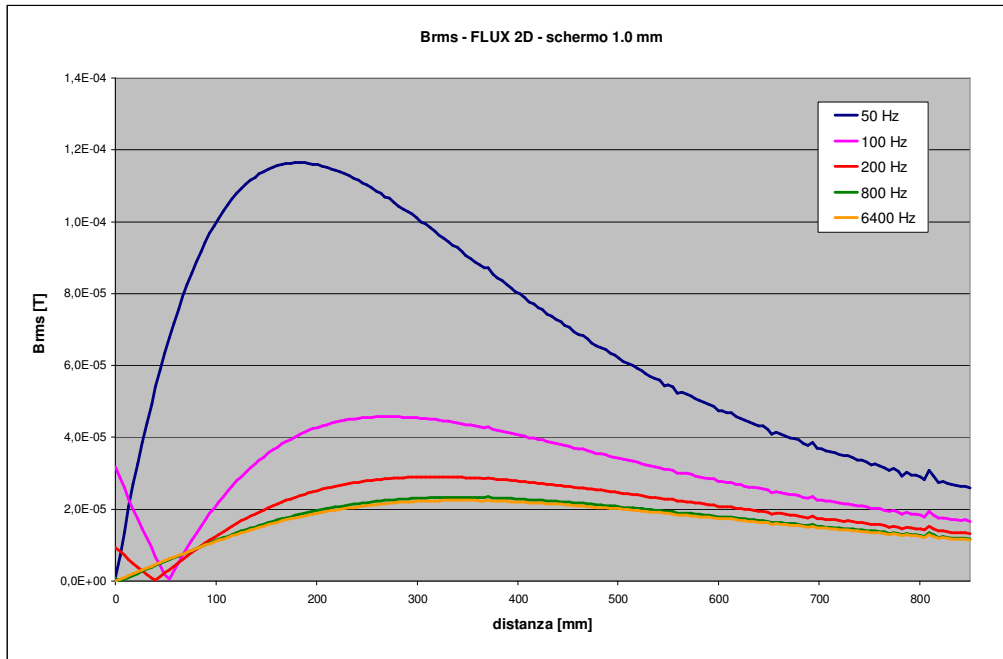


Figura 4.2.6-20 – Intensità del campo B lungo l'asse dello schermo dalla parte opposta della spira, al variare della frequenza, calcolato con il modello equivalente in FLUX 2D.

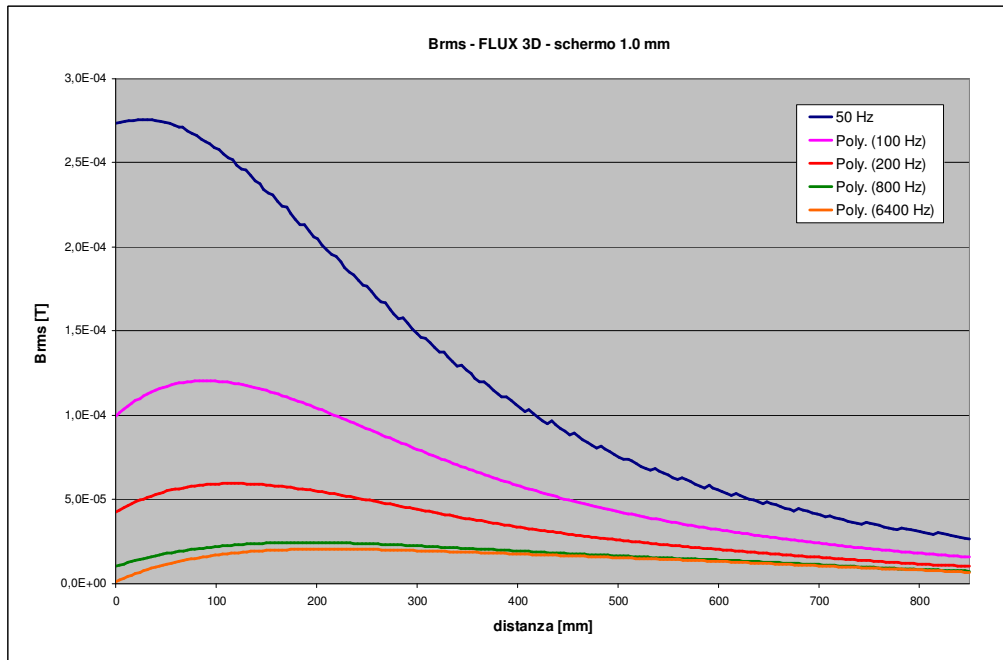


Figura 4.2.6-21 – Intensità del campo B lungo l'asse dello schermo dalla parte opposta della spira, al variare della frequenza, calcolato con FLUX 3D.

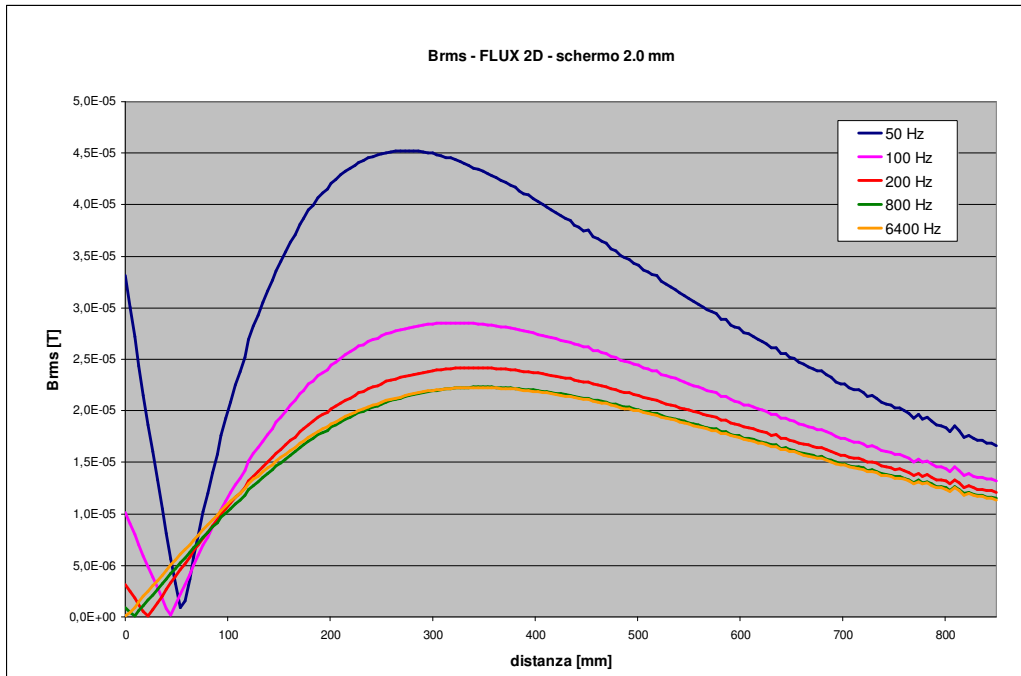


Figura 4.2.6-22 – Intensità del campo  $B$  lungo l'asse dello schermo dalla parte opposta della spira, al variare della frequenza, calcolato con il modello equivalente in FLUX 2D.

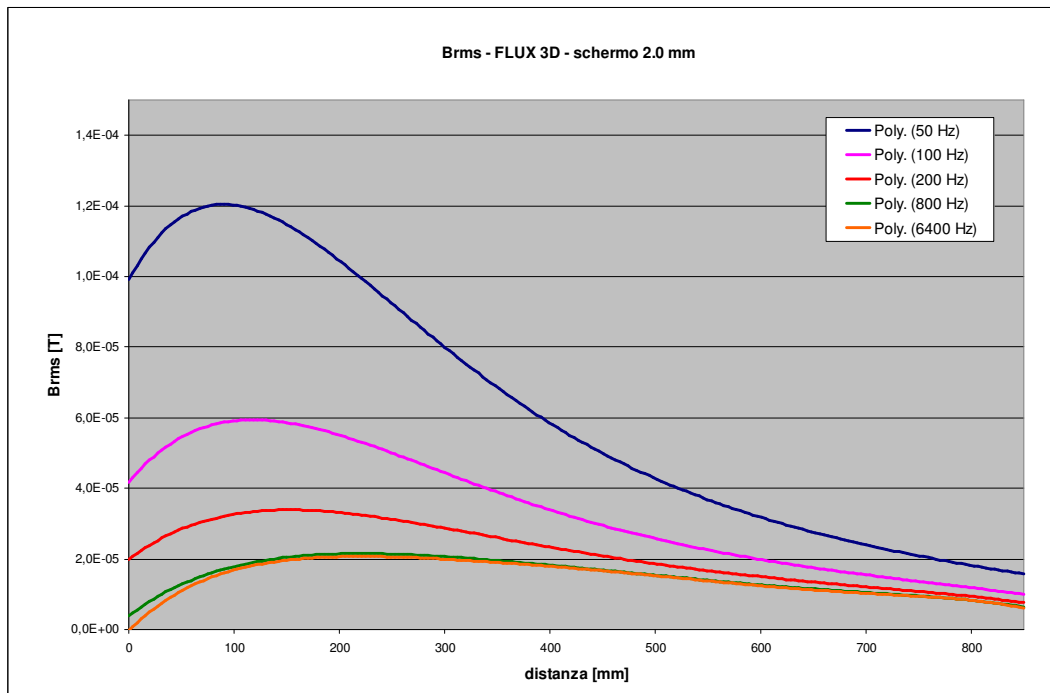


Figura 4.2.6-23 – Intensità del campo  $B$  lungo l'asse dello schermo dalla parte opposta della spira, al variare della frequenza, calcolato con FLUX 3D.

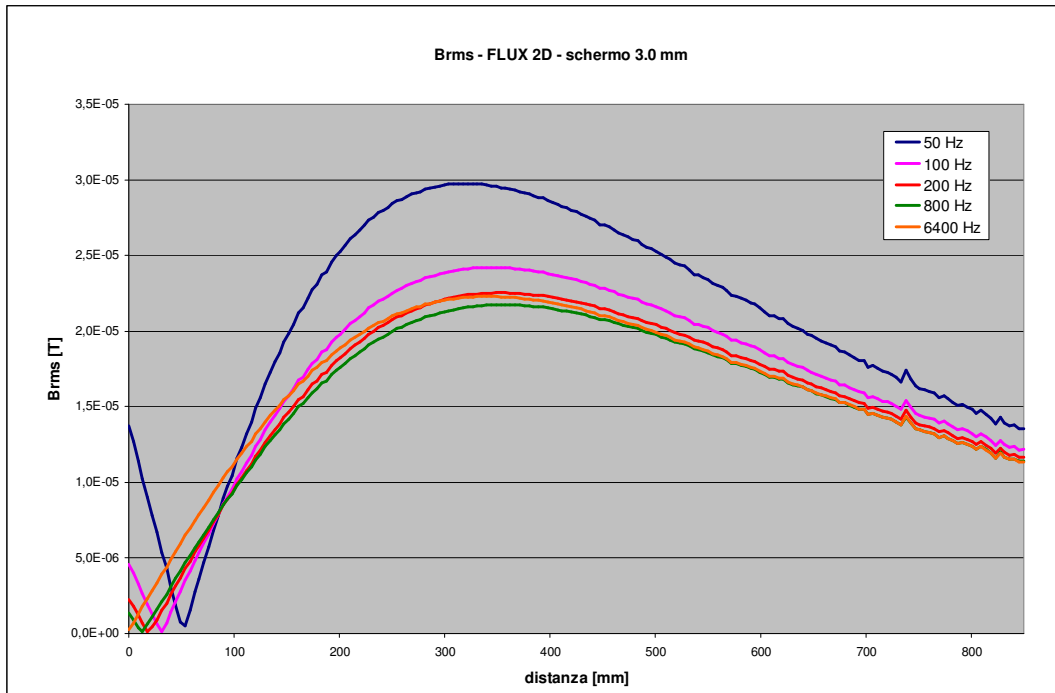


Figura 4.2.6-24 - Intensità del campo  $B$  lungo l'asse dello schermo dalla parte opposta della spira, al variare della frequenza, calcolato con il modello equivalente in FLUX 2D.

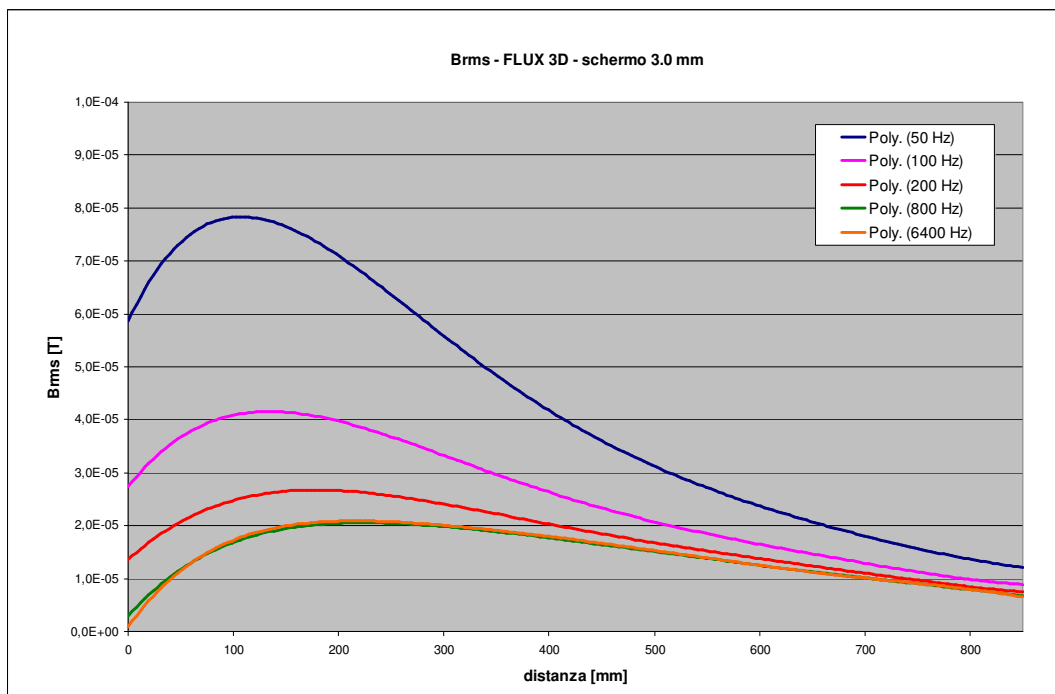


Figura 4.2.6-25 – Intensità del campo  $B$  lungo l'asse dello schermo dalla parte opposta della spira, al variare della frequenza, calcolato con FLUX 3D.

Nei grafici delle figure dalla 4.2.6-18 alla 4.2.6-25 si nota che l'andamento relativo alla frequenza di 800 Hz si discosta poco da quello a 6400 Hz. Quindi, si può pensare che gli schermi fino a qualche millimetro di spessore e che agiscono per correnti indotte, manifestano il pieno della loro capacità schermante per frequenze maggiori di qualche centinaio di Hertz. Le simulazioni eseguite con FLUX indicano che l'andamento delle curve di intensità di campo è abbastanza diverso dal modello bidimensionale a quello tridimensionale. Il modello bidimensionale, ricordiamo, è una approssimazione rispetto a quello tridimensionale che riproduce il modello sviluppato.

Come già si è potuto osservare dai risultati delle simulazioni per quanto riguarda le correnti indotte nello schermo, si vede anche dai grafici precedenti che gli effetti schermanti dipendono molto dallo spessore alle basse frequenze; da una certa frequenza in poi, diciamo attorno ad 1 KHz, l'intensità del campo risultante è pressochè indipendente dalla frequenza. Si osserva, poi, che all'aumentare dello spessore dello schermo, sia le simulazioni 2D che quelle 3D indicano una progressiva indipendenza dell'intensità del campo schermato, al variare dello spessore stesso, e questo aspetto è evidenziato anche dai risultati del codice di calcolo, come indicato nei grafici delle figure successive. La sensibile dipendenza degli effetti schermanti da parte dello spessore di schermo, alle basse frequenze, è imputabile al maggior peso della componente resistiva rispetto a quella reattiva che la forza elettromotrice indotta nella lastra si trova ad affrontare per far circolare corrente, e quindi piccoli spessori comportano resistenze relativamente maggiori, con conseguente riduzione della corrente indotta circolante; in altre parole, l'effetto schermante a frequenze relativamente basse è molto influenzato dallo spessore dello schermo. All'aumentare della frequenza la componente resistiva diventa trascurabile rispetto a quella reattiva; poichè la reattanza cresce linearmente con la frequenza, all'aumentare della frequenza stessa ed a parità di corrente circolante nella sorgente di campo si assiste contemporaneamente all'aumento dell'intensità della forza elettromotrice indotta ma anche ad un aumento percentualmente uguale della reattanza: questo spiega la relativa indipendenza della corrente indotta oltre una certa frequenza, evidente nelle figure dalla 4.2.6-3 alla 4.2.6-8, e per altro formalmente evidente già nella relazione finale del modello di calcolo, (4.2.3-24); in altre parole, a frequenze relativamente alte l'effetto schermante è poco o per nulla influenzato dallo spessore dello schermo.

Di seguito sono riportati, per alcune frequenze, i confronti tra gli andamenti delle intensità di campo ricavate con FLUX 2D, FLUX 3D e quelli ricavati dal codice sviluppato. Si vede che, per distanze prossime allo schermo, il codice di calcolo sovrastima il campo risultante rispetto a FLUX, mentre da una certa distanza in poi i valori di campo risultante sono prossimi tra loro, anche se per frequenze maggiori il codice di calcolo sottostima l'ampiezza rispetto a FLUX. Allo stato attuale dello studio si ritiene che l'accuratezza dell'ampiezza del campo, calcolata per posizioni prossime allo schermo, può essere migliorata se la componente di campo induzione magnetica dovuta alle correnti indotte è calcolata a partire dall'effettiva distribuzione della densità di corrente nei brick. Infatti, la relazione (4.2.6.3) considera la corrente indotta come concentrata nei tratti di conduttore del grafo elettrico, mentre in realtà il campo di corrente  $\mathbf{J}$  nel modello è considerato fisicamente distribuito nell'intero volume schermante, pur se approssimato come costante in modulo, direzione e verso all'interno di ogni brick. Allora, il calcolo degli effetti dello schermo per punti da esso lontani, eseguito considerando le correnti indotte  $[\mathbf{I}_{sch}]$  della rete elettrica associata, può essere accettabile, mentre per punti vicini occorre affinare la procedura di calcolo, eventualmente ricorrendo ancora alla suddivisione del volume schermante in opportuni volumi di pertinenza per ogni lato della rete elettrica, e successivamente suddividendo questi in volumi elementari, come si è fatto per il calcolo delle induttanze.

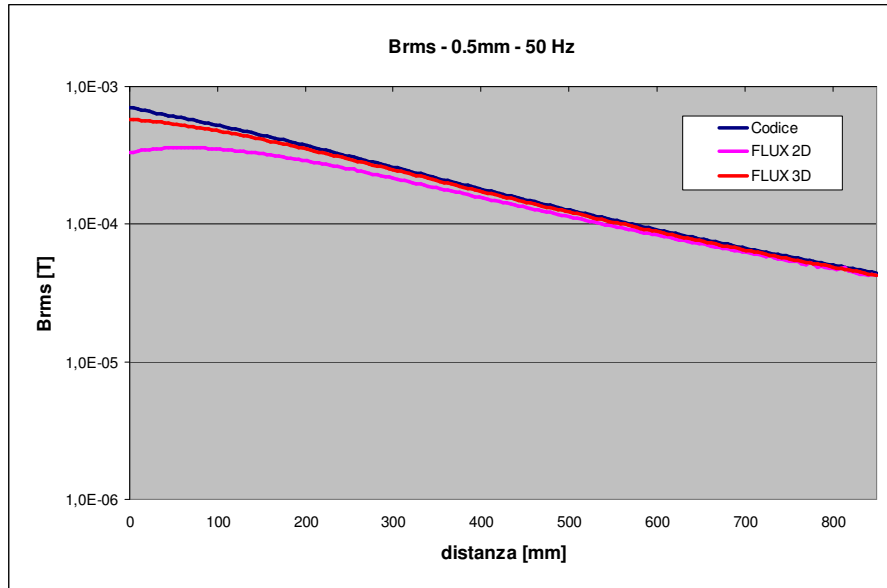


Figura 4.2.6-26 – Confronto tra le intensità di campo Brms, calcolate con il codice e con FLUX, lungo l'asse dello schermo dalla parte opposta della spira.

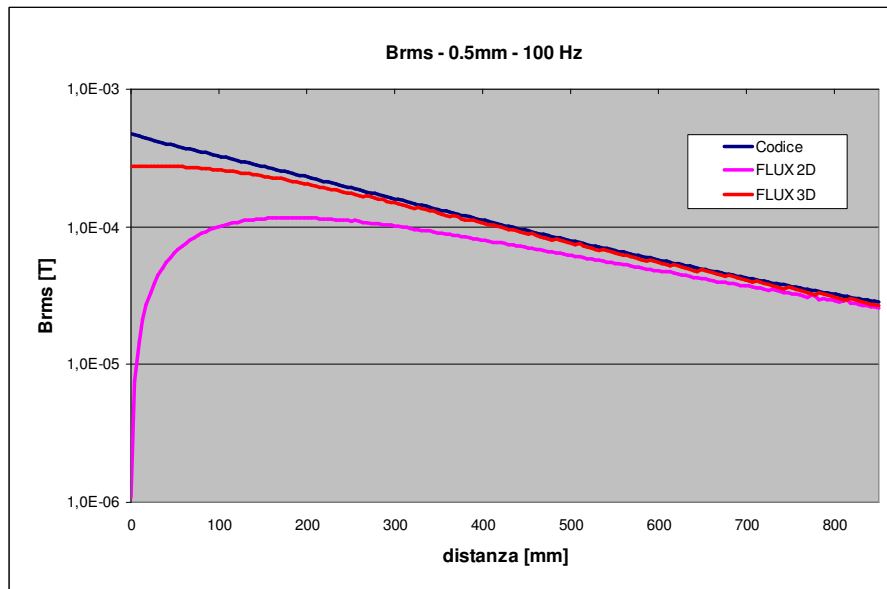


Figura 4.2.6-27 – Confronto tra le intensità di campo Brms, calcolate con il codice e con FLUX, lungo l'asse dello schermo dalla parte opposta della spira.

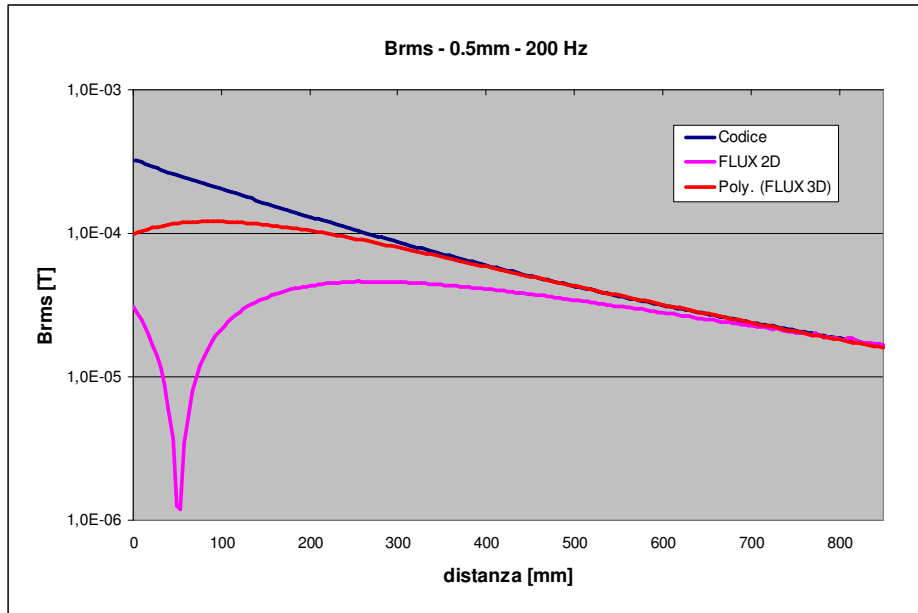


Figura 4.2.6-28 - Confronto tra le intensità di campo Brms, calcolate con il codice e con FLUX, lungo l'asse dello schermo dalla parte opposta della spira.

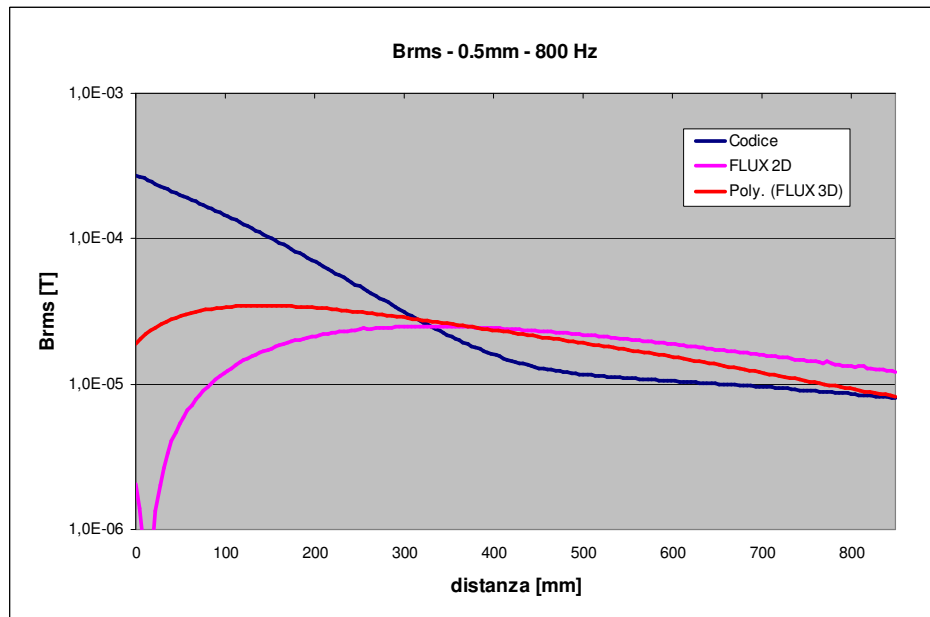


Figura 4.2.6-29 - Confronto tra le intensità di campo Brms, calcolate con il codice e con FLUX, lungo l'asse dello schermo dalla parte opposta della spira.

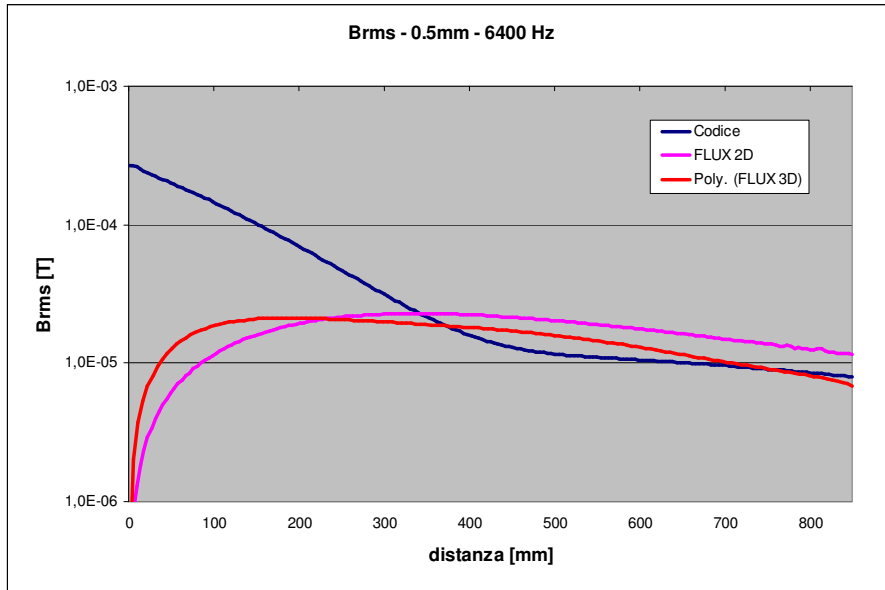


Figura 4.2.6-30 - Confronto tra le intensità di campo Brms, calcolate con il codice e con FLUX, lungo l'asse dello schermo dalla parte opposta della spira.

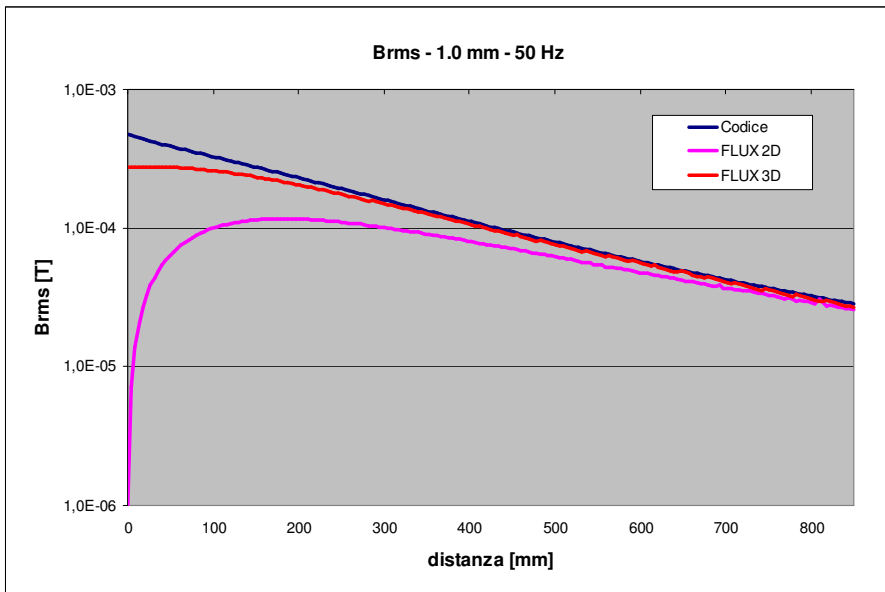


Figura 4.2.6-31 - Confronto tra le intensità di campo Brms, calcolate con il codice e con FLUX, lungo l'asse dello schermo dalla parte opposta della spira.

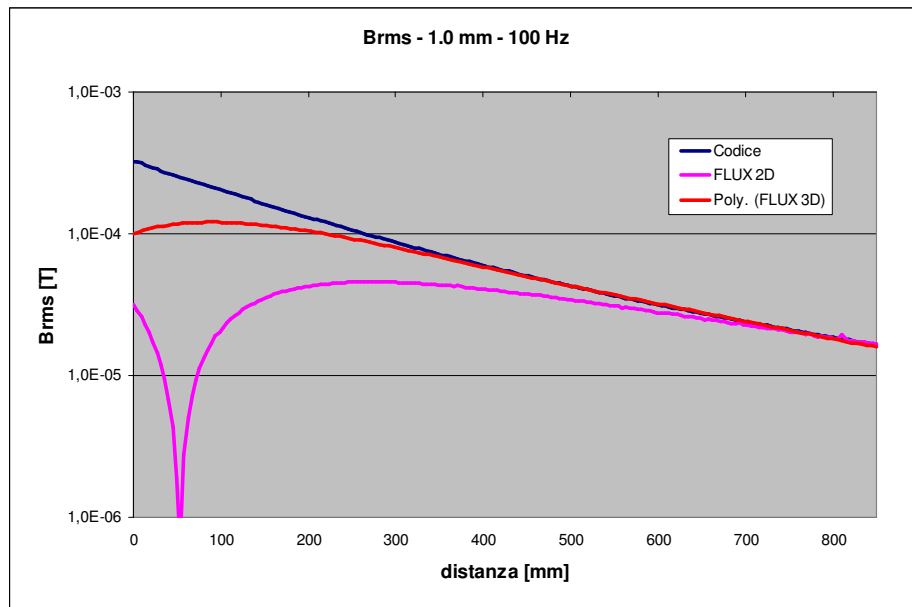


Figura 4.2.6-32 - Confronto tra le intensità di campo Brms, calcolate con il codice e con FLUX, lungo l'asse dello schermo dalla parte opposta della spira.

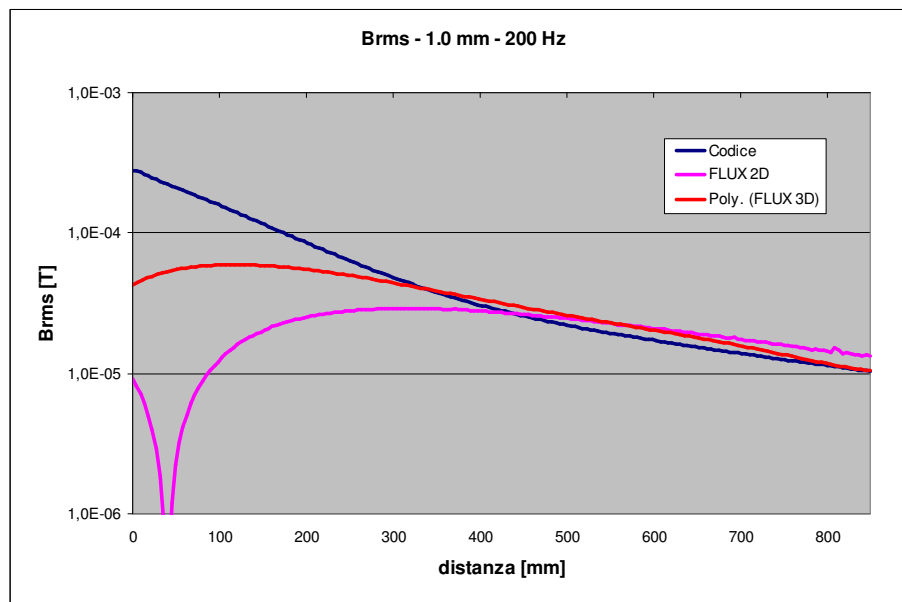


Figura 4.2.6-33 - Confronto tra le intensità di campo Brms, calcolate con il codice e con FLUX, lungo l'asse dello schermo dalla parte opposta della spira.

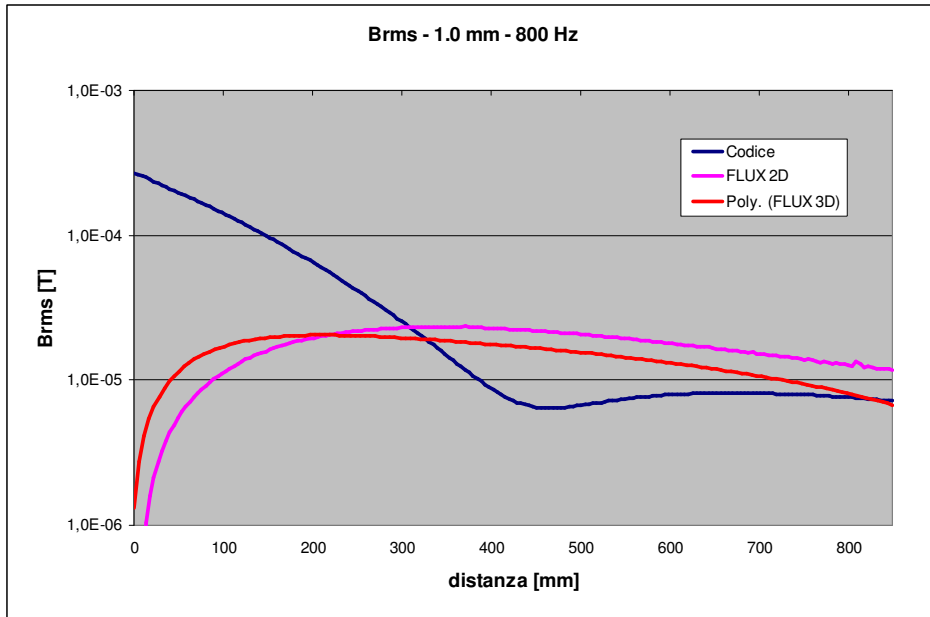


Figura 4.2.6-34 - Confronto tra le intensità di campo  $B_{rms}$ , calcolate con il codice e con FLUX, lungo l'asse dello schermo dalla parte opposta della spira.

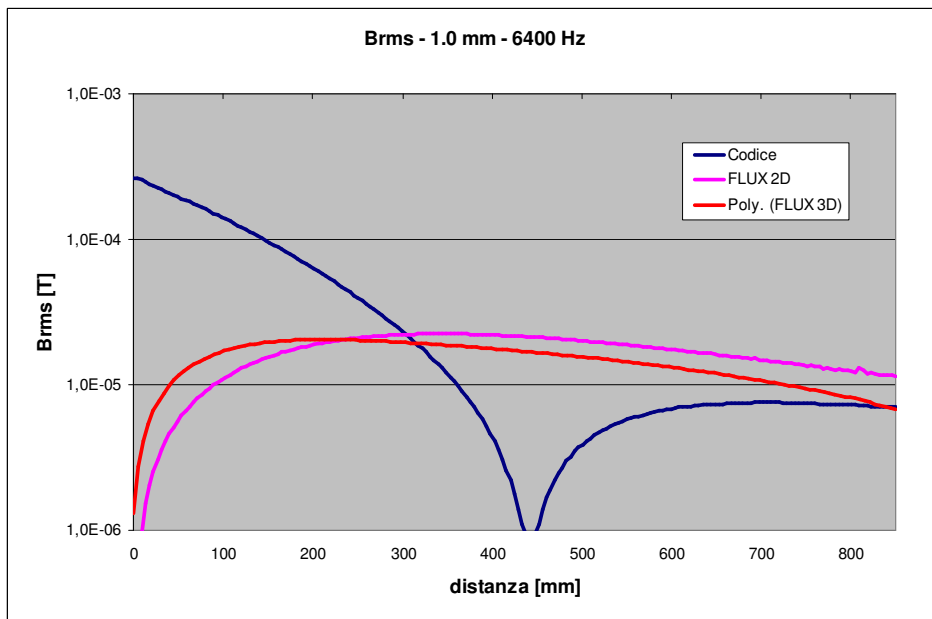


Figura 4.2.6-35 - Confronto tra le intensità di campo  $B_{rms}$ , calcolate con il codice e con FLUX, lungo l'asse dello schermo dalla parte opposta della spira.

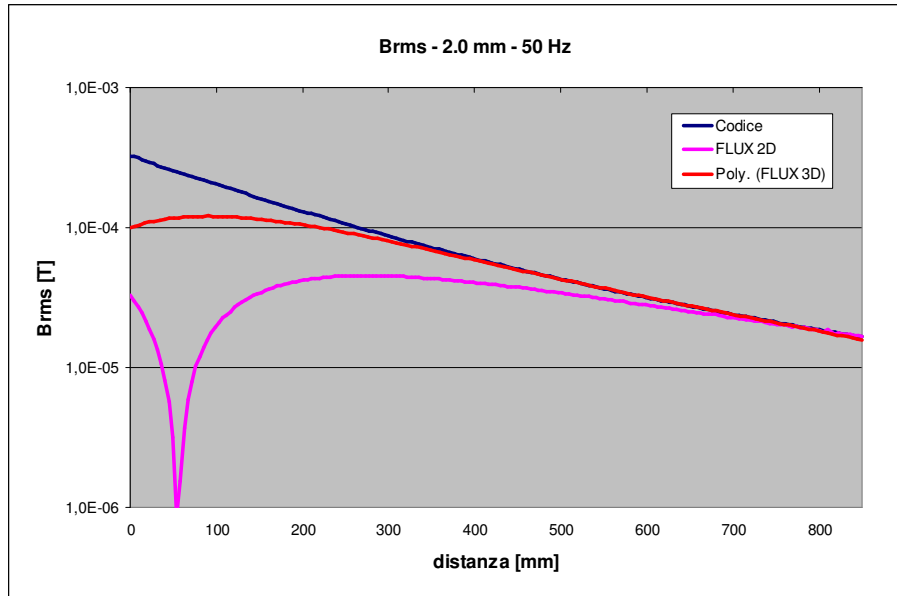


Figura 4.2.6-36 - Confronto tra le intensità di campo Brms, calcolate con il codice e con FLUX, lungo l'asse dello schermo dalla parte opposta della spira.

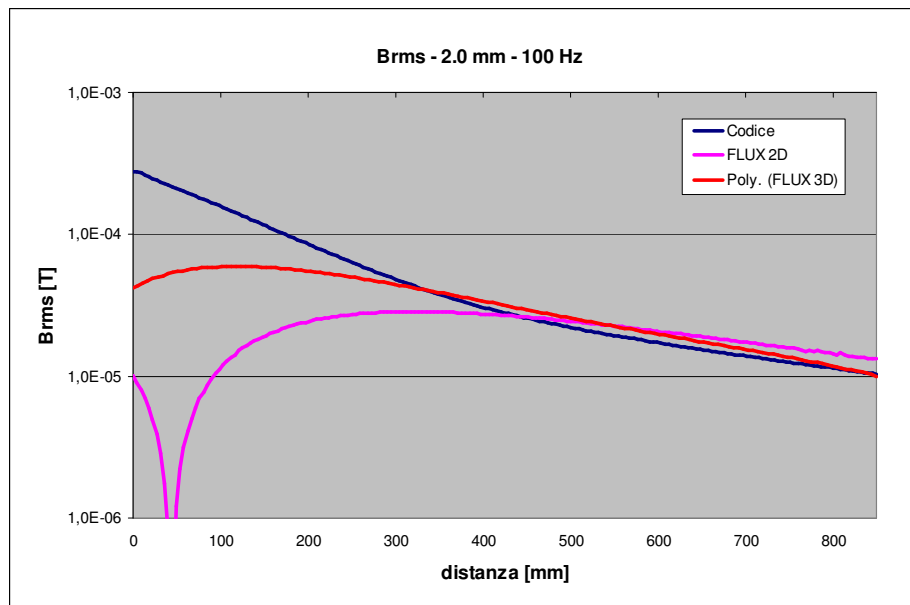


Figura 4.2.6-37 - Confronto tra le intensità di campo Brms, calcolate con il codice e con FLUX, lungo l'asse dello schermo dalla parte opposta della spira.

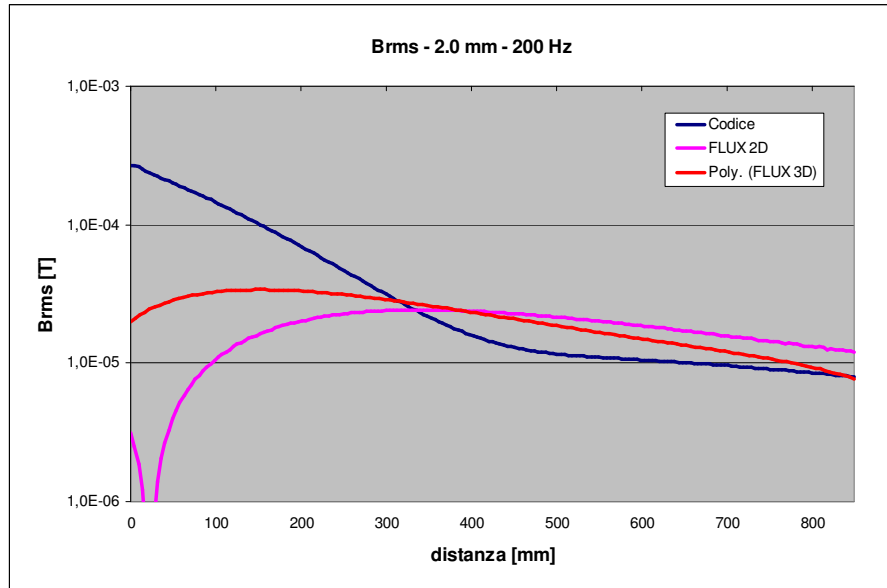


Figura 4.2.6-38 - Confronto tra le intensità di campo Brms, calcolate con il codice e con FLUX, lungo l'asse dello schermo dalla parte opposta della spira.

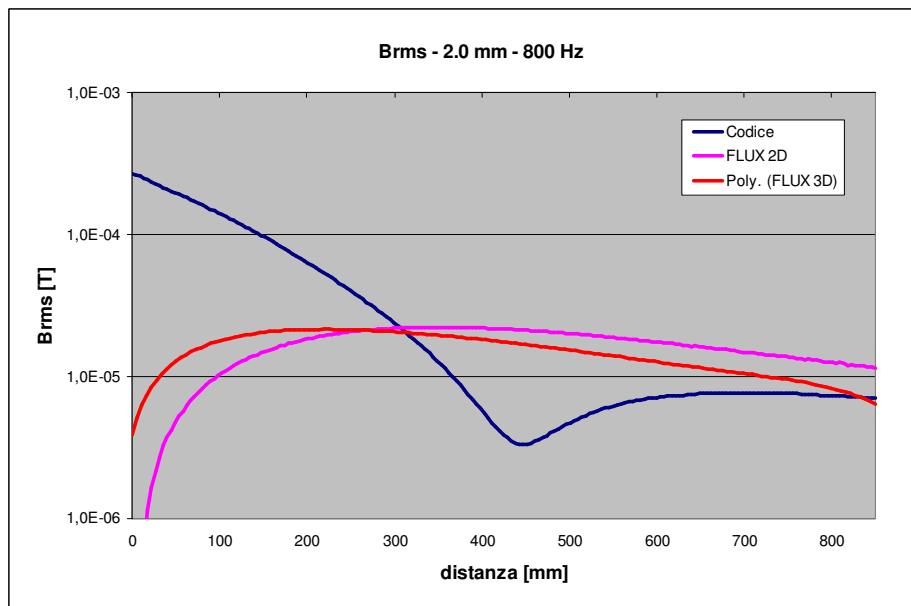


Figura 4.2.6-39 - Confronto tra le intensità di campo Brms, calcolate con il codice e con FLUX, lungo l'asse dello schermo dalla parte opposta della spira.

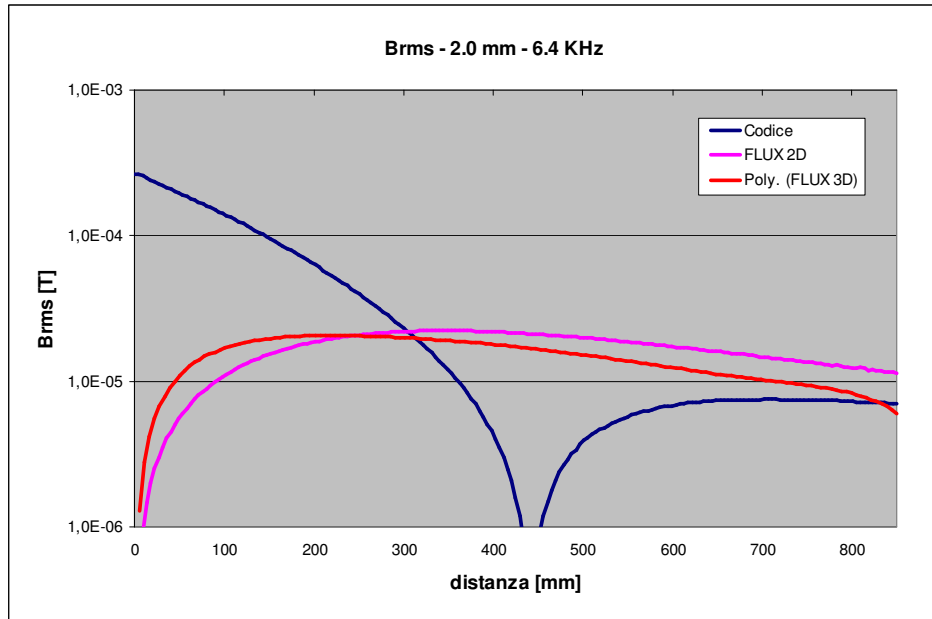


Figura 4.2.6-40 - Confronto tra le intensità di campo  $B_{rms}$ , calcolate con il codice e con FLUX, lungo l'asse dello schermo dalla parte opposta della spira.

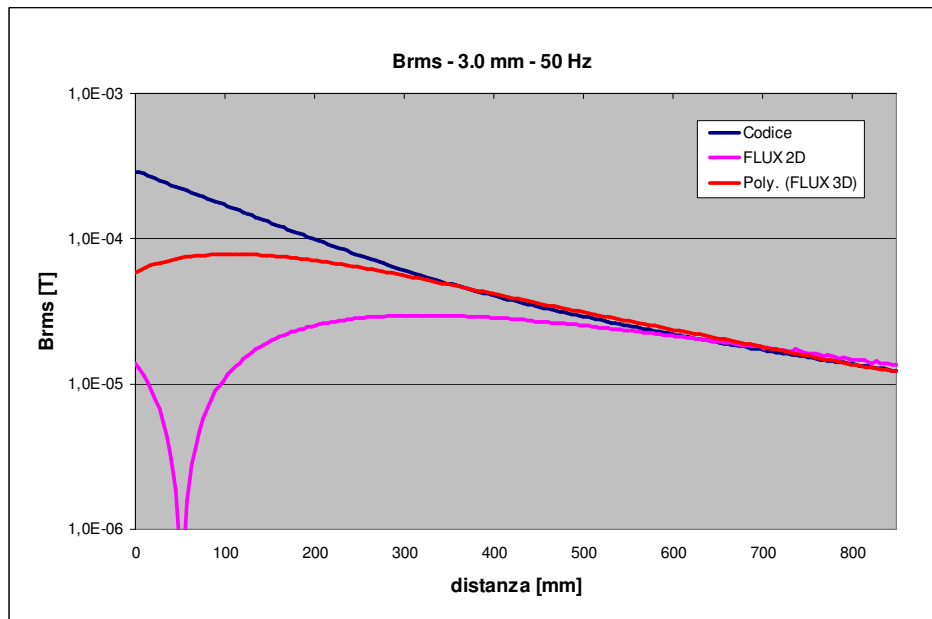


Figura 4.2.6-41 - Confronto tra le intensità di campo  $B_{rms}$ , calcolate con il codice e con FLUX, lungo l'asse dello schermo dalla parte opposta della spira.

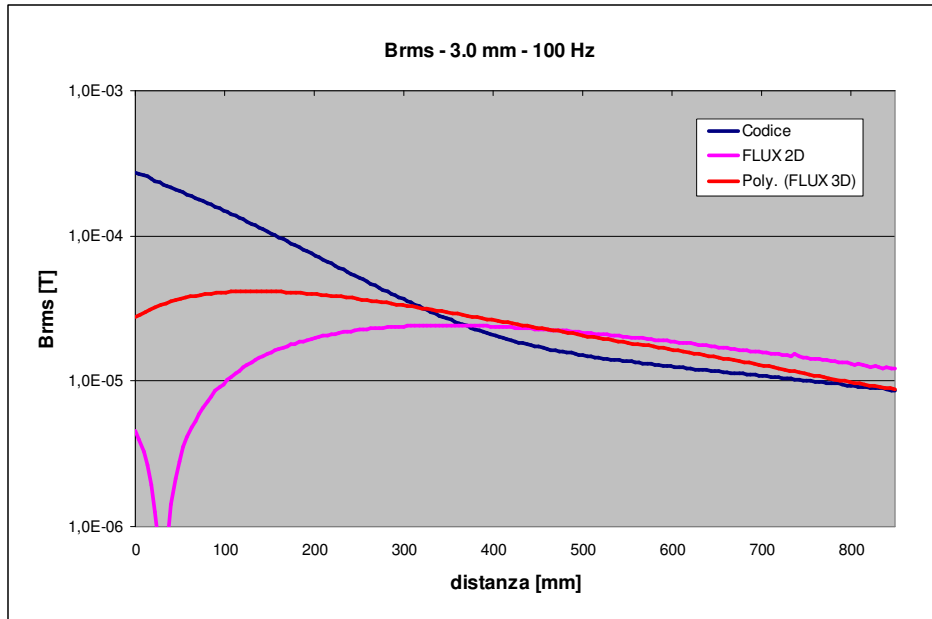


Figura 4.2.6-42 - Confronto tra le intensità di campo Brms, calcolate con il codice e con FLUX, lungo l'asse dello schermo dalla parte opposta della spira.

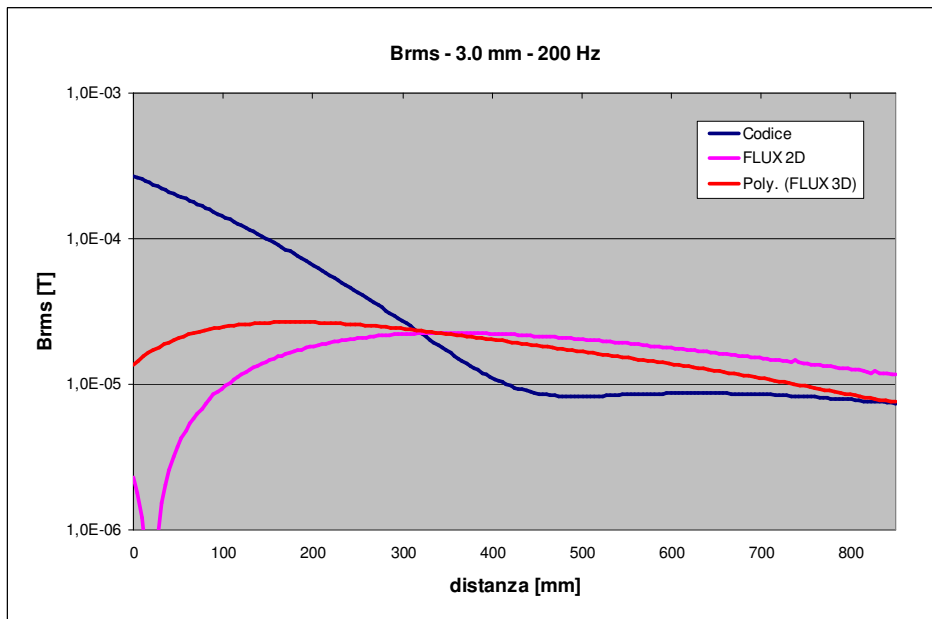


Figura 4.2.6-43 - Confronto tra le intensità di campo Brms, calcolate con il codice e con FLUX, lungo l'asse dello schermo dalla parte opposta della spira.

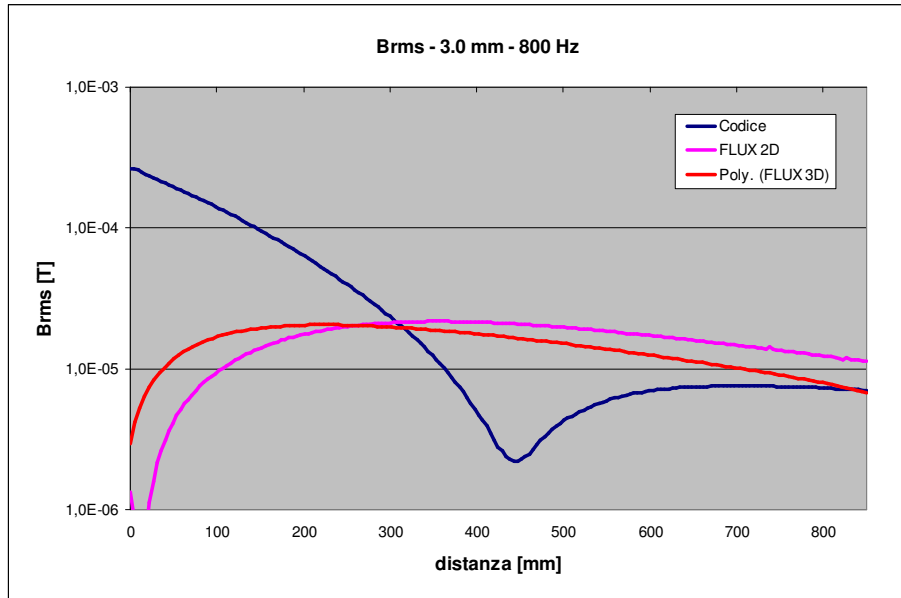


Figura 4.2.6-44 - Confronto tra le intensità di campo Brms, calcolate con il codice e con FLUX, lungo l'asse dello schermo dalla parte opposta della spira.

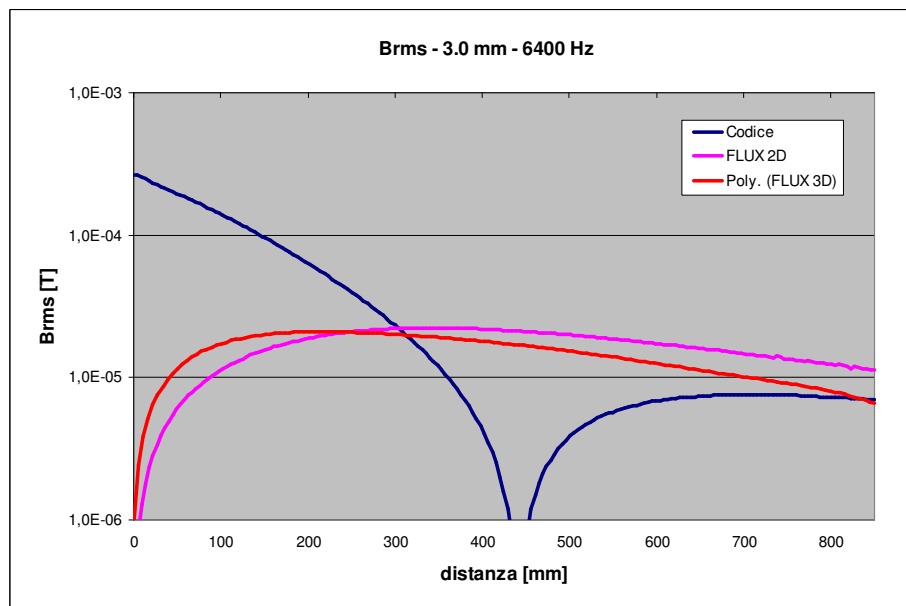


Figura 4.2.6-45 - Confronto tra le intensità di campo Brms, calcolate con il codice e con FLUX, lungo l'asse dello schermo dalla parte opposta della spira.

## RIFERIMENTI

12. Antonio Morandi, Doctoral Thesis, 2004, "*Circuit Methods for Three Dimensional Field Analysis in Large Scale Superconducting Systems*", Cap.1.
13. Herman A. Haus, James R. Melcher, "Electromagnetic Fields and Energy" Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1988.
14. George Arfken, "*Mathematical Methods for Physicists*", Academic Press, 1985.
15. Massimo Guarnieri, Andrea Stella, "*Principi ed Applicazioni di Elettrotecnica*", Vol. 1, Edizioni Progetto Padova, 2001.
16. O-Mun Kwon, M.V.K. Chari, S.J. Salon, K. Sivasubramaniam, "*Development of Integral Equation Solution for 3-D Eddy Current Distribution in a Conducting Body*", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 39, No. 5, September 2003.
17. A. Demenko, "*Three Dimensional Eddy Current Calculation Using Reluctance-Conductance Network Formed by Means of FE Method*", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 36, No. 4, July 2000.
18. A. Canova, GB. Gruosso, M. Repetto, "*Quasi-Static Integral Formulation Using Duality and Network Equations*", The Institution of Electrical Engineers, 2002.
19. A. Canova, GB. Gruosso, "*Integral Methods for Analysis and Design of Low-Frequency Conductive Shields*", IEEE Transaction on Magnetics, Vol. 39, No. 4, July 2003.
20. L.Kettunen, K. Forsman, "*Volume Integral Equations in Nonlinear 3D Magnetostatics*".
21. A. Demenko, J.K. Sykulski, "*Network Equivalents of Nodal and Edge Elements in Electromagnetics*", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 38, No. 2, March 2002.
22. H. Igarashi, A. Kost, T. Homna, "*A Three Dimensional Analysis of Magnetic Fields Around a Thin Magnetic Conductive Layer Using Vector Potential*", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 34, No. 5, September 1998.
23. A. Bossavit, "*Computational Electromagnetism*", Academic Press





## APPENDICE A-1

### Corrente di Conduzione e Corrente di Spostamento

Il corpo umano, ai fini della valutazione delle correnti indotte a seguito di esposizione a campi elettromagnetici, può essere considerato come aggregato di volumi di materiali omogenei ed isotropi.

L'equazione di Ampere-Maxwell, in un materiale generico é:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_c + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (\text{A2} - 1)$$

Consideriamo il caso in cui il materiale biologico sia investito da un campo elettromagnetico con andamento temporale sinusoidale: sia  $\omega$  la pulsazione della frequenza della sorgente del campo. Inoltre, si assume che non vi siano correnti elettriche impresse. La densità di corrente di conduzione  $\mathbf{J}_c$  delle cariche libere dipende dal campo elettrico  $\mathbf{E}$  attraverso la conducibilità elettrica  $\sigma_f$  secondo la relazione:

$$\mathbf{J}_c = \sigma_f \mathbf{E} \quad (\text{A2} - 2)$$

La densità di flusso elettrico  $\mathbf{D}$  è legata al campo elettrico  $\mathbf{E}$  ed al vettore polarizzazione elettrica  $\mathbf{P}$  dalla relazione:

$$\mathbf{D} = \epsilon_o \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (\text{A2} - 3)$$

Ricordiamo che la quantità vettoriale  $\mathbf{P}$  esprime la separazione di carica equivalente che si manifesta nella materia quando avvengono fenomeni sia di deformazione delle molecole, che di orientamento, in presenza di campo elettrico non nullo. É una grandezza fisica che esprime fenomeni legati ad una quantità di carica vincolata alla struttura della materia, e quindi che non è in grado di muoversi, come avviene per le cariche coinvolte nella conduzione elettrica.

Nelle ipotesi fatte, si ottiene:

$$\nabla \times \dot{\mathbf{H}} = \sigma_f \dot{\mathbf{E}} + j\omega(\epsilon_0 \dot{\mathbf{E}} + \dot{\mathbf{P}}) \quad (\text{A2} - 4)$$

dove il fattore 'j $\omega$ ' esprime la derivata eseguita su funzioni che descrivono l'andamento temporale di grandezze fisiche con variazione sinusoidale, e  $\dot{\mathbf{H}}$ ,  $\dot{\mathbf{E}}$ ,  $\dot{\mathbf{P}}$  indicano le rispettive grandezze vettoriali precedentemente introdotte, ma in notazione fasoriale.

Nel caso di MATERIALI DIELETTRICI SENZA PERDITE la conducibilità  $\sigma_f$  è nulla, mentre la polarizzazione dipende proporzionalmente dal campo elettrico ed è in fase con esso. Quindi:

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi \mathbf{E} \quad (\text{A2} - 5)$$

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \epsilon_0 (1 + \chi) \mathbf{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E} \quad (\text{A2} - 6)$$

dove  $\chi$  è la suscettività dielettrica ed  $\epsilon_r$  è la costante dielettrica relativa. Ponendo:

$$\hat{\epsilon}_r = \epsilon_r - j0 \quad (\text{A2} - 7)$$

la relazione (A2-6) diventa la seguente:

$$\nabla \times \dot{\mathbf{H}} = j\omega \epsilon_0 \hat{\epsilon}_r \dot{\mathbf{E}} \quad (\text{A2} - 8)$$

Nel caso di MATERIALI CON PERDITE OHMICHE, che derivano dall'interazione tra il campo elettrico e le cariche libere, la conducibilità  $\sigma_f$  è non nulla. Allora la relazione (A2 - 7) può essere modificata nel modo seguente:

$$\hat{\epsilon}_r = \epsilon_r - j \frac{\sigma_f}{\omega \epsilon_0} \quad (\text{A2} - 9)$$

e si perviene ancora ad una relazione come la (A2 - 8).

Nel caso di MATERIALI CON PERDITE DIELETTRICHE, tali perdite sono legate all'interazione tra il campo elettrico ed i dipoli elettrici presenti nel materiale, e sviluppatasi per orientazione o deformazione delle molecole sottoposte a campo elettrico. In presenza di perdite dielettriche, la polarizzazione non riesce a mantenersi in fase col campo elettrico alla frequenza del campo. Si suppone la conducibilità  $\sigma_f$  nulla, e se  $\psi$  è l'angolo di ritardo di fase di  $\mathbf{P}$  rispetto ad  $\mathbf{E}$ , possiamo scrivere:

$$\dot{\mathbf{P}} = \epsilon_0 \chi e^{-j\psi} \dot{\mathbf{E}} = \epsilon_0 \chi (\cos \psi - j \sin \psi) \dot{\mathbf{E}} \quad (\text{A2} - 10)$$

Dopo semplici passaggi, si ottiene ancora una relazione del tipo:

$$\dot{\mathbf{D}} = j\omega\epsilon_0 (\epsilon_r - j\epsilon^*) \dot{\mathbf{E}} \quad (\text{A2} - 11)$$

dove si è posto:

$$\begin{aligned} \epsilon_r &= 1 + \chi \cos \psi \\ \epsilon^* &= \chi \sin \psi \end{aligned} \quad (\text{A2} - 12)$$

che è ancora analoga alla (A2 - 8).

Nel caso più generale in cui vi siano SIA PERDITE OHMICHE CHE DIELETTRICHE, combinando opportunamente le relazioni trovate, si ottiene:

$$\nabla \times \dot{\mathbf{H}} = \sigma_f \dot{\mathbf{E}} + j\omega\epsilon_0 (\epsilon_r - j\epsilon^*) \dot{\mathbf{E}} \quad (\text{A2} - 13)$$

che può essere messa nella forma della (A2 - 8) se si pone:

$$\hat{\epsilon}_r = \epsilon_r - j\left(\epsilon^* + \frac{\sigma_f}{\omega\epsilon_0}\right) \quad (\text{A2} - 14)$$

## APPENDICE A-2

### Elementi di Teoria della Misura

La misura di una grandezza fisica non porta all'assoluta certezza del suo valore numerico reale, e quindi il risultato di una misurazione costituisce una stima del misurando. L'incertezza di misura è la dispersione dei valori che si possono ottenere da una misura, ovvero il massimo distacco che può esserci tra una misura effettuata, mai perfetta, e l'esatta grandezza reale, che rimane sconosciuta. I fattori principali che la pratica indica come determinanti l'incertezza, sono:

- imperfetta conoscenza del misurando;
- imperfetta conoscenza delle influenze ambientali sulla misurazione;
- errore di lettura dello strumento;
- risoluzione finita dello strumento;
- inesatto valore del campione di riferimento;
- inesatto valore dei parametri che intervengono nell'analisi dei dati;
- approssimazioni ed assunzioni che intervengono nel metodo e nella procedura di misura;
- variazioni in ripetute osservazioni del medesimo misurando sotto condizioni di misura apparentemente identiche.

L'incertezza viene calcolata come la massima differenza in valore assoluto tra il valor medio di tutte le misurazioni effettuate, scartando quelle ritenute non valide.

La determinazione dell'incertezza di misura è formalizzata anche dalla norma CEI-UNI 9: "*Guida all'espressione dell'incertezza di misura*", a cui si rimanda per gli approfondimenti. La guida distingue due componenti di incertezza:

- componenti di **tipo A**: valutate con metodi statistici;
- componenti di **tipo B**: valutate con altri metodi.

La valutazione delle incertezze di tipo A si basa sulla raccolta di una serie di misure ripetute nelle stesse condizioni sperimentali, e si suppone che la misura sia affetta solo da scostamenti di tipo casuale. L'incertezza, pertanto, è valutata con metodi statistici. Sia  $N$  il numero di misure effettuate, ed  $y_k$  il valore della  $k$ -esima misura. Si definiscono:

$$\text{Valore medio} \quad \mu = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y_k \quad (\text{A2} - 1)$$

$$\text{Errore assoluto (o } \textit{incertezza assoluta}) \quad \delta_k = y_k - \mu \quad (\text{A2} - 2)$$

$$\text{Errore relativo (o } \textit{incertezza relativa}) \quad \delta_{k,rel} = \frac{y_k - \mu}{|\mu|} \quad (\text{A2} - 3)$$

Il valore medio  $\mu$  della grandezza misurata è considerato come la migliore stima del valore vero  $y$ , ignoto. A partire dalla definizione dello scostamento  $\delta_k$  di ogni misura dal valore medio calcolato sull'insieme degli  $N$  rilievi eseguiti, si introducono i seguenti indici derivati:

$$\text{Deviazione standard} \quad \sigma(y_k) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \delta_k^2} \quad (\text{A2} - 4)$$

$$\text{Varianza} \quad \sigma^2(y_k) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \delta_k^2 \quad (\text{A2} - 5)$$

Nella pratica misuristica si dice che una misura è tanto più precisa quanto minore è la deviazione standard (o la varianza). Quindi la deviazione standard è un indice di qualificazione della dispersione dei valori misurati attorno al valore medio. Invece si dice che una misura è tanto più accurata quanto più il valore medio si avvicina al valore vero. Quindi precisione ed accuratezza non sono sinonimi.

Supponiamo di aver eseguito  $N$  misurazioni di una grandezza, ed inoltre di aver trovato  $n_i$  misurazioni che hanno fornito lo stesso valore  $y_i$ . Si definisce frequenza  $f_i$  di occorrenza (o probabilità  $P(y_i)$ ) del valore  $y_i$ , la quantità seguente:

$$f_i = \frac{n_i}{N} \quad (\text{A2} - 6)$$

In questa operazione si è supposto di avere un insieme finito e numerabile di valori  $y_i$  delle misure.

Se una misura è affetta da errori di natura casuale, eseguendo molte misure della stessa grandezza si osserva spesso che il risultato della misura obbedisce ad una legge di occorrenza dei valori cosiddetta Gaussiana o Normale. Allora, se  $N$  tende ad infinito e se la variabile casuale  $y$  varia con continuità in un intervallo di valori sottoinsieme dei numeri reali, si estende la definizione di probabilità di accadimento del valore  $y$  della grandezza misurata, e si parla di densità di probabilità  $p(y)$ :

$$p(y) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{n(y)}{N} = \lim_{N \rightarrow \infty} f(y) \quad (\text{A2} - 7)$$

dove  $n(y)$  è il numero di occorrenze in cui, nella misura, si è ottenuto il valore  $y$ .

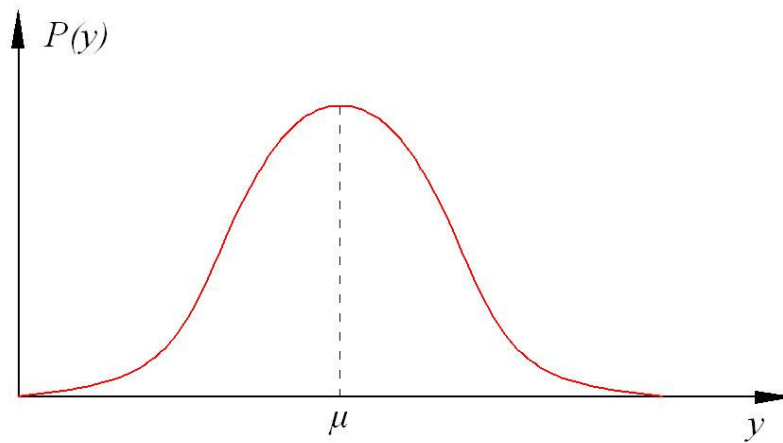


Fig. A3-1 Andamento tipico della distribuzione Gaussiana di una variabile aleatoria continua  $y$

La quantità  $y$  che esprime il valore delle misure eseguite sulla grandezza fisica in esame, si dice che è una variabile aleatoria.

In altro modo si dice che la densità di probabilità  $p(y)$  è quella funzione continua che moltiplicata per una variazione infinitesima  $dy$  della variabile aleatoria, centrata attorno al valore  $y$ , fornisce la probabilità  $P(y)$  che la misura assuma un valore che cada nell'intorno di  $y$  avente ampiezza  $dy$ .

L'espressione analitica della densità di probabilità  $p(y)$  di tipo Gaussiano è:

$$p(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\mu-y)^2}{2\sigma^2}} \quad (\text{A2} - 8)$$

Se a partire dalla relazione (A2 - 6) consideriamo la somma delle frequenze di tutti i valori  $y_i$ , tale somma risulta evidentemente pari ad 1. Estendendo il ragionamento alla densità di probabilità, si ricava che deve essere:

$$\int_A p(y)dy = 1 \quad (\text{A2} - 9)$$

dove A è l'insieme di variazione dei valori  $y$  della grandezza misurata. Si vede immediatamente che valgono le seguenti proprietà per l'estensione dei parametri valore medio e varianza, al caso di variabile aleatoria che può variare con continuità in un insieme di variazione A, sottoinsieme dei numeri reali:

$$\mu = \int_{-\infty}^{+\infty} y \cdot p(y) dy \quad (\text{A2} - 10)$$

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (y - \mu)^2 \cdot p(y) dy \quad (\text{A2} - 11)$$

La teoria statistica dimostra che la stima migliore del valore vero è il valore medio calcolato a partire da un certo numero  $N.I.$  di osservazioni indipendenti. Una stima della varianza è data dalla cosiddetta varianza sperimentale (o campionaria):

$$\sigma_{N.I.}^2 = \frac{1}{N.I. - 1} \sum_{k=1}^{N.I.} (y_k - \mu_{N.I.})^2 \quad (\text{A2} - 12)$$

che risulta la varianza della serie di misure. Se per fare una misura si eseguono alcune serie di misure, diciamo  $N$  serie, la stima della varianza del valore medio complessivo  $\mu$  (cioè la media dei valori medi  $\mu_{N.I.}$ ) è invece:

$$\sigma_{\mu}^2 = \frac{\sigma_{N.I.}^2}{N} \quad (\text{A2} - 13)$$

osservando che si è assunta costante tra le serie di misure, la rispettiva varianza  $\sigma_{N.I.}$ .

Volendo quindi quantificare l'incertezza, si assume la deviazione standard  $\sigma$  come ampiezza della fascia di incertezza, e  $\sigma_{\mu}$  come misura sperimentale dell'incertezza.  $\sigma_{\mu}$  è detta scarto tipo od incertezza tipo, e si indica spesso con la lettera  $u$ .

Nel caso di andamento gaussiano della densità di probabilità  $p(y)$  è noto che la probabilità che una misura  $y_k$  cada nell'intervallo  $\mu \pm \sigma$  è del 68.4%. Se non si ritiene sufficiente questa probabilità, la si può aumentare introducendo l'incertezza di tipo esteso  $K \cdot u$ , dove  $K$  è chiamato fattore di copertura. Con  $K=2$  si ha una probabilità del 95.4% che il valore  $y_k$  cada nell'intervallo  $\mu \pm 2\sigma$ ; con  $K=3$  si ha una probabilità del 99.7% che il valore  $y_k$  cada nell'intervallo  $\mu \pm 3\sigma$ . In generale, il concetto di fattore di copertura è applicabile ad andamenti della densità di probabilità diversi da quello gaussiano, ed in generale il risultato di una misura si esprime nella seguente forma:

$$x = \mu \pm K \cdot u \quad (\text{A2} - 14)$$

La valutazione delle incertezze di tipo B si esegue in tutti quei casi in cui non è possibile stimare l'incertezza attraverso misure ripetute nelle stesse condizioni sperimentali; in questa classe rientrano tutte le incertezze che non possono essere caratterizzate tramite la deviazione standard (gaussiana). Allora l'incertezza si esprime attraverso un giudizio basato sulle seguenti informazioni:

- dati relativi a precedenti misurazioni;
- dati contenuti nei certificati di taratura degli strumenti;
- dati ricavabili dalle specifiche tecniche fornite dai costruttori degli strumenti;
- conoscenza del fenomeno oggetto di misura ed esperienza sulla strumentazione impiegata;

- incertezze assegnate a valori di riferimento presi da manuali.

L'accuratezza di una misura può essere influenzata da fenomeni che si manifestano nello stesso modo al ripetersi delle misure. Questo significa che le misure possono essere affette da scostamenti, chiamati errori, rispetto al valore reale  $y$  della grandezza; quando questi scostamenti si manifestano sempre con lo stesso segno rispetto al valore reale, cioè determinano valori misurati sempre in difetto od in eccesso, si parla di errori sistematici. La determinazione della presenza di errori sistematici è complessa e non è conseguibile con la semplice ripetizione delle misure; essi dipendono spesso dalla presenza di difetti nella strumentazione e possono essere ridotti procedendo a frequenti calibrazioni degli stessi.

Nel caso di grandezze fisiche che non possono essere misurate direttamente ma si ottengono da calcoli eseguiti sui valori misurati di altre grandezze, si parla di misure indirette, e l'incertezza di misura è calcolata a partire dalle incertezze delle grandezze direttamente rilevate. Questo è il caso delle misure di intensità di campo magnetico ed elettrico, che la tecnologia impiegata nella strumentazione disponibile commercialmente esegue a partire da misure della tensione indotta nei trasduttori di intensità di campo magnetico.

Nelle valutazioni di tipo B, allora, in primo luogo si fa una stima dei limiti delle variazioni della misura causate da una sorgente di incertezza, cioè si valuta lo scarto massimo. In seguito si assume una certa distribuzione di probabilità tra questi limiti. Infine si calcola una deviazione standard equivalente (cioè come se la densità di probabilità fosse a distribuzione gaussiana) che rappresenta l'incertezza standard, o incertezza detta di tipo B.

### ***Distribuzione rettangolare***

Si applica quando si conoscono i limiti di variazione del risultato di una osservazione e si può assumere che tutti i valori ottenibili siano equiprobabili, oppure quando non si hanno informazioni sulla distribuzione dei risultati delle osservazioni tra questi limiti. In questo caso alla misura della grandezza si assegna il valore medio compreso tra i limiti di variazione.

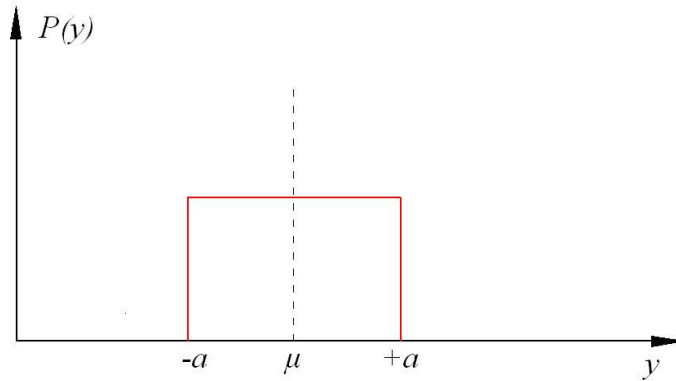


Fig. A3-2 Andamento Rettangolare della densità di probabilità

In questo caso la relazione tra l'incertezza standard  $u$  e i limiti di variazione della misura si dimostra che hanno la seguente relazione:

$$u = \frac{a}{\sqrt{3}} \cong 0.6a \quad (\text{A2} - 15)$$

#### ***Distribuzione normale (o Gaussiana)***

Si applica quando maggiore è la probabilità di trovare valori prossimi al valore medio, che lontani da esso. In presenza di molte cause di incertezza non predicibili, l'andamento della distribuzione dei valori della singola misura tenderà ad una gaussiana. Se  $\pm a$  è la fascia all'interno della quale stanno tutti i valori rilevati, la relazione tra l'incertezza standard  $u$  e i limiti di variazione della misura, posto un fattore di copertura  $K=2$  (corrispondente alla probabilità del 95.4% che la misura sia nella fascia  $\pm Ku$  rispetto al valore medio  $\mu$ ), si valuta osservando che  $2u=a$ , e quindi:

$$u = \frac{a}{2} = 0.5a \quad (\text{A2} - 16)$$

#### ***Distribuzione triangolare***

Si applica quando maggiore è la probabilità di trovare valori prossimi al valore medio, che lontani da esso e sia ipotizzabile una variazione lineare tra il valor medio ed i limiti.

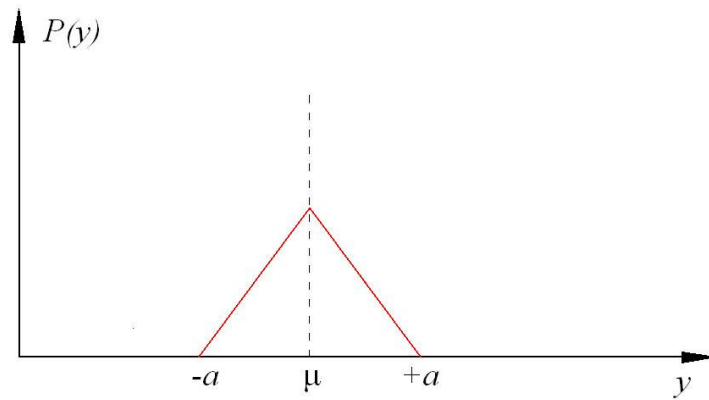


Fig. A3-3 Andamento Triangolare della densità di probabilità

In questo caso la relazione tra l'incertezza standard  $u$  e i limiti di variazione della misura è:

$$u = \frac{a}{\sqrt{6}} \cong 0.4a \quad (\text{A2} - 17)$$

Il fattore moltiplicativo di  $a$  è minore rispetto alla distribuzione rettangolare, e quindi la distribuzione rettangolare, per la stima di un contributo di incertezza, rappresenta un'assunzione più prudente rispetto a quella triangolare.

### ***Distribuzione ad U***

Si applica quando maggiore è la probabilità di trovare i valori misurati prossimi ai limiti di variazione, piuttosto che intorno al valore medio.

In questo caso la relazione tra l'incertezza standard  $u$  e i limiti di variazione della misura è:

$$u = \frac{a}{\sqrt{2}} \cong 0.7a \quad (\text{A2} - 18)$$

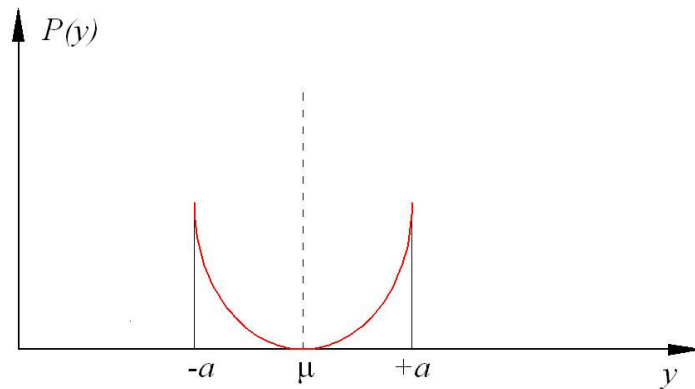


Fig. A3-3 Andamento ad U della densità di probabilità

Il fattore moltiplicativo di  $a$  è maggiore rispetto alla distribuzione rettangolare, e quindi la distribuzione ad U, per la stima di un contributo di incertezza, rappresenta un'assunzione più prudente rispetto a quella rettangolare.

Quando una grandezza è misurabile a partire dalla misura di altre grandezze fisiche da cui dipende, si ha una cosiddetta misura indiretta. Il misurando  $y$ , cioè, risulta funzione di altre  $N$  quantità  $x_k$  ad esso correlate attraverso una relazione funzionale del tipo:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (\text{A2-19})$$

Le quantità  $x_k$  si indicano come grandezze di influenza, ed il loro valore è noto all'interno di una fascia di incertezza, cioè:

$$x_{k-\mu} = x_{k-0} \pm \delta x_k \quad (\text{A2-20})$$

Allora, alla misura di  $y$  si attribuisce il valore:

$$y_\mu = f(x_{1-\mu}, x_{2-\mu}, \dots, x_{N-\mu}) \quad (\text{A2-21})$$

e lo scarto è valutabile sviluppando in serie di Taylor la (A3-18), nell'intorno di  $(x_{1-\mu}, x_{2-\mu}, \dots, x_{N-\mu})$ :

$$\delta y = \sum_{k=1..n} \frac{\partial f}{\partial x_i}(x_{1-\mu}, \dots, x_{N-\mu}) \delta x_k \quad (\text{A2} - 22)$$

dove  $\delta x_k$  è l'ampiezza della fascia di incertezza della  $k$ -esima grandezza di influenza. Si è ovviamente fatta l'ipotesi che le ampiezze  $\delta x_k$  siano piccole rispetto ai valori  $x_{k-\mu}$ , e quindi la funzione (A2-19) è linearizzabile in intorni dei punti del suo dominio.

Si assume spesso che le grandezze di influenza siano tra loro scorrelate, cioè che non esistano mutue dipendenze tra di loro. Dagli scarti  $\delta x_k$  si possono determinare le semiampiezze delle fasce di incertezza attraverso le correzioni precedentemente indicate, una volta che sia stata ipotizzata la distribuzione della rispettiva densità di probabilità; oppure, possono essere direttamente assunte pari alle incertezze tipo, cioè si può porre  $u_k = \delta x_k$ .

A questo punto, assumendo le grandezze d'influenza scorrelate, l'incertezza può essere valutata in modo deterministico, ed allora i contributi all'incertezza totale di  $y$ , cioè gli addendi della (A2-22), si prendono tutti in valore assoluto. Si capisce che questa stima è pessimistica. In questo caso, passando dagli scarti alle incertezze assolute si ha:

$$u_y = \sum_{k=1..n} \left| \frac{\partial f}{\partial x_i}(x_{1-\mu}, \dots, x_{N-\mu}) \right| u_k \quad (\text{A2-23})$$

e passando alle incertezze relative si ha:

$$u_y (\%) = \sum_{k=1..n} \left| \frac{\partial f}{\partial x_i}(x_{1-\mu}, \dots, x_{N-\mu}) \right| \frac{u_k}{y_\mu} * 100 \quad (\text{A2-24})$$

L'incertezza relativa può anche essere espressa in dB.

L'incertezza può anche essere valutata in modo probabilistico ed allora si ricorre alla deviazione standard della misura, cioè:

$$\sigma_y = \sqrt{\sum_{k=1..n} \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} (x_{1-\mu}, \dots, x_{N-\mu}) \right)^2 \sigma^2 x_k} \quad (\text{A2-25})$$

e passando dalla deviazione standard all'incertezza assoluta si ha:

$$u_y = \sqrt{\sum_{k=1..n} \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} (x_{1-\mu}, \dots, x_{N-\mu}) \right)^2 u^2_k} \quad (\text{A2-26})$$

Nell'ipotesi di scorrelazione tra le grandezze di influenza, l'andamento della densità di probabilità è verosimilmente quello gaussiano, ed allora la varianza  $\delta y$  è l'incertezza tipo  $u_y$ .



### APPENDICE A-3

Dimostriamo che è possibile trovare un vettore  $\mathbf{J}_i$  che minimizza la funzione :

$$F(\mathbf{J}_i) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{NFi} (\mathbf{J}_i^T \mathbf{u}_{ji} S_{ji} - I_{ji})^2 \quad (\text{A3 - 1})$$

Si impone uguale a zero la derivata della funzione  $F(\mathbf{J}_i)$  eseguita rispetto a  $\mathbf{J}_i$  :

$$\frac{\partial F(\mathbf{J}_i)}{\partial \mathbf{J}_i} = 0 \Rightarrow \sum_{j=1}^{NFi} (\mathbf{J}_i^T \mathbf{u}_{ji} S_{ji} - I_{ji}) \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{J}_i} \sum_{j=1}^{NFi} (\mathbf{J}_i^T \mathbf{u}_{ji} S_{ji} - I_{ji}) = 0 \quad (\text{A3 - 2})$$

$$\sum_{j=1}^{NFi} (\mathbf{J}_i^T \mathbf{u}_{ji} S_{ji} - I_{ji}) \cdot [\mathbf{1} \quad \mathbf{1} \quad \mathbf{1}] \mathbf{u}_{ji} S_{ji} = 0 \quad (\text{A3 - 3})$$

$$\sum_{j=1}^{NFi} \mathbf{J}_i^T \mathbf{u}_{ji} S_{ji} [\mathbf{1} \quad \mathbf{1} \quad \mathbf{1}] \mathbf{u}_{ji} S_{ji} - \sum_{j=1}^{NFi} I_{ji} [\mathbf{1} \quad \mathbf{1} \quad \mathbf{1}] \mathbf{u}_{ji} S_{ji} = 0 \quad (\text{A3 - 4})$$

$$[\mathbf{1} \quad \mathbf{1} \quad \mathbf{1}] \left\{ \sum_{j=1}^{NFi} \mathbf{J}_i^T \mathbf{u}_{ji} \mathbf{u}_{ji} S_{ji}^2 - \sum_{j=1}^{NFi} I_{ji} \mathbf{u}_{ji} S_{ji} \right\} = 0 \quad (\text{A3 - 5})$$

$$\sum_{j=1}^{NFi} \mathbf{J}_i^T \mathbf{u}_{ji} \mathbf{u}_{ji} S_{ji}^2 - \sum_{j=1}^{NFi} I_{ji} \mathbf{u}_{ji} S_{ji} = 0 \quad (\text{A3 - 6})$$

Consideriamo il primo addendo dell'ultima relazione sopra scritta e dimostriamo che :

$$\mathbf{u}_{ji} \mathbf{u}_{ji}^T \mathbf{J}_i = \mathbf{J}_i^T \mathbf{u}_{ji} \mathbf{u}_{ji} \quad (\text{A3 - 7})$$

Infatti :

$$\mathbf{J}_i^T \mathbf{u}_{ji} = \begin{bmatrix} J_{ix} & J_{iy} & J_{iz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{jix} \\ u_{jiy} \\ u_{jiz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{jix} & u_{jiy} & u_{jiz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} J_{ix} \\ J_{iy} \\ J_{iz} \end{bmatrix} = \mathbf{u}_{ji}^T \mathbf{J}_i \quad (\text{A3 - 8})$$

Poi si ha anche che:

$$\mathbf{J}_i^T \mathbf{u}_{ji} \mathbf{u}_{ji} =$$

$$\left[ (J_{ix} u_{jix} + J_{iy} u_{j iy} + J_{iz} u_{j iz}) u_{jix} \quad (J_{ix} u_{jix} + J_{iy} u_{j iy} + J_{iz} u_{j iz}) u_{j iy} \quad (J_{ix} u_{jix} + J_{iy} u_{j iy} + J_{iz} u_{j iz}) u_{j iz} \right]$$

(A3 – 9)

Si osserva che :

$$\mathbf{u}_{ji} \mathbf{u}_{ji}^T = \begin{bmatrix} u_{jix} \\ u_{j iy} \\ u_{j iz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{jix} & u_{j iy} & u_{j iz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{jix} u_{jix} & u_{jix} u_{j iy} & u_{jix} u_{j iz} \\ u_{j iy} u_{jix} & u_{j iy} u_{j iy} & u_{j iy} u_{j iz} \\ u_{j iz} u_{jix} & u_{j iz} u_{j iy} & u_{j iz} u_{j iz} \end{bmatrix} \quad (\text{A3 – 10})$$

E la matrice quadrata ottenuta è definita positiva, quindi invertibile.

A questo punto :

$$\mathbf{u}_{ji} \mathbf{u}_{ji}^T \mathbf{J}_i =$$

$$\left[ (J_{ix} u_{jix} + J_{iy} u_{j iy} + J_{iz} u_{j iz}) u_{jix} \quad (J_{ix} u_{jix} + J_{iy} u_{j iy} + J_{iz} u_{j iz}) u_{j iy} \quad (J_{ix} u_{jix} + J_{iy} u_{j iy} + J_{iz} u_{j iz}) u_{j iz} \right]$$

$$= \mathbf{J}_i^T \mathbf{u}_{ji} \mathbf{u}_{ji}$$

(A3 – 11)

Ora si raccoglie il vettore  $\mathbf{J}_i$  nella relazione (A3 – 6) e si ottiene :

$$\mathbf{J}_i = \left[ \sum_{j=1}^{NFi} S_{ji}^2 \mathbf{u}_{ji} \mathbf{u}_{ji}^T \right]^{-1} \cdot \sum_{j=1}^{NFi} S_{ji} I_{ji} \mathbf{u}_{ji} \quad (\text{A3 – 12})$$

che è quanto si voleva dimostrare.