

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA

—
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA IDRAULICA MARITTIMA
AMBIENTALE E GEOTECNICA

—
SCUOLA DI DOTTORATO DI RICERCA IN
SCIENZE DELL'INGEGNERIA CIVILE ED AMBIENTALE
XXI CICLO

TESI DI DOTTORATO

L'APPROCCIO PARTICELLARE PER
LA MODELLAZIONE NUMERICA
DELL'INNESCO DI INSTABILITÀ DI
VERSANTE IN TERRENI
GRANULARI

DIRETTORE DELLA SCUOLA: CH.MO PROF. STEFANO LANZONI
SUPERVISORI: CH.MO PROF. PAOLO SIMONINI
CH.MO PROF. SIMONETTA COLA

DOTTORANDO: FABIO GABRIELI

ANNO ACCADEMICO 2008-2009

ad Elisa e Anna

“ Yes, we can ”

BARACK OBAMA

Indice

Introduzione	XIII
1 I terreni incoerenti	1
1.1 Fenomenologia	4
1.2 Proprietà meccaniche e geometriche	5
1.2.1 Dilatanza	6
1.2.2 Angolo di attrito	10
1.2.3 Porosità	16
1.2.4 Anisotropia	24
1.2.5 Cenni sull'arresto strutturale	25
2 Modelli micromeccanici	27
2.1 Premessa	27
2.2 Classificazione dei modelli particellari	28
2.3 I metodi agli elementi discreti	31
2.4 Struttura del metodo	32
2.4.1 Modello di contatto	36
2.4.2 La forma delle particelle	40
2.5 Rigidezza, resistenza e forze di contatto nello scheletro solido . . .	43
2.6 Materiali granulari come sistemi caotici	46
2.7 Localizzazione, instabilità e dipendenza dal percorso di carico . .	48
2.8 Rappresentazione di problemi geotecnici a larga scala	53
2.9 Modello costitutivo con approccio <i>micro-macro</i>	54
2.10 Approccio micromeccanico di scala	61
3 L'acqua nei terreni granulari	65
3.1 Regimi di saturazione	65

3.2	L'effetto dell'acqua nelle opere geotecniche	69
3.3	Terreni saturi - la filtrazione	71
3.4	Modellazione micromeccanica della filtrazione	74
3.5	Terreni parzialmente saturi - la suzione	77
3.6	Suzione ed effetto nella stabilità dei pendii	80
4	Regime pendolare	83
4.1	Tensione superficiale e ponti capillari	83
4.1.1	L'equazione di Young-Laplace	87
4.1.2	Approccio energetico agli elementi finiti	90
4.1.3	Approccio energetico - soluzione approssimata	94
4.2	Distacco e creazione del ponte capillare	96
4.3	Effetti viscosi nel ponte capillare	97
4.4	Ottimizzazione per il calcolo DEM delle forze capillari	98
4.5	Confronto tra i diversi approcci	100
4.6	Problematiche del modello DEM del ponte capillare	101
4.7	Benchmark del modello di ponte capillare	103
5	Stabilità ed innesco	107
5.1	Premessa	107
5.2	La frana di Sarno	109
5.3	Valutazione di stabilità	111
5.4	Stabilità di un pendio indefinito	116
5.5	Sforzi tangenziali nel pendio indefinito	122
5.6	Modelli adimensionali	124
5.7	Approccio micromeccanico	126
6	Prove triassiali per la taratura del modello DEM	131
6.1	Scelta del modello di contatto e stima dei parametri	132
6.2	Taratura dei parametri micromeccanici	138
6.2.1	Angolo di attrito interparticellare	141
6.2.2	Rigidezza normale al contatto	143
6.2.3	Rapporto tra rigidezza tangenziale e normale al contatto	144
6.3	Effetto del contenuto d'acqua	146

7	Modello fisico di fondazione su pendio	151
7.1	La preparazione del modello	151
7.2	Il modello numerico di pendio per le prove di carico	153
7.3	Analisi dei risultati numerici	157
7.3.1	Effetto della scabrezza della piastra	159
7.3.2	Effetto dei vincoli sulla piastra	159
7.3.3	Effetto della posizione della piastra	160
7.3.4	Effetto dell'angolo di attrito intergranulare	160
7.4	Analisi del campo degli spostamenti	161
8	Modello di filtrazione in pendio	165
8.1	Premessa	165
8.2	Modello fisico di filtrazione su pendio	166
8.3	La prova di filtrazione su pendio	167
8.4	Risultati delle prove di filtrazione su pendio	169
8.5	Modellazione del moto di filtrazione	172
8.6	Determinazione della forza di drag	173
8.7	Simulazione del moto di filtrazione	176
9	Modello di innesco per essiccamento	179
9.1	Modello fisico di innesco per essiccamento	183
9.2	Modellazione fisica dell'innesco per essiccamento	185
9.3	Simulazione dell'innesco per essiccamento	187
9.4	Risultati della simulazione di innesco per essiccamento	189
	Conclusioni	197
	Bibliografia	201

Sommario

In questa tesi sono state affrontate le tematiche relative all'insacco di instabilità nei terreni granulari a partire da una visione micromeccanica. Sono state in particolare evidenziate le caratteristiche e le potenzialità dei modelli micromeccanici per descrivere questi fenomeni. L'approccio particellare è stato calibrato sulla base di alcune prove triassiali di laboratorio condotte su due diversi materiali granulari. Successivamente il modello particellare è stato utilizzato per riprodurre alcune prove di carico su un modello fisico di pendio in sabbia con buoni risultati. E' stata poi indagata l'influenza dell'acqua sulla struttura dello scheletro solido e sono stati incorporati nel modello sia il regime di saturazione che quello di parziale saturazione. Questi due modelli sono stati testati su prove di filtrazione su pendio e prove di insacco per essiccamento. In particolare è stato evidenziato come il regime di parziale saturazione sia fondamentale nella previsione dei meccanismi di insacco.

This PhD work deal with triggering process and stability analysis of granular soil on slope from a micromechanical point of view. Particularly, it was highlighted the capability of micromechanical modelling in describing these phenomena. The granular approach has been calibrated on the base of some experimental triaxial tests performed with two different material. Then granular model has been used in reproducing some loading tests on a physical model of sandy slope with quite satisfactory results. The influence of water on soil skeleton was investigated and two new coupled models have been incorporated regarding saturated flow and partial saturated regime. This two models have been tested with seepage tests on slope and with triggering-evaporation tests. In particular it was highlighted that pendular regime should be very important in forecasting triggering mechanisms.

Introduzione

I materiali ed i corpi che hanno una natura "particellare" sono oggetto di studio in numerosi campi della scienza: dall'ingegneria geotecnica, alla scienza dei materiali, alla fisica, alla geologia. Materiali granulari, inoltre, vengono prodotti o impiegati in diversi settori dell'industria: dalla chimica alla farmaceutica, dall'alimentare alla mineraria. Tradizionalmente quindi non esiste un unico ambito scientifico di ricerca per lo studio questi materiali bensì tante trattazioni differenti disseminate in altrettanti settori disciplinari. Ogni settore scientifico, interessato a particolari problemi, ha indagato e indaga i materiali particellari con approcci differenti per raggiungere scopi differenti. Nel campo industriale, per esempio, il problema più indagato è quello del trasporto e immagazzinamento di questi materiali e quindi degli aspetti legati all'intasamento dei silos o dei tubi per la movimentazione pneumatica. Nel campo geotecnico gli aspetti più indagati riguardano invece il run-out di frane granulari, la spinta delle terre sulle opere, le fondazioni, la modellazione costitutiva micromeccanica e moltissimi altri problemi.

Tra gli aspetti più strani e complessi - e forse per questo più affascinanti - del comportamento dei materiali granulari vi è certamente la loro natura potenzialmente ambivalente di fluidi e di solidi. E' noto infatti come in certe condizioni il materiale granulare possa assumere le sembianze di un fluido viscoso-attributivo ed in altre quasi di un solido cristallino o amorfo. Si potrebbero inoltre elencare una miriade di altre "stranezze" e peculiarità che si nascondono dietro all'apparente disordine geometrico che caratterizza questi materiali. Per citarne solo alcune:

- Se depositiamo della sabbia su un piano a formare un mucchio conico ci aspetteremmo che la pressione esercitata alla base abbia un massimo in corrispondenza dell'apice del cono. Esperimenti di laboratorio (e.g. Smid e Novosad, 1981) ed in seguito varie interpretazioni numeriche (e.g. Matuttis,

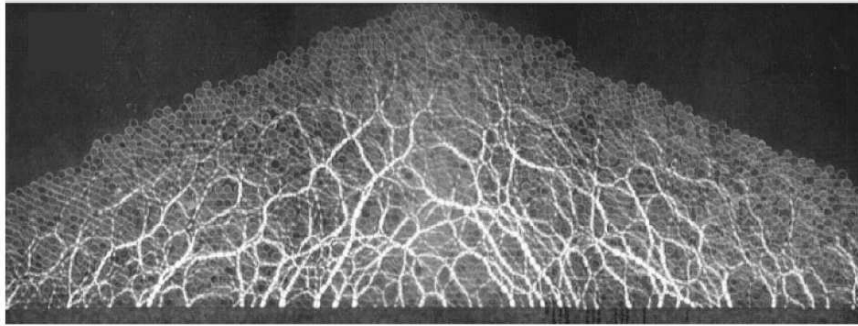


Figura 1: Catene di sforzo all'interno di un cumulo 2D di materiale fotoelastico (Geng et al., 2001)

1998) hanno mostrato che, al contrario, la massima pressione non si trova in corrispondenza dell'apice del mucchio (dove invece c'è un minimo) bensì ad una distanza, che dipende da vari fattori, e che è di circa $0.4R$ dove R è il raggio di base del conoide (Figura 1).

- La collisione di due blocchi di roccia (in seguito per esempio ad una caduta) produce altri pezzi più piccoli la cui distribuzione granulometrica finale segue tendenzialmente una legge di potenza.
- L'evidenza sperimentale mostra come le particelle che costituiscono le bande di taglio (generate per grandi deformazioni) abbiano la tendenza a ruotare più che scorrere l'una sull'altra (Iwashita e Oda, 1998; Oda e Kazama, 1998). Esistono configurazioni geometriche frattali ideali, anche molto dense, chiamate *Apollonian packings* per le quali nessuna particella slitta ma tutte ruotano con la perdita totale di attrito da scorrimento (Herrmann et al., 2004).
- In alcune aree desertiche sabbiose il suono persistente che si percepisce in sottofondo ha delle tonalità molto particolari e non dipende dall'intensità del vento. E' stato scoperto che il tipo di suono (frequenza e ampiezza), causato dal vento che scorrendo sulle dune fa rotolare i granelli di sabbia, dipende quasi unicamente dalle caratteristiche granulometriche della sabbia (Sholtz et al., 1997).

A più di 200 anni di distanza dalle prime teorie di Coulomb (1773) che analizzavano l'equilibrio e le condizioni di rottura di un pendio, i materiali granulari

continuano ad essere al centro dell'interesse della fisica e delle scienze ingegneristiche. La ragione principale è che i fenomeni che si osservano appaiono più complessi di quanto ci si possa attendere con il tradizionale approccio macroscopico largamente utilizzato fino ad oggi. Allo stesso tempo i meccanismi che avvengono alla scala delle particelle e che producono il collasso dei pendii non sono ancora del tutto chiari.

Per quanto concerne gli aspetti micro-meccanici dei materiali granulari, lo studio dello stato tensionale e della distribuzione di forze esistente tra i granelli di terreno è stato per molto tempo una possibilità remota. Nonostante fin dai primi passi della scienza geotecnica se ne comprendesse l'importanza, non vi erano gli strumenti e le competenze matematiche, oltre che i mezzi sperimentali per poter intraprendere questa strada. Così, ben presto, si è quasi del tutto abbandonata la visione micromeccanica per preferire quella macroscopica delle teorie del continuo che nel frattempo si era affermata con successo nel campo dei materiali metallici.

I primi esperimenti con materiale granulare fotoelastico degli anni '60 (Drescher e de Josselin de Jong, 1972) permisero di visualizzare lo stato tensionale così come non si era mai visto e cioè come una struttura ramificata di catene di sforzo (Figura 2). Ma si devono attendere gli anni '70 per avere la prima vera simulazione numerica micromeccanica di un semplice aggregato di dischi elementari soggetti ad uno stato di sforzo biassiale (Cundall e Strack, 1979)(Figura 2).

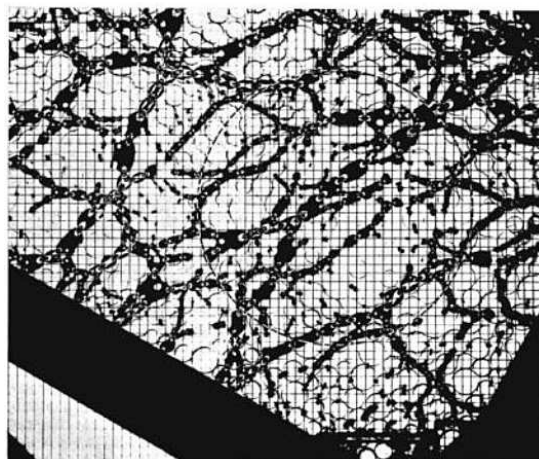


Figura 2: Catene di sforzo su dischi di materiale fotoelastico (Drescher e De Josselin De Jong, 1972)

La grande importanza di questo tipo di analisi si è compresa solo alla fine negli

anni '90 quando sono venuti a galla molti limiti delle teorie del continuo e dei metodi agli elementi finiti nell'analisi del comportamento del terreno. Terzaghi nel 1920, cioè agli albori della geotecnica, anticipando quanto sarebbe accaduto mezzo secolo più tardi, scriveva a proposito dell'uso della legge di Coulomb che si stava affermando:

The fundamental assumptions of the traditional earth-pressure theories cannot in fact, stand even superficially examination. The fundamental error was introduced by Coulomb, who purposely ignored the fact that sand consists of individual grains, and who dealt with the sand as if it were a homogeneous mass with certain mechanical properties. Coulomb's idea proved very useful as working hypothesis for the solution of one special problem of the earth-pressure theory, but it developed into an obstacle against further progress as soon as its hypothetical character came to be forgotten by Coulomb's successors. The way out of the difficulty lies in dropping the old fundamental principles and starting again from elementary fact that sand consists of individual grains (Terzaghi, 1920 citato da Rowe 1962 e Santamarina 2001)

Attualmente lo sforzo nella comprensione micromeccanica-particellare dei materiali si sta diffondendo anche nello studio dei corpi e materiali tradizionalmente legati alla teoria del continuo (materiali cristallini come il silicio o metalli). Essi, infatti, in piccola scala, non sono altro che il risultato dell'aggregazione più o meno regolare di singole particelle (molecole o atomi) le cui caratteristiche individuali sono quasi sempre meno complesse di quelle che possono essere osservate nel corpo considerato nella sua interezza come un continuo. Generalmente alle proprietà microscopiche delle particelle costituenti il materiale si aggiungono delle proprietà di "gruppo" che derivano dalle leggi di interazione reciproca di queste ultime e che sono tipiche del particolare tipo di assemblaggio (oltre che di altri aspetti ben più complessi).

Negli anni recenti si è assistito ad una rivisitazione in chiave microscopica di numerosi leggi e fenomeni della fisica che fino ad allora erano considerati solo in "veste" macroscopica. Parallelamente, lo sviluppo di nuove tecnologie nel campo delle micro-misure, e l'utilizzo di particolari tecniche per la micromeccanica, ha dato, e sta dando tuttora, un notevole impulso all'indagine su piccola scala e alla possibilità di validare e giustificare molte leggi empiriche o modelli teorici della teoria del continuo.

Tra i più interessanti sviluppi teorico-sperimentali circa i materiali granulari nel campo meccanico-geotecnico possiamo ricordare la teoria dell'elasticità in chiave micromeccanica (Walton 1987; Bathurst e Rothenburg, 1990; Chang e Liao, 1994), la comprensione della formazione delle shear-band e della meccanica dei fenomeni di localizzazione (Iwashita e Oda, 1998), la nota rivisitazione della teoria della frattura e del danneggiamento (p.e. Vesga et al., 2008), e la simulazione del fenomeno della liquefazione (Hakuno e Tarumi, 1988).

Nel campo più vasto della fisica possiamo citare altri mille esempi di derivazioni micro-macro come l'interpretazione microscopica del fenomeno della diffusione, del moto browniano alla Einstein, la comprensione particellare delle leggi dei gas, dei passaggi di stato ecc... In alcuni campi l'approccio micromeccanico è utilizzato come strumento per risolvere un'equazione differenziale in un dominio complesso: è il caso, ad esempio, dei metodi del reticolo Boltzmann (LBM ovvero Lattice Boltzmann Method) (Frisch et al., 1986). Essi sfruttando una legge di collisione locale tra particelle virtuali posizionate su una griglia regolare sono in grado di risolvere problemi di Navier-Stokes con domini complessi come per il flusso nei mezzi porosi e di determinare numericamente la permeabilità di un certo packing solido (Rothman, 1988; Spaid e Phelan, 1997).

Un notevole impulso al settore particellare si è avuto con lo sviluppo delle simulazioni al computer nate e cresciute parallelamente all'evoluzione delle tecnologie hardware. Ciò ha permesso in parte di incrementare il numero massimo di particelle rappresentabili (o la dimensione del problema), di affinare le leggi di contatto utilizzate, di risolvere domini sempre più complessi.

Allo stato attuale esistono diverse formulazioni della meccanica particellare classica, tutte molto simili tra loro ma che, a seconda del ramo scientifico dal quale hanno preso origine, hanno acquisito un nome differente: in fisica, ad esempio, queste genere di simulazioni sono chiamate simulazioni atomistiche di dinamica molecolare (MD da Molecular Dynamic), in geomeccanica si parla di metodi agli elementi discreti (DEM da Discrete Element Method). In seguito verranno brevemente discusse le differenze e gli aspetti comuni di alcuni di questi metodi.

Per avere una idea della crescente importanza che hanno acquisito nel corso del tempo questo genere di simulazioni, in campo geotecnico, il grafico in figura 3 mostra una elaborazione del numero di articoli pubblicati con tema gli elementi

discreti nel tempo ¹.

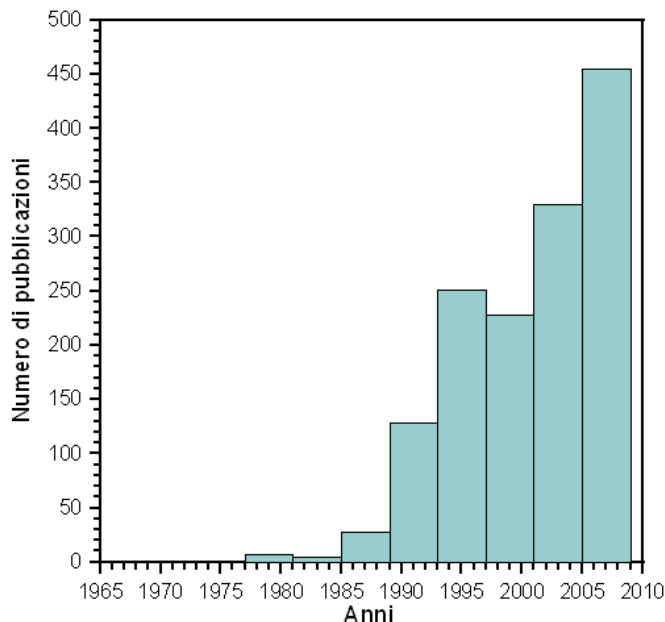


Figura 3: Numero di pubblicazioni con tema gli elementi discreti nel tempo

Attualmente questi metodi trovano applicazione non solo nei più svariati ambiti della scienza ma anche alle più svariate scale dimensionali: da quella degli atomi e delle molecole, dalle micro-particelle, alle polveri, dai granelli di sabbia, ai grandi e poliformi blocchi di roccia fino alle dinamiche dei corpi celesti e delle galassie (Hockney e Eastwood, 1988; Benz, 1990; Miller, 1992; Monaghan, 1992). La ragione di questa eccezionale versatilità e varietà di impiego dei modelli partecellari sta nella separazione tra le leggi del moto dei corpi o delle masse puntiformi (Leggi di Newton, Leggi di Eulero), e le leggi di interazione reciproca e tra i corpi. Con questo approccio, ad esempio, un problema di collisione tra un atomo e una struttura cristallina di silicio può essere impostato allo stesso modo di in un problema di collisione tra una cometa e un gruppo di satelliti semplicemente modificando la dimensione delle particelle e la legge del potenziale di interazione.

Le caratteristiche fondamentali comuni a tutte queste tecniche numeriche (MD, DEM, ecc..) possono essere così riassunte:

- l'utilizzo di enti (particelle con volume o semplicemente punti) di natura "distinta" (in contrapposizione al "continuo");

¹elaborazione da engineeringvillage2.org con ricerca nel titolo delle parole chiave *distinct element* e *discrete element*

- la loro numerosità (anche se non sempre necessaria);
- l'esistenza di una legge di relazione tra due o più particelle (legge del potenziale).

La natura "distinta" si riferisce all'utilizzo di corpi discreti o oggetti puntiformi ed è rappresentata da una proprietà (tipicamente la massa) concentrata in un volume più o meno regolare o in un punto in una certa posizione e con una certa velocità. La numerosità è la condizione per descrivere da un punto di vista statico e dinamico l'aggregato di particelle in maniera statisticamente rappresentativa. L'interazione reciproca è quasi sempre funzione della distanza spaziale che, con riferimento al tipo di modello utilizzato, può essere più o meno grande, limitata superiormente e/o inferiormente, con o senza contatto.

Nonostante i grandi passi avanti fatti negli ultimi decenni i modelli particellari, ed in particolare i modelli ad elementi discreti utilizzati in questa ricerca, soffrono ancora di grandi limitazioni. Il primo grande limite è costituito dal numero massimo di particelle rappresentabili. Spesso esso va a discapito della rappresentatività (o comunque della dimensione massima) dei fenomeni da indagare. Il secondo riguarda la descrizione geometrica delle singole particelle: il passaggio dalle forme sferiche a quelle più complesse di un granello di sabbia (poliedriche o altro), importante per alcuni tipi di simulazioni, costituisce ad oggi un notevole aggravio dell'onere computazionale (si rimanda al capitolo 2.4.2 per ulteriori dettagli). Terzo, ma non ultimo, il maggiore dettaglio richiesto, in alcuni casi, nel modello di interrelazione tra le particelle può ulteriormente ed irrimediabilmente incrementare i tempi di calcolo con un evidente impossibilità di raggiungere il risultato in tempi accettabili.

Per questo motivo, chi si cimenta nell'utilizzo di questi metodi deve avere anche la sensibilità per stabilire se un metodo possa essere computazionalmente praticabile e come eventualmente poterlo migliorare.

La stabilità dei pendii è da sempre uno dei principali argomenti di interesse geomeccanico sia per la progettazione di nuove opere che per la messa in sicurezza di versanti naturali. Fin dalla formulazione dei metodi all'equilibrio limite (Coulomb, 1776) l'analisi di stabilità dei pendii è stato il banco di prova di numerosissimi modelli numerici. Il problema della stabilità dei pendii è un problema complesso perché combina le geometrie non elementari dei versanti (forma e stratigrafia) con gli aspetti meccanici ed idraulici del terreno che lo costituisce.

L'affermazione di "pendio stabile" usata frequentemente in geotecnica è un concetto improprio: con questo termine infatti si vuole intendere non tanto la "stabilità" quanto semplicemente l'"equilibrio meccanico" del pendio. Nella pratica si usa suddividere il pendio in tante porzioni (blocchi, conci, elementi finiti) e valutare l'equilibrio di forze e di momenti su ciascuno di essi.

Questo tipo di approccio meccanicistico e deterministico è utile per evidenziare quale sia la generica condizione iniziale (sia essa di sicurezza o o non di sicurezza) rispetto alla quale si trova il pendio in esame. Una analisi più approfondita è in grado di stabilire quali siano all'interno della massa del pendio le aree maggiormente sollecitate e con quali stati tensionali. Modellando in maniera opportuna la presenza e l'afflusso nel tempo dell'acqua dalla superficie o dagli strati profondi e gli scambi con l'atmosfera è possibile inoltre indagare quale possa essere la variazione dello stato di equilibrio con l'evoluzione del regime idraulico. Nella maggior parte dei casi è difficile riconoscere la suscettibilità del pendio all'innescò e le reali cause di un eventuale frana soprattutto se questa coinvolge gli strati superficiali dove tipicamente lo stato tensionale è poco intenso ed eterogeneo e dove l'effetto della parziale saturazione può essere di fondamentale importanza.

L'approccio più consueto è quello che lega il pendio in un certo stato ad un coefficiente di sicurezza. Oltre ai parametri di resistenza del terreno appare subito evidente come sia importante valutare l'effetto dell'acqua: la sua presenza, la direzione e l'intensità dei flussi, in profondità come in superficie.

Uno sguardo micromeccanico ci aiuta a comprendere quali siano i meccanismi di innescò dell'instabilità nel pendio e in questo caso a valutare la forza dell'acqua sulle singole catene di sforzo e la loro importanza rispetto alla stabilità del singolo concio di pendio. Inoltre grandezze fondamentali come la porosità, la distribuzione dei contatti e le dimensioni dei singoli grani, difficili da prendere in esame con un modello continuo, vengono naturalmente incorporate nell'analisi.

Fino a qualche anno fa la difficoltà maggiore nell'uso di modelli agli elementi discreti stava nel considerare l'effetto dell'acqua sullo scheletro solido. Recentemente stanno prendendo piede una serie di nuovi approcci (metodi FEM-DEM accoppiati e i sopracitati metodi del reticolo di Boltzmann) con risultati promettenti e che probabilmente in futuro daranno un grande impulso alla risoluzione di questo genere di problemi.

Questo lavoro di ricerca si pone come obiettivo lo studio di alcuni fenomeni di

innesco a partire da problemi quasi-statici prossimi all'instabilità indagando ciò che avviene a livello delle singole particelle che costituiscono il pendio.

Nel capitolo 2.10 verrà spiegato in cosa consiste l'approccio micromeccanico con particolare riferimento ai metodi agli elementi discreti e alle problematiche riguardanti l'uso della forma sferica piuttosto che poliedrica per simulare i grani di terreno reali.

Successivamente nel capitolo 2.8 ci si porrà il problema di come simulare grandi volumi di terreno con un approccio che mantiene le caratteristiche di porosità e di distribuzione granulometrica e scala le proprietà meccaniche al contatto tra le particelle. Dopo la calibrazione dei parametri micromeccanici questa metodologia verrà testata su un modello di pendio in scala con una prova di carico su piastra. Verranno messi a confronto i risultati ottenuti in laboratorio con quelli simulati nel modello DEM per quanto riguarda la forza-spostamento della piastra e il campo degli spostamenti della massa del pendio valutato in laboratorio con la tecnica PIV (Particle Image Velocimetry). Si apprezzerà in particolare l'influenza del vincolo cinematico applicato alla fondazione nella determinazione della resistenza globale.

Nel capitolo 3 verranno discussi i problemi relativi alla presenza dell'acqua nel terreno in condizioni di saturazione e gli effetti che essa ha sui materiali particellari. Successivamente nel capitolo 8 verrà illustrato sperimentalmente e numericamente il problema di filtrazione su un pendio di altezza limitata. Si discuterà in particolare di come simulare in maniera semplificata il flusso d'acqua nel mezzo poroso granulare e dei particolari fenomeni di innesco che si generano.

Nel capitolo 4 si approfondiranno gli aspetti meccanici nell'analisi dei pendii parzialmente saturi ed in particolare l'effetto di piccole quantità d'acqua in un materiale discreto con riferimento ad un regime di tipo "pendolare". Verrà discusso il problema del ponte capillare tra una coppia di particelle di terreno e come quest'ultimo possa essere incorporato nel metodo agli elementi discreti. Con alcune simulazioni si mostrerà l'effetto di coesione dovuto alla presenza di piccoli quantitativi di acqua e quanto questo sia importante nello studio dei fenomeni di innesco di instabilità dei pendii specie nelle frane superficiali.

Infine nel capitolo 9 verranno mostrati i risultati della riproduzione sperimentale e numerica di un particolare problema di innesco per essiccamento per testare la bontà del modello di ponte capillare e per evidenziare l'importanza dei flussi

evaporativi nella valutazione della stabilità dei pendii.

Capitolo 1

I terreni incoerenti

I terreni sono i materiali granulari per eccellenza più diffusi in natura. Le particelle che li compongono sono dette grani e ciascuno di essi può avere dimensioni che spaziano circa 10 ordini di grandezza: si passa dai 10^{-9} mm delle particelle di argilla fino a qualche metro nel caso dei blocchi di roccia. Pur avendo caratteristiche chimico-mineralogiche anche molto simili tra loro (risultato di fenomeni erosivi) i terreni sono molto diversi da un punto di vista fenomenologico. Si pensi ad esempio a tre tipi di materiale: un blocco di marmo integro, lo stesso blocco ridotto in frantumi e la polvere prodotta nella lavorazione di questo marmo. Essi hanno la medesima composizione mineralogica tuttavia la loro risposta meccanica è completamente differente. La prima caratteristica che balza all'occhio è la diversa dimensione dei singoli grani. La seconda è la loro differente numerosità all'interno di uno stesso volume. Queste due caratteristiche, prima ancora che qualsiasi parametro meccanico (modulo di Young, angolo di attrito ecc.) controllano in maniera decisiva il comportamento fenomenologico del terreno.

Per quanto riguarda le dimensioni dei grani, secondo una rozza classificazione che fa riferimento unicamente alla composizione granulometrica, i terreni a grana fine con diametro inferiore ai $2\mu m$ sono chiamati "argille" (classificazione BS 5930) ed hanno, come è noto, proprietà completamente differenti rispetto a terreni di granulometria superiore come ad esempio i limi (tra i $2\mu m$ e i $60\mu m$) e le sabbie (tra i $60\mu m$ e i $2mm$). Le classificazioni più comuni fanno riferimento, più razionalmente, alle proprietà granulometriche per i terreni a grana grossa e ai limiti di Atterberg per quelli a grana fine (USCS, AASHTO). Le proprietà principali dei materiali a grana fine, infatti, sono la plasticità e la coesione in dipendenza dal

contenuto d'acqua e dalla possibilità di dissipare le sovrappressioni.

Il motivo principale di questa differenza fenomenologica risiede nel fatto che particelle così piccole possono risentire di grandi forze di attrazione elettrostatica (Van Der Waals) e che queste forze agiscono anche a distanze relativamente elevate (rispetto alle dimensioni dei singoli grani). Il secondo motivo è che tendono a catturare ioni dispersi e molecole d'acqua (anche quelle presenti nell'aria) in relazione al fatto che hanno una superficie specifica molto elevata. In questo modo variano notevolmente le proprietà del materiale argilloso a seconda del tipo di ioni catturati, della loro concentrazione, della quantità d'acqua disponibile. Il terzo motivo è che hanno una forma tutt'altro che arrotondata, generalmente lamellare, e quindi possiedono una direzionalità del potenziale di attrazione che si manifesta con la tendenza a formare strutture flocculate o disperse.

Per semplificare possiamo dire che per particelle molto piccole prevalgono le forze di superficie rispetto a quelle di massa. Diversamente, considerando granulometrie più grandi come ad esempio quelle tipiche delle sabbie e delle ghiaie, le forze di massa (e quindi la dimensione dei singoli granelli) prevalgono sulle altre e costituiscono la componente fondamentale da un punto di vista micromeccanico.

Parlare di terreni granulari è improprio ed eccessivamente generico perché in realtà, come abbiamo detto, tutti i terreni sono costituiti da grani. La suddivisione in terreni coerenti (o coesivi) ed incoerenti, tradizionalmente usata in molti testi di geotecnica (Lambe e Withman, 1969) appare più corretta perché contiene al suo interno il concetto di rilevanza delle forze di massa su quelle di superficie.

Alcuni autori si rifanno al concetto di superficie specifica ovvero all'area della superficie delle particelle per unità di massa (o di volume).

Raggio particella [mm]	Area superf. partic. [mm ²]	Volume particella [mm ³]	Superf. specifica per unità di volume [mm ⁻¹]
2.5	78.5	65.4	1.2
1	12.6	4.19	3
0.4	2.01	0.27	7.5
10 ⁻³	1.26 · 10 ⁻⁵	4.19 · 10 ⁻⁹	3000
10 ⁻⁶	1.26 · 10 ⁻¹¹	4.19 · 10 ⁻¹⁸	3000000

Tabella 1.1: Superficie specifica in funzione della granulometria

In tabella 1.2 sono riportate le superfici specifiche di particelle di diversa granulometria¹.

Per i nostri studi il limite di superficie specifica sotto il quale i terreni saranno considerati incoerenti è di 40mm^{-1} , corrispondenti alle particelle passanti al setaccio #200 (0.074mm). Un limite leggermente inferiore pari a 0.06mm è usato da Iverson e Vallance (2001) per classificare i flussi massivi di materiali granulari. Deresiewicz (1958) invece considerava come limite dimensionale tra i materiali granulari e quelli colloidali un diametro delle particelle di 10^{-3}mm .

D'ora in avanti quando parleremo di materiali granulari faremo riferimento unicamente ai materiali granulari incoerenti. Trascureremo quindi l'effetto di eventuali forze elettrostatiche di tipo Van Der Waals (che hanno un influenza limitata per dimensioni così grandi delle particelle) e ci concentreremo sulla descrizione delle forze di massa, su quelle di contatto ed eventualmente su quelle capillari. Vedremo inoltre come queste ultime possono trasformare un materiale incoerente in un materiale parzialmente coesivo con un incremento di resistenza dipendente dalle dimensioni delle particelle e dalla quantità di fluido.

Occorre comunque ricordare come sia possibile una descrizione particellare dei materiali coesivi a partire dalle singole lamelle di silicio e dalla definizione dei potenziali di interazione atomica. Alcuni lavori pionieristici in questo senso sono riportati in letteratura (Ghaboussi e Barbosa 1990, Lu et al. 2007).

A parità di composizione mineralogica e di granulometria, gli altri fattori che influenzano la risposta meccanica di un materiale granulare incoerente sono principalmente l'indice dei vuoti (o la porosità), la pressione di confinamento e la velocità di applicazione della sollecitazione. Fissate queste variabili anche la morfologia delle particelle (forma, rotondità, rugosità) influisce sulla risposta meccanica complessiva del terreno. Alcuni autori hanno mostrato che l'utilizzo di particelle con forme selezionate modifica diversi aspetti del comportamento meccanico come la rigidità, la resistenza, l'evoluzione dell'anisotropia, la dilatanza, e lo sviluppo delle deformazioni plastiche (Alonso-Marroquin et al., 2005; Pena et al., 2008). In generale più le particelle di una sabbia si discostano dalla forma sferica (massima rotondità) più grande è la porosità massima raggiungibile, più bassa è la sua rigidità a piccole deformazioni e più alto è l'angolo di stato cri-

¹Valori ricavati assumendo le particelle sferiche; considerando le particelle di argilla, aventi forma lamellare la superficie specifica può notevolmente aumentare.

tico. Si veda a tal proposito il lavoro di Cho et al. (2006) che hanno catalogato porosità, rigidità e resistenza di un'ampia categoria di sabbie con diverse forme e angolosità.

In pratica possiamo immaginare che la forma delle particelle influenzi la mobilità cioè la possibilità di "scivolare" e di rotolare all'interno dei pori e quindi di incrementare la sua compattezza. Questo fatto può essere osservato considerando un terreno granulare composto di particelle di forma diversa e soggetto a vibrazione. Il materiale *ségrega*, si separa in strati di materiale con angolosità crescente verso la superficie. La spiegazione di questo fenomeno è che le particelle più arrotondate essendo più mobili di quelle angolose tendono ad "immergersi" e a stratificarsi al di sotto delle altre. Molte di queste proprietà sono sfruttate in campo industriale per la vagliatura e la quartatura di materiali particellari.

Oltre alla segregazione, altri fenomeni che riguardano i materiali granulari sono: liquefazione, erosione, miscelamento, clogging, effetto arco, galleggiamento.

Molti di questi fenomeni sono particolarmente interessanti da un punto di vista ingegneristico-ambientale oltre che fisico: nella previsione di fenomeni di trasporto, di colate, di erosione, di sifonamento, ecc.

1.1 Fenomenologia

Chi si occupa di sondaggi e prove di laboratorio sa bene che con i materiali granulari non è quasi mai possibile ottenere campioni indisturbati. Essi infatti, nella stragrande maggioranza dei casi sono privi di forma propria e collassano in assenza di confinamento quando vengono portati in superficie ed estrusi dai campionatori. Dopo il collasso raggiungono presto una configurazione di equilibrio stabile con un angolo di natural declivio proprio del materiale. Questo comportamento è uno dei tanti esempi usati per comprendere la natura polimorfa dei materiali granulari simili ad un fluido in determinate condizioni e ad un solido in altre.

In casi particolari le sabbie manifestano una cementazione residua la cui entità è legata alla mineralogia delle particelle e/o al tipo di soluti disciolti nel fluido interstiziale. In particolare i fenomeni che producono cementazione sono: plasticizzazione dei contatti, reazione chimica dei contatti, precipitazione di sali presenti nel fluido (Santamarina et al., 2001).

Esistono diverse tecniche di laboratorio per tentare di preservare le caratteristiche dello scheletro solido (indice dei vuoti o porosità, struttura, orientazione e distribuzione dei contatti) per un materiale incoerente che si differenziano per il grado di disturbo che inducono. Tra le più conosciute possiamo ricordare il congelamento e l'imbibimento con resine. Anche il tipo di campionatore può incidere sul grado di disturbo del campione prelevato.

Ad ogni modo, salvo casi particolari, i materiali granulari raramente sono oggetto di indagini geotecniche per la caratterizzazione meccanica. Occasionalmente si procede a prove di laboratorio su campioni ricostituiti. Più frequentemente si ricorre alla descrizione granulometrica e da questa eventualmente si stimano tutte le altre proprietà (compressibilità, permeabilità,...).

Queste categorie di terreni infatti hanno tutti tendenzialmente buone caratteristiche di resistenza e bassa compressibilità che ne fanno generalmente un ottimo substrato per la posa di fondazioni, e di opere in terra. Inoltre per le ottime proprietà di conducibilità idraulica (salvo la presenza di fine) manifestano una risposta drenata (pressoché immediata) in conseguenza ad un carico esterno in condizioni sature. Per questi motivi trovano largo impiego nella realizzazione di dreni e di filtri.

1.2 Proprietà meccaniche e geometriche

Lo studio delle caratteristiche meccaniche dei terreni granulari è iniziato con Coulomb (1773 - 1776) che analizzò l'equilibrio e la rottura di un pendio. I concetti che andremo a descrivere sono ben noti e sedimentati nella geotecnica classica; tuttavia un loro richiamo è utile per approfondire alcuni aspetti. Non faremo una rivisitazione storica della meccanica dei materiali granulari ma ribadiremo solo alcuni concetti a partire dalla fenomenologia.

La prima caratteristica che è evidente nello studio dei materiali granulari è la non-linearità della risposta meccanica tenso-deformativa sia in fase di carico che di scarico. Questa caratteristica è in larga misura dovuta al mutuo scorrimento che si genera al contatto tra i grani e alla natura intrinsecamente fratturata del terreno che produce principalmente deformazioni di tipo irreversibile. In alcune condizioni anche la velocità con cui è applicata la deformazione può influenzare la risposta meccanica. Tuttavia la plasticità è la proprietà dominante della feno-

menologia di questi materiali. Un'altra proprietà fondamentale, che li differenzia da altri materiali come i metalli, è la dipendenza della risposta dallo stato tensionale. Ad esempio, la resistenza, cioè il generico sforzo di taglio massimo (di rottura) che il materiale granulare è in grado di sopportare, è una caratteristica del materiale che possiede questa proprietà: la resistenza aumenta all'aumentare della tensione isotropa. In linea generale la resistenza è non lineare con la tensione ma per il campo di applicazione di questo studio (per bassi livelli di tensione) può essere considerata lineare. I materiali granulari non resistono a sforzi di trazione, tuttavia piccoli quantitativi di acqua possono indurre un certo livello di coesione (resistenza a tensione normale media nulla). Pur essendo molto basso il valore di coesione delle sabbie parzialmente sature esso è di fondamentale importanza a basse e bassissime tensioni di confinamento (quelle che si esplicano per un terreno molto superficiale).

1.2.1 Dilatanza

La resistenza al taglio di un materiale granulare può essere rappresentata in maniera semplificata dalla legge lineare di Coulomb:

$$\tau = c + \sigma \tan \phi \quad (1.1)$$

Dove c è la componente di resistenza indipendente dalla pressione normale sul piano di scivolamento (la coesione) e ϕ è l'angolo di attrito del materiale.

Assumendo poi che la resistenza al taglio sia equivalente su qualunque piano di scivolamento (assunzione che tuttavia contiene al suo interno una ipotesi di continuo isotropo non sempre condivisibile), il criterio di rottura per uno stato di tensione triassiale con σ_1 e $\sigma_2 = \sigma_3$ è rappresentato dall'involuppo di rottura di Mohr-Coulomb (Figura 1.1) per cui si ottiene

$$\sigma_1 = \sigma_3 \tan^2(45 + \phi/2) + 2c \tan(45 + \phi/2) \quad (1.2)$$

Questa formulazione consente di determinare l'inclinazione teorica del piano di scivolamento a rottura pari a $(45 + \phi/2)$ rispetto alla direzione di carico. Applicando l'equazione 1 e 2 ad un materiale particellare (e quindi necessariamente discontinuo) assieme al concetto di deformazione parallela al piano di scivolamento sembra che il materiale scorra a rottura senza alcuna variazione di volume come nel caso di due blocchi lisci in un test di attrito. Fin dal 1885 Reynolds mostrò che

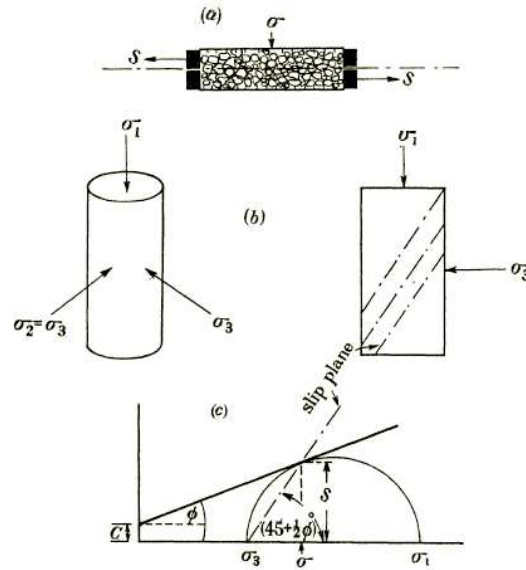


FIGURE 1. (a) Coulomb assumption and shear box test. (b) Triaxial stress test system. (c) Mohr-Coulomb failure criterion.

Figura 1.1: Interpretazione del criterio di rottura di Mohr-Coulomb per una prova di taglio ed una prova triassiale (Rowe, 1962).

le sabbie dense espandono a rottura e chiamò questo fenomeno "dilatanza" per distinguerlo dai fenomeni di contrazione di volume che invece caratterizzano il taglio con sabbie sciolte. Questa è la prova che i movimenti delle particelle durante la deformazione e la rottura non sono necessariamente nella direzione di applicazione delle tensioni di taglio ed è necessario introdurre un termine per tener conto di questo fenomeno. La dilatanza plastica d^p è espressa dal rapporto tra la variazione della deformazione di volume plastica e la variazione di deformazione tagliente plastica:

$$d = \frac{d\epsilon_V^p}{d\epsilon_s^p} \quad (1.3)$$

Nella pratica si stima o si misura la deformazione elastica (ϵ_V^e ed ϵ_s^e) e la si toglie dal valore di deformazione totale per ottenere il contributo plastico ovvero $\epsilon_V^p = \epsilon_V - \epsilon_V^e$ e $\epsilon_s^p = \epsilon_s - \epsilon_s^e$ (Been e Jefferies, 2004). Nella geomeccanica moderna esistono diverse formulazioni della dilatanza di un materiale granulare (Rowe, 1962; Bolton, 1986; Nova e Wood, 1979; Pastor et al., 1990; Jefferies, 1993; Manzari e Dafalias, 1997; Gajo e Wood, 1999): quasi tutte sono legate all'angolo di attrito del materiale (di picco e a volume costante), alla porosità e alla granulometria.

In seguito all'ideazione della scatola di taglio Casagrande assieme a Terza-

ghi, Peck e Taylor (1948) mostrarono alla comunità scientifica che sabbie dense e sciolte avevano un comportamento meccanico molto differente: le prime manifestavano un picco e una riduzione conseguente di resistenza; le seconde invece un incrudimento progressivo. Più tardi Roscoe, Schofield e Wroth (1958) usando una apparecchiatura di taglio osservarono che a grandi deformazioni, per una data tensione normale, un materiale raggiunge un angolo di attrito (sempre usando la teoria di Coulomb) chiamato "angolo di attrito a volume costante", ϕ_{cv} che è indipendente dalla porosità di partenza del materiale.

In una visione micromeccanica la dilatanza è dovuta al mutuo scorrimento delle singole particelle e può essere simulata con un modello agli elementi discreti Rowe (1962) suggeriva diversi valori di dilatanza per diversi tipi di aggregati in diverse combinazioni di *packing*² e di stato di tensione iniziale: cilindri paralleli in stato di tensione bidimensionale, sfere monogranulari con packing di tipo face centered cubic in stato tensionale isotropo di partenza; sfere monogranulari con packing rombico; packing regolare generico; packing irregolare generico.

Kruyt e Rothenburg (2006) per un agglomerato simulato di dischi 2D con rigidità lineare al contatto riportano una dilatanza $-d\epsilon_v^p/d\epsilon_s^p$ linearmente dipendente dal rapporto tensionale $\eta = q/p$ per diversi valori dell'angolo di attrito intergranulare ϕ_μ , dove $q = 1/2(\sigma_1 - \sigma_2)$ è la tensione deviatorica, $p = 1/2(\sigma_1 + \sigma_2)$ la tensione principale, $\epsilon_v = \epsilon_1 + \epsilon_2$ la deformazione volumetrica ed $\epsilon_s^p = \epsilon_1 - \epsilon_2$ la deformazione deviatorica. Allo stesso tempo mostrano un incremento della resistenza di picco $(q/p)_{picco}$, della resistenza a volume costante $(q/p)_{cv}$ e della dilatanza $-d\epsilon_v^p/d\epsilon_s^p$ con l'angolo di attrito intergranulare (Figura 1.2a). Riportando la dilatanza al picco $(-d\epsilon_v^p/d\epsilon_s^p)_{picco}$ in funzione della differenza di resistenza $(q/p)_{picco} - (q/p)_\infty$ osservano questa relazione lineare:

$$-\left(\frac{d\epsilon_v^p}{d\epsilon_s^p}\right)_{picco} \approx \alpha [(q/p)_{picco} - (q/p)_\infty] \quad (1.4)$$

con $\alpha = 0.6$. Lo stesso fit lineare 1.4 è riprodotto nella figura 1.2b.

Questo risultato è simile a quello riportato da Bolton (1986) che interpola dati sperimentali per le sabbie. Combinando il risultato di Kruyt e Rothenburg con una relazione lineare tra l'incremento di dilatanza e la resistenza al taglio,

²struttura spaziale orientazione dei contatti e porosità dello scheletro solido. Nel seguito si farà sempre uso del termine *packing* non essendoci un corrispondente termine italiano che concentri lo stesso significato.

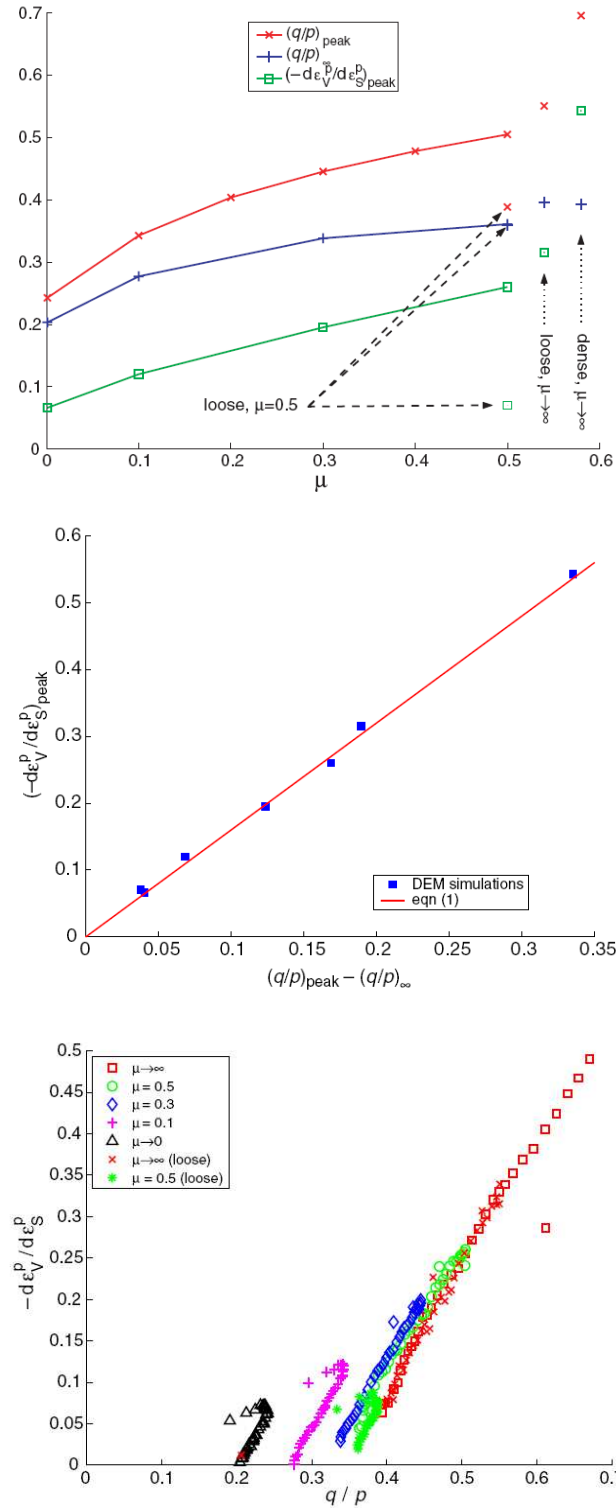


Figura 1.2: (a) Resistenza di picco, critica e dilatanza al picco in funzione dell'angolo di attrito intergranulare; (b) Relazione tra la differenza della resistenza di picco e critica e la dilatanza per simulazioni DEM; (c) Plot delle curve dilatanza vs rapporto di carico per diversi angoli di attrito intergranulare

osservabile in figura 1.2c, i due autori ottengono la relazione:

$$-\left(\frac{d\epsilon_v^p}{d\epsilon_s^p}\right) \approx \alpha [(q/p) - (q/p)_\infty] \quad (1.5)$$

Rowe (1962), con una trattazione teorica energetica e diversi risultati sperimentali arrivò ad esprimere una relazione che rielaborata risulta essere

$$-\left(\frac{d\epsilon_v^p}{d\epsilon_s^p}\right) = \frac{(q/p) - (q/p)_\infty}{1 - (q/p)_\infty(q/p)} \quad (1.6)$$

ovvero una espressione molto simile alla 1.5 ottenuta da Kruyt e Rothenburg.

Si noti come le due relazioni 1.5 e 1.6 siano valide indipendentemente dal valore del coefficiente di attrito interparticellare μ .

Ciò suggerisce come l'origine della dilatanza dipenda unicamente dalle caratteristiche geometriche delle particelle (forma) e dalla loro disposizione spaziale (packing). Rowe (1962) già comprendeva che questo sarebbe stato il risultato ma non era in grado di provarlo per geometrie complesse e per dimensioni e forme delle particelle differenti. Un modello micromeccanico che incorpora naturalmente queste quantità (curva granulometrica, forma delle particelle e disposizione iniziale) è in grado quindi di esplicitare direttamente la dilatanza del materiale e il comportamento di picco per qualsiasi valore di porosità iniziale una volta che sia stata tarato l'angolo di attrito al contatto.

1.2.2 Angolo di attrito

Il carico che viene esercitato su un materiale granulare è trasmesso ai singoli grani tramite lo scheletro solido ovvero tramite la rete di contatti che unisce grano a grano. Se i singoli grani potessero trasmettere solo forze normali al contatto, la risposta meccanica macroscopica sarebbe unicamente elastica. L'origine della plasticità dei materiali granulari sta proprio nella capacità dei contatti di deformare irreversibilmente tramite scorrimenti e/o rotazioni. La rotazione dei singoli grani è quasi sempre modesta ma assume particolare importanza nei fenomeni di localizzazione (Iwashita e Oda, 1998). Il movimento principale che si realizza al contatto è per lo più uno scorrimento mutuo parzialmente elastico e limitato superiormente. La resistenza elastica tangenziale oltre la quale si ha scivolamento al contatto è rappresentata dalla legge di Coulomb micromeccanica ovvero:

$$F_t \leq F_n \mu = F_n \tan \phi_\mu \quad (1.7)$$

dove F_t è la componente di forza che agisce tangenzialmente alla superficie di contatto, F_n la componente normale al piano di contatto, μ il coefficiente di attrito statico al contatto o più frequentemente ϕ_μ l'angolo di attrito intergranulare (o angolo di attrito statico al contatto).

L'angolo di attrito intergranulare è l'unico responsabile dei fenomeni dissipativi irreversibili che avvengono nei materiali granulari in condizioni quasi-statiche. Esistono in letteratura diverse formulazioni che legano l'angolo di attrito intergranulare ϕ_μ all'angolo di attrito macromeccanico a volume costante ϕ_{cv} . Tutti concordano con il fatto che l'angolo di attrito reale al contatto tra le particelle minerali sia sempre minore dell'angolo di attrito "di gruppo", cioè del materiale granulare nel suo complesso. Esso dipende dalle caratteristiche dei minerali, dalle proprietà delle superfici, dalla loro rugosità e dall'intensità del carico sulla particella (Bowden e Tabor, 1945). Assumendo che il carico sopportato da ogni singola particella possa variare di 4 ordini di grandezza nel passare dai limi alle sabbie Rowe (1962) riferisce di un angolo di attrito intergranulare dipendente dal diametro delle particelle (Figura 1.3).

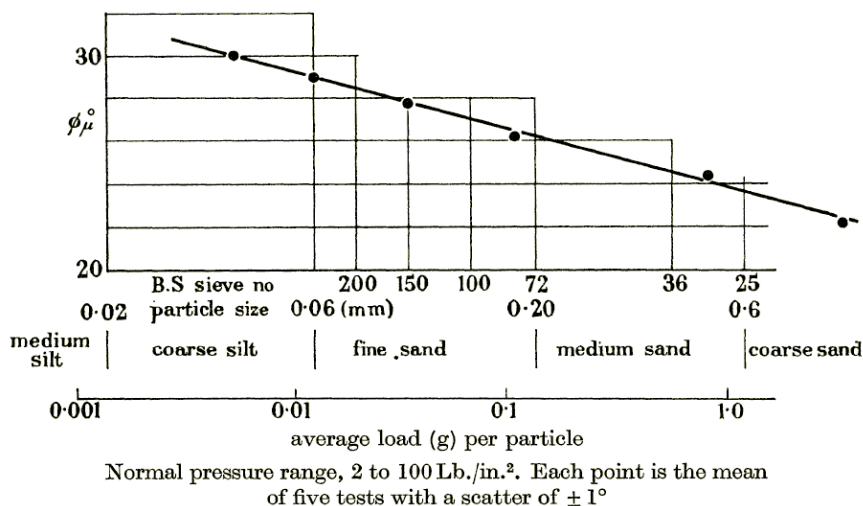


Figura 1.3: Elaborazione sull'angolo di attrito intergranulare in funzione della dimensione delle particelle

Per materiale particellare costituito da grani di quarzo a pressioni dai 13 ai 689 kPa l'andamento dell'angolo di attrito intergranulare è decrescente con l'aumentare della dimensione delle particelle dai 31° dei limi grossi ai 22° circa per le sabbie grosse. L'esperimento è stato ripetuto per quarzo, vetro e acciaio ed

è descritto da Rowe (1962). L'autore riporta alcuni angoli di attrito intergranulari assieme alle relative porosità massime e minime (tabella 1.2).

Materiale	Angolo di attrito intergranulare, ϕ_μ [°]	Porosità min [%]	Porosità max [%]
Palline di acciaio	7 (in aria) 9 (in acqua)	37	40
Palline di vetro (D = 0.25 mm)	17	35	42
Sabbia grossa	23	33	45
Sabbia Leighton Buzzard (#18 - #25)	24	33	45
Sabbia da media a fine	26	33	45
Limo	30+-1	32	46

Tabella 1.2: Angoli di attrito intergranulari e porosità di alcuni materiali granulari (Rowe, 1962).

Caquot (1934) integrando le forze agenti in due direzioni perpendicolari sulla superficie della sfera e assumendo che nello stato ultimo (critico) lo scorrimento avvenga contemporaneamente su piani di contatto inclinati in ogni direzione della superficie sferica deriva la seguente espressione (valida per stato piano di deformazione) (figura 1.4):

$$\tan \phi_{cv} = \frac{1}{2} \pi \tan \phi_\mu \quad (1.8)$$

Bishop (1954) più tardi sviluppò una soluzione approssimata per compressione triassiale $\sigma'_1 = \sigma'_3 < \sigma'_2$ del tipo (figura 1.4):

$$\sin \phi_{cv} = \frac{15 \tan \phi_\mu}{10 + 3 \tan \phi_\mu} \quad (1.9)$$

Anche se la validità di questa espressione è messa in dubbio dalle misure di ϕ_μ e ϕ_{cv} .

Horne (1965 e 1969) studia lo stesso problema ed arriva a proporre una espressione molto complessa (figura 1.4) per determinare la relazione tra gli angoli di attrito al contatto e a volume costante: valida per compressione triassiale.

Skinner (1969) analizza il problema in maniera rigorosa eseguendo una serie di prove su scatola di taglio con aggregati random di sfere di diverso materiale (piombo, vetro, acciaio) asciutte e bagnate e riporta un confronto con le soluzioni

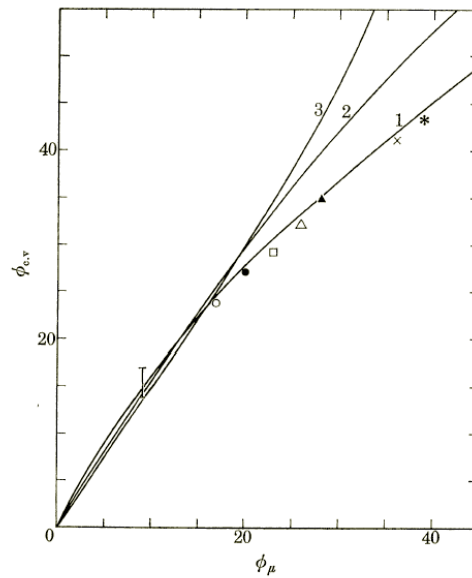


FIGURE 18. This shows the experimental results of $\phi_{e,v}$ plotted against ϕ_{μ} compared with the theoretical curves of Horne (curve 1), Caquot (curve 2) and Bishop (curve 3).

Key to experimental points of figures 17 and 18: *, crushed glass (Parikh 1967); x, feldspar (rose) (Lee 1966); ▲, quartz (Welland river) (Parikh 1967); △, quartz (Mersey river) (Rowe 1962); □, zircon (Rowe 1968); ●, bronze spheres (Parikh 1967); ○, glass ballotini (Rowe 1962); ⊥, range of values for steel balls.

Figura 1.4: Risultati teorici e sperimentali circa la relazione tra angolo di attrito intergranulare e l'angolo d'attrito a volume costante (Horne, 1969).

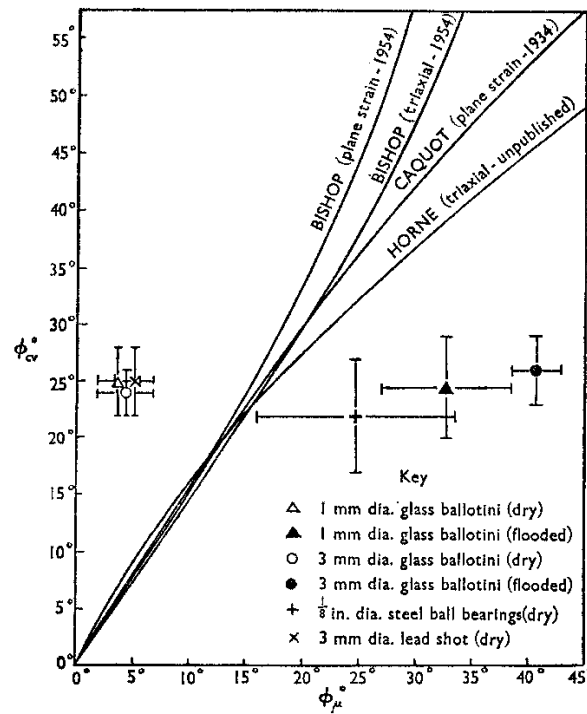


Fig. 3. Theoretical and experimental relations between ϕ_μ and ϕ_v'

Figura 1.5: Risultati teorici e sperimentali circa la relazione tra angolo di attrito intergranulare e l'angolo d'attrito a volume costante (Skinner, 1969).

di Caquot, Bishop e Horne. Il risultato riportato da Skinner sembra in contraddizione con le teorie esposte dai tre autori (vedi figura 1.5). In particolare l'autore riferisce un angolo di attrito ϕ'_{max} che non cresce monotonicamente con ϕ_μ ed un angolo ϕ'_{cv} che risulta pressoché indipendente da ϕ_μ (vedi figura 1.5). Egli inoltre osserva che ϕ'_{max} diminuisce con l'aumentare della porosità (per valori sperimentali tra 35% e 40% circa).

Le differenze che si osservano nei risultati riportati dai tre autori sono imputabili ad almeno 3 fattori:

- alla difficoltà di osservare un angolo di attrito a volume costante (ϕ_{cv} o σ'_1/σ'_2) specie nelle prove triassiali in deformazione assialsimmetrica
- alla difficoltà sperimentale e alle diverse strategie utilizzate per misurare l'angolo di attrito intergranulare ϕ_μ
- alla differente forma delle particelle utilizzate per il confronto: Horne, Rowe e Bishop usano materiali granulari di forma diversa (sabbie, rocce frantumate e palline); Skinner solo palline

In particolare, in riferimento all'ultimo di questi aspetti si nota come in tutti e quattro gli studi l'angolo di attrito a volume costante ϕ_{cv} , per un aggregato di particelle sferiche, non sia mai superiore a 26° circa.

Esperimenti condotti dal sottoscritto in laboratorio preparando pendii di paline di vetro asciutte di diverso diametro e con diversi volumi di materiale hanno condotto al medesimo risultato: l'angolo di natural declivio non è mai superiore a 28°.

Appare evidente che utilizzando particelle di forme diverse (sabbia, limi ecc..) il risultato non sia altrettanto vero: per le sabbie, Horne riporta angoli ϕ_{cv} di circa 35-40° (vedi figura 1.4).

In generale possiamo dire che la forma delle particelle e la rugosità producono un incremento importante dell'angolo ϕ_{cv} e una stima impropria di ϕ_μ a causa delle asperità delle particelle. Per particelle sferiche invece ϕ_{cv} è costante e pari a circa 26° ed indipendente da ϕ_μ .

Gli stessi modelli numerici confermano questa ipotesi. Suiker e Fleck (2004), ad esempio, mostrano come, per un aggregato di particelle sferiche sottoposte a taglio triassiale, l'angolo di attrito macroscopico raggiunga valori massimi di circa 24° anche per angoli di attrito al contatto di 34° circa (Figura 1.6).

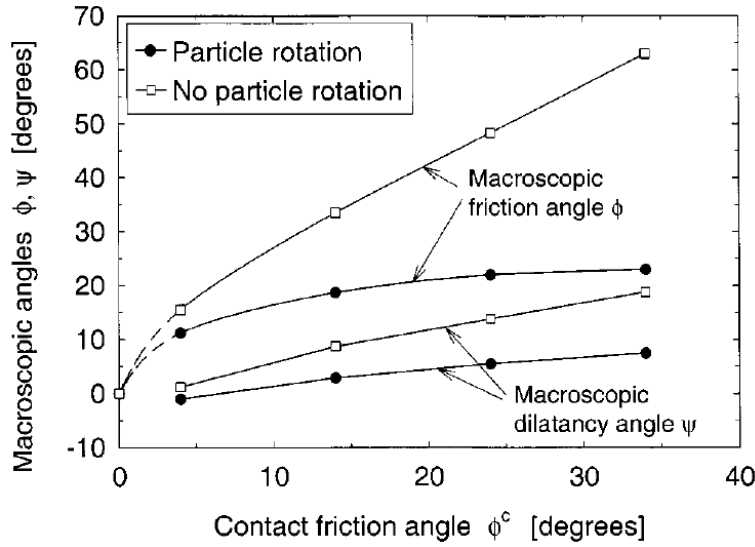


Figura 1.6: Angolo di attrito macroscopico e dilatanza in funzione dell'angolo di attrito al contatto (Suiker e Fleck, 2004).

Questo risultato è in perfetto accordo con quanto mostrato da Skinner (1969) per prove sperimentali e da Calvetti per provini numerici (2004).

Allo stato attuale delle conoscenze altri risultati, sia numerici che sperimentali, mostrano come l'angolo di attrito intergranulare sia una variabile fondamentale nel processo di formazione (deposizione) del terreno (o del campione) e quindi influire sulla porosità massima e minima raggiungibile.

1.2.3 Porosità

I materiali granulari hanno una struttura costituita da uno scheletro solido la cui deformabilità, per basse porosità, è governata principalmente dal mutuo scorrimento delle particelle che lo compongono. Anche a bassi livelli tensionali, i grani, più che deformarsi al contatto, tendono a sviluppare deformazioni plastiche di roto-traslazione con scivolamento spostandosi all'interno degli spazi tra i grani. Appare chiaro che la presenza dei vuoti e la loro disposizione spaziale influenza notevolmente la risposta meccanica del materiale. Esistono per questo diversi metodi per descrivere questa varietà di strutture spaziali dello scheletro solido e per esprimere le loro caratteristiche in termini di proprietà scalari o vettoriali.

La proprietà scalare macroscopica più elementare che li caratterizza è la

porosità n che è definita come

$$n = \frac{V_{vuoti}}{V_{tot}} \quad (1.10)$$

cioè lo spazio occupato dai vuoti su un volume generico di riferimento. Un quantità scalare simile usata più frequentemente in geotecnica è l'indice dei vuoti e , definito come

$$e = \frac{V_{vuoti}}{V_{solido}} \quad (1.11)$$

da cui si ottengono

$$e = n/(1 - n) \quad n = e/(1 + e) \quad (1.12)$$

La porosità è una grandezza geometrica che dipende fondamentalmente dalla distribuzione granulometrica (classatura), dalla forma e dalla disposizione spaziale dei grani. Per esempio, le sabbie monogranulari hanno tendenzialmente una porosità superiore a quelle con distribuzione più uniforme così come i grani arrotondati originano terreni più compatti rispetto a quelli con particelle a spigoli vivi. La porosità dipende anche dal tipo di genesi: ad esempio i terreni ottenuti per sedimentazione in fluido avranno porosità superiori ai terreni depositati in aria. Ciò è dovuto alla viscosità del fluido che tende ad attutire i processi dinamici ed in particolare le onde elastiche che favoriscono invece la compattazione. Recentemente Wang et al. (2008) indagando aggregati casuali di sfere monogranulari hanno mostrato che la porosità è legata anche agli aspetti meccanici ed in particolare all'angolo di attrito intergranulare e sono arrivati a definire due tipi di porosità: una porosità meccanica ed una porosità geometrica. La porosità in generale diminuisce al crescere delle deformazioni a taglio.

Per indagare la porosità di un materiale granulare partiremo considerando particelle di forma sferica monogranulari.

La porosità di un aggregato di sfere monogranulari dipende dal tipo di *packing*. Solo 5 delle 14 configurazioni dei reticoli cristallini di Barvais sono configurazioni stabili per particelle sferiche monogranulari: esse sono denominate cubica semplice (*simple cubic*), cubica-tetraedrica (*cubic-tetrahedral*), tetragonale sfenoidale (*tetragonal sphenoidal*, cubica a facce centrate o piramidale (*face-centered cubic* o *pyramidal*) e tetraedrica o esagonale (*tetrahedral* o *textit{close-packed hexagonal}*) (Tabella 1.2.3) e figura 1.7; fonte: Deresiewicz, 1958).

La configurazione face-center cubic e la hexagonal sono geometricamente equivalenti, come mostrato da Deresiewicz (1958); differiscono soltanto per la procedura con la quale vengono create. Queste due configurazioni sono anche le più dense

tra tutte le configurazioni regolari e irregolari di particelle sferiche monogranulari³.

Il massimo indice dei vuoti per un packing stabile si ottiene invece con la configurazione simple-cubic. Questo packing ha il più basso numero di coordinazione m^4 possibile che soddisfi anche l'equilibrio delle forze in una configurazione stabile e regolare ($m = 6$, senza attrito)

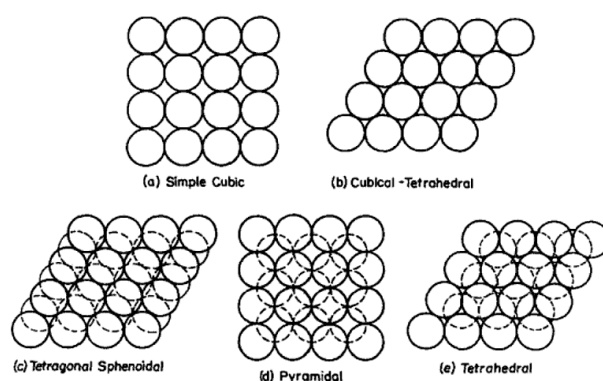


FIG. 1. Modes of regular packing of equal spheres.

Figura 1.7: Packing regolari di sfere eguali

La porosità di un random packing invece è ottenuta ponendo un insieme di sfere uguali in un contenitore e raggiungendo in qualche modo uno stato metastabile⁵ dello scheletro solido. L'indice dei vuoti dei packing così ottenuti è compreso tra due valori, corrispondenti allo stato più denso e a quello più sciolto. Jaeger e Nagel (1992) riportano valori di porosità massima di 0.36. Sperimentalmente sono stati misurati valori di porosità tra $n = 0.333 - 0.360$ per lo stato denso ed $n = 0.440 - 0.450$ per quello sciolto (Scott, Charlesworth e Mak 1964; German 1989). Il numero di coordinazione può variare da $m \approx 6$ per packing sciolti a $6.5 < m < 9.5$ per random packing densi. La porosità è una misura dello spazio dei pori e spesso viene correlata al numero di coordinazione che invece è una misura dello spazio dei solidi.

³questa congettura fu fatta da Keplero nel 1611 ma la dimostrazione numerica e matematica rigorosa si ottenne solo con il lavoro del matematico Thomas Halas terminato nel 1998.

⁴cioè il numero di contatti per particella

⁵La stabilità nei materiali particellari non implica necessariamente un minimo globale di energia potenziale bensì possono esistere una varietà di minimi locali e per questo motivo si parla più correttamente di "metastabilità".

Tipo di packing	Numero di coordinaz., m	Spaziatura tra gli strati	Volume della unità prismatica	Porosità n	Indice dei vuoti, e	Densità di packing, $1 - n$
Simple cubic (SC)	6	$2R$	$8R^3$	$1 - \pi/6 = 0.4764$	0.908	0.5236
Cubic tetrahedral (CT)	8	$2R$	$4\sqrt{3}R^3$	$1 - \pi 3\sqrt{3} = 0.3954$	0.652	0.6046
Tetragonal - sphenoidal (TS)	10	$R\sqrt{3}$	$6R^3$	$1 - 2\pi/9 = 0.3019$	0.432	0.6981
Face-centered cubic (FCC) o Pyramidal	12	$R\sqrt{2}$	$4\sqrt{2}R^3$	$1 - \pi 3\sqrt{2} = 0.2595$	0.351	0.7405
Tetrahedral (T) o Hexagonal	12	$2R\sqrt{2/3}$	$4\sqrt{2}R^3$	$1 - \pi 3\sqrt{2} = 0.2595$	0.351	0.7405

Tabella 1.3: Packing regolari di sfere di raggio R (Deresiewicz, 1958).

In letteratura sono reperibili diverse relazioni empiriche che legano il numero di coordinazione m con la porosità n o l'indice dei vuoti e . In tabella 1.2.3 ne sono riportate alcune (Smith et al., 1929; Field, 1963; German, 1989; Chang et al., 1991):

$m = \frac{\pi}{n}(0.25 < n < 0.5)$	$m = 2e^{2.4(1-n)}$	$m = 13.28 - 8e$
$n = 1 + 0.0072 - 0.1193m + 0.00431m^2$	$m = 14 - 16n$	$m = 17.2 - 19.7n$
$m = 28.486 - \frac{10.726}{1-n}$	$m = \frac{0.5304-n}{0.02539}$	$n = 1 - \left(\frac{m-1}{m}\right)^3$
$m = 12(1 - n) = 12/(1 + e)$		

Tabella 1.4: Relazioni empiriche tra numero di coordinazione m e porosità n o indice dei vuoti e

Molte di queste relazioni sono in contraddizione tra loro, segno che il problema geometrico è molto più complesso di quanto possa sembrare.

Recentemente H. Makse, C. Song e P. Wang (2008) hanno sviluppato un modello teorico che analizza nel dettaglio il problema dell'aggregazione casuale (*random packing*) di sfere monogranulari. Essi assumono che l'aggregato di sfere obbedisca alle leggi statistiche delle particelle di un gas all'equilibrio termico con una distribuzione dei volumi di tipo Boltzmann. In questo modo sono in grado di descrivere il volume occupato da ciascuna particella in funzione del numero di coordinazione. In particolare definendo W il volume libero per particella è nota la relazione:

$$W = \frac{2\sqrt{3}}{z}V_g \quad (1.13)$$

dove z è il numero di coordinazione geometrico e V_g il volume della singola particella. Inserendo questa equazione nella espressione statistica termica questi autori derivano una semplice formula che lega la porosità al numero di coordinazione. In particolare tutti gli stati possibili dei random packing si trovano racchiusi in un'area tra il limite RCP (*Random Close Packing*) ottenuto con angolo di attrito interparticellare nullo ed il RLP (*Random Loose Packing*) per angolo di attrito interparticellare infinito.

$$\begin{aligned} n_{RCP} &= 1 - \frac{6}{6+2\sqrt{3}} \approx 0.366 \\ n_{RLP}(z) &\approx 1 - \frac{z}{z+2\sqrt{3}} \end{aligned} \quad (1.14)$$

Il diagramma di fase che ne scaturisce (figura 1.8) indica che la porosità e il numero di coordinazione che si raggiungono in un random packing metastabile dipendono dalla porosità iniziale e dall'angolo di attrito interparticellare.

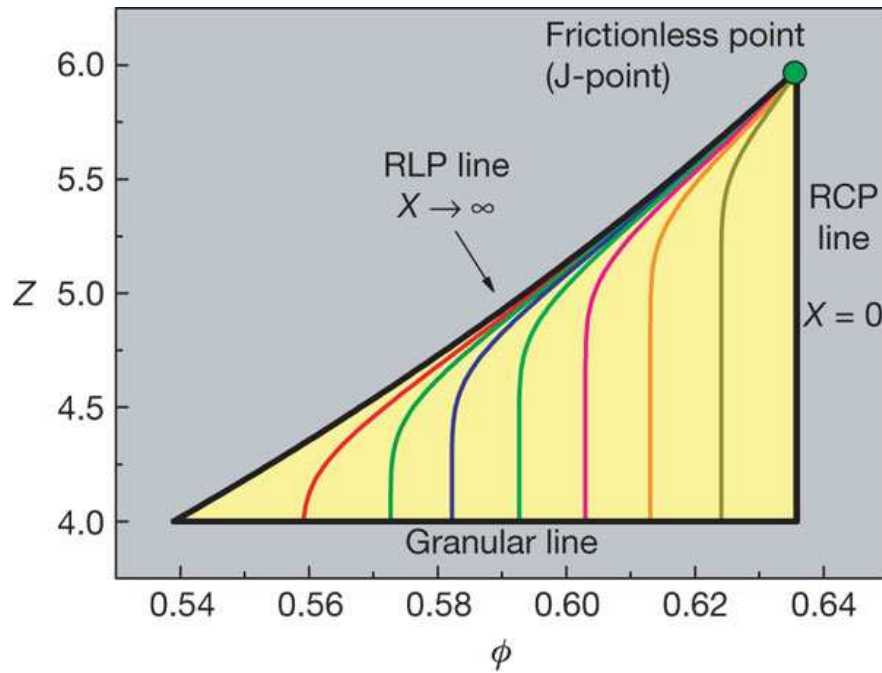


Figura 1.8: Diagramma di fase tra porosità e numero di coordinazione (Makse et al., 2008). N.B.: $Z = m$ è il numero di coordinazione mentre $\phi = 1 - n$.

In particolare con angolo di attrito nullo tra le particelle l'unica configurazione stabile è quella RCP ($n = 0.366$)

Le simulazioni con un modello particellare MD sembrano confermare abbastanza bene la validità di questa teoria (figura 1.9).

Se la granulometria delle sfere non è più monogranulare ma possiede una certa distribuzione di diametri si possono raggiungere densità più elevate perché gli spazi vuoti tra le particelle possono essere occupati da altre particelle più piccole. In tabella 1.2.3 sono riportate le dimensioni della sfera di raggio massimo che riempie i vuoti di ciascun specifico packing regolare e i relativi nuovi valori di porosità che si ottengono (fonte: Deresiewicz, 1958; German, 1989; Fayed e Otten, 1997)⁶⁷.

Altri packing più complessi possono essere generati utilizzando differenti dimensioni dei grani.

Se definiamo R_v il rapporto tra il volume delle sfere più piccole e il volume totale ed R_d il rapporto tra il raggio (o diametro) della sfera più grande e quello

⁶ d_s e d_L sono rispettivamente il diametro più piccolo e quello più grande

⁷nella configurazione tetrahedral esistono due differenti dimensioni dei pori

Geometria	Porosità iniziale	Rapporto tra i diametri $1/R_d = d_s/d_L$	Porosità della miscela, n	Frazione in volume delle sfere più piccole, R_v
Simple cubic (SC)	0.476	0.723	0.271	0.391
Cubic tetrahedral (CT)	0.395	0.528	0.307	0.147
Tetrahedral (T)	0.260	0.260	0.225	0.414
	0.190	0.190	0.019	0.070

Tabella 1.5: Porosità di miscele binarie di sfere di diverso diametro per alcuni packing regolari

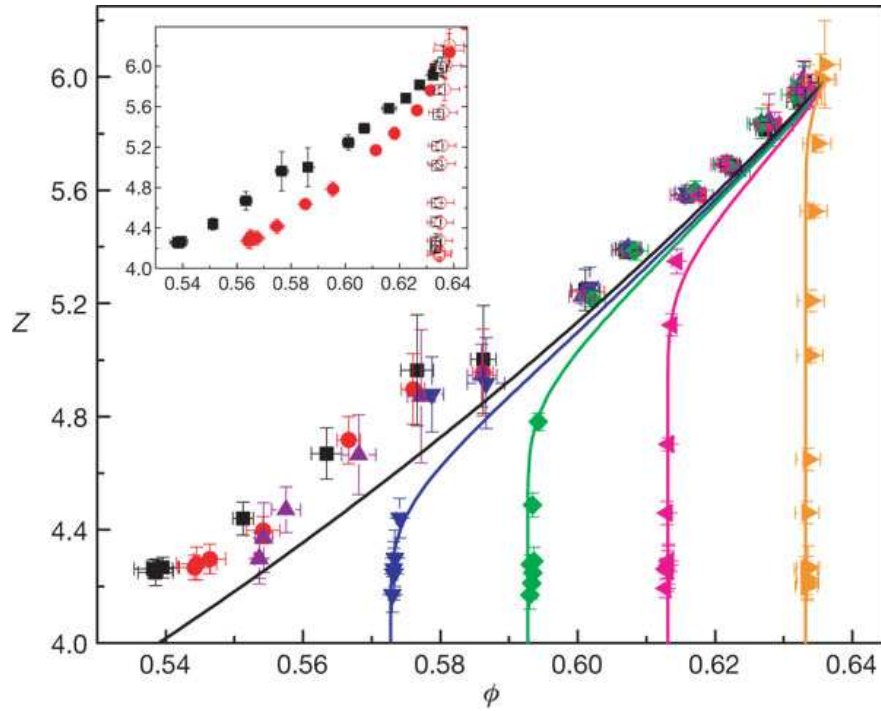


Figura 1.9: Risultati sperimentali di prove MD (Makse et al., 2008). N.B.: Z è il numero di coordinazione m e $\phi = 1 - n$.

della sfera più piccola otteniamo il diagramma sperimentale in figura 1.10.

Figura 1.10: (a) Effetto di R_d ed R_v sulla porosità di miscele binarie (Guyon, Oger e Plona, 1987); (b) Variazione della porosità di miscele binarie di palline di piombo in funzione di $1/R_d$. La miscela contiene 70% di particelle grandi e 30% di particelle più piccole (German, 1989). Al limite di $1/R_d \rightarrow 0$ si ha $n_{mix} = n_{grandi}n_{piccole}$

Riassumendo, dalle sperimentazioni su random packing di sistemi monogranulari e binari di particelle possono essere tratte queste importanti conclusioni:

- la porosità dei random packing di particelle sferiche monogranulari non dipende dalla dimensione delle particelle ma unicamente dalla porosità iniziale e dall'angolo di attrito intergranulare;
- miscelando due classi di particelle di diversa dimensione si ottiene un sistema a porosità minore. La minima porosità è raggiunta per $R_v \approx 30 - 40\%$;

- più grande è R_d , più bassa è la porosità cioè più alta è la densità della miscela.

Queste osservazioni concludono che una deviazione della curva granulometrica dal caso monogranulare conduce ad una diminuzione del volume dei vuoti e della porosità e ad un conseguente incremento del numero di coordinazione. Ciò implica un effetto su altre proprietà micromeccaniche come le forze di contatto, e su quelle macroscopiche come la rigidezza, la resistenza, la dilatanza e la conducibilità idraulica. In generale la stabilità dello scheletro solido aumenta se aumenta il numero di coordinazione.

1.2.4 Anisotropia

I mezzi porosi, come i materiali granulari in generale, hanno un'anisotropia e una disomogeneità che dipendono essenzialmente dalla loro genesi. Anche percorsi tensionali pregressi o alterazioni chimico-fisiche possono aver determinato ulteriori variazioni dello stato di anisotropia. E' noto sperimentalmente che l'anisotropia si manifesta sia per quanto riguarda le proprietà di rigidezza che per quelle di resistenza. Ad essa sono legati non solo effetti di natura meccanica ma anche idraulica. E' noto, per esempio, come generalmente nel terreno la permeabilità orizzontale sia tendenzialmente maggiore di quella verticale. L'anisotropia di un materiale granulare viene classicamente classificata in due categorie:

- *Anisotropia intrinseca* (o *propria*): è l'anisotropia che deriva dal tipo di genesi del terreno. I processi di formazione del terreno (degradazione, sedimentazione, trasporto,...) possono produrre variazioni degli stati tensionali. Inoltre, per quanto detto in precedenza, la stessa conformazione spaziale delle singole particelle di terreno che costituiscono un packing dipende dalle condizioni di deposizione, dall'angolo di attrito tra le particelle, dalla presenza d'acqua e dalla dinamica del processo. Condizioni di perfetta isotropia sono rare (se non inesistenti) nei terreni: ciò è dovuto alla direzione prevalente del meccanismo di deposizione parallelo a quello della accelerazione gravitazionale.
- *Anisotropia indotta* (o *tenso-indotta*): deriva dalla perturbazione di carico prodotta sul materiale; per esempio è noto che un materiale granulare cari-

cato trasmette onde elastiche con velocità differenti da un materiale scarico e la direzione di massima velocità dipende dalla direzione di carico.

La porosità non restituisce informazioni sull'anisotropia che deve essere studiata in altri modi.

Da un punto di vista micromeccanico l'anisotropia è Rothenburg e Bathurst studiano l

1.2.5 Cenni sull'arresto strutturale

Possiamo considerare i liquidi o le sospensioni come materia costituita di particelle che si muovono molto lentamente rispetto a quelle che compongono per esempio un gas. A loro volta i materiali granulari possono essere classificati come una particolare categoria di liquidi. Ciò fintantoché tutte le particelle non raggiungono un contatto stabile, il cosiddetto "arresto strutturale" (*jamming* = inceppamento). Di conseguenza in questi sistemi di materiali granulari o di emulsioni compresse l'energia cinetica è nulla. In questa configurazione l'energia richiesta per cambiare la posizione delle particelle "inceppate" è molto grande se confrontata con l'energia termica totale dell'ambiente. Come conseguenza il materiale rimane fermo in uno stato metastabile ed è in grado di sopportare un generico sforzo applicato dall'esterno. Ecco perché questi materiali possiedono una resistenza così elevata. Alcune recenti ricerche in campo fisico hanno cercato di dare una formulazione termodinamica a questo tipo di sistemi in "arresto strutturale" o *jamming*.

Capitolo 2

Modelli micromeccanici

2.1 Premessa

Il materiale granulare si presta più naturalmente ad essere descritto come un aggregato di particelle elementari piuttosto che come un mezzo continuo. L'approccio continuo è largamente usato nel campo dei problemi quasi-statici, con deformazioni contenute, e più in generale ogni qual volta gli sforzi di taglio non siano eccessivamente elevati e non provochino la "rottura localizzata" del materiale. Infatti, oltre questo limite, pur considerando modelli costitutivi più elaborati, i metodi agli elementi finiti che implementano l'approccio continuo soffrono di alcuni problemi così riassumibili:

- la difficoltà di simulare la perdita di resistenza e rigidità del materiale dovuta a fratturazione e danneggiamento (in generale alla perdita di continuità del materiale)
- la dipendenza della risposta meccanica dalle dimensioni della mesh iniziale per alcuni tipi di problemi come nella formazione delle bande di taglio (*shear band*) (Ortiz et al. 1987)
- la difficoltà di raggiungere convergenza per alte tensioni e per problemi non confinati
- la difficoltà a simulare grandi deformazioni

Allo stato attuale esistono formulazioni continue dei materiali granulari che superano alcune di queste problematiche. Per esempio in alcuni modelli vengono

introdotti dei metodi per il raffinamento adattativo della mesh per poter simulare grandi deformazioni (es. flussi di materiali granulari) o problemi di localizzazione. Una di queste tecniche, usata per simulare colate (*debris flow*) o particolare problemi di fluidodinamica, sfrutta il metodo cosiddetto Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) con il quale una configurazione iniziale di particelle discrete, che rappresentano i nodi della mesh, viene fatta evolvere secondo un particolare criterio scelto a priori. Come i modelli ad elementi discreti, i metodi SPH sfruttano le potenzialità di un approccio lagrangiano (tradizionalmente i fluidi e quindi anche le colate sono modellati invece con un approccio euleriano).

Altri approcci continui, utilizzati per materiali granulari, consentono di modellare in maniera più efficiente i fenomeni di localizzazione e lo spessore della banda di taglio senza una dipendenza dalla dimensione della mesh (Vardoulakis e Sulem, 1995; Ristinmaa e Vecchi, 1996). Sono i modelli cosiddetti *micro-polari* (Kanatani, 1979; Mühlhaus e Vardoulakis, 1987; Vardoulakis e Sulem, 1995; Oda e Iwashita 1999) che prendono origine dalla teoria del continuo dei fratelli Cosserat (1909). A differenza dell'approccio continuo di Cauchy, con tre soli gradi di libertà per la traslazione dei punti materiali, sono applicati altri tre gradi di libertà per la rotazione. La deformazione in questo modo è descritta in termini di spostamento di traslazione e di rotazione rispetto ad una terna di riferimento.

Nonostante i grandi passi avanti compiuti nella modellazione discreta il modello più usato resta sempre quello continuo. Esso infatti è supportato da una grande mole di studi che ormai tendono a nascondere i suoi difetti piuttosto che ad esaltarne i vantaggi. Andrebbe considerato, ad esempio, il fatto che per descrivere in maniera realistica le proprietà e il comportamento del materiale granulare con un approccio continuo è necessario introdurre un gran numero di parametri non sempre di chiaro significato fisico (Kolymbas, 2000).

2.2 Classificazione dei modelli particellari

Sempre più frequentemente si stanno diffondendo in diverse branche della scienza numerosi modelli di tipo particellare. E' possibile classificare i metodi particellari a seconda della legge di conservazione che implementano, dell'approccio numerico, della variabile "indipendente" che viene discretizzata (il tempo, lo spazio, l'evento di collisione), del tipo di algoritmo che ricerca le particelle vicine. Una possibile

classificazione, descritta da Luding (2008), è la seguente:

La prima categoria di modelli, i *metodi agli elementi discreti* (DEM) (Cundall e Strack, 1979), nascono sulla scorta delle prime simulazioni atomistiche di *dinamica molecolare* (MD) elaborate dalla fine degli anni '50 e i primi anni '60 per applicazioni fisico-atomistiche (Alder e Wainwright, 1957). Pur trovando applicazione in campi della scienza completamente differenti queste due tecniche di simulazione particellare non sono molto diverse tra loro: le accomuna infatti un medesimo nucleo centrale costituito dall'algoritmo di integrazione delle equazioni del moto.

I metodi agli elementi discreti (o distinti) sono tra i più conosciuti metodi particellari in campo geomeccanico. Essi riproducono gli spostamenti delle singole particelle (posizioni e velocità) a partire dal calcolo delle forze di contatto. In maniera analoga i metodi di dinamica molecolare determinano le posizioni e le velocità delle particelle senza che vi sia un contatto tra queste ultime ma a partire dalla conoscenza del potenziale interatomico tra le coppie (le triplette, ecc.) di atomi.

Una seconda categoria di modelli sfrutta invece le leggi di conservazione della quantità di moto simulando gli urti elastici ed anelastici tra le particelle. Questi possono essere riprodotti in maniera deterministica (si parla allora di modelli *Event Driven*), o in maniera stocastica (teorie cinetiche con i metodi di Monte Carlo). Tra i metodi che implementano un approccio deterministico, molto usato nel campo dei materiali granulari è il metodo *Contact Dynamic* (CD) che a differenza dei metodi ad elementi discreti implementa una legge di contatto con particelle infinitamente rigide (condizione di Signorini)¹, non sovrapponibili (non-smooth method) e con dei coefficienti di restituzione (fondamentali per i flussi di granulari e invece ininfluenti per problemi quasi-statici) che determinano la dissipazione di energia che avviene con gli urti. Il vantaggio dell'utilizzo di questo metodo, rispetto ai DEM, sta nella soluzione implicita di ogni singolo urto che consente di utilizzare passi temporali molto grandi e di ridurre quindi i tempi di calcolo.

Una terza categoria di metodi invece è quella che sfrutta i metodi stocastici tipo *Random Walk* e che trova applicazione quasi esclusivamente nello studio dei gas e dei liquidi cioè per materiali che hanno caratteristiche di isotropia a tutte le

¹più recentemente sono state implementate leggi differenti

Denominazione	Sigla	Approccio	Discretizzazione	Flessibilità	Velocità	Applicazioni	Riferimenti
Molecular Dynamic o Discrete Element	MD o DE	Deterministico	Temporale	xxxxx	x	Materiali granulari, simulaz. atomistiche e di galassie	Cundall e Strack (1979) e Molecular Dynamics
Event Driven e Contact Dynamic	ED e CD	Deterministico	degli Eventi	x	xxx	Teorie cinetiche e flussi granulari	Moreau (1988)
Monte Carlo (Random motion)	MC	Stocastico	[Temporale]	x	xx	Meccanica statistica	Allen e Tildesley (1987)
Simulazione Diretta Monte Carlo	DSMC	Stocastico	Temporale	xxx	xxxx	Teorie Cinetiche con gas rarefatti	Bird (1963, 1976)
Gas Cellular Automata o Lattice (Boltzmann) Model	LGA o LB	Stocastico	Spaziale	x	xxxxx	Fluidodinamica (Liquidi e Gas)	Frisch et al. (1986)

scaie di indagine (dalla particella in su) e per i quali la densità ha distribuzione regolare.

Un quarta categoria è quella dei metodi reticolari come il *Lattice Boltzmann method* (Frisch et al., 1986). Essi sono nati dall'evoluzione dai modelli *Gas Automata* (*Cellular Automata* o *Lattice Gas Automata*) utilizzati per lo studio dei gas. Il dominio spaziale viene discretizzato ed assieme ad esso anche il tempo e le velocità. Il dominio ha una struttura reticolare (*Lattice*) fissa e regolare sulla quale possono transitare alcune particelle virtuali che sono state preventivamente immesse. Sfruttando una opportuna legge di collisione che conservi la quantità di moto e rispetti la condizione di continuità è possibile determinare il campo di velocità, la densità e quindi risolvere problemi di Navier-Stokes anche su domini molto complessi (Rothman, 1988; Spaid e Phelan, 1997).

Nel seguito ci concentreremo sulla prima categoria di modelli ed in particolare sui metodi agli elementi discreti (DEM).

2.3 I metodi agli elementi discreti

Inizialmente i modelli agli elementi discreti (DEM) sono stati sviluppati per studiare problemi di meccanica delle rocce (Cundall e Strack, 1979) ma erano già conosciuti in fisica atomistica sotto il nome di Dinamica Molecolare (MD). Attualmente questa categoria di modelli è impiegata per lo studio delle particelle in un vastissimo campo di fenomeni fisici da quelli alla scala delle molecole a quelli alla scala dei continenti e delle galassie.

Nel campo della geotecnica, della geofisica e dell'ingegneria mineraria le particelle sono rappresentate da singoli grani di terreno, blocchi di roccia o grandi placche tettoniche. In letteratura troviamo, per questi modelli, applicazioni industriali che includono flussi da tramogge, o da silos (Langston et al., 1995, 2004; Favier et al., 2001; Li et al., 2004), miscelamento e vagliatura in rulli rotanti (Cleary 2000; Pelessone, 2003; Bertrand et al., 2005), dragaggio ed escavazione (Cleary, 1998; Cleary, 2000), letti fluidi (Tsuji et al., 1993; Mikami et al., 1998; Kaneko et al., 1999), convogliamento e trasporto pneumatico delle particelle (Han et al., 2003; Lim et al., 2006). Applicazioni all'ambiente e alla difesa del territorio, illustrate e discusse da Richards et al. (2004), includono le frane (Campbell et al., 1995; Cleary e Prakash, 2004), lo sviluppo dei ghiacci (Hopkins et al., 1996;

Hopkins e Shen, 2001), l'evoluzione tettonica delle faglie e delle pieghe (Morgan 1999; Morgan e Boettcher, 1999; Seyferth e Henk, 2006) i meccanismi di trasporto e di sedimentazione (Schmeeckle e Nelson, 2003; Calantoni et al., 2004; Heald et al., 2004).

Questo fiorire di applicazioni è stato possibile grazie a nuovi e più mirati algoritmi di calcolo oltre che allo sviluppo di risorse hardware sempre più veloci e capienti. Un grande passo in avanti per quanto riguarda le velocità di calcolo è stato compiuto in seguito alla diffusione delle tecniche di parallelizzazione che con questo tipo di algoritmi risultano essere molto efficaci (rispetto alle applicazioni di parallelizzazione dei metodi agli elementi finiti). Infatti gran parte dell'algoritmo DEM può essere potenzialmente parallelizzabile (grazie a interazioni tra le particelle di tipo *short-range*) mentre solo una piccola parte rimane in forma sequenziale. Il dominio spaziale discreto, con una opportuna procedura di ordinamento, può essere facilmente suddiviso in celle indipendenti ognuna delle quali è gestita da un processore. L'integrazione del moto di ciascuna particella può essere eseguita contemporaneamente ("parallelamente") ed autonomamente su ciascuna cella (ciascun processore) e la comunicazione tra celle adiacenti (molto dispendiosa in termini di tempo) è limitata ai bordi di queste celle, preventivamente definiti, e può avvenire con minor frequenza (Carillo et al., 1996).

2.4 Struttura del metodo

I modelli agli elementi discreti risolvono in maniera esplicita il moto di ciascuna particella del sistema a partire dalla determinazione delle forze agenti su di essa usando semplicemente la seconda legge della dinamica di Newton per il moto traslazionale e le leggi della dinamica del corpo rigido per il moto rotazionale.

Le tre equazioni nelle tre direzioni dello spazio che descrivono la traslazione di una generica particella trattata come un corpo rigido tridimensionale sono:

$$\begin{aligned} F_1 &= m(\ddot{x}_1 - g_1) \\ F_2 &= m(\ddot{x}_2 - g_2) \\ F_3 &= m(\ddot{x}_3 - g_3) \end{aligned} \tag{2.1}$$

Dove F_i è la risultante delle forze esterne applicate nella direzione i , $m = \frac{4}{3}\pi R_i^3 \rho$ la massa della singola particella (se trattata come sferica), $\ddot{x}_i$ l'accelerazione lineare e g_i l'eventuale accelerazione esterna (es. forza di gravità).

In linea generale per un corpo rigido generico le equazioni che descrivono la sua rotazione nel sistema di riferimento solidale al corpo sono le equazioni di Eulero (Goldstein, 1980) ovvero:

$$\begin{aligned} M_1 &= I_1 \dot{\omega}_1 - \omega_2 \omega_3 (I_2 - I_3) \\ M_2 &= I_2 \dot{\omega}_2 - \omega_3 \omega_1 (I_3 - I_1) \\ M_3 &= I_3 \dot{\omega}_3 - \omega_1 \omega_2 (I_1 - I_2) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Dove M_1 , M_2 e M_3 sono i momenti applicati al corpo nelle tre direzioni principali, I_1 , I_2 e I_3 sono i momenti principali di inerzia del corpo e ω_1 , ω_2 e ω_3 le velocità angolari nelle stesse tre direzioni.

Per particelle sferiche ($I_1 = I_2 = I_3$) l'equazione del moto rotazionale 2.2 viene notevolmente semplificata in

$$M_i = I \dot{\omega}_i = \frac{2}{5} m R^2 \dot{\omega}_i \quad (2.3)$$

La dinamica di ogni particella viene determinata risolvendo le forze e i momenti agenti su di esse per ogni passo temporale e poi calcolando il movimento risultante per integrazione dell'accelerazione lineare o angolare.

Modelli agli elementi discreti possono essere sia 2D che 3D, e le particelle usate tipicamente sono dischi o sfere. Allo stato attuale numerose altre forme possono essere usate con successo per discretizzare le singole particelle (p.e. Cleary 2000; Langston et al., 2004; Calantoni et al., 2004; Latham e Munjiza, 2004).

Lo scopo principale dei DEM è di modellare in maniera esplicita il processo di un sistema di particelle partendo da ciò che avviene alla scala della singola particella. Questa strategia risulta particolarmente efficace nel caso dei terreni nei quali il comportamento meccanico fenomenologico risulta essere altamente non-lineare e non direttamente comprensibile alla scala del problema geotecnico da rappresentare. Scendendo alla scala della particella, la meccanica del contatto tra due grani solidi è molto meglio definita: esistono in letteratura soluzioni analitiche per il contatto di corpi semplici come sfera-piano o sfera-sfera (Hertz-Mindlin, vedi Johnoson, 1985; Mindlin, 1949; Mindlin e Deresiewicz, 1953). Così, una volta implementato un modello di contatto adeguato tra coppie di particelle, la derivazione del comportamento complessivo (non-lineare) scaturisce spontaneamente dalla composizione di tanti processi lineari o non-lineari che avvengono al contatto. Un risultato classico è quello di una prova triassiale su un aggregato di particelle con contatto elastico lineare che verrà discussa nel capitolo 6.

L'approccio modellistico usato nei DEM è di tipo "riduzionista": fenomeni a larga scala sono compresi a partire dai processi nascosti a piccola scala. Una delle ragioni del successo di questi modelli sta proprio nel fatto che le interazioni tra queste particelle sono relativamente semplici e ben conosciute e sono definite da leggi fisicamente basate e con un esiguo set di parametri. Come si è detto nel capitolo di introduzione la potenzialità e l'universalità dei modelli discreti sta nella completa separazione tra le leggi del moto e le leggi del contatto. Per quanto riguarda le leggi del moto esse sono universalmente accettate e difficilmente vengono messe in discussione. Il modo in cui le particelle interagiscono, ovvero le leggi del contatto possono invece essere di tipo diverso in relazione alla forma delle particelle, alla complessità del modello di contatto e al tipo di applicazione da indagare.

Nel seguito verranno discusse alcune delle ipotesi semplificative spesso utilizzate nei modelli agli elementi discreti, verranno illustrati i modelli di contatto e la formulazione dell'algoritmo discreto.

Il software usato in queste simulazione è denominato Particle Flow Code (PFC3D). Al suo interno contiene un certo numero di semplificazioni relative alle proprietà delle particelle e dei contatti. Alcune di queste sono comuni a qualsiasi altro modello discreto, altre invece sono proprie unicamente di questo codice. Esse possono essere così ripilogate (manuale PFC3D Itasca, 2003):

1. tutte le particelle rappresentate sono sferiche;
2. le particelle sono trattate come corpi rigidi, non deformabili;
3. il contatto tra le particelle avviene in un punto;
4. i contatti sono trattati come soft-contacts, cioè particelle possono sovrapporsi l'una all'altra nel punto di contatto, ma solo per una distanza che è piccola rispetto alle dimensioni delle particelle. Questa sovrapposizione rappresenta la deformazione della particella;
5. il grado di sovrapposizione è legato alla forza di contatto tra le particelle tramite il modello di contatto.

La prima grande semplificazione riguarda la forma sferica con cui viene rappresentata qualsiasi tipo di particella. Tale assunzione appare ragionevole se le particelle reali che si intendono rappresentare sono molto arrotondate, come ad

esempio le sabbie marine, ma produce notevoli limitazioni nel momento in cui si desidera passare a sabbie angolose o elongate. Si veda il paragrafo 2.4.2 per maggiori dettagli.

Circa il secondo aspetto esistono in letteratura prototipi di modelli che eliminano l'assunto di particelle rigide (Ransing et al., 2004) inserendo la possibilità di indagare un contatto che possa deformare in maniera sia fragile che duttile.

Gli ultimi tre aspetti sono ragionevolmente corretti se la rigidità al contatto è sufficientemente elevata. Ciò significa che il metodo agli elementi discreti non è indicato per materiali particellari eccessivamente deformabili al contatto. Solitamente si considera accettabile una deformazione al contatto inferiore al 5% della dimensione della particella.

Il limite più importante dei modelli agli elementi discreti è l'elevato onere computazionale dell'algoritmo di calcolo che dipende sia dall'elevato numero di particelle da rappresentare che dalla complessità dell'algoritmo di ricerca dei contatti (*contact-detection* o *collision-detection*). A seconda del tipo di problema nel quale il metodo viene applicato, ciascuna "fase" dell'algoritmo risulta essere diversamente sollecitata. In tabella 2.4 sono indicati gli oneri computazionali (in %) di alcune fasi per alcuni problemi tipici della meccanica e dinamica delle particelle.

Tipo di problema	Solutore	Test di converg.	Algoritmo di contact detection	Memorizz.
Miscelamento o caduta gravitativa	18.6%	2.9%	47.5%	11.9%
Compattazione	84.7%	2.4%	5.8%	0.8%
Rotazione in un vaglio o vibrazione	85.7%	2.5%	-	-

Tabella 2.2: Onere computazionale per diversi problemi DEM. La somma non produce 100%.

Si noti come l'algoritmo di contact-detection è maggiormente sollecitato quando il materiale è abbastanza denso ma in movimento. Se invece il materiale è densificato ma in quiete la fase più sollecitata è quella di integrazione del moto a causa dei numerosi contatti che si instaurano tra le particelle.

2.4.1 Modello di contatto

Nell'algoritmo ad elementi discreti classico intervengono solo due tipi di forze esterne: le forze di massa e le forze di contatto. La forza di massa è tipicamente la forza gravitazionale, il cui valore è proporzionale al peso della particella (funzione della sua densità e della dimensione) ed è attribuita nel centro di massa (in questo caso uguale al baricentro) della particella. Il modulo e la direzione del vettore di accelerazione di gravità possono essere variati per simulare condizioni a gravità differente o inclinate. Le forze di contatto scaturiscono sia dai contatti particella-particella che da quelli particella-parete e il loro valore è determinato dalla legge di contatto che è stata applicata nel DEM. Nel nostro caso è stata usata una semplice legge di contatto elasto-plastico lineare. Esse agiscono nei punti di contatto ad una distanza inferiore o uguale al raggio della particella e quindi possono produrre la rotazione della particella stessa. La forza al contatto tra le generiche particelle i e j è scomponibile in una forza normale ($F_n^{i,j}$) e una forza di taglio ($F_s^{i,j}$) per cui $F^{i,j} = F_n^{i,j} + F_s^{i,j}$. La forza normale $F_n^{i,j}$, nel caso di particelle sferiche, agisce lungo la linea congiungente i centri delle due particelle i e j e quella di taglio $F_s^{i,j}$ si esplica sul piano ortogonale a questa linea (Figura 2.1).

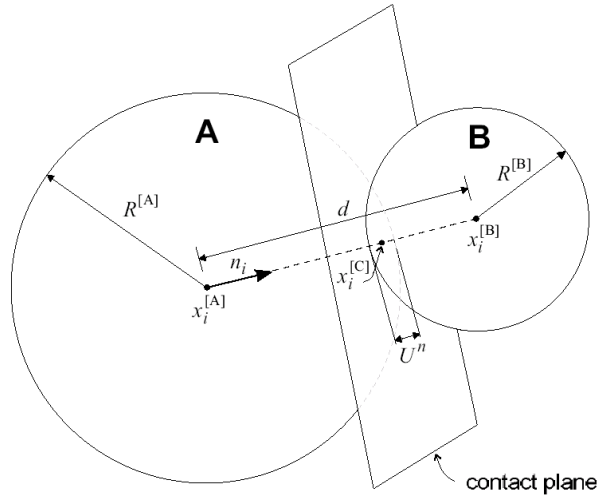


Figura 2.1: Contatto sfera-sfera

$F_n^{i,j}$ è calcolata come:

$$F_n^{i,j} = k_n U_n^{i,j} n^{i,j} \quad (2.4)$$

dove k_n è la rigidità normale al contatto, U_n è la lunghezza di sovrapposizione tra le particelle e n_i è il versore che congiunge il centro delle due particelle (Figura

2.1). Per ciascun passo temporale $F_s^{i,j}$ è calcolato come: $\Delta F_s^{i,j} = -k_s \Delta U_s^{i,j}$ dove: $F_s^{i,j} = F_{s,rot2}^{i,j} + \Delta F_s^{i,j}$ dove $\Delta F_s^{i,j}$ è il vettore incremento di forza di taglio, $\Delta U_s^{i,j}$ è il vettore di incremento di spostamento tangente, k_s è la rigidezza tangenziale al contatto e $F_{s,rot2}^{i,j}$ è il vettore forza di taglio del precedente passo temporale, ruotato per tener conto dello spostamento di taglio. Dopo il calcolo di questi due vettori, essi vengono sommati alle altre forze (di contatto e di massa), per calcolare la risultante delle forze e dei momenti sulla particella. Successivamente si procede con l'algoritmo del moto secondo la seconda legge di Newton e le leggi di Eulero. I DEM usano un approccio lagrangiano nel quale le particelle sono seguite passo passo nel loro moto, cioè nel quale il tempo e le coordinate iniziali sono le variabili indipendenti che caratterizzano la posizione attuale (diversamente dall'approccio euleriano usato per modellare molti problemi di fluidodinamica). L'algoritmo di integrazione nel tempo è di tipo esplicito con passi temporali molto piccoli per assicurare la stabilità del sistema. Ciascun passo temporale inizia con un controllo delle posizioni delle particelle e calcolando il valore di forza repulsiva che compete a ciascun contatto. Il moto della particelle (sia di traslazione che di rotazione) è quindi calcolato a partire dalla risultante di queste forze e dalla durata del passo temporale.

Sebbene il calcolo delle forze nei DEM sia abbastanza semplice, il metodo con cui si tiene traccia della posizione di tutte le particelle e che determina il contatto tra queste è considerevolmente complesso. Utilizzare un algoritmo di *contact detection* efficiente è uno dei fattori chiave che permette di incrementare il numero massimo di particelle simulate e di simulare anche forme non sferiche. Infatti sia il numero di particelle che la forma (poliedrica o ellissoidica, convessa o concava, ecc..) riducono notevolmente il tempo necessario per l'esecuzione di una step temporale nell'algoritmo discreto, specialmente nella parte che riguarda l'individuazione del contatto (Zhao et al., 2006).

Va da sé quanto sia importante l'utilizzo di uno step temporale appropriato. Se il passo temporale è troppo piccolo il tempo di calcolo potrà essere molto lungo senza alcun vantaggio sull'accuratezza della soluzione, viceversa, se troppo corto, il modello potrebbe dare risultati non corretti. Per fare un esempio estremo, se una particella è in fase di collisione con un'altra fissa, utilizzare un time-step troppo ampio potrebbe portare, nell'istante successivo, la particella in moto in una posizione al di là di quella fissa, impedendo di fatto il rilevamento dell'urto.

Oppure se consideriamo un sistema di tre particelle in serie potrebbero generarsi delle oscillazioni elastiche non reali. Essendo impossibile un'analisi dei periodi di oscillazione dell'intero sistema con la determinazione degli autovalori globali (come si procede di solito per problemi dinamici) si ricorre ad una procedura semplificata ma matematicamente corretta.

Se consideriamo inizialmente il sistema semplice costituito da una molla di costante elastica k e una massa m ad essa legata (figura 2.2) il moto è governato dall'equazione differenziale $-kx = m\ddot{x}$, il passo temporale critico per uno schema alle differenze finite del secondo ordine è pari a (Bathe e Wilson, 1976):

$$\Delta t_{crit} = \frac{T}{\pi} = 2\pi\sqrt{m/k} \quad (2.5)$$

Dove T è il periodo del sistema.

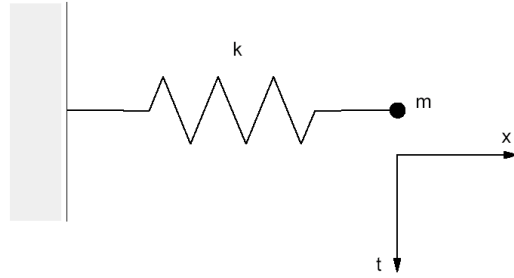


Figura 2.2: Sistema molla-massa

Considerando una serie infinita di punti massa m e di molle di rigidezza k , (Figura 2.3) il periodo di oscillazione più piccolo del sistema è quello che si realizza quando tutte le masse si muovono in modo sincrono e in direzione opposta a quella vicina in modo tale che non ci sia movimento al centro di ciascuna molla. Il sistema si può ridurre a quello di un'unica massa con un'unica molla di costante elastica pari a $4k$ per cui si ottiene un passo temporale critico per la traslazione pari a:

$$\Delta t_{crit} = 2\sqrt{m/4k^{trasl}} = \sqrt{m/k^{trasl}} \quad (2.6)$$

Allo stesso tempo esiste un passo temporale critico per la rotazione che è dato dalla relazione:

$$\Delta t_{crit} = \sqrt{I/k^{rot}} \quad (2.7)$$

Ogni grado di libertà di ciascuna particella determina un passo temporale critico. Il passo temporale critico sarà dato da una frazione del minimo di tutti i

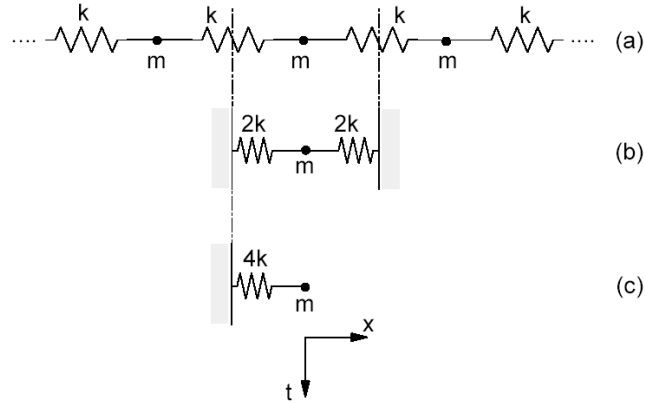


Figura 2.3: Sistema di molle e masse in serie

passi temporali critici di ciascuna particella e di ciascun grado di libertà ovvero

$$\Delta t_{crit} = \alpha \min (T_i) = \alpha \min \left(\sqrt{\frac{m}{k_i^{trasl}}}, \sqrt{\frac{m}{k_i^{rotaz}}} \right) \quad (2.8)$$

Questa formula si complica ulteriormente se cambia il modello di contatto e se si aggiunge uno smorzamento viscoso (*damping*). Tralascieremo in questo caso la trattazione analitica del problema contenuta nel lavoro di Belytschko (1983).

Riassumendo, ciò che rallenta l'esecuzione di un problema agli elementi discreti sono i seguenti fattori: il numero di particelle, la forma delle particelle, il time-step (ovvero una combinazione della rigidità al contatto e della massa (o dimensione) delle particelle).

I parametri fondamentali per definire il moto della particelle nel sistema sono legati alla seconda legge della dinamica e alle leggi del corpo rigido e sono sempre gli stessi mentre quelli della meccanica del contatto cambiano da modello a modello. Essi possono essere suddivisi in due gruppi: quelli applicati alle particelle e quelli applicati al sistema nel suo complesso. I parametri relativi alle particelle sono essenzialmente la massa m , la dimensione (i.e. il raggio R), la forma, e, in dipendenza al tipo di modello di contatto implementato, la rigidità normale k_n e tangenziale k_s , l'angolo di attrito ϕ_μ e il damping ². I parametri del sistema sono sostanzialmente due: il passo temporale critico t_c e il damping ν ³

²in tal caso il damping è detto viscoso e può essere rappresentato in un modello analogico da uno smorzatore.

³in tal caso il damping è detto locale e agisce decurtando o ampliando le forze non bilanciate sulle particelle quando queste ultime hanno velocità rispettivamente concordi o discordi alla forza stessa.

La scarsità di dati su prove meccaniche alla scala delle particelle, dovuta sia alla difficoltà di esecuzione delle prove che di interpretazione dei risultati, sono alla base di un grande gap di conoscenze circa la stima delle proprietà di rigidità e di resistenza di problemi al contatto. Solo alcune proprietà come la massa, le dimensioni e la forma possono essere misurate con una certa accuratezza direttamente sulle singole particelle. Altre proprietà come il modello di contatto, l'attrito intergranulare, e il damping sono molto meno semplici da misurare.

In alcuni casi, come le applicazioni dei DEM alle frane o agli ammassi rocciosi, le particelle modellate nelle simulazioni rappresentano grandi volumi di terreno e blocchi di diversa forma e natura invece che le particelle reali (references). In questo caso la taratura dei parametri non è sul materiale reale e risulta ancora più difficile.

Nella maggior parte di questi casi si utilizza una procedura inversa di taratura dei parametri nella quale prima si cerca di simulare il fenomeno su larga scala e da questo si estraggono i parametri micromeccanici. Questo approccio, applicato a modelli non lineari, soffre del problema di equifinality (Beven, 2005): ovvero due set di parametri differenti possono riprodurre il fenomeno su larga scala in maniera equivalente ma scendendo alla scala del contatto non tutti necessariamente rappresentano correttamente il comportamento micro-meccanico. A dimostrazione di ciò basta utilizzare gli stessi parametri per simulare eventi simili o altri fenomeni (references).

Più opportunamente, i modelli ad elementi discreti e i parametri in essi utilizzati possono essere verificati e tarati riproducendo fisicamente il comportamento di piccoli volumi, agglomerati di particelle, sottoposti a semplici condizioni di carico. In questo caso, ai parametri alla scala delle particelle si aggiungeranno i parametri alla scala del volumetto considerato (la distribuzione granulometrica, e la porosità) di rigidità e di resistenza. Questi ultimi due potranno facilmente essere fissati con semplici prove di laboratorio. In questo secondo caso si dovrà poi passare dai parametri alla scala delle particelle alla descrizione del problema della frana utilizzando una qualche tecnica.

2.4.2 La forma delle particelle

In quasi tutti i modelli ad elementi discreti vengono impiegate particelle di forma circolare (2D) o sferica (3D) nelle quali le uniche informazioni memorizzate sono

il raggio della particella e la posizione e velocità del centro. I vantaggi derivanti dall'utilizzo di queste forme sono indiscutibili: sia per quanto riguarda la facilità di implementazione dell'algoritmo di ricerca dei contatti (contact-detection) che la rapidità di calcolo di quest'ultimo. La determinazione del contatto infatti è determinata dal verificarsi o meno della semplice disuguaglianza $R_1 + R_2 \leq d_{12}$ dove R_1 ed R_2 sono i raggi delle due particelle e d_{12} è la distanza dei due centri. Il secondo vantaggio è che anche l'algoritmo che calcola il moto della particella nello spazio risulta notevolmente semplificato (vedi paragrafo 2.4) con evidenti vantaggi in termini di tempi di calcolo.

Tuttavia nella maggior parte dei casi la particelle fisiche che devono essere modellate (es. sabbia, cereali, ciottoli,...) si discostano dalla semplice forma circolare o sferica e questo fatto costituisce in molte circostanze un grosso limite del modello. E' riconosciuto infatti come la forma delle particelle abbia un ruolo determinante sul comportamento meccanico del materiale. I problemi che possono sorgere con l'utilizzo di particelle sferiche invece della forma reale possono essere così riassunti:

- difficoltà a simulare la reale dilatanza del terreno: è noto come terreni a grani angolosi manifestano dilatanze superiori a terreni a grani arrotondati (Alonso-Marroquin, 2005)
- impossibilità a raggiungere angoli di attrito ed angoli di natural declivio superiori a 28° (REF Articolo di Fisica) che pure sono frequenti in quasi tutte le sabbie (Bolton, 1986)
- difficoltà a simulare correttamente la rotazione delle particelle che nel caso di grani spigolosi risulta notevolmente ridotta ("frustration", Santamarina (2001))
- difficoltà a simulare la reale anisotropia del terreno
- difficoltà a simulare fenomeni di segregazione, miscelamento e clogging; tali fenomeni sono controllati, oltre che dalla dimensione delle singole particelle anche dalla loro mobilità e quindi spigolosità
- parziale variazione dei parametri di contatto che per grani spigolosi evidentemente sono diversi da quelli del contatto sfera-sfera

A tutt'oggi la ricerca sul fronte del problema della forma delle particelle è ancora in divenire. Le strategie numeriche più conosciute e più perseguite nel campo degli elementi discreti per risolvere (in parte) questi problemi sono:

- approssimazione della forma reale attraverso l'uso di aggregati di particelle sferiche (o dischi in 2D) inscindibili (*clump*) sovrapposte o non sovrapposte (Matsushima, 2005)
- approssimazione della forma reale attraverso l'uso di aggregati di particelle sferiche (o dischi in 2D) disgregabili (*cluster*)
- l'utilizzo di particelle non-sferiche (o non-circolari in 2D): ellissoidi, poliedri, armoniche sferiche, ecc.. (p.e. Lin e Ng, 1995 e 1997; Latham e Munjiza, 2004; Zhao et al., 2006)

Le prime due categorie di strategie sono le più diffuse perché più semplici e più performanti: consentono di sfruttare ancora il medesimo algoritmo di contact-detection con un contatto sempre di tipo sfera-sfera. Tuttavia gli svantaggi stanno nel più elevato numero di sfere che devono essere utilizzate nelle simulazioni (Bertrand et al., 2005) e nella possibilità dell'insorgenza di indesiderati contatti multipli (Yan, in stampa). La terza categoria invece richiede una formulazione ad hoc del modello di contatto ed una complessità maggiore nell'algoritmo del moto del corpo rigido. Nei modelli 2D il terzo approccio è sempre più diffuso: in letteratura esistono formulazioni per particelle ellittiche (Kuhn e Bagi, 2004), poligonali (Matuttis et al. 2000; Pena et al. 2008). Nei modelli 3D l'utilizzo di particelle non sferiche è molto meno frequente a causa della maggiore mole di informazioni da memorizzare, della complessità dell'algoritmo di contact-detection e delle incertezze sul tipo di modello di contatto più corretto da utilizzare. Per esempio per forme poliedriche occorre che a ciascuna particella sia associato un set di punti (i vertici), un set di vettori (gli spigoli), ed un set di poligoni (le facce). Esistono per queste forme almeno 4 tipi di contatto classificati in base alle entità del solido che arrivano a toccarsi: faccia-vertice (F-V da *Face-Vertex*), spigolo-spigolo (E-E da *Edge-Edge*), vertice-vertice (V-V da *Vertex-Vertex*). L'ultimo dei tre è degenero e viene incorporato negli altri due casi; ognuno di essi viene ricercato con un algoritmo di contact-detection differente. L'algoritmo si complica ulteriormente nel caso di forme cosiddette *non star-shape* che possono contenere concavità complesse sulla superficie.

Un confronto rigoroso sull'influenza della forma delle particelle sul comportamento meccanico è contenuto nel lavoro di Nouguier-Lehon et al. (2003) i quali simulano prove triassiali su un aggregato di dischi, e di poligoni con diversa elongazione.

Applicazioni con particelle non sferiche sono abbastanza diffuse in letteratura. Vu-Quoc et al. (2000) usano particelle composte di quattro sfere aggregate (clump) a formare forme ellissoidiche. Le simulazioni con questa forma risultano essere sufficientemente in accordo con sperimentazioni di flussi di granelli di soia. Favier et al. (2001) hanno creato particelle ellissoidiche utilizzando sette sfere dimostrando anch'essi un buon accordo con la realtà per flussi di particelle. Salot (2007) con un lavoro meticoloso riporta una analisi meccanica approfondita del comportamento meccanico triassiale di un aggregato di clump composti di due sfere ad una distanza prefissata. Al variare della distanza Salot osserva un incremento della resistenza di picco e della dilatanza del materiale. Mostra inoltre che all'aumentare della distanza diminuisce la possibilità di rotazione delle singole particelle (aumenta la "frustration" (Santamarina et al., 2001)). Calantoni et. al (2004), con un modello simile, sperimentano numericamente come l'angolo di natural declivio di un pendio aumenti nel passare da particelle sferiche a particelle elongate (con alti valori di d).

FIGURE SALOT

Munjiza et al. (2003) hanno presentato un algoritmo per la dinamica di particelle non-sferiche portando l'esempio di packing di particelle a forma di pastiglie. Gli stessi autori (Munjiza and Latham, 2004) recentemente hanno utilizzato un tecnica simile per simulare particelle angolose ottenendo un buon accordo con i risultati sperimentali.

2.5 Rigidezza, resistenza e forze di contatto nello scheletro solido

Nella stragrande maggioranza dei modelli a elementi discreti la rigidezza al contatto k_n viene implementata seguendo due possibili modelli differenti: un modello elastico lineare o un modello di contatto Hertz-Mindlin. A seconda del tipo di applicazione è preferibile usare un modello piuttosto che l'altro. Se si è interessati al modulo elastico globale del materiale granulare per piccole deformazioni (ad

esempio per modellare la variazione di velocità delle onde elastiche con il livello tensionale) è opportuno usare un modello Hertz-Mindlin con in input il modulo di taglio e il rapporto di Poisson del materiale intatto. Tuttavia se nel problema la resistenza complessiva del materiale è più importante rispetto al suo modulo elastico, allora può essere utilizzato un più efficiente (dal punto di vista computazionale) modello di contatto lineare. I valori di rigidezza al taglio e rigidezza normale possono essere irrilevanti in questo caso a patto che il grado di sovrapposizione tra le particelle sia mantenuto sotto un valore ragionevole (ovvero meno del 5% del raggio medio).

Per geometrie regolari è possibile sviluppare espressioni analitiche per i moduli di rigidezza e per la resistenza.

Per un aggregato cubico di sfere, con numero di coordinazione⁴ pari a sei, espressioni per il modulo elastico in funzione della rigidezza al contatto sono facili da ottenere. Se consideriamo ad esempio il caso non confinato, il modulo di Young E è dato da:

$$E = \frac{\Delta\sigma_z}{\Delta\epsilon_z} \quad (2.9)$$

dove σ_z è la tensione normale media nella direzione verticale ed $\epsilon_z = \Delta h/h_0$ è la deformazione verticale cioè il rapporto tra la variazione di altezza Δh e l'altezza iniziale h . Supponendo un packing cubico composto da sfere di raggio R possiamo concentrarci sulla singola particella e su un volumetto cubico che la contiene ed esplicitare su di essa il modulo elastico

FIGURA

In questa configurazione la tensione media nella direzione z è pari a:

$$\Delta\sigma_z = \frac{\Delta F_z}{(2R^2)} \quad (2.10)$$

dove ΔF_z è l'incremento di forza di contatto normale al piano z . L'incremento di deformazione $\Delta\epsilon_z$ è in relazione con lo spostamento normale relativo tra due particelle in contatto Δu

$$\Delta\epsilon_z = \frac{\Delta u}{2R} \quad (2.11)$$

Poiché l'incremento di forza è legato a quello di deformazione al contatto si ha

$$\Delta F_z = k_n \Delta u = k_n 2R \Delta\epsilon_z \quad (2.12)$$

⁴numero medio di contatti per sfera

Sostituendo nell'espressione del modulo di Young si ottiene

$$E = \frac{\Delta\sigma_z}{\Delta\epsilon_z} = \frac{k_n}{2R} \quad (2.13)$$

Questa espressione restituisce il modulo di Young E di un aggregato cubico in termini della rigidezza normale al contatto k_n e del raggio delle particelle assumendo che gli assi principali di tensione e deformazione coincidano con gli assi di simmetria dell'agglomerato di sfere. Per questo agglomerato inoltre il rapporto di Poisson è nullo.

Questa espressione è utile per risolvere il problema opposto ossia determinare la rigidezza al contatto da assegnare ad un materiale particellare. Conoscendo il modulo di Young del materiale si risale ad un valore approssimato di rigidezza k_n dipendente dalle dimensioni delle particelle. La taratura corretta della rigidezza al contatto tuttavia deve essere ottenuta confrontando una prova di laboratorio reale (es. prova triassiale) con una simulata (vedi capitolo 6).

Altre espressioni più complesse del modulo elastico in funzione della rigidezza al contatto, della distribuzione delle forze normali e degli spostamenti al contatto, della porosità e del numero di coordinazione sono contenute in diversi articoli: per packing regolari di sfere eguali in condizioni di equilibrio locale (Duffy e Mindlin, 1957; Deresiewicz, 1958; Duffy, 1959); per random packing di sfere eguali con ipotesi di deformazione uniforme (ipotesi di Voigt o ipotesi cinematica) (Digby, 1981; Walton 1987; Bathurst e Rothenburg, 1988; Chang e Liao, 1990); per random packing di sfere di diverso diametro con ipotesi cinematica (Misra e Chang, 1993); per random packing di sfere eguali con ipotesi statica (best fit hypothesis) (Liao et al., 1997). Si badi bene che spesso queste relazioni dipendono dal tipo di modello di contatto utilizzato (Hertz-Mindlin o elastico lineare).

Un interessante lavoro di confronto tra la risposta meccanica di laboratorio e simulata con i DEM di packing regolari di sfere di acciaio (face-centered-cubic e rhombic) è descritta da C. O'Sullivan et al. (2004).

Per le considerazioni fatte in precedenza la forza di contatto normale media F_n trasmessa tra le particelle di un packing cubico semplice (numero di coordinazione $m = 6$) è determinabile come funzione del raggio delle particelle R e dalla pressione di confinamento σ_{iso} . Dato che il contributo d'area occupata da una particella è pari a $(2R)^2$ si ha

$$F_n = 4R^2\sigma_{iso} \quad (2.14)$$

Più in generale per un packing isotropo (random) di particelle monogranulari sottoposte a stress isotropo σ_{iso} il valore di F_n è funzione dell'indice dei vuoti e e dell' numero di coordinazione m (Rothenburg e Bathurst, 1989):

$$F_n = 4R^2 \sigma_{iso} \frac{\pi(1+e)}{m} \quad (2.15)$$

Dato che le forze normali al contatto in un random packing sono più piccole di quelle corrispondenti ad un packing cubico (massimo numero di coordinazione), posso ottenere dalla combinazione delle equazioni 2.14 e 2.15 la seguente disuguaglianza:

$$m \geq \pi(1+e) \quad (2.16)$$

Recentemente

Per quanto riguarda la resistenza complessiva del materiale, se non è implementato un modello di legame (bond) al contatto, il parametro che la determina è unicamente il coefficiente di attrito al contatto. Anche in questo caso esistono espressioni della resistenza per packing regolari e irregolari. Per esempio, Thornton (1979) fornisce un'espressione per la resistenza di un aggregato di sfere con un packing di tipo face-centered cubic.

Tuttavia per quanto si è detto nel capitolo 1.2.2 l'angolo di attrito macroscopico (ovvero la resistenza) di un random packing di sfere non può essere superiore ai 28° circa (Skinner, 1969; Suiker e Fleck, 2004) a meno di non introdurre un fattore di resistenza alla rotazione (si veda p.e. Iwashita e Oda, 1998; Ferrellec et al., 2001; Li et al., 2005). Questo problema può essere aggirato per via numerica vincolando le particelle alla rotazione: in questo modo è possibile raggiungere angoli di attrito macroscopici ben superiori (Calvetti e Nova, 2004; Suiker e Fleck, 2004) una volta tarati opportunamente i parametri meccanici.

2.6 Materiali granulari come sistemi caotici

Nel simulare i materiali granulari spesso i risultati sono molto sensibili a piccole variazioni delle condizioni iniziali (disposizione spaziale delle particelle) o alle diverse sequenze di carico. Apparentemente questo comportamento potrebbe sembrare errato e quindi si potrebbero nutrire dubbi sulla bontà della simulazione. Tuttavia questo genere di comportamenti esiste anche nei sistemi fisici reali

che andiamo a simulare. Nei sistemi granulari ci sono almeno due categorie di fattori che inducono questo particolare risultato:

- Esistono alcune discontinuità geometriche che forzano il sistema a scegliere, apparentemente in maniera casuale, tra due o più "percorsi geometrici" differenti. L'evoluzione successiva e quindi il risultato finale dipenderà dalle scelte che sono state fatte nel corso della prova. Per esempio, nella Figura 2.4 è illustrata una piccola porzione di un giunto in roccia. Se il blocco A viene caricato esso è costretto a muoversi in basso rispetto a B e può scegliere se spostarsi a destra o a sinistra rispetto a quest'ultimo. La scelta dipenderà dalle irregolarità geometriche microscopiche dalle differenti proprietà o energie cinetiche dei due blocchi.

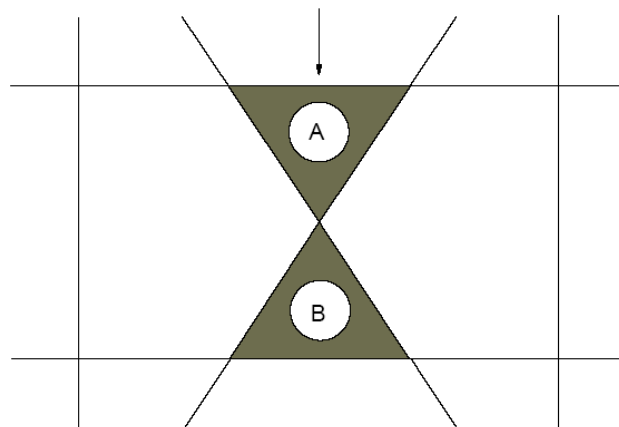


Figura 2.4: Esempio di biforcazione "geometrica" tra due blocchi

- Esistono processi del sistema che possono essere classificati come processi di attenuazione (*softening*) o in maniera più generale come fenomeni a retroazione positiva. Se consideriamo un campo tensionale iniziale all'incirca uniforme, qualsiasi piccola perturbazione verrà accresciuta durante l'evoluzione del sistema; per esempio zone che hanno maggiori deformazioni si indeboliranno ulteriormente (*softening*) e conseguentemente attrarranno e concentreranno maggiori deformazioni, e via di seguito in un ciclo a feedback positivo.

Entrambi i fenomeni danno ragione del comportamento caotico nella sua forma piena (Gleick, 1987; Thompson e Stewart, 1986) Lo studio dei sistemi caotici

mostra che il dettaglio dell'evoluzione di questi sistemi non è prevedibile, almeno in linea di principio. La sensibilità dei modelli numerici simulati a piccole variazioni delle condizioni iniziali è semplicemente lo specchio di quanto avviene per piccole irregolarità nel mondo reale. Non c'è quindi modo di ottenere simulazioni più accurate di altre perché la conoscenza delle condizioni iniziali è sempre imperfetta. Ciò che ci aspettiamo di ottenere con un modello ad elementi discreti è uno spettro finito del comportamento reale per il quale posso esprimere alcune statistiche significative (resistenza, rigidezza,...) La strategia più corretta è quella di costruire diversi campioni simili contenenti diverse irregolarità iniziali distribuite in maniera differente e produrre su tutti il medesimo percorso di carico provando che tutti conducono ad una simile soluzione (un attrattore unico nello spazio delle fasi). Le fluttuazioni che si osservano nelle curve di carico di simulazioni ad elementi discreti sono proprio dovute alle singole irregolarità e non tanto a imperfezioni dello schema numerico.

2.7 Localizzazione, instabilità e dipendenza dal percorso di carico

In molti casi un problema di carico generico su un materiale granulare potrebbe evolvere in maniera differente (con diversi *path*) in dipendenza da piccole variazioni delle condizioni iniziali. Questo fenomeno fisico tipicamente meccanico è chiamato *biforcazione*. Una caratteristica universale del caos è che il rapporto di convergenza nella sequenza di biforcazioni (la cosiddetta rotta per il caos) che si osserva al variare di un parametro, è quasi costante ed è costante all'infinito. Per esempio, un materiale granulare sottoposto ad una prova di taglio potrebbe sia deformare in maniera uniforme (raramente) che sviluppare bande di taglio nelle quali le deformazioni si localizzano invece che distribuirsi su tutto il campione (shear bands). Spesso la rottura generalizzata del materiale nasconde una serie di bande di taglio che si diramano in più direzioni tanto da rendere irriconoscibile ad occhio nudo la presenza di una zona di localizzazione, osservabile invece con metodi di indagine radiografica (Desrues et al., 1996).

Osservando sperimentalmente e numericamente un materiale particellare bidimensionale sottoposto a taglio (es. modello dei cilindri di Scheneebelli) è possibile verificare come il meccanismo di rottura avvenga per cunei ovvero per gruppi di

particelle che si muovono in maniera omologa e che scorrono lungo fasce più sottili costituite di altri elementi. Eventualmente, nel corso della prova, alcuni di questi cunei possono "raggrupparsi" producendo così nuove bande di taglio localizzate in posizioni differenti. In molti altri casi la localizzazione procede sulla medesima banda di taglio.

Il fenomeno della localizzazione è di difficile interpretazione macromeccanica: il concetto di deformazione intesa come media su un volume finito diventa inadeguato; le deformazioni locali e le pressioni interstiziali locali (nel caso non drenato) sono difficilmente misurabili; quindi anche l'indice dei vuoti e le tensioni effettive alla rottura calcolate come medie non riflettono la reale condizione del materiale indagato. La scala del problema (dimensioni dell'apparecchiatura di taglio e diametro delle particelle) e le condizioni al contorno possono inoltre condizionare i risultati.

Per comprendere quali siano le cause micromeccaniche della localizzazione in un mezzo particellare consideriamo dapprima un materiale incrudente con la deformazione (*strain-hardening*). Quando un elemento di questo materiale si avvicina alla rottura si irrigidisce e quindi riduce la sua deformazione fintantoché gli elementi vicini non raggiungono la medesima resistenza e lo costringono a deformare. In altre parole i materiali a deformazione incrudente tendono a produrre e mantengono nel corso della prova una condizione di campo di deformazione uniforme. In maniera del tutto differente consideriamo ora un materiale granulare con un comportamento post-picco di tipo rammollente (*strain-softening*) soggetto a deformazione deviatorica. Il primo elemento di materiale che raggiunge la resistenza massima inizia a ridurre la propria rigidità non appena è soggetto ad ulteriore deformazione e trasferisce parte del carico che inizialmente supportava agli elementi vicini con preferenza su quelli più vicini allo stato di picco. Questi ultimi a loro volta, comportandosi nel medesimo modo propagano la deformazione lungo una direzione producendo la cosiddetta banda di taglio. Una volta che la banda di taglio ha raggiunto una lunghezza sufficiente si innesca il meccanismo di rottura che prevede la formazione di blocchi "rigidi" che scorrono lungo piani di rottura. L'evoluzione del processo di localizzazione è governato dal principio di energia minima.

In generale un materiale rammollente sarà molto più incline a produrre bande di taglio. Tuttavia alcune teorie sui processi di biforcazione (p.e., Rudnicki e Rice,

1975; Vardoulakis, 1980) mostrano che le bande di taglio si formano sebbene il materiale non riduca la resistenza con la deformazione (strain-softening) a condizione che l'angolo di dilatanza sia minore dell'angolo di attrito. Il comportamento rammollente (strain-softening) è osservato frequentemente in:

- provini dilatanti soggetti a carico drenato. L'energia richiesta per tagliare un terreno dilatante è costituita di due termini: il lavoro della tensione di taglio e il lavoro di dilatanza della tensione normale. Una localizzazione minimizza il lavoro interno riducendo il lavoro della dilatanza se si concentra in una zona limitata.
- provini dilatanti soggetti a carico non drenato e che manifestano cavitazione (Roger et al., 1998; Schrefler et al., 1998). La cavitazione ha luogo quando le pressioni interstiziali negative raggiungono la tensione di vapore saturo dell'acqua che a temperature ambiente è di circa 100 kPa.
- provini contraenti soggetti a carico non drenato
- materiali granulari costituiti da particelle eccentriche o elongate (ciotoli, ellissoidi, ecc.) (Aloufi e Santamarina, 1995). La causa dello strain-softening in questo caso è imputabile all'allineamento delle particelle per grandi deformazioni anche se il comportamento volumetrico globale è di tipo contrattivo. L'improvviso cambiamento nella struttura dello scheletro solido che avviene nella fase di allineamento delle particelle che conduce alla formazione delle shear-band può avvenire in maniera improvvisa nel percorso tenso-deformativo del materiale. Questo fenomeno si manifesta anche con le argille che sono costituite da particelle lamellari sebbene presentino un comportamento contraente
- materiali cementati quando la resistenza della cementazione prevale sulla resistenza scheletrico-attritiva
- terreni parzialmente saturi in regime pendolare (bassi contenuti d'acqua e ponti capillari tra coppie di particelle). Fenomeni di localizzazione possono essere osservati per basse tensioni di confinamento anche in materiali contraenti

- terreni con distribuzione eterogenea della porosità soggetti a carichi drenati, cosicché le deformazioni localizzano nelle zone a più alta porosità. Questo genere di localizzazione può esser confusa con una rottura diffusa se le eterogeneità sono distribuite nel provino e non stratificate in alcune zone.
- terreni eterogenei soggetti a carico non drenato. La prova infatti può apparire "globalmente non-drenata" ed essere contemporaneamente "localmente drenata" in zone a più alta porosità e più alta permeabilità. In questo caso lo sviluppo delle localizzazioni dipende anche dalla velocità di deformazione imposta
- campi di deformazione non uniformi dovuti ad effetti di condizioni al contorno o dimensioni del provino. Provini bassi (es. $H/D = 1$) con teste lubrificate manifestano tendenzialmente una rottura uniforme rispetto a provini troppo alti e con teste non lubrificate (Ibsen e Lade, 1998).

Lo spessore di una banda di taglio è in genere inferiore a 10-20 diametri delle particelle in provini densi in condizioni drenate (Oda e Kazama, 1998) e può essere ben più piccolo nel caso il materiale sia cementato. Le osservazioni sperimentali circa l'indice dei vuoti raggiunto all'interno delle bande di taglio sono contrastanti: analisi tomografiche ai raggi X sembrano mostrare un indice dei vuoti che corrisponde a quello critico (Desrues et al., 1996); metodi di indagine con resine impregnanti invece mostrano un indice dei vuoti superiore ad e_{max} (Oda e Kazama, 1998; Boulon e Hassan, 1998; Frost e Jang, 2000). Ad ogni modo queste prove di laboratorio suggeriscono che non necessariamente si raggiungano le condizioni di stato critico all'interno delle shear-band a causa dei pochi granelli coinvolti.

Circa l'orientazione delle bande di taglio esistono diverse interpretazioni in dipendenza alla direzione dello stato tensionale (Shanz, 1998; Vermeer, 1990) oltre che alla tensione di confinamento e all'indice dei vuoti. Le formulazioni più comuni sono quelle di Roscoe (limite inferiore) $\beta = 45 + \psi_p/2$; Arthur et al. $\beta = 45 + (\psi_p + \psi_{max})/4$; Coulomb (limite superiore) $\beta = 45 + \phi_{max}/2$ dove ψ_p è l'angolo di dilatanza di picco e ϕ_{max} l'angolo di resistenza al taglio di picco.

La localizzazione inizia quando lo sforzo deviatorico raggiunge il picco di carico. Il materiale all'esterno delle bande di taglio si comporta come un corpo rigido durante la fase di strain-softening del provino (Bauer e Huang, 1998).

In generale se un modello numerico ha abbastanza gradi di libertà (abbastanza elementi discreti) è più probabile osservare la localizzazione nel materiale. Si osserva così che un semplice materiale particellare rappresentato da una legge al contatto di tipo Mohr-Coulomb e da un numero sufficiente di elementi dovrà sempre manifestare localizzazione con l'insorgenza di una o più bande di taglio.

Un modello agli elementi discreti è in grado di riprodurre lo sviluppo e l'evoluzione delle bande di taglio in un agglomerato particellare (Cundall, 1989; Iwashita e Oda, 1998) perché modella le equazioni dinamiche del moto e quindi l'energia cinetica che accompagna la formazione delle bande di taglio viene liberata e dissipata in maniera fisicamente realistica. Considerando la granulometria reale e le caratteristiche proprie del materiale è possibile modellare correttamente anche lo spessore delle bande di taglio.

Un'altra caratteristica propria di molti problemi di biforcazione è la dipendenza dal percorso tenso-deformativo. In molti sistemi non lineari e non elastici esistono infinite soluzioni che soddisfano l'equilibrio, le condizioni di compatibilità e le relazioni costitutive del sistema stesso. Non esiste una soluzione esatta ed univoca del problema fisico senza che sia specificato il percorso. Se questo non viene specificato, tutte le possibili soluzioni sono corrette. Questo problema tuttavia è trascurabile per un sistema quasi-statico nel quale cioè le velocità di deformazione sono talmente basse da non indurre fenomeni inerziali tra le singole particelle. In queste condizioni infatti ogni stato del sistema al progredire della deformazione rappresenta uno stato di equilibrio. Per verificare numericamente che il sistema sia in condizioni quasi-statiche possiamo procedere in diversi modi:

- verificando che le velocità delle particelle siano sotto una certa soglia
- verificando che l'energia cinetica delle particelle sia sotto una certa soglia
- verificando che applicando una diversa velocità di deformazione si produca il medesimo risultato
- introducendo un diverso valore di damping e verificando che questa variazioni non condizioni il risultato

2.8 Rappresentazione di problemi geotecnici a larga scala

L'adozione di un modello micromeccanico, e quindi che non prescinda dalla scala delle particelle del terreno, per lo studio di un problema geotecnico reale pone seri problemi di rappresentatività. Il problema più grande da affrontare è quello della scala dimensionale: come è possibile simulare i grandi volumi di terreno, tipici di un problema reale (un pendio, una fondazione), partendo dalla descrizione delle singole particelle che lo compongono? Questo problema costituisce il limite di molti metodi micromeccanici tra cui il metodo agli elementi discreti. Supponendo, ad esempio, di riuscire a simulare un cubetto di terreno costituito da 100.000 particelle⁵) con un diametro caratteristico di 2mm il volume che si andrebbe a rappresentare sarebbe di soli 9x9x9 cm circa⁶. Nonostante i grandi passi avanti in seguito alla diffusione di elaboratori sempre più potenti che porteranno ad incrementare il numero di particelle simulabili appare chiaro che, nel futuro immediato, la riproduzione di volumi rilevanti di terreno (...) non potrà mai essere raggiunta senza ricorrere a degli approcci più efficienti o a delle semplificazioni.

In letteratura sono riportati diversi metodi che consentono di ingrandire la scala di indagine dei problemi mantenendo o comunque trasportando a diverse scale le principali grandezze micromeccaniche. Bibliografia ...

In seguito verranno brevemente discussi due di questi metodi: il primo metodo che chiameremo *micro-macro* cerca di derivare le equazioni costitutive di un elemento di terreno granulare a partire dalla descrizione statistica dei suoi contatti e delle forze che si sviluppano con una tecnica di omogeneizzazione; il secondo invece mantiene il carattere micromeccanico e semplicemente estende la dimensione del problema rappresentabile scalando la dimensione delle particelle

⁵fino al 2005 il record mondiale di particelle simulabili con un algoritmo di dinamica molecolare era di 19 miliardi di particelle (K. Kadau, T.C. Germann e P.S. Lomdahl) ottenuto presso i laboratori di Los Alamos con una macchina composta di 512 processori in parallelo. Il problema più grosso riscontrato da questi studiosi fu quello di memorizzare la grande mole di informazioni riguardanti la posizione e la velocità di tutte le particelle (dagli 11 ai 32 GB ad ogni step temporale). La dinamica molecolare risulta enormemente più semplice della modellazioni ad elementi discreti specie per quel che riguarda la ricerca del contatto e il modello di interazione.

⁶calcolato per particelle monogranulari con porosità pari a circa 0.4 il volume rappresentabile è di $\approx 7 \cdot 10^{-9} m^3 / \text{particella}$.

che lo costituiscono una volta tarati i parametri micromeccanici alla scala reale delle particelle. Il primo metodo è più indicato per essere impiegato nell'abbinamento elementi discreti ed elementi finiti; il secondo invece sfrutta a pieno le potenzialità dell'approccio agli elementi discreti anche a larga scala.

2.9 Modello costitutivo con approccio *micro-macro*

L'obiettivo del modello *micro-macro*, come quello di ogni modello particellare che voglia indagare fenomeni su larga scala, è quello di ricondurre le relazioni proprie della micromeccanica, che si esplicano al contatto tra coppie di particelle, ad un legame costitutivo classico definito per un volumetto finito (Figura 2.5)

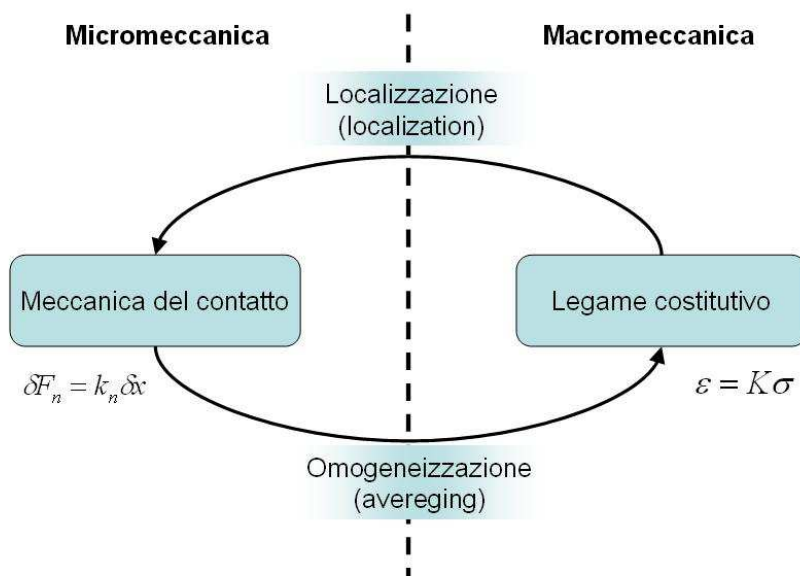


Figura 2.5: Approccio Micro-Macro

Per introdurre il modello micro-macro partiremo da una serie di semplici ipotesi. In seguito queste ipotesi potranno essere rilassate per estendere l'applicazione del modello a problemi più complessi. Le ipotesi di partenza sono:

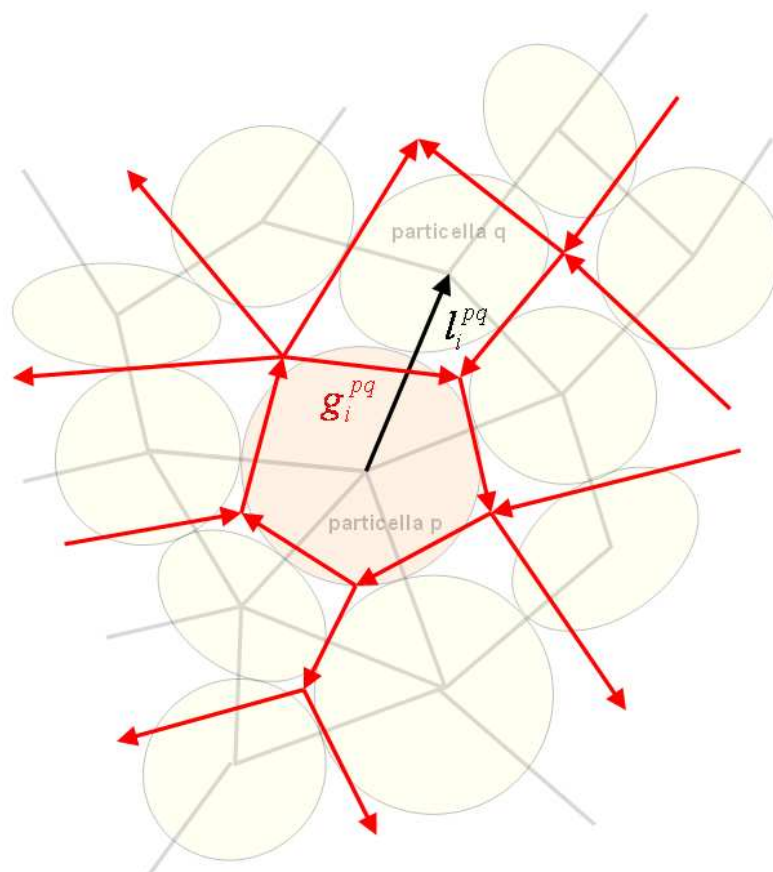
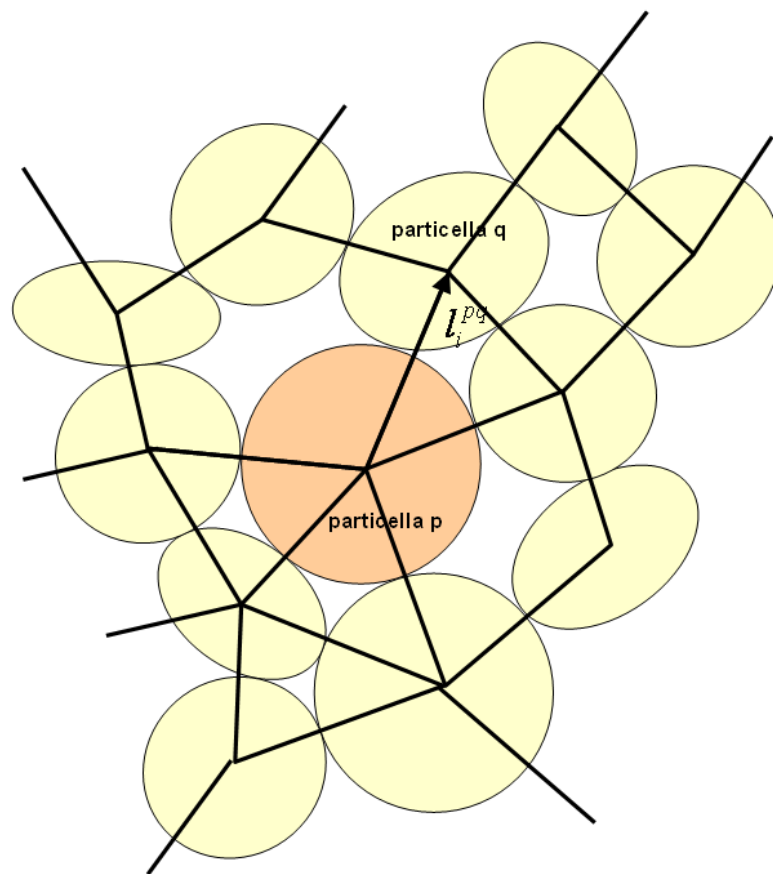
- problema 2D
- deformazioni elastico-lineari al contatto del tipo $F_i^c = k_i \Delta_i^c$

- mezzo granulare isotropo (inizialmente!)
- Bonded e No bonded al contatto
- Frictional e non frictional al contatto
- Deformazioni piane
- Deformazioni quasi-statiche (cioè forze inerziali trascurabili)

Classicamente le grandezze microscopiche coinvolte nella definizione del modello di contatto sono F_i^c e Δ_i^c . Quelle macromeccaniche che descrivono la risposta tensio-deformativa di un modello costitutivo tradizionale sono invece σ_{ij} ed ϵ_{ij} . Naturalmente per ottenere un modello micro-macro occorrerà introdurre in questa seconda coppia di grandezze, non solo le proprietà meccaniche del contatto ma anche le informazioni geometriche circa la loro distribuzione spaziale ed evoluzione temporale (tensionale o deformativa).

Per introdurre il problema partiamo da alcune definizioni. Consideriamo un aggregato di particelle 2D (non necessariamente dei dischi) in contatto tra loro (figura 2.6). Si definisce *branch vector* l_i^c il vettore che congiunge i centri di due particelle in contatto. L'insieme dei branch vector costituisce una struttura reticolare denominata *branch network* che copre l'intero dominio bidimensionale suddividendo l'area (*tassellandola*) in un insieme di poligoni irregolari. Si definisce *rotated polygon vector* g_i^c il vettore che congiunge i centri dei poligoni adiacenti della branch network. Infine si definisce *polygon vector* il vettore ottenuto a partire dai rotated polygon vector (figura 2.6). La rete dei branch vector e dei polygon vector costituiscono due grafi duali ovvero conoscendo uno si può risalire all'altro e viceversa. A partire da queste definizioni è possibile esplicitare alcune relazioni geometriche e statistiche sia esatte che approssimate. Considerando un sistema formato da N_p particelle che forma N_c contatti ed N_l poligoni (*loop*) si ha che $N_p - N_c + N_l = 1$ (per grandi agglomerati $N_p - N_c + N_l \approx 0$) Inoltre definendo Γ numero di coordinazione medio ovvero il numero di contatti medi che forma ogni particella ed Ω il numero medio di lati per ciascun poligono si ha che

$$\begin{aligned}
 N_c &= \frac{\Gamma}{2} N_p \\
 N_c &= \frac{\Omega}{2} N_l \\
 \Omega &\approx \frac{2\Gamma}{\Gamma-2}
 \end{aligned}
 \tag{2.17}$$



Per poligoni chiusi si ha inoltre che:

$$\begin{aligned}\sum l_{rss} &= 0 \\ \sum h_{pq_q} &= 0\end{aligned}\tag{2.18}$$

La condizione di equilibrio quasi statico si ha imponendo l'equilibrio delle forze

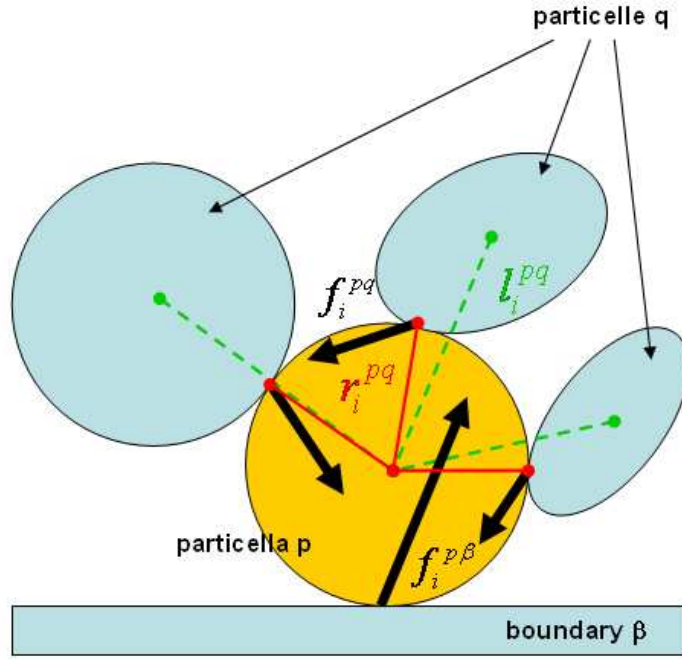


Figura 2.7: Condizione di equilibrio per una generica particella p

e dei momenti. Per una generica particella p sottoposta alle forze di contatto con altre particelle e alle forze di contatto con elementi al contorno (pareti) (vedi figura 2.7) si ha che l'equilibrio delle forze conduce a:

$$\sum f_i^{pq} + f_i^{p\beta}_q = 0\tag{2.19}$$

L'equilibrio dei momenti si scrive come:

$$e_{ij} \sum r_i^{pq} f_j^{pq} + e_{ij} r_i^{p\beta} f_j^{p\beta}_q = 0\tag{2.20}$$

dove e_{ij} è il tensore di Ricci di permutazione bidimensionale. Lo spostamento relativo è

$$\Delta_i^{pq} = [U_i^q + \Omega^q e_{ij} r_j^{qp}] - [U_i^p + \Omega^p e_{ij} r_j^{pq}]\tag{2.21}$$

dove U_i^p è lo spostamento del centro della particella p e Ω_p la sua rotazione
La condizione di compatibilità invece si scrive

I tensori di stress e di deformazione si possono scrivere nei seguenti modi:
tensore di stress secondo Drescher e Josselin de Jong (1972):

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{S} \sum F_i^c l_{jc}^c \quad (2.22)$$

Dove la sommatoria è riferita a tutti i contatti all'interno di una regione S di interesse (un'area in 2-D; un volume in 3-D)

Tensore del gradiente di spostamento medio secondo Krut e Rothenburg (1996):

$$\gamma_{ij} = \frac{1}{S} \sum \Delta_i^c h_{jc}^c \quad (2.23)$$

Tensore del gradiente di spostamento medio secondo Cundall e Strack (1978):

$$\gamma_{ij} = \frac{1}{S} \sum \Delta_i^c h_{jc}^c \text{ modificare} \quad (2.24)$$

Tensore del gradiente di spostamento medio secondo Liao et al. (1997):

$$\gamma_{ij} = \frac{1}{S} \sum \Delta_i^c h_{jc}^c \text{ modificare} \quad (2.25)$$

gli ultimi due tuttavia non sono consistenti con la deformazione macroscopica??

Altre relazioni tensoriali: Branch vs polygon vector (Krut e Rothenburg, 1996)

$$I_{ij} = \frac{1}{S} \sum l_i^c h_{jc}^c \quad (2.26)$$

Dove I_{ij} è il tensore identità. Sta a significare che la scomposizione in poligoni ricopre l'intero spazio.

Fabric tensor dei contatti (Satake, 1978)

$$F_{ij} = \frac{1}{N_c} \sum n_i^c n_{jc}^c \quad (2.27)$$

Dove n_i^c è la normale al contatto e N_c il numero totale dei contatti

Fabric tensor dei polygon vector

$$H_{ij} = \frac{1}{N_c} \sum h_i^c h_{jc}^c \quad (2.28)$$

Conservazione dell'energia ovvero (Krut e Rothenburg, 1998):

$$\sigma : \epsilon = \frac{1}{S} \sum F_i^c \Delta_{jc}^c \quad (2.29)$$

Cioè il lavoro compiuto al contorno deve essere pari al lavoro compiuto ai contatti
Dimostrazione:

$$\sum_p \sum F_i^{pq} U_i^{*p} + e_{ij} \sum_p \sum \Omega^{*p} r_i^{pq} F_j^{pq} + \sum F_i^{p\beta} U_i^{*p} + e_{ij} \sum \Omega^{*p} r_i^{p\beta} F_j^{p\beta} = 0 \quad (2.30)$$

$$- \sum_p \sum F_i^{pq} \{U_i^{*p} + \Omega^{*p} e_{ij} r_j^{pq}\}_q = \sum F_i^{p\beta} \{U_i^{*p} + \Omega^{*p} e_{ji} r_j^{p\beta}\}_p \quad (2.31)$$

Definiamo la funzione di distribuzione dei contatti $E(\theta)$ (Horne, 1965) E' definita in modo tale che $E(\theta)\Delta\theta$ sia la frazione di contatti con orientazione entro l'intervallo angolare $(\theta, \theta + \Delta\theta)$ (in 2-D) Proprietà: $E(-\theta) = E(\theta)$ Per aggregati isotropi $E(\theta) = \frac{1}{2\pi}$

$$\text{infatti } \int_0^{2\pi} E(\theta) d\theta = \frac{1}{2\pi} 2\pi = 1$$

In 3D si ha che la funzione di distribuzione dei contatti diventa $E(\theta, \Phi)$ E' definita in modo tale che $E(\theta, \Phi) \Delta\theta \Delta\Phi$ sia la frazione di contatti con orientazione entro l'angolo solido racchiuso nell'intervallo $[(\theta, \theta + \Delta\theta), (\Phi, \Phi + \Delta\Phi)]$ Γ è il numero di contatti per particella

Per grandi aggregati casuali e omogenei nello spazio le quantità discrete al contatto possono essere sostituite con distribuzioni continue raggruppando i contatti con orientazione θ simile e poi passando al limite per $\theta \rightarrow 0$. Oltre alla quantità $E(\theta)$ posso definire altre quantità al contatto. Il risultato sarà una funzione di distribuzione congiunta cioè una $f(x, y)$

Ad esempio consideriamo una arbitraria grandezza x^c definita al contatto e facciamo la sua media di gruppo $\bar{x}(\theta)$ All'interno di un volume (o area) S calcoliamo la media spaziale di questa quantità come:

$$\frac{1}{S} \sum x_{c \in S}^c = m_s \int_0^{2\pi} E(\theta) \bar{x}(\theta) d\theta \quad (2.32)$$

Dove m_s è la densità di contatti cioè il numero di contatti per unità di area (o di volume in 3-D)

$$m_s = \frac{N_c}{S} \quad (2.33)$$

Le quantità x^c che posso usare sono ad esempio $F_n^c, F_t^c, h_i^c, l_i^c$. Di nuovo si ha che:

$$\begin{aligned} \bar{F}_n(-\theta) &= \bar{F}_n(\theta) \\ \bar{F}_t(-\theta) &= \bar{F}_t(\theta) \end{aligned} \quad (2.34)$$

...

Usando la relazione 2.32 è possibile giungere alla descrizione statistica delle quantità micromeccaniche come lo stress, la deformazione e altre...

$$\begin{aligned}\sigma_{ij} &= \frac{1}{S} \sum F_i^c l_{jc \in S}^c = m_s \int_0^{2\pi} E(\theta) \bar{F}_i l_j(\theta) d\theta \gamma_{ij} = \\ \frac{1}{S} \sum \Delta_i^c h_{jc \in S}^c &= m_s \int_0^{2\pi} E(\theta) \Delta_i \bar{h}_j(\theta) d\theta I_{ij} = \frac{1}{S} \sum l_i^c h_{jc \in S}^c = m_s \int_0^{2\pi} E(\theta) l_i \bar{h}_j(\theta) d\theta\end{aligned}\quad (2.35)$$

Dove m_s è la densità di contatti cioè il numero di contatti per unità di spazio.

Omogeneizzazione Dalle osservazioni condotte su materiali fotoelastici e dai risultati di simulazioni agli elementi discreti sono state dedotte le seguenti relazioni approssimate: Assumendo che

$$\begin{aligned}\bar{h}_n(\theta) &\approx h_{n0} \\ \bar{l}_n(\theta) &\approx l_{n0}\end{aligned}\quad (2.36)$$

si ha che

$$E(\theta) \approx \frac{1}{2\pi} [1 + a_c \cos 2(\theta - \theta_0)] \quad (2.37)$$

$$\bar{h}_t(\theta) \approx \rho_h h_{n0} \sin 2(\theta - \theta_0) \quad (2.38)$$

Distribuzioni in serie di Fourier del secondo ordine

dove l_n è la componente normale del branch vector h_n ed h_t sono le componenti normale e tangenziale del polygon vector θ_0 è la direzione principale di stress a_c un parametro che descrive l'anisotropia della funzione l_{n0} è la misura della media delle componenti normali del branch vector h_{n0} è la misura della media delle componenti normali del polygon vector ρ_h è la misura del rapporto tra la componente tangenziale e normale del branch vector

Si ha che $\bar{h}_t$ è identicamente nullo per aggregati di dischi o sfere.

Alcuni autori utilizzano distribuzioni del 4° ordine per rappresentare più accuratamente $E(\theta)$ (Mehrabadi et al., 1988; Subhash et al., 1991) Del tipo:

$$E(\theta) \approx \frac{1}{2\pi} [1 + a_{c1} \cos 2(\theta - \theta_0) + a_{c2} \cos 4(\theta - \theta_0)] \quad (2.39)$$

I parametri a_c e ρ_h (come anche il numero di coordinazione Γ) non sono costanti ma variano in funzione del livello di deformazione a taglio. Se parto da una configurazione isotropa, all'aumentare della deformazione a taglio aumenta a_c e diminuisce Γ . Possono essere rappresentate in serie di Fourier anche le quantità:

$$\begin{aligned}\bar{F}_n(\theta) &\approx F_{n0} [1 + a_F \cos 2(\theta - \theta_0)] \\ \bar{F}_t(\theta) &\approx \rho_F F_{n0} \sin 2(\theta - \theta_0)\end{aligned}\quad (2.40)$$

dove F_{n0} è la forza normale media a_F è il parametro che descrive l'anisotropia della forza di contatto normale ρ_F è la misura del rapporto tra componente tangenziale e normale della forza di contatto

Esempi...

2.10 Approccio micromeccanico di scala

In questa tesi, per descrivere fenomeni che avvengono su domini spaziali estesi (seppur alla scala di laboratorio), è stato studiato e sviluppato un metodo agli elementi discreti che scala le dimensioni delle particelle e modifica di conseguenza i parametri delle leggi di contatto. Prima di procedere con la descrizione del metodo utilizzato si richiameranno alcuni concetti fondamentali che stanno alla base del suddetto metodo.

La *porosità* è la prima grandezza statisticamente rilevante per descrivere un mezzo granulare (vedi capitolo 1.2.3). La seconda caratteristica fondamentale è in generale la *struttura dello scheletro solido* dove per "struttura" si intendono tutte le informazioni utili a descrivere la distribuzione spaziale dei contatti e dei vuoti (o delle particelle).

Mettiamoci per semplicità nel caso monogranulare. Consideriamo in particolare due materiali granulari A e B composti da particelle di diametro D_A e D_B con $D_A \neq D_B$. Se i due materiali hanno lo stesso packing (la stessa conformazione dello scheletro solido) si ha che $n_A = n_B$. Infatti la porosità di un packing non dipende dalle dimensioni delle particelle (vedi capitolo 1.2.3 e tabella 1.2.3). In altre parole ipotizzando l'invarianza della struttura dello scheletro solido si può postulare l'invarianza della porosità con la dimensione delle particelle elementari. Tale conclusione, certamente valida per packing regolari, non è facilmente intuibile e dimostrabile per altri tipi di packing. In figura 2.8 sono riportati due semplici esempi del calcolo della porosità 2D per particelle circolari.

Nella pratica, avendo a che fare con domini finiti e quindi con un numero di particelle finito, affinché questa legge sia valida (cioè $n_A = n_B$ se $\text{packing}_A = \text{packing}_B$) occorre utilizzare un numero di particelle sufficientemente elevato (numero di particelle di A e di B elevato). In questo modo viene ridotta l'influenza del bordo del dominio nel calcolo della porosità. Si può osservare infatti che, per problemi a dominio finito, la porosità diminuisce con il diminuire delle dimensioni delle

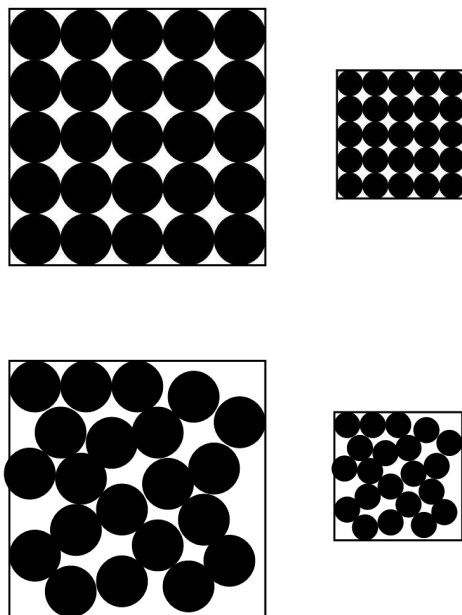


Figura 2.8: Invarianza della porosità con la scala per (a) packing cubico ($n = 0.215$) e (b) packing vario ($n = 0.340$).

particelle fino a raggiungere asintoticamente un valore corrispondente al valore di porosità ideale per quel packing⁷ (Figura 2.9).

Un numero sufficiente di particelle per un provino cubico affinché la porosità misurata sia vicina a quella ideale è stato stimato essere circa 7000.

L'invarianza della porosità con la dimensione delle particelle vale anche per qualunque distribuzione spaziale dei contatti (periodica, random, anisotropa) a patto che sia conservata la sua regolarità (o irregolarità) alle diverse scale e cioè che sia osservata l'invarianza del packing.

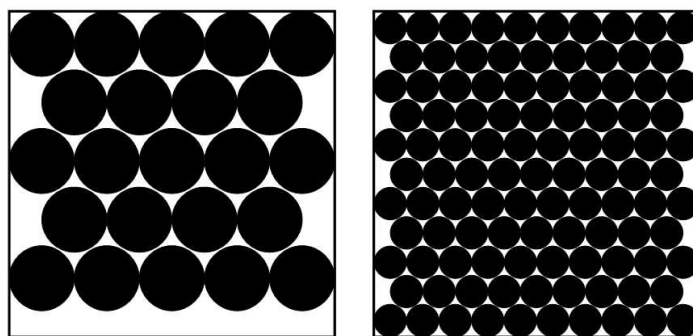
In generale la sola invarianza della porosità non implica necessariamente l'invarianza del packing e non è condizione sufficiente per la validità del nostro modello di scala.

Il modello è applicabile in generale per materiali con granulometria poco distribuita.

Queste prime due ipotesi (conservazione della porosità e della struttura dello scheletro solido) costituiscono i primi due ingredienti del modello di scala.

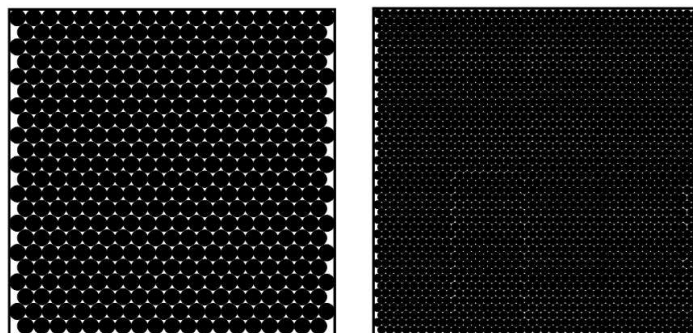
Il terzo ingrediente è legato ai primi due. Se due materiali A e B con $D_A \neq D_B$

⁷valori di porosità ideale per packing regolari sono riportati in tabella 1.2.3.



23 particelle ($n = 0.277$)

105 particelle ($n = 0.175$)



429 particelle ($n = 0.158$)

1738 particelle ($n = 0.147$)

Figura 2.9: Porosità di un packing per riempire un volume finito.

hanno la medesima conformazione spaziale delle particelle (packing), e quindi la stessa porosità (per quanto detto in precedenza), hanno anche la stessa resistenza macroscopica se l'angolo di attrito intergranulare è lo stesso.

L'invarianza della resistenza con la dimensione delle particelle è piuttosto dibattuta in letteratura e trova pareri contrastanti (vedi capitolo 1.2.2).

Un piccolo esperimento di laboratorio ci consente di verificare questa ipotesi: preparando diversi pendii con particelle sferiche di diversa dimensione (ma ugual packing, uguale porosità e uguale materiale cioè uguale angolo di attrito intergranulare) l'angolo di declivio massimo che si raggiunge è sempre uguale a circa 28° a testimoniare che la resistenza meccanica macroscopica è indipendente dalla scala.

Questi tre ingredienti consentono di

Per quanto riguarda i parametri di rigidezza essi da applicare al contatto tra le particelle per riprodurre lo stesso comportamento meccanico si possono fare le seguenti considerazioni:

- la rigidezza al contatto controlla le proprietà elastiche dell'agglomerato, come è già stato dimostrato al capitolo 2.5.
- le deformazioni plastiche sono unicamente riconducibili al mutuo scorrimento, ovvero al raggiungimento della resistenza d'attrito al contatto

Capitolo 3

L'acqua nei terreni granulari

3.1 Regimi di saturazione

I terreni granulari si presentano in natura sotto forma di miscugli trifase: uno scheletro solido costituito da particelle di diversa forma e dimensione e sul quale gravano le forze di contatto. Esso racchiude al suo interno dei vuoti riempiti generalmente da aria ed acqua in diversa proporzione.

La fase solida è costituita di particelle minerali risultato della degradazione chimico-fisica delle rocce e del loro trasporto e sedimentazione ed ha caratteristiche meccaniche di rigidità e resistenza che possono essere molto elevate (seppur inferiori a quelle della roccia integra da cui provengono); l'acqua invece ha una densità minore, è assimilabile ad un fluido incomprimibile che non trasmette sforzi tangenziali, possiede una elevata tensione superficiale ed è un fluido polare. Il gas infine ha una densità ancora minore, è molto comprimibile e generalmente entra in equilibrio termodinamico con il fluido. In tabella 3.1 sono riportate le caratteristiche fisiche dell'aria¹, dell'acqua² e del solido³.

DISEGNO TRIFASE

La meccanica fenomenologica di questi materiali trifasici è estremamente complessa e, salvo qualche eccezione importante, non sono applicabili le regole di omogeneizzazione⁴ che si utilizzano per esempio per determinare la compressibilità

¹in condizioni standard (101.3 kPa e 0°C) e senza vapore acqueo.

²in condizioni standard (101.3 kPa e 0°C) e in equilibrio con vapore saturo.

³valori medi indicativi; tra i minerali più comuni la densità ha un range 2200-3200 kg/m³ (fonte: Lambe Withman, 1969).

⁴l'omogeneizzazione delle proprietà meccaniche consiste nel considerare le singole proprietà

Fase	Densità, ρ [kg/m^3]	Compressibilità [$1/KPa$]
Aria	1.2929	$4.94 \cdot 10^{-3}$
Acqua	999.9	$4.58 \cdot 10^{-7}$
Solido	2700	$10^{-7} - 10^{-8}$

Tabella 3.1: Densità e compressibilità delle tre fasi che costituiscono il terreno.

di molte miscele, sospensioni o gas reali. La ragione principale sta nel fatto le tre fasi possiedono caratteristiche reologiche completamente differenti che passano dall'estrema rigidità delle particelle solide all'eccezionale deformabilità dei gas. Il secondo motivo, forse meno banale, sta nella non linearità della risposta meccanica dovuta agli importanti fenomeni dissipativi che si producono e che sono difficilmente quantificabili specie per quel che riguarda la parte solida.

Fanno eccezione i terreni granulari completamente secchi per i quali generalmente è possibile trascurare le proprietà di compressibilità dell'aria e considerare di fatto il mezzo come un mezzo monofasico con proprietà di linearità nella risposta tenso-deformativa a piccolissime deformazioni. Lo stesso dicasi per i terreni completamente saturi in condizioni quasi statiche il cui comportamento in molti casi può essere assimilato a quello di un terreno completamente asciutto con un peso alleggerito per effetto della spinta di Archimede e con fenomeni dinamici smorzati dall'effetto dell'acqua. Per i miscugli bifase aria-acqua esiste una trattazione che a partire dalla compressibilità delle due componenti arriva a determinare la compressibilità globale del miscuglio tenendo in conto la solubilità dell'aria nell'acqua e gli effetti dovuti alla temperatura, alla pressione e all'umidità (Fredlund e Rahardjo, 1993).

In una visione molto semplificata i terreni granulari si possono trovare in uno stato secco (p.e. sopra falda) o saturo (p.e. sotto falda) ad eccezione di una piccola fascia detta *frangia di risalita capillare* appena sopra la linea di falda e il cui spessore dipende dalle caratteristiche dei pori e dalla viscosità del fluido.

In realtà il terreno anche sotto e sopra falda non è quasi mai un materiale bifasico (aria-solido o acqua-solido) ma trifasico.

Una classificazione comunemente accettata è quella che suddivide il regime di parziale saturazione del terreno in quattro stati in relazione al contenuto d'acqua

di ciascuna fase attribuendo a ciascuna un peso in funzione della loro concentrazione (di massa o volume) per poi effettuare una media pesata.

(o al grado di saturazione) (Tabella 3.1). Da un punto di vista micromeccanico a ciascuno stato di saturazione corrisponde un set di forze prevalenti tra le singole particelle.

La forza di gravità è la forza di massa propria della singola particella (dipende dalla sua dimensione e dalla densità del solido) ed è sempre in direzione verticale e rivolta verso il basso. Anche il liquido è soggetto a gravità. Le forze di contatto sono le forze che i grani solidi si "scambiano" al contatto e possono avere direzione e intensità variabili. Le forze capillari sono le forze che si originano per effetto della tensione superficiale del liquido in equilibrio con la pressione del gas. Anch'esse possono avere direzione e intensità differente. Le forze di trascinamento (*drag*) sono le forze che il liquido trasmette alla particella nel caso esistano gradienti di pressione.

Se per "terreni asciutti" si intendono i terreni essiccati all'aria in condizioni ambientali standard (che rappresentano la maggioranza dei terreni superficiali) essi in realtà contengono sempre una sia pur modesta quantità d'acqua (corrispondente ad un contenuto d'acqua fino all'3%). Lo stesso dicasi per i terreni saturi nei quali possono trovarsi piccole quantità di gas intrappolate (aria o gas prodotto da ossidazioni chimiche) soprattutto quando le pressioni interstiziali siano relativamente basse (cioè appena sotto alla linea di falda).

Nei terreni cosiddetti "saturi" la presenza di piccole bollicine di gas intrappolate può avere effetti importanti sulla valutazione della compressibilità e della resistenza al taglio del terreno. Questo aspetto è ben noto a chi esegue prove geotecniche di laboratorio nelle quali, tipicamente, è richiesta la massima saturazione dei campioni, dei tubicini collegamento e delle apparecchiature di misura (es. prova di compressione per la determinazione del parametro B di Skempton in un provino triassiale). Allo stesso modo nei terreni cosiddetti "asciutti", anche modeste quantità d'acqua (derivanti da escursioni della falda, da effetti meteorici, da condensazione o per evaporazione a partire da uno stato di completa o parziale saturazione) possono avere effetti importanti sulle proprietà meccaniche e questi effetti, come vedremo, saranno tanto più importanti quanto più piccole sono le dimensioni dei grani.

Anche i pendii naturali di terreni granulari si trovano tipicamente nelle condizioni "quasi asciutte" e il meccanismo di instabilità che si origina (erosione superficiale piuttosto che scivolamento profondo), come verrà mostrato in segui-

	Stato di saturazione	Grado di saturazione, [%]	Descrizione	Forze prevalenti
Disegno1	Secco	0	Assenza totale d'acqua contatti come punti di condensazione	di gravità, di contatto
Disegno2	Pendolare	0 – 5	Dominio gassoso connesso, ponti liquidi condivisi tra coppie di particelle	di gravità, capillari, di contatto
Disegno3	Funicolare	5 – 30	Dominio gassoso parzialmente connesso, ponti liquidi condivisi tra più particelle	di gravità, capillari, di contatto
Disegno4	Capillare	30 – 90	Dominio liquido connesso con bolle d'acqua intrappolate	di gravità, di contatto, capillari, [di trascinamento]
Disegno5	Saturo	90 – 100	Vuoti riempiti d'acqua, aria parzialmente disciolta nel liquido	di gravità, di contatto, [di trascinamento]

to, potrà essere in parte determinato dalla iniziale distribuzione di contenuto d'acqua all'interno dei pori.

In questo capitolo si è voluto studiare l'effetto della presenza dell'acqua a partire da un punto di vista micromeccanico, alla scala delle particelle, fino ad un livello macroscopico cercando di comprendere l'origine di alcuni meccanismi d'innesco e l'evoluzione di fenomeni di instabilità più complessi.

Nella prima parte verrà preso in considerazione l'effetto dell'acqua sullo scheletro solido in regime saturo. Successivamente verrà discusso il caso di regime di parziale saturazione all'interno di un terreno granulare e si comprenderà come lo studio di quest'ultima categoria di problemi abbia una grande importanza sia per quanto attiene agli aspetti idraulici che a quelli geomeccanici.

3.2 L'effetto dell'acqua nelle opere geotecniche

Nell'ambito della progettazione delle opere geotecniche l'acqua all'interno del terreno gioca spesso un ruolo fondamentale. Gli effetti che produce possono essere rilevanti sia nel caso di acqua in movimento che di acqua in stato di quiete. E' noto come i moti di filtrazione possano causare problemi di sifonamento, sollevamento, liquefazione, erosione e intasamento (*clogging*) che possono condizionare la stabilità di pendii naturali come di opere geotecniche antropiche.

La stessa consolidazione del terreno (e quindi il cedimento e la velocità con cui evolve) è controllata dalla presenza dell'acqua che in seguito all'applicazione di un carico e all'assestamento dello scheletro solido entra in moto, seppur con velocità molto basse.

L'acqua in stato di quiete è altrettanto importante nella valutazione delle spinte (spinta idrostatica orizzontale e di Archimede) e nella caratterizzazione delle proprietà meccaniche specie per bassi contenuti d'acqua.

Per esemplificare il problema dell'acqua nelle opere geotecniche prenderemo come modello il caso del muro di sostegno.

Nel caso dei muri di sostegno a gravità è chiaro come la presenza dell'acqua in quiete possa far variare la spinta sul muro di sostegno stesso. Meno nota è l'influenza che ha l'acqua sulla resistenza allo scorrimento alla base e il carico limite del complesso terreno di fondazione - muro.

Se la falda raggiunge l'estradosso a tergo del muro, la spinta che esercita

idrostatica che esercita l'acqua sul muro può essere anche 3 volte superiore a quella esercitata dallo scheletro solido (Lambe Withman, 1969). In genere comunque le spinte non sono mai così elevate perché la superficie di falda di solito non coincide con la superficie del rinfiango ma è ubicata ad una certa profondità.

Anche la presenza di un moto di filtrazione può alterare il regime delle spinte sul muro. Per questo motivo le linee guida progettuali prevedono che l'estradosso sia costituito preferibilmente da materiale grossolano e/o provvisto di adeguati sistemi di drenaggio per le acque meteoriche e di falda.

Nel caso (più raro) si faccia ricorso a rinfiangi di argilla, il terreno immediatamente al di sopra della falda sarà saturo per effetto della risalita capillare (frangia di risalita capillare) e, nella zona sovrastante, il grado di saturazione sarà comunque piuttosto alto fino al piano campagna. Per semplificare si può ammettere che il terreno sia completamente saturo fino al piano campagna.

Nel terreno sopra falda la pressione interstiziale è negativa (suzione); la pressione efficace quindi risulta maggiore della corrispondente pressione totale.

L'effetto della presenza di una zona di capillarità è ambivalente: da una parte si genera una coesione apparente che incrementa la resistenza del materiale e dall'altra si registra una sorta di spinta idrostatica negativa che tende a "trattenere" il muro con forze di trazione. Sebbene non vi siano dubbi sul fatto che le tensioni capillari agiscano sul terreno determinando un incremento di resistenza al taglio (come vedremo anche in seguito), sussiste qualche incertezza sulla possibilità che possano svilupparsi tensioni di trazione tra muro e terreno. Per questo motivo spesso questo secondo effetto viene trascurato.

La presenza di uno stato tensionale così inconsueto nel terreno è testimoniata, in molti casi, dall'insorgere delle cosiddette fessure di trazione (*tension cracks*) a tergo del muro (figura ??). Lo scheletro solido del terreno, non potendo sopportare a lungo sforzi di trazione sulla superficie del rinfiango, si spacca determinando piccole fratture che si approfondiscono all'interno dell'estradosso. L'evaporazione dell'acqua interstiziale in prossimità di queste *tension cracks* produce un'ulteriore degradazione della resistenza a trazione e di conseguenza un progressivo approfondimento dello stato di fessurazione.

FIGURA MURO DI SOSTEGNO IN VARIE SITUAZIONI E TENSION CRACKS Queste fessure sono associate alle deformazioni orizzontali di trazione proprie dello stato attivo. Nello stato passivo le fessure non si formano perché

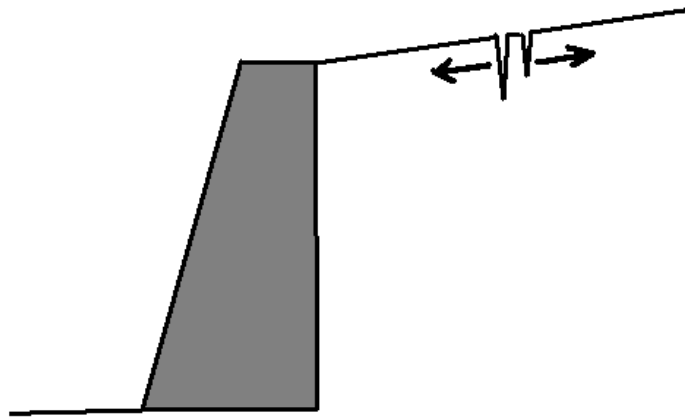


Figura 3.1: Fratture di trazione a tergo di un muro di sostegno.

le deformazioni orizzontali sono di compressione. Le tension cracks si generano più frequentemente nei terreni coesivi e ma anche in quelli granulari in particolari condizioni. Lo studio delle tension cracks nei terreni granulari può essere affrontato validamente a partire da un modello discreto nel quale siano state introdotte delle leggi di interazione capillare tra le particelle dello scheletro solido.

3.3 Terreni saturi - la filtrazione

L'acqua nei terreni saturi può trovarsi in stato di quiete o di moto e produrre sullo scheletro solido effetti completamente differenti: può avere ad esempio un effetto di stabilizzazione o instabilizzazione a seconda della direzione del moto di filtrazione, può produrre fenomeni di erosione, liquefazione, trasporto di fine o, ancora, può facilitare o meno la compattazione di un terreno.

L'acqua in stato di quiete in un mezzo granulare produce, sulle particelle di terreno, unicamente una spinta archimedeica. Le particelle di terreno immerse sono soggette ad una forza verso l'alto pari al peso del fluido spostato che deriva dalla differente distribuzione idrostatica delle pressioni sulla loro superficie. L'acqua in quiete produce inoltre lo smorzamento di qualsiasi movimento al suo interno a causa della sua viscosità.

Ben più complessi sono i fenomeni legati ai flussi d'acqua nei mezzi particellari.

Lo studio del moto dei fluidi nei mezzi porosi per bassi numeri di Reynolds è

classicamente legato alla teoria della filtrazione e alla legge di Darcy. Negli anni 1855-56 Henry Darcy studiò il flusso d'acqua attraverso filtri di sabbia facendo variare la lunghezza del filtro campione e la differenza di pressione alle due estremità ed osservando che la portata filtrante era proporzionale al rapporto tra la differenza di pressione e la lunghezza del campione. Scrisse dunque la seguente relazione empirica:

$$q = vi = Ak \frac{\Delta h}{L} \quad (3.1)$$

dove q è la portata, v la velocità del fluido, i il gradiente idraulico, A la sezione del filtro, k la conducibilità idraulica dipendente dal tipo di mezzo poroso ma anche dal tipo di fluido, L la lunghezza del filtro e Δh la caduta di carico piezometrico.

Questa relazione è ancor oggi la base per lo studio dei moti di filtrazione e la sua validità è stata estesamente provata per mezzi porosi saturi in regime di moto laminare ed in assenza di interazioni fisico-chimiche tra il fluido e lo scheletro solido. In una forma più completa, separando il contributo del tipo di fluido utilizzato, si può anche scrivere:

$$v = -\frac{\mu}{k} \left(\frac{dp}{dx} - \rho_f g \frac{dz}{dx} \right) \quad (3.2)$$

dove x è la coordinata lungo la direzione del flusso, v la velocità apparente, k la permeabilità, μ la viscosità del fluido, $\frac{dp}{dx}$ il gradiente di pressione, g l'accelerazione di gravità, ρ_f la densità del fluido e z la coordinata verticale positiva verso il basso. La permeabilità è una grandezza vettoriale esprimibile attraverso le nove componenti di un tensore del secondo ordine (in 3D).

Appare chiaro che le espressioni 3.1 e 3.2 sono caratterizzazioni macro-fenomenologiche del moto di filtrazione nei mezzi porosi che partono dal concetto macroscopico di permeabilità legata alla perdita di carico del fluido nell'attraversare il mezzo poroso.

Tuttavia è possibile osservare che questa dissipazione di energia all'interno del fluido è un fenomeno che in realtà ha una origine microscopica e che può essere indagato a livello delle singole particelle di terreno. I fattori che intervengono nella determinazione del coefficiente di permeabilità sono molti e spesso in mutua relazione tra loro. Alcuni di essi dipendono dalle caratteristiche del terreno: la dimensione delle particelle, la porosità, la composizione granulometrica, la struttura spaziale, il grado di saturazione, la mineralogia. Altri fattori dipendono dal tipo di fluido permeante ed in particolare dalla viscosità e dalla densità. Non ci

concentreremo sulla determinazione della permeabilità in un mezzo poroso ma piuttosto faremo un riepilogo dei metodi e degli aspetti da tenere in considerazione per l'analisi micromeccanica delle forze di trascinamento che si esplicano sullo scheletro solido.

Nella pratica geotecnica, per stimare la permeabilità di un mezzo granulare si ricorre ad alcune formule empiriche o semi-empiriche che tengono conto solo di alcune di queste variabili. Per le sabbie con granulometria "idrodinamicamente stabile" (senza migrazione di fine) Hazen (1892, 1911) ha proposto la relazione empirica:

$$k = c_H D_{10}^2 \quad (3.3)$$

dove c_H è assunto pari a 100 e D_{10} è il diametro, in cm, corrispondente al 10% di passante. Diversi risultati sperimentali mostrano che in realtà c_H assume valori di 40-80 per sabbie molto fini o sabbie fini; 80-120 per sabbie medie o sabbie grosse; 120-150 per sabbie grosse (Carrier, 2003).

Taylor nel 1948, utilizzando la nota legge di Poiseuille, ha proposto un'equazione che lega il coefficiente di permeabilità alle caratteristiche del fluido e del terreno assimilando la filtrazione nel terreno a quella attraverso un fascio di tubi capillari. L'equazione a cui perviene Taylor è la seguente:

$$k = D_s^2 \frac{\gamma_f}{\mu} \frac{e^3}{(1+e)} c \quad (3.4)$$

dove D_s è il diametro efficace delle particelle di terreno, γ_f il peso di volume del fluido, μ la viscosità del fluido, e l'indice dei vuoti, c un fattore di forma.

Una formula semi-empirica molto nota è l'equazione di Kozeny (1927) e Carman (1938, 1956):

$$k = \frac{1}{c_0 S^2} \frac{\gamma_f}{\mu} \frac{e^3}{(1+e)} \quad (3.5)$$

dove c_0 è un coefficiente empirico che dipende dalla forma dei pori e dal rapporto tra la lunghezza del percorso di filtrazione effettivo e lo spessore dello strato di terreno attraversato dal fluido, S la superficie specifica per unità di volume delle particelle di terreno in $1/\text{cm}$, γ_f il peso di volume del fluido, μ la viscosità del fluido, e l'indice dei vuoti, . Nel caso di sfere $c_0 = 4.8 \pm 0.3$ ⁵ Assumendo che la superficie specifica per le sfere è $S = \text{area}/\text{volume} = \pi D^2 / \pi D^3 / 6 = 6/D$ e che in condizioni standard a 20°C $\gamma_f/\mu = 9.93 \cdot 10^4 \text{ cm}^{-1} \text{ s}^{-1}$ l'equazione 3.5 si può

⁵Tipicamente viene usato il valore $c_0 = 5$.

riscrivere nella forma (Bear, 1979; Carrier, 2003):

$$k = c \frac{\bar{D}^2 e^3}{1 + e} = c \frac{\bar{D}^2 n^3}{(1 - n)^2} \quad (3.6)$$

dove $c = 0.003 - 0.0055$, $\bar{D}$ è il diametro medio delle particelle in metri ed n la porosità. Per ulteriori osservazioni sulla validità di queste stime si veda Carrier (2003).

Un'altra importante variabile nella valutazione del coefficiente di permeabilità è rappresentata dal grado di saturazione. In generale più alto è il grado di saturazione, più alta è la permeabilità. La presenza dell'aria infatti aumenta l'effetto della tensione superficiale del liquido (Fredlund e Rahardjo, 1993). Tralascieremo tuttavia questa problematica, molto complessa da indagare in termini micromeccanici, e che riguarda regimi di parziale saturazione intermedi (da funicolari a capillari).

3.4 Modellazione micromeccanica della filtrazione

Negli anni recenti si è affacciata la possibilità di studiare micromeccanicamente l'effetto della presenza di un liquido in moto all'interno di grandi ammassi di particelle. Applicazioni a questo tipo di problemi si trovano in diversi campi dell'ingegneria chimica, della meccanica dei fluidi, della geologia, della biologia. La complessità di questo tipo di modelli è legata a diversi aspetti, alcuni prettamente teorici altri di natura numerica. Ad esempio, in presenza di gradienti di pressione nel fluido, appare chiaro che le particelle solide possano scambiare quantità di moto con esso. D'altro canto, il fluido che le attraversa e nel quale sono immerse, può ricevere impulso e un conseguente disturbo del campo di velocità da una o più particelle che si muovono al suo interno. Tuttavia il metodo per costruire l'accoppiamento fluido-solido resta ancora un problema aperto, complicato anche dalla difficoltà di coniugare l'approccio tipicamente continuo ed euleriano per risolvere il campo fluido e quello discreto e lagrangiano utilizzato per descrivere il moto delle particelle.

Alcuni aspetti da tenere in conto nella costruzione di un metodo che combina il moto della fase liquida e della fase solida particellare sono

- la differente scala temporale con la quale si determinano esplicitamente le posizioni e le velocità delle particelle e le velocità e le pressioni del fluido;
- le possibili alte pressioni che si generano nei restringimenti dei pori tra una particella e l'altra e di conseguenza la dipendenza dal grado di raffinamento della mesh del dominio fluido;
- le possibili variazioni locali del regime di moto del fluido (turbolento invece di laminare) all'interno del mezzo poroso;
- l'influenza della presenza della fase gassosa e della tensione superficiale del fluido.

Considerando il fluido acqua, per prima cosa possiamo semplificare il problema restringendo il campo di studio ai fluidi newtoniani ⁶ e incompressibili ⁷. Inoltre ci concentreremo sullo studio dell'acqua in condizioni ambientali standard (STP⁸) e con valore di viscosità costante⁹.

Volendo indagare da un punto di vista fluidodinamico il fenomeno di dissipazione di energia del fluido nel passare all'interno di un aggregato di particelle occorre risolvere un problema estremamente complesso.

Un primo problema riguarda il tipo di suddivisione spaziale del dominio che si vuole adottare. Le strade percorribili, in ordine di complessità, sono le seguenti:

1. utilizzare una mesh regolare fissa nello spazio e nel tempo (tetraedri in 3D) che ricopra l'intero dominio (fluido e solido) e quindi considerare un campo di velocità medio;
2. sfruttare una mesh semplificata che, per esempio, suddivide lo spazio in celle tetraedriche con le particelle solide ai nodi

⁶fluidi per i quali $\tau_{xy} = -\frac{dF}{dA} = -\mu \frac{\delta u_x}{\delta y}$ dove $\frac{\delta u_x}{\delta y}$ è il gradiente di velocità in direzione normale a quella del moto, τ_{xy} è la tensione che si esercita nella direzione x sulla superficie normale ad y rivolta dalla parte delle y decrescenti e μ è il coefficiente di viscosità la cui dimensione è $[ML^{-1}T^{-1}]$

⁷fluidi per i quali non sono possibili variazioni di densità per effetto di variazioni di pressione

⁸per condizioni standard (Standard Temperature and Pressure) si intendono variabili di stato termodinamiche fissate in 277.15 K (4 °C) e 100 kPa o 1 bar (ca. 1 atm).

⁹la viscosità è un parametro che dipende essenzialmente dalla temperatura. A 20°C la viscosità dinamica dell'acqua è $\mu = 1mPas = 10^{-3}Pas = 1cP = 10^{-2}Poise$. La viscosità cinematica invece è $\nu = \mu/\rho_w = 1cSt = 10^{-2}Stokes = 1mm^2/s$

3. costruire una mesh adattativa solo per il campo fluido che aggiorna nel tempo la posizione dei nodi alle interfacce in base agli spostamenti delle particelle;

L'equazione che descrive il campo di moto del fluido è in generale l'equazione di Navier-Stokes:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u}(\vec{\nabla} \vec{u}) = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p + \nu \nabla^2 \vec{u} + g \quad (3.7)$$

assieme a quella di continuità per fluido incomprimibile:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \quad (3.8)$$

Accanto a queste equazioni occorre imporre delle condizioni al contorno che sono tanto più complesse e numerose quanto più il mezzo particellare è denso e il dominio esteso.

L'approccio purista discretizza unicamente il dominio fluido (approccio 3) e simula l'interazione tra particelle e fluido imponendo la condizione di velocità relativa nulla all'interfaccia solido-liquido (*no-slip condition*) ovvero la velocità del fluido sulla superficie della particella deve essere uguale alla velocità della particella (Figura 3.2).

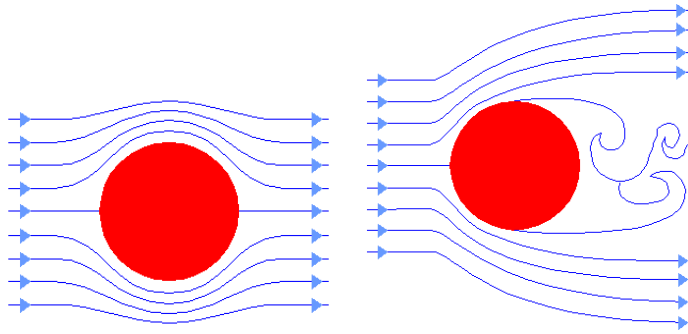


Figura 3.2: No-Slip condition attorno ad un cilindro per (a) un fluido non-viscoso ideale ed (b) un fluido viscoso.

Un approccio meno nobile ma numericamente efficiente è quello di esplicitare le forze di trascinamento (*drag*) F_D considerando casi più semplici e regolari. Per esempio, per bassi numeri di Reynolds ($Re < 1$) si può usare l'espressione

$$F_D = \frac{18\mu}{\rho_p d_p^2} \frac{C_D Re}{24} \quad (3.9)$$

dove $Re = \rho v D / \mu$ è il numero di Reynolds, μ la viscosità del fluido, ρ_p è la densità delle particelle solide, C_D un coefficiente di forma, d_p il diametro caratteristico efficace delle particelle.

Consideriamo ora il primo dei tre approcci. Per prima cosa si imposterà il problema da un punto di vista geometrico predisponendo le particelle solide con una certa porosità ed un certo packing iniziale.

Lo schema numerico tipico risolve l'equazione di continuità e quella di Navier-Stokes per il flusso di un fluido incomprimibile in un sistema di coordinate cartesiane euleriane, e determina la pressione e la velocità del fluido per ciascuna maglia fissa (cella) tenendo conto dell'influenza delle particelle solide e della porosità in ciascuna cella. Il fluido in moto produce sulle particelle delle forze di massa (di inerzia). Queste forze a loro volta sono aggiunte alle equazioni del fluido e causano variazioni di quantità di moto evidenziate dalle variazioni del gradiente di pressione nella direzione del flusso (Kawaguchi, Tsuji e Hoomans, 1996). Questo tipo di schema può essere applicato a tutta una serie di problemi ingegneristici come quelli di sedimentazione e di trasporto delle sabbie (*slurry flow*), di letti fluidi e di trasporto pneumatico di particelle. Questa formulazione è tipicamente applicabile solo per domini fissati indeformabili e completamente saturi. L'interazione avviene tra il fluido permeante e le particelle e non tra il fluido e le pareti. Il contorno del dominio fluido è solo rettangolare; non possono essere assegnate condizioni al contorno arbitrarie. Inoltre non è possibile simulare la liquefazione con questo schema perché non include un meccanismo di generazione di sovrappressioni per effetto di deformazioni dello scheletro solido.

Nella simulazione numerica del moto di filtrazione sperimentato in laboratorio su un pendio in sabbia di altezza limitata, adotteremo un modello ancor più semplificato nel quale supporremo completamente ininfluenza lo spostamento dello scheletro solido sul campo di moto fluido. Questa approssimazione apparirà giustificata (per questo tipo di problema) in relazione a quanto sperimentato in laboratorio e a studi sugli stessi fenomeni riportati in letteratura.

3.5 Terreni parzialmente saturi - la suzione

Investigando il regime di pressione interstiziale all'interno delle porosità di un terreno parzialmente saturo si osserva che esso è dominato da una pressione ne-

gativa. La differenza di pressione tra la fase fluida e la fase gassosa è denominata "suzione" ed agisce in maniera opposta a quanto fa la pressione interstiziale positiva: se infatti un aumento di pressione interstiziale produce un decremento della tensione effettiva e quindi della resistenza al taglio del terreno, una pressione negativa produce viceversa un aumento della resistenza al taglio. Questo comportamento è interpretabile microscopicamente con la presenza di forze di attrazione interparticellare dipendenti dalla tensione superficiale del liquido e dalla adesione fluido-grano solido che determinano nel terreno uno stato di trazione.

L'entità della suzione sperimentabile da un terreno è molto variabile: dipende dal tipo di terreno, dalla sua porosità, dalle dimensioni dei grani, dal tipo di fluido, dalle condizioni al contorno, dallo stato di saturazione precedente, dalle condizioni di filtrazione, dalla temperatura... Come si può facilmente comprendere, per i terreni superficiali, che risentono maggiormente delle condizioni ambientali esterne (temperatura, pressione, infiltrazione d'acqua, esposizione al sole...) i valori di suzione possono subire ampie e frequenti escursioni nell'arco della giornata con conseguenti escursioni della resistenza. La suzione è limitata superiormente dal valore di cavitazione del fluido che tuttavia non viene mai raggiunto in condizioni standard ¹⁰.

La resistenza al taglio mobilizzata di un terreno parzialmente saturo può essere convenzionalmente espressa da una relazione, variazione del criterio di rottura di Mohr-Coulomb:

$$s = c' + \sigma_n \tan \phi' + (u_a - u_w) \tan \phi_b \quad (3.10)$$

dove s è la resistenza al taglio, c' la coesione apparente, σ_n la tensione normale, u_a la pressione dell'aria, u_w la pressione dell'acqua, mentre ϕ_b è una proprietà del materiale che rappresenta l'incremento di resistenza dovuto alla pressione interstiziale negativa. In pratica al contributo di resistenza frizionale rappresentato dal termine $\sigma_n \tan \phi'$ e di resistenza non drenata c' si aggiunge una componente di resistenza di suzione dipendente dalla differenza di pressione aria-acqua e dal parametro ϕ_b . Quest'ultimo varia con il grado di saturazione oltre che con la tipologia di terreno, di fluido e con la porosità. Nella fascia capillare dove il terreno è saturo ma le pressioni sono negative si ha $\phi_b = \phi'$. Per gradi di saturazione inferiori il ϕ_b diminuisce. La relazione 3.10 abbinata all'ipotesi di $\phi_b < \phi'$ sottointende che per pressioni negative il tasso di variazione di resistenza è inferiore a quello

¹⁰in alcuni casi si raggiunge la cavitazione all'interno della sonda di misura (*tensiometro*).

che si avrebbe per pressioni positive. La diminuzione di ϕ_b è legata al fatto che la pressione negativa agisce su aree fluide sempre più ristrette. Più correttamente ϕ_b può essere legata alla SWCC (Soil Water Characteristic Curve) ovvero alla relazione tra il contenuto d'acqua e la pressione dei pori.

Tipicamente la suzione viene trattata a partire dalla conoscenza della posizione della linea di falda; poi la pressione idrostatica nel tratto di pressione positiva viene estesa, con la stessa pendenza, al di sopra della linea di falda per uno spessore massimo prestabilito H_b (Figura 3.3) corrispondente ad un massimo valore di suzione. La suzione è nulla al di sotto della linea di falda. Vista la complessità nel

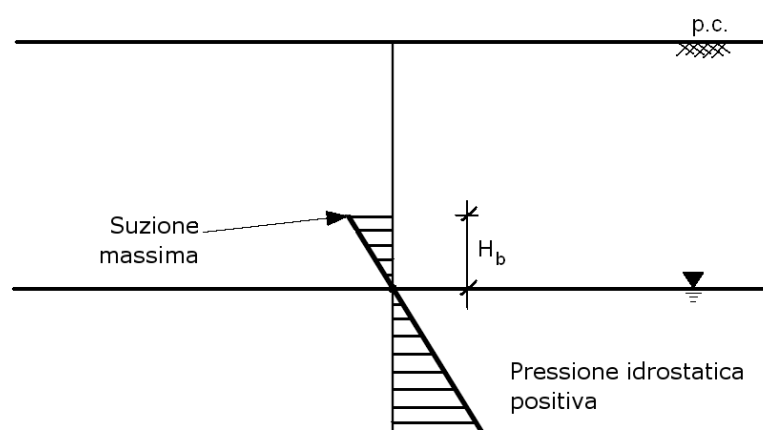


Figura 3.3: Profilo classico di suzione al di sopra della linea di falda

trattare la suzione nei terreni essa viene generalmente trascurata nella progettazione delle opere geotecniche, anche perché interviene quasi sempre a favore della sicurezza, incrementando la resistenza del terreno. Tuttavia si è riconosciuto che essa debba essere presa in considerazione nello studio dell'innescò di instabilità nei pendii avendo una enorme influenza specie nei meccanismi di scivolamento superficiali.

E' noto ad esempio come piogge intense e continuative possano produrre un crollo della suzione negli strati superficiali con conseguente riduzione della resistenza al taglio e l'innescò di fenomeni di scivolamento (Tsai e Yang, 2006). Viceversa la suzione ed in generale le condizioni di parziale saturazione favoriscono la stabilità dei pendii e il raggiungimento di angoli di natural declivio maggiori rispetto a quelli che si avrebbero con terreno completamente asciutto.

Inoltre la suzione è di fondamentale importanza nello studio dei fenomeni di filtrazione. Infatti è noto sperimentalmente come la suzione e più in generale

il contenuto d'acqua influenzi in maniera decisiva la permeabilità del terreno attraverso il fenomeno della tensione superficiale (Fredlund e Rahardjo, 1993).

3.6 Suzione ed effetto nella stabilità dei pendii

Nella valutazione della stabilità dei pendii con i metodi classici all'equilibrio limite, una volta definita la geometria e i pesi di volume, l'equilibrio del sistema dipende unicamente dalle forze resistenti che sono applicate ai concii (alle interfacce). Di qui l'importanza di una corretta taratura dei parametri meccanici del terreno in esame. Inoltre la stessa posizione della superficie di scorrimento, risultato della ricerca del minimo coefficiente di sicurezza, dipende in largo modo dalla resistenza attribuita ai terreni che costituiscono il pendio.

Se ci riferiamo ad esempio ad un pendio di terreno omogeneo e con caratteristiche meccaniche puramente attrittive (coesione nulla; caso completamente secco o completamente saturo) la superficie di scorrimento corrispondente al minimo coefficiente di sicurezza tenderà sempre ad essere quella di pendio indefinito (Figura 3.4). Il coefficiente di sicurezza F_s che si raggiunge asintoticamente ricercando

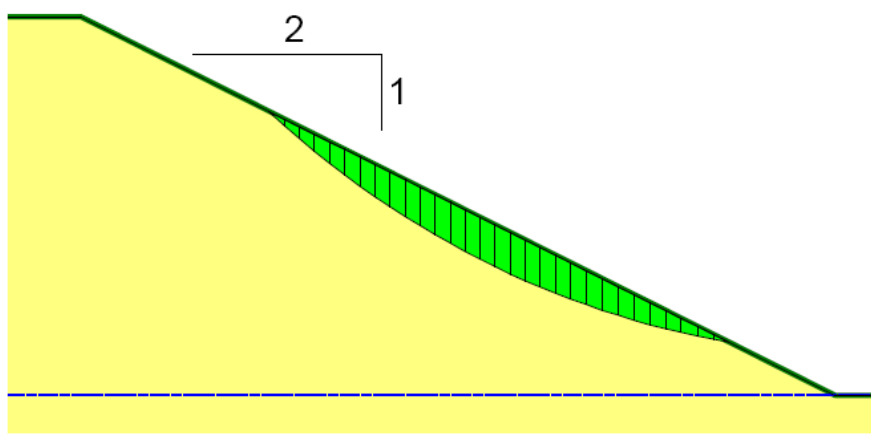


Figura 3.4: Soluzione numerica con il metodo all'equilibrio limite della superficie di scivolamento di un pendio omogeneo di materiale puramente attrittivo.

superfici circolari su un pendio con queste caratteristiche diviene:

$$F_s = \tan \phi / \tan \beta \quad (3.11)$$

dove ϕ è l'angolo di attrito del terreno e β la pendenza del pendio. In questa

situazione la superficie di scivolamento tende a localizzarsi in superficie e ad avere un raggio di curvatura infinito.

Nel caso diametralmente opposto di resistenza non drenata costante ed angolo di attrito nullo la superficie di scorrimento corrispondente al minor coefficiente di sicurezza tenderà ad essere quella più profonda possibile e sarà quindi governata dalla profondità e dall'estensione del pendio analizzato (Figura 3.5). Questi

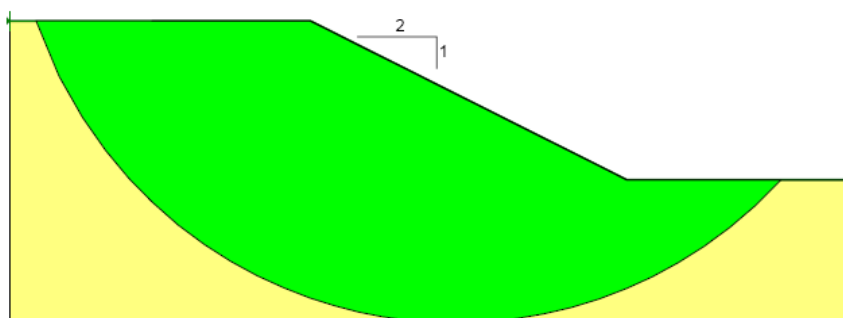


Figura 3.5: Soluzione numerica con il metodo all'equilibrio limite della superficie di scivolamento di un pendio omogeneo di materiale puramente coesivo.

due casi estremi rappresentano situazioni irreali perché definiscono resistenze del terreno irreali. Non esiste in natura un pendio di materiale granulare con terreno a resistenza puramente attritiva; in superficie tipicamente si hanno contributi di resistenza di tipo coesivo dovuti ad esempio alla presenza di piccoli quantitativi d'acqua, a una parziale cementazione o ad uno stato di sovraconsolidazione indotto da successivi fenomeni di infiltrazione ed evaporazione.

La stessa cosa vale per il caso puramente coesivo nel quale l'assunzione di coesione costante ed omogenea nel pendio è irrealistica: più razionalmente la coesione varia con la profondità (e quindi con la pressione di confinamento), con il contenuto d'acqua ecc..

In generale appare chiaro che se la resistenza al taglio è più alta in superficie lo scorrimento sarà localizzato più ad una certa profondità.

La resistenza al taglio del terreno che costituisce un pendio non è difficile da determinare: esistono molte correlazioni che la legano a risultati di prove in sito o prove di laboratorio specifiche (prova triassiale, e prove di taglio tradizionali). Tuttavia la misura della resistenza al taglio in presenza di pressione interstiziale non è altrettanto semplice, specie se le pressioni interstiziali sono di suzione (negative). Ciò è dovuto essenzialmente alla variabilità della pressione interstiziale

nel tempo che fa dipendere la resistenza al taglio e quindi, più in generale, la stabilità di un pendio dalla velocità di deformazione, dal tempo. Questo limite sperimentale è tanto più importante quanto più sono ridotte le dimensioni delle particelle che costituiscono il terreno.

Esistono inoltre molte difficoltà sperimentali nella misura della suzione in sito. Misure di suzione puntuali vengono eseguite con particolari strumenti denominati tensiometri. La posizione e la numerosità dei tensiometri, installati a determinate profondità, in un'area di indagine vasta come il versante di un pendio, non sempre riesce a tener conto delle eterogeneità spaziali presenti in ogni terreno naturale. Non da ultimo i disturbi prodotti dal tensiometro in fase di installazione possono compromettere la bontà delle misure. Per questo motivo nell'indagine dei terreni parzialmente saturi spesso si ricorre all'abbinamento tra tecniche di misura indiretta di tipo geofisico e misure puntuali di suzione con il tensiometro.

Capitolo 4

Regime pendolare

Prelevando una certa quantità in peso W_1 di terreno granulare incoerente dalla superficie di un pendio (i.e. sopra falda) ci si aspetta che questo sia asciutto. In realtà, una volta portato in laboratorio e posto in forno a 105°C si osserverà che il suo peso sarà sempre $W_2 < W_1$. Nonostante i valori W_1 e W_2 possano essere anche molto simili si intuisce che al suo interno sono presenti delle seppur piccole quantità d'acqua. Ciò è dovuto al fatto che le condizioni ambientali non sono state favorevoli all'evaporazione dell'acqua presente nei pori del terreno, tra un grano e l'altro.

L'acqua interstiziale intrappolata negli strati superficiali di un pendio può avere diversa provenienza: acqua di infiltrazione per l'esposizione a fenomeni meteorici, acqua profonda che si muove ed è portata in superficie da escursioni di falda, ecc...

Come vedremo in seguito anche piccole quantità d'acqua possono avere effetti importantissimi sulla stabilità di questi pendii e più in generale sul comportamento meccanico dei terreni soprattutto se questi sono costituiti da particelle di piccolo diametro.

Tra tutti i regimi di saturazione descritti nel capitolo 3.1 verrà preso in esame il solo stato di saturazione pendolare.

4.1 Tensione superficiale e ponti capillari

Si osserva sperimentalmente che quando il grado di saturazione è compreso tra $0 < S_r < 5\%$, tra particelle sufficientemente vicine si instaurano i cosiddetti "ponti

capillari” in regime pendolare (dall’inglese *pendular bridge* o *pendular ring*). Essi sono microscopici volumi d’acqua (dell’ordine di una frazione del volume di una particella) che aderiscono alla superficie delle particelle, anche se queste non sono in contatto, assumendo una forma stabile ottimale e introducendo tra di esse uno stato tensionale di trazione.

Se consideriamo due particelle sferiche (o una sfera e un piano) con superficie perfettamente liscia, la fase fluida che le lega assume una forma a simmetria cilindrica con asse la congiungente dei centri delle due sfere o il centro della sfera con la normale al piano. La forma che si genera non è un cilindro: essa dipende essenzialmente dalle proprietà chimico-fisiche delle tre fasi (solido-gas-fluido), dal volume di quella liquida, dalla forma e dal tipo di superfici a cui aderisce, dalla loro distanza reciproca, dalla differenza di pressione liquido-gas.

Per comprendere bene il fenomeno di come e perché si formano questi ponti capillari e quali caratteristiche hanno è bene partire da alcuni concetti base.

Per prima cosa distinguiamo un fluido perfetto da un fluido reale. Un liquido perfetto è un sistema materiale ideale, indifferente alla forma: esso assume la forma del recipiente nel quale viene posto. Un fluido reale invece è in grado di modificare la sua forma ”preferendo” alcune configurazioni geometriche piuttosto che altre¹.

Per fare un esempio si pensi ad una goccia di mercurio su un piano perfettamente liscio ed orizzontale: essa tenderà ad assumere una forma approssimativamente sferica nonostante la configurazione a minima energia potenziale dovuta alla forza di gravità dovrebbe portare il baricentro più in basso possibile e la goccia a formare uno strato infinitesimo parallelo al piano.

Questa ”sensibilità” alla forma discende dalla proprietà di tensione superficiale. Il fenomeno si può qualitativamente spiegare scendendo alla scala delle molecole d’acqua presenti nel fluido: la loro caratteristica polare le porta ad essere attratte tra loro. Per le molecole più interne al fluido la risultante delle forze di attrazione reciproca sarà nulla; per quelle in prossimità dei bordi del fluido invece la risultante è diretta verso l’interno, producendo una vera e propria compressione del fluido stesso (Figura 4.1). La tensione superficiale γ ² ha le dimensioni di una forza per unità di lunghezza (N/m) ed infatti la forza che produce può essere

¹in maniera differente, in idraulica, il termine *fluido reale* è utilizzato in contrapposizione a *fluido ideale* che ha il significato di incomprimibile e a viscosità nulla.

²talvolta indicata in letteratura anche con il simbolo σ .

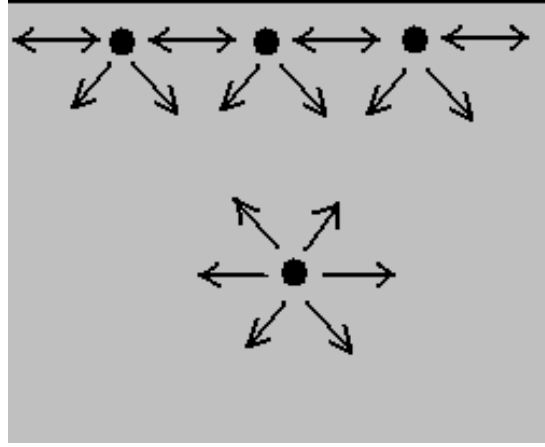


Figura 4.1: Interpretazione microscopica del fenomeno della tensione superficiale.

calcolata su una superficie semplicemente facendo l'integrale lungo il suo bordo. In generale il lavoro dL per aumentare di dS la superficie di interfaccia di un fluido è pari a:

$$dL = \gamma dS \quad (4.1)$$

Si comprende quindi come in modo del tutto analogo si possa esprimere la tensione superficiale γ come un'energia per unità di superficie libera ovvero

$$\gamma = \frac{dE}{dS} \quad (4.2)$$

Dove dE è l'incremento di energia associato all'incremento dS di superficie.

L'energia totale U_T di un liquido reale in quiete non è descritta dalla sola energia di massa U_g ma anche dall'energia di superficie U_s secondo la più generica espressione:

$$U_T = U_g + U_s = \int_V \rho U dV + \int_S \gamma dS \quad (4.3)$$

dove U è la forza di volume, ρ la densità del fluido, γ la sua tensione superficiale, V il suo volume ed S la superficie che lo contiene. Qualora la forza di volume sia la forza peso posso riscrivere la 4.3 come:

$$U_T = \rho V g z_G + \gamma S \quad (4.4)$$

dove g è l'accelerazione di gravità e z_G la quota del baricentro. Naturalmente quando si ha a che fare con grandi quantità di fluido il primo termine, quello che

dipende dal volume, prevale e il secondo può essere trascurato. Nel caso invece di piccoli volumi (alte superfici specifiche, come gocce d'acqua, ponti capillari, ecc.) il secondo termine non può essere trascurato.

Anche la superficie di separazione tra liquido e recipiente presenta un fenomeno analogo a quello che si osserva tra liquido ed aria. In questo caso è chiamato "adesione superficiale" e l'espressione più generale per il fluido reale con interfaccia mista liquido-solido e liquido-gas diventa:

$$U_T = \rho V g z_G + \gamma S + a S' \quad (4.5)$$

dove S è la superficie di separazione liquido-gas, S' quella tra liquido-solido ed a il coefficiente di adesione liquido-solido (unità di misura N/m).

Se le forze di attrazione reciproca fra le molecole del fluido sono dominanti rispetto alle forze con cui le stesse molecole sono attratte da quelle del solido (o se queste sono addirittura di repulsione), allora i fenomeni all'interfaccia liquido-solido sono analoghi a quelli all'interfaccia liquido-gas. La configurazione di equilibrio è quella che tende a minimizzare S ed S' . Per questo motivo il mercurio in un recipiente di vetro ha un menisco convesso: l'adesione superficiale a è maggiore della tensione superficiale γ .

Se invece le forze di attrazione liquido-solido prevalgono rispetto alle forze di attrazione reciproca delle molecole del liquido allora il liquido tende ad aderire alle pareti e la superficie libera del fluido forma un menisco concavo. In questo caso il coefficiente di adesione superficiale a è negativo e quindi la superficie S' di contatto tra liquido e pareti tende ad essere quanto più grande è possibile per minimizzare l'energia totale del sistema U_T . Questa è la ragione del fenomeno di risalita capillare nei tubi di sezione molto piccola.

Nel caso di un ponte capillare tra due particelle di vetro la forza capillare che si origina è dovuta alla componente di tensione superficiale agente all'interfaccia liquido-gas-solido e alla pressione idrostatica di Laplace all'interno del ponte capillare. Questa pressione è proporzionale alla curvatura della superficie del ponte stesso e può essere repulsiva o attrattiva. Si manifesta una forza attrattiva se la pressione di Laplace è negativa: in questo caso la curvatura della superficie del ponte capillare è certamente convessa.

Esistono in letteratura tre approcci alla soluzione del problema del ponte capillare:

- soluzione della legge di Young-Laplace, ovvero del legame tra la curvatura del ponte capillare e la differenza di pressione;
- soluzione del problema di minimo dell'energia, ovvero minimizzazione dell'equazione 4.5;
- soluzione dell'equazione di Kelvin.

Recentemente Lambert, Chau e Delchambre (2008) hanno mostrato l'equivalenza dei primi due approcci.

In questa tesi verranno affrontati solamente i primi due approcci ed in particolare

- la soluzione numerica dell'equazione differenziale di Young-Laplace
- la soluzione numerica del problema di minimo dell'energia con un approccio FEM
- la soluzione numerica del problema di minimo dell'energia con un approccio analitico approssimato

4.1.1 L'equazione di Young-Laplace

Per convincersi che la curvatura e la concavità della superficie di un fluido è legata alla differenza di pressione tra l'interno e l'esterno, si pensi ad una bolla d'aria. La bolla in condizioni stabili assume la forma di una sfera con raggio R . Affinché la bolla non imploda e mantenga la sua forma, si deve verificare che la pressione interna sia sempre più grande di quella esterna e ciò si ottiene imponendo l'equilibrio di forze:

$$dF = \gamma dS - (u_{int} - u_{ext})dV = \gamma 8\pi R dR - \Delta u 4\pi R^2 dR = 0 \quad (4.6)$$

dove dS è l'incremento di superficie, dV l'incremento di volume, u_{int} la pressione interna alla bolla, u_{ext} la pressione ambientale esterna. da cui si ottiene la legge:

$$\Delta u = \frac{2\gamma}{R} \quad (4.7)$$

In maniera analoga si può pensare ad una goccia d'acqua di raggio R in caduta libera in aria³. In laboratorio si può osservare che la forma della goccia è

³in questo modo la goccia non risente dell'effetto della gravità

assolutamente sferica. Sezionando ipoteticamente in due la goccia lungo il piano equatoriale e scrivendo l'equilibrio si ha che la forza dovuta alla tensione superficiale sul perimetro della sezione ($2\pi\gamma R$) deve eguagliare la forza di pressione interna che agisce sul piano equatoriale ($\Delta u\pi R^2$) da cui si ottiene una relazione equivalente alla 4.7, detta *legge di Young-Laplace*:

$$\Delta u = \frac{2\gamma}{R} \quad (4.8)$$

La forma più generale della legge è la seguente:

$$\Delta u = \gamma H = \gamma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (4.9)$$

dove H è la curvatura media della superficie del liquido ed R_1, R_2 sono i due raggi di curvatura principali. La legge di Young-Laplace lega quindi la differenza di pressione all'interfaccia di un fluido con la sua curvatura e viceversa attraverso la tensione superficiale. La curvatura convessa della superficie di un fluido è sinonimo di pressione interna maggiore di quella esterna e viceversa la curvatura concava significa pressione esterna maggiore di quella interna.

Pur nella sua banalità di scrittura, la legge di Young-Laplace è difficilmente risolvibile analiticamente se non per geometrie molto semplici.

Per determinare la forza di attrazione o repulsione generata da un ponte capillare tra due particelle occorre dapprima risolvere la legge differenziale di Young-Laplace in un sistema di coordinate (x, y, z) definita genericamente:

$$2H = \frac{d^2z/dx^2}{[1 + (dz/dx)^2]^{3/2}} - \frac{dz/dx}{z[1 + (dz/dx)^2]^{1/2}} \quad (4.10)$$

Dove H è la curvatura media ottenuta dalle due curvature principali, quella meridiana e quella parallela. Ammettendo che il ponte sia in condizioni di assialsimmetria (superficie a simmetria cilindrica) l'equazione diventa

$$2H = \frac{1}{z(x)\sqrt{1 + z'^2(x)}} - \frac{-z''(x)}{(1 + z'^2(x))^{3/2}} \quad (4.11)$$

dove il primo termine rappresenta la curvatura sul piano equatoriale e il secondo quella su un piano meridiano (Figura 4.2).

Una soluzione che tiene conto anche dell'effetto della forza di gravità sul fluido che costituisce il ponte capillare è la seguente (Lamb, 1928):

$$\begin{aligned} \frac{r''}{(1+r'^2)^{3/2}} - \frac{1}{r(z)\sqrt{1+r'^2}} &= z - \Delta p^* \\ \frac{z''}{(1+z'^2)^{3/2}} + \frac{z'}{r\sqrt{1+z'^2}} &= \Delta p^* - z(r) \end{aligned} \quad (4.12)$$

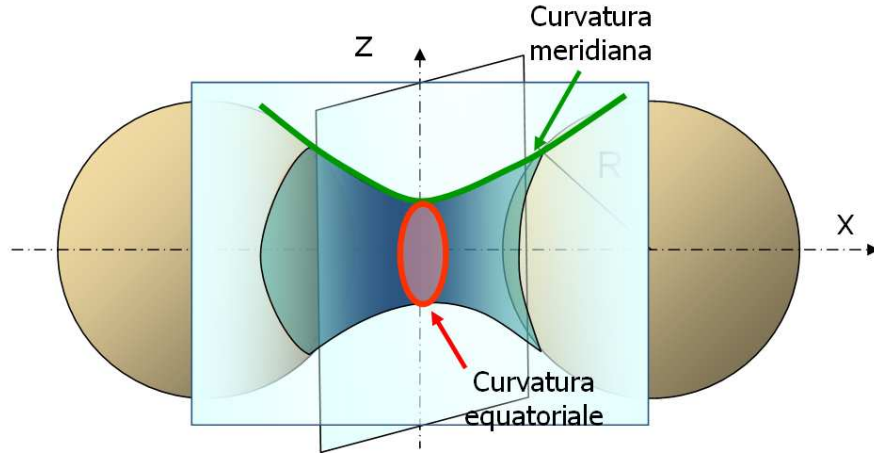


Figura 4.2: Curvatura della superficie del ponte capillare.

L'equazione di Young-Laplace ?? con il sistema di equazioni 4.12 ma anche con solo l'equazione 4.11 con due sfere come condizioni al contorno non ha soluzione analitica ma esistono soltanto soluzioni numeriche.

Per determinare la forza di attrazione capillare si deve tener conto del termine dovuto alla pressione capillare (alla tensione superficiale) e di un secondo termine di adesione superficiale tra il fluido e la particella solida. Ottenendo l'espressione generale:

$$F_{cap} = F_{tens} + F_{ades} \quad (4.13)$$

Per esplicitare queste due forze esistono due differenti strategie:

1. il metodo al contorno (o *boundary method*): consiste nel calcolare la forza capillare nel punto triplo ovvero nel punto in cui solido, liquido e gas si incontrano. La forza diviene:

$$F_{cap} = \Delta u R^2 \sin^2 \phi + 2\pi\gamma R \sin \phi \sin(\phi + \beta) \quad (4.14)$$

dove Δu è la differenza di pressione tra fluido e gas, R il raggio delle particelle, ϕ l'angolo di bagnamento, γ la tensione superficiale e β l'angolo di abbraccio (*embracing*).

2. il metodo al restringimento (o *gorge method*): consiste nel calcolare la forza capillare nella sezione di restringimento (a metà distanza tra le particelle). La forza è scritta come:

$$F_{cap} = \Delta u \pi z_0^2 + 2\pi\gamma z_0 \quad (4.15)$$

dove z_0 rappresenta il raggio del ponte capillare in mezzeria.

Fino a qualche tempo fa non esistevano conferme sperimentali circa l'entità di queste forze. Solo in anni recenti, grazie all'ausilio di attrezzature sofisticate e di tecniche microfotogrammetriche, si è aperta la possibilità di verificare queste soluzioni sia per quanto riguarda la forma del ponte capillare che per i valori delle forze e delle pressioni in gioco.

4.1.2 Approccio energetico agli elementi finiti

Si può osservare come l'acqua "intrappolata" nei ponti capillari possieda una forma propria e raggiunga un equilibrio termodinamico con l'ambiente esterno (aria e particelle solide). Come si è già detto precedentemente al capitolo 4.1 la forma del fluido è il risultato di un equilibrio tra le forze di massa che tenderebbero a farlo "scivolare" per gravità e la tensione superficiale che si contrappone all'incremento di superficie del fluido stesso.

Questo problema di equilibrio di forze su un volume non noto a priori (e comunque in evoluzione) può essere riscritto come un problema di minimizzazione dell'energia. In questi termini la situazione di equilibrio è quella per la quale il fluido reale ha minimizzato le componenti di energia gravitazionale ed energia di superficie (tensione superficiale). Come tutti i problemi di ottimizzazione esso richiede la formulazione dei termini della funzione obiettivo e la scrittura di un insieme di vincoli geometrici (condizioni al contorno) e condizioni iniziali. Per quanto riguarda i termini della funzione obiettivo da minimizzare essi sono:

- L'energia di superficie U_s prodotta dalla tensione superficiale: le interfacce hanno un'energia proporzionale alla loro estensione areale. L'energia per unità di area è proprio la tensione superficiale (o forza per unità di lunghezza). Discretizzando la superficie di ciascuna interfaccia in tante piccole facce, l'energia superficiale totale è data dalla somma delle singole facce per la loro tensione superficiale;
- L'energia gravitazionale U_g definita rispetto ad un piano di riferimento z_0 che è conteggiata solo se il corpo possiede una densità ⁴.

⁴l'aria per esempio ha una energia gravitazionale trascurabile rispetto all'acqua.

Assumendo che la densità sia costante nel fluido posso scrivere l'energia gravitazionale come:

$$U_g = \int_V \rho g z dV = \rho g \int_V z dV \quad (4.16)$$

Sfruttando il teorema della divergenza posso convenientemente scriverla come:

$$U_g = \rho g \int_S \frac{z^2}{2} \vec{k} \cdot d\vec{S}. \quad (4.17)$$

dove g è l'accelerazione di gravità, ρ la densità del fluido, z la quota geometrica, $\vec{k}$ è il versore verticale e $d\vec{S}$ il versore normale alla superficie. Questa riscrittura mi consente di applicare l'integrale in maniera discreta ad una generica suddivisione in facce della superficie di interfaccia liquido-gas.

Se una faccia è comune o delimita due corpi di diversa densità (es. liquido-solido), allora viene conteggiata con una densità che è la differenza tra le due ⁵. Una volta stabilito un piano z_0 di riferimento per il calcolo dell'energia potenziale le facce che giacciono su piani con $z = z_0$ non contribuiscono al calcolo di questa energia .

L'energia di superficie invece può essere scritta come:

$$U_s = \int_S \gamma dS \quad (4.18)$$

Il problema di minimo da risolvere è:

$$\min(U_s + U_g) \quad (4.19)$$

con condizioni di vincolo di solito di tipo geometrico.

Sulla base di questo problema di minimo dell'energia Brakke (1992, 2008) ha realizzato un software agli elementi finiti chiamato *Surface Evolver* (2008) che permette di determinare la forma ottimale di bolle e interfacce tra fluidi variamente conformate a partire da una superficie iniziale data in input e da una serie di condizioni al contorno.

Inizialmente la superficie viene discretizzata in triangoli e viene calcolata l'energia totale $U_T^i = U_g^i + U_s^i$ al passo $i = 0$. Successivamente la posizione dei vertici di questi triangoli viene aggiornata assegnando ad essi una forza sulla base del gradiente totale dell'energia (che indica la direzione dello spostamento) e dei vincoli geometrici ed energetici imposti. Poi viene rideterminata l'energia totale del

⁵per il principio di Archimede

sistema $U_T^{i+1} = U_g^{i+1} + U_s^{i+1}$ al passo $i + 1$. Il meccanismo viene ripetuto abbinando una procedura di minimizzazione (p.e. il metodo del gradiente coniugato). E' possibile inoltre applicare una procedura di raffinamento della mesh per diminuire ulteriormente l'energia totale ed aumentare la precisione di discretizzazione della superficie. Con questo schema di minimizzazione la superficie evolve fino a che non si raggiunge un passo j per il quale $(U_T^{j-1} - U_T^j)/U_T^j < \delta$ dove δ è una tolleranza prestabilita. Nelle figure 4.3 è riportata l'evoluzione della superficie di un ponte capillare tra due sfere di raggio $R = 1$ mm, distanza interparticellare $s = 0$, e volume capillare $V = 10^{-10} m^3$. In figura 4.4 è riportato il grafico dell'energia totale per ciascuno step del gradiente coniugato.

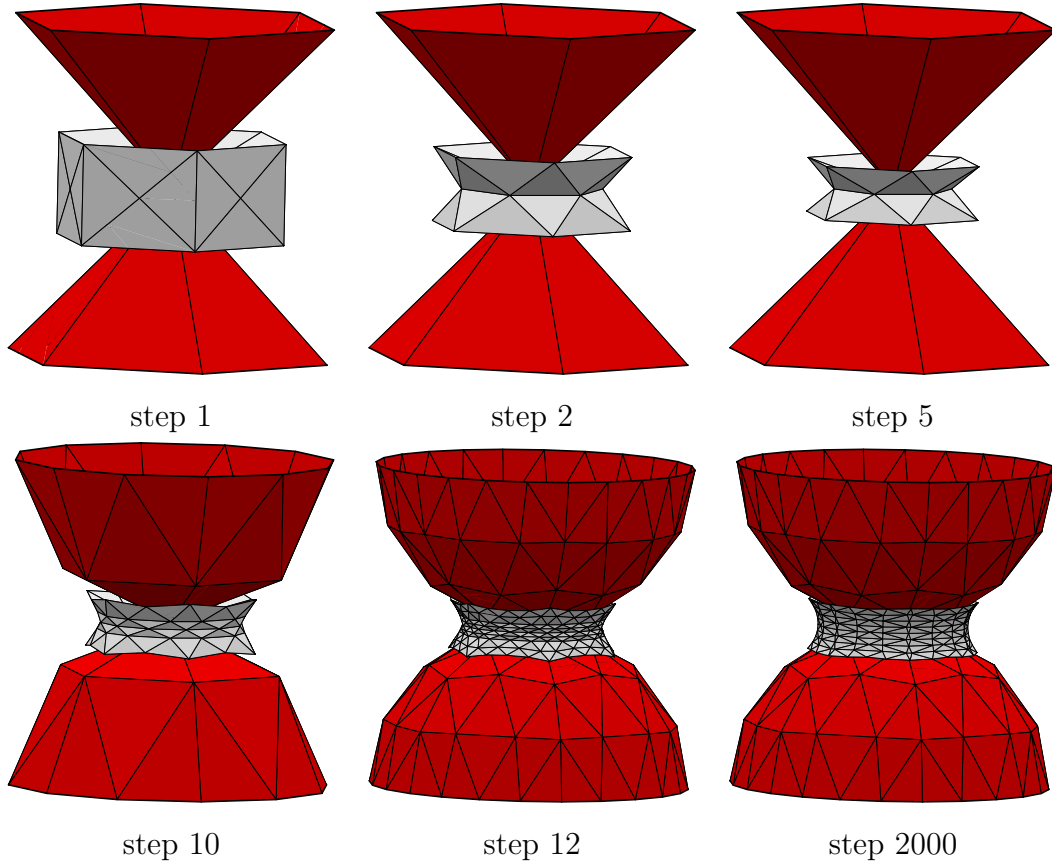


Figura 4.3: Evoluzione del volume del ponte capillare tra due sfere.

Nel corso della ricerca del minimo dell'energia su alcune superfici può generarsi uno stato di pressione perpendicolare alla superficie stessa. Se ad esempio uno dei vincoli geometrici è il valore del volume del fluido (p.e. se si vuole risolvere il problema del ponte capillare con volume noto a priori), inizialmente esso non avrà una forma soddisfacente in termini di minimo di energia. Con il

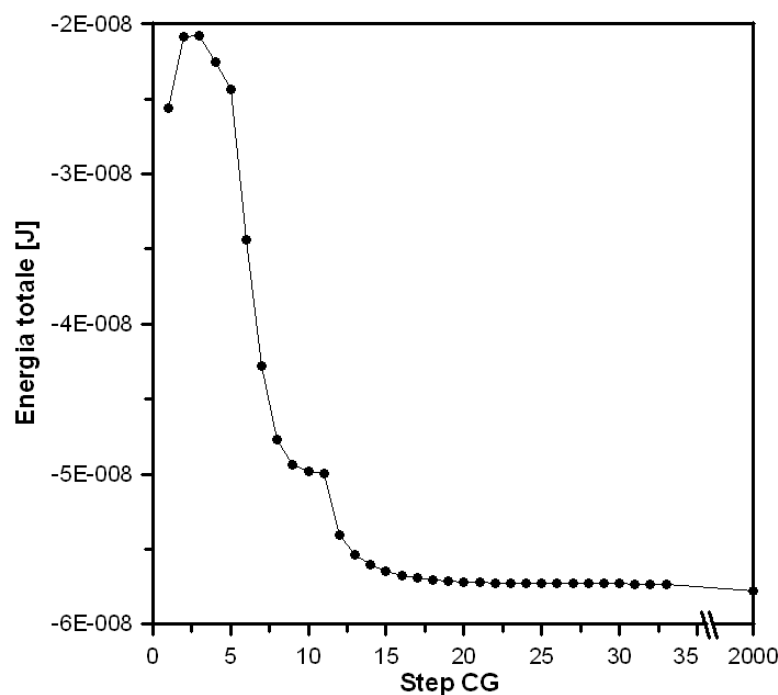


Figura 4.4: Diagramma dell'energia totale per ogni step dell'algoritmo di minimizzazione.

procedere dell'algoritmo di minimizzazione la superficie esterna tenderà a ridursi e la pressione interna ad aumentare rispettare il vincolo sul volume.

Allo stesso modo è possibile applicare al fluido una pressione prestabilita (se è nota a priori) e determinare la superficie che si genera di conseguenza.

L'approccio agli elementi finiti consente di indagare problemi di qualsiasi genere: superficie minima di bolle o di aggregati di bolle con condizioni geometriche imposte, risalita capillare di un fluido in un tubo, forma e pressione di una goccia di liquido su un piano inclinato. Recentemente Hilden e Trumble (2003) hanno utilizzato questo software per determinare la risalita capillare in un packing esagonale di particelle con risultati incoraggianti.

Per quanto riguarda il problema del ponte capillare questo metodo consente di considerare più facilmente l'influenza della gravità del fluido e di valutare condizioni al contorno più complesse. Ad esempio è possibile utilizzare particelle di raggio diverso, di diversa forma o con rugosità sulla superficie. Questi aspetti non sono indagabili risolvendo numericamente il problema di Young-Laplace che ha soluzione solo per condizioni al contorno sufficientemente regolari.

Per studiare il problema del ponte capillare si parte con la definizione della

geometria iniziale e delle condizioni al contorno (posizione delle particelle, posizione iniziale del fluido, volume costante del ponte capillare). Nonostante la geometria evolva poi dinamicamente, la condizione iniziale e la sequenza di procedure di minimizzazione scelte per pervenire alla soluzione possono condizionare il risultato finale. Per evitare questi problemi occorre aggiornare la posizione della superficie con passi sufficientemente piccoli e controllare contemporaneamente l'energia di massa e quella di superficie durante l'esecuzione.

In appendice è riportata la soluzione FEM del problema del ponte capillare tra due sfere e il codice implementato.

4.1.3 Approccio energetico - soluzione approssimata

Diverse soluzioni teoriche approssimate del problema del ponte capillare tra due superfici sono reperibili in letteratura; ciascuna di esse differisce dalle altre per il tipo di fluido (fluido volatile o non volatile, viscoso o non viscoso (Pitois et al., 2000)), per le dimensioni e le caratteristiche delle particelle o delle superfici che lo condividono (nanoparticelle o sfere di vetro o piani (Tselishchev e Val'tsifer, 2002)), per il tipo di approssimazione fisico-geometrica che introduce (porzioni di volume trascurabili, superficie toroidale, ... (Molenkamp e Nazemi, 2003)), per il tipo di risultati a cui perviene (funzioni di interpolazione numerica o funzioni analitiche o miste (Willett et al., 2000)). La maggior parte di questi studi sono rivolti alla definizione della forza di attrazione capillare tra sfere di uguale diametro o tra sfera e piano e arrivano a determinare un valore di forza di attrazione capillare normalizzato rispetto alla curvatura del ponte capillare. Tuttavia il valore di curvatura è difficilmente determinabile e deve essere dedotto da altri parametri come il volume del ponte capillare, la distanza di separazione e l'umidità relativa dell'ambiente. La curvatura e il volume del ponte capillare possono essere dedotti usando approssimazioni numeriche o geometriche per giungere ad una ragionevole stima della forza capillare.

Nel seguito si farà riferimento alla formulazione di Rabinovich (2005) che utilizza l'approccio energetico per pervenire alla soluzione. La geometria del ponte capillare tra sfera e sfera e tra sfera e piano è descritta in figura 4.5. FIGURA sp-sp sp-pl per Rabinovich

L'energia di superficie di un ponte capillare tra una sfera e un piano (ma più in generale per qualsiasi tipo di ponte capillare tra due superfici) è pari a

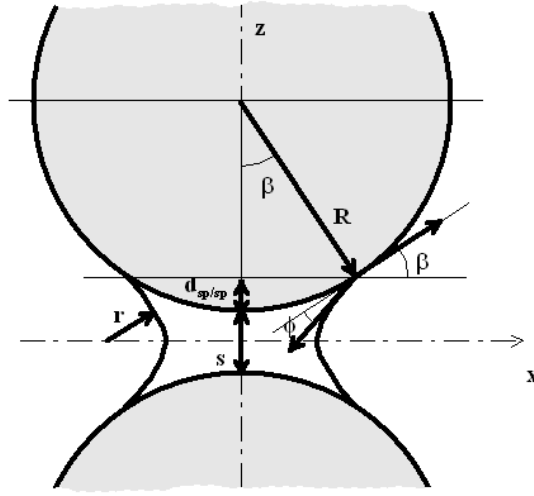


Figura 4.5: Geometria della sezione del ponte capillare tra due sfere di egual diametro.

(Israelachvili, 1992):

$$W_{tot,sp/pl} = -2\pi R^2 \beta^2 \cos \phi \quad (4.20)$$

dove R è il raggio della sfera β è l'angolo di "abbraccio" (*embracing angle*) e ϕ l'angolo di contatto (o di bagnamento). Si noti che questa espressione non è riferita all'energia totale del ponte capillare ma solo a quella di superficie; manca, in pratica, il termine di energia di adesione particella-liquido che verrà aggiunto solo in seguito.

La forza $F_{sp/sp}$ tra due sfere di raggio R , è la derivata dell'energia W rispetto alla distanza tra le particelle s e quindi:

$$F_{sp/sp}(s, V) = -\frac{dW}{ds} = 4\pi R^2 \beta \gamma \cos \phi \frac{d\beta}{ds} \quad (4.21)$$

Poiché il volume del ponte capillare tra due sfere è pari a:

$$V = \pi R^2 \beta^2 s + \frac{1}{2} \pi R^3 \beta^4 \quad (4.22)$$

e assumendo che esso non vari con la distanza di separazione ($dV/ds = 0$) posso scrivere:

$$\frac{d\beta}{ds} = \frac{-1}{(2s/\beta) + 2R\beta} \quad (4.23)$$

Sostituendola nell'espressione 4.22 ottengo:

$$F_{sp/sp}(s, V) = -\frac{2\pi R \gamma \cos \phi}{1 + \left[s/2d_{sp/sp}(s, V) \right]} \quad (4.24)$$

Quando considero anche la componente assiale della forza di adesione del ponte capillare con un approccio *boundary method* (vedi equazione ??) ottengo l'espressione generale:

$$F_{sp/sp}(s, V) = -\frac{2\pi R\gamma \cos \phi}{1 + \left[s/2d_{sp/sp}(s, V) \right]} - 2\pi\gamma R \sin \beta \sin(\phi + \beta) \quad (4.25)$$

Nel quale il termine $d_{sp/sp}$ (Figura 4.5) è ottenuto dall'espressione del volume come:

$$d_{sp/sp}(s, V) = (s/2) \left[-1 + \sqrt{1 + 2V/(\pi R s^2)} \right] \quad (4.26)$$

Riassumendo si può notare come, per una data coppia di sfere e un dato tipo di fluido (R, ϕ, γ noti), il volume V , la forza di attrazione capillare F_{cap} , l'angolo di embracing β e la distanza s , sono legati dalle seguenti relazioni:

$$\begin{aligned} V &= V(\beta, s) \\ F_{sp/sp} &= F_{sp/sp}(\phi, \beta, s, V) \end{aligned} \quad (4.27)$$

Una volta noto V ed s queste espressioni posso essere invertite per ottenere:

$$\beta = \beta(V, s) \quad F_{sp/sp} = F_{sp/sp}(\phi, \beta, s, V) \quad (4.28)$$

4.2 Distacco e creazione del ponte capillare

Quando due particelle sono legate da un ponte capillare di volume noto V_d ⁶ e vengono allontanate progressivamente, sperimentalmente si osserva che la distanza critica di distacco s_d , cioè la distanza per la quale il ponte capillare si rompe segue una legge che dipende da V_d^3 secondo l'espressione (Lian et al., 1993):

$$s_d = \left(1 + \frac{\phi}{2} \right) V_d^{1/3} \quad (4.29)$$

Invertendo la relazione si può determinare il volume del ponte capillare indirettamente conoscendo la distanza per la quale è avvenuto di distacco.

Allo stesso modo esiste una distanza critica di creazione cioè una distanza per la quale si genera il ponte capillare condividendo un volume V_c :

$$s_c = \frac{12V_c}{\pi \left(1 + \frac{1}{1-\cos \phi} \right)} \quad (4.30)$$

⁶tipicamente viene misurato con speciali tecniche fotogrammetriche

Invertendola ottengo:

$$V_c = \frac{\pi s_c^2}{12} \left(1 + \frac{1}{1 - \cos \phi} \right) \quad (4.31)$$

Si noti come entrambe le relazioni sono molto sensibili al valore di ϕ .

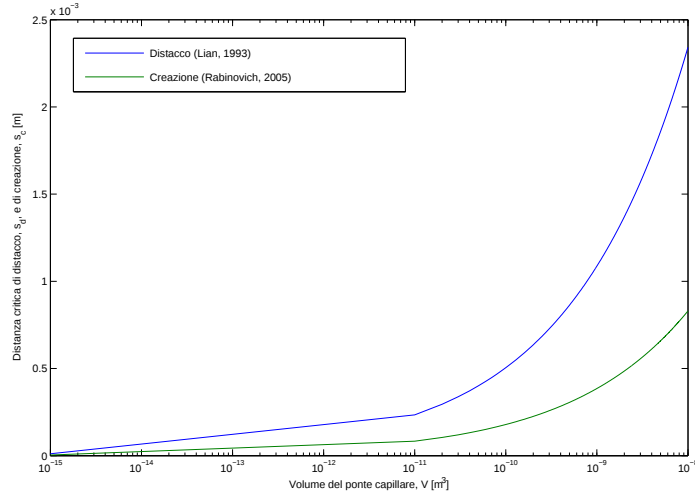


Figura 4.6: Distanza critica di distacco e di creazione del ponte capillare in funzione del volume.

In figura 4.6 sono plottati i valori di distanza di critica di distacco e di creazione in funzione del volume V del ponte capillare.

4.3 Effetti viscosi nel ponte capillare

Un'altra forza che potrebbe essere importante nella valutazione della dinamica del ponte capillare è quella viscosa. Quando infatti due particelle che condividono un volume capillare vengono avvicinate (forzatamente o naturalmente per effetto dell'attrazione capillare) con velocità v si generano delle forze viscosi di repulsione che sono tanto più importanti quanto più piccola è la distanza di separazione e tanto più grande è la velocità di avvicinamento.

La meccanica dei film liquidi è descritta dall'equazione di Reynolds che lega la pressione generata nel liquido allo spostamento relativo delle due superfici

$$\frac{d}{dx} \left[x H^3(x) \frac{dP(x)}{dx} \right] = 12\eta x \frac{ds}{dt} \quad (4.32)$$

Integrando due volte questa relazione Pitois et. al (2000) ottengono un'espressione per la forza viscosa agente sulle sfere (assumendo un dominio liquido infinito)

$$F_{vis} = -\frac{3}{2}\pi\eta R^2 \frac{1}{s} \frac{ds}{dt} \quad (4.33)$$

Nel caso di un volume finito di liquido (un ponte capillare cilindrico) Matthewson (1988) ha proposto l'inserimento di un coefficiente di correzione nell'equazione 4.33 che diventa:

$$F_{vis} = -\frac{3}{2}\pi\eta R^2 \left[1 - \frac{s}{H(b)}\right]^2 \frac{1}{s} \frac{ds}{dt} \quad (4.34)$$

Tuttavia come si può notare considerando un problema quasi-statico ($ds/dt \rightarrow 0$) ed un fluido non particolarmente viscoso ($\mu_{acqua} = 1mPas$, $\eta = \mu/\rho = 1mm^2/s$), l'effetto delle forze viscosi è trascurabile (Pitois et al., 2000).

4.4 Ottimizzazione per il calcolo DEM delle forze capillari

Per calcolare la forza di attrazione generata su due palline a distanza nota s e volume del ponte capillare capillare V si procederà nel seguente modo:

1. Si fissano le proprietà che dipendono unicamente dalle caratteristiche delle particelle (R) e dal tipo di fluido (γ e ϕ). Nel caso le due particelle abbiano dimensioni differenti si è usata una media armonica dei due raggi R_i ed R_j :

$$R = \frac{2R_i R_j}{R_i + R_j} \quad (4.35)$$

2. Si assegna il volume V del ponte capillare tra queste due palline
3. Si determina l'angolo di embracing β con la relazione inversa di

$$V = \pi R^2 \beta^2 s + \frac{1}{2} \pi R^3 \beta^4 \quad (4.36)$$

ovvero si deve cercare un termine c per il quale $V + c^2 = \frac{1}{2} \pi R^3 \beta^4 + \pi R^2 \beta^2 s + c^2 = (a\beta^2 + c)^2$ Lo si trova ponendo $a = \frac{\pi^{1/2} R^{3/2}}{2^{1/2}} = R^{3/2} \sqrt{\frac{\pi}{2}}$ e $c = s \sqrt{\frac{\pi R}{2}} = \frac{sa}{R}$ Si può semplificare con $\sqrt{V + c^2} = a\beta^2 + c$ da cui infine determino

$$\beta_{sp/sp} = \beta_{sp/sp}(V, s) = \sqrt{\frac{\sqrt{V + c^2} - c}{a}} \quad (4.37)$$

4. Si determina $d_{sp/sp}$ con la relazione 4.26
5. Si calcola la forza di attrazione capillare $F_{sp/sp}$ con la relazione 4.25

Nel caso le due sfere siano in contatto (cioè $s = 0$) si ha che:

$$\begin{aligned} a &= \frac{\pi^{1/2} R^{3/2}}{2^{1/2}} = R^{3/2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \\ c(s=0) &= s \sqrt{\frac{\pi R}{2}} = 0 \end{aligned} \quad (4.38)$$

per cui si ricava:

$$\beta_{sp/sp}(V, s=0) = \sqrt{\frac{\sqrt{V} + c^2 - c}{a}} = \sqrt{\frac{\sqrt{V}}{a}} \quad (4.39)$$

$$d_{sp/sp}(s=0, V) = (s/2) \left[-1 + \sqrt{1 + 2V/(\pi R s^2)} \right] = 0 \quad (4.40)$$

da cui:

$$F_{sp/sp}(s=0, V, \beta) = -2\pi R \gamma \cos \phi - 2\pi \gamma R \sin \beta \sin(\phi + \beta) \quad (4.41)$$

In maniera analoga è possibile determinare la forza capillare tra una sfera di raggio R e un piano a distanza s con la relazione:

$$F_{sp/pl}(s, V) = -\frac{4\pi R \gamma \cos \phi}{1 + [s/d_{sp/pl}(s, V)]} - 2\pi \gamma R \sin \beta \sin(\phi + \beta) \quad (4.42)$$

dove stavolta $d_{sp/pl}(s, V) = -s + \sqrt{s^2 + V/(\pi R)}$

In pratica si ha che $d_{sp/pl}(s, V) = R\beta^2/2$

Da queste ultime due si ottiene:

$$\beta_{sp/pl}(s, V) = \sqrt{\frac{2s}{R} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{V}{\pi R s^2}} \right)} \quad (4.43)$$

Quest'ultima va sostituita nell'espressione della forza 4.42.

Di nuovo nel caso sfera-piano per $s = 0$ si ha che

$$d_{sp/pl}(s=0, V) = \sqrt{\frac{V}{\pi R}} \quad (4.44)$$

Sostituendo nella 4.43 si ottiene $\beta_{sp/pl}^2(s=0, V) = 2\sqrt{\frac{V}{\pi R^3}}$ che infine va sostituita in $F_{sp/pl}(s=0, V) = -4\pi R \gamma \cos \phi - 2\pi \gamma R \sin \beta \sin(\phi + \beta)$

Si noti come per $s = 0$ il termine di forza dovuto all'energia superficiale nel caso del ponte tra sfera e sfera sia la metà di quello tra sfera e piano (Rabinovich, 2005).

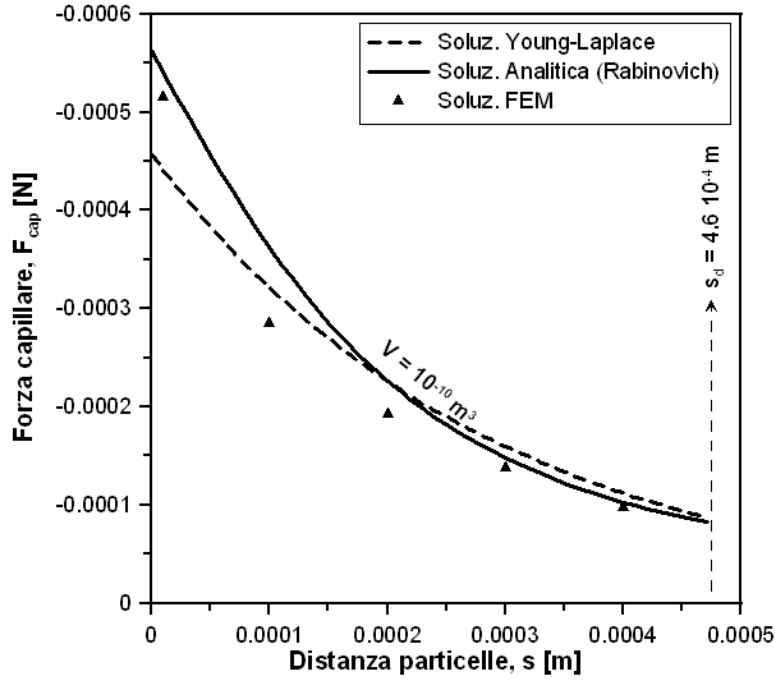


Figura 4.7: Forza capillare in funzione della distanza interparticellare s ($R = 1$ mm; $\phi = 0$); confronto tra i vari approcci alla soluzione.

4.5 Confronto tra i diversi approcci

In figura 4.7 è mostrato l'andamento della forza di attrazione capillare in funzione della distanza s utilizzando la soluzione analitica approssimata di Rabinovich, l'approccio energetico FEM e la soluzione del problema di Young-Laplace per una particella tipo. Si ricorda che la soluzione FEM è l'unica che tiene in conto l'influenza della gravità del fluido. Inoltre la soluzione FEM è ottenibile solo per un valore di s per volta. L'approccio di Young-Laplace invece richiede la risoluzione numerica di un sistema di equazioni differenziali complesse.

Come si può osservare l'andamento è decrescente con la distanza: il massimo valore di forza si ha per $s = 0$, il minimo al distacco per $s = s_d$. Per piccole distanze (in questo caso $s < (1/5)R$) la soluzione di Rabinovich produce un valore di forza di attrazione capillare superiore alle altre soluzioni.

4.6 Problematiche del modello DEM del ponte capillare

La modellazione discreta classica, senza considerare il fluido, prevede che le forze interparticellari si possano esplicitare solo in presenza di sovrapposizione tra le particelle ovvero, per particelle sferiche, solo quando si verifichi la condizione $R_i + R_j > d_{i,j}$ dove R_i ed R_j sono i raggi delle due particelle e $d_{i,j}$ la distanza dei centri in un preciso istante.

Se in ciascun passo temporale si volesse verificare il contatto tra tutte le possibili coppie di N particelle del sistema il numero di test sarebbe pari a $N(N-1)/2$ cioè si avrebbe un costo computazionale che scala con $o(N^2)$.

Per rendere più efficiente questa fase dell'algoritmo discreto (*contact-detection*) sono state sviluppate negli anni passati tutta una serie di strategie.

I metodi più usati e più conosciuti sono due: il metodo della *lista di Verlet* e quello denominato *Bounding-box* (o *Linked-cell*).

Il metodo della lista di Verlet è di tipo "lagrangiano" cioè è applicato ad ogni particella ed è molto usato in tutti i problemi di dinamica molecolare (MD). In sostanza per ciascuna particella i -esima del sistema viene costruita una lista di particelle vicine (lista di Verlet) tali per cui $d_{i,j} < d_v$ (per una lista di Verlet di tipo sferico) dove $d_{i,j}$ è la distanza tra la particella i e j e d_v è un valore di soglia imposto per la lista di Verlet. In questo modo la lista ha un numero di particelle $N_v < N$ e la ricerca del contatto è concentrata solo su queste ultime, riducendo il costo computazionale che scala con $o(N_v N) \approx o(N)$. Naturalmente il beneficio nell'utilizzo della lista di Verlet si ha quando l'aggiornamento della lista viene eseguito ogni x passi temporali di lunghezza Δt (con $x > 1$). $x\Delta t$, cioè la durata dell'intervallo temporale tra un aggiornamento e il successivo dipende dal massimo spostamento che può subire una particella all'interno della lista di Verlet per passare da una posizione centrale ad una periferica della sfera di raggio d_v . In questo modo è assicurata la massima efficienza dell'algoritmo.

Tuttavia questa strategia può non essere sufficiente nel caso le particelle del sistema subiscano grandi spostamenti. Si ricorre perciò ad un altro approccio detto *Bounding-box* o *Linked-cell*. Ricordiamo che la ricerca del contatto con la lista di Verlet ha un costo $o(N)$, mentre l'aggiornamento della lista di Verlet ha un costo che scala con $o(N^2)$ perché deve essere eseguito tra tutte le coppie di

particelle del sistema.

Appare chiaro, per problemi quasi statici ma anche per problemi dinamici a basso grado di turbolenza, che particelle in posizioni molto lontane tra loro difficilmente entreranno in contatto. Sfruttando questa osservazione si ricorre ad una suddivisione preventiva del dominio del sistema in porzioni cubiche (*cell*) facendo in modo che ciascuna porzione contenga all'incirca il medesimo numero di particelle. Poi la ricerca delle particelle vicine per aggiornare la lista di Verlet avviene unicamente sulle celle adiacenti al cubo che contiene la particella stessa.

Questa seconda strategia, usata in abbinamento alla prima oppure da sola, è di tipo euleriano cioè suddivide preventivamente lo spazio in maniera fissa e le particelle possono passare liberamente da una cella all'altra.

L'introduzione di un modello di ponte capillare può diminuire di molto le performance dell'algoritmo di ricerca dei contatti. Infatti la forza tra le particelle si esplica per distanze superiori a quella del contatto ma inferiori a quella di distacco del ponte capillare. Il test di verifica del contatto deve essere modificato in modo tale da differenziare tre tipi (e non più due) di casi:

1. contatto reale: cioè quello che avviene quando le due particelle si sovrappongono ($d_{i,j} < R_i + R_j$)
2. contatto capillare: cioè per $d_{i,j} - R_i - R_j < s_d$; dove s_d è la distanza di distacco del ponte capillare che dipende dal volume V di fluido condiviso e dall'angolo di contatto del fluido ϕ secondo la relazione 4.29
3. non-contatto: cioè $d_{i,j} - R_i - R_j > s_d$

Per l'algoritmo discreto, l'utilizzo di ponti capillari costituisce un aggravio computazionale sia per la complessità che per la numerosità delle nuove operazioni elementari che devono essere eseguite. L'algoritmo di contact-detection viene notevolmente sollecitato a causa dell'estensione del campo di ricerca dei contatti per la lista di Verlet entro una sfera di raggio $R_i + s_d$. Nel nostro caso, il programma implementa una lista di Verlet eseguita su elementi cubici ed anch'essi devono essere estesi per assicurare la corretta ricerca del contatto. All'interno della lista di Verlet esisteranno contatti cosiddetti "reali", cioè per i quali vale la condizione 1 e contatti denominati "virtuali" cioè per i quali vale la condizione 2 o 3. Occorre quindi introdurre un secondo test che accerti tra i contatti virtuali il

verificarsi della condizione 2 o della condizione 3. La condizione 1 può anch'essa comprendere la presenza di un ponte capillare.

In appendice è riportato nel dettaglio il codice in linguaggio *Fish* con cui è implementato questo schema.

4.7 Benchmark del modello di ponte capillare

Al fine di verificare la corretta implementazione dello schema discreto di ponte capillare sono state eseguite alcune semplici simulazioni numeriche:

- Test di distacco tra due sfere che condividono un ponte capillare, l'una fissa l'altra con velocità imposta costante di allontanamento;
- Test di attrazione libera tra due sfere con ponte capillare;
- Test di attrazione tra due sfere con ponte capillare a volume variabile.

Le due sfere utilizzate per i test hanno raggio di 1 mm e il ponte capillare di riferimento ha un volume iniziale di $10^{-10}m^3$.

Il primo test prevede che due sfere si trovino inizialmente a contatto ($R_i + R_j = d_{i,j}$) condividendo un ponte capillare di volume imposto. Successivamente una delle due sfere viene allontanata con velocità costante mentre l'altra resta fissa. Il test termina al completo distacco tra le due cioè quando $d_{i,j} - R_i - R_j = s_d$ dove s_d è la distanza di rottura del ponte capillare. In figura 4.8 è mostrato l'andamento della forza di attrazione capillare in funzione della distanza s per diversi valori di volume capillare. L'andamento è sempre decrescente con la distanza: il massimo si ha per $s = 0$, il minimo per $s = s_d$. Al variare del volume del volume capillare V la distanza di distacco si riduce e con essa anche la forza capillare massima che le particelle sperimentano per $s = 0$. Il secondo test utilizza due sfere una delle quali fissa e l'altra completamente libera di muoversi che si trovano inizialmente ad una distanza s_d . In questo caso il moto che si genera è di tipo non uniformemente accelerato: le due palline risentono di una forza di attrazione F_{cap} che cresce al diminuire progressivo della distanza $d_{i,j}$. L'impatto con la particella fissa avviene con più rimbalzi (Figura 4.9). Al momento degli impatti viene prodotta una forza di repulsione proporzionale alla distanza di sovrapposizione e alla rigidità al contatto. Il moto può essere più o meno smorzato introducendo un

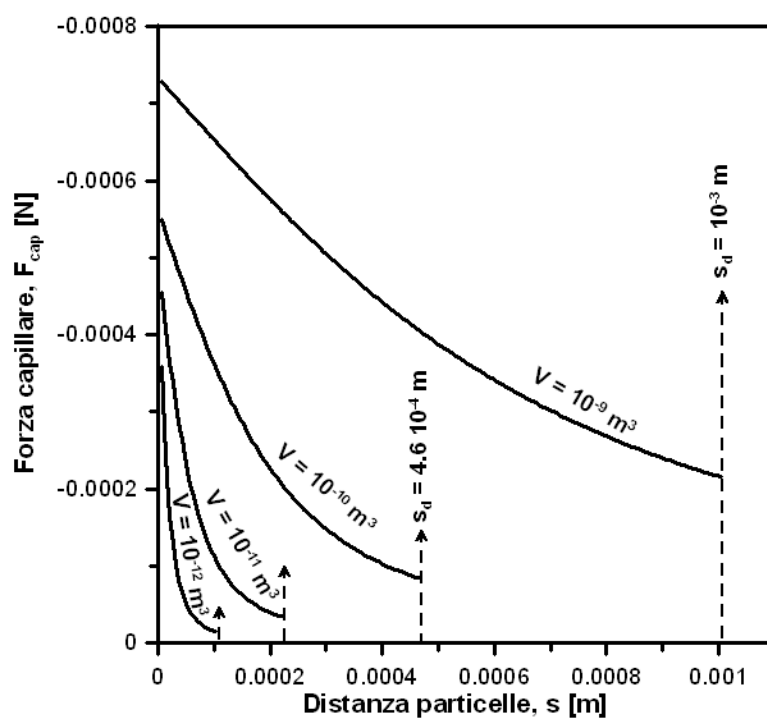


Figura 4.8: Forza capillare in funzione della distanza interparticellare per differenti volumi capillari ($R = 1$ mm; $\phi = 0$).

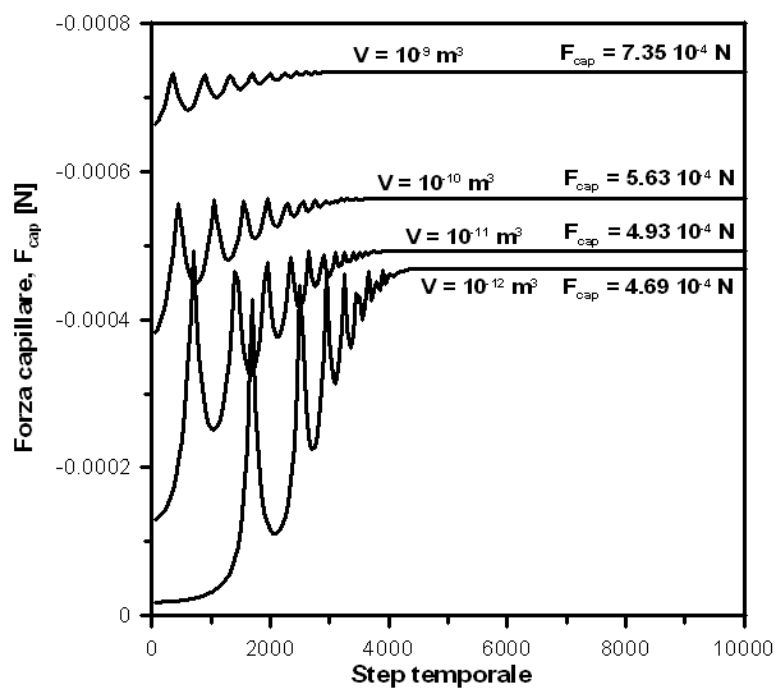


Figura 4.9: Forza capillare tra due sfere libere di traslare ($R = 1$ mm; $\phi = 0$).

coefficiente di damping locale. Il sistema raggiunge l'equilibrio asintoticamente e le due particelle si trovano infine parzialmente sovrapposte per una distanza di equilibrio $s_e = F_{cap}(s = 0)/k_n$ dove $F_{cap}(s = 0)$ è la forza di attrazione capillare massima (a distanza $s = 0$) e k_n la rigidezza normale al contatto. Il terzo test

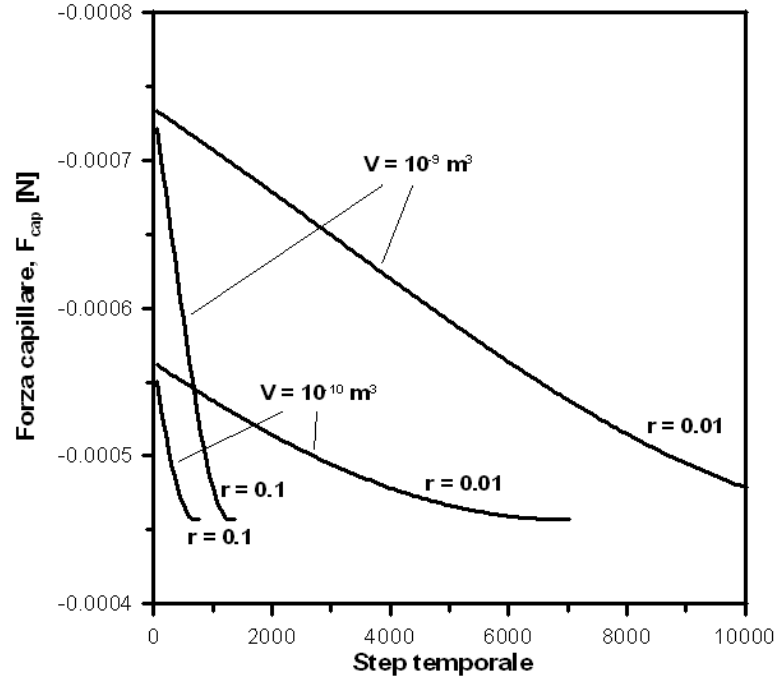


Figura 4.10: Forza capillare tra due sfere libere di traslare e con ponte capillare soggetto a velocità di evaporazione specifica r ($R = 1$ mm; $\phi = 0$).

verifica l'introduzione di una legge di variazione del volume del ponte capillare. Le due sfere si trovano inizialmente in contatto per una distanza di sovrapposizione pari a quella di equilibrio s_e corrispondente ad un dato volume capillare ($V = 10^{-10}m^3$ e $V = 10^{-9}m^3$). Il volume del ponte capillare viene fatto diminuire con due diverse velocità specifiche di evaporazione⁷ $r = 0.1$ e 0.01 m/s e si registra una diminuzione sensibile della forza di attrazione capillare(Figura 4.10).

Velocità specifiche di evaporazione più elevate consentono di accelerare il processo di distacco del ponte capillare nell'algoritmo DEM ma occorre appurare che il processo rimanga in condizioni quasi-statiche⁸.

⁷la velocità specifica di evaporazione è indipendente dalla superficie esterna del ponte capillare.

⁸cioè l'evoluzione del sistema sia una successione di stati di equilibrio statico (con forze inerziali contenute).

Capitolo 5

Stabilità ed innesco

5.1 Premessa

Nell'arco di tempo delle stagioni e degli anni, la morfologia dei versanti di un ambiente montano è in continua evoluzione. Movimenti impercettibili, circoscritti, lenti, localizzati al di sotto della superficie, si susseguono nel tempo e si sommano a fenomeni repentini, talvolta imprevedibili, producendo nel corso degli anni numerose modifiche del regime idraulico ovvero dell'assetto del territorio. La degradazione chimico-fisica delle rocce e dei terreni, l'influenza degli eventi climatici, della vegetazione sui terreni superficiali, i processi di trasporto, i movimenti superficiali o profondi sono alcuni delle tante categorie di fenomeni che causano l'evoluzione del territorio. Talvolta questi processi hanno un carattere lento, altre volte avvengono in pochi istanti, sempre comunque hanno un legame con il tempo e con le stagionalità.

I movimenti repentini sono i più studiati in letteratura per l'impatto che possono avere sulle opere antropiche, in modo diretto o indiretto, e per la salvaguardia delle persone. Questa categoria di fenomeni comprende: crolli, ribaltamenti, scorrimenti, espansioni laterali, colate (Varnes, 1978). Nel seguito ci concentreremo sulle categorie di frane che vanno dalle colate agli scorrimenti con particolare riferimento a quelle superficiali di materiale granulare che sono le più diffuse e allo stesso tempo le più devastanti.

Nello studio del loro accadimento si usa distinguere tra *cause predisponenti* (o condizionanti, preparatorie) e *cause scatenanti*. Le prime sono legate alla geometria, alla stratigrafia e alla tipologia di terreni che costituiscono il pendio.

Le seconde invece dipendono da fattori esterni come le precipitazioni e i cambiamenti delle condizioni idrogeologiche, la variazione dei carichi statici o dinamici, la variazione della geometria, l'erosione e l'azione climatica. Le cause scatenanti agiscono su un pendio già "indebolito" e lo portano a rottura.

Altre classificazioni distinguono tra *cause geologiche* (materiali deboli, degradabili, fessurati, con discontinuità, con permeabilità confinante,...), *cause morfologiche* (inclinazione naturale, erosione fluviale, glaciale, sotterranea, sollevamenti,...), *cause fisiche* (precipitazioni intense e/o prolungate, scioglimento dei ghiacci e delle nevi, cicli di gelo-disgelo, abbassamenti del livello di falda, aumento delle pressioni interstiziali, terremoti, eruzioni,...) e *cause antropiche* (scavi, carichi, svasi repentini, cambiamenti dell'uso del suolo, perdite d'acqua da bacini o tubazioni, estrazioni minerarie, esplosioni, vibrazioni,...).

Da un'indagine condotta a scala mondiale si è osservato che il 90% delle frane ha come causa scatenante la precipitazione (Corominas, 2000). Questo dato tuttavia non tiene conto della variabilità del tipo di terreno e delle condizioni climatiche dell'area o della regione esaminata.

Dalla letteratura sugli eventi franosi superficiali (colate e scorrimenti) di materiale granulare possiamo raccogliere una sorta di classifica dei fattori predisponenti più comuni:

- alte ripidità del versante ovvero angoli di declivio prossimi alla resistenza massima del materiale (anche localmente).
- strati di alterazione all'interno del pendio localizzati a certe profondità con proprietà di resistenza deteriorabili nel tempo. Ad esempio grani cementati che perdono di resistenza in conseguenza ad alterazioni fisico-chimiche
- presenza di livelli di materiale ad alta porosità, specie negli strati superficiali anche in conseguenza a meccanismi di deposizione particolari (es. deposizione di ceneri o di sabbie marine)
- alternanza di livelli permeabili e impermeabili o poco permeabili
- bassi pesi specifici (terreni vulcanici, organici)

Altri fattori predisponenti come l'assenza di un piede risultano essere molto meno importanti. Fenomeni superficiali infatti si innescano in porzioni localizzate per estendersi e interessare superfici più grandi e con inclinazioni per lo più costanti.

Tra le cause scatenanti citate prevalentemente in letteratura possiamo ricordare: piogge intense, innalzamenti improvvisi del livello di falda, terremoti, variazioni del regime di filtrazione (intensità e direzione dei flussi idraulici), sorgenti puntuali d'acqua al di sotto del corpo di frana, insorgenza di vie preferenziali di filtrazione.

La rottura e il franamento per questo tipo di materiali può manifestarsi in diversi modi:

- Per erosione superficiale; non necessariamente al piede del corpo di frana;
- Per liquefazione statica del terreno e raggiungimento di tensioni effettive nulle;
- Per mobilizzazione del detrito e successiva fluidificazione a causa del forte deflusso superficiale (specie nelle zone canalizzate)
- Per collasso diffuso

5.2 La frana di Sarno

L'evento della frana di Sarno è tra i casi di frane più citati in letteratura (non solo in Italia) costituendo un esempio paradigmatico dei franamenti superficiali ed essendo uno tra i più recenti e allo stesso tempo devastanti degli ultimi 50 anni.

Il 5 maggio 1998 le cittadine di Sarno, Quindici, Bracigliano e Siano, in seguito ad un importante evento di precipitazione, sono state interessate da colate rapide di piroclastiti sciolte (Figura 5.1) che hanno provocato 160 vittime, 21 dispersi e 4 feriti gravi. Successivamente a questa catastrofe sono state intraprese una serie di indagini per ricercare le cause che hanno innescato questo fenomeno e per tentare di prevedere ed eventualmente limitare gli effetti di accadimenti futuri. L'inquadramento geomorfologico della zona in cui è avvenuto il disastro ci aiuta a comprendere meglio quelle che sono state le cause predisponenti (Del Prete et al., 1998).

Il territorio della Piana Campana è delimitato da versanti carbonatici con pendenze medie tra i 35 e i 45° che sono stati sormontati nel corso del tempo da livelli di piroclastiti sciolte (pomici, lapilli, scorie e ceneri) prodotte dalle attività



Figura 5.1: Ripresa aerea delle colate nei pressi di Siano (SA)

vulcaniche esplosive del complesso Somma-Vesuvio (in particolare da quella del 79 d.C). Contemporaneamente i processi morfoevolutivi hanno prodotto asportazione di materiale piroclastico dalle porzioni più alte dei pendii, caratterizzate da pendenze più forti e ne hanno favorito la deposizione nelle zone pedemontane costituite prevalentemente di detriti carbonatici, dove gli angoli di pendio ne garantiscono una discreta stabilità naturale. Ne consegue che i depositi piroclastici con spessori più forti si rinvengono alla base dei pendii, frammisti sia ai detriti di falda che alle conoidi alluvionali; spessori cospicui si ritrovano altresì lungo i fianchi delle porzioni più basse dei valloni. Piroclastiti non rimaneggiate e spesso pedogenizzate (trasformate in suolo) si trovano invece nelle zone alte dei pendii, negli strati più superficiali. Queste aree costituiscono quindi zone ad alto rischio da frana e per secoli hanno prodotto vittime ed ingenti danni economici e sociali.

I fenomeni franosi che si verificano, come durante l'evento del 1998, sono molto repentini (velocità anche superiori a 15 m/s). Le masse di terreno sono per lo più costituite da materiale che si stacca dalle parti alte del versante e fluisce in maniera areale o incanalandosi nei valloni preesistenti. Lungo il loro percorso i materiali mobilizzati, per effetto dell'erosione progressiva di altro materiale, prendono carico ed incrementano in tal modo il volume mobilitato. In genere tali fenomeni si innescano laddove esistono coperture poco spesse (da pochi decimetri a 1 m).

Per quanto attiene i materiali, le piroclastiti in sede hanno un profilo granulo-

metrico nel quale si distingue una porzione prevalentemente fine (campo sabbioso con frazioni limoso argillose variabili) ed una ad elementi grossolani costituiti dai livelli pomicei (assortimento granulometrico ricadente prevalentemente nel campo delle ghiaie). Le piroclastiti rimaneggiate, di contro, presentano, sempre sotto il profilo granulometrico, una più abbondante frazione limoso argillosa rispetto ai materiali originari; non mancano inoltre elementi non vulcanici, quali clasti e detriti carbonatici che localmente possono costituire vere e proprie lenti (Lirer et al., 1968; Pellegrino, 1969; Vallario, 1992).

Per ciò che concerne i parametri di resistenza meccanica, le piroclastiti presentano un coefficiente di coesione tale da consentire la stabilità di pareti sub-verticali di altezza dell'ordine di circa 10 m; tale coesione, per contro, è da ritenersi nulla al contatto piroclastiti-carbonati; inoltre, si rilevano dai dati di letteratura che, inclinazioni di 32° - 35° dei versanti carbonatici sono da ritenersi di equilibrio limite per le caratteristiche delle coltri piroclastiche (Civita et. al., 1975; Civita et al., 1966/68; Guida et al., 1974; Vallario, 1992).

Per quanto riguarda il coefficiente di permeabilità delle piroclastiti rimaneggiate, fonti di letteratura riportano valori dell'ordine di circa $10^{-4} - 10^{-5} \text{ cm s}^{-1}$ per profondità dell'ordine di 7 - 15 m dal piano campagna; tali valori sono coerenti per terreni a prevalente contenuto sabbioso limoso (Celico ed al., 1986).

Da questo quadro descrittivo si colgono tutti gli ingredienti caratteristici pre-disponenti all'innescio di franamenti e colamenti superficiali: le alte ripidità delle zone di distacco, la presenza di materiale granulare leggero, cementato e coesivo, la variabile permeabilità dei materiali negli orizzonti, le alte porosità.

5.3 Valutazione di stabilità

E' noto nella pratica ingegneristica quanto sia difficile valutare la stabilità di un versante e quindi prevedere un evento franoso anche potendo conoscere approfonditamente la geometria del pendio, le caratteristiche meccaniche dei terreni coinvolti e le condizioni idrometeorologiche. Ciò che rende apparentemente aleatorio l'accadimento del fenomeno è legato alla imperfetta conoscenza delle condizioni iniziali, all'eterogeneità spaziale e granulometrica intrinseca dei materiali e alla variabilità spaziale e temporale delle loro caratteristiche meccaniche.

Simulando il problema in laboratorio si comprende come il fenomeno possa

essere molto complesso e sfuggevole anche con condizioni al contorno note. Alcuni lavori in tal senso hanno cercato di indagare fenomeni quali l'innescò per liquefazione, erosione superficiale, risalita di falda (Budhu e Gobin, 1996; Gregoretti, 2000) ma non sempre i modelli di laboratorio hanno consentito di trarre conclusioni sufficientemente generali. In particolare questi test hanno mostrato la difficoltà nel prevedere sia la condizione di collasso (es. la soglia massima di precipitazione o l'altezza massima di falda) che la zona in cui sarebbe avvenuto il distacco. La causa principale è legata al carattere puntuale e localizzato di molti di questi fenomeni di innescò. L'effetto macroscopico, lo scivolamento, dipende infatti da movimenti di modesta entità, da macroporosità che si accentuano determinando a loro volta variazioni nel regime idraulico.

Negli ultimi anni numerosi studi numerico-sperimentali sono stati condotti per lo studio dei fenomeni di innescò. La maggior parte di questi sono stati eseguiti successivamente all'evento di franamento. Più rari sono i casi di pendii monitorati precedentemente al franamento (p.e. la frana di La Clapière presso St. Etienne de Tinée, Francia (Follaci, 1999)).

La causa principale, la più studiata, del franamento di un pendio è la precipitazione, non necessariamente di elevata intensità. Da questa osservazione sono scaturiti una grande mole di studi per ricercare il legame tra l'intensità, la durata della precipitazione e l'innescò del franamento. I risultati tuttavia non hanno prodotto criteri universalmente accettati. Piuttosto hanno contribuito a mettere in luce l'importanza dell'evoluzione delle condizioni di saturazione nel terreno precedenti all'evento (Corominas, 2000; Take et al., 2004; Ochiai et al., 2004).

Per capire a fondo il problema occorre innanzitutto partire da alcuni concetti chiave come innescò, equilibrio, stabilità e metastabilità.

In geotecnica il termine "stabilità" è erroneamente utilizzato per definire l'"equilibrio": si pensi, ad esempio, alla formulazione del coefficiente di sicurezza per un pendio con il metodo all'equilibrio limite. Se il coefficiente di sicurezza è maggiore dell'unità si parla impropriamente di "pendio stabile" quando in realtà il pendio è solamente in equilibrio. La "stabilità" invece, è un concetto meccanico più stringente dell'equilibrio. Essa infatti fa riferimento al persistere di un equilibrio anche in seguito ad una perturbazione ed è legata ad un minimo di energia potenziale.

La "stabilità" di un pendio di materiale granulare è definibile più propriamen-

te come "metastabilità": la condizione di equilibrio, infatti, generalmente rappresenta un minimo locale (e non globale) dell'energia potenziale. Questo fatto può essere compreso aggiungendo un singolo grano sulla superficie di un pendio "stabile": in alcune condizioni questa micro-sollecitazione può produrre il franamento di una larga porzione di pendio.

La geometria che raggiunge un versante nel tempo, in seguito alle più diverse sollecitazioni, al susseguirsi di franamenti ed apporti di materiale, è variamente conformata. Tuttavia è matematicamente dimostrabile che, se esso è costituito di materiale omogeneo, la sua forma metastabile sarà tipicamente il risultato della composizione di un piano inclinato e di un profilo logaritmico alla base (Grasselli e Herrmann, 1999).

Un pendio naturale metastabile ideale è caratterizzato quindi da un angolo di natural declivio oltre il quale non sono più possibili altri stati metastabili. In alcuni casi si usa distinguere tra l'angolo di natural declivio ottenuto dinamicamente θ_r (o *angolo di riposo*) e l'*angolo di natural declivio statico* θ_m detto anche *massimo angolo di stabilità* (Samadani e Kudrolli, 2001).¹ In generale vale la relazione $\theta_r < \theta_m$ e questa isteresi è dovuta al fatto che possono esistere una infinità di stati metastabili al di sopra di θ_r , nei quali il sistema particellare si dice "inceppato".

Recenti studi hanno mostrato che il carattere di metastabilità è tipico dei materiali particellari caratterizzati da potenziali "deboli". Ad esempio, l'acqua, le cui molecole sono legate da un potenziale debole, può raggiungere uno stato metastabile di sopraffusione (o sottoraffreddamento) e di superriscaldamento. Le particelle di terreno hanno un potenziale molto debole soprattutto se si trovano in uno stato di parziale saturazione. Ciò può essere osservato, numericamente oltre che sperimentalmente, compattando un terreno parzialmente saturo ed osservando che il range tra la porosità massima e quella minima raggiungibili (corrispondente a tutti gli stati metastabili del materiale) è molto più ampio rispetto al caso di terreno completamente secco (Yang et al., 2003). Le ragioni di questa proprietà tuttavia non sono ancora state del tutto comprese.

¹Per esemplificare la differenza tra i due possiamo pensare di lasciar cadere del materiale su di un piano da una tramoggia: l'inclinazione massima che forma il conoide con il piano orizzontale è detto angolo di natural declivio dinamico. Se invece supponiamo di inclinare un cassone con della sabbia precedentemente depositata l'inclinazione corrispondente al movimento del materiale in superficie è pari all'angolo di natural declivio statico.

In maniera un po' rozza, ma del tutto generale possiamo definire l'innescò come una micro-azione, una micro-sollecitazione che produce un effetto più "grande" e che descrive un limite fisico e/o temporale tra uno stato di quiete ed uno stato di moto.

In fisica il termine "innescò" è legato alla concetto di forza attraverso la seconda legge di Newton: il cambiamento dello stato di moto di un corpo o di un oggetto è proporzionale alla forza impressa, ed avviene lungo la linea direttrice della stessa. In altre parole ciò che produce un'alterazione dello stato di moto o di quiete (ovvero l'innescò) è sempre una forza. Tuttavia ciò non significa che osservando un oggetto in movimento sia facile comprendere la forza che lo ha causato.

In un modello come quello agli elementi discreti, nel quale vengono calcolate le forze tra le singole particelle, il concetto di innescò, così come è espresso nella fisica meccanica, è più facilmente analizzabile.

Naturalmente per capire l'innescò occorre comprendere quelle che sono le condizioni iniziali del sistema, e le variabili che intervengono.

L'innescò può essere rappresentato nello spazio delle fasi, cioè in uno spazio nel quale sono rappresentati tutti i gradi di libertà del sistema. Lo stato attuale del sistema è descritto da un punto in questo spazio delle fasi. La traiettoria invece rappresenta l'evoluzione nel tempo del sistema.

Lo spazio delle fasi in geotecnica (considerando il terreno come un mezzo continuo) è sostanzialmente uno spazio di tensioni, deformazioni e di densità (o indice dei vuoti). Un altro importante grado di libertà nel caso è rappresentato dal contenuto d'acqua.

Volendo trattare il problema da un punto di vista micromeccanico lo spazio delle fasi di un materiale granulare secco è costituito, per ciascuna particella, da: 6 gradi di libertà per lo spostamento e dai vincoli di contatto. Lo stesso tipo di approccio è utilizzato in fisica per determinare, con un modello di dinamica molecolare (MD), la stabilità di un aggregato di atomi (p.e. una lamina di silicio, un piccolo volume d'acqua). Variando le condizioni del sistema (temperatura, pressione, ecc..) si registra la traiettoria nello spazio delle fasi e gli eventuali cambiamenti di fase del materiale.

Anche in questo caso la condizione iniziale è fondamentale per l'analisi della stabilità e metastabilità del materiale ma altrettanto importanti sono le definizioni

delle forzanti al contorno (variazioni di temperatura, pressione, ecc...).

Ad oggi tuttavia non esistono ancora approcci di questo genere per i materiali granulari ma soltanto alcune osservazioni qualitative. Per esempio Liu e Sun (2002) simulando il collasso di terreni parzialmente saturi osservano che la presenza di un regime capillare incrementa la possibilità di generare stati metastabili. Assallay et al. (1997) indagano qualitativamente la metastabilità di un sistema di particelle generato per deposizione pluviale.

I modelli in assoluto più utilizzati per lo studio della stabilità riscrivono le equazioni dell'equilibrio del pendio suddividendolo in porzioni elementari (conci, elementi finiti, o particelle). Essi possono essere così classificati:

- metodi all'equilibrio limite: ricercano la più probabile massa instabile suddividendola in conci e scrivendo le equazioni di equilibrio delle forze e/o dei momenti. La più probabile massa instabile coincide con il volume delimitato dalla superficie che determina la condizione più sfavorevole all'equilibrio.
- metodi agli elementi finiti: a partire dalla definizione di un modello costitutivo del materiale e di una discretizzazione spaziale della geometria del pendio ricostruiscono il legame sforzo-deformativo di tutto l'ammasso. La superficie di debolezza in questo caso può essere determinata attraverso la riduzione più o meno artificiosa dei parametri meccanici di resistenza fino alla non convergenza del sistema (SSR o SRM da Strength Reduction Method). In pratica la "non-soluzione" del problema è la soluzione del problema di stabilità. Il rapporto tra la rigidezza e la riduzione di rigidezza necessaria per raggiungere la non convergenza è il corrispondente coefficiente di sicurezza. Questo metodo tuttavia ha alcuni difetti: la non convergenza non è sempre dovuta all'instabilità; l'alterazione artificiosa dei parametri si ripercuote sulla posizione della superficie di scorrimento; il coefficiente di sicurezza non è espresso in forma locale. In molti altri casi la riduzione di resistenza non è artificiosa ma è dovuta all'evoluzione delle condizioni iniziali (moti di filtrazione, innalzamenti di falda, degradazione chimica) e l'applicazione del metodo SRM appare più corretta.
- metodi agli elementi discreti: riproducono i singoli grani di terreno e quindi la struttura dello scheletro solido; più frequentemente vengono utilizzate macroparticelle. La superficie di debolezza in questo caso scaturisce da una

perturbazione dell'equilibrio iniziale delle forze in gioco (es. carico, cambio di direzione/intensità delle forze di filtrazione, variazione delle forze di attrazione capillare o di cementazione tra le particelle).

I primi due metodi, ed il metodo ad elementi finiti in particolare, non sono adatti a seguire correttamente l'evoluzione del fenomeno di scivolamento per grandi deformazioni, ma solo ad identificare la massa instabile e lo stato tensionale di problemi essenzialmente statici. Esistono tuttavia modelli continui e particolari agli elementi finiti, completamente diversi e distinti da quelli per l'analisi dell'instabilità, adatti invece a descrivere la fase di propagazione ed evoluzione del franamento (metodi meshless, SPH,...) nel quale le forze di inerzia e le forze viscose non sono trascurabili.

Ripercorreremo nei prossimi paragrafi alcuni dei metodi classici per la stabilità dei pendii con particolare riferimento ai terreni granulari, ai franamenti superficiali e alla presenza e influenza eventuale dell'acqua.

5.4 Stabilità di un pendio indefinito

Per indagare la suscettibilità all'innescò delle frane superficiali consideriamo per primi i metodi all'equilibrio limite (LEM). Innanzitutto per semplificare il problema poniamoci nel caso classico di pendio infinitamente esteso inclinato di un angolo β , costituito di materiale granulare con peso di volume γ , angolo di attrito ϕ' e in presenza di moto di filtrazione parallelo al pendio con linea di falda al piano campagna. Con la classica teoria del pendio indefinito si arriva a scrivere un coefficiente di sicurezza pari a:

$$F_s = \frac{\gamma' \tan \phi'}{(\gamma' + \gamma_w) \tan \beta} \quad (5.1)$$

Se il coefficiente di sicurezza $F_s < 1$ il pendio si dirà instabile; diversamente per $F_s \geq 1$ il pendio sarà stabile (in equilibrio). All'interno dei termini che compaiono nella formulazione del coefficiente di sicurezza sono nascoste tutte le singole forze (forza, peso, Archimede, e forze di filtrazione) che intervengono nella valutazione della stabilità del singolo elemento di terreno. Ipotizzando una altezza mz del piano di falda rispetto alla superficie di scivolamento a profondità z (Figura 5.2), si ottiene un coefficiente di sicurezza dipendente da essa.

$$F_s = \frac{[(1 - m) \gamma + m \gamma'] \tan \phi'}{[(1 - m) \gamma + m \gamma_{sat}] \tan \beta} \quad (5.2)$$

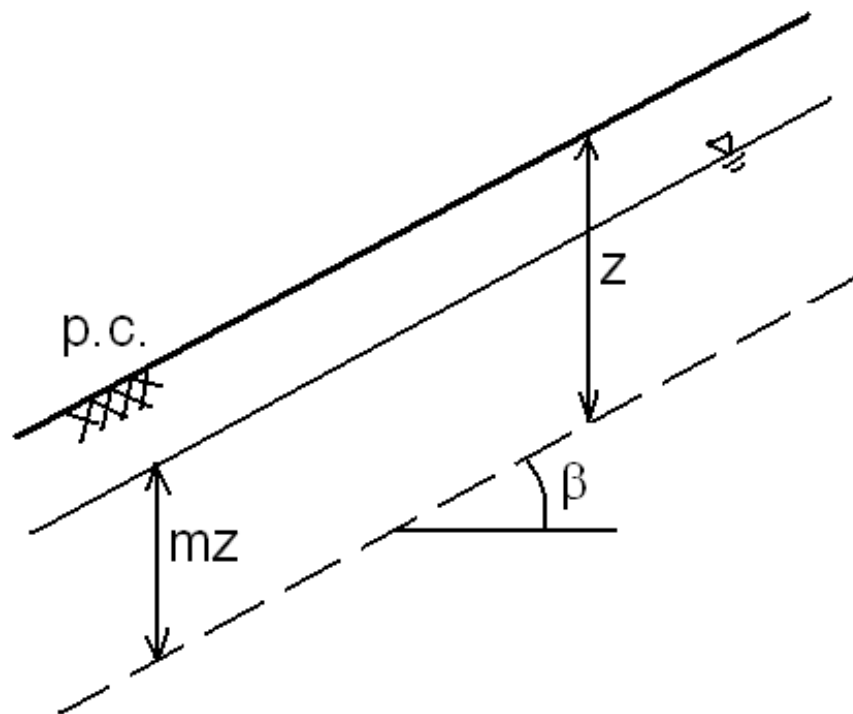


Figura 5.2: Caso del pendio indefinito di materiale attritivo con falda ad altezza mz .

FIGURA Coff. Sicurezza con Altezza m

Il risultato può essere diagrammato in un grafico che riporta il coefficiente di sicurezza F_s in funzione dell'altezza di falda m (Figura ??).

Anche la direzione λ del moto di filtrazione all'interno del pendio (in condizioni stazionarie) influenza il coefficiente di sicurezza (p.e. Budhu e Gobin, 1996; Ghiassian e Ghareh, 2008). Si ottiene infatti un coefficiente di sicurezza F_s pari a

$$F_s = \frac{\cos \beta - A_b \cos \lambda}{\sin \beta + A_b \sin \lambda} \tan \phi' \quad (5.3)$$

dove

$$A_b = i \frac{\gamma_w}{\gamma} = \frac{\sin \beta}{\sin \lambda} \frac{\gamma_w}{\gamma} \quad (5.4)$$

La situazione più gravosa, come è evidente dal diagramma (Figura 5.3), è quella che prevede moto di filtrazione parallelo alla superficie del pendio.

Si noti tuttavia come, in tutti questi casi, il coefficiente di sicurezza non dipenda mai dal peso del terreno e dalla profondità della superficie di scorrimento. In altre parole il metodo all'equilibrio limite per pendii indefiniti non restituisce informazioni sulla posizione della superficie di scorrimento e quindi sulla porzione di terreno superficiale che si può mobilitare. Inoltre il peso di volume del terreno che costituisce il pendio, che appare fondamentale nei fenomeni superficiali (p.e. Sarno), e che può essere molto diverso da pendio a pendio non ha alcun ruolo nella valutazione della stabilità del pendio.

Se si considera un pendio di terreno coesivo senza falda ($m = 0$), con coesione c' costante con la profondità, il coefficiente di sicurezza dipende dalla profondità z della superficie di scorrimento secondo la relazione:

$$F_s = \frac{c'}{\gamma z \sin \beta \cos \beta} + \frac{\tan \phi'}{\tan \beta} \quad (5.5)$$

Ponendo $F_s = 1$ si ottiene la profondità critica z_c di scorrimento pari a

$$z_c = \frac{c'}{\gamma \cos^2 (\tan \beta - \tan \phi')} \quad (5.6)$$

che ha senso fisico solo per $\beta > \phi'$.

Riconoscendo che la coesione è un fattore meccanico facilmente degradabile nei terreni granulari superficiali (rispetto ad esempio all'angolo di attrito) si intuisce come essa possa giocare un ruolo fondamentale nell'analisi di stabilità del pendio indefinito. Solo recentemente si è compreso quanto la presenza di un regime di

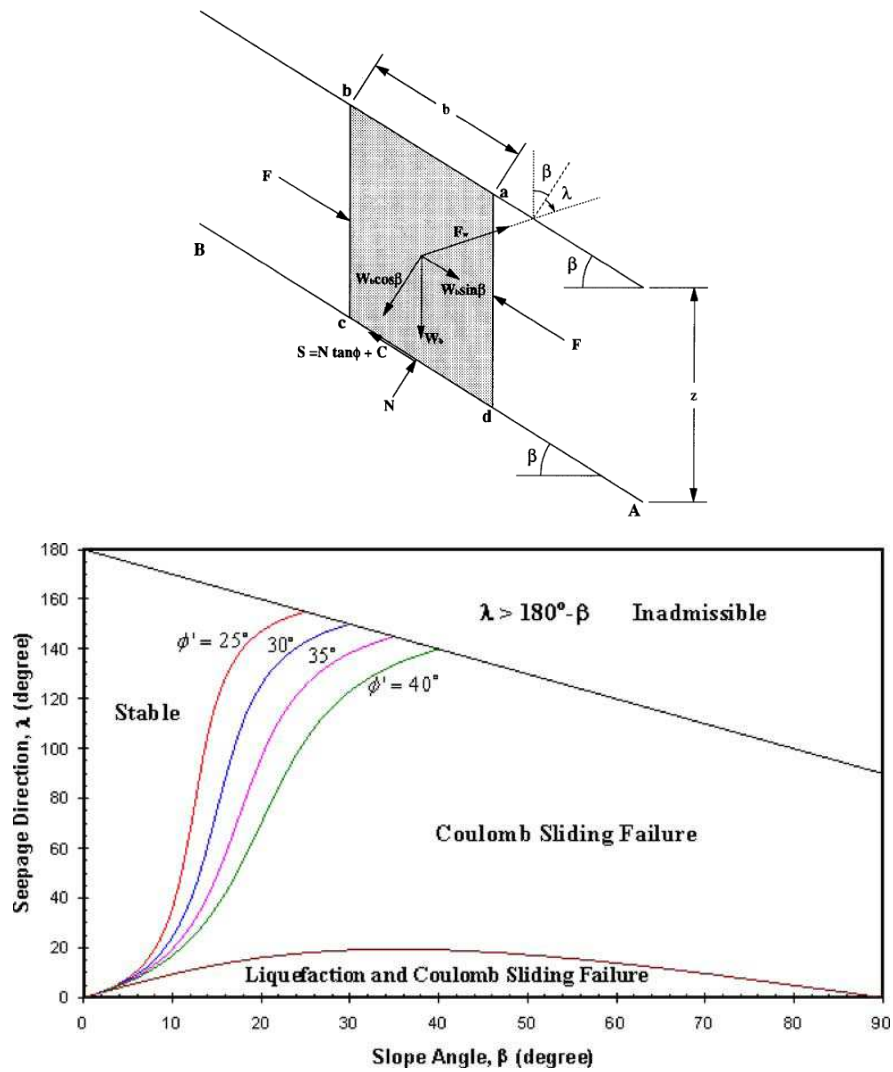


Figura 5.3: Influenza della direzione del moto di filtrazione sul coefficiente di sicurezza. (a) schema dell'elemento di pendio; (b) diagramma di stabilità.

parziale saturazione negli strati superficiali possa influenzare significativamente il valore del coefficiente di sicurezza attraverso la presenza di un particolare stato tensionale di coesione (Iverson, 2000).

Per questo motivo, per tenere conto della presenza di strati parzialmente saturi, di un regime di infiltrazione in seguito a precipitazione, sono stati sviluppati modelli di pendio indefinito che consentono l'abbinamento degli aspetti idraulici e di quelli geomeccanici.

Il modello Montrasio-Valentino (Montrasio e Valentino, 2004) ad esempio considera sempre il caso di pendio indefinito costituito da uno strato di terreno relativamente sottile (1-2 m) con una permeabilità più elevata rispetto a quella del substrato. Si ipotizza che il fenomeno di franamento avvenga in seguito ad una drastica riduzione della resistenza al taglio: il terreno inizialmente in condizioni di parziale saturazione diventa saturo in conseguenza di un certo apporto di acqua meteorica, la cui intensità critica è strettamente connessa al contenuto iniziale d'acqua del terreno stesso. Il fattore di sicurezza F_s calcolato con il metodo all'equilibrio limite è funzione della geometria del pendio (angolo di inclinazione β , altezza dello strato H), delle proprietà del terreno (peso per unità di volume γ_s , porosità n , grado di saturazione S_r), dei parametri di resistenza al taglio (coesione efficace, c' , angolo di attrito ϕ') dello spessore dello strato saturo mH e delle condizioni di flusso sotterraneo (coefficiente di permeabilità, k_t). Si arriva alla seguente formulazione:

$$F_s = \frac{N' \tan \phi' + C'}{W' \sin \beta + F'} \quad (5.7)$$

dove

$$\begin{aligned} N' &= H\gamma_w \cos^2 \beta [m(n-1) + G_s(1-n) + nS_r(1-m)] \\ C' &= c' + c_\psi = c' + AS_r(1-S_r)^\lambda(1-m)^\alpha \\ W' &= H\gamma_w \cos \beta [m(n-1) + G_s(1-n) + nS_r(1-m)] \\ F' &= \gamma_w mH \sin \beta \cos \beta \end{aligned} \quad (5.8)$$

La resistenza al taglio dello strato non saturo dipende dalla coesione apparente c_ψ , che può essere espressa come funzione del grado di saturazione S_r e di m (la frazione satura dello strato). I parametri A e λ sono introdotti in seguito all'interpretazione di alcuni risultati sperimentali relativi a limi parzialmente saturi, ottenuti da Fredlund (1996), mentre il parametro α è stato calcolato sulla base dei risultati sperimentali condotti su un pendio indefinito riprodotto in laboratorio.

In questo caso viene introdotta la dipendenza dalla porosità del materiale che influisce unicamente sulla valutazione dei deflussi e dell'intensità critica di infiltrazione. Il grado di saturazione invece influisce anche sulla resistenza meccanica alla base del concio. La posizione della superficie di scorrimento così determinata tuttavia non appare sufficientemente ragionevole.

Questo genere di modelli trova spesso applicazione nella valutazione del rischio da frana su scala regionale. Essi sono tipicamente suddivisi in tre parti: una parte si concentra sull'analisi dell'evento di precipitazione e sulla sua distribuzione spazio temporale, un'altra sulla separazione dei deflussi, un'altra ancora sugli aspetti di stabilità.

Il modello Geotop-SF (Tiso et al.) per esempio associa un modello distribuito per il ciclo idrologico in bacini montani con un modulo per la stabilità dei pendii. A partire dalla cartografia DTM di una area vengono determinate le inclinazioni di tutti i versanti del territorio. Ciascuno di essi è trattato come un pendio indefinito e viene seguita l'evoluzione dinamica della stabilità sull'intero territorio di indagine durante un evento piovoso. Attraverso un modello di separazione afflussi-deflussi un evento meteorico viene separato in diverse modalità di deflusso al suolo classificate come:

- infiltrazione: quando il moto avviene dalla superficie del pendio verso l'interno del pendio in direzione verticale per terreno saturo
- percolazione: quando il moto è in condizioni di non saturazione ed è prevalentemente verticale
- filtrazione: quando il moto avviene in condizioni di saturazione ed il moto è prevalentemente laterale con inclinazione pari a quella del pendio

In presenza di ruscellamento superficiale il codice controlla la possibilità di innescio di colate detritiche secondo la teoria di Takahashi (vedi paragrafo successivo); se invece l'acqua rimane confinata nel suolo si verifica la possibilità di uno scivolamento superficiale.

Gli impieghi di questo genere di modelli restano per lo più confinati alle valutazioni di suscettibilità al franamento su aree vaste, per le quali i dati circa il tipo di suolo, la stratigrafia, e il regime idraulico non sono mai numerosi e precisi e allo stesso tempo non è richiesto un grande dettaglio di indagine.

5.5 Sforzi tangenziali nel pendio indefinito

L'evento piovoso su pendii di materiale granulare o coesivo particolarmente inclinati spesso produce un intenso deflusso superficiale con un tirante d'acqua piccolo ma in grado di fluidificare lo strato più superficiale e di compromettere la stabilità dell'intero pendio (*debris flow*).

In questo caso un modo di studiare il problema è quello di considerare l'effetto degli sforzi tangenziali prodotti dall'acqua sullo scheletro solido. Questo metodo trova spesso applicazione nello studio di frane superficiali di materiale granulare specie in zone canalizzate.

Takahashi (1978) studiando in canaletta un pendio di materiale granulare a diverse pendenze propone una formulazione per l'innescò di colate detritiche nella quale la massa è mobilitata per effetto del raggiungimento, ad una certa profondità, dello sforzo tangenziale critico prodotto da una corrente in moto uniforme. Confrontando le tensioni destabilizzanti con quelle resistenti, in un ammasso detritico incoerente di spessore y_d e appoggiato su di una superficie impermeabile inclinata di un angolo β rispetto all'orizzontale, lo sforzo tangenziale τ alla profondità generica y è dato da (Bagnold, 1956):

$$\tau = [c_*(\rho_s - \rho_f)y_f + \rho_f(y_f + h_0)] g \sin \beta \quad (5.9)$$

dove c_* è la concentrazione volumetrica del materiale ², ρ_s la densità del materiale solido, ρ_f la densità del fluido, h_0 il tirante d'acqua in superficie ed y_f lo spessore dello strato instabile (Figura 5.4). La forza resistente massima è data da (Bagnold, 1956):

$$\tau_f = c_*(\rho_s - \rho_f)y_f g \cos \beta \tan \Phi \quad (5.10)$$

dove Φ è l'angolo di attrito dinamico (0.7-0.8 per colate detritiche, granulari; 1-2 per colate macroviscose) L'angolo di destabilizzazione dell'ammasso detritico diventa

$$\tan \beta = \frac{c_*(\rho_s - \rho_f)}{c_*(\rho_s - \rho_f) + \rho_f(1 + \frac{h_0}{y_f})} \tan \phi \quad (5.11)$$

Takahashi arriva ad esprimere diverse tipologie di colata in relazione all'altezza della lama d'acqua, alla profondità del fondo impermeabile e all'angolo di inclinazione del pendio (Figura 5.5).

²in idraulica si fa spesso riferimento a questa quantità che corrisponde semplicemente a $1 - n$

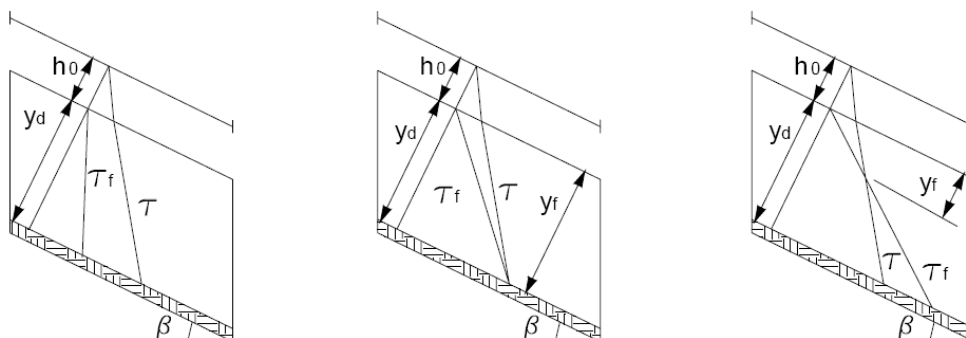


Figura 5.4: Figura di Taka

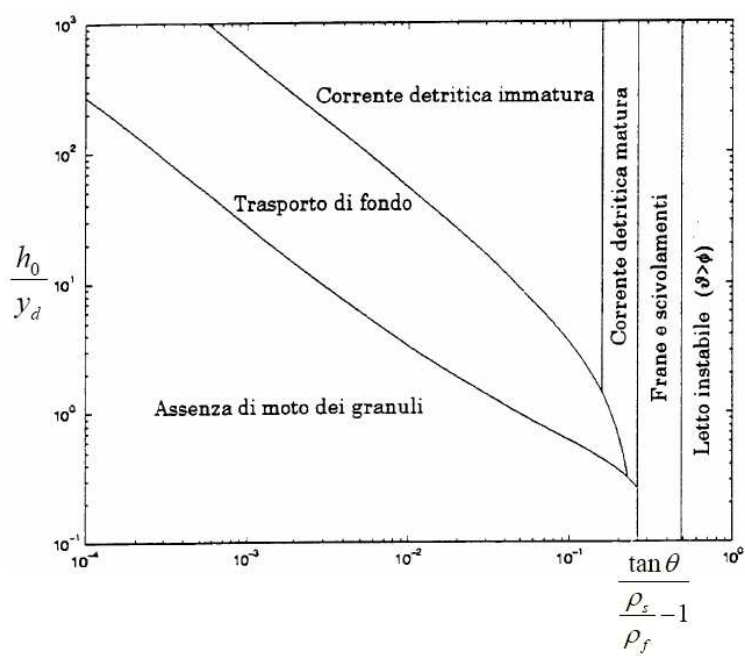


Figura 5.5: Abaco di Takahashi

Diversi risultati sperimentali e analisi su frane pregresse mostrano che in molti casi queste trattazioni teoriche si rivelano del tutto insufficienti. Le cause di questa discrepanza sono da attribuire a diversi fattori:

- nei pendii reali il deflusso superficiale e profondo è non stazionario e non uniforme
- la disomogeneità stratigrafica del pendio non viene presa in considerazione sia per gli effetti idraulici che per gli effetti meccanici
- lo stato pregresso di saturazione è di fondamentale importanza nel moto di filtrazione superficiale
- viene trascurata la dipendenza dalla conformazione geometrica del pendio

Inoltre questi modelli non sono in grado di valutare il tipo di movimento che si origina, il volume di terreno mobilitato (la profondità della superficie di scorrimento), e il ruolo dell'acqua nell'innescò senza un effettivo accoppiamento tra il regime idraulico e la risposta meccanica.

5.6 Modelli adimensionali

Per i materiali granulari, nello studio delle colate detritiche, si usa distinguere tra il cosiddetto "regime quasi-statico" e il "regime collisionale" (o di flusso), cioè tra problemi nei quali le forze di inerzia sono trascurabili (il materiale granulare è un solido amorfo) e problemi nei quali, invece, gli effetti cinematici e gli urti sono dominanti (lo scheletro solido è inesistente come in un liquido). Appare subito chiaro che mentre la prima categoria di problemi è governata dalle leggi e dai parametri di contatto tra i grani, la seconda è dipendente dall'entità delle forze viscose, e dalla corretta descrizione dei fenomeni dissipativi che si generano con gli urti tra le particelle di materiale.

Il limite fisico tra uno stato e l'altro non è perfettamente delineato: esiste una zona di transizione intermedia governata da fenomeni di innescò e di arresto strutturale che definiscono il passaggio da uno stato di pendio quasi-statico (in quiete) ad uno stato di tipo collisionale (colata) o viceversa.

Formulando il generico stato di stress Σ del materiale granulare esso dipenderà in generale dalle grandezze fondamentali della fase solida e di quella fluida

(Savage, 1984; Babic, 1990; Iverson, 1997) secondo il funzionale F :

$$\Sigma = F(\dot{\gamma}, R, \rho_s, \rho_f, g, \mu, k, T, E, v_s, v_f, \phi, e) \quad (5.12)$$

dove $\dot{\gamma}$ è la velocità di deformazione a taglio, R il raggio caratteristico delle particelle, ρ_s la densità della fase solida, ρ_f la densità della fase fluida, g l'accelerazione di gravità, μ la viscosità dinamica del fluido con il fine in sospensione, k la permeabilità idraulica del materiale, T la temperatura del mezzo granulare, E il modulo elastico, v_s la frazione volumetrica solida, v_f la frazione volumetrica fluida, ϕ l'angolo di attrito macromeccanico, e il coefficiente di restituzione dell'urto particella-particella. Operando una analisi dimensionale (Buckingham, 1915) si arriva ad una espressione generale governata dai seguenti parametri adimensionali (Iverson, 1997):

- Il numero di Savage, cioè il rapporto tra le tensioni a taglio associate agli urti tra i grani e le tensioni a taglio quasi statiche associate al peso e all'attrito del materiale granulare
- Il numero di Bagnold, ovvero il rapporto tra le tensioni inerziali dei grani e le tensioni a taglio viscosi
- Il numero di massa, ovvero il rapporto tra l'inerzia del solido e l'inerzia del fluido
- Il numero di Darcy, che descrive la tendenza della pressione interstiziale del liquido prodotta dal movimento dei grani a ridurre le interazioni al contatto.
- Il numero di Reynolds, cioè il rapporto tra le forze di inerzia e le forze viscosi nel fluido
- Il numero di attrito, ovvero il rapporto tra le tensioni generate per resistenza al taglio e quelle dovute al flusso viscoso nel materiale viscoplastico.

Ognuno di questi numeri adimensionali in aggiunta agli ultimi 4 parametri del funzionale (già adimensionali) rappresenta un grado di libertà del sistema materiale. La combinazione di tutti i gradi di libertà è uno spazio delle fasi adimensionale all'interno del quale sono descritti tutti gli stati possibili del sistema particellare.

Per esempio in assenza di una velocità di deformazione $\dot{\gamma}$ il materiale si trova in equilibrio statico e tutti i termini inerziali vanno a zero. La transizione dal

regime statico a quello di moto è determinata dal superamento della resistenza al taglio (criterio di Mohr-Coulomb) e quindi dal valore del parametro ϕ . Una volta superata la resistenza al taglio, per alti numeri di Bagnold il regime di moto è granulo-inerziale, ovvero gli sforzi sono proporzionali al quadrato della velocità di deformazione ed al quadrato della concentrazione solida, mentre per bassi numeri è viscoso, con sforzi simili a quelli di un fluido newtoniano con viscosità modificata (Bagnold, 1954).

Appare subito chiaro che una quantificazione rigorosa di tutte queste quantità per un generico evento franoso è piuttosto complessa: ognuno di questi parametri adimensionali può variare in base alla zona di indagine sul pendio e può modificarsi nel corso del franamento. Tuttavia da questa classificazione si ha subito modo di osservare il ruolo che ciascun componente meccanica del fluido e del solido (inerziale, viscosa, attritiva, di pressione) possa avere sul comportamento complessivo del materiale.

In generale lo studio degli stati di transizione può essere di fondamentale importanza per la comprensione dei meccanismi di innesco ovvero dei meccanismi che producono uno spostamento importante nello spazio delle fasi da uno stato (di quiete o di flusso) ad un altro stato (anche solo transitorio) di quiete o di flusso.

5.7 Approccio micromeccanico

La tradizionale analisi di stabilità di un pendio può essere eseguita a più livelli: imponendo l'equilibrio dell'intero ammasso o di singoli conci (metodi all'equilibrio limite) oppure suddividendo il terreno in volumi finiti (metodi agli elementi finiti). Da un punto di vista teorico nulla vieta di spingerci alla scala delle singole particelle: l'equilibrio del pendio verrebbe risolto, in questo caso, imponendo l'equilibrio delle forze su tutte le particelle del dominio analizzato.

Naturalmente un approccio di questo genere non è percorribile se le particelle che costituiscono il pendio sono più di qualche centinaia di migliaia. Tuttavia da questa utopica osservazione possiamo trarre alcune importanti idee su come analizzare la stabilità di un pendio da un punto di vista micromeccanico.

A piccola scala le particelle di terreno risentono di forze che sono proprie della particella e di forze esterne. Le forze intrinseche, in condizioni quasi statiche, si

riducono alla sola forza di gravità. Le forze esterne invece sono essenzialmente le forze di contatto, quelle capillari (in presenza di menischi capillari) e quelle di trascinamento (quando il fluido è in moto). Se le particelle sono piccole ($D < 74\mu m$) altre forze che entrano in gioco sono quelle elettrostatiche (Van Der Waals). Escludendo queste ultime ci concentreremo sulle prime.

Le forze di massa (di gravità) dipendono dalla densità del materiale e dal volume della particella ed hanno direzione verticale. Così per una generica particella sferica di raggio R e densità ρ si ha:

$$F_{grav} = \rho g \frac{4}{3} \pi R^3 \quad (5.13)$$

Le forze di contatto normali invece derivano dall'interazione che ogni singola particella esplica con quelle vicine e possono avere qualunque direzione.

Rothenburg e Bathurst (1989) (vedi capitolo 2.5) hanno stimato che per un packing isotropo di particelle sferiche le forze di contatto normali dipendono dal raggio della particella, dalla tensione di isotropa e dal packing secondo la relazione

$$F_{cont,n} = 4R^2 \sigma_{iso} \frac{\pi(1+e)}{m} \quad (5.14)$$

Le forze resistenti al contatto sono quelle che si esplicano per effetto dell'attrito ed agiscono su un piano tangente al punto di contatto. Esse sono una frazione di quelle normali ovvero:

$$F_{res} \leq \mu F_{cont,n} = \tan \phi_\mu F_{cont,n} \quad (5.15)$$

Per una stima delle forze capillari tra le particelle di terreno possiamo ricorrere alla trattazione di Rabinovich (2005) (vedi capitolo 4.1.3). La massima forza capillare sperimentabile tra due particelle sferiche è quella che si ha quando esse sono in contatto ($s = 0$). Assumendo un'angolo di bagnamento $\phi = 0$, il massimo angolo di embracing β affinché il ponte capillare sia stabile è di $\beta = \sqrt{\frac{\sqrt{V}}{a}}$ con $a = R^{3/2} \sqrt{\pi/2}$ e $V \approx 2/3 \pi R^3$ cioè metà del volume della sfera. In queste condizioni la forza capillare massima è pari a

$$F_{cap,max} = F_{cap} \left(s = 0, V_{cap} = \frac{V_{part}}{2} \right) = -2\pi R \gamma \cos \phi - 2\pi R \sin \beta \sin (\phi + \beta) \quad (5.16)$$

Quando la particella è immersa in un fluido essa risente della spinta di Archimede rivolta verso l'alto che è pari a:

$$F_{Arch} = \rho_f g \frac{4}{3} \pi R^3 \quad (5.17)$$

dove ρ_f è la densità del fluido.

Se il fluido è in moto la particella risente di una forza di trascinamento che può essere determinata con la relazione ?? ovvero

$$F_{drag} = \frac{4\pi R^3 \gamma_w i}{3(1-n)} \quad (5.18)$$

Riepilogando, l'intensità delle forze sulle particelle dipende:

- dalle sue dimensioni (R)
- dalla sua densità (ρ_s)
- dalla tensione di confinamento (dalla sua profondità)(σ)
- dalla presenza dell'acqua in quiete (ϕ, ρ_f) e/o in moto (i, ρ_f)
- dalla porosità (dal numero di contatti)(n, e, m)
- dall'angolo di attrito intergranulare (ϕ_μ)

Com'è possibile osservare ciascun tipo di forza ha una intensità molto variabile. Diagrammando per un certo materiale ad una certa profondità l'intensità delle singole forze è possibile osservare qualitativamente quali siano quelle dominanti e verificare se una perturbazione di una forza generica possa influenzare l'equilibrio di tutte le altre.

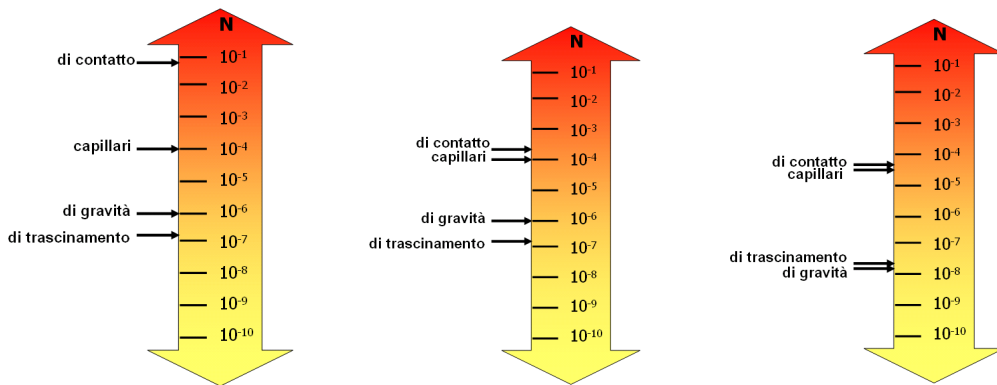


Figura 5.6: Intensità delle forze sulle particelle per: (a) sabbia $D_{50} = 0.4$ mm a 5 m di profondità; (b) sabbia $D_{50} = 0.4$ mm a 0.2 m di profondità; (c) cenere vulcanica $D_{50} = 0.1$ mm a 0.2 m di profondità

Nelle figure 5.6 sono riportate in scala logaritmica le intensità delle forze calcolate per sabbia e cenere vulcanica a diverse profondità.

In particolare in figura 5.6a sono rappresentate le forze tipiche che sperimenta un granello di sabbia a 5 m di profondità. Le forze di contatto (e quindi anche le forze resistenti, che sono una frazione di queste ultime) sono quasi 5 ordini di grandezza più intense delle forze di gravità. Se il terreno è in condizioni sature con moto di filtrazione al suo interno, anche in presenza di gradienti elevati, le forze di trascinamento non sono mai superiori alle forze di gravità sperimentate dalle particelle e tantomeno alle forze di contatto e a quelle resistenti. Questa rappresentazione ci permette con una certa sicurezza di attribuire alla sabbia in queste condizioni un alto grado di stabilità.

In figura 5.6b invece la stessa sabbia del caso precedente si trova a 20 cm di profondità. Le forze di contatto sono diminuite sensibilmente divenendo confrontabili con le forze capillari. Le forze di gravità e di trascinamento sono rimaste tali. In questo caso il grado di stabilità è diminuito e in condizioni particolari sono possibili inneschi per variazione del grado di saturazione nel terreno.

In figura 5.6c infine è analizzato il caso di una particella di cenere vulcanica sempre a 20 cm di profondità che potrebbe rappresentare il materiale piroclastico movimentato con le colate di Sarno. La cenere ha un peso specifico molto inferiore rispetto alla sabbia: diminuisce la forza di gravità e la forza di trascinamento può assumere valori molto vicini ad essa. Questo fatto può essere interpretato in due modi: se presente, è più probabile una migrazione di fine all'interno del terreno; le forze di drag in superficie hanno un effetto erosivo più importante rispetto a quanto avviene con la sabbia. Il secondo aspetto riguarda le forze capillari la cui intensità in questo caso è dello stesso ordine di grandezza delle forze di contatto: ciò significa che una perturbazione del regime capillare (per effetto di un aumento o di una diminuzione del contenuto d'acqua o in generale della suzione) può alterare l'equilibrio delle forze di contatto e di quelle resistenti e determinare localmente l'innesco di un movimento.

In conclusione l'approccio micromeccanico al problema della stabilità proposto in questo capitolo è utile per determinare la suscettibilità ad alcuni meccanismi di innesco a partire dalle informazioni elementari sul tipo di terreno e sulla profondità a cui si trova.

Capitolo 6

Prove triassiali per la taratura del modello DEM

Nelle sperimentazioni di laboratorio eseguite durante il lavoro di tesi sono stati impiegati due tipi di materiale granulare, completamente differenti per forma¹, dimensioni e proprietà meccaniche. I materiali e le loro caratteristiche sono riportati in tabella 6.

	Sabbia dell'Adige (SA)	Sfere di vetro (GB2)
Diametro medio, D_{50} [mm]	0.42	2.00
Coefficiente di uniformità, C_u	3.0	1.0
Peso specifico, G_s	2.710	2.532
Indice di sfericità ¹	0.8	1.0
Porosità sperimentata, n_{exp}	0.397	0.405

Tabella 6.1: Caratteristiche granulometriche e fisiche dei materiali granulari impiegati nelle sperimentazioni di laboratorio

Con questi due materiali sono state eseguite prove triassiali, di permeabilità e di risalita capillare al fine di valutarne le caratteristiche meccaniche ed idrauliche. Tutte le prove sono state realizzate nelle stesse condizioni di porosità ($n_{SA} = 0.397$; $n_{GB2} = 0.405$). Questi due valori sono stati scelti per essere confrontabili successivamente con quelli raggiunti nella preparazione dei pendii modello.

L'indagine sperimentale e la simulazione numerica micromeccanica sui ter-

¹secondo Rittenhaus (1943)

reni granulari è proceduta in diverse fasi. Nella prima fase sono state eseguite in laboratorio alcune prove triassiali su campioni asciutti ricostituiti. Le stesse prove di laboratorio sono state riprodotte numericamente con un modello agli elementi discreti (vedi capitolo ??) e sono stati tarati i parametri micromeccanici al contatto. Successivamente è stata condotta una sperimentazione numerica sugli stessi provini triassiali in regime di parziale saturazione evidenziando l'effetto della variazione di contenuto d'acqua e della diversa pressione di confinamento.

Queste prove preliminari hanno consentito successivamente di testare e validare l'applicazione del modello micromeccanico ad un problema fondazione su di un pendio modello asciutto. Le prove di carico su pendio eseguite in laboratorio sono state riprodotte numericamente con l'approccio micromeccanico di scala (capitolo ??) osservando in particolare l'influenza delle differenti condizioni di vincolo cinematico della fondazione sulla risposta del terreno granulare.

Successivamente su un modello di pendio modificato sono state condotte alcune prove di filtrazione con carico idraulico a monte. Le prove sperimentali di filtrazione sono state poi simulate con un modello micromeccanico che incorpora le forze di trascinamento prodotte dal moto dell'acqua sullo scheletro solido.

Infine su un modello ancora differente è stato sperimentato e simulato numericamente un problema di innesco di instabilità per essiccamento di un pendio costituito da palline di vetro.

In questo capitolo verranno affrontate le tematiche relative alla taratura dei parametri micromeccanici al contatto per i differenti materiali e verrà mostrato un confronto tra i risultati di prove triassiali eseguite in laboratorio e le simulazioni numeriche DEM.

6.1 Scelta del modello di contatto e stima dei parametri

La scelta del modello di contatto da applicare all'algoritmo agli elementi discreti per simulare il materiale granulare è ricaduta sul modello originario proposto da Cundall (1979). Questo modello è il più semplice tra tutti modelli di contatto: prevede, per il contatto normale, una rigidezza elastica lineare k_n e, per quello tangenziale, una rigidezza elastica lineare k_s in serie con un carrello ad attrito con coefficiente di attrito $\mu = \tan \phi_\mu$ (vedi capitolo ??).

La scelta di questo modello rispetto ad altri è stata fatta sulla base delle seguenti considerazioni:

- la legge che descrive il contatto ingloba in sé un meccanismo di tipo elastico ed uno semplice di tipo plastico attritivo per descrivere la risposta elasto-plastica non lineare del materiale granulare;
- i parametri sono pochi, fisicamente comprensibili e facilmente ricavabili con prove di laboratorio (tipicamente triassiali o di taglio);
- la legge di contatto ha un costo computazionale poco elevato e permette quindi di simulare grandi quantità di particelle in tempi ragionevoli.

In letteratura diversi autori (p.e. Bathurst e Rothemburg, 1988; Calvetti e Nova, 2004) hanno utilizzato un modello di contatto di questo tipo osservando come esso sia adatto per la maggior parte dei problemi geotecnici quasi-statici.

Ai parametri usati nella legge di contatto proposta da Cundall (k_n , k_s e $\mu = \tan \phi_\mu$) si aggiunge anche un coefficiente di damping locale non viscoso α che tuttavia ha un effetto trascurabile nel campo dei problemi quasi-statici.

Per quanto riguarda il legame tra i parametri micromeccanici e il comportamento macro-fenomenologico del materiale granulare, studi recenti hanno mostrato che, a parità di porosità e di pressione di confinamento:

- la resistenza del materiale particellare è controllata quasi unicamente dall'angolo di attrito interparticellare ϕ_μ (Suiker e Fleck, 2004; Calvetti e Nova, 2004; Salot, 2007);
- la rigidità del materiale è influenzata principalmente dalla rigidità normale al contatto k_n (Chang e Liao, 1994);
- la dilatanza è influenzata dalle dimensioni delle particelle (Kruyt e Rothemburg, 2006) oltre che dalla rigidità tangenziale k_s (Bathurst e Rothemburg, 2004).

Per quanto riguarda la resistenza del materiale e l'attrito interparticellare sono da fare alcune considerazioni:

- come già mostrato da diversi autori, sia sperimentalmente (Skinner, 1969) che numericamente (Suiker e Fleck, 2004), l'utilizzo di particelle sferiche

non permette di raggiungere angoli di attrito macroscopici superiori ai 28° . Ciò non costituisce un problema nel caso si utilizzi materiale sferico monogranulare (p.e. palline di vetro GB2); invece pone seri limiti alla possibilità di riprodurre le resistenze tipiche di materiali sabbiosi (p.e. sabbia SA con $\phi_{cv} \approx 35^\circ$). Questo limite è legato alla forma sferica con cui si discretizza ogni singolo grano. La sabbia, pur avendo grani abbastanza arrotondati, ha una elevata resistenza dovuta all'angolosità della superficie delle particelle che produce meccanismi di tipo "frustration" (Santamarina, 2001). L'approssimazione a granelli sferici aumenta irrealisticamente le possibilità di rotazione delle particelle riducendo questi meccanismi.

- l'attrito interparticellare di due superfici sferiche ideali è sempre inferiore all'attrito tra due superfici reali

Per elevare la resistenza di un materiale DEM in letteratura sono riportate diverse strategie:

- utilizzare forme non sferiche che mimano le reali forme delle particelle (Matsushima, 2005; Zhao et al., 2006). Questa strategia tuttavia introduce molte complicazioni numeriche ed appesantisce notevolmente l'algoritmo DEM (vedi capitolo ??).
- introdurre una resistenza alla rotazione (Iwashita e Oda, 1998; Ferrellec et al., 2001; Li et al., 2005). Questa opzione aggiunge nuovi parametri meccanici al contatto che necessitano una taratura specifica.

Per superare questi problemi si è preferito usare un modello semplificato a rotazione impedita delle particelle evitando così la necessità di tarare ulteriori parametri e di introdurre leggi di contatto complesse e artificiose (Calvetti, 2008). La rotazione impedita delle particelle corrisponde, di fatto, ad una resistenza infinita alla rotazione nel punto di contatto.

E' importante notare come, in linea di principio, il blocco alla rotazione delle particelle possa influenzare la risposta meccanica di problemi geotecnici di localizzazione delle deformazioni. Infatti è ben noto sperimentalmente e numericamente che la formazione e l'evoluzione delle bande di taglio è accompagnata dalla rotazione delle particelle che la costituiscono (Oda e Kazama, 1998). Ciò tuttavia non significa che la localizzazione non possa verificarsi anche con particelle vincolate alla rotazione, come verrà mostrato in seguito. Questo vincolo permetterà

comunque una analisi quantitativa del comportamento dei materiali granulari per la soluzione di problemi di ingegneria geotecnica.

Al fine di raggiungere le medesime resistenze del materiale granulare si è dovuto ricorrere ad angoli di attrito interparticellari più bassi degli usuali secondo la relazione lineare proposta da Calvetti e Nova (2004) per aggregati 2D e confermata anche dalle prove numeriche 3D di Suiker e Fleck (2004) (figura 1.6). Essa lega l'angolo di attrito macroscopico (globale) ϕ all'angolo di attrito interparticellare ϕ_μ :

$$\phi = \phi(\phi_\mu) = a\phi_\mu + b \quad (6.1)$$

Con a e b parametri dipendenti dalla curva granulometrica (C_u e D_{50}) oltre che dalla porosità del materiale. Angoli di attrito intergranulari opportuni per le sabbie sono compresi tra i 16° e 19° . Si noti che questi valori sono comunque sempre più piccoli dei valori di angoli di attrito tra particelle di sabbia reali che sono all'incirca di 25° .

Questo approccio a rotazione impedita è stato utilizzato da Calvetti et al. (2003) per simulare il comportamento meccanico della sabbia di Hostun o per riprodurre l'interazione tra tubi interrati e frane (Calvetti et al., 2004). Altri esempi dello stesso approccio sono riportati da Calvetti e Nova (2004, 2005) per studiare alcuni problemi relativi a muri di sostegno, a condizioni di innesco di frane e a prove CPT. Da queste analisi si è evidenziato che il blocco alla rotazione delle particelle non influenza la possibilità del modello numerico di riprodurre il comportamento del materiale granulare e di risolvere problemi geotecnici a patto che sia eseguita una opportuna ed accurata taratura dei parametri.

La rigidità al contatto ha, di solito, un ruolo molto marginale nella determinazione della resistenza del materiale DEM: riduce leggermente la resistenza per alte pressioni di confinamento. In molte applicazioni dove la resistenza è l'unico parametro rilevante, possono essere utilizzati valori fittizi abbastanza alti di rigidità al contatto per ridurre i tempi di calcolo (Calvetti et al., 2000). Tuttavia in alcuni problemi nei quali è richiesto un maggiore dettaglio della fase che precede la rottura (p.e. problemi di carico su domini non confinati, pendii,...) occorre tarare opportunamente questi parametri alla scala delle particelle. Inoltre la taratura delle rigidità è necessaria per applicare le corrette leggi di scala a questi parametri per risolvere problemi su domini più vasti.

La stima della rigidità normale al contatto da adottare viene suggerita da

alcuni studi in letteratura riguardanti le tecniche di omogeneizzazione (vedi capitolo 2.9). Diversi autori (Walton, 1987; Bathurst e Rothenburg, 1988; Chang e Liao, 1994; Chang e Chen, 1997) hanno studiato il comportamento elastico di aggregati di particelle 3D cementate o meno, con differenti modelli di contatto e hanno proposto relazioni analitiche per determinare le proprietà macroscopiche in termini di rigidezza al contatto e tipo di packing.

Per esempio per un packing isotropo di particelle sferiche di dimensioni circa omogenee, da considerazioni cinematiche e statiche circa il campo di deformazione, Chang e Liao (1994) hanno calcolato che il modulo di Young E può variare entro questi due limiti:

$$E_{cinematico} = \frac{N_c D^2 k_n}{3V} \frac{2+3\alpha}{4+\alpha} \quad E_{statico} = \frac{5N_c D^2 k_n}{3V} \frac{\alpha}{2+3\alpha} \quad (6.2)$$

dove α è il rapporto di rigidezza $\alpha = k_s/k_n$, N_c il numero totale di contatti tra particelle presenti nel volume di riferimento V , e D è il diametro medio delle particelle. Si noti che, per un dato gruppo di particelle, il numero totale di contatti è funzione della porosità n , e quindi unicamente dalla geometria del packing.

Definendo un volume rappresentativo V , che è funzione cubica del diametro D e considerando che N_c non è influenzato da una scalatura uniforme delle particelle, le due espressioni 6.2 possono essere formalmente riscritte come:

$$E = f_1(\alpha) \cdot f_2(n) \cdot \frac{k_n}{D} \quad (6.3)$$

dove le funzioni f_1 ed f_2 sono introdotte per separare l'influenza dei parametri micromeccanici e delle caratteristiche dello scheletro solido. Si noti che per un packing cubico semplice di sfere monogranulari caricate in direzione verticale il prodotto $f_1 f_2$ è pari a 1 (per la dimostrazione vedi capitolo 2.5). Con riferimento a un modello DEM per un provino di sabbia, il valore $f_1 f_2$ può essere facilmente stimato: secondo Calvetti et al. (2003) con valori da $0.4 < f_1 f_2 < 0.5$ si ottengono risultati abbastanza buoni per simulare con un DEM la sabbia di Hostun.

L'equazione 6.3 mostra che la rigidezza macroscopica è funzione del rapporto tra la rigidezza normale al contatto e il diametro medio delle particelle (k_n/D); questo rapporto è chiamato da Calvetti (2008) *rigidezza normalizzata al contatto*. Lo stesso autore, raccogliendo dati da numerose altre simulazioni DEM di vari tipi di sabbie (Ticino, Adige, Hostun) ha verificato che il suo valore cade in un range abbastanza ristretto cioè tra 250-400 MPa.

A differenza del modello originariamente descritto da Cundall, il software usato nell'analisi (PFC3D) implementa un modello in cui le costanti elastica normale e tangenziale sono proprie della particella invece che del contatto. Pertanto chiamando k_{n1} , k_{s1} e k_{n2} , k_{s2} le costanti elastiche normali e tangenziali rispettivamente delle particelle 1 e 2, la rigidezza elastica reale (quella del contatto) è determinata da queste ultime come composizione di due molle in serie secondo le seguenti relazioni:

$$k_n = \frac{k_{n1}k_{n2}}{k_{n1}+k_{n2}} \quad k_s = \frac{k_{s1}k_{s2}}{k_{s1}+k_{s2}} \quad (6.4)$$

Nel nostro caso, considerando che tutte le particelle abbiano le medesime caratteristiche mineralogiche e meccaniche e quindi la stessa costante elastica ($k_{n1} = k_{n2} = k_{ni}$ e $k_{s1} = k_{s2} = k_{si}$) le 6.4 diventano più semplicemente:

$$k_n = \frac{1}{2}k_{ni} \quad k_s = \frac{1}{2}k_{si} \quad (6.5)$$

Analogamente al contatto particella-particella quello particella-parete viene generato con le stesse costanti elastiche.

L'ultimo parametro necessario per definire completamente il modello di contatto è il rapporto α tra la rigidezza tangenziale e normale al contatto. In letteratura è mostrato come il valore di α è importante nella determinazione del comportamento volumetrico. Kruyt e Rothenburg (2004) sulla base di simulazioni DEM 2D forniscono valori di α pari a 0.20 – 0.32 e 0.47 – 0.68 rispettivamente per aggregati densi e sciolti di particelle. Calvetti ed Emeriault (1999) analizzano l'effetto di α sulla distribuzione delle forze intergranulari e sul modulo di Poisson per un aggregato 2D. Essi concludono che per avere una rappresentazione realistica di queste quantità il vincolo alla rotazione delle particelle deve essere associato all'adozione di k_s/k_n uguale a 0.25.

Una analisi più approfondita di questo parametro, eseguita in fase di taratura, ha permesso di mostrare che, in un modello che prevede il blocco alla rotazione delle particelle, questo parametro ha una scarsa influenza sul comportamento complessivo del materiale.

Pertanto il valore della costante elastica tangenziale è stato imposto pari a $k_s = 0.25k_n$

6.2 Taratura dei parametri micromeccanici

Al fine di calibrare precisamente i parametri micromeccanici indispensabili per la simulazione agli elementi discreti (rigidezza normale k_n e tangenziale k_s al contatto ed angolo di attrito intergranulare ϕ_μ) sono state condotte alcune prove di taglio triassiale in laboratorio sul materiale SA e GB2. Le prove triassiali di laboratorio sono state eseguite su provini cilindrici ricostituiti ed in condizioni di carico assialsimmetrico. Il provino è stato preparato con la tecnica della deposizione pluviale in un campionatore e poi è stato addensato per vibrazione al fine di raggiungere la porosità desiderata. Il campione così ottenuto è stato posto in cella triassiale e compresso isotropicamente ad una pressione di confinamento prestabilita. In seguito è stato portato a rottura con applicazione di carico monotono verticale a velocità di deformazione costante e con drenaggi aperti (Prova CID). In tabella 6.2 è riportato un riepilogo delle prove triassiali eseguite.

Nome prova	Materiale	e_0	σ_{iso} [KPa]	q_{max} [KPa]	$(d\epsilon_v/d\epsilon_a)_{max}$
SA-Tx025	SA	0.66	25	115	1.21
SA-Tx050	SA	0.66	50	188	0.66
SA-Tx100	SA	0.66	100	362	0.58
SA-Tx200	SA	0.66	200	672	0.29
GB2-Tx50	GB2	0.68	50	96	0.29
GB2-Tx100	GB2	0.68	100	175	0.29
GB2-Tx200	GB2	0.68	200	290	0.29

Tabella 6.2: Le prove triassiali di laboratorio. Tutte le prove sono state eseguite con compressione isotropa drenata e rottura in condizioni drenate.

La prove utilizzate per la taratura sono state quelle a 100kPa (SA-Tx100 e GB2-Tx100).

Per riprodurre le prove triassiali sono stati realizzati diversi provini cubici in scala 1:1 costituiti di circa 10000 particelle con la medesima granulometria di quelli reali (Figura 6.1), seguendo la procedura indicata da Calvetti et al., (2003) per simulare la sabbia di Hostun.

La rotazione delle particelle è stata bloccata. I provini sono stati preparati con la medesima porosità di quelli reali posizionando le particelle in maniera random nel cubo, e riducendo progressivamente la porosità imponendo l'angolo di attrito nullo per una decina di cicli di calcolo con leggera pressione di confinamento

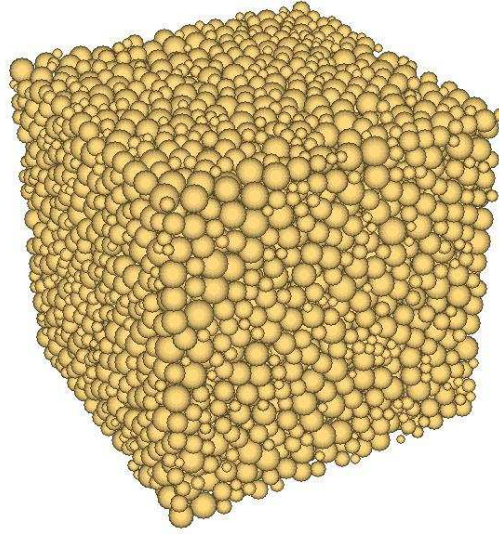


Figura 6.1: Provino triassiale DEM della sabbia dell'Adige.

($p' = 10$ kPa). Questa procedura ha consentito di ottenere provini omogenei e stabili con distribuzione isotropa dei contatti (Figura 6.3).

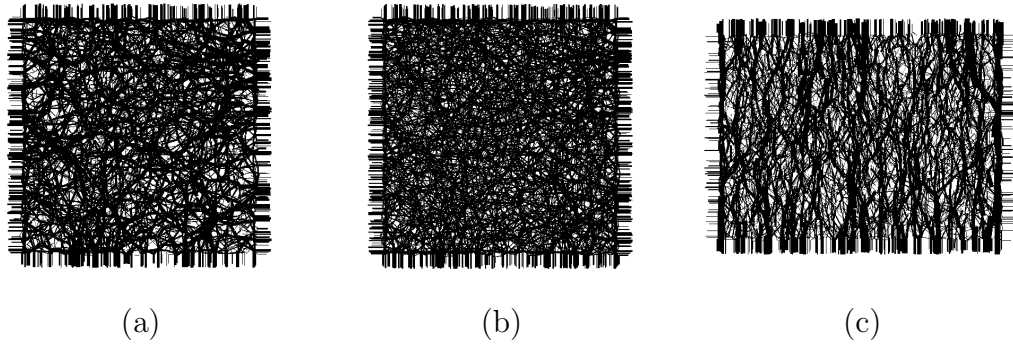


Figura 6.2: Catene di sforzo nelle diverse fasi della prova triassiale. (a) Creazione del provino a 5kPa; (b) Compressione isotropa a 100 kPa; (c) Compressione deviatorica

Su provini di questo tipo sono state eseguite una serie di prove triassiali vere (TTT da *True Triaxial Test*) raggiungendo diverse pressioni di confinamento, con diversi parametri meccanici e diversi contenuti d'acqua. Un riepilogo delle prove eseguite è contenuto in tabella 6.2.

Per ottenere una misura approssimata del modulo elastico del provino virtuale si è proceduto nel seguente modo. Si è applicato in un dato istante ad ogni contatto una resistenza allo scorrimento normale e tangenziale di valore infini-

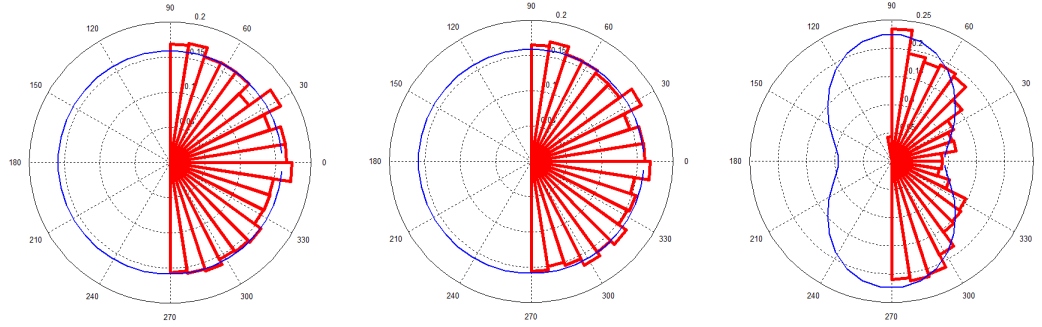


Figura 6.3: Distribuzione dei contatti nelle diverse fasi della prova triassiale. (a) Creazione del provino a 5kPa; (b) Compressione isotropa a 100 kPa; (c) Compressione deviatorica

Nome prova	Materiale	σ_{iso} [kPa]	k_n [kN/m]	$\alpha = k_s/k_n$	$\tan \phi_\mu$	n
Tri1	SA	100	100	0.250	0.315	0.3951
Tri2	SA	100	100	0.250	0.325	0.3951
Tri3	SA	100	200	0.125	0.300	0.3962
Tri4	SA	100	200	0.250	0.300	0.3962
Tri5	SA	100	200	0.375	0.300	0.3962
Tri6	SA	100	200	0.500	0.300	0.3962
Tri7	SA	100	100	0.250	0.300	0.3951
Tri8	SA	100	300	0.250	0.300	0.3966

Tabella 6.3: Elenco delle prove triassiali simulate.

tamente grande (es. 10^{10} kN) in modo da impedire il raggiungimento su ciascun contatto del massimo sforzo coulombiano. Successivamente è stata eseguita su tale provino una prova di compressione assiale e si è valutata la pendenza della retta $q - \epsilon_{ass}$ ovvero il modulo di Young del materiale particellare, E . Un'altra alternativa equivalente a questa metodologia è quella di eseguire un piccolo ciclo di carico e scarico durante la prova.

L'analisi dei risultati e il confronto con le curve reali per la taratura dei parametri micromeccanici è stato preceduto da una analisi di sensibilità.

6.2.1 Angolo di attrito interparticellare

Al fine di valutare la dipendenza della resistenza al taglio dall'angolo di attrito integranulare sono state condotte alcune simulazioni numeriche con coefficienti di attrito $\mu = \tan \phi_\mu$ pari a 0.300, 0.315 e 0.325 corrispondenti a valori di ϕ_μ rispettivamente di 16.7° , 17.5° e 18° .

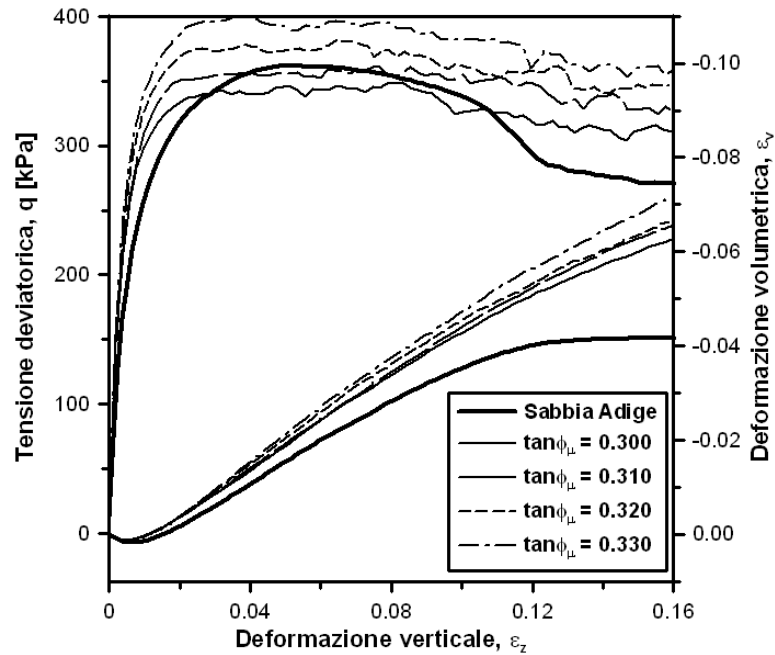


Figura 6.4: Influenza dell'angolo di attrito interparticellare.

In Figura 6.4 sono riportate le curve tenso-deformative sperimentali e numeriche per la sabbia dell'Adige (SA), in termini di sforzo deviatorico q vs. deformazione verticale ϵ_z e il comportamento volumetrico, in termini di deformazione volumetrica ϵ_v vs. ϵ_z .

E' importante notare come le curve numeriche ϵ_v vs. ϵ_z relative al provino SA interpretino molto bene la risposta reale per deformazione assiale inferiore all'8%. Questa discrepanza tra le simulazioni numeriche ed i risultati sperimentali per $\epsilon_z > 8\%$ è associata alla comparsa di localizzazioni di deformazione nel provino di laboratorio (Figura 6.5).

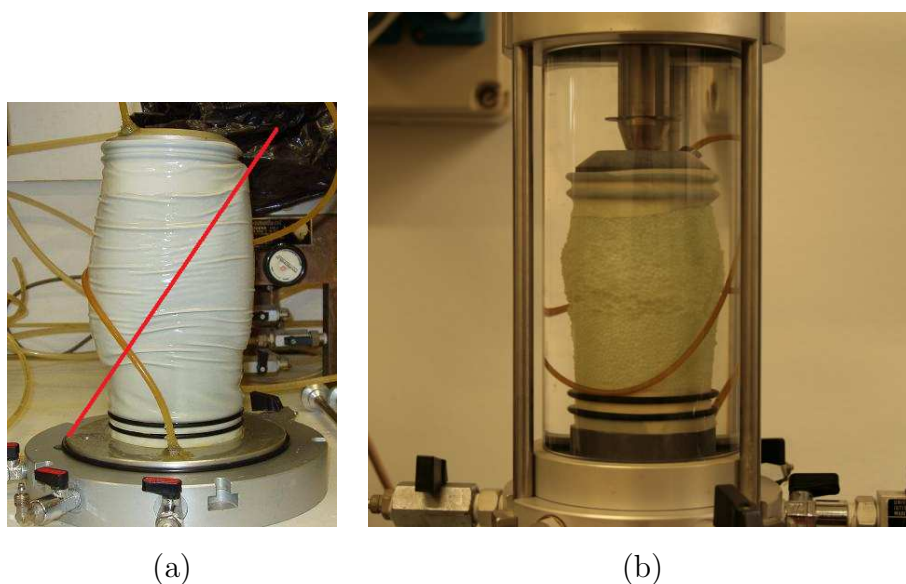


Figura 6.5: Provini triassiali di laboratorio dopo la prova a 100kPa. (a) Sabbia dell'Adige SA; (b) Palline di vetro GB2.

Al contrario non sono state registrate localizzazioni di deformazione nel corso delle simulazioni numeriche. Ciò è dovuto non solo al vincolo alla rotazione delle particelle; il provino numerico infatti è caratterizzato da pareti rigide e perfettamente lisce oltre che da dimensioni contenute. Tutte queste caratteristiche tendono a prevenire fenomeni di localizzazione (vedi capitolo 2.7) e consentono invece di evidenziare il vero comportamento meccanico del terreno.

Circa l'influenza dell'angolo di attrito intergranulare sulla risposta globale del materiale è chiaro che esso influenza la deformazione deviatorica di picco e quella critica allo stesso modo. La leggera variazione dell'angolo di attrito ϕ_μ non altera in maniera sostanziale la risposta volumetrica, in accordo con il fatto che la differenza tra l'angolo di attrito critico e quello di picco è solitamente legata alla dilatanza (Bolton, 1986).

Sulla base del confronto tra le curve i valori di angolo di attrito intergranulare

calibrati (a rotazione bloccata) sono 17.5° per la sabbia SA e 9.6° per le palline di vetro GB2.

6.2.2 Rigidezza normale al contatto

Dalle dimensioni delle particelle del modello DEM e alla luce delle considerazioni fatte nel paragrafo 6.1, una prima stima del valore della rigidezza normale al contatto è di $k_n = 100 \text{ kN/m}$ per la sabbia e di $k_n = 400 \text{ kN/m}$ per le palline di vetro GB2.

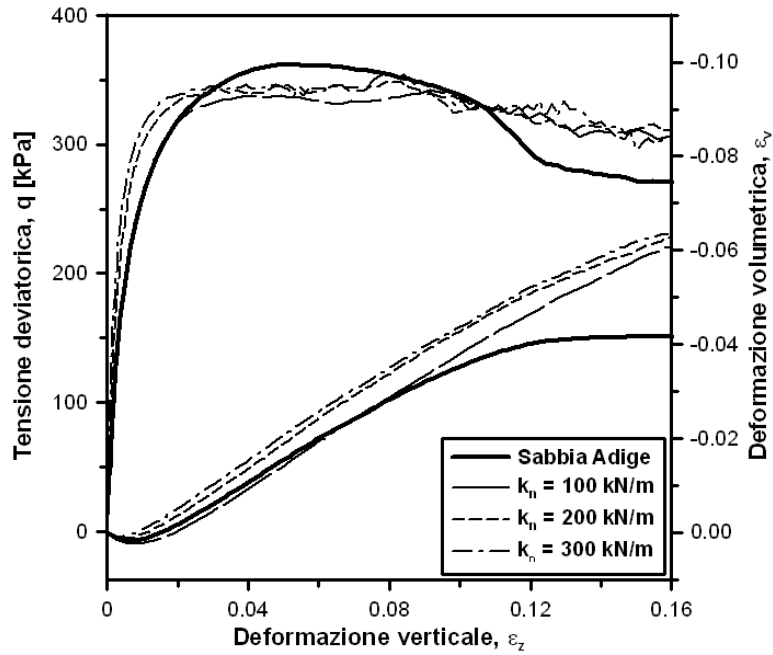


Figura 6.6: Influenza della rigidezza normale al contatto .

In figura 6.6 sono riportati i risultati sperimentali e le simulazioni sulla sabbia per valori di rigidezza normale al contatto di $k_n = 100, 200$ e 300 kN/m (gli altri parametri sono $k_s/k_n = \alpha = 0.25$, $\phi_\mu = 16.7^\circ$ e $n = 0.397$). La rigidezza al contatto normale influenza solamente il comportamento pre-picco (sia deviatorico che volumetrico) ed ha un effetto trascurabile sulla resistenza e sulla dilatanza. I valori calibrati in questo caso sono $k_n = 100 \text{ kN/m}$ per la sabbia SA e $k_n = 400$ per le palline di vetro GB cioè gli stessi precedentemente stimati.

6.2.3 Rapporto tra rigidità tangenziale e normale al contatto

Allo scopo di verificare la sensibilità del modello al rapporto tra la rigidità tangenziale e normale al contatto sono state eseguite una serie di simulazioni con $\alpha = k_s/k_n$ pari a 0.125, 0.25, 0.375 e 0.5 (con $k_n = 200 \text{ kN/m}$, $\phi_\mu = 16.7^\circ$ e $n = 0.397$).

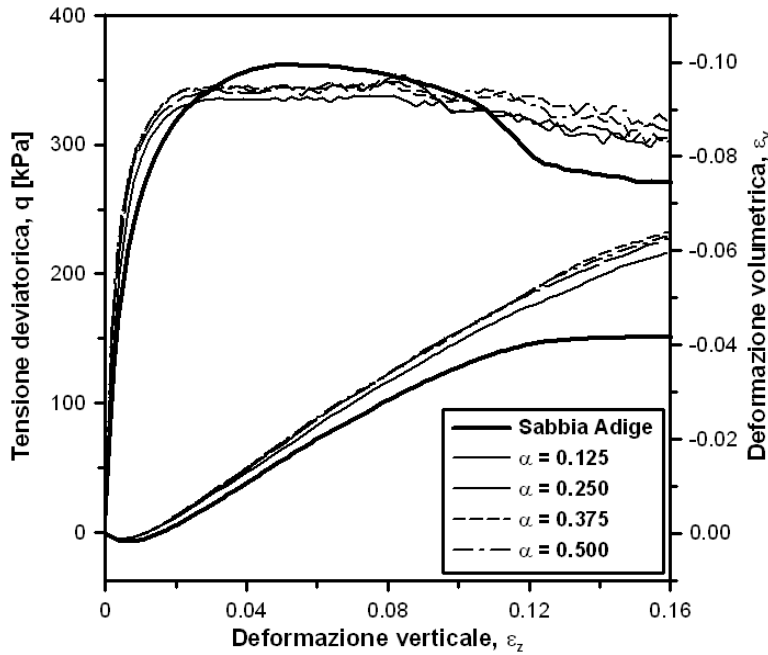


Figura 6.7: Influenza del rapporto di rigidità.

Dalle curve riportate in Figura ??, è evidente che il rapporto di rigidità influenza marginalmente sia la risposta deviatorica che quella volumetrica. Si è ritenuto perciò opportuno adoperare il valore di 0.25 suggerito da Calvetti ed Emeriault (1999) per aggregati 2D.

sectionPredizione del modello a diverse pressioni di confinamento Il modello DEM così calibrato è stato testato per riprodurre tre prove di taglio triassiale eseguite ad altrettante pressioni di confinamento (25, 50 e 200 kPa).

Il confronto tra i risultati numerici e sperimentali è mostrato nelle figura 6.8. La risposta tenso-deformativa a diverse pressioni di confinamento è riprodotta molto bene dal modello e il picco tende a scomparire per alte pressioni di confinamento. Alcune differenze possono essere osservate nel comportamento volumetrico (Figura 6.8b) specialmente ad alte tensioni di confinamento e alte deformazioni

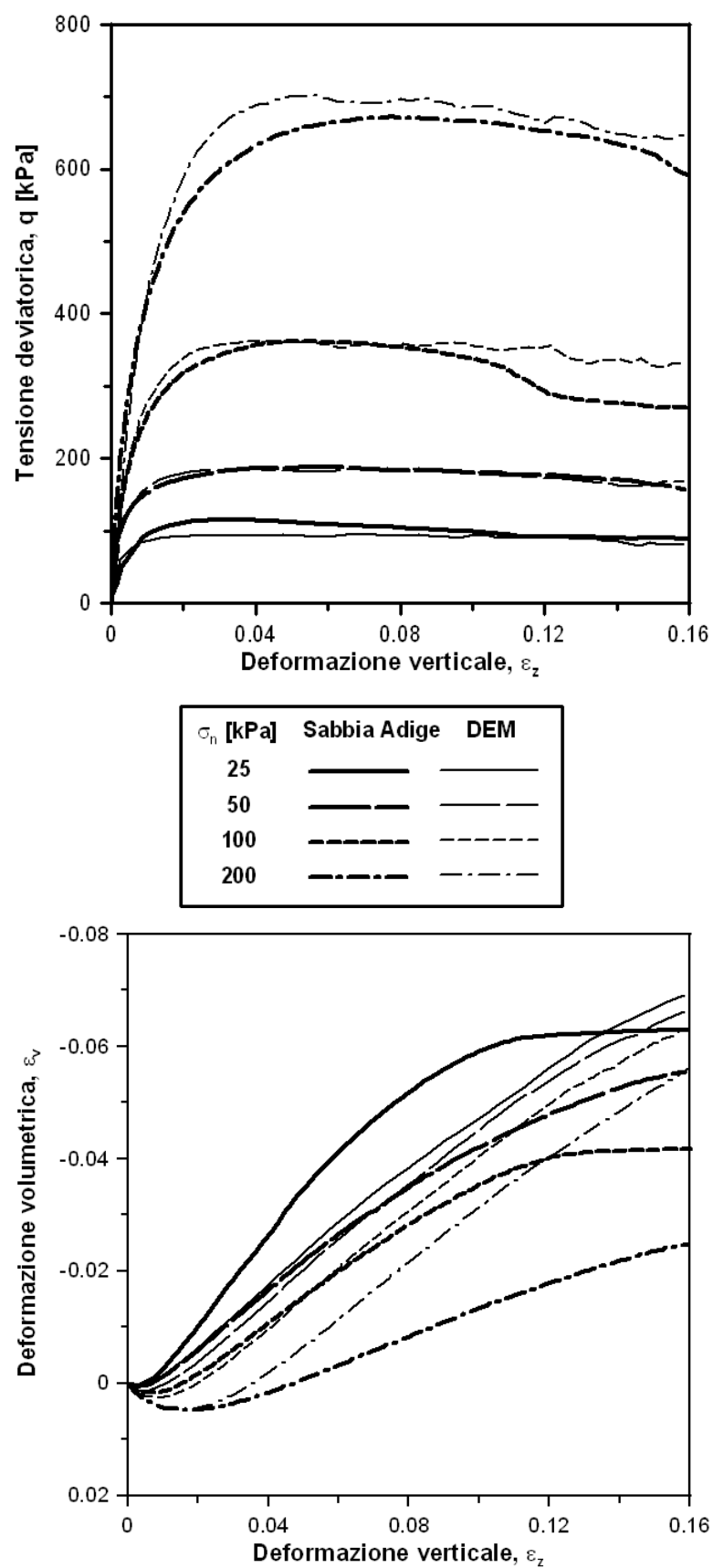


Figura 6.8: Confronto risultati numerici e sperimentali per varie tensioni di confinamento (Sabbia dell'Adige)

deviatoriche. Infatti, come è ben noto (vedi p.e. Bolton, 1986; Yamamuro and Lade, 1996), la dilatanza nelle prove su terreni granulari a crescenti pressioni di confinamento tende gradualmente a ridursi per effetto delle deformazioni plastiche ai contatti e di eventuali rotture delle particelle. Questo effetto non può essere riprodotto in maniera semplice con un modello DEM, tuttavia la sua rilevanza per gli studi delle fondazioni superficiali e delle frane superficiali di questa tesi è certamente marginale.

6.3 Effetto del contenuto d'acqua

Per valutare l'influenza del contenuto d'acqua sul comportamento meccanico del materiale sono state eseguite delle prove a basse tensioni di confinamento (0.5, 1, 3, 5 kPa). Infatti, stimando la coesione prodotta dalla presenza dell'acqua in una frazione di kPa, tensioni di confinamento troppo alte avrebbero nascosto variazioni molto piccole di resistenza. In questo caso il materiale simulato con prove triassiali è solo quello di sfere di vetro GB2. I contenuti d'acqua indagati sono compresi tra 0% e 5%. La procedura per generare il provino è la medesima di quella descritta nel capitolo 6.2. Al termine della generazione, prima della compressione isotropa, è stato distribuito, tra tutti i contatti potenziali in maniera omogenea, un volume complessivo di fluido pari al contenuto volumetrico d'acqua che si è inteso simulare.

In figura 6.9 sono mostrate le curve tenso-deformative per diversi contenuti d'acqua e diverse tensioni di confinamento. Si noti che il contenuto d'acqua produce sempre un incremento di resistenza pressoché costante a tutte le pressioni di confinamento.

Per valutare l'incremento di resistenza, si è preferito normalizzare la tensione deviatorica rispetto alla pressione isotropa ($\eta = q'/p'$). In figura 6.10 sono plottate le curve in termini di rapporto di tensione deviatorica vs. deformazione assiale.

Si noti come in questo caso l'incremento di resistenza è tanto più forte quanto più è bassa la tensione di confinamento. In altre parole a parità di contenuto d'acqua quanto più il terreno parzialmente saturo (in regime pendolare) si trova in superficie tanto sarà alto il suo contributo di resistenza.

Queste prove restituiscono informazioni importanti circa la stabilità dei pendii con gradi di saturazione molto bassi: in generale l'aumento di contenuto d'acqua

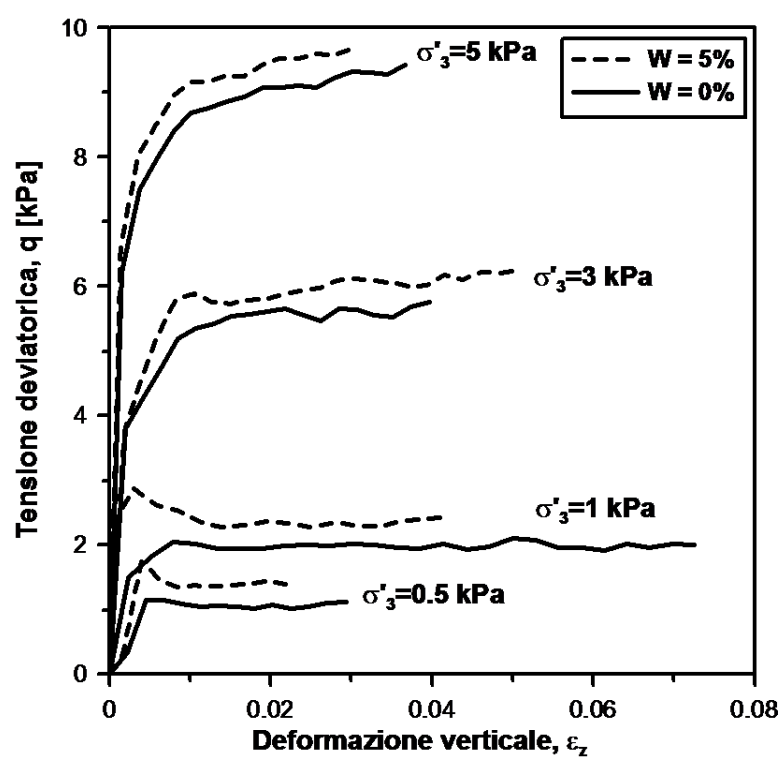


Figura 6.9: Influenza del contenuto d'acqua sul provino GB2 a diverse pressioni di confinamento.

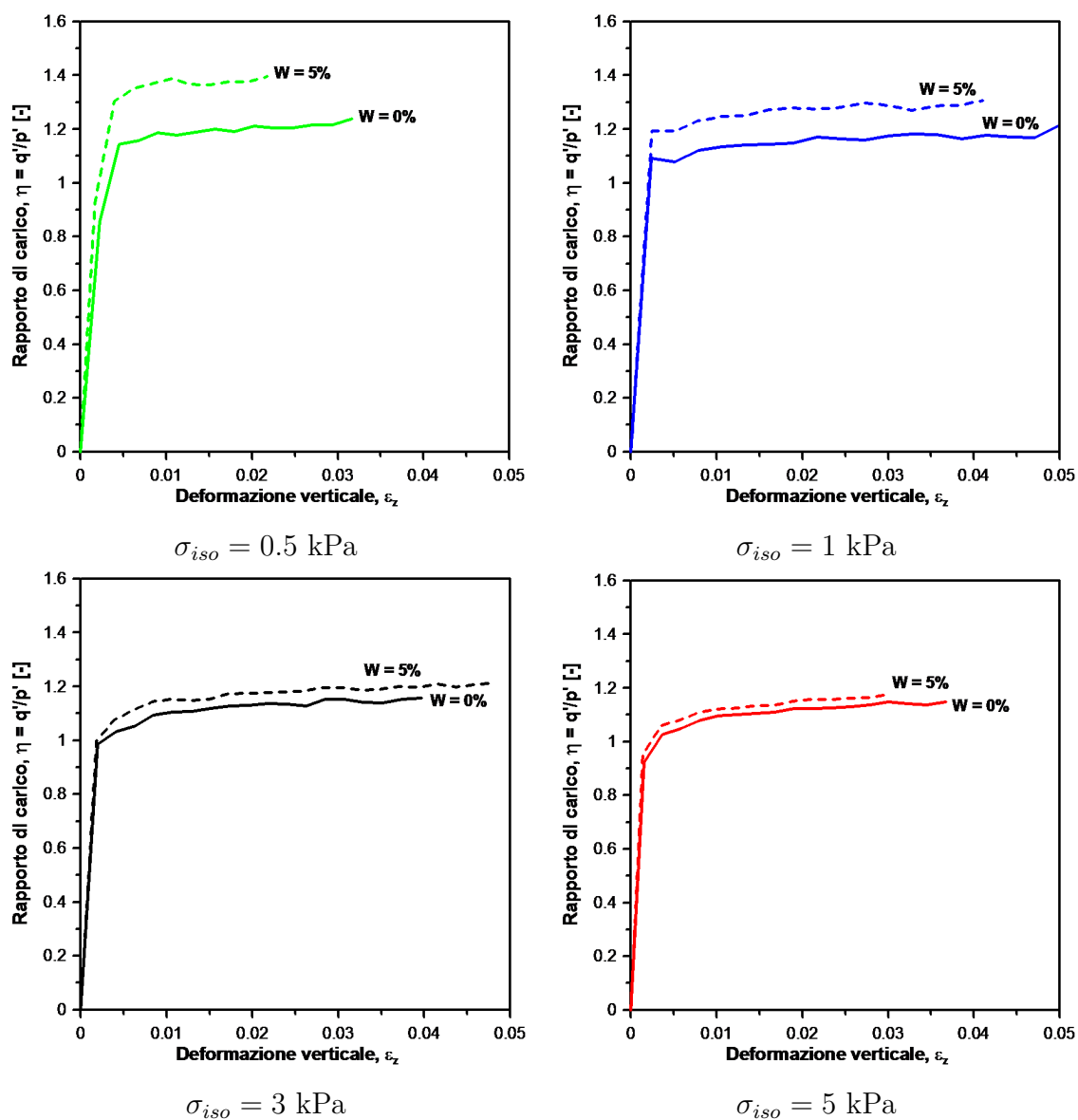


Figura 6.10: Andamento del rapporto di resistenza con il contenuto d'acqua e la tensione di confinamento.

produce un effetto stabilizzante (in regime pendolare). Inoltre ammettendo una stratigrafia omogenea, se il contenuto d'acqua cresce salendo in superficie, allora aumenta la probabilità che la superficie di instabilità si trovi in profondità e possa coinvolgere volumi di terreno più elevati.

Capitolo 7

Modello fisico di fondazione su pendio

Al fine di simulare in laboratorio alcuni fenomeni di innesco su materiale granulare, sono state progettate e costruite tre diverse apparecchiature per la sperimentazione su pendii in scala ridotta. La prima apparecchiatura, la più grande, è denominata "MS1" e deriva dal riadattamento di una precedente strumentazione per prove di carico su fondazioni dirette. Essa è stata impiegata per eseguire, su un modello di pendio in sabbia, alcune prove di carico su fondazione.

7.1 La preparazione del modello

Presso il laboratorio della sede Geomar del dipartimento di Ingegneria Idraulica Marittima Ambientale e Geotecnica è stato messo a punto una apparecchiatura (denominata MS1) per la creazione di un pendio di sabbia con la tecnica della deposizione pluviale. Essa consta di una tramoggia mobile semi-automatica che può essere sollevata ad altezza prefissata e che scorre a velocità desiderata sulle rotaie di un carro ponte grazie ad un pistone comandato da un sistema pneumatico ad olio. Internamente il fondo della tramoggia è provvisto di un nastro trasportatore in gomma movimentato da un motore elettrico. Una volta riempita di sabbia ed azionato il motore del nastro ad una prefissata velocità il materiale granulare viene sospinto attraverso una fessura a paratoia posta su uno dei lati della tramoggia. In questo modo è possibile controllare la quantità di sabbia che cade "a pioggia" dalla tramoggia in una determinata area andando a modifica-

re l'apertura della fessura e/o la velocità di scorrimento della tramoggia e/o la velocità di scorrimento del nastro.

Al di sotto della tramoggia mobile è posizionato il cassone per la preparazione del pendio modello (Figura 7.1). Si tratta di un telaio scatolare in acciaio tirantato superiormente avente dimensioni interne di lunghezza, altezza, profondità rispettivamente di 159x54x39 cm. Alla base è posizionata una lastra di acciaio resa scabra con uno strato di sabbia incollata. Sulle due facce verticali più lunghe del telaio sono fissate due pareti di vetro di 3 cm di spessore.

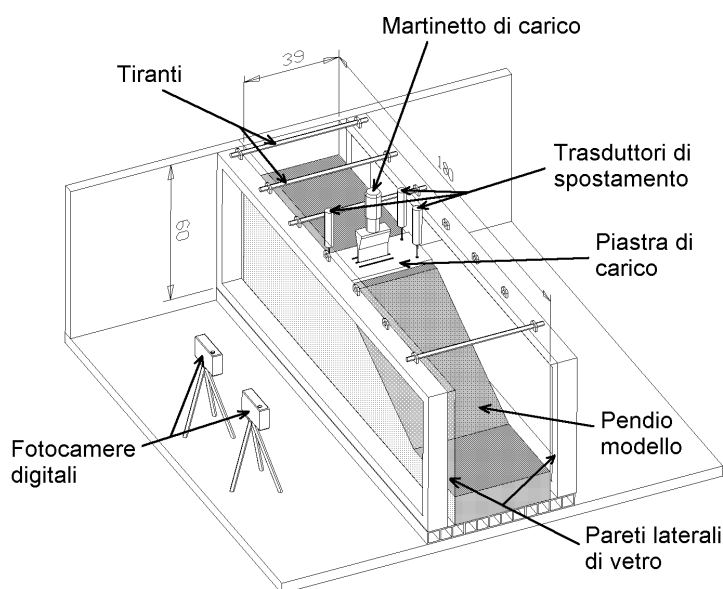


Figura 7.1: Schema del modello MS1 per le prove di carico.

Il pendio in sabbia all'interno del telaio è stato creato in due modi:

- facendo scorrere e depositare la sabbia per caduta dalla tramoggia su un'area limitata; in questo modo la scarpata del pendio si forma naturalmente ed assume inclinazione pari all'angolo di natural declivio. Tuttavia non sono conservate le caratteristiche di omogeneità e densità costante soprattutto in prossimità della scarpata.
- facendo scorrere e depositare la sabbia dalla tramoggia su tutta l'area e poi aspirando la sabbia a valle fino a raggiungere l'inclinazione e la sezione desiderata. Il pendio in questo caso può considerarsi omogeneo anche vicino alla scarpata.

Una volta generato il pendio (assumibile ad un pendio in condizioni piane) esso, insieme al telaio, può essere inclinato a piacere essendo ancorato ad un altro cassone ribaltabile.

Con un contrasto mobile sono state eseguite delle prove di carico su piastra sul pendio gestite grazie ad un sistema di acquisizione e di controllo remoto che comunica con una cella di carico, un motore elettrico passo-passo, e tre trasduttori LVDT di spostamento. In questo modo sono stati monitorate sulla piastra le forze, gli spostamenti verticali e le rotazioni.

Oltre ai tradizionali trasduttori di spostamento, a lato del pendio sono state poste due macchine fotografiche reflex digitali, che, ad intervalli di tempo prefissati, hanno scattato due immagini del pendio, una a monte e una a valle. Le immagini sono state poi corrette per eliminare le distorsioni ottico-geometriche ed eventuali aberrazioni cromatiche, assemblate per ottenere un'unica immagine ed, infine, processate con la tecnica PIV (*Particle Image Velocimetry*) per determinare l'evoluzione del campo degli spostamenti durante la prova (White et al., 2003).

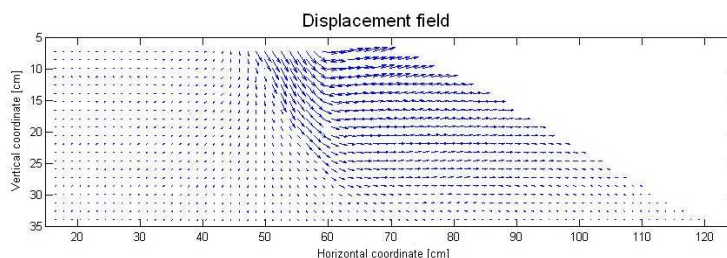


Figura 7.2: Campo degli spostamenti determinato con la tecnica PIV.

In Figura 7.2 è riportato, come esempio, il campo vettoriale degli spostamenti cumulati a partire dall'inizio della prova fino all'istante del collasso.

7.2 Il modello numerico di pendio per le prove di carico

Sebbene le prove di laboratorio su modello fisico di pendio siano state condotte in condizioni di stato piano di deformazione, per le simulazioni numeriche è stato preferito un approccio 3D con l'utilizzo di particelle sferiche invece che dischi. Ciò ha consentito una miglior riproduzione di grandezze geometriche come la

porosità e la curva granulometrica. Per calcolare gli spostamenti del pendio in stato di deformazione piana è stata utilizzata una tecnica di media spaziale.

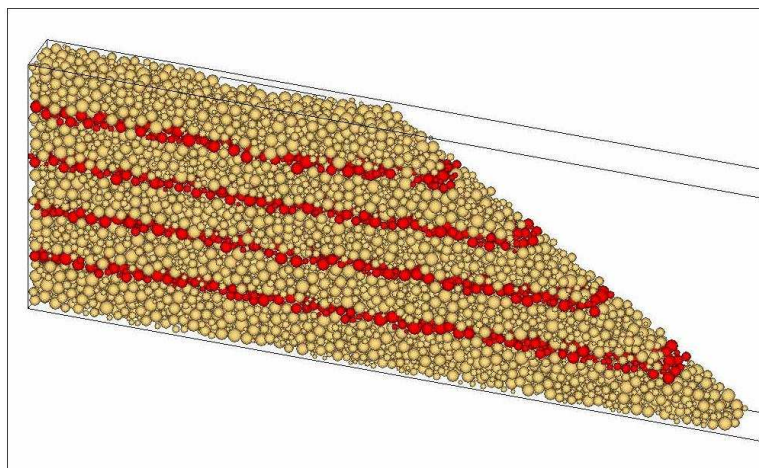


Figura 7.3: Pendio DEM riprodotto con l'approccio di scala.

Vista l'impossibilità di modellare il pendio in sabbia usando la dimensione reale dei singoli grani, è stato adottato l'approccio di scala descritto nel capitolo 6.1 che ha permesso di ridurre il numero di particelle totali a circa 10000. La dimensione delle particelle è stata scalata con un rapporto 1:25 mantenendo la stessa forma della curva granulometrica.

Lo spessore del pendio simulato è stato portato a 10 cm; lo zoccolo al piede del pendio non è stato riprodotto perché ritenuto poco influente sui risultati (Figura 7.3). Con tutti questi espedienti si è ottenuto un numero totale di particelle pari a 9193.

E' importante notare che le due pareti del modello numerico sono state assunte perfettamente lisce, consentendo così di utilizzare uno spessore di pendio sufficientemente piccolo rispetto alle dimensioni delle particelle e senza generare effetti di bordo indesiderati.

Adottando la stessa porosità del modello fisico ($n = 0.397$) e il rapporto di rigidità utilizzato nelle tarature triassiali ($\alpha = 0.25$), dall'equazione 6.3 si è ricavato che k_n deve essere incrementato dello stesso rapporto adottato per scalare le dimensioni delle particelle. In questo modo i parametri assunti per simulare le prove sul modello di pendio in sabbia sono stati:

- coefficiente d'attrito interparticellare, $\mu = \tan \phi_\mu = 0.315$;

- rigidezza normale al contatto, $k_n = 4500 \text{ kN/m}$;
- rigidezza tangenziale al contatto, $k_s = 0.25k_n = 1125 \text{ kN/m}$;
- coefficiente di damping locale, $\delta = 0.1$;
- rotazione impedita delle particelle.

Il modello numerico è stato preparato in due fasi. Inizialmente sono state definite le pareti del modello generando sei piastre. Due di queste rappresentano le pareti di vetro; una parete verticale ed una orizzontale sono state utilizzate per definire la base e il fondo della cassa; le due rimanenti piastre sono state utilizzate per definire il profilo del pendio.

Le particelle sono state posizionate in maniera random all'interno del volume così definito e sono state sottoposte alla forza di gravità. Per raggiungere la medesima porosità del pendio modello ($n = 0.397$, $D_r = 87\%$) è stata adottata una procedura simile a quella descritta nel capitolo (6.2). Infine le pareti che definivano il profilo del pendio sono state rimosse innescando un leggero riassetamento delle particelle che erano in contatto con esse (quelle al piede).

Nella seconda fase è stata creata una piastra scabra in corrispondenza dell'apice del modello e il pendio numerico è stato portato a rottura imponendo una velocità verticale costante alla piastra. Durante la fase di carico sono stati consentiti gli spostamenti orizzontali e le rotazioni mentre in contemporanea venivano registrate la forza verticale e lo spostamento delle particelle.

Un primo test numerico denominato R1 è stato eseguito in queste condizioni riproducendo così il controllo di carico adottato nelle prove su modello fisico. Successivamente sono state portate a termine altre simulazioni per valutare l'effetto delle differenti condizioni meccaniche imposte.

In tabella 7.2 sono riepilogate tutte le prove numeriche suddivise nei seguenti quattro gruppi:

1. La simulazione R2 è stata eseguita portando a zero l'attrito tra la piastra e le particelle al suo contatto al fine di evidenziare il ruolo della scabrezza della piastra.
2. Nel secondo gruppo di simulazioni (C1 e C2), la piastra è stata assunta scabra come in R1 e le condizioni di vincolo sono state modificate imponendo il blocco alla rotazione o allo spostamento verticale.

Vincoli meccanici e cinematici	R1	R2	C1	C2	S1	S2	P1
Coeff. di attrito intergranulare	0.315	0.315	0.315	0.315	0.325	0.300	0.315
Distanza piastra-bordo del pendio (d)	0 cm	0 cm	0 cm	0 cm	0 cm	0 cm	15 cm
Tipo di piastra	Scabra	Liscia	Scabra	Scabra	Scabra	Scabra	Scabra
Spostamenti orizzontali (u)	Liberi	Liberi	Zero	Zero	Zero	Zero	Liberi
Rotazione (θ)	Libera	Libera	Zero	Libera	Libera	Libera	Libera

Tabella 7.1: Elenco delle simulazioni delle prove di carico

3. Una simulazione denominata P1 è stata eseguita per investigare l'effetto della posizione della piastra all'apice del pendio: i parametri e le condizioni di vincolo sono state scelte uguali all'analisi R1 ma la piastra è stata arretrata ad una distanza di 15 cm dall'apice del pendio.
4. Due simulazioni (S1 ed S2) sono state eseguite con differenti valori dell'angolo di attrito intergranulare (cioè $\tan \phi_\mu = 0.325$ e 0.300 rispettivamente) per valutarne l'effetto in un problema non confinato; la piastra è stata imposta a muoversi verticalmente come in C2.

7.3 Analisi dei risultati numerici

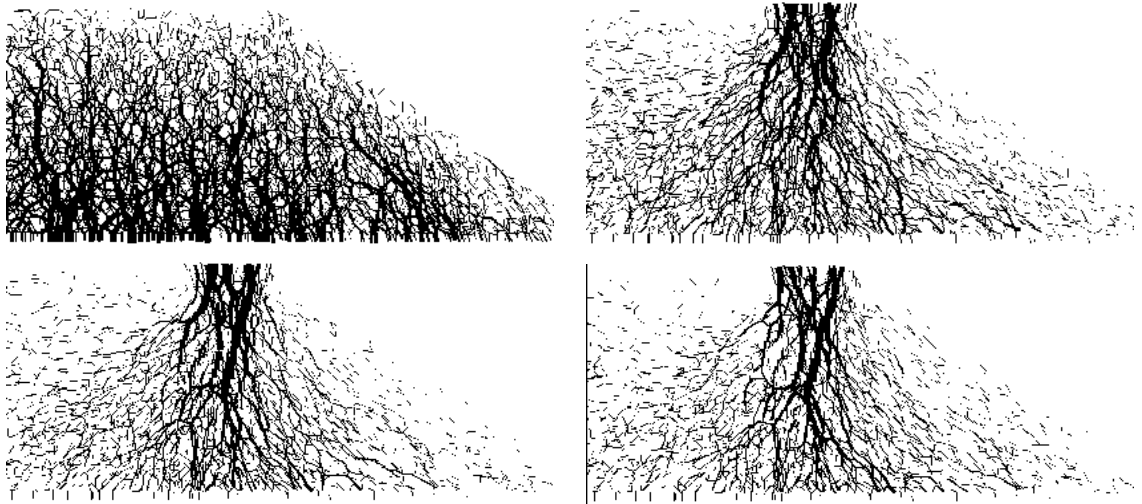


Figura 7.4: Catene di sforzo (a) all'inizio della prova; (b) prima del picco di forza $F_{max} = 1.92 \cdot 10^{-2}$ N; (c) al picco di forza $F_{max} = 3.84 \cdot 10^{-1}$ N; (d) nella fase post-picco $F_{max} = 3.78 \cdot 10^{-1}$.

Nelle Figure dalla 7.4a alla 7.4d sono riportate le distribuzioni delle catene di sforzo nelle differenti fasi della prova di carico. E' possibile notare come la rete iniziale delle catene di sforzo, determinata dalla accelerazione gravitazionale sia abbastanza omogenea (Figura 7.4a) ma rapidamente vada a modificarsi con l'incremento di spostamento della piastra. Le catene di sforzo si distribuiscono solo nel terreno al di sotto della piastra concentrandosi nella parte centrale con un processo graduale che continua anche successivamente alla rottura (Figure 7.4c e 7.4d).

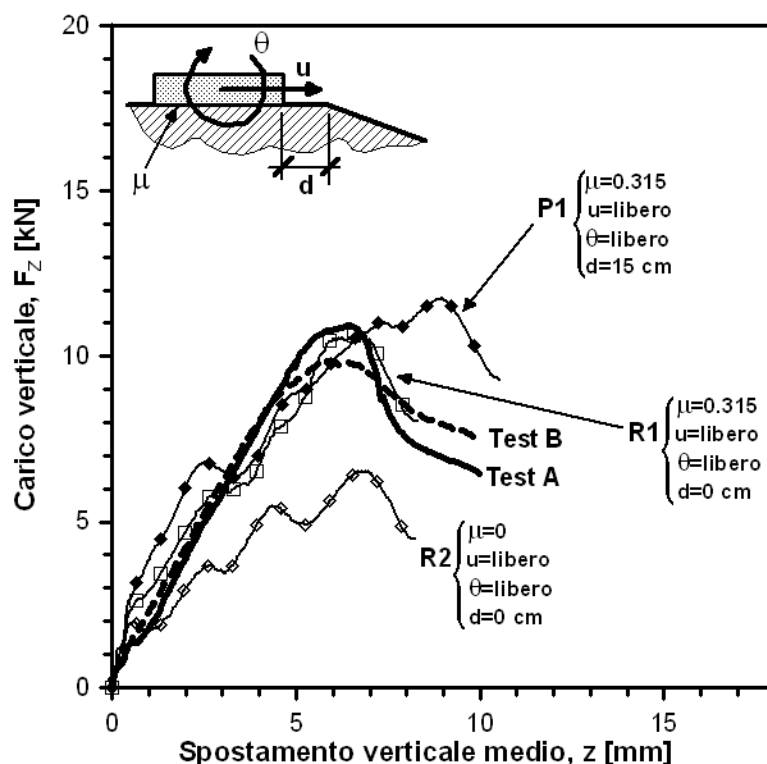


Figura 7.5: Curve carico-spostamento per le configurazioni di vincolo R1, R2, P1.

Il confronto tra i risultati numerici e sperimentali per quanto riguarda la curva carico spostamento R1 è molto soddisfacente, come è mostrato in figura 7.5. La capacità portante è molto ben predetta, ma anche il comportamento pre e post-picco sono ben seguiti.

Questo risultato costituisce una validazione dell'approccio di scala usato in questo modello e della calibrazione effettuata sulle prove triassiali per la ricerca dei parametri meccanici. La sola discrepanza che può essere notata riguarda la risposta irregolare del modello DEM nella fase pre-picco. In questa fase infatti si susseguono alcuni piccoli meccanismi di collasso parziale che determinano un decremento momentaneo del carico. Essi sono dovuti probabilmente al ristretto numero di particelle presenti al di sotto della piastra: le catene di sforzo che legano queste particelle a quelle sottostanti variano in continuazione provocando questo tipica risposta oscillatoria. Anche nelle prove di laboratorio con materiale grossolano può essere osservato questo comportamento: esso è un tipico effetto dell'analisi discreta nella quale i fenomeni di biforcazione sono enfatizzati rispetto all'approccio continuo (vedi capitolo 2.7).

7.3.1 Effetto della scabrezza della piastra

Nella Figura 7.5 sono mostrate le curve ottenute con il test R2 a confronto con i risultati sperimentali. E' evidente l'effetto importante giocato dalla ruvidità della piastra di carico, che è presa in considerazione nella precedente prova R1. L'attrito della piastra rende possibile la formazione di un cuneo di sabbia al di sotto della stessa, che si muove come un corpo rigido, analogamente a quanto si era osservato nella prova sperimentale (Figura 7.2): questo meccanismo provoca un incremento della capacità portante di circa il 70% rispetto al valore determinato nella prova R2.

7.3.2 Effetto dei vincoli sulla piastra

Poiché nel modello fisico la piastra di carico è caricata da un pistone imponendo soltanto lo spostamento verticale e senza alcun controllo sugli altri movimenti della piastra, le condizioni imposte nella prova R1 sono considerate quelle che meglio riproducono la prova sperimentale. D'altro canto nelle applicazioni pratiche geotecniche le fondazioni sono vincolate in maniera più complessa e più forte alla struttura delle costruzioni che sostengono. Lo scopo principale delle prove C1 e C2 è stato quello di dimostrare come la capacità portante possa essere pesantemente influenzata dai vincoli imposti alla fondazione. Perciò nelle analisi C1 e C2 i movimenti orizzontali sono stati imposti nulli mentre la rotazione è stata assunta libera in C2 e bloccata in C1.

Nuovamente, in Figura 7.6 le curve di carico numeriche sono confrontate con quelle sperimentali e quelle dell'analisi R1.

Un incremento complessivo di capacità portante evidenziato nella modellazione numerica è associato all'introduzione dei vincoli cinematici. Per esempio, un incremento di circa il 15-20 % della capacità portante è associato alla modifica del vincolo alla rotazione, come è evidente confrontando il test C1 (piastra con rotazione e spostamento bloccati) con C2 (piastra libera di ruotare). Il vincolo allo spostamento orizzontale, come la rugosità della piastra nel test R2, influenza in modo particolare il comportamento della piastra di carico. Infatti il cuneo triangolare di terreno sotto la piastra si muove non solo verticalmente ma anche in direzione orizzontale e di conseguenza vincolando lo spostamento orizzontale

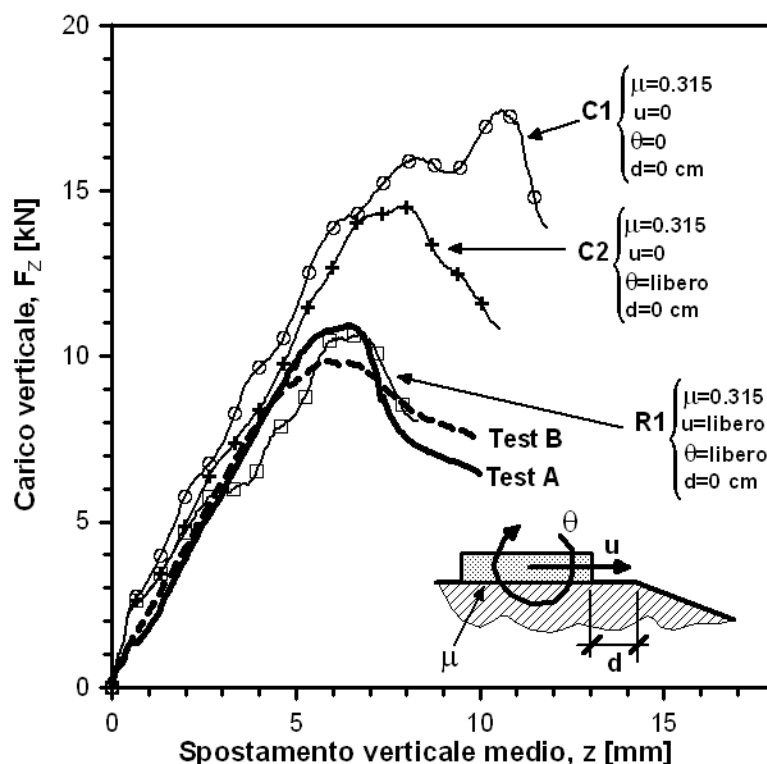


Figura 7.6: Curve carico-spostamento per le configurazioni di vincolo R1, C1, C2.

si generano forze di attrito sotto la piastra che incrementano la resistenza globale del pendio.

7.3.3 Effetto della posizione della piastra

Un test di carico denominato P1 è stato eseguito posizionando la piastra a 15 cm dall'apice del pendio e mantenendo gli stessi gradi di libertà del test R1 (rotazione e spostamenti orizzontali consentiti). In questo caso è stato registrato un incremento di capacità portante di circa il 10 % con un valore di picco raggiunto per un maggiore spostamento verticale della piastra (Figura 7.5). Nessun'altra posizione più arretrata può essere analizzata senza considerare l'influenza della parete di fondo sulla distribuzione delle catene di sforzo.

7.3.4 Effetto dell'angolo di attrito intergranulare

La figura 7.7 mostra i risultati delle prove numeriche per diversi angoli di attrito intergranulari. E' importante notare come la capacità portante sia influenzata

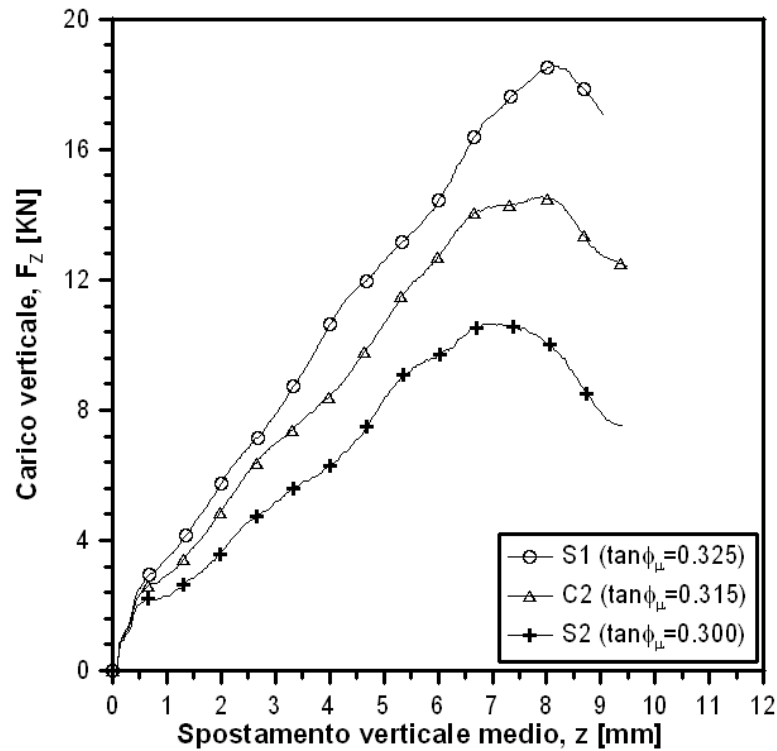


Figura 7.7: Curve carico-spostamento per diversi angoli di attrito intergranulari.

da piccole variazioni dell'angolo di attrito intergranulare più di quel che accade in condizioni confinate. Questo comportamento è noto in letteratura: diverse soluzioni semi-analitiche della capacità portante per fondazioni su pendio mostrano una significativa dipendenza dall'angolo di attrito del terreno (Meyerhof, 1957; Hansen, 1970; Vesic, 1973) che a sua volta è legato all'angolo di attrito intergranulare.

7.4 Analisi del campo degli spostamenti

Il campo degli spostamenti è stato calcolato per ciascun passo temporale usando una tecnica di media spaziale. La sezione longitudinale del modello è stata suddivisa in una prefissata *mesh* regolare e, per ciascun nodo, è stato calcolato lo spostamento come valore medio di tutti i valori di spostamento delle particelle contenute in un cilindro orizzontale centrato sul nodo.

In Figura 7.8 sono confrontati i *contour* di spostamento determinati con la tecnica PIV nel test B con quelli ottenuti applicando la tecnica di media sui risultati del modello DEM. Alcune piccole differenze nella parte destra del pendio

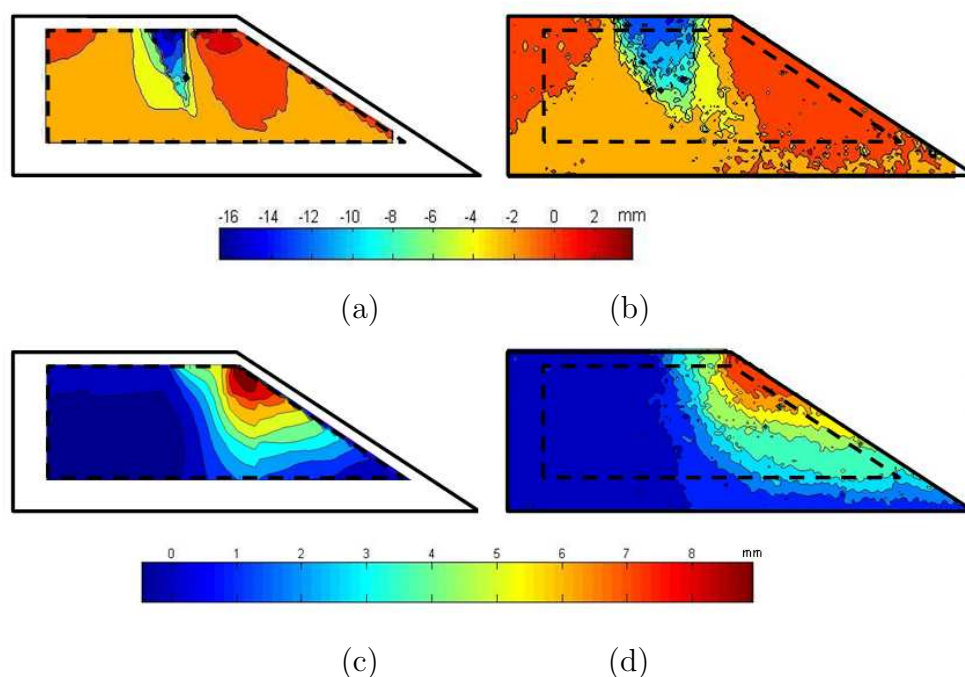


Figura 7.8: Confronto spostamenti verticali (a e b) e orizzontali (c e d) dedotti con la tecnica PIV (a e c) e dalle simulazioni numeriche (b e d).

sono probabilmente dovute alla mancanza, nel test numerico della porzione di sabbia che costituisce lo zoccolo al piede, come già descritto in precedenza. Ciò nonostante in entrambi i casi è visibile chiaramente il medesimo meccanismo di rottura: un cuneo triangolare asimmetrico che approfondendosi nel terreno muove il fronte del pendio verso destra.

Un'altra interessante caratteristica dell'analisi DEM è l'accessibilità ad altre importanti e d utili informazioni.

Per esempio, in figura 7.9, è mostrata l'evoluzione progressiva del gradiente incrementale di spostamento all'interno del volume di sabbia durante la simulazione delle prove di carico: questa elaborazione consente di visualizzare il meccanismo di rottura: nelle zone dove il gradiente raggiunge i valori più elevati c'è una concentrazione delle deformazioni a taglio. In particolare, i contour del gradiente in Figura 7.9 si riferiscono a tre differenti passi temporali: la prima immagine (Mecc. 1) si riferisce ad una fase che precede il picco di carico e nella quale non sono ben definite delle zone in cui si concentrano le deformazioni a taglio; nella seconda immagine (Mecc. 2) il meccanismo di rottura diventa evidente poiché la forza è vicina al valore di picco; nell'ultima immagine (Mecc. 3), riferita ad un passo

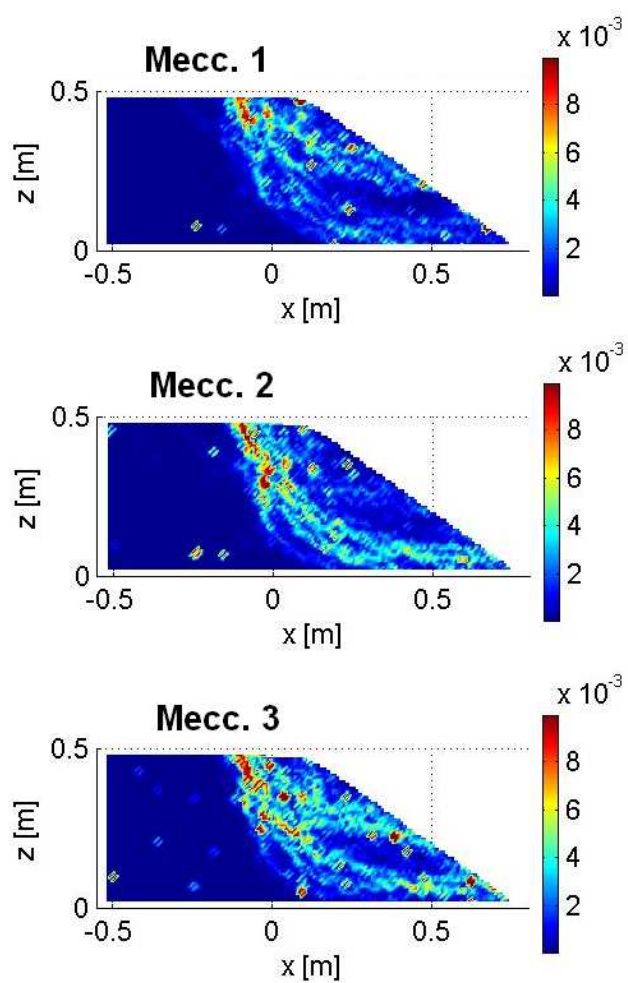


Figura 7.9: Meccanismi di rottura in tre fasi della simulazione.

temporale successivo al picco, compaiono altre bande di taglio nella massa del terreno che sembra sperimentare grandi deformazioni a taglio.

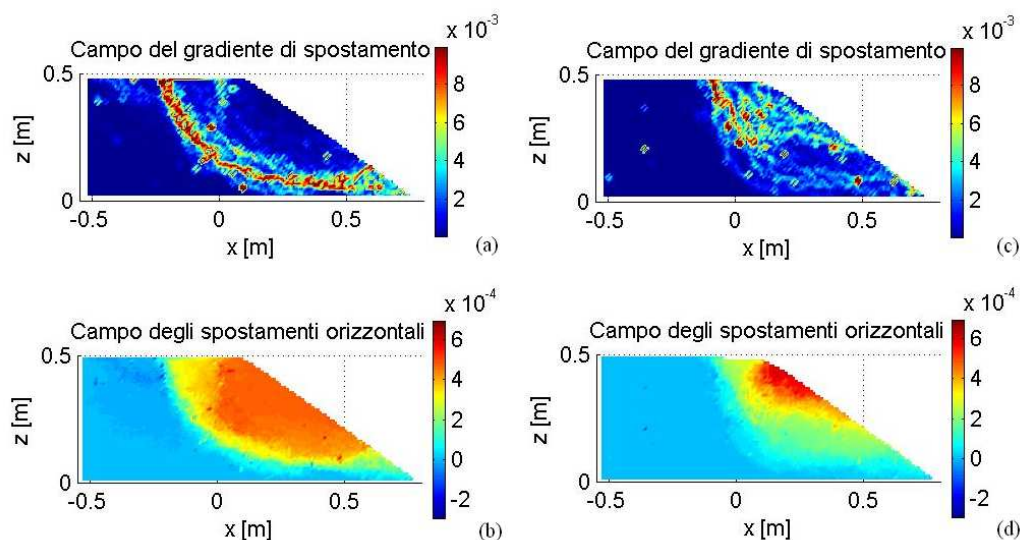


Figura 7.10: Spostamenti incrementali orizzontali (a e b) e gradienti incrementali di spostamento (c e d) per la prova P1 (a e c) e C1 (b e d)

Infine, in Figura 7.10, i gradienti incrementali di spostamento e gli spostamenti incrementali orizzontali determinati nell'analisi P1 (piastra arretrata di 15 cm) sono confrontati con quelli del test C1. E' possibile notare che nel test P1 il cuneo triangolare al di sotto della piastra e la superficie di scorrimento che si insinua quasi verticalmente sono ben definite. Sono visibili anche alcune diramazioni sub-orizzontali della superficie di scorrimento che tagliano il volume di sabbia vicino alla base ed intercettano il fronte del pendio. Nella porzione di terreno al di sopra della superficie di scorrimento le deformazioni restano piccole indicando che questa porzione sta traslando come un blocco rigido. La stessa cosa non può essere detta per i contour del gradiente nelle Figure 7.10b e 7.10d perché la localizzazione delle deformazioni a taglio è meno evidente e il volume di sabbia instabile deforma oltre che traslare orizzontalmente.

Si noti tuttavia che lo spessore della banda di taglio nelle Figure 7.10a e 7.9b, è influenzato dalla procedura di media precedentemente descritta. Come tipicamente avviene nelle simulazioni e nelle sperimentazioni (Calvetti et al., 1997), nelle quali è impiegato un ristretto numero di particelle, la banda di localizzazione tende a collassare in una linea di discontinuità nel campo degli spostamenti.

Capitolo 8

Modello di filtrazione in pendio

8.1 Premessa

Come si è accennato nel capitolo 3.4 la riproduzione del moto di filtrazione di un fluido in un mezzo poroso utilizzando un approccio particellare è un argomento estremamente complesso e allo stato attuale rappresenta una sfida ancora aperta. Come è logico, l'utilizzo di un algoritmo discreto per le particelle, aggravato, in parallelo, dalla simulazione del campo fluido al suo interno può risultare particolarmente oneroso da un punto di vista numerico-computazionale specie se il dominio in cui si opera è molto complesso e costituito di un grande numero di particelle, come nel nostro caso.

Per questo motivo la trattazione esposta in questo lavoro è il risultato di un compromesso tra l'adozione di un approccio sufficientemente particolareggiato e allo stesso tempo snello da un punto di vista dei tempi di calcolo.

Lo scopo di questo modello non sarà quindi quello di riprodurre il campo di moto nel dettaglio ma più che altro di indagare l'effetto delle forze agenti sullo scheletro solido. Un'altra sfida scientifica importante, che non sarà trattata in questo lavoro, e che riguarda un recente filone di ricerca, studia la possibilità di calcolare una grandezza macrofenomenologica come la permeabilità a partire dalla definizione della geometria del mezzo poroso (Spaid e Phelan, 1997).

In questa ricerca il moto di filtrazione all'interno del pendio è stato simulato senza un effettivo accoppiamento tra il regime idraulico e lo scheletro solido. Tale approccio è stata supportato da alcune osservazioni sperimentali e da una serie di studi numerici in letteratura.

8.2 Modello fisico di filtrazione su pendio

L'apparecchiatura per la creazione del pendio e la procedura di deposizione sono sostanzialmente le stesse utilizzate per le prove di carico su piastra e descritte nel capitolo 7.1; solamente il telaio in cui viene depositata la sabbia è stato riadattato per poter eseguire le prove di filtrazione (Figura ??).

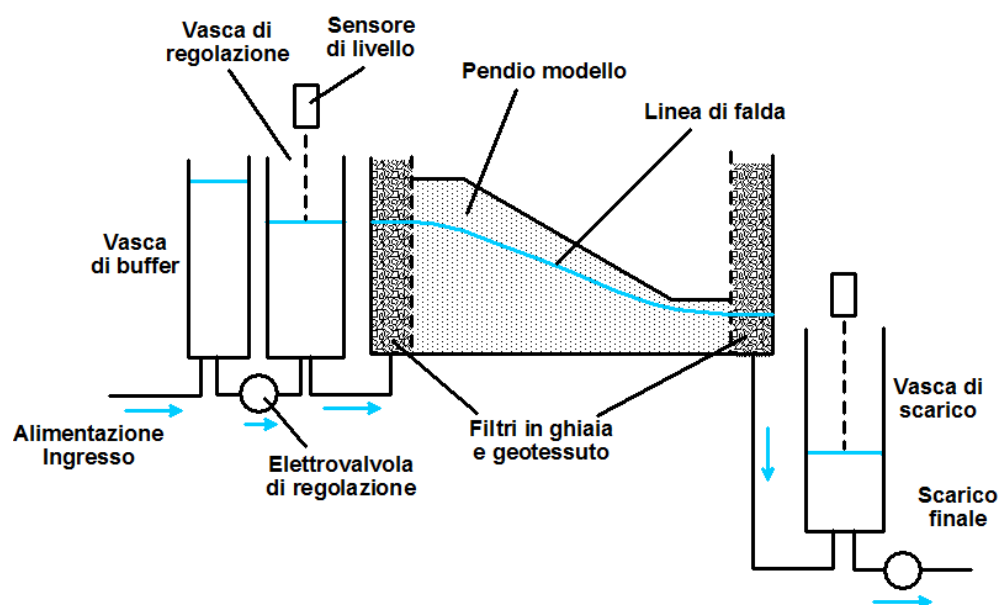


Figura 8.1: Schema del circuito idraulico per il modello di pendio in sabbia.

Il fondo è stato impermeabilizzato ed accanto al cassone di prova, collegato a monte e a valle del modello, è stato predisposto un circuito per il circolo dell'acqua con un sistema di vasche di ingresso e di raccolta in uscita per simulare il moto di filtrazione nel pendio. Le vasche di ingresso, una di "buffer" e una di "regolazione fine", consentono di imporre un carico idraulico prestabilito a monte del pendio mentre attraverso quelle di valle è possibile misurare le portate in uscita (figura 8.1). All'interno del telaio inoltre sono stati aggiunti, a "monte" e a "valle", due elementi filtranti di 9 cm di spessore costituiti da una gabbia forata in acciaio inox, rivestita di geotessuto e riempita al suo interno di ghiaia (Figura 8.2). I due elementi consentono così di omogeneizzare il flusso proveniente dalle vasche di monte su tutta la sezione del pendio e di raccogliarlo a valle senza che vi sia erosione e trasporto di materiale.

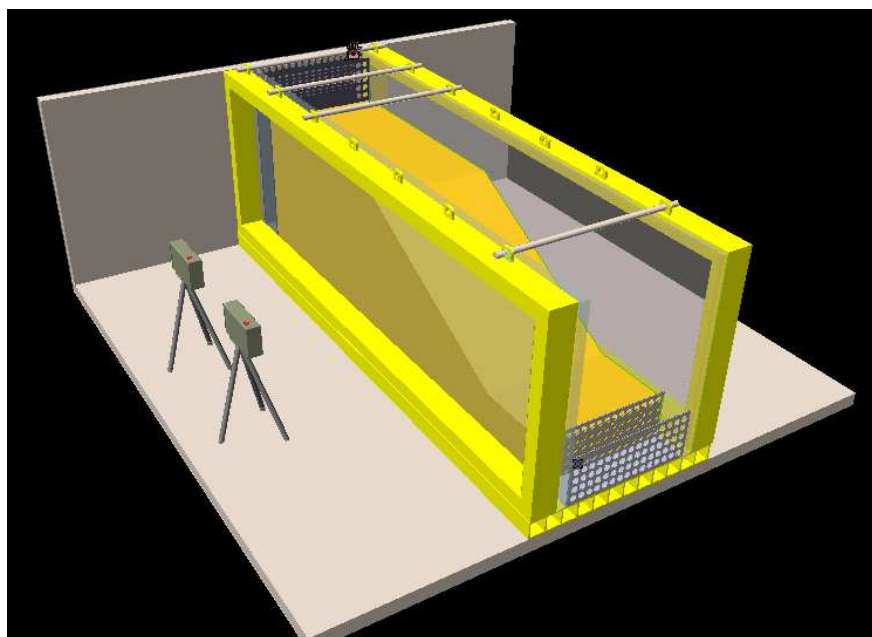


Figura 8.2: Telaio modificato per la riproduzione del moto di filtrazione all'interno del pendio.

8.3 La prova di filtrazione su pendio

L'esecuzione delle prove di filtrazione è stata monitorata e controllata con un software appositamente creato in Labview che gestisce due trasduttori di livello, due interruttori galleggianti e due elettrovalvole. In particolare sono stati misurati in continuo i livelli e le portate entranti a monte, le portate uscenti a valle e, attraverso una coppia di fotocamere montate lateralmente al pendio, sono state eseguite istantanee ad intervalli di tempo prefissati.

Il pendio è stato preparato con diversi angoli di declivio (β) ottenuti sia naturalmente, per deposizione pluviale su di un'area ristretta, che per deposizione sull'intero telaio ed aspirazione della parte di valle. Alcune prove sono state condotte con il telaio in posizione inclinata di un angolo α (Figura 8.3). In tutte le prove di filtrazione la sabbia costituente il pendio partiva da una condizione completamente asciutta ottenuta essiccando la sabbia in forno a 105°C . All'inizio della prova a monte del pendio è stato applicato un carico idraulico che cresceva in altezza fino a raggiungere un livello di regime pari ad $h = 43$ cm, livello che è stato mantenuto fino al termine delle prove.

In tabella 8.3 e in figura 8.6 sono riportate tutte le prove di filtrazione eseguite

Nome prova	Tipo di deposizione	Inclinazione del telaio, α [°]	Inclinazione pendio, β [°]	$\beta + \alpha$, [°]	Carico idraulico a monte, h [cm]
MS-P1	Pluviale su un area ristretta	0	35	35	43
MS-P2	Pluviale sull'intero telaio + aspirazione a valle	0	35	35	43
MS-P3	Pluviale sull'intero telaio + aspirazione a valle	0	22.3	22.3	43
MS-P4	Pluviale sull'intero telaio + aspirazione a valle	12.7	22.3	35	43

Tabella 8.1: Riepilogo delle prove di filtrazione eseguite sul telaio MS

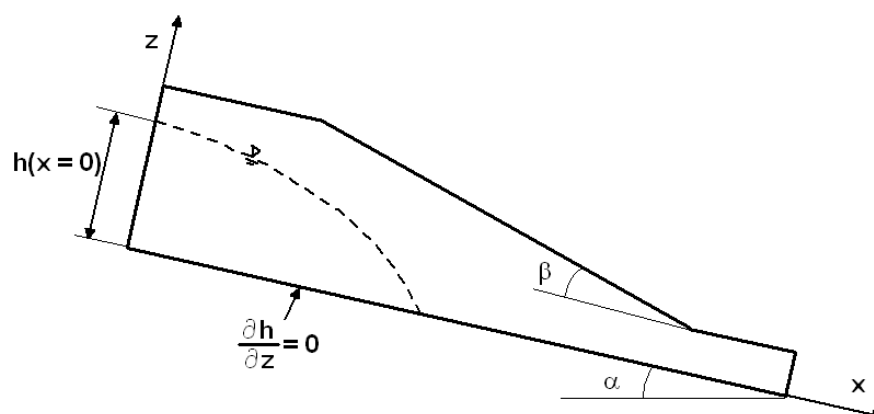


Figura 8.3: Schema del pendio e del telaio per la modellazione fisica della filtrazione. α è l'angolo di inclinazione del telaio e β l'angolo di inclinazione del pendio rispetto al telaio; h è il carico idraulico imposto a monte.

in laboratorio con le relative caratteristiche geometriche e condizioni al contorno.

Successivamente, dalla sequenza di immagini si è proceduto a misurare il campo degli spostamenti all'interno del pendio con la tecnica PIV in maniera analoga a quanto fatto per le prove di carico su pendio (vedi capitolo 7.1).

Inoltre, grazie ad un programma in Matlab appositamente creato per l'analisi delle immagini, è stato tracciato ed estrapolato il profilo del contorno bagnato di tutte le immagini della prova. Ad esso è stata sottratta una quota pari all'altezza di risalita capillare nel tempo determinata grazie ai dati di una prova di risalita capillare su un campione cilindrico. In questo modo è stato possibile ricostruire l'avanzamento della linea di falda nel corso della prova.

8.4 Risultati delle prove di filtrazione su pendio

Le prove eseguite sui modelli di pendio in sabbia hanno mostrato che, nelle condizioni testate, il moto di filtrazione non produce alcuno spostamento sostanziale delle particelle interne al pendio e nessun tipo di meccanismo di collasso. In particolare la ricostruzione del campo di spostamenti, effettuata con la tecnica PIV, ha accertato che gli spostamenti massimi del pendio sono dell'ordine di 0.2 mm ovvero confrontabili con la risoluzione spaziale della tecnica PIV (Sperotto, 2007).

L'unico effetto registrato nelle sequenze fotografiche e difficile da ricostruire con la tecnica PIV è uno spostamento locale delle particelle al piede del pen-



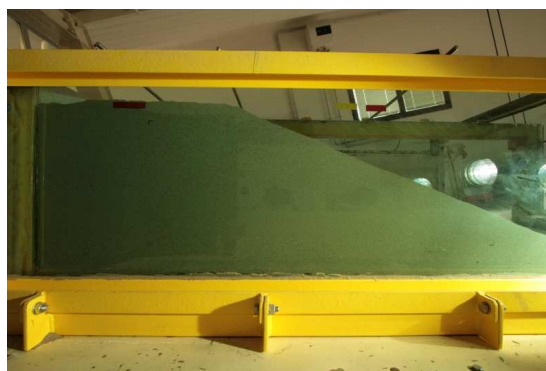
MS-P1



MS-P2



MS-P3



MS-P4

Figura 8.4: Fotografie del pendio nelle diverse prove di filtrazione.

dio (Figura ??) che si verifica quando la linea di falda raggiunge il punto di intersezione tra il piede e la scarpata (Sperotto, 2007; Zollet, 2008).

Questo fenomeno non è propriamente classificabile come "liquefazione statica" ma piuttosto come "erosione localizzata": poche particelle prossime alla superficie vengono mobilizzate per effetto delle forze di trascinamento producendo lo scivolamento di quelle immediatamente adiacenti e una alterazione momentanea del campo di moto fluido.

Questo comportamento conferma il fatto che, in queste condizioni, per un mezzo idrodinamicamente stabile¹ e con porosità elevate, la degradazione dell'energia del fluido nel passaggio al suo interno avviene principalmente per effetti viscosi che vengono dissipati da un riequilibrio elastico dello scheletro solido. Non esiste perciò un vero regime di accoppiamento fluido-solido nel quale il movimento del solido produce sovrappressioni ma solamente un moto fluido che localmente produce lo spostamento di alcune particelle superficiali meno confinate (erosione e fluidificazione).

Il medesimo comportamento è stato mostrato recentemente da El Shamy e Zeghal (2005) con un modello numerico fluido-solido accoppiato. I due autori indagando la risposta di un deposito sabbioso soggetto a flusso in condizioni di gradiente subcritico ($i < 0.971$) hanno osservato che:

- le particelle sperimentano solo spostamenti infinitesimali: le deformazioni dello scheletro solido e le variazioni di porosità associate sono del tutto insignificanti;
- il moto del fluido è essenzialmente laminare ($1 < Re_p < 100$)² ma devia leggermente dalla legge di Darcy.

Poi incrementando gradualmente il gradiente da $i = 0.971$ a $i = 1.040$ osservano liquefazione e cioè:

- si genera un movimento repentino verso l'alto di molte particelle;
- le tensioni effettive si annullano

¹cioè senza possibilità di migrazione di fine.

² Re_p è il numero di Reynolds particellare (Wen e Yu, 1966) definito come $Re_p = \frac{n\rho_f \bar{d}_p}{\mu_f} |\bar{v}_f - \bar{v}_p|$ dove n è la porosità, ρ_f la densità del fluido, $\bar{d}_p$ è il diametro equivalente della particella ($\bar{d}_p = 6/S_a$, con S_a superficie specifica media, Comiti e Renaud, 1989), μ_f la viscosità del fluido, $\bar{v}_f$ la sua velocità media e $\bar{v}_p$ la velocità media delle particelle.

- il fluido passa preferenzialmente attraverso zone a porosità più elevate dove sperimenta minore resistenza;
- il flusso rimane per lo più in condizioni laminari ma sempre oltre il regime di Darcy; solo poche zone sperimentano un flusso non-laminare con numeri $Re_p \approx 300$.

8.5 Modellazione del moto di filtrazione

Nel trattare il moto di filtrazione in regime transitorio in un mezzo poroso si può ricorrere a procedimenti numerici (differenze finite o elementi finiti) o usare approssimazioni che considerano un regime stazionario in evoluzione nel tempo. Diversi autori mostrano la validità di soluzioni approssimate dell'equazione di Laplace con condizioni al contorno differenti (Philippe e Richard, 2008).

Dupuit (1863) nel trattare i campi di moto a superficie libera confinati inferiormente da un piano impermeabile, propose un metodo semplice ma ingegnoso che può essere utilizzato, con qualche approssimazione, anche per il nostro problema di laboratorio. Egli partì da alcune assunzioni fondamentali:

1. l'inclinazione della superficie libera ($p = 0$) è modesta e tale per cui il flusso può essere assunto orizzontale e le equipotenziali verticali.
2. il gradiente idraulico è uguale alla pendenza della superficie libera e per la 1. è invariante con la profondità.

Sebbene queste ipotesi possano essere considerate restrittive, specie in regime transitorio, i risultati ottenuti con questa semplificazione non sono molto diversi da quelli ottenibili numericamente con un software agli elementi finiti. In Figura ?? è riportato il contour del potenziale per una delle prove di filtrazione in regime transitorio nel quale sono ben visibili le linee equipotenziali verticali come ipotizzato da Dupuit. L'unica eccezione è rappresentata dal fronte saturo che presenta invece gradienti idraulici più elevati. Assumendo nulla la pressione in

Figura 8.5: Elaborazione agli elementi finiti del potenziale idraulico per la prova MS-P??

superficie si ha un carico idraulico $h(x, y, z) = z$. Dupuit mostra che le ipotesi 1.

e 2. conducono ad una equazione di Laplace modificata:

$$\frac{\partial^2 h^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h^2}{\partial y^2} = 0 \quad (8.1)$$

Assumendo un sistema di coordinate piane (x, z) sul pendio, con origine il vertice in basso a sinistra (Figura 8.3), l'equazione 8.1 diviene $\frac{d^2(h^2)}{dx^2} = 0$ che integrata restituisce una parabola di equazione generale

$$h^2 = Ax + B \quad (8.2)$$

dove i coefficienti A e B in un moto transitorio sono variabili nel tempo ($A = A(t)$ e $B = B(t)$). La funzione parabolica da fittare è stata così ricercata dalle sequenze fotografiche nelle quali era stato individuato il profilo bagnato.

In appendice è riportato il listato del codice Matlab per l'analisi delle sequenze fotografiche.

8.6 Determinazione della forza di drag

In questo approccio, come suggerito dalle sperimentazioni di laboratorio e dai risultati di El Shamy e Zeghal (2005), non viene effettuato l'accoppiamento tra il moto fluido e le particelle solide ma solo il fluido è in grado di produrre lo spostamento delle particelle.

E' noto come il moto del fluido in un mezzo granulare produce delle forze di filtrazione che, per bassi numeri di Reynolds, sono proporzionali al volume di terreno, alla densità del fluido e al gradiente di filtrazione. Queste forze di filtrazione in realtà agiscono su ciascuna particella in maniera differente e la loro intensità e direzione può essere determinata correttamente solo risolvendo l'equazione di Navier-Stokes e quella di continuità su un dominio molto complesso rappresentato da tutte le microporosità dello scheletro solido (vedi capitolo 3.4).

In generale ciascuna particella sarà sollecitata diversamente in relazione principalmente al volume occupato dalla particella, alla porosità locale e al gradiente idraulico locale.

Adottando l'ipotesi di Dupuit, secondo cui la quota piezometrica h è costante lungo ogni sezione verticale e quindi uguale alla quota geometrica della superficie libera, è possibile determinare il gradiente i in corrispondenza della posizione x di ogni particella come la derivata della linea di falda in superficie cioè $i(x, t)$. Il gradiente quindi nell'ipotesi di Dupuit è invariante con la profondità.

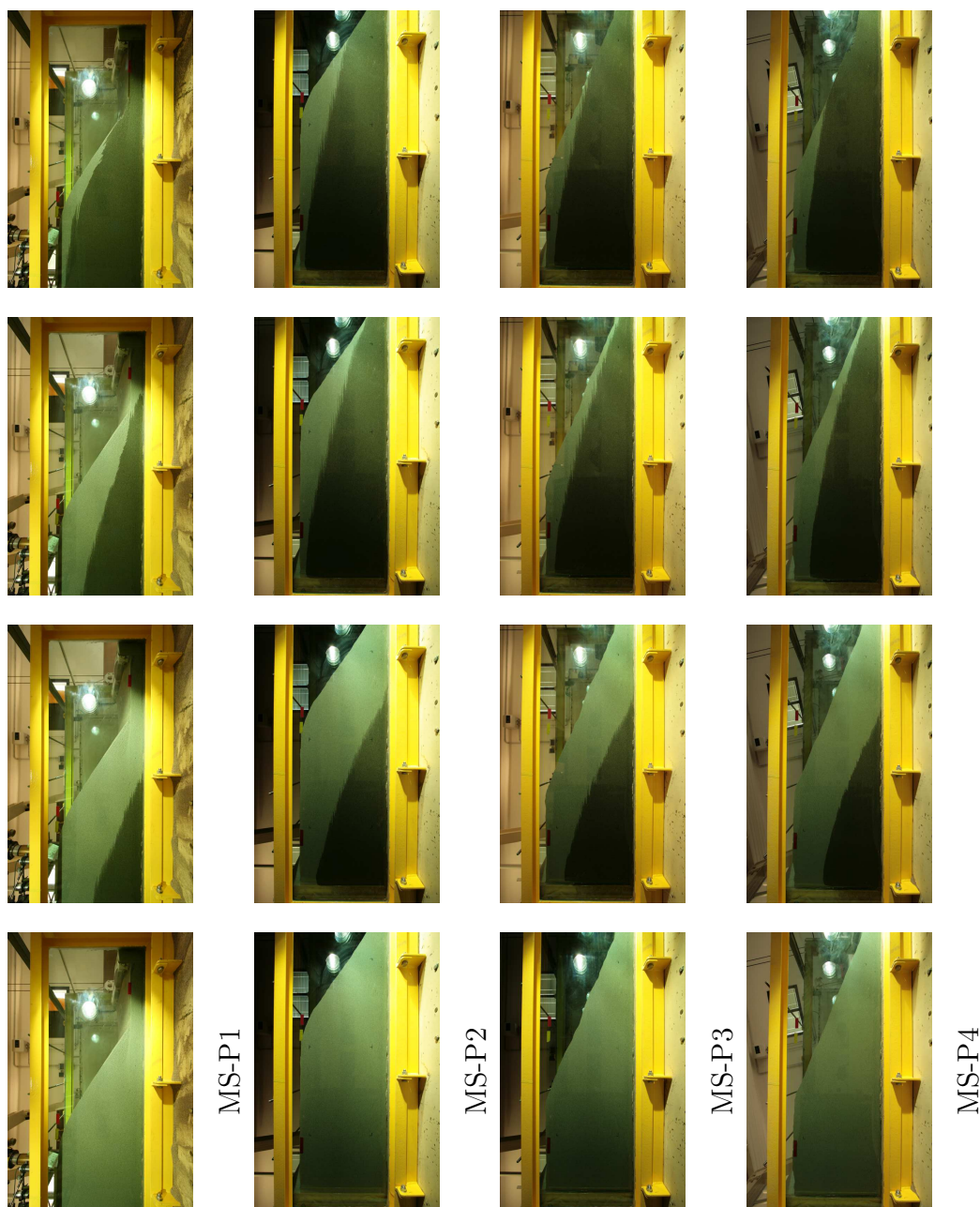


Figura 8.6: Sequenza dell'osservazione del fronte del materiale nella direzione di

Considerando il volume infinitesimo $dV = z(x)dx$ questo sarà sottoposto alla forza di filtrazione $F_{filtr} = i\gamma_w dV = i\gamma_w z(x)dx$. Per definizione, il volume occupato dallo scheletro solido è $V_s = \sum_j V_s^j = V(1 - n)$ dove V_s^j è il volume di una singola particella j -esima all'interno di V . Assumendo che la forza si trasmetta unicamente allo scheletro solido si ha che su di esso agisce una forza pari a $F_{filtr} = i\gamma_w V = i\gamma_w \frac{V_s}{1-n}$. Ciascuna particella j -esima quindi risente di una forza di drag F_d^j pari a

$$F_d^j = \frac{\gamma_w i V_s^j}{1 - n} \quad (8.3)$$

In questo modo ho assicurato che $F_{filtr} = \sum_j F_d^j$.

Invece di assumere la porosità costante su ciascun volumetto verticale e quindi variabile unicamente con la x determino la porosità nella sezione x e la distribuisco tra tutte le particelle della sezione in maniera differente per ottenere una porosità locale. Per far ciò considero alcune proprietà dello scheletro solido.

Dal diagramma di fase di Makse et al. (2008) (vedi capitolo ??), che lega la porosità n con il numero di coordinazione m , la condizione limite di stabilità del packing è rappresentata dalla linea RLP (Random Loose Packing) la cui espressione è:

$$n_{RLP}(m) \approx 1 - \frac{m}{m + 2\sqrt{3}} \quad (8.4)$$

Quindi conoscendo il numero di coordinazione della particella j -esima m^j si risale facilmente al valore di n_{RLP} da inserire nell'espressione 8.3 per ottenere la forza di drag della singola particella.

Sfruttando questa relazione possiamo ottenere una porosità locale centrata sulla particella e che dipende dal numero di contatti della stessa.

Con questo metodo la forza di drag assegnata a ciascuna particella j dipende da:

- il volume V^j della particella
- il gradiente $i = i(x)$ (che dipende solo dalla posizione x)
- la porosità locale attraverso il numero di coordinazione m^j della particella

La singola particella inoltre sarà sottoposta ad una forza di galleggiamento diretta verso l'alto e pari al peso del fluido spostato (spinta di Archimede) e cioè:

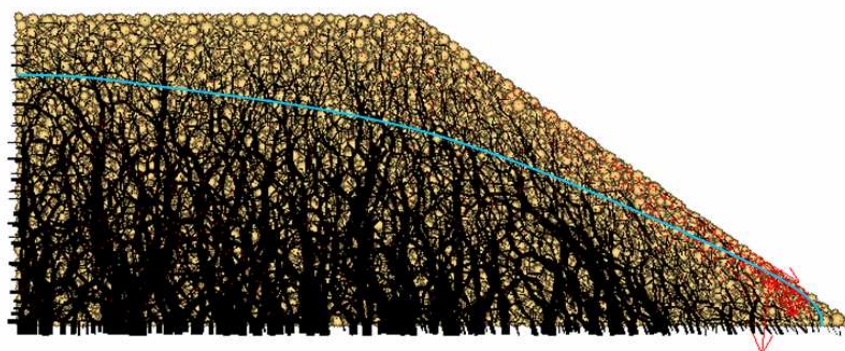
$$F_a^j = \gamma_w V_s^j \quad (8.5)$$

8.7 Simulazione del moto di filtrazione

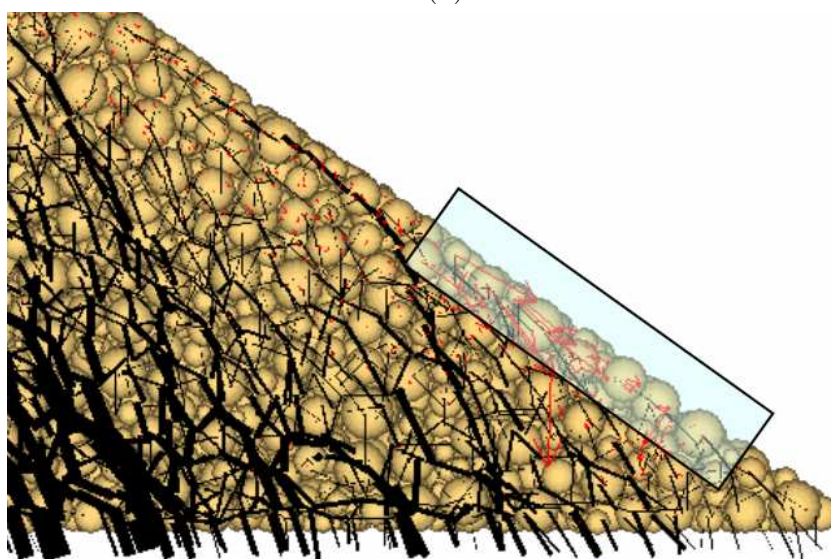
Con il pendio numerico DEM in scala, precedentemente creato per le prove di carico, sono state simulate alcune prove di filtrazione. Alle particelle al di sotto della linea di falda sono state applicate le forze di trascinamento (Eq. 8.3 e 8.4), e la spinta di Archimede (Eq. 8.5).

Per simulare l'evoluzione della linea di falda in regime transitorio (calcolata istante per istante con il fit parabolico sul profilo bagnato) è stata imposta una velocità di avanzamento del fronte fittizia ma sufficientemente piccola per consentire il riassetamento statico delle catene di sforzo nel pendio.

L'indagine numerica ha evidenziato una buona corrispondenza con il meccanismo erosivo nel caso reale. In particolare non sono stati registrati spostamenti significativi delle particelle interne al pendio fintantoché la linea di falda non ha raggiunto la superficie in corrispondenza del piede (Figura 8.7a). In questo istante solo le particelle più esterne, più sollecitate per le basse porosità e gli alti gradienti, e meno stabili per l'assenza di confinamento, hanno iniziato a muoversi producendo il riassetamento di quelle immediatamente a monte.



(a)



(b)

Figura 8.7: (a) Catene di sforzo (nere) e velocità istantanee (rosse) nel pendio numerico DEM soggetto a filtrazione (Prova MS-P1). (b) Particolare al piede del pendio.

Capitolo 9

Modello di innesco per essiccamento

Come è ben noto nell'industria chimica, farmaceutica ed alimentare, lo stoccaggio delle polveri in silos può comportare talvolta alcuni problemi generati dalla presenza di umidità nel prodotto o nei locali di lavorazione. Oltre a problemi di conservazione dei prodotti deperibili, la presenza di minime quantità d'acqua rende difficile la loro estrazione per la formazione di grumi ed il conseguente bloccaggio dei tubi e degli impianti. Diversi autori hanno indagato il problema dello scarico dei silos (Parisi et al., 2004; Coetzee e Els, 2008) ed in particolare Nase et al. (2000) hanno studiato sperimentalmente e numericamente gli angoli di declivio che si generano in un silos e in un cilindro rotante miscelando il materiale granulare con diversi contenuti d'acqua.

Gli esperimenti sono stati condotti su prototipi di silos in vetro di piccole dimensioni ed utilizzando particelle sferiche monogranulari di materiali differenti (vetro, acetato, acrilico). In generale all'aumentare del contenuto d'acqua si raggiungono angoli di declivio statici all'interno dei silos sempre maggiori e si riduce la capacità di svuotamento degli stessi. Naturalmente oltre un certo limite di contenuto d'acqua il comportamento del materiale ritorna ad essere simile al caso completamente secco con angoli di declivio molto bassi.

Come già evidenziato dalle prove triassiali simulate su materiale granulare (6.3), la presenza di acqua in regime pendolare (bassissimi gradi di saturazione) produce infatti un incremento di resistenza che è proporzionale al contenuto d'acqua e indipendente dalla pressione di confinamento. Il materiale in queste

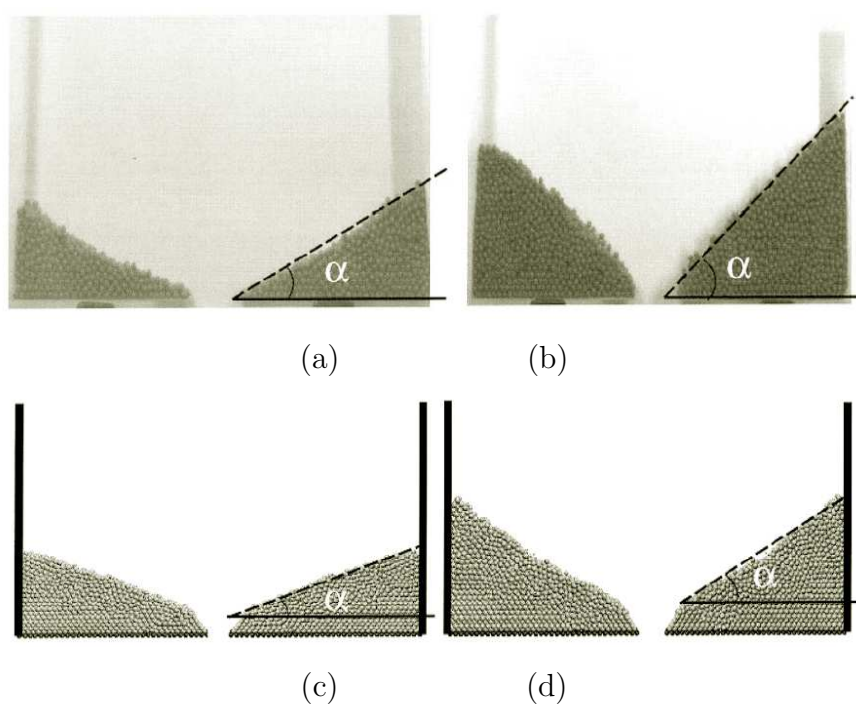


Figura 9.1: Risultati sperimentali (a e b) e simulazione numerica (c e d) degli angoli di declivio statici che si formano all'interno di un silos per materiale secco (a e c) e parzialmente saturo (b e d) (Nasa et al., 2001).

condizioni, inoltre, acquista una resistenza a trazione, seppur di modesta entità.

In maniera analoga a quanto avviene nei silos, si può pensare che piccoli contenuti d'acqua abbiano un effetto stabilizzante sui pendii naturali. Samadami e Kudrolli (2001) hanno indagato gli angoli di riposo e di massima stabilità (vedi capitolo 5.3) di un materiale granulare parzialmente saturo in una cella di Hele-Shaw¹. All'aumentare del contenuto d'acqua aumenta l'angolo di declivio statico e dinamico (rispettivamente *angolo di riposo* e *massimo angolo di stabilità*; vedi capitolo 5.3) ed inoltre la superficie del pendio diventa più irregolare. I due autori mostrano inoltre una perfetta corrispondenza tra gli angoli di declivio in condizioni secche e sommerse.

In conclusione pendii in regime di parziale saturazione possono avere angoli di declivio maggiori di quelli completamente asciutti e di quelli saturi. Tali angoli sono raggiunti localmente con due meccanismi:

- per effetto della degradazione e del trasporto di materiale proveniente da monte che scivolando raggiunge un nuovo equilibrio metastabile e si accumula localmente lungo il pendio;
- per effetto dei tagli prodotti dall'erosione localizzata di materiale.

Per verificare questa osservazione in laboratorio sono stati creati diversi pendii costituiti da palline di vetro GB2 con differenti contenuti d'acqua cercando di ottenere per ciascuno di essi la massima inclinazione possibile: nelle figure 9.2 sono mostrati alcuni di questi pendii con i relativi angoli di declivio.

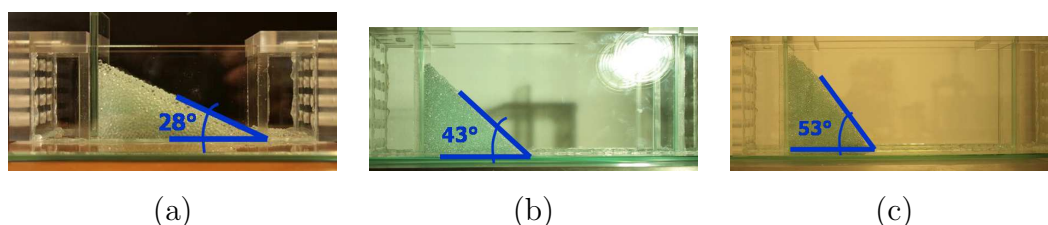


Figura 9.2: Angolo di riposo (materiale GB2) misurato per diversi contenuti d'acqua: (a) $W = 0\%$ (b) $W = 1.24\%$ (c) $W = 2.4\%$.

¹la cella di Hele-Shaw viene utilizzata in laboratorio per realizzare flussi a potenziale con fluidi e per studiare problemi di *fingering*. Essa consiste in un piccolo telaio costituito da due pareti trasparenti parallele e molto vicine. Al suo interno viene depositato il materiale granulare e si possono indagare fenomeni di segregazione e stratificazione (Makse, 1998), di stabilità, ecc.

ome è ben visibile dalle fotografie aumentando il contenuto d'acqua aumento la possibilità per il pendio di raggiungere stati metastabili con angoli di declivio maggiori.

Un secondo aspetto di fondamentale importanza è la valutazione della stabilità nel tempo di pendii in regime di parziale saturazione. Appare chiaro che per bassi e bassissimi contenuti d'acqua l'influenza dei flussi di energia e materia attraverso la superficie dei pendii naturali sia cruciale per indagare la stabilità degli strati più superficiali. In particolare se il pendio si trova inizialmente in una condizione di parziale saturazione sarà soggetto a flussi evaporativi che dipendono dalla temperatura (del suolo, dell'ambiente), dall'umidità, dal calore, ecc. (Penman e Monteith, 1963, 1965)

I menischi d'acqua all'interno del terreno vengono progressivamente asciugati in relazione principalmente alla loro profondità (ipotizzando che i flussi di energia siano normali alla superficie) e alla superficie in contatto con l'aria. In conseguenza ad una diminuzione del loro volume si producono:

- meccanismi di riassetamento delle catene di forze tra le particelle;
- un parziale rigonfiamento del materiale;
- un aumento della suzione;
- il distacco di alcuni ponti capillari;
- una diminuzione delle forze resistenti al contatto e quindi l'innescò di possibili meccanismi di instabilità.

Per quanto si è potuto verificare non esistono in letteratura studi su questo tipo di aspetti che legano i fenomeni di evaporazione a quelli di innescò di frane superficiali.

In natura fenomeni di innescò per essiccamento sono rari, per due motivi:

- nella maggior parte dei casi i pendii sono coperti dalla vegetazione che altera i flussi di evapotraspirazione oltre che la stabilità meccanica degli strati superficiali.
- la precipitazione dei sali presenti nell'acqua ed altri fenomeni chimico fisici favoriscono la cementazione al contatto tra le particelle.

L'evaporazione è un fenomeno complesso legato a numerose variabili e che richiede una attrezzatura specifica per la sua calibrazione (tensiometri, igrometri, termostati, ecc...).

Per semplificare il problema del flusso evaporativo nel terreno sono stati trascurati gli effetti termodinamici ed è stato imposto un andamento di velocità di evaporazione con la profondità simile a quello sperimentato da Wilson, Fredlund e Barbour (1997).

9.1 Modello fisico di innesco per essiccamento

Il materiale granulare scelto per simulare il fenomeno di essiccamento su pendio è costituito da palline di vetro monogranulari di 2 mm di diametro (GB2). Una certa quantità di questo materiale è stata mescolata ad acqua demineralizzata fino a raggiungere un contenuto d'acqua di circa il 3%. Successivamente questa miscela è stata depositata all'interno del telaio di vetro MV1 (precedentemente pesato) a formare un pendio in miniatura. Il tutto (telaio + pendio) è stato posto sopra

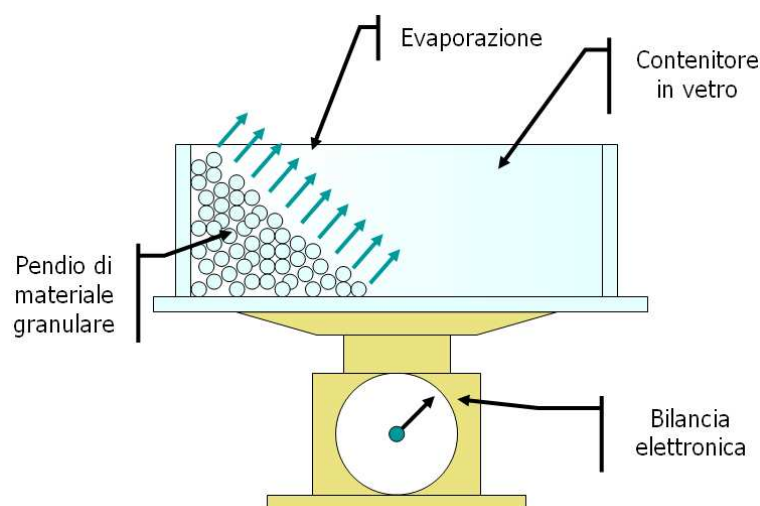


Figura 9.3: Schema del modello fisico di pendio per la prova di essiccamento.

ad una bilancia elettronica per misurare la quantità d'acqua evaporata nel tempo (Figura 9.4). Attraverso una fotocamera controllata da remoto sono state scattate 80 foto ad intervalli regolari di 5 min. Le fotografie hanno permesso di ricostruire l'evoluzione del profilo del pendio nel tempo e di registrare in contemporanea il peso segnalato sul display della bilancia.

Come è ben visibile dalle fotografie aumentando il contenuto d'acqua aumento la possibilità per il pendio di raggiungere stati metastabili con angoli di declivio maggiori.

Un secondo aspetto di fondamentale importanza è la valutazione della stabilità nel tempo di pendii in regime di parziale saturazione. Appare chiaro che per bassi e bassissimi contenuti d'acqua l'influenza dei flussi di energia e materia attraverso la superficie dei pendii naturali sia cruciale per indagare la stabilità degli strati più superficiali. In particolare se il pendio si trova inizialmente in una condizione di parziale saturazione sarà soggetto a flussi evaporativi che dipendono dalla temperatura (del suolo, dell'ambiente), dall'umidità, dal calore, ecc. (Penman e Monteith, 1963, 1965)

I menischi d'acqua all'interno del terreno vengono progressivamente asciugati in relazione principalmente alla loro profondità (ipotizzando che i flussi di energia siano normali alla superficie) e alla superficie in contatto con l'aria. In conseguenza ad una diminuzione del loro volume si producono:

- meccanismi di riassetamento delle catene di forze tra le particelle;
- un parziale rigonfiamento del materiale;
- un aumento della suzione;
- il distacco di alcuni ponti capillari;
- una diminuzione delle forze resistenti al contatto e quindi l'innescò di possibili meccanismi di instabilità.

Per quanto si è potuto verificare non esistono in letteratura studi su questo tipo di aspetti che legano i fenomeni di evaporazione a quelli di innescò di frane superficiali.

In natura fenomeni di innescò per essiccamento sono rari, per due motivi:

- nella maggior parte dei casi i pendii sono coperti dalla vegetazione che altera i flussi di evapotraspirazione oltre che la stabilità meccanica degli strati superficiali.
- la precipitazione dei sali presenti nell'acqua ed altri fenomeni chimico fisici favoriscono la cementazione al contatto tra le particelle.

L'evaporazione è un fenomeno complesso legato a numerose variabili e che richiede una attrezzatura specifica per la sua calibrazione (tensiometri, igrometri, termostati, ecc...).

Per semplificare il problema del flusso evaporativo nel terreno sono stati trascurati gli effetti termodinamici ed è stato imposto un andamento di velocità di evaporazione con la profondità simile a quello sperimentato da Wilson, Fredlund e Barbour (1997).

9.2 Modellazione fisica dell'innesco per essiccamento

Il materiale granulare scelto per simulare il fenomeno di essiccamento su pendio è costituito da palline di vetro monogranulari di 2 mm di diametro (GB2). Una certa quantità di questo materiale è stata mescolata ad acqua demineralizzata fino a raggiungere un contenuto d'acqua di circa il 3%. Successivamente questa miscela è stata depositata all'interno del telaio di vetro MV1 (precedentemente pesato) a formare un pendio in miniatura. Il tutto (telaio + pendio) è stato posto sopra

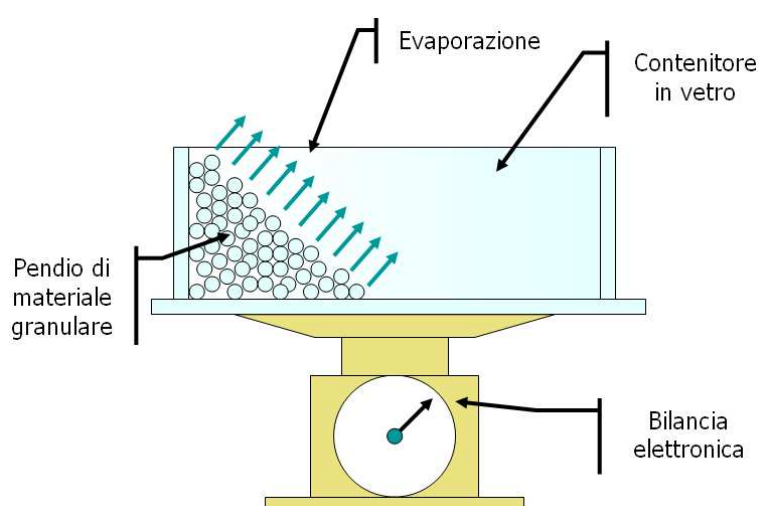


Figura 9.4: Schema del modello fisico di pendio per la prova di essiccamento.

ad una bilancia elettronica per misurare la quantità d'acqua evaporata nel tempo (Figura 9.4). Attraverso una fotocamera controllata da remoto sono state scattate 80 foto ad intervalli regolari di 5 min. Le fotografie hanno permesso di ricostruire

l'evoluzione del profilo del pendio nel tempo e di registrare in contemporanea il peso segnalato sul display della bilancia.

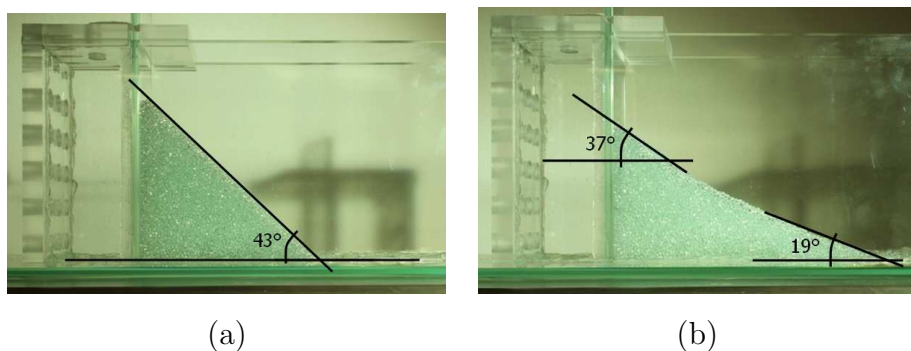


Figura 9.5: (a) Fase iniziale ($W = 1.24\%$) e (b) finale ($W = 0.7\%$) della prova di essiccamento.

Il pendio inizialmente aveva una inclinazione di 43° ed un contenuto d'acqua dell' 1.24% (Figura 9.5a). Con il passare del tempo le particelle più superficiali hanno cominciato a staccarsi e ad accumularsi al piede formando angoli di declivio inferiori (per il ridotto contenuto d'acqua del materiale staccatosi). Successivamente il piede è stato scalzato per effetto di uno scivolamento profondo causato dall'erosione di altre particelle a monte fino a raggiungere la configurazione finale (Figura 9.5b). L'inclinazione del pendio al termine della prova (dopo circa 7 ore) era di 37° a monte e 19° al piede con un contenuto d'acqua finale pari a 0.7% .

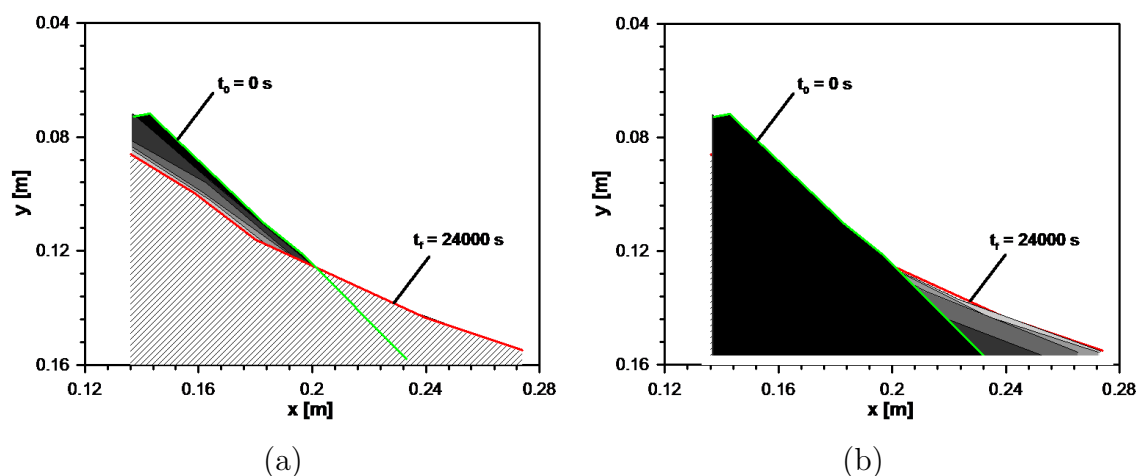


Figura 9.6: Elaborazione delle zone di erosione ed accumulo del materiale nel corso della prova di essiccamento.

In figura 9.6 sono rappresentate le zone di erosione e di accumulo nelle diverse fasi della prova. Come si può notare il volume del materiale eroso è andato diminuendo nel tempo e di conseguenza anche il volume accumulato al piede.

9.3 Simulazione dell'innescamento per essiccamento

Il pendio del modello fisico è stato riprodotto con un modello numerico in scala reale costituito di 3519 particelle. La procedura di generazione del modello è simile a quella utilizzata per il modello fisico di pendio in sabbia (vedi capitolo 7.2):

- inizialmente è stato generato il telaio ed una parete di contenimento frontale con la medesima inclinazione del modello fisico;
- successivamente si è proceduto al posizionamento random delle particelle fino a raggiungere la stessa porosità misurata nel modello fisico;
- quindi si è distribuito, all'interno del volume di terreno (in maniera omogenea tra tutti i contatti potenziali, una quantità d'acqua pari a quella misurata in laboratorio; è stata ammessa la creazione di ponti capillari tra le palline e le pareti.
- è stata rimossa la parete di contenimento del pendio e si è atteso il riequilibrio del pendio

Infine si è proceduto a simulare l'essiccamento con due diverse procedure :

1. imponendo una velocità di evaporazione (cioè volume evaporato nel tempo) dipendente da un termine di velocità di evaporazione specifica r_1 (che ha le stesse dimensioni di una portata per unità di superficie m/s) e dalla superficie esposta del ponte capillare A_{cap} (supposto per semplicità di forma cilindrica²) ovvero

$$\frac{dV_{evap}}{dt} = r_1 A_{cap} \quad (9.1)$$

dove dt è il passo temporale dell'algoritmo DEM;

²la superficie del ponte capillare A_{cap} (supposta di forma cilindrica) dipende dal volume del ponte capillare V_{cap} , dalla distanza tra le particelle s e dall'angolo di embracing β ed è stata calcolata come $A_{cap} = 2\pi R \sin \beta [s + R(1 - \cos \beta)]$ per il ponte capillare sfera-parete o come $A_{cap} = 2\pi R \sin \beta [s + 2R(1 - \cos \beta)]$ per il ponte capillare sfera-sfera

2. imponendo una velocità di evaporazione dipendente da un termine di evaporazione specifica r_2 (in m/s) variabile con la profondità, dalla superficie esposta del ponte capillare A_{cap} (come al punto 1.):

$$\frac{dV_{evap}}{dt} = r_2 A_{cap} \quad (9.2)$$

r_2 sulla base di una rielaborazione dei dati sperimentali di Wilson et al. (1997) si è assunta decadere esponenzialmente con la profondità secondo la relazione

$$r_2 = c_1 e^{-c_2 d} \quad (9.3)$$

con $c_1 = 1.2 \cdot 10^{-8}$ m/s la velocità di evaporazione specifica massima e $c_2 = 160$ 1/m parametri tarati da prove di evaporazione eseguite in laboratorio sullo stesso materiale e d profondità del baricentro del ponte capillare rispetto alla superficie.

La prima di queste due procedure simula una velocità di evaporazione omogenea su tutto il volume di terreno. La seconda invece ipotizza che la velocità di evaporazione sia massima in superficie e vada via via diminuendo con la profondità.

Questo secondo approccio è stato scelto sulla base delle seguenti considerazioni:

- dalla prova su modello fisico l'erosione avviene a partire dagli strati più superficiali e non con scivolamenti profondi; quindi la velocità di evaporazione specifica è maggiore in superficie e tende a zero con la profondità (Wilson et al., 1997);
- assumendo in superficie un flusso di energia entrante costante, e l'invarianza delle condizioni ambientali esterne, anche la velocità di evaporazione specifica sarà costante in superficie.

Le velocità così ottenute sono state poi moltiplicate per un opportuno coefficiente ($c_3 = 10^5$) per accelerare il processo di evaporazione e renderlo confrontabile con il tempo di simulazione dell'algoritmo DEM.

E' stato possibile infine ricavare i valori di suzione (differenza di pressione aria-acqua) di ciascun contatto a partire dai valori di forza capillare F_{cap} e angolo di embracing β determinati nel modello DEM con l'approccio energetico.

Utilizzando un aprocedura inversa e cioè scrivendo la forza capillare come soluzione dell'equazione di Young-Laplace con il metodo "gorge" (Lian et al., 1993) si ha:

$$F_{cap} = -2\pi R\gamma \sin \beta \sin (\beta + \phi) - \Delta u \pi R^2 \sin^2 \beta \quad (9.4)$$

Da questa relazione si ricava una suzione Δu pari a:

$$\Delta u = \frac{-F_{cap} - 2\pi R\gamma \sin \beta \sin (\beta + \phi)}{\pi R^2 \sin^2 \beta} \quad (9.5)$$

9.4 Risultati della simulazione di innesco per essiccamento

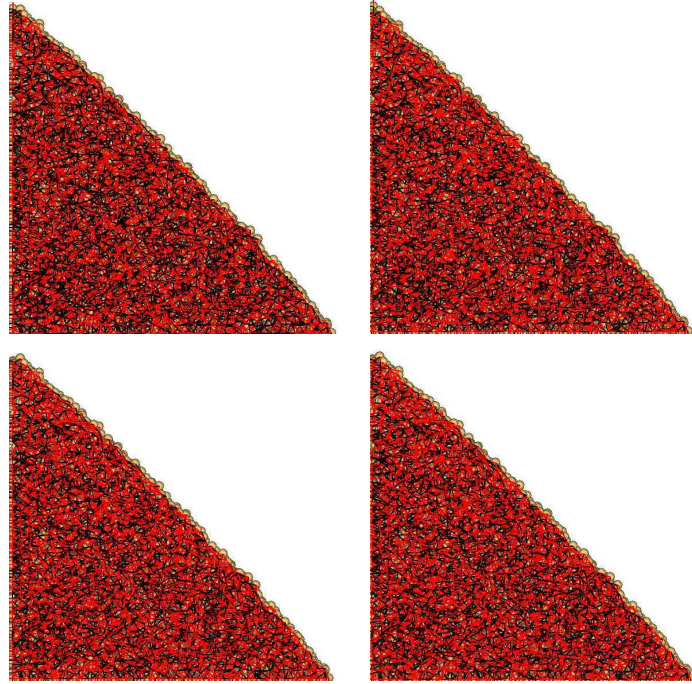


Figura 9.7: Diagramma dei contatti nel pendio per evaporazione uniforme. In rosso i ponti capillari con $s \leq 0$; in nero i ponti capillari con $s > 0$.

Il problema più grande riscontrato nel simulare il fenomeno di essiccamento riguarda la differenza sostanziale tra la scala temporale a cui avvengono i fenomeni erosivi dinamici di distacco e rotolamento delle particelle (qualche decimo di secondo) e quelli evaporativi per essiccare i ponti capillari (qualche minuto in superficie).

All'interno di un algoritmo esplicito come quello discreto

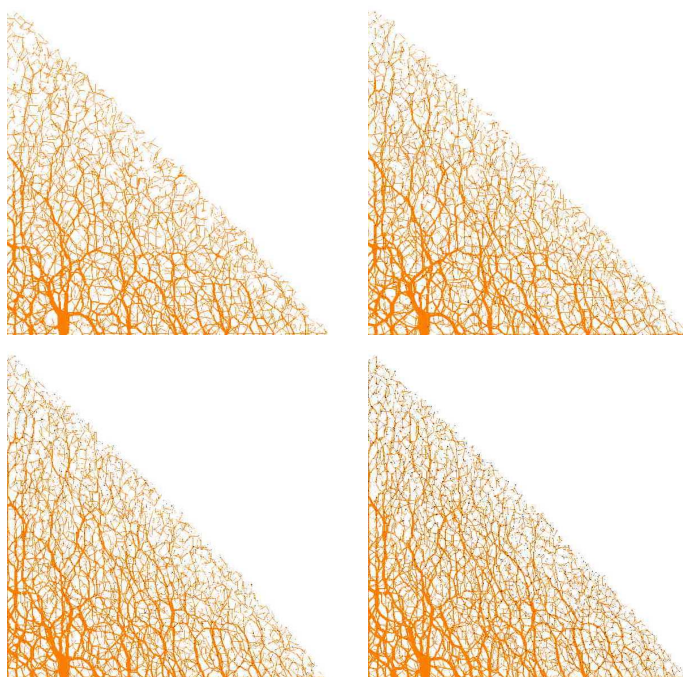


Figura 9.8: Diagramma delle catene di sforzo nel pendio per evaporazione uniforme.

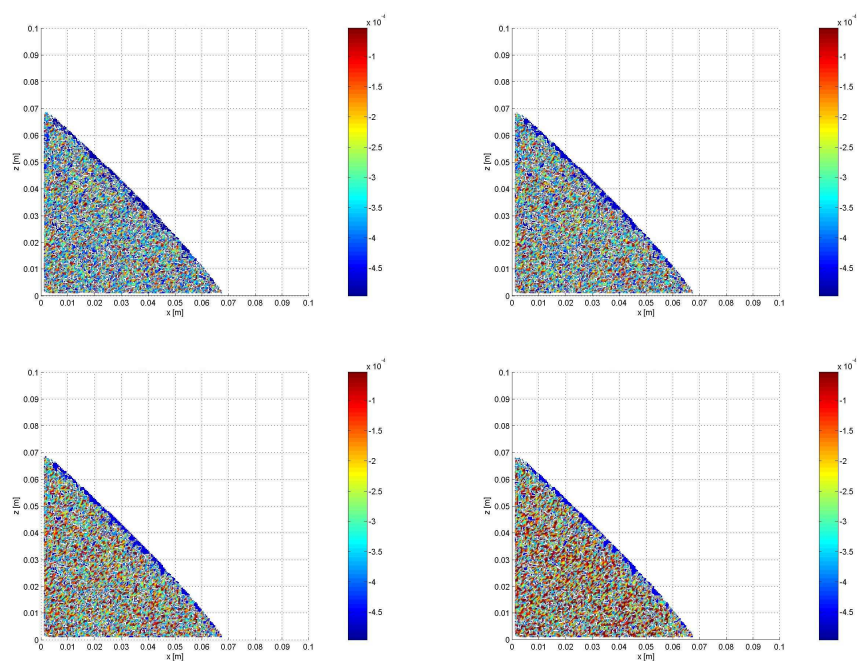


Figura 9.9: Contour delle forze capillari nel pendio per evaporazione uniforme.

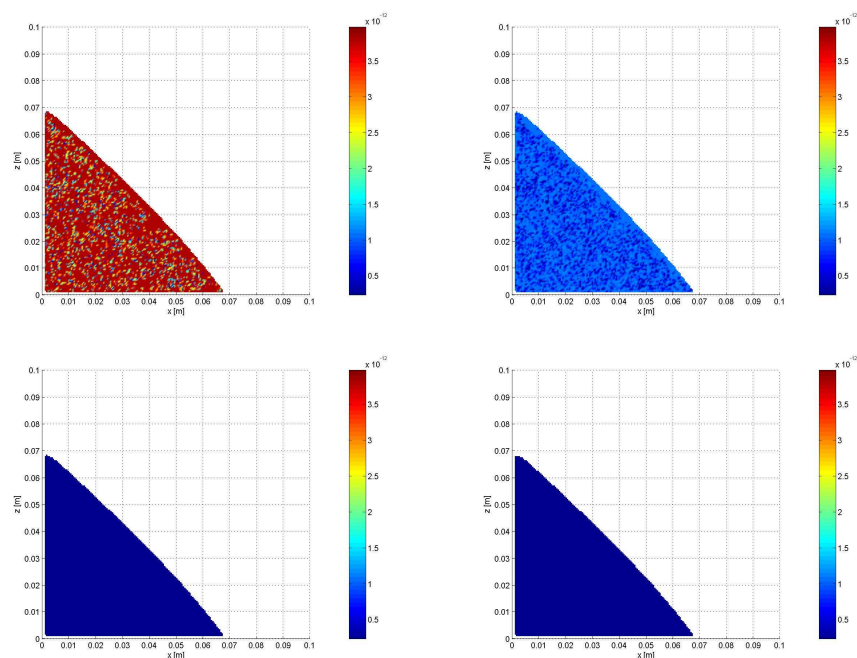


Figura 9.10: Contour dei volumi capillari nel pendio per evaporazione uniforme.

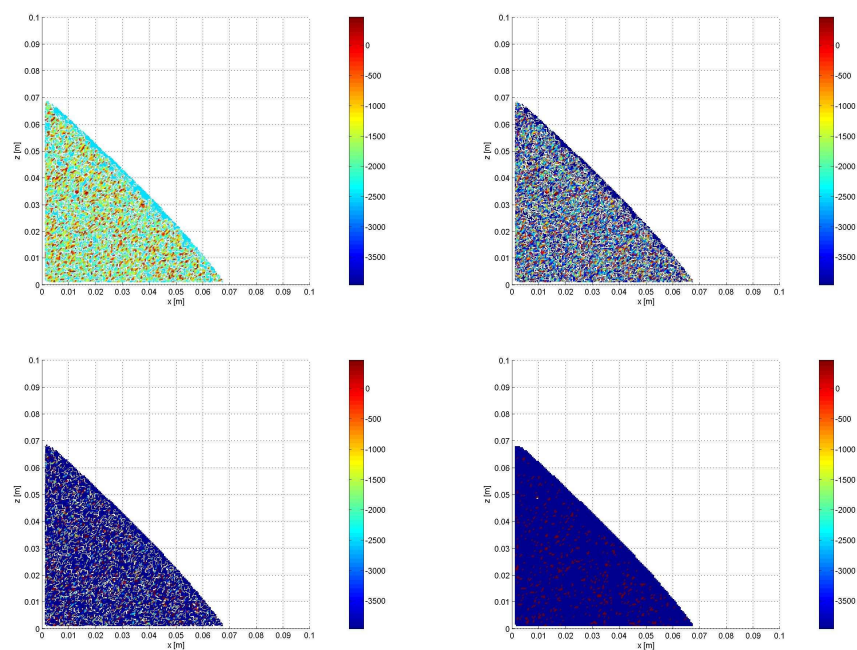


Figura 9.11: Contour della suzione nel pendio per evaporazione uniforme.

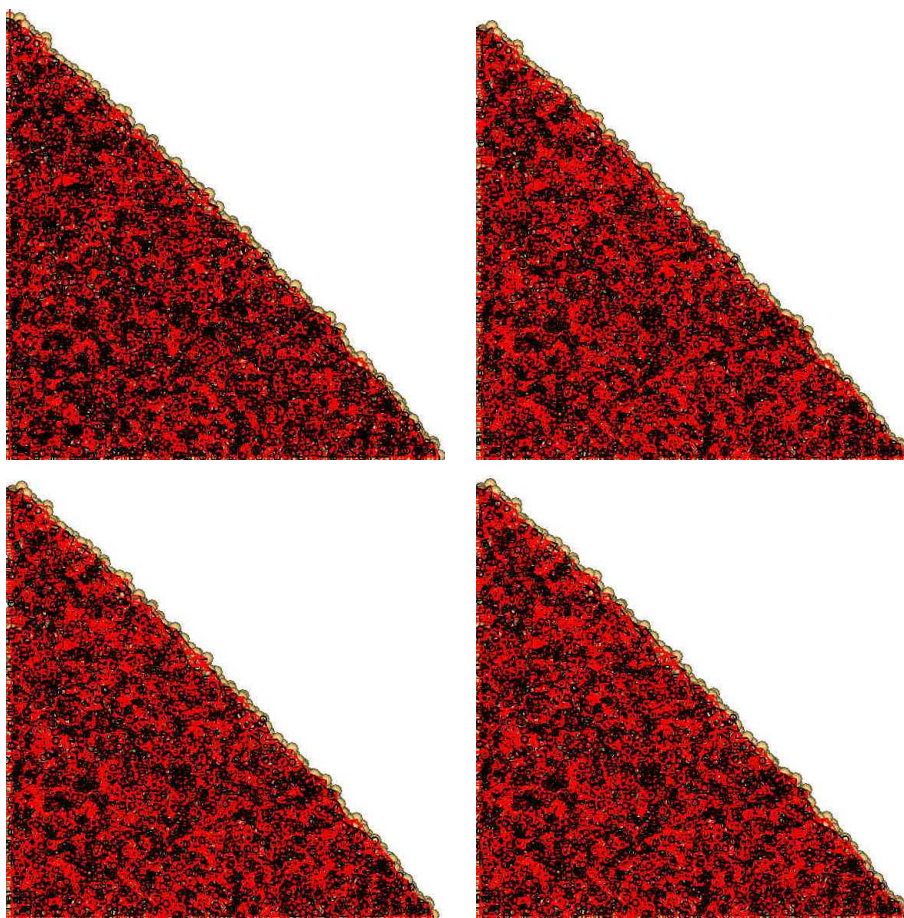


Figura 9.12: Diagramma dei contatti nel pendio per evaporazione dipendente dalla profondità. In rosso i ponti capillari con $s \leq 0$; in nero i ponti capillari con $s > 0$.

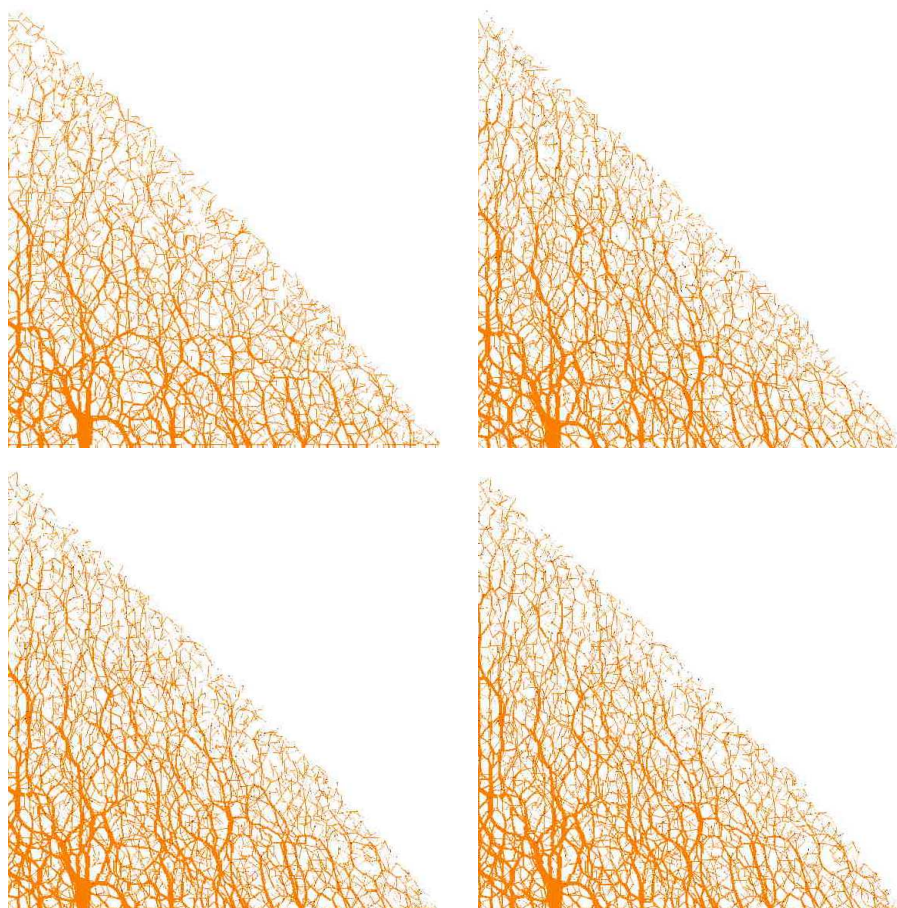


Figura 9.13: Diagramma delle catene di sforzo nel pendio per evaporazione dipendente dalla profondità.

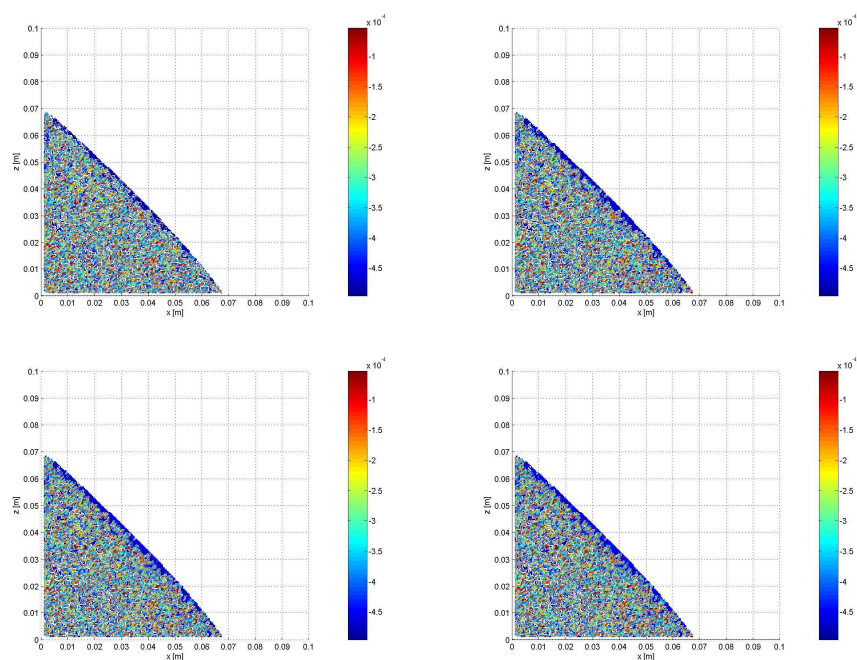


Figura 9.14: Contour delle forze capillari nel pendio per evaporazione dipendente dalla profondità.

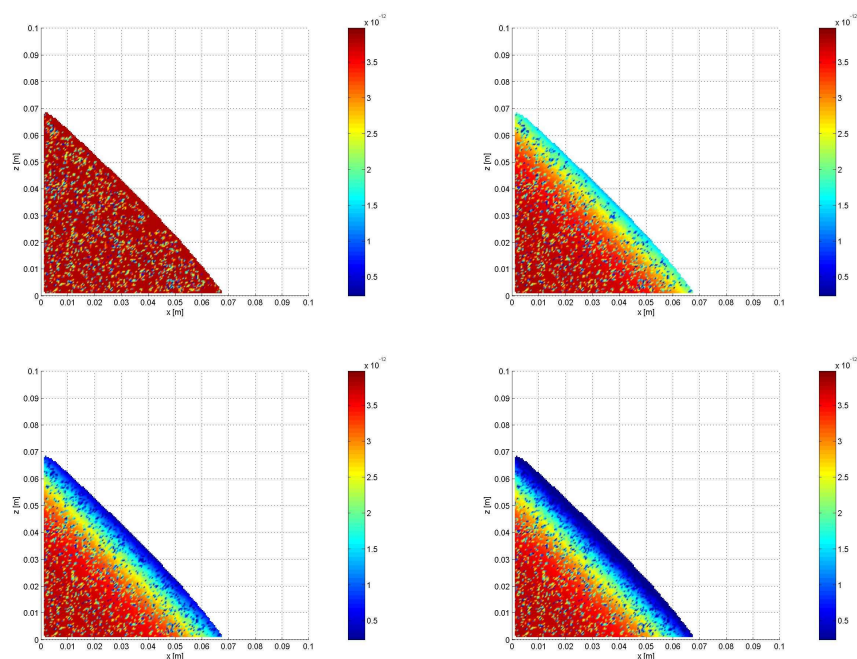


Figura 9.15: Contour dei volumi capillari nel pendio per evaporazione dipendente dalla profondità.

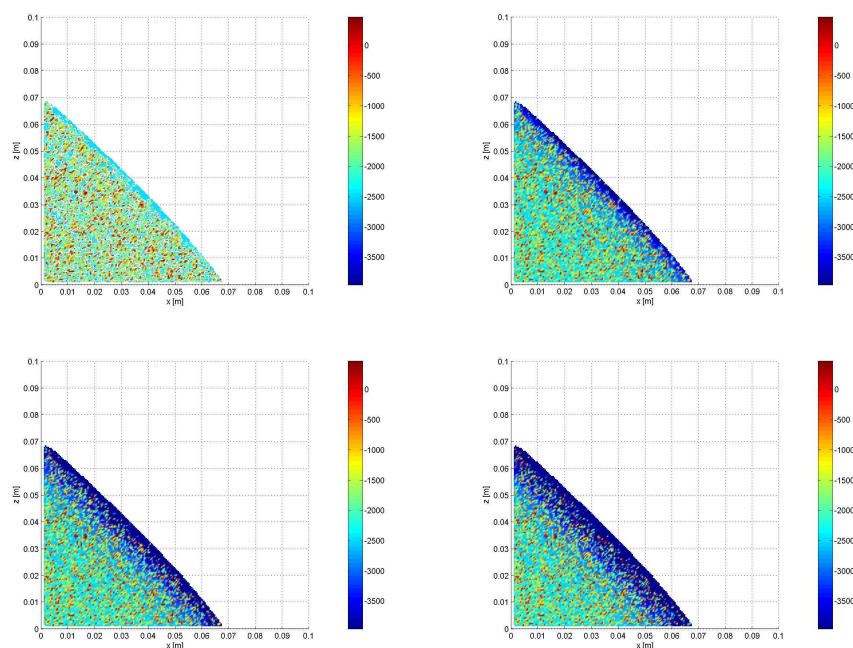


Figura 9.16: Contour della suzione nel pendio per evaporazione dipendente dalla profondità.

Nelle figure dalla 9.7 alla 9.11 sono riportati i risultati del modello di essiccamento omogeneo su tutto il pendio per quel che riguarda il tipo di contatto, le forze capillari, i volumi dei ponti capillari, la suzione. Come si può notare in figura 9.7 i contatti capillari che si instaurano nel pendio sono abbastanza omogeneamente distribuiti: in rosso sono rappresentati i "contatti reali con ponte capillare" in nero i "ponti capillari senza contatto reale". Sulle pareti invece sono preferenzialmente di tipo "contatto reale + ponte capillare".

Nelle figure 9.8 e 9.9 sono rappresentate le catene di forze e i contour delle forze capillari nel pendio. Come si può notare la distribuzione di forze è omogenea nel pendio e varia in maniera simultanea in ogni zona del pendio nel corso del processo evaporativo omogeneo.

Allo stesso modo i volumi dei ponti capillari (figura 9.10) e i valori di suzione (figura 9.11) diminuiscono progressivamente su tutto il pendio.

Nel caso invece di velocità di evaporazione dipendente dalla profondità è interessante notare la diversa distribuzione dei volumi capillari (Figura 9.15) che produce a sua volta una diversa distribuzione dei valori di suzione (Figura 9.16).

Conclusioni

In questo lavoro di tesi sono stati approfonditi gli aspetti micromeccanici che riguardano i terreni granulari per quanto riguarda l'innescò di instabilità.

Si è cercato inizialmente di derivare alcune caratteristiche che hanno una manifestazione macroscopica a partire dalle proprietà microscopiche dei grani. Alla scala dei contatti le proprietà fondamentali sono principalmente l'angolo di attrito intergranulare ϕ_μ , la rigidezza normale k_n e tangenziale k_s .

L'angolo di attrito intergranulare controlla l'insorgenza dei meccanismi plastici e quindi la resistenza globale del materiale. Per particelle sferiche, l'attrito al contatto non influenza l'angolo di attrito del materiale che è sempre pari a 28° circa. Inoltre è stato mostrato che a parità di angolo di attrito intergranulare (dipendente unicamente dalla mineralogia) la resistenza del materiale è indipendente dalla scala delle particelle: due materiali uguali, alla stessa porosità, ma con diversa granulometria hanno il medesimo angolo di attrito.

Le rigidezze al contatto influenzano i meccanismi elastici ed in particolare la rigidezza globale del materiale. Sono state esplicitate le rigidezze in alcuni casi particolari di packing regolari e per quelli isotropi irregolari. Si è mostrato come, a parità di porosità, la rigidezza del materiale sia direttamente proporzionale alla rigidezza al contatto (cioè al tipo di materiale) e inversamente al diametro medio delle particelle.

La dilatanza dei materiali granulari è stato mostrato essere dipendente unicamente dalle caratteristiche di forma e dimensione dei grani.

La porosità invece dipende dalla forma ed angolosità delle particelle, dalla distribuzione granulometrica, dalla pressione di confinamento e dall'angolo di attrito intergranulare. Per particelle sferiche monogranulari, secondo la trattazione di Makse et al. (2008), la porosità di un aggregato stabile dipende unicamente dal numero di coordinazione e dall'angolo di attrito al contatto.

Il modello particellare scelto per rappresentare i materiali granulari è stato il

modello agli elementi discreti. Esso è in grado di simulare fenomeni di innesco caratterizzando le forze che intervengono a livello dei contatti.

Successivamente ci si è posti il problema di come utilizzare in maniera efficiente un modello particellare per descrivere problemi geotecnici a larga scala. Sulla base di alcune considerazioni circa l'invarianza della porosità e della resistenza del materiale con la dimensione delle particelle si è arrivati a formulare un approccio di scala che a partire dalla taratura micromeccanica dei parametri al contatto per un certo materiale deriva altri parametri al contatto fittizi da utilizzare per modellare il materiale con macroparticelle.

E' stata in seguito studiata l'influenza dell'acqua in moto sullo scheletro solido a partire dalle trattazioni empiriche e semi-empiriche macroscopiche cercando di derivare quali caratteristiche delle particelle fossero rilevanti ai fini dell'integrazione con l'algoritmo DEM.

Particolarmente rilevante ai fini della valutazione della stabilità dei pendii è apparsa la presenza di un regime di parziale saturazione all'interno del terreno responsabile di un accrescimento della resistenza che è direttamente proporzionale al contenuto d'acqua e inversamente alla profondità e alla dimensione delle particelle.

Per simulare correttamente il comportamento meccanico di un materiale parzialmente saturo in regime pendolare tra le diverse trattazioni possibili (Young-Laplace, minimizzazione dell'energia con approccio FEM) è stata preferita una trattazione analitica approssimata proposta recentemente da Rabinovich (2005).

E' stato pertanto implementato nel codice DEM un algoritmo in grado di applicare al materiale particellare delle forze capillari proporzionali al volume dei ponti capillari e alla distanza di separazione tra le particelle.

Al fine di testare la bontà del modello micromeccanico su materiali reali (sabbia dell'Adige e sfere di vetro) è stata adottata una procedura di taratura basata sui risultati di alcune prove triassiali condotte in laboratorio sugli stessi materiali. Le prove sono state riprodotte numericamente ed è stata indagata l'influenza dei singoli parametri micromeccanici sulla risposta tenso-deformativa e volumetrico-deformativa del materiale.

Questa taratura ha permesso di simulare alcune prove di carico su un modello fisico di fondazione su pendio. Le prove di laboratorio sono state messe a confronto con quelle simulate ottenendo buoni risultati anche per quel che riguarda

la predizione del campo degli spostamenti all'interno del pendio e la definizione dei meccanismi di rottura prevalenti.

Successivamente sono state condotte alcune prove di filtrazione sul medesimo pendio e grazie ad una procedura semplificata che trascura gli effetti dello scheletro solido sul campo di moto fluido sono state riprodotte con buoni risultati.

Infine con una apparecchiatura appositamente creata sono state eseguite delle prove di essiccamento su un pendio costituito da sferette di vetro di piccolo diametro. Le prove hanno consentito di evidenziare l'importanza della presenza di bassi contenuti d'acqua sulla stabilità dei pendii. Le stesse prove sono state riprodotte con il modello DEM ma i risultati non sono apparsi sufficientemente buoni a causa della diversa scala temporale a cui avvengono i fenomeni di erosione e quelli di evaporazione all'interno del pendio. Si è comunque considerata fondamentale la corretta definizione dei flussi evapotraspirativi nella descrizione dei meccanismi di instabilità.

Bibliografia

- [1] Alder, B.J., Wainwright, T.E. (1957). Studies in molecular dynamics. *J. Chem. Phys* 27, 1208.
- [2] Allen, M.P., Tildesley, D.J. (1987). Computer Simulation of Liquids. *Oxford University Press*.
- [3] Alonso-Marroquin, F., Luding, S., Herrmann H.J., Vardoulakis, I. (2005). Role of the anisotropy in the elastoplastic response of a polygonal packing. *Phys. Rev. E*, 71, 051304.
- [4] Babic, M., Shen, H.H., Shen H.T. (1990). The stress tensor in granular shear flows of uniform, deformable disks at high solids concentrations. *Journal of Fluid Mechanics*, 219, 81-118. Cambridge University Press Copyright.
- [5] Bathe, K. J., Wilson, E. L. (1976). Numerical Methods in Finite Element Analysis., Englewood Cliffs:Prentice-Hall, 1976.
- [6] Bathurst, R. J., Rothenburg, L. (1988). Micromechanical aspects of isotropic granular assemblies with linear contact interactions. *J. Appl. Mechanics*, 55, 17-23.
- [7] Been, K., Jefferies, M. (2004). Stress-dilatancy in very loose sand. *Canadian Geotechnical Journal*, 41 (5).
- [8] Benz, W. (1990). "Smooth Particle Hydrodynamics, a review." *The Numerical Modeling of Linear Stellar Pulsations*, Kluwer Academic Publishers, 269-288.
- [9] Berryman, J. D. (1983). Random close packing of hard spheres and disks. *Phys. Rev. A*, 27, 1053-1061.

-
- [10] Beven, K. (2006). A manifesto for the equifinality thesis. *Journal of Hydrology*, 320 (1-2), p 18-36.
- [11] Biganzoli, F., Fassi, I. , Pagano, C. (2005). Development of a gripping system based on capillary forces. *The 6th IEEE International Symposium on Assembly and Task Planning*, Montréal, Canada.
- [12] Bird, G.A. (1963). Approach to translational equilibrium in a rigid sphere gas. *Phys. Fluids*, 6, 1518.
- [13] Bird, G.A. (1976). Molecular Gas Dynamics. *Clarendon*, Oxford.
- [14] Bishop, A.W. (1954). Correspondence on shear characteristics of a saturated silt, measured in triaxial compression. *Géotechnique*, 4 (1), 43-45.
- [15] Bolton, M.D. (1986). The strength and dilatancy of sands. *Geotechnique*, 36, 65-78.
- [16] Brakke, K.A. (1992). The Surface Evolver. *Experimental Mathematics*, 1 (2), 141-165.
- [17] Brakke, K.A. (2008). The Surface Evolver 2.30c, URL: <http://www.susqu.edu/brakke/>.
- [18] Buckingham, E. (1915). Model experiments and the form of empirical equations. *Trans. ASME*, 37, 263.
- [19] Budhu, M., Gobin, R. (1996). Slope Instability from ground-water seepage. *Journal of Hydraulic Engineering*, 122 (7).
- [20] Calvetti, F., Nova, R. (2004). Micromechanical approach to slope stability analysis. *Degradation and Instabilities of Geomaterials*, Darve and Vardoulakis editors, CISM Courses and Lectures, Springer, Berlin, 461, 235-254.
- [21] Calvetti, F., Viggiani, G., Tamagnini, C. (2003). A numerical investigation of the incremental behavior of granular soils. *Rivista Italiana di Geotecnica*, 37(3), 11-29.

- [22] Calvetti, F., Emeriault, F. (1999). Interparticle forces distribution in granular materials: link with the macroscopic behaviour. *Mech. Cohes. Frict. Mater.*, 4, 247-279.
- [23] Calvetti, F. (2008). Discrete modelling of granular materials and geotechnical problems. *Revue française de génie civil*.
- [24] Caquot, A. (1934). Equilibre des massifs à frottement interne., Paris.
- [25] Carrillo, A.R., Horner, D.A., Peters, J.F., West, J.E. (1996). Design of a Large Scale Discrete Element Soil Model for High Performance Computing Systems. *Proc. of the 1996 ACM/IEEE Conference on Supercomputing (SC'96)*
- [26] Chang, S.C., Liao, C.L., (1990). Constitutive relation for a particulate medium with the effect of particle rotation. *Int. J. Solids Struct.*, 26, 437-453.
- [27] Chang, C.S., Chao, S.J. (1991). Discrete element method for bearing capacity analysis. *Computers and Geotechnics*, 12 (4), 273-288.
- [28] Chang, T. P., Chen, B. H. (1997). Orthotropic elastic response of granular materials. *Computer and Structures*, 64 (1-4), 667-675.
- [29] Cheng, Y.P., Bolton, M.D., Nakata, Y. (2004). Crushing and plastic deformation of soils simulated using DEM. *Getechnique*, 54 (2), 131-141.
- [30] Cho, G.C., Dodds, J., Santamarina, J.C. (2006). Particle Shape Effects on Packing Density, Stiffness and Strength: Natural and Crushed Sands. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 133 (11), 1473-1474.
- [31] Cola, S. et al. (2006). Displacement field of a 1g model slope from digital image techniques. *Proc. Sixth Int. Conf. on Physical Modelling in Geotechnics*, Hong Kong, Taylor & Francis, 1, 177-180.
- [32] Cola, S., Simonini, P. (1999). Some remarks on the behavior of Venetian silts. *Prov. of the 2nd Int. Symp. on the pre-failure deformation characteristics of geomaterial*, Torino, Balkema, Rotterdam.
- [33] Cosserat, E., Cosserat, F. (1909). Theorie des corps deformables. *Hermann*, Paris.

- [34] Coulomb, C. A. (1776). Essai sur une application des regles des maximis et minimis a quelques problemesde statique relatifs, a la architecture. *Mem. Acad. Roy. Div. Sav.*, 7, 343-387.
- [35] Cundall, P. A. (1971). A computer model for simulating progressive large scale movements in blocky rock systems. *Proc. Symp. Int. Soc. Rock Mech.*, Nancy, France, 2, 129-136.
- [36] Cundall, P. A., Strack, O. D. L. (1979). A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique*, 29 (1), 47-65.
- [37] Deresiewicz, H. (1958). Stress-strain relations for a simple model of a granular medium. *Journal of Applied Mechanics*, 25, 403-406.
- [38] Desrues, J., Chambon, R., Mokni, M., Mazerolle, F. (1996). Void ratio evolution inside shear bands in triaxial sand specimens studied by computed tomography. *textitGéotechnique*, 46, 529-546.
- [39] Di Prisco, C., Mاتيotti, R., Nova, R. (1995). Theoretical investigation of the undrained stability of shallow submerged slopes. *Géotechnique*, 45 (3), 479-496.
- [40] Di Prisco, C., Imposimato, S. (2002). Static liquefaction of saturated loose sand stratum. *International Journal of Solids and structures*, 39, 3523-3541.
- [41] Di Prisco, C. (1996). A mathematical interpretation of the volumetric instability of loose sand. *Computer and Geotechnics*, 18 (3), 225-244.
- [42] Drescher, A., de Josselin de Jong, G. (1972). Photoelastic verification of a mechanical model for the flow of a granular material. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 20 (5), 337-340.
- [43] Duffy J., Mindlin, R.D. (1957). Stress-strain relation and vibrations of granular medium. *J. Appl. Mech. Trans. ASME*, 7, 585-593.
- [44] Duffy, J. (1959). A differential stress-strain relation for the exagonal closed packed array. *J. Appl. Mech. Trans. ASME*, 25, 88-94.
- [45] Einstein, A. (2005). Kinetische Theorie des Warmegleichgewichtes und des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik. (Kinetic theory of thermal

- equilibrium and the second law of thermodynamics) *Annalen der Physik (Leipzig)*, 14 (n SUPPL.), 117-134.
- [46] Einstein, A. (2005). Zur Theorie der Brownschen Bewegung. (On the theory of Brownian motion) *Annalen der Physik (Leipzig)*, 14 (n SUPPL.), 248-258.
- [47] Ergun, S. (1952). "Fluid Flow through Packed Columns." *Chemical Engineering Progress*, 48 (2), 89-94.
- [48] Fredlund, D.G., Rahardio, H. (1993). *Soil mechanics for unsaturated soils*, John Wiley & Sons Pte.
- [49] Frisch, U., Hasslacher, B., Pomeau, Y. (1986). Lattice gas automata for the Navier-Stokes equations. *Phys. Rev. Lett.*, 56, 1505.
- [50] Gabrieli, F., Calvetti, F., Cola, S., Simonini, P. (2008). Micromechanical modelling of shallow foundation on a slope crest. *Proc. BGA Int.Conf.on Foundations,Dundee, Scotland*, IHS BRE Press.
- [51] Gajo, A., Muir Wood, D. (1999). Severn-Trent sand: a kinematic-hardening constitutive model: the q-p formulation. *Géotechnique*, 49 (5), 595-614.
- [52] Gajo, A., Muir Wood, D. (1999). A kinematic hardening constitutive model for sands: the multiaxial formulation *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 23, 925-965.
- [53] Geng, J., Longhi, E., Behringer, R. P., Howell, D. W. (2001). Memory in two-dimensional heap experiments. *Physical Review E (Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics)*, 64 (6), 060301.
- [54] Ghaboussi, J., Barbosa, R. (1990). Three-dimensional discrete element method for granular materials. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 14 (7), 451-472.
- [55] Gibson, J.B., Goland, A.N., Milgram, M., Vineyard, G.H. (1960). Dynamics of Radiation Damage. *Phys. Rev.*, 120, 1229-1253.
- [56] Goldstein H. (1980) *Classical Mechanics*, 2nd. ed., Addison-Wesley.
- [57] Grasselli, Y., Hermann, H.J., (1999). Shapes of heaps and in silos. *The European physical journal B*, 10 (4), 673-679.

-
- [58] Gregoret, C. (2000). Experimental evidence from the triggering of debris flow along a granular slope *Phys. Chem. Earth*, 25 (4).
- [59] Hakuno, M., Tarumi, Y. (1988). A granular assembly simulation for the seismic liquefaction of sand. *Proc. of Japan Society of Civil Engineers*, 398 (10), 129-138.
- [60] Herrmann, H.J., Aström, J.A., Mahmoodi Barama, R. (2004). Rotations in shear bands and polydisperse packings. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 344 (3-4), 516-522 .
- [61] Hockney, R. W., Eastwood, J. W. (1988). Computer Simulation using Particles. *Adam Hilger Publishing*.
- [62] Horne, M.R. (1965). The behaviour of an assembly of rotound, rigid, cohesionless particles I and II. *Proc. of the Royal Society London A*, 286, 62-97.
- [63] Horne, M.R., (1969). The behaviour of an assembly of rotound, rigid, cohesionless particles III. *Proc. of the Royal Society London A*, 310, 21-34.
- [64] Itasca Consulting Group (2003). PFC3D - Particle Flow Code in three dimensions, Version 3.0, User's guide, Fish in PFC, Theory and background., Minneapolis.
- [65] Iverson, R.M., Vallance, J.W. (2001). New views of granular mass flows. *Geology*, 29(2), 115-118.
- [66] Iwashita, K., Oda, M. (1998). Rolling resistance at contacts in simulation of shear band development by DEM. *Journal of Engineering. and Mechanics, ASCE*, 124 (3), 285-292.
- [67] Kawaguchi, T., Tanaka, T., Tsuji, Y. (1992). "Numerical Simulation of Fluidized Bed Using the Discrete Element Method (the Case of Spouting Bed)." *JSME (B)*, 58 (551), 79-85.
- [68] Kolymbas, D. (2000). *The misery of constitutive modelling, Constitutive Modelling for Granular Materials.*, Springer.

- [69] Kruyt, N.P., Rothenburg, L. (2006). Shear strength, dilatancy, energy and dissipation in quasi-static deformation of granular materials. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, P07021.
- [70] Kruyt, N. P., Rothenburg, L. (2004). Kinematic and static assumptions for homogenization in micromechanics of granular materials. *Mech. Mater*, 36, 1157-1173.
- [71] Kruyt, N.P., Rothenburg, L. (2001). Statistics of the elastic behaviour of granular materials. *Int. J. of Solids and Structures*, 38, 4879-4899.
- [72] Lambe, T.W., Withman, R.V. (1969). *Soil Mechanics*, John Wiley and Sons, Inc., New York.
- [73] Lambert, P., Chau, A., Delchambre, A., Régnier, S. (2008). Comparison between two capillary forces models. *Langmuir: the ACS journal of surfaces and colloids*, 24.
- [74] Lehoucq, C.N., Cambou, B., Vincens, E. (2003). Influence of particle shape and angularity on the behaviour of granular materials: a numerical analysis. *Int. J. for Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 27.
- [75] Liao, C.L., Chang, T.P., Young, D.H., Chang, S.C. (1997). Stress-strain relationship for granular materials based on the hypothesis of best fit. *Int. J. Solids Struct.*, 34, 4087-4100.
- [76] Lin, X., Ng, T.T. (1995). Contact detection algorithms for three dimensional ellipsoids in discrete element modelling. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 19 (9), 653-659.
- [77] Lin, X., Ng, T.T. (1997). Three-dimensional discrete element model using arrays of ellipsoids. *Géotechnique*, 47 (2), 319-329.
- [78] Liu, S.H., Sun, A. (2002). Simulating the collapse of unsaturated soil by DEM. *Int. J. Numer. Anal. Methods in Geomech.*, 26, 633-646.
- [79] Lu, N., Anderson, M.T., Likos, W.J., Mustoe, G.W. (2008). A discrete element model for kaolinite aggregate formation during sedimentation. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 32, 965-980.

- [80] Maleki, H., Ebrahimi, F., Oskoe, E. N. (2008). The angle of repose of spherical grains in granular Hele-Shaw cells: a molecular dynamics study *Journal of statistical mechanics: Theory and experiment*,4.
- [81] Matsushima, T. (2005). Effect of irregular grain shape on quasi-static shear behaviour of granular assembly. *Powders and Grains 2005* ed. R Garcia-Rojo, H J Herrmann and S McNamara, London, Taylor and Francis,1319-1323.
- [82] Matuttis, H.G. (1998). Simulation of the pressure distribution under a two-dimensional heap of polygonal particles. *Granular Matter*, 1(2).
- [83] Miller, R. H. (1992). "Experimenting with Galaxies." *American Scientist*, 152-163.
- [84] Misra, A., Chang, C. S.(1993). Effective elastic moduli of heterogeneous granular solids. *International Journal of Solids and Structures*, 30 (18), 2547-2566.
- [85] Molenkamp, F., Nazemi, A.H. (2003). Interactions between two rough spheres, water bridge and water vapour. *Géotechnique*, 53 (2), 255-264.
- [86] Monaghan, J.J. (1992). "Smoothed Particle Hydrodynamics." *Annual Review of Astronomy Astrophysics*, 30, 543-574.
- [87] Moreau J.J. (1988). Unilateral contact and dry friction in finite freedom dynamics. *International Centre for Mechanical Sciences, Courses and Lectures*, 302, Springer, Vienna.
- [88] Munjiza, A., Latham, J.P., John, N.W.M. (2003). 3D dynamics of discrete element systems comprising irregular discrete elements-integration solution for finite rotations in 3D. *Int. J. Num. Methods in Engineering*,56, 35-55.
- [89] Nase S.T., Watson, L.V., Adetola, A.A., McCarthy, J.J. (2001). Discrete characterization tools for cohesive granular material. *textitPowder Technology*, 116.
- [90] Nedderman, R.M. (1992). Statics and Kinematics of Granular Materials. *Cambridge University Press*, Cambridge, United Kingdom.

-
- [91] Novak, S., Samadani, A., Kudrolli, A. (2005). Maximum angle of stability of a wet granular pile. *Nature Physics*, 1, 50-52.
- [92] Oda, M., Kazama, H. (1998). Micro-structure of shear band and its relation to the mechanisms of dilatancy and failure of dense granular soils. *Géotechnique*, 48 (4), 465-481.
- [93] Onoda, G. Y., Liniger, E. G. (1990). Random loose packings of uniform spheres and the dilatancy effect. *Phys. Rev. Lett.*, 64, 2727-2730.
- [94] Ortiz, M., Leroy, Y., Needleman, A. (1987). A finite element method for localized failure analysis. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 61 (2), 189-214.
- [95] O'Sullivan, C., Bray, J.D., Riemer, M. (2004). Examination of the response of regularly packed specimens of spherical particles using physical tests and discrete element simulations. *J Eng Mech-ASCE*, 130, 1140-1150.
- [96] Pena, A.A., Lizcano, A., Alonso-Marroquin, F., Herrman, H.J. (2008). Biaxial test simulations using a packing of polygonal particles. *Int. J. for Num. and Anal. Meth. in Geomech.*, 32, 143-160.
- [97] Philippe, P., Richard, T. (2008). Start and stop of an avalanche in a granular medium subjected to an inner water flow. *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 77 (4).
- [98] Pitois, O., Moucheron, P., Chateau, X. (2000). Liquid Bridge between Two Moving Spheres: An Experimental Study of Viscosity Effects. *Journal of Colloid and Interface Science*, 231 (1).
- [99] Rabinovich, Y.I., Esayanur, M.S., Moudgil, B.M. (2005). Capillary Forces between two spheres with fixed volume liquid bridge: theory and experiment. *Langmuir*, 21 (24), 10992 -10997.
- [100] Rahman, A. (1964). Correlations in the Motion of Atoms in Liquid Argon. *Phys. Rev.*, 136, A405-A411.
- [101] Reinson, J.R., Fredlund, D.G., Wilson, G.W. (2005). Unsaturated flow in coarse porous media. *Can. Geotechnical Journal*, 42, 252-262.

- [102] Richefeu, V., El Youssoufi, M.S.; Peyroux, R.; Radjai, F. (2008). A model of capillary cohesion for numerical simulations of 3D polydisperse granular media. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 32 (11).
- [103] Rothman, D.H. (1998). Cellular-automaton fluids: a model for flow in porous media. *Geophysics*, 53 (4), 509-518.
- [104] Rowe, P.W. (1962). The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact. *Proc. R. Soc. A*, 264, 500-527.
- [105] Rudnicki, J. W., Rice, J. R. (1975). Conditions for the Localization of the Deformation in Pressure-Sensitive Dilatant Materials. *J. Mech. Phys. Solids*, 23, 371-394.
- [106] Ryhnart, P.R., McLachlan, R., Jones, J.R., McKibbin, R. (2003). Solution of the Young-Laplace equation for three particles. *Res. Lett. Inf. Math. Sci.*, 5, 119-127.
- [107] Salot, C. (2007). Modélisation du comportement mécanique d'un matériau granulaire composite par la méthode des éléments discrets., Université Grenoble 1 "Joseph Fourier", Laboratoire Sols, Solides, Structures, Risques (3S-R), PhD Thesis.
- [108] Samadani, A., Kudrolli, A., (2001). Angle of repose and segregation of cohesive granular matter. *Phys. Rev. E*, 64, 051301.
- [109] Nowak, S., Samadani, A., Kudrolli, A. (2005). Maximum angle of stability of a wet granular pile. *Nature Physics*, 1, 50.
- [110] Santamarina, J. C. (2001). Soil behaviour at the microscale particle forces. *Proc. Symp. Soil Behaviour and Soft Ground Construction*, MIT.
- [111] Santamarina, J.C., Cho, G.C. (2001). Determination of critical state parameters in sandy soil - Simple procedure *Geotechnical Testing Journal*, 24 (2), 185-192.
- [112] Santamarina, J.C. (2001). *Soils and waves*, John Wiley and sons, Chichester, England.

-
- [113] Savage, S. B. (1984). The mechanics of rapid granular flows. *Adv. Appl. Mech.*, 24, 289-366.
- [114] Scott, G. D., Kilgour, D. M. (1969). The density of random close packing of spheres. *Journal of Phys. D*, 2, 863-866.
- [115] Sholtz, P., Bretz, M., Nori, F. (1997). Sound-producing sand avalanches. *Contemporary Physics*, 38(5), 329-342.
- [116] Simonini, P. (1996). Analysis of behaviour of sand surrounding pile tips. *Journal of Geotech. Engineering*, 122, 897-905.
- [117] Skinner, A.E. (1969). A note on the influence of interparticle friction on the shearing strength of a random assembly of spherical particles. *Geotechnique*, 19, 150-157.
- [118] Smid, J., Novosad, J. (1981). Pressure distribution under heaped bulk solids. *ChemE Symp*, 63.
- [119] Song, C., Wang, P., Makse H.A. (2008). A phase diagram for jammed matter. *Nature*, 453, 629-632.
- [120] Song, C., Wang, P., Makse, H. A. (2005). Experimental measurement of an effective temperature for jammed granular materials. *Proc. Nat. Acad. Sci.*, 102, 2299-2304.
- [121] Soulié, F., Cherblanc, F., El Yousoufi, M. S., Saix, C. (2006). Influence of liquid bridges on the mechanical behavior of polydisperse granular materials. *Int. Journ. for Numerical And Analytical method in geomechanics*, 30, 213-228.
- [122] Spaid, M.A.A., Phelan, F.R. (1997). Lattice Boltzmann methods for modeling microscale flow in fibrous porous media. *Phys. Fluids*, 9, 2468.
- [123] Sperotto, M. (2007). Filtrazione in regime transitorio all'interno di un pendio modello ed effetti sull'instabilità. *Tesi di Laurea*, Dipartimento IMAGE, Università di Padova.
- [124] Staron, L., Radjai, F., Vilotte, J.-P. (2005). Multi-scale analysis of the stress-state in a granular slope in transition to failure. *The European Physical Journal E*, 18, 311-320.

- [125] Stormont, J.C., Anderson, C.E. (1999). Capillary barrier effect form underlying coarser soil layer. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Enginnering*, 158 (8), 641-648.
- [126] Suiker, A.S.J., Fleck, N. A. (2004). Frictional collapse of granular assemblies. *J. Appl. Mech. (ASME)*, 71, 350-358.
- [127] Suiker, A.S.J., Fleck, N.A. (2004). Frictional collapse of granular materials. *J. Appl. Mech. (Trans. ASME)*, 71, 350-358.
- [128] Thornton, C. (1979). The Conditions for Failure of a Face-Centered Cubic Array of Uniform Rigid Spheres. *Géotechnique*, 29(4), 441-459.
- [129] Thornton, C., Lanier, J. (1997). Uniaxial compression of granular media: numerical simulations and physical experiment. *Powders and Grains 97*, Behringer and Jenkins (eds), Balkema, Rotterdam, 223-226.
- [130] Tiso, C., Bertoldi, G., Rigon, R. (2004). The model Geotop-SF to forecast the triggering of slopes and debris flow instability. *CAMDHA*, Princeton.
- [131] Tsai, T.L., Yang, J.C. (2006). Modeling of rainfall-triggered shallow landslide. *Environmental Geology*, 50.
- [132] Tselishchev, Y.G., Val'tsifer, V.A. (2003). Influence of the type of contact between particles joined by a liquid bridge on the capillary cohesive forces. *Colloid Journal*, 65 (3), 385-389.
- [133] Vardoulakis, I. (1980). Shear Band Inclination and Shear Modulus of Sand in Biaxial Tests. *Int. J. Numer. Anal. Meth. in Geomechanics*, 4, 103-119.
- [134] Vesga, L.F., Vallejo, L.E., Lobo-Guerrero, S. (2008). DEM analysis of the crack propagation in brittle clays under uniaxial compression tests. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 32 (11), 1405 - 1415.
- [135] Vesic, A. S. (1973). Analysis of ultimate loads of shallow foundations. *Journal of the Soil Mech. and Foundation Division*, 99(1), 45-73.
- [136] Walton, K. (1987). The effective elastic moduli of a random packing of spheres. *J. Mech. Phys. Solids*, 35, 213-226.

-
- [137] White, D.J., Take, W.A., Bolton, M.D., Munachen, S.E. (2003). Soil deformation measurement using particle image velocimetry (PIV) and photogrammetry. *Geotechnique*, 53(7), 619-631.
- [138] White, D.J., Take, W.A., Bolton, M.D., Munachen, S.E. (2001). A deformation measurement system for geotechnical testing based on digital imaging, close-range photogrammetry, and PIV image analysis. *15th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering*, Istanbul, Balkema, Rotterdam, 539-542.
- [139] Willet, C.D., Adams, M.J., Johnson, S.A., Seville, J.P.K. (2000). Capillary bridges between two spherical bodies. *Langmuir*, 16.
- [140] Wilson, G.W., Fredlund, D.G., Barbour, S.L. (1997). The effect of soil suction on evaporative fluxes from soil surfaces. *Canadian Geotechnical Journal*, 34.
- [141] Yan, W.M. (in press). Fabric evolution in a numerical direct shear test. *Computer and Geotechnics*.
- [142] Yang, R.Y., Zou, R.P., Yu, A.B. (2003). Numerical study of the packing of wet coarse uniform spheres. *AIChE Journal*, 49 (7), 1656-1666.
- [143] Zhao, D., Nezami, E.G., Hashash, Y.M.A., Ghaboussi, J. (2006). Three-dimensional discrete element simulation for granular materials. *International Journal for Computer-Aided Engineering and Software*, 23 (7), 749-770.
- [144] Zollet, M. (2008). Analisi numerica e sperimentale del moto di filtrazione in regime transitorio in un modello di pendio in sabbia. *Tesi di Laurea*, Dipartimento IMAGE, Università di Padova.