

MODELLAZIONE DEL COLLASSO DI UN RILEVATO ARGINALE CON IL METODO DEI PUNTI MATERIALI PER TERRENI PARZIALMENTE SATURI

Veronica Girardi (veronica.girardi.1@phd.unipd.it)

DICEA - Università degli Studi di Padova, via Ognissanti 39, Padova

Francesca Ceccato (francesca.ceccato@icea.unipd.it)

DICEA - Università degli Studi di Padova, via Ognissanti 39, Padova

ABSTRACT. Numerosi fenomeni di instabilità in pendii naturali o artificiali sono caratterizzati da grandi deformazioni. Le condizioni di saturazione dei terreni coinvolti giocano un ruolo fondamentale nelle fasi di innesco e propagazione. Entrambi questi aspetti sono inclusi in una recente formulazione del metodo dei punti materiali (MPM), detta *2Phase+suction*, oggetto del presente contributo. In questo contributo, viene brevemente presentata la formulazione e applicata all'instabilità di una scarpata arginale indotta da una combinazione di pioggia e piena prolungata, mettendo in luce le potenzialità dell'MPM in quanto permette di simulare il comportamento post-failure rispetto ai tradizionali metodi FEM e LEM.

1. INTRODUZIONE

La mitigazione del rischio di frane e instabilità di opere in terra è basata sulla comprensione di complessi fenomeni di interazione idromeccanica. La modellazione numerica fornisce un valido strumento di indagine e previsione di tali fenomeni. Le analisi di stabilità di pendii naturali ed artificiali sono generalmente basate su codici di calcolo che utilizzano il metodo dell'equilibrio limite (LEM) oppure degli Elementi Finiti (FEM). Entrambi i metodi forniscono una stima delle condizioni di stabilità mediante il Fattore di Sicurezza (FS), inteso come il rapporto fra la resistenza mobilitata lungo una superficie di scorrimento e le azioni destabilizzanti che favoriscono il cinematismo. Il LEM considera un comportamento rigido-plastico del terreno e adotta il metodo dei conci per la definizione di sollecitazioni agenti e resistenze. La superficie di scorrimento viene prestabilita dall'utente. Nell'analisi FEM è invece possibile considerare il comportamento deformativo della massa di terreno coinvolta nel potenziale cinematismo e la superficie di scorrimento è parte della "soluzione" del problema. Tuttavia l'ipotesi di piccole deformazioni su cui si basa il metodo rende impossibile la stima delle deformazioni post-collasso. In questo contesto, emerge la necessità di sviluppare nuove tecniche numeriche che permettano di quantificare il comportamento post-collasso. I benefici risultanti sono evidenti qualora si dovesse fare una valutazione del rischio e progettare un intervento di mitigazione del rischio frana o di rinforzo di opere arginali.

Il metodo dei punti materiali (MPM), è un metodo di analisi ai grandi spostamenti, idoneo per materiali di tipo "history-dependent", come i terreni, che può essere adottato per le analisi di stabilità. Il metodo si basa su una rappresentazione duale: da una parte si utilizza la meccanica del continuo per trattare il terreno, con conseguente risoluzione di equazioni di governo ai nodi di una griglia computazionale di background che copre tutto il dominio di potenziale spostamento. Dall'altra parte vi sono i punti materiali (MPs) che discretizzano il volume di terreno in analisi, conservando le proprietà fisiche e meccaniche nel tempo. Procedure di mapping consentono il passaggio delle informazioni (variabili cinematiche, deformative, tensoriali, ecc.) dai nodi ai MPs. In questo modo, la deformazione della griglia computazionale non limita i grandi spostamenti, rendendo possibile l'analisi a partire dallo sviluppo di superfici di rottura, riproducendo tutta la fase di propagazione, fino alla deposizione finale.

L'MPM venne inizialmente formulato per materiali monofase nell'ambito della meccanica dei solidi (Sulsky, Zhou, & Schreyer, 1995), e successivamente esteso ai mezzi saturi e non saturi ai fini delle applicazioni in geomeccanica e ingegneria geotecnica (Fern, Rohe, Soga, & Alonso, 2019). In questo contributo viene presentata una recente formulazione Single-Point per terreni parzialmente saturi, detta *2Phase+suction*, sviluppata dagli stessi autori (Ceccato, Yerro, Girardi, & Simonini, 2021). Tale formulazione viene utilizzata per la prima volta nell'ambito dell'analisi di stabilità dei rilevati arginali, grazie all'implementazione di condizioni al contorno transitorie idrauliche, innovative nell'ambito dell'MPM.

2. LA FORMULAZIONE 2PHASE PER TERRENI PARZIALMENTE SATURI

I terreni parzialmente saturi sono mezzi porosi a tre fasi: la fase solida (S) rappresentata dallo scheletro solido e i fluidi, liquido (L) e gassoso (G) che riempiono le porosità. Nella formulazione *2Phase+suction* si assume gas di densità trascurabile rispetto alle altre fasi e a pressione atmosferica ($p_G = 0$). In questo modo le equazioni di governo sono relative a solo due fasi, liquida e solida, e la suzione di matrice viene definita come $s = p_L - p_G = p_L$. La densità della miscela si esprime come $\rho_m = n_S \rho_S + n_L \rho_L$, dove le concentrazioni volumetriche delle fasi solida e liquida sono rispettivamente $n_S = 1 - n$ e $n_L = S_L n$ e dove S_L è il grado di saturazione e n la porosità.

Le equazioni di governo della formulazione si articolano in conservazione della quantità di moto del liquido e della miscela, Eq. 1 e 2, conservazione della massa, equazioni di compatibilità e legami costitutivi. Le equazioni della quantità di moto vengono trasformate nella forma debole e discretizzate nello spazio per ricavare le incognite principali, ovvero le accelerazioni del liquido e del solido, \mathbf{a}_L e \mathbf{a}_S . La forza di “drag” che rappresenta l’interazione fra le fasi viene espressa come $\mathbf{f}_L^d = \frac{n_L \mu_L}{k_L} (\mathbf{v}_L - \mathbf{v}_S)$, dove \mathbf{v}_L e \mathbf{v}_S sono le velocità del liquido e del solido, μ_L è la viscosità dinamica e k_L è la permeabilità intrinseca. Infine \mathbf{g} è il vettore della forza di gravità.

$$\rho_L \mathbf{a}_L = \nabla p_L - \mathbf{f}_L^d + \rho_L \mathbf{g} \quad (1)$$

$$n_S \rho_S \mathbf{a}_S + n_L \rho_L \mathbf{a}_L = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho_m \mathbf{g} \quad (2)$$

Successivamente vengono calcolati velocità e spostamenti considerando la discretizzazione temporale, mediante uno schema di tempo esplicito. Le equazioni di conservazione della massa per ciascuna fase sono combinate in un’equazione singola (Eq. 3) che permette di ricavare gli incrementi di pressioni del liquido. In questa equazione si assume inoltre un comportamento debolmente comprimibile del liquido.

$$\frac{D^S p_L}{Dt} = \left[n \left(S_L \frac{\partial \rho_L}{\partial p_L} + \rho_L \frac{\partial S_L}{\partial p_L} \right) \right]^{-1} \cdot \text{div}[\rho_L n S_L (\mathbf{v}_S - \mathbf{v}_L)] - \rho_L S_L \text{div}(\mathbf{v}_S) \quad (3)$$

Viene adottato il principio delle tensioni efficaci di Bishop (Eq. 4) per considerare la ripartizione dello stato di stress tra le fasi, assumendo $\chi = S_L$. Infine, un opportuno modello costitutivo, Eq. 5, lega le tensioni efficaci alle deformazioni del solido, implementato nella classica forma incrementale. Nella stessa Eq. 5 \mathbf{D} rappresenta la matrice di rigidezza.

$$\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma}_{net} - \chi s \mathbf{I} \quad (4)$$

$$d\boldsymbol{\sigma}' = \mathbf{D} \cdot d\boldsymbol{\varepsilon} \quad (5)$$

Lo stato di parziale saturazione del terreno e la sua evoluzione in funzione della suzione sono descritti dalla curva di ritenzione idrica (SWRC= Soil Water Retention Curve) e dalla curva di conducibilità idraulica (HCC= Hydraulic Conductivity Curve). La SWRC può assumere diverse espressioni, ma in questo caso, per semplicità, si utilizza la relazione lineare di Eq.6. La HCC stabilisce la relazione fra conducibilità idraulica e grado di saturazione. Essa può stabilire che la conducibilità idraulica sia pari a quella satura, $k_L/k_{sat} = cost$, oppure variabile secondo una potenza del grado di saturazione, come le equazioni di Hillel (Hillel, 1971) o di Mualem (Mualem, 1976).

$$S_L = 1 - a_v \cdot s \quad (6)$$

3. APPLICAZIONE: INSTABILITA' INDOTTA DA COMBINAZIONE DI PIOGGIA E PIENA

In questa sezione viene illustrato un esempio applicativo della formulazione *2Phase+suction* ad un’analisi di stabilità di una scarpata arginale. Per ulteriori esempi applicativi il lettore può fare riferimento a (Ceccato et al., 2021; Girardi et al., 2021; Ceccato et al., 2020). In questo esempio si considera un modello 2D plain strain che comprende la scarpata lato campagna di un rilevato arginale, alto 3m con pendenza 2/3 (Fig. 1). I parametri dei materiali sono riportati in Tabella 1. Il modello costitutivo per il terreno è elastico perfettamente plastico con criterio di rottura di Mohr-Coulomb. La SWRC lineare con $a_v = 4 \cdot 10^{-4} 1/kPa$ e HCC costante con conducibilità idraulica satura $k_{sat} = 3.92 \cdot 10^{-4} m/s$.

La distribuzione di pressioni viene inizializzata applicando una pressione linearmente crescente al bordo lato fiume per riprodurre l’effetto di una piena prolungata, con livello del fiume pari a 2m. Anche le tensioni geostatiche

vengono inizializzate in questa fase. In questa fase, una condizione di Potential Seepage face è applicata a lato campagna. Con questa condizione al contorno, se il terreno è saturo l'acqua è libera di uscire a pressione atmosferica, viceversa, se il terreno è parzialmente saturo, l'acqua non può entrare attraverso tale porzione del contorno. Questa condizione viene dunque aggiornata ad ogni ciclo computazionale, controllando che alla pressione nulla corrisponda un vettore di flusso uscente, altrimenti viene introdotta un'opportuna correzione. Analoghe condizioni al contorno e proprietà dei materiali sono utilizzate nel modello FEM.

La Figura 2 mostra la distribuzione delle pressioni nel rilevato al termine di questa fase confrontando i risultati ottenuti con l'approccio MPM e con SEEP/W dove si vede un ottimo accordo. Viene quindi condotta un'analisi LEM che restituisce un fattore di sicurezza 1.022 con il metodo di Bishop. Il pendio è quindi stabile ma con un limitato margine di sicurezza.

Tabella 1 Parametri dei materiali

Densità grani solidi [kg/m ³]	2700	Modulo elastico solido [kPa]	50000
Densità liquido [kg/m ³]	1000	Coefficiente di Poisson [-]	0.3
Porosità [-]	0.4	Angolo d'attrito [°]	27
Modulo elastico liquido [kPa]	80000	Coesione [kPa]	2
Permeabilità [m/s]	$3.92 \cdot 10^{-4}$	Dilatanza [°]	0

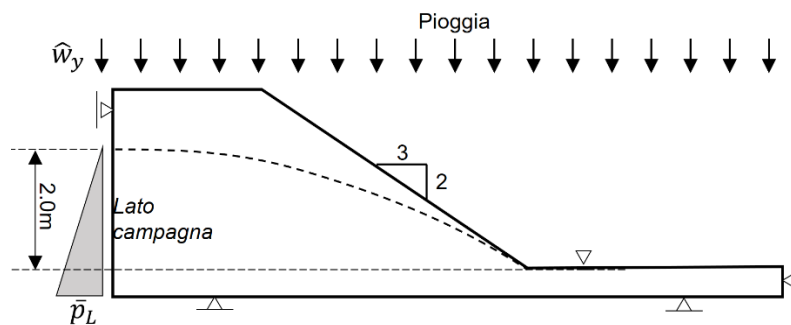


Figura 1 Schema del modello con condizioni al contorno

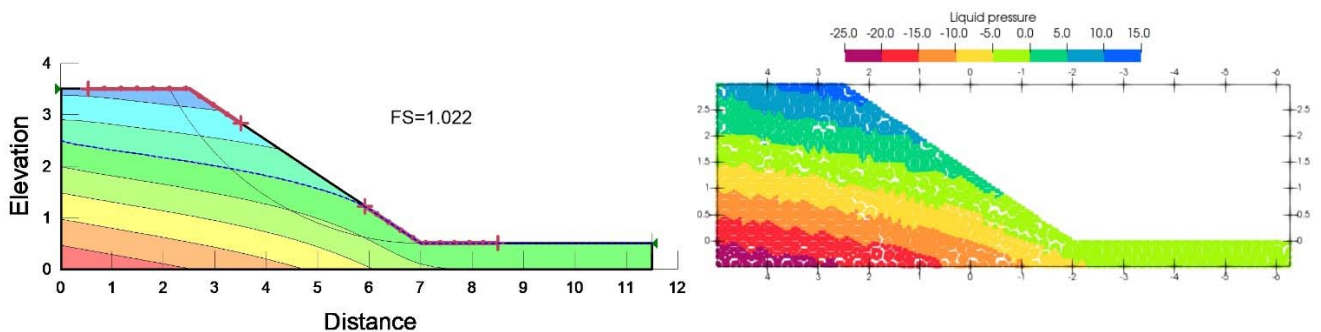


Figura 2 Distribuzione iniziale delle pressioni (valori positivi di "Liquid pressure" corrispondono alle suzioni sopra la superficie freatica) con FEM (sopra) e MPM (sotto)

Successivamente viene rimossa la condizione di potential seepage face a lato campagna e applicata una condizione di infiltrazione, con velocità di infiltrazione $\widehat{w}_y = 10^{-4} m/s$, per simulare una precipitazione intensa. Dopo 15s il fattore di sicurezza calcolato con il metodo dell'equilibrio limite scende sotto l'unità. Questo indica che la scarpata non è più in equilibrio statico, tuttavia nessuna informazione sulle conseguenti deformazioni della stessa può essere ricavata.

Con l'MPM è invece possibile simulare l'evoluzione del collasso anche nel caso in cui si abbiano grandi deformazioni. Nella Figura 4 a sono plottati gli spostamenti dei MPs al termine della simulazione, da cui è visibile la porzione di terreno mobilizzata. In Figura 4b si riporta l'andamento nel tempo degli spostamenti della cresta e del piede della scarpata. Si può notare che lo spostamento incrementa rapidamente fra 15 e 20s, per poi rimanere pressoché costante, salvo un ulteriore piccolo incremento intorno a 100s dovuto al continuo aumento dell'infiltrazione. La sommità del pendio si abbassa di circa 25cm, mentre il piede scivola orizzontalmente di circa 17cm. Queste informazioni sul comportamento post-collasso possono essere prese in considerazione per discutere il margine di sicurezza residuo dell'opera e integrare una stima del rischio.

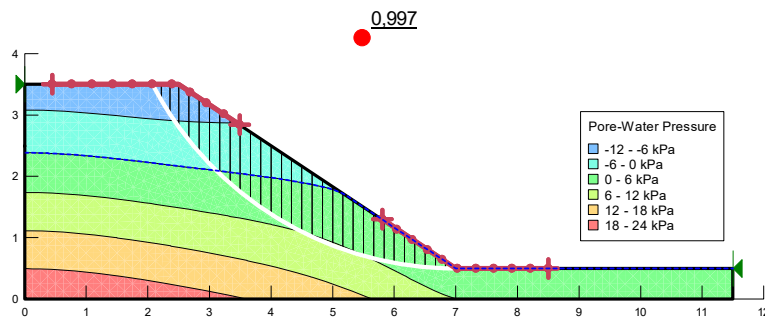


Figura 3 FS con metodo di Bishop dopo 20s dall'inizio dell'infiltrazione

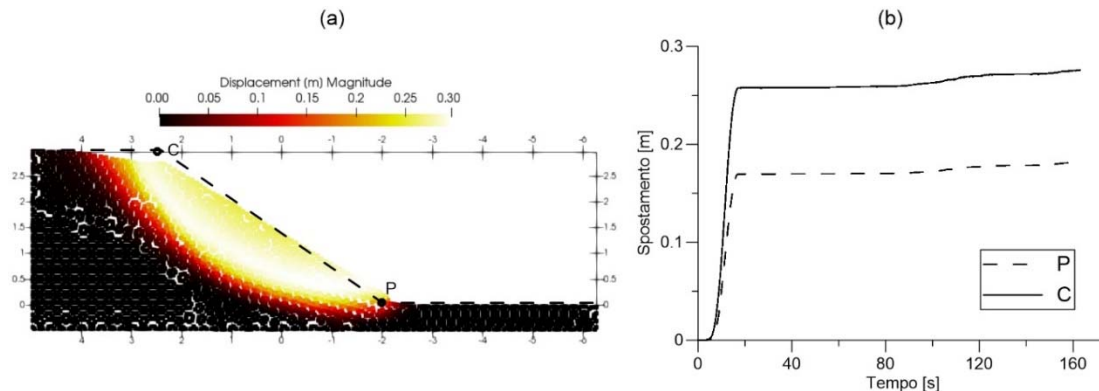


Figura 4 Spostamenti del rilevato (a) configurazione finale; (b) andamento degli spostamenti della cresta (C) e del piede (P) nel tempo.

3. CONCLUSIONI

È stata presentata una formulazione MPM capace di simulare il comportamento idromeccanico dei terreni parzialmente saturi anche a grandi deformazioni. Tale formulazione permette di superare le attuali limitazioni dei metodi FEM e LEM, offrendo la possibilità di valutare gli spostamenti post-collasso dell'opera e quindi migliorando la stima del rischio. Attraverso l'implementazione di condizioni al contorno idrauliche è possibile introdurre alterazioni del regime di filtrazione, che a loro volta impattano sulla resistenza globale. Tali condizioni vengono adottate nell'esempio applicativo, mirato ad investigare le condizioni di stabilità di una scarpata arginale dove un evento di pioggia si combina alla preesistente saturazione del rilevato. Il metodo fornisce una quantificazione efficace degli spostamenti, e della loro evoluzione nel tempo, migliorando la conoscenza del fenomeno e aprendo la strada ad ulteriori sviluppi applicativi.

4. BIBLIOGRAFIA

- Ceccato, F., Yerro, A., Girardi, V., & Simonini, P. (2021). Two-phase dynamic MPM formulation for unsaturated soil. *Computers and Geotechnics*, 129(July 2020), 103876. Elsevier Ltd. Retrieved from <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2020.103876>
- Fern, E. J., Rohe, A., Soga, K., & Alonso, E. E. (2019). *The Material Point Method for Geotechnical Engineering: A Practical Guide*. CRC Press.
- Girardi, V., Yerro, A., Ceccato, F., & Simonini, P. (2021). *Modeling large deformations in water retention structures with an unsaturated MPM approach. Geotechnical Engineering (Proceedings of ICE)*, accepted.
- Ceccato, F., Cola, S., Girardi, V., Simonini, P. (2020). *Effect of artificial snowing system on the stability of a ski slope in the Dolomites*. SCG-XIII International Symposium On Landslides. Cartagena, Colombia. June 15th-19th-2020
- Hillel, D. (1971). *Soil and water – physical principles and processes*. London (UK): Academic press.
- Mualem, Y. (1976). A New Model for Predicting the Hydraulic Conductivity of Unsaturated Porous Media. *WATER RESOURCES RESEARCH*, 12(3).
- Sulsky, D., Zhou, S.-J., & Schreyer, H. L. (1995). Application of a particle-in-cell method to solid mechanics. *Computer Physics Communications*, 87(1–2), 236–252. Retrieved from <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0010465594001707>