



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI PADOVA

Sede Amministrativa: Università degli Studi di Padova

Dipartimento di Ingegneria Industriale

---

SCUOLA DI DOTTORATO DI RICERCA IN: INGEGNERIA INDUSTRIALE

INDIRIZZO: INGEGNERIA DELL'ENERGIA

CICLO XXVII

**Utilizzo di tecnologie avanzate per applicazioni di "high speed cooking"**

**Direttore della Scuola:** Ch.mo Prof. Paolo Colombo

**Coordinatore d'indirizzo:** Ch.mo Prof.ssa Luisa Rossetto

**Supervisore:** Ch.mo Prof. Massimo Guarnieri

**Dottorando :** Francesco Gambato



---

## Ringraziamenti

---

I lavori di alcune persone sono resi unici non solo dall'impegno profuso e dalle capacità individuali, ma soprattutto dalla voglia di arrivare in fondo, non perché esso sia dovuto, ma perché è desiderato, dettato da una spinta verso l'alto per il raggiungimento di una meta. È anche grazie all'amico Mirco che riesco a credere al connubio tra scienza e passione.

Ringrazio i compagni di dottorato e d'ufficio, figure importanti lungo questo cammino. A loro va la mia gratitudine per avermi sopportato e per essere stati punti di forza nel perseguire i miei risultati. Colleghi nello studio, amici nella vita.

Questa tesi di dottorato la dedico alla mia famiglia.

Francesco Gambato



---

## Indice

---

<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>1 Aspetti generali delle onde elettromagnetiche</b>	<b>17</b>
1.1 Equazioni di Maxwell . . . . .	17
1.2 Equazioni delle onde e onde EM piane . . . . .	18
1.3 Onde EM piane in regime armonico . . . . .	20
1.4 Il vettore di Poynting . . . . .	21
1.5 Costante dielettrica complessa . . . . .	22
1.6 Fattore di perdita effettivo . . . . .	23
1.7 Spessore di penetrazione e resistenza superficiale nei conduttori . . . . .	25
1.8 Spessore di penetrazione nei dielettrici . . . . .	26
1.9 Polarizzazione delle onde EM . . . . .	26
1.10 Riflessione e rifrazione delle onde EM . . . . .	27
1.11 Interferenza delle onde EM . . . . .	27
<b>2 Le microonde e loro applicazioni</b>	<b>31</b>
2.1 Le microonde . . . . .	31
2.2 Applicazione agroalimentare . . . . .	33
Essiccazione . . . . .	35
Cottura . . . . .	36
Pastorizzazione e sterilizzazione . . . . .	37
Disinfestazione alimenti . . . . .	37
2.3 Forni a microonde . . . . .	39
<b>3 La propagazione in guida d'onda rettangolare</b>	<b>43</b>
3.1 La guida rettangolare . . . . .	43
3.2 Frequenza di cutoff, lunghezza d'onda di cutoff e lunghezza d'onda in guida	45

3.3	Velocità di fase e velocità di gruppo . . . . .	46
3.4	Modi trasverso-elettrici (TE) . . . . .	47
	Impedenza caratteristica dei modi TE . . . . .	48
3.5	Modi trasverso-magnetici (TM) . . . . .	48
	Impedenza caratteristica dei modi TM . . . . .	48
3.6	Sovrapposizione di due modi TEM . . . . .	49
3.7	Propagazione dei modi . . . . .	51
3.8	Potenza EM in guida d'onda . . . . .	52
3.9	Perdite in guida d'onda rettangolare e costante di attenuazione . . . . .	53
3.10	Modo fondamentale $TE_{10}$ . . . . .	56
<b>4</b>	<b>Guide d'onda viste come linee di trasmissione</b>	<b>59</b>
4.1	Linee di trasmissione . . . . .	59
4.2	Linea senza perdite . . . . .	61
4.3	Linea senza perdite adattata . . . . .	62
4.4	Linea senza perdite cortocircuitata (stub) . . . . .	63
4.5	Linea senza perdite aperta . . . . .	63
4.6	Linea senza perdite con carico arbitrario - coefficiente di riflessione . . . . .	64
4.7	Guide d'onda viste come linee di trasmissione . . . . .	65
<b>5</b>	<b>Accoppiamento tra sorgente a microonde di potenza e guida d'onda</b>	<b>67</b>
5.1	Principi di accoppiamento con guide d'onda . . . . .	67
5.2	Accoppiamento sorgente a microonde di potenza con guide d'onda . . . . .	69
5.3	Sorgente a microonde di potenza - magnetron . . . . .	71
	Principio di funzionamento del magnetron . . . . .	73
	Accoppiamento diretto . . . . .	75
5.4	Sorgente a microonde di potenza - solid state . . . . .	76
	Il Power MOSFET . . . . .	78
	Il concetto di RESURF . . . . .	79
	Struttura del Lateral Power MOS . . . . .	80
	Principio di funzionamento dell'LDMOS . . . . .	81
	GaN HEMT . . . . .	82
	Struttura cristallina del GaN . . . . .	82
	Proprietà elettroniche del GaN . . . . .	83
	La struttura di un HEMT . . . . .	84
	Principio di funzionamento del GaN HEMT . . . . .	86
<b>6</b>	<b>Risonatori a microonde - cavità e linee</b>	<b>89</b>
6.1	Cavità risonante a sezione rettangolare . . . . .	89
	Frequenze di risonanza . . . . .	90

---

Fattore di merito $Q$ del modo $TE_{101}$ . . . . .	91
6.2 Modello elettrico di una cavità risonante . . . . .	94
6.3 Risonatori a linee di trasmissione - cavo coassiale . . . . .	95
6.4 Cavità risonante del prototipo “panini grill” . . . . .	98
<b>7 Antenne a fessura e schiere di antenne</b>	<b>123</b>
7.1 Parametri di un’antenna . . . . .	123
Diagramma di radiazione di un’antenna . . . . .	124
Guadagno e direttività d’antenna . . . . .	126
Resistenza di radiazione ed efficienza d’antenna . . . . .	127
Adattamento d’antenna . . . . .	128
Polarizzazione di un’antenna . . . . .	129
7.2 Schiere di antenne . . . . .	129
7.3 Antenne a fessura . . . . .	133
Principio di dualità . . . . .	133
Fessure nelle pareti di guide d’onda rettangolari . . . . .	134
Equazioni di Stevenson e sviluppi . . . . .	137
<b>8 Il modello del carico di cottura</b>	<b>141</b>
8.1 Campi elettrostatici . . . . .	141
8.2 Campi dipendenti dal tempo . . . . .	142
8.3 Polarizzabilità . . . . .	146
8.4 Il modello di Debye . . . . .	147
8.5 Distribuzione dei tempi di rilassamento . . . . .	148
8.6 Modello del carico di cottura utilizzato . . . . .	149
<b>9 Il riscaldamento a microonde</b>	<b>153</b>
9.1 Descrizione del problema elettromagnetico e termico accoppiato . . . . .	154
9.2 Riscaldamento a microonde non uniforme . . . . .	155
Disuniformità dovuta alla distribuzione del campo EM . . . . .	155
Disuniformità dovuta alle variazioni spazio-tempo delle proprietà . . . . .	156
9.3 Valutazione quantitativa del riscaldamento non uniforme . . . . .	157
9.4 Equazione generale del riscaldamento a microonde . . . . .	158
Modello semplificato riscaldamento a microonde . . . . .	161
9.5 Condizioni al contorno del riscaldamento a microonde . . . . .	162
Modello semplificato delle condizioni al contorno . . . . .	163
Coefficienti di scambio termico utilizzati . . . . .	163
<b>10 Ottimizzazione basata su metamodulo</b>	<b>165</b>
10.1 Metamodello . . . . .	165

---

Obiettivi del metamodello . . . . .	166
Procedura di sviluppo del metamodello . . . . .	167
Scelta del piano sperimentale (DOE) . . . . .	169
Tecnica dei metamodelli successivi - Panning and Zooming . . . . .	169
Costruzione del metamodello . . . . .	171
10.2 Ottimizzazione . . . . .	172
Algoritmi deterministici . . . . .	173
Algoritmi euristici . . . . .	174
Algoritmi evolutivi . . . . .	174
PSO: Particle Swarm Optimization . . . . .	175
Gestione dei vincoli con algoritmi evolutivi . . . . .	177
Soluzione ottimizzazione multiobiettivo . . . . .	179
<b>11 Risultati</b>	<b>181</b>
11.1 Il software di simulazione COMSOL Multiphysics . . . . .	181
Convergenza ed errori . . . . .	182
11.2 Realizzazione modello numerico e validazione . . . . .	183
11.3 Riscaldamento uniforme tramite sfasamento delle sorgenti a microonde . . . . .	186
Risultati riscaldamento uniforme tramite sfasamento delle sorgenti . . . . .	191
11.4 Riscaldamento uniforme tramite antenne a fessura . . . . .	192
Risultati riscaldamento uniforme tramite antenne a fessura . . . . .	205
<b>Conclusioni</b>	<b>207</b>
<b>Sviluppi futuri</b>	<b>209</b>
<b>Bibliografia</b>	<b>212</b>





---

## Abstract

---

The microwave (MW) technology has become crucial in “high speed cooking” equipment. This new generation of cooker is still being refined and still finding its place in today’s kitchens, but it is clear that these new high speed ovens can cook a wide variety of products and cook them faster than anything previously on the market. In ordinary cooking, heat is applied to the outside of food and it gradually penetrates to the inside. In MW cooking, the heat is generated within the food. Thus, a shorter heating time and a higher efficiency are some of the benefits of this technology. MW cooking is rapid, but non-uniform. MW heating is non-uniform mainly because of the inherently uneven distribution of the electromagnetic (EM) field inside the oven cavity. As the energy penetrates a lossy material, it is absorbed and less of it remains to penetrate further. Thus, energy absorption is non-uniform. Moreover, the energy absorption process is strongly affected by shape, size, dielectric properties of materials, position of the workload, as well as by the cavity geometry and dimensions. MW heating systems must provide uniform heating to obtain high quality products and avoid the so-called hot spots and cold spots. Traditionally, the temperature uniformity is accomplished by moving parts within the applicator, using mode stirrers, employing turntable or a combination of these techniques. Unfortunately, these techniques are not applicable within all type of resonant cavities. Other techniques which do not involve moving parts are: the pulsing MW energy or the phase shifting for different sources of MW energy. The phase shift technique and its effects on the EM field distribution and heating of a workload is discussed in the Thesis. The study of MW power sources has increased popularity among researchers in the field of cooking systems. In the last few years the innovative high frequency power solid state devices has gained much attention in place of magnetron due to their higher performances. In particular, a more careful control of the cooking process, which guarantees a more uniform heating of the foodstuff, can be achieved by using the solid state devices. This result can be reached, for instance, by using a properly phase shift for different sources of MW

energy and it is discussed in the Thesis. Another solution, that is examined, involves the use of slots in the waveguide wall, which radiate EM energy from the waveguide. Since a multi slotted waveguide can be considered as an antenna array, a proper design of the slotted waveguide antennas, which feed the launch box and the MW applicator, is proposed in order to attain a more uniform temperature distribution without the need of moving parts. The effectiveness of the aforementioned technical solutions has been verified by means of numerical simulations on a test case model of practical interest, named “panini grill”. The use of MW technology ensures a sandwich is heated through without a cold centre while reducing cooking time significantly. In the 3D numerical model two physical phenomena, i.e. EM wave propagation and heat transport, are coupled together by the thermal effects of MW energy deposition and the temperature-dependent material parameters. The coupled problem is solved by means of a FEA commercial software (COMSOL). In order to achieve the design parameters for the slotted waveguide feeding system and the phase shifting, which guarantee the more uniform heating, an optimization problem has been solved. More specifically, a metamodels-based optimization method has been set up. The metamodels can significantly reduce the problem complexity and simulation time. The optimization procedure has been characterized by pre-processing, programming, and post-processing coupling COMSOL Multiphysics and Matlab software.

---

## Sommario

---

Nella progettazione di sistemi di cottura “high speed cooking” l’utilizzo della tecnologia a microonde si rivela essenziale. A differenza dei metodi tradizionali di riscaldamento in cui il calore fluisce dall’ambiente esterno verso l’interno, nel riscaldamento a microonde il campo elettromagnetico (EM) permette la generazione del calore all’interno del cibo stesso. Alcuni vantaggi di questo metodo sono i tempi di riscaldamento molto brevi e il rendimento elevato. Per contro, il riscaldamento a microonde è intrinsecamente non uniforme: la distribuzione del campo EM all’interno di una camera di cottura è disomogenea, altresì, l’onda EM che attraversa un workload cede energia e via via si attenua, determinando un assorbimento di energia non uniforme da parte del carico. Lo scenario si complica ulteriormente in relazione a geometria e dimensioni della cavità nonché alla geometria, dimensioni, posizione e proprietà dielettriche del carico di cottura. Per migliorare l’uniformità del riscaldamento vengono adottate tecniche che favoriscono il rimescolamento del campo EM durante il processo, come ad esempio il piatto rotante e gli agitatori di campo (stirrers). Non sempre la tipologia del sistema di cottura permette l’utilizzo di parti meccaniche in movimento per l’agitazione del campo e quindi la mitigazione di hot spot e cold spot. In alcuni casi vengono utilizzate tecniche senza parti mobili quali: l’accensione intermittente di sorgenti a microonde di potenza o lo sfasamento tra le sorgenti. Quest’ultima tecnica, ed in particolare i suoi effetti sulla distribuzione del campo EM e sul riscaldamento del carico di cottura sono stati affrontati in questa tesi di dottorato. Lo studio delle sorgenti a microonde di potenza è diventato sempre più importante tra i ricercatori che si occupano di sistemi di cottura. Negli anni recenti, i dispositivi a stato solido, caratterizzati da prestazioni sempre più elevate, hanno trovato impiego in molte aree di applicazioni prima riservate ai magnetron. In particolare, l’utilizzo di generatori a stato solido consente un controllo della cottura più accurato garantendo un riscaldamento uniforme del cibo, per esempio agendo sullo sfasamento tra le diverse sorgenti a microonde. Una ulteriore tecnica, oggetto di indagine in questa tesi, per migliorare le prestazioni

di cottura del cibo si giova dell'utilizzo di opportune aperture di accoppiamento tra le guide d'onda e la camera di lancio, ovvero antenne a fessura utilizzate per realizzare una schiera di antenne in una guida d'onda. L'efficacia delle tecniche proposte per migliorare l'obiettivo del riscaldamento uniforme è stata verificata tramite simulazione numerica di un prototipo d'interesse pratico: un sistema di cottura detto "panini grill" che grazie all'utilizzo della tecnologia a microonde permette di riscaldare un sandwich anche all'interno e ridurre significativamente i tempi di cottura. Il corrispondente modello multifisico 3D è stato realizzato mediante il software commerciale COMSOL Multiphysics che sfrutta il metodo degli elementi finiti per le simulazioni. In relazione agli accorgimenti impiegati, il problema di determinare quali siano i valori delle loro grandezze peculiari (e.g. sfasamento tra le sorgenti a microonde, layout schiera di antenne) che assicurano una cottura uniforme, è stato affrontato come un problema di ottimizzazione. In particolare, il metodo di ottimizzazione utilizzato si basa sulla costruzione di metamodelli al fine di ridurre la complessità ed il tempo complessivo di simulazione del modello numerico multifisico. Il processo di ottimizzazione ha coinvolto fasi di pre-elaborazione, programmazione e post-elaborazione attraverso l'accoppiamento tra COMSOL e il software di calcolo scientifico Matlab.





---

## Introduzione

---

Con il termine “*fast food*” ci si riferisce molto spesso ad un tipo di ristorazione rapida caratterizzata da una produzione veloce di pietanze e quindi cibi veloci da preparare, consegnare e consumare. In alcuni casi il cibo è stato anche preparato prima di essere ordinato e tenuto al caldo in appositi riscaldatori o tavoli a vapore, fino a quando non viene ordinato dai commensali [5, 4].

Oggi giorno, il consumatore è sempre più attento ed esigente e si aspetta che il cibo sia preparato a regola d’arte, anche a vista, e servito rapidamente. Il cliente ha maturato la consapevolezza che il cibo è sempre più anche un’esperienza sensoriale, piacere, energia e linguaggio.

Solido, liquido, caldo, profumato.

Come la casetta di marzapane di Hansel e Gretel, incubo/sogno di ogni bambino, il cibo stimola la nostra fantasia.

Il cibo è divenuto negli ultimi anni spunto di riflessione per inventare nuovi concept legati alle modalità di cottura, somministrazione, presentazione e consumo. La materia di progetto viene declinata assumendo nuove forme e contenuti, proponendo nuovi valori in termini di consapevolezza e di consumo, e toccando temi quali sostenibilità, multifunzionalità e ricerca di nuove forme d’uso.

Questo significa che, nei locali di ristorazione contraddistinti da volumi e flussi di commensali elevati, la preparazione del cibo deve essere sia repentina che di qualità per soddisfare le esigenze dei clienti. In particolare, questi aspetti risultano cruciali per la delicata fase della cottura: si esige un cibo cucinato rapidamente, fragrante, croccante, colore dorato e gustoso.

Chef, designer, tecnologi, chimici, fisici e ingegneri lavorano allo scopo di esplorare il cibo e l’alimentazione sotto tutti gli aspetti: il cibo come argomento di ricerca [115].

In questo contesto si inseriscono anche i produttori di attrezzature per la cottura professionale, attraverso l’impiego di tecnologie per lo “*high speed cooking*”.

L'“high speed cooking” è progettazione culturalmente consapevole di attrezzature in cui alimento e strumento di cottura interagiscono strettamente l'uno con l'altro creando le condizioni necessarie per risolvere un'esigenza legata al consumo di un prodotto alimentare servito rapidamente e di alta qualità.

Esistono sostanzialmente tre tipi di approccio all'“high speed cooking”:

- la progettazione alimentare, dove la materia edibile viene plasmata per creare prodotti innovativi e di grande impatto sensoriale;
- la progettazione di portata, coniugando in modo contestualizzato alimenti e/o strumenti rendendoli complementari e inscindibili tra loro, per esempio il packaging;
- la progettazione di luoghi e strumenti per la produzione e/o il consumo del cibo, dove il prodotto è il punto di partenza nella creazione di un concept store.

In pochi anni, i sistemi “high speed cooking” sono diventati un elemento fondamentale dell'equipaggiamento in diverse catene Quick Serve Restaurant (McDonald's, Subway e Burger King), in alcune catene alberghiere, nei vari centri di ristorazione per clienti e dipendenti aziendali, aeroporti e mense [5, 4].

La tecnologia di un forno “high speed cooking” combina alcune delle migliori caratteristiche della cottura per convezione, al microonde, ventilazione forzata (impingement), a induzione, al vapore e alla griglia; per creare sistemi di cottura in grado di esaltare rapidità e qualità nella preparazione di un prodotto alimentare.

Cuocere è un verbo familiare a chi pratica l'arte della cucina, ma anche importante per il valore nutrizionale degli alimenti ed il loro cambio in peso. La cottura è un trattamento di trasformazione dell'alimento, che può avvenire in *mezzo umido o secco*, di cui modifica sia la qualità sensoriale sia la struttura chimico-fisica; alcuni alimenti non necessitano di cottura, mentre per altri è indispensabile altrimenti non potrebbero essere consumati, per esempio per la presenza di batteri e parassiti come l'*Anisakis* [22].

La cottura in mezzo umido prevede che la trasmissione del calore avvenga tramite l'acqua o il vapore acqueo, raggiungendo una temperatura massima di 100° C (120° C con la pentola a pressione). La cottura risulta omogenea in tutto l'alimento, ma c'è il rischio di perdite dei nutrienti idrosolubili (che passano nel mezzo di cottura per dissoluzione). Esempi di cottura in mezzo umido sono il bagnomaria, la brasatura, la cottura a vapore e a pressione, la stufatura. Nella cottura in mezzo secco, invece, la trasmissione del calore avviene per mezzo di grassi o aria, raggiungendo una temperatura di circa 150-200° C. Durante la cottura, sull'alimento si forma una crosta superficiale, che limita le perdite nutrizionali e permette la corretta cottura all'interno del prodotto, intrappolando il calore. Esempi di cottura in mezzo secco sono la frittura, il cartoccio, l'arrostimento (al forno, alla griglia, alla piastra ecc.).

I principali scopi della cottura sono:

- intenerire il cibo, cioè ammorbidire la consistenza per favorirne la masticabilità;
- rendere l'alimento più digeribile;
- eliminare gli eventuali batteri presenti rendendo gli alimenti più igienici e sicuri;
- aumentare l'appetibilità in quanto si formano odori, sapori, aromi che ne esaltano il gusto;
- rendere l'alimento meglio conservabile;
- disattivare alcune sostanze quali gli "antinutrienti" naturalmente presenti in alcuni alimenti crudi.

Per ottenere gli effetti positivi suddetti occorre applicare ai cibi la giusta cottura, altrimenti si possono avere effetti negativi, come la formazione di sostanze nocive: la carbonizzazione nella cottura alla griglia e formazione di polimeri nella frittura; la distruzione delle vitamine termolabili, cioè sensibili al calore, in particolare la vitamina C e quelle del gruppo B; la distruzione di alcuni aminoacidi essenziali nelle cotture prolungate; la dispersione di alcune vitamine e sali minerali nell'acqua di cottura. Per questo, nella pianificazione delle ricette, è fondamentale considerare i quattro fattori critici della cottura: l'alimento e il mezzo di cottura (che devono essere fra loro compatibili, ad esempio non si può cuocere la pasta alla griglia), la temperatura e il tempo [128].

### *Cottura per arrostitimento*

Una semplice definizione di cottura per arrostitimento potrebbe essere la seguente: cottura di un alimento a temperatura elevata, sotto l'azione diretta del calore e in un ambiente con atmosfera asciutta, che provoca una colorazione superficiale del prodotto.

Questa tecnica di cottura utilizza un cosiddetto sistema di riscaldamento convenzionale.

Si dice "cottura statica" quella effettuata senza movimento dell'aria, nel forno a gas o elettrico, all'interno del quale il calore si trasmette per irraggiamento.

Il forno a termoconvezione (o ventilato) è ormai presente nella maggior parte delle cucine domestiche ed è in assoluto quello più utilizzato nella ristorazione. Come per il forno statico, la cottura è realizzata in ambiente secco; in questo caso il calore raggiunge il cibo grazie a una ventilazione forzata e ha quindi un'efficacia maggiore: i tempi di cottura sono leggermente inferiori (del 10-15% circa) rispetto alla cottura in forno statico. La movimentazione dell'aria tende ad asciugare maggiormente i cibi in superficie, anche se nel complesso il calo di peso è di poco inferiore rispetto al forno statico. Una evoluzione del forno ventilato è il forno ad impingement dove dell'aria viene preriscaldata e poi utilizzata in convezione forzata.

Nelle cucine professionali, a partire dalla metà degli anni '80, hanno fatto la loro comparsa forni (chiamati “trivalenti”) che possono cuocere sia a vapore, sia a termoconvezione, sia combinando i due sistemi di cottura. Queste attrezzature hanno completamente rivoluzionato la tecnica di cottura degli arrostiti grazie ad una innovazione che combina le altre due tecniche: a vapore e a convezione. Questa tecnica consente l'immissione contemporanea, nella camera, di aria calda asciutta (generalmente a 140-160° C) e di vapore surriscaldato: si crea così un tipo di ambiente caratterizzato da una temperatura uniforme e da una elevatissima capacità di trasmissione del calore, grazie all'elevato tasso di umidità.

### *Cottura al microonde*

I forni a microonde sono sempre più diffusi nelle cucine domestiche, per la loro praticità d'utilizzo e per la rapidità con la quale agiscono. Infatti le densità di potenza ottenibili sono elevate, perciò si ha un riscaldamento rapido nella maggior parte del prodotto, senza inerzia termica e senza il fastidioso “effetto pelle” generato dalle tecnologie di riscaldamento convenzionale, nelle quali il calore intacca inizialmente solo la superficie del prodotto [37]. Nel riscaldamento a microonde i campi elettrici permettono la generazione del calore all'interno dei cibi stessi. In molti casi, tuttavia, vengono impiegati solo per riscaldare o scongelare, ma non per cuocere, probabilmente perché non se ne conoscono a fondo le grandi potenzialità e i vantaggi che possono offrire (fig. 1, 2, 3). Quella a mi-



**Figura 1:** Tre ripiani (quello in alto si trova sulla destra) di patatine fritte cotte in un forno a microonde combinato in 8.5min, invece dei 24.5min richiesti in un forno tradizionale; 65% di risparmio di tempo [114]

croonde è infatti una delle tecniche di cottura che preserva maggiormente i valori nutritivi degli alimenti e ne valorizza l'aroma naturale: in particolar modo pesci e ortaggi acquistano un sapore pieno, più intenso rispetto a qualsiasi altro tipo di cottura, a eccezione di quella sottovuoto. Da evitare sono i piatti ricchi di grassi, come ricette con besciamella,

strutto, panna, pancetta. Nel microonde infatti i grassi contenuti nei cibi si scompongono causando la produzione di perossidi (scorie tossiche derivate dal processo di ossidazione) più alta di quella provocata dai metodi di riscaldamento convenzionale.

Questa tecnica di cottura utilizza un cosiddetto sistema di riscaldamento non convenzionale.



**Figura 2:** Tre ripiani (quello superiore è a destra) di biscotti cotti in un forno a microonde combinato in *5min*, invece dei *18min* richiesti in un forno tradizionale; 72% di risparmio di tempo [114]

Le microonde sono radiazioni elettromagnetiche che raggiungono il cibo per irraggiamento. Esse provocano un'oscillazione di molecole, acqua, grassi, proteine e zuccheri, dotate di polarizzazione (molecole che hanno una estremità con carica elettrica positiva e un'altra con carica negativa, ovvero dei dipoli permanenti), che, con le loro vibrazioni, creano un attrito intermolecolare che genera calore e riscalda la vivanda [68, 37].



**Figura 3:** Tre ripiani (in alto uno è sulla sinistra) di torte cotte nel forno a microonde combinato in *10min*, invece del *32min* richiesti in un forno tradizionale; 69% di risparmio di tempo [114]

Quella a microonde è una cottura senza rosolatura superficiale, poiché l'alimento di norma non supera i  $100^{\circ}\text{C}$ , limite determinato dalla temperatura massima raggiunta dall'acqua a pressione ambiente: gli alimenti iniziano infatti a colorarsi rapidamente solo quando l'acqua è completamente evaporata. Il forno a microonde può quindi essere utiliz-

zato come valida alternativa ad altri tipi di cottura (bollita, a vapore, in umido) ma non per quelle arrostate, alla griglia e per la frittura. Le aziende produttrici hanno parzialmente risolto questo problema inserendo nei forni la funzione “grill”, una resistenza elettrica posta nella parte alta che colora l’alimento.



**Figura 4:** Tre ripiani (quello in alto si trova sulla destra) di pizza cotta in un forno a microonde combinato a  $5.5min$ , invece dei  $16min$  richiesti in un forno tradizionale; 67% di risparmio di tempo [114]

La cottura con le microonde è fortemente influenzata dalle caratteristiche dell’alimento, dalla sua temperatura ad inizio cottura e dalla quantità e densità. Anche l’umidità ha una



**Figura 5:** Tre ripiani di dodici polli cotti in un forno a microonde combinato in  $30min$ , invece dei  $70min$  richiesti in un forno tradizionale; 72% di risparmio di tempo [114]

notevole influenza: maggiore è la quantità di acqua contenuta nell’alimento, più veloce

sarà la sua cottura; tuttavia se l'alimento viene immerso in un liquido i tempi di cottura si prolungano notevolmente. Altro fattore da tenere in considerazione è che normalmente le microonde sono in grado di penetrare nell'alimento fino a 4cm (dipende dal materiale), quindi risulta difficile cuocere prodotti con un diametro d'ingombro superiore ai 7.5cm (sez. 1.8).

A differenza dei forni tradizionali, in quello a microonde non è possibile regolare la temperatura, ma solo l'emissione di onde. La distribuzione delle microonde in cottura non è mai regolare. Poiché il campo elettromagnetico, come vedremo, si distribuisce in modo non uniforme nella cavità risonante.

Con la cottura a microonde quindi i tempi risultano quasi sempre più brevi rispetto a quelli previsti dalle tecniche tradizionali, tenendo anche presente che l'utilizzo immediato del forno lo rende estremamente rapido e vantaggioso (fig. 4).

La tecnica di cottura a microonde ha svariate applicazioni (fig. 5) ed è la tecnica su cui è incentrata questa tesi. A completamento di quanto detto si rimanda alla sezione specifica (2).

### *Cottura a induzione*

Le cottura ad induzione è un sistema di cottura relativamente recente, già in uso in molti paesi europei. In Italia, dove l'uso dell'elettricità per la cottura è in generale poco diffuso, questo sistema è ancora poco conosciuto.

Questa tecnica di cottura utilizza un cosiddetto sistema di riscaldamento convenzionale.



**Figura 6:** Ristorazione con linee a buffet

Nella cottura ad induzione il calore non viene trasmesso dalla piastra alla pentola, ma viene "indotto" nella pentola grazie alla generazione di un campo magnetico al suo interno, che genera nella pentola delle correnti, dette di Foucault, che trasformano l'energia magnetica in energia termica riscaldando la pentola. Il campo elettromagnetico si origina solo a contatto con il recipiente e si mantiene circoscritto alla superficie dello stesso,

questo consente di mantenere fredda la superficie del piano attorno alla zona di cottura. Questo è un vantaggio non indifferente in termini di pulizia del piano, visto che i cibi, non bruciandosi, non si attaccano al piano stesso, e di sicurezza. Altro vantaggio del piano di cottura ad induzione è la maggior efficienza, che può arrivare al 90% contro il 40% del gas e il 50% delle piastre elettriche a resistenza, il che si traduce in un minor consumo di energia. Inoltre, dal momento che quasi tutta la potenza consumata va direttamente nella pentola e non nell'area circostante, l'aspirazione dei fumi tramite cappa e l'aria condizionata, richieste per un adeguato confort dell'ambiente di lavoro, possono essere inferiori rispetto a quando si utilizzano i sistemi di cottura tradizionali [4, 5].



**Figura 7:** Area di cottura omelette

L'induzione è utilizzata nella ristorazione con linee a buffet (fig. 6), in alcuni tipi di stand espositivi e ben si adatta per una area di cottura omelette (fig. 7) o per una zona di frittura in padella, in una mensa o caffetteria (fig. 8). In queste aree d'incontro dei clienti, molto spesso piccole e con poco spazio di movimento, è anche molto più sicura della cottura con fiamma libera. Nelle linee a buffet, l'induzione è eccellente anche come scaldavivande [4, 5].



**Figura 8:** Caffetteria

Vi sono anche unità ad induzione per la cottura wok, con il piano cottura di forma emisferica. L'induzione è una tecnologia emergente e molto promettente in termini di

applicazioni future. Nei prossimi anni si presterà maggiore attenzione alle innovazioni di questa tecnologia, in particolare nella produzione di attrezzature professionali [4, 5].

I piani ad induzione hanno alcuni svantaggi che li rendono, almeno in Italia, ancora poco interessanti rispetto ad altri sistemi di cottura tradizionali. Innanzitutto non tutte le pentole sono adatte ai piani ad induzione: solo quelle speciali, costruite in acciaio ad alto contenuto di ferro, come l'inox 410 o similari, funzionano con i piani ad induzione. Inoltre, è vero che i piani ad induzione consumano poco, ma assorbono tanta potenza, dunque per farli funzionare bisogna avere un impianto da  $6kW$  visto che le piastre più piccole assorbono da sole  $3kW$ . In Italia, dove l'impianto elettrico standard è da  $3.3kW$ , tale tipo di tecnologia trova scarsa diffusione.

### *Cottura al vapore*

La cottura al vapore non è un metodo molto utilizzato in Europa. Eppure negli ultimi anni se ne fa ricorso sempre più spesso, anche perché i tempi di cottura sono più brevi di quanto si pensi. I motivi sono numerosi: il vapore permette cotture sane, senza impiego di grassi, e il cibo conserva molte delle sue caratteristiche originarie [128].

Questa tecnica di cottura utilizza un cosiddetto sistema di riscaldamento convenzionale.

La cottura al vapore è l'evoluzione della bollitura: è più evoluta perché i cibi non disperdono le loro sostanze come se fossero immersi nell'acqua, quindi mantengono maggiori principi nutritivi. I vantaggi non sono solo gastronomici e dietetici, ma anche pratici: alla semplicità di esecuzione si unisce il perfetto controllo della cottura, inoltre è un metodo molto igienico.

La tecnica è concettualmente semplice: l'alimento viene posto in un recipiente chiuso in modo più o meno ermetico, all'interno del quale entra in contatto con il vapore prodotto da un liquido in ebollizione, che può essere più o meno aromatizzato; l'alimento assorbe gli eventuali aromi presenti nel liquido senza tuttavia cedere i propri.

Le modalità in realtà variano leggermente in base agli utensili che si hanno a disposizione: il forno a vapore, la vaporiera o la semplice pentola con l'apposita retina o i cestelli di bambù. Nei forni professionali il vapore, prodotto da un generatore, viene continuamente immesso all'interno della camera di cottura: a mano a mano che si raffredda, si condensa sulle pareti del forno e viene convogliato nella parte inferiore. I vantaggi forniti da questi apparecchi professionali rispetto ai comuni forni domestici risiedono nella possibilità di cuocere contemporaneamente grandi quantità di alimenti e soprattutto di regolare e mantenere costante la temperatura del vapore tra i  $65^{\circ}\text{C}$  e i  $100^{\circ}\text{C}$ : è così possibile cuocere in modo ottimale qualsiasi alimento. L'utilizzo delle pentole al posto degli utensili elettrici presenta il vantaggio di poter sostituire l'acqua con liquidi aromatici, che apportino profumi ai prodotti in cottura.

*Cottura sottovuoto*

Nella ristorazione la tecnica del sottovuoto viene da tempo applicata alla cottura degli alimenti. Questa tecnica si è notevolmente evoluta e diffusa nel corso del tempo, diventando addirittura per alcune catene di ristoranti “il sistema” di cottura per eccellenza: vi sono centri di preparazione che cucinano e confezionano vivande sottovuoto e le distribuiscono alle cucine di vari ristoranti, dove i piatti vengono rapidamente riscaldati e serviti [128].

Questa tecnica di cottura utilizza un cosiddetto sistema di riscaldamento convenzionale.

La macchina utilizzata nella ristorazione è quella a campana, molto efficace e precisa, ma piuttosto costosa: ha l'aspetto di una scatola dal coperchio trasparente sollevabile, a chiusura ermetica. Questa interessante tecnica, ancora poco diffusa in ambiente domestico, è in grado di migliorare la conservazione e la cottura degli alimenti.

Per quanto riguarda la conservazione, i vantaggi sono facilmente comprensibili: innanzitutto si raddoppia o triplica la durata dei prodotti, poiché l'assenza di ossigeno rallenta drasticamente la proliferazione batterica e i fenomeni di ossidazione, che provocano alterazioni dei caratteri organolettici e nutrizionali dell'alimento; il sistema risulta pertanto molto più igienico e impedisce la contaminazione microbica. Non esistono inoltre più scarti per essiccamento superficiale di carni, formaggi e salumi. Non inferiori sono i vantaggi dell'adozione del sottovuoto come tecnica di cottura:

- un'accentuazione dei sapori e degli aromi delle vivande, che rimangono più naturali;
- la possibilità di cuocere a basse temperature, che rendono più tenero l'alimento;
- una dispersione minore di vitamine e sali minerali, in assenza di aria e liquidi;
- la possibilità di cuocere contemporaneamente nella stessa pentola più alimenti, ciascuno dei quali deve essere riposto in sacchetti sigillati;
- un calo inferiore di peso del prodotto, grazie alla mancata evaporazione dell'acqua dell'alimento.

La cottura sottovuoto può essere effettuata al posto di quella per ebollizione, al vapore ed a bagnomaria. Nella ristorazione si è soliti terminare con questa tecnica anche le cotture in umido (previa rosolatura in padella), alla griglia o arrosto. Il procedimento è molto semplice: per prima cosa occorre sistemare le materie prime lavorate e accuratamente pulite nei sacchetti per il sottovuoto; gli alimenti vanno quindi posti all'interno della macchina che crea il vuoto e salda la parte aperta del sacchetto. I sacchetti contenenti i prodotti sottovuoto vanno quindi posti nel forno a vapore o in una pentola contenente acqua a una temperatura compresa tra 65° C e 98° C, a seconda del tipo di alimento da cuocere; a cottura ultimata, dopo aver aperto il sacchetto, si confeziona in piatto.

*Cottura alla griglia*

La cottura alla griglia può essere considerata la variante moderna di una delle tecniche più antiche, quella realizzata direttamente sul fuoco. L'alimento viene cotto su una graticola preriscaldata, posta sopra una sorgente di calore a grande potere riscaldante (la temperatura può raggiungere anche i 600° C), che emette una notevole quantità di radiazioni infrarosse, principali responsabili della cottura degli alimenti. La quantità elevata di calore consente una rapida rosolatura dell'alimento, anche se, quando non viene dosata alla perfezione, rischia di colorare la parte esterna senza cuocere quella interna.

Questa tecnica di cottura utilizza un cosiddetto sistema di riscaldamento convenzionale.

La difficoltà maggiore della cottura alla griglia risiede nella capacità di raggiungere il giusto equilibrio tra quantità di calore e distanza tra sorgente e vivanda, in rapporto allo spessore e al tipo di alimento da cuocere; non esistono purtroppo termostati o sonde termiche che possano facilitare questo compito, come invece accade per la cottura arrostita. Gli aspetti peculiari di questa cottura riguardano la preparazione dell'attrezzatura, il grado di cottura degli alimenti e i vari ingredienti utilizzati per insaporirli.

La cottura alla griglia può essere realizzata all'interno del camino, sfruttando le braci della legna, sul barbecue a carbonella, oppure mediante altre fonti di calore: griglia a gas con lava vulcanica o griglia elettrica.

La cottura sulla griglia a carbone trasmette agli alimenti aromi difficilmente eguagliabili, poiché i grassi che colano sulla braci producono fumi leggeri, che risalendo verso la vivanda le conferiscono un sapore caratteristico. Mentre, il grande vantaggio della griglia elettrica, che generalmente è dotata di resistenze disposte sopra la graticola, risiede nella sua capacità di evitare la formazione di idrocarburi policiclici aromatici nelle vivande, considerati pericolosi per la salute.

Nella progettazione di sistemi di cottura "high speed cooking" l'utilizzo della tecnologia a microonde si rivela essenziale. Come accennato, a differenza dei metodi tradizionali di riscaldamento in cui il calore fluisce dall'ambiente esterno verso l'interno, nel riscaldamento a microonde il campo elettromagnetico (EM) permette la generazione del calore all'interno del cibo stesso. Altri vantaggi di questo metodo sono sia diretti che indiretti, sui costi di produzione, di gestione e sulla qualità del prodotto finale. I principali vantaggi di questa tecnologia sono:

- tempi di riscaldamento molto brevi;
- efficienza elevata del processo;
- generazione del calore direttamente all'interno del prodotto (riscaldamento volumetrico);
- riduzione della dispersione termica attraverso il sistema di cottura;

- densità di potenza e temperatura elevata in alcuni punti specifici del prodotto (selettività);
- processo controllabile (può essere arrestato istantaneamente);
- riduzione dello spazio necessario per il sistema di cottura;
- maggior sicurezza per il personale;
- minore impatto ambientale.

Il riscaldamento viene effettuato solitamente in un ambiente elettromagneticamente chiuso, denominato generalmente camera di cottura, nel quale le onde sono immesse attraverso un'apertura collegata ad una sorgente a microonde di potenza.

In questo lavoro di ricerca si farà riferimento all'utilizzo dei campi elettromagnetici alla frequenza delle microonde, in particolare alla frequenza centrale ISM (Industrial, Scientific and Medical) di  $2.45\text{GHz}$ .

Alcuni aspetti negativi del riscaldamento a microonde sono i gradienti di temperatura elevati che inducono stress termici dannosi per il workload e in particolare la disuniformità del riscaldamento. La tecnologia a microonde è intrinsecamente non uniforme: la distribuzione del campo EM all'interno di una camera di cottura è disomogenea, altresì, l'onda EM che attraversa un workload cede energia e via via si attenua, determinando un assorbimento di energia non uniforme da parte del carico. Lo scenario si complica ulteriormente in relazione a geometria e dimensioni della cavità nonché alla geometria, dimensioni, posizione e proprietà dielettriche del carico di cottura [10].

Per migliorare l'uniformità del riscaldamento vengono adottate tecniche che favoriscono il rimescolamento del campo EM durante il processo, come ad esempio il piatto rotante e gli agitatori di campo (stirrers). Non sempre la tipologia del sistema di cottura permette l'utilizzo di parti meccaniche in movimento per l'agitazione del campo e quindi la mitigazione di hot spot e cold spot. In alcuni casi vengono utilizzate tecniche senza parti mobili quali: l'accensione intermittente di sorgenti a microonde di potenza o lo sfasamento tra le sorgenti. Quest'ultima tecnica, ed in particolare i suoi effetti sulla distribuzione del campo EM e sul riscaldamento del carico di cottura sono stati affrontati in questa tesi di dottorato.

Lo studio delle sorgenti a microonde di potenza è diventato sempre più importante tra i ricercatori che si occupano di sistemi di cottura. Negli anni recenti, i dispositivi a stato solido, caratterizzati da prestazioni sempre più elevate, hanno trovato impiego in molte aree di applicazioni prima riservate ai magnetron. In particolare, l'utilizzo di generatori a stato solido consente un controllo della cottura più accurato garantendo un riscaldamento uniforme del cibo, per esempio agendo sullo sfasamento tra le diverse sorgenti a microonde.

Una ulteriore tecnica, oggetto di indagine in questa tesi, per migliorare le prestazioni di cottura del cibo si giova dell'utilizzo di opportune aperture di accoppiamento tra le

guide d'onda e la camera di lancio, ovvero antenne a fessura utilizzate per realizzare una schiera di antenne in una guida d'onda.

Il design, per migliorare le performance di cottura di un sistema a microonde, è agevolato dalla disponibilità di software commerciali di simulazione numerica. Lo studio e l'analisi del problema elettromagnetico e termico accoppiato, infatti, è impossibile senza il ricorso alla simulazione, essendo il modello matematico alla base del problema estremamente complesso e privo di soluzione analitica. Mediante l'impiego della simulazione è possibile ottenere una configurazione del sistema di cottura ottimizzata sul prodotto o sulla categoria di prodotti che devono essere trattati al suo interno, da cui sia possibile in seguito arrivare alla realizzazione di un prototipo abbastanza vicino a quella che potrà essere la configurazione finale del sistema.

L'efficacia delle tecniche proposte per migliorare l'obiettivo del riscaldamento uniforme è stata verificata tramite simulazione numerica di un prototipo d'interesse pratico: un sistema di cottura detto "panini grill" che grazie all'utilizzo della tecnologia a microonde permette di riscaldare un sandwich anche all'interno e ridurre significativamente i tempi di cottura. Il corrispondente modello multifisico 3D è stato realizzato mediante il software commerciale COMSOL Multiphysics che sfrutta il metodo degli elementi finiti per le simulazioni.

In relazione agli accorgimenti impiegati, il problema di determinare quali siano i valori delle loro grandezze peculiari (e.g. sfasamento tra le sorgenti a microonde, layout schiera di antenne) che assicurano una cottura uniforme, è stato affrontato come un problema di ottimizzazione.

In particolare, il metodo di ottimizzazione utilizzato si basa sulla costruzione di meta-modelli al fine di ridurre la complessità ed il tempo complessivo di simulazione del modello numerico multifisico. Il processo di ottimizzazione ha coinvolto fasi di pre-elaborazione, programmazione e post-elaborazione attraverso l'accoppiamento tra COMSOL e il software di calcolo scientifico Matlab.

## Contributi principali

L'attività di ricerca del dottorato è a tema vincolato ed è stata finanziata da un'azienda privata. Quindi, le informazioni ritenute sensibili da quest'ultima non sono state pubblicate e non sono state riportate all'interno della tesi.

Parte dei risultati conseguiti durante i tre anni di dottorato sono stati presentati ed esposti oralmente in congressi internazionali:

- Gambato F., Morassut A. (2013). *Two Magnetrons - Microwave Ovens 3D Modelling and Simulations*. In Proceedings of the HES-13 International Conference on Microwaves and RF Modelling and Processing Part of 2013 HES International Confe-

rence on Heating by Electromagnetic Sources. p. 219-225, ISBN: 978-88-89884-25-6, Padova, 21-24 maggio 2013.

- Gambato F., Moro F., Guarnieri M. (2014). *Improving Microwave Cooking Performance by Source Phase Shifting*. In Proceedings of the International Microwave Power Institute. pp. 26-29, 18-20 June 2014 New Orleans.

Il lavoro svolto è stato presentato ed esposto oralmente anche in un workshop sulla modellizzazione, simulazione e ottimizzazione:

- Gambato F. (2014). *Metamodel-Based Uniform Cooking by Microwave Phase Shift*. Workshop MSO-Tools 2014 “Modeling, Simulation and Optimisation Tools” 29-30 September 2014, TU Berlin, Berlin, Germany.

## Premi e concorsi

Il lavoro presentato nel giugno del 2014 al congresso internazionale di New Orleans ha permesso di raggiungere il seguente traguardo:

- Winner of the Best Oral Presentation Award at the IMPI’s 48th Annual Microwave Power Symposium for the work “Improving Microwave Cooking Performance by Source Phase Shifting”. 18-20 June 2014 New Orleans, Louisiana USA.

## Schema riassuntivo della tesi

Nel capitolo 1 vengono richiamati alcuni concetti fondamentali della teoria elettromagnetica per descrivere i principi della trasmissione a microonde di potenza elevata, e calcolare tutti i più importanti parametri propedeutici ai concetti sviluppati nel resto della tesi.

Nel capitolo 2 viene fornita una panoramica di possibili applicazioni della tecnologia a microonde nel settore agroalimentare e introdotti i componenti fondamentali di un sistema di riscaldamento a microonde.

Nel capitolo 3 viene descritta la propagazione in guida d’onda rettangolare, elemento essenziale per trasmettere le microonde di potenza elevata da un punto all’altro e collegare fra loro i diversi componenti di un sistema a microonde.

Nel capitolo 4 viene introdotta la teoria delle linee di trasmissione come modello teorico per lo studio dei componenti passivi di un sistema a microonde.

Nel capitolo 5 vengono presentate alcune tecniche per l’accoppiamento tra le sorgenti a microonde ad elevata potenza e i sistemi di trasmissione come le guide d’onda. Inoltre, viene data una descrizione delle sorgenti a microonde di potenza.

Nel capitolo 6 viene studiata una cavità risonante a geometria complessa, come ad esempio quella del sistema di cottura a microonde del prototipo “panini grill”.

Nel capitolo 7 viene descritta l'antenna a fessura nella parete di una guida d'onda rettangolare, e come più fessure possono essere considerate come una schiera di antenne.

Nel capitolo 8 viene descritto il carico di cottura utilizzato nel modello multifisico 3D realizzato in COMSOL.

Nel capitolo 9 viene descritto il riscaldamento a microonde con particolare riferimento alla sua disuniformità.

Nel capitolo 10 viene introdotta l'ottimizzazione basata sulla costruzione di un meta-modello, generato al fine di ridurre la complessità ed il tempo complessivo di simulazione del modello numerico multifisico.

Nel capitolo 11 vengono descritte le tecniche proposte per migliorare l'uniformità del riscaldamento a microonde.



---

## Aspetti generali delle onde elettromagnetiche

---

Per descrivere i principi della trasmissione a microonde di potenza elevata e calcolare tutti i più importanti parametri che permettono di descrivere i problemi correlati, è necessario utilizzare i principi della propagazione delle onde elettromagnetiche.

### 1.1 Equazioni di Maxwell

La teoria delle onde elettromagnetiche si basa sul set di equazioni di Maxwell, dovute a James Clerk Maxwell (1832-1879), che ha formulato per primo un insieme di equazioni che governano il comportamento dei campi elettromagnetici macroscopici. Negli anni dal 1886 al 1888, Heinrich Hertz dimostrò sperimentalmente la teoria del campo elettromagnetico di Maxwell a Karlsruhe, in Germania. Le equazioni di Maxwell nella notazione moderna in forma differenziale sono date da [89, 105]:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (1.1a)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J}_c, \quad (1.1b)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho, \quad (1.1c)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (1.1d)$$

dove  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{H}$  sono vettori d'induzione elettrica o spostamento elettrico, intensità di campo elettrico, l'induzione magnetica e l'intensità del campo magnetico, rispettivamente. Le variabili  $\rho$  e  $\mathbf{J}_c$  rappresentano le fonti nel sistema di equazioni di Maxwell, e sono una densità di carica elettrica ed una densità di corrente elettrica.

Le equazioni costitutive interconnettono i vettori di campo nel caso in cui un campo elettromagnetico venga applicato ad un mezzo materiale, esse definiscono le proprietà elettromagnetiche del mezzo materiale in cui ha sede il campo elettromagnetico (EM). Nei materiali dielettrici lineari la relazione tra l'induzione elettrica e l'intensità del campo elettrico è data dalla relazione:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E}, \quad (1.2)$$

dove  $\varepsilon_r$  è la *permittività relativa* del materiale dielettrico, che può essere un tensore (mezzo anisotropo) o scalare (isotropo) per mezzi non dispersivi e senza perdite, mentre  $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} F/m$  è la *permittività del vuoto*. Il prodotto  $\varepsilon_0 \varepsilon_r$  viene indicato come  $\varepsilon$  e prende il nome di *permittività del materiale*.

Per materiali magnetici lineari, il rapporto tra l'induzione magnetica e l'intensità del campo magnetico è dato da:

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H}, \quad (1.3)$$

dove  $\mu_r$  è un parametro del materiale, chiamato *permeabilità relativa* del mezzo magnetico, mentre  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} Vs/Am$  è la *permeabilità del vuoto*. La *permeabilità magnetica* di un materiale è  $\mu = \mu_0 \mu_r$ .

Nei mezzi conduttori, la densità di corrente di conduzione è direttamente proporzionale al campo elettrico:

$$\mathbf{J}_c = \sigma \mathbf{E}, \quad (1.4)$$

dove la costante  $\sigma$  è la *conducibilità elettrica* del materiale in  $S/m$ .

All'interfaccia tra due mezzi il campo elettromagnetico deve soddisfare le condizioni al contorno. Considerando le equazioni di Maxwell in forma integrale può essere facilmente constatato che le componenti tangenziali del vettore campo elettrico e campo magnetico, sull'interfaccia tra due materiali dielettrici, sono continue. Le componenti di  $\mathbf{D}$  e  $\mathbf{B}$  normali all'interfaccia tra due mezzi dielettrici sono continue in assenza di carica libera, cioè in assenza di un mezzo conduttore.

Nel caso di una superficie di separazione tra mezzo conduttore e mezzo dielettrico, come accade nella propagazione delle onde all'interno di una guida d'onda metallica riempita di dielettrico, non c'è campo elettrico tangenzialmente ai mezzi conduttivi e al di fuori del conduttore esiste solo la componente normale del campo elettrico. Ne consegue che il campo magnetico deve collocarsi tangenzialmente lungo l'interfaccia, cioè la componente normale del campo magnetico è zero su tale superficie di separazione.

## 1.2 Equazioni delle onde e onde EM piane

Le equazioni d'onda forniscono la dipendenza nello spazio e nel tempo dei vettori  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{H}$ , inoltre descrivono la natura ondulatoria dei campi elettromagnetici macroscopici variabili nel tempo. In un semplice mezzo non conduttore nel quale non vi siano sorgenti del campo

EM, ovvero dove  $\rho$  e  $\mathbf{J}_c$  sono pari a zero, le equazioni d'onda per i campi elettromagnetici sono direttamente derivate dalle equazioni di Maxwell:

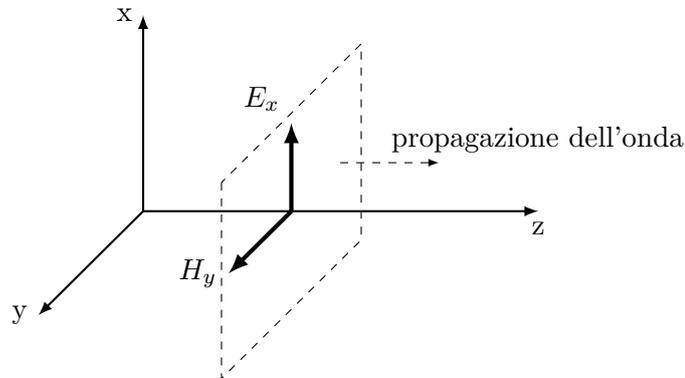
$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0, \quad (1.5a)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0. \quad (1.5b)$$

Queste ultime sono equazioni vettoriali in tre dimensioni alle derivate parziali ed omogenee. Per risolvere le equazioni d'onda (1.5a) e (1.5b), si può supporre che i vettori  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{H}$  dipendano solo da una dimensione spaziale, ad esempio la coordinata  $z$ , e dal tempo. Quindi possiamo scrivere:

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} = 0 \quad (1.6)$$

per entrambi i campi vettoriali e le equazioni (1.5a) e (1.5b) possono essere ridotte ad un insieme di equazioni differenziali scalari che descrivono le onde piane o TEM, cioè trasverse-elettromagnetiche perché prive delle componenti di  $\mathbf{E}$  e di  $\mathbf{H}$  nella direzione di propagazione  $z$ . Le onde piane sono onde in cui le superfici di ampiezza e fase costante (fronti d'onda) sono ovunque piani paralleli e normali alla direzione di propagazione. Sono anche la più semplice approssimazione pratica delle onde EM sferiche a grandi distanze dalle sorgenti di onde. Per il caso in esame, i campi vettoriali hanno solo componenti trasversali e



**Figura 1.1:** Componenti trasverse di un'onda EM piana

sono nulle nella direzione di propagazione dell'onda. Esse sono inoltre reciprocamente perpendicolari. Dunque, le equazioni scalari delle onde per  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{H}$  dell'onda piana che si propaga lungo la direzione di  $z$  crescenti sono (fig. 1.1):

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \frac{1}{v_f^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = 0, \quad (1.7a)$$

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} - \frac{1}{v_f^2} \frac{\partial^2 H_y}{\partial t^2} = 0, \quad (1.7b)$$

dove la costante  $v_f$  è la velocità di fase nel mezzo descritto con i parametri  $\varepsilon$  e  $\mu$ :

$$v_f = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}. \quad (1.8)$$

Nello spazio libero è pari alla velocità della luce:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}. \quad (1.9)$$

Come soluzione delle equazioni (1.7a) e (1.7b) si può scegliere la funzione:

$$\cos \left[ \omega \left( t - \frac{z}{v_f} \right) + \varphi \right], \quad (1.10)$$

che rappresenta la propagazione delle onde in direzione di  $z$  crescenti. Dunque, le componenti del campo EM risultano essere:

$$E_x = E_0 \cos(\omega t - \beta z + \varphi), \quad (1.11a)$$

$$H_y = H_0 \cos(\omega t - \beta z + \varphi), \quad (1.11b)$$

dove  $E_0$  e  $H_0$  sono le ampiezze dei campi che soddisfano la relazione:

$$H_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_0, \quad (1.12)$$

$\omega$  è la pulsazione, mentre

$$\beta = \frac{\omega}{v_f} \quad (1.13)$$

è la *costante di fase* e  $\varphi$  è l'angolo di fase per  $t = 0$  e  $z = 0$ . Il rapporto:

$$Z_c = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \quad (1.14)$$

definisce l'*impedenza caratteristica* o l'*impedenza d'onda* del mezzo. La lunghezza d'onda e la frequenza dell'onda EM sono definite come:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} \quad \text{e} \quad (1.15a)$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad (1.15b)$$

rispettivamente, ed è ovvio che:

$$\lambda = \frac{v_f}{f}. \quad (1.16)$$

### 1.3 Onde EM piane in regime armonico

Le grandezze del campo EM sono funzioni delle tre coordinate spaziali e del tempo. Come è noto, nella trattazione dei problemi elettromagnetici, è possibile ridurre la complessità del problema riferendosi a una situazione di regime armonico, nella quale, cioè, tutte le grandezze tempo-varianti hanno un andamento di tipo sinusoidale con pulsazione  $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$ , essendo  $f$  la frequenza,  $T$  il periodo. Questo approccio consente di eliminare la variabile tempo nelle equazioni di Maxwell, in particolare le variabili temporali, sia

scalari sia vettoriali, possono essere rappresentate mediante le corrispondenti grandezze complesse (i cosiddetti fasori).

Dunque, i campi EM sinusoidali di un'onda piana possono essere rappresentati usando anche la notazione complessa, assumendo che  $\varphi = 0$  si ottiene:

$$E_{xc} = E_0 e^{j(\omega t - \beta z)} = E_{0c} e^{-\gamma z}, \quad (1.17a)$$

$$E_x = \Re(E_{xc}), \quad (1.17b)$$

$$H_{yc} = H_0 e^{j(\omega t - \beta z)} = H_{0c} e^{-\gamma z}, \quad (1.17c)$$

$$H_y = \Re(H_{yc}), \quad (1.17d)$$

dove  $j$  è l'unità immaginaria, definita come  $j^2 = -1$ , mentre:

$$E_{0c} = E_0 e^{j\omega t} \quad e \quad (1.18a)$$

$$H_{0c} = H_0 e^{j\omega t} \quad (1.18b)$$

sono le ampiezze dei campi complessi,  $\gamma$  è una nuova quantità complessa, detta *costante di propagazione* che nel caso particolare di propagazione senza perdite risulta essere puramente immaginaria:

$$\gamma = j\beta = j\omega\sqrt{\varepsilon\mu}. \quad (1.19)$$

Dunque, in regime armonico, nel caso particolare di attenuazione nulla, le equazioni d'onda nel dominio della frequenza diventano le cosiddette equazioni di Helmholtz:

$$\frac{\partial^2 E_{xc}}{\partial z^2} - \omega^2 \varepsilon \mu E_{xc} = 0, \quad (1.20a)$$

$$\frac{\partial^2 H_{yc}}{\partial z^2} - \omega^2 \varepsilon \mu H_{yc} = 0. \quad (1.20b)$$

## 1.4 Il vettore di Poynting

La creazione di un campo elettromagnetico comporta l'impiego di una quantità di energia che, in virtù del principio di conservazione, si trova immagazzinata nei campi elettrico e magnetico.

Il prodotto vettoriale tra campo elettrico e campo magnetico ha le dimensioni di una densità di flusso di potenza ( $W/m^2$ ), tale prodotto è chiamato vettore di Poynting:

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}. \quad (1.21)$$

Pertanto nel seguito si potrà trovare per  $\mathbf{S}$  la notazione *densità di flusso di potenza* e si parlerà di potenza attraverso una generica superficie come flusso del vettore di Poynting attraverso di essa; va però tenuto presente che si tratta solamente di una definizione intuitiva e che la esatta interpretazione fisica deve essere riferita a superfici chiuse.

Il vettore di Poynting è sempre perpendicolare ad entrambi i vettori del campo EM e parallelo alla direzione di propagazione. La sua ampiezza è pari alla potenza dell'onda EM per unità di area che attraversa una superficie perpendicolare alla direzione di propagazione. Per i campi in regime armonico il vettore di Poynting può essere espresso in forma complessa e per un'onda EM piana (fig. 1.1) risulta essere [89, 105]:

$$\mathbf{S}_c = \frac{1}{2} \mathbf{E}_c \times \mathbf{H}_c^* = \frac{1}{2} E_{xc} H_{yc}^* \mathbf{e}_z, \quad (1.22)$$

dove \* indica il valore complesso coniugato ed  $\mathbf{e}_z$  è il vettore unitario nella direzione di z crescenti. La parte reale del vettore di Poynting complesso rappresenta la componente attiva della densità di flusso di potenza mentre la parte immaginaria è la componente reattiva della densità di flusso di potenza.

Nel seguito verranno considerati solamente campi in regime armonico e quindi i campi complessi e le loro componenti saranno indicate senza il pedice  $c$ , per esempio  $E_x = E_{xc}$ .

## 1.5 Costante dielettrica complessa

Per calcolare le perdite in un mezzo dielettrico è utile definire una *costante dielettrica complessa relativa*:

$$\varepsilon_r = \varepsilon_r' - j\varepsilon_r'' \quad (1.23)$$

la cui parte immaginaria, se diversa da zero, è negativa. La parte reale della permittività complessa relativa è la costante dielettrica relativa del materiale

$$\varepsilon_r' = \varepsilon_r \quad (1.24)$$

ed indica l'attitudine del materiale ad immagazzinare energia elettrica, mentre la parte immaginaria viene definita come il *fattore di perdita dielettrico relativo*

$$\varepsilon_r'' = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0} \quad (1.25)$$

include le perdite dielettriche e per conduzione ed indica la dissipazione di energia elettrica nel materiale. La fase della  $\varepsilon_r$  è detta *angolo di perdita*, la cui tangente è il *fattore di dissipazione dielettrica*:

$$\tan \delta = \frac{\Im(\varepsilon_r)}{\Re(\varepsilon_r)} = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0\varepsilon_r}. \quad (1.26)$$

Quindi, la densità di potenza  $Q$  ( $W/m^3$ ) dissipata in un materiale può essere calcolata utilizzando punto per punto la relazione [22]:

$$Q = \frac{1}{2} \sigma E_{0max}^2 = \frac{1}{2} \omega\varepsilon_0\varepsilon_r'' E_{0max}^2 = 2\pi f\varepsilon_0\varepsilon_r'' E_{0rms}^2, \quad (1.27)$$

dove  $E_{0max}$  è il valore massimo del campo elettrico mentre  $E_{0rms}$  è il valore efficace. La teoria del riscaldamento a microonde si basa fondamentalmente sulla (1.27) e nonostante appaia solo la  $\varepsilon_r''$ , la densità di potenza dipende anche dalla costante dielettrica relativa

$\varepsilon_r'$  poiché essa influenza la distribuzione del campo elettrico secondo le equazioni di Maxwell. Si osservi inoltre come il fattore di perdita sia una funzione della frequenza e della temperatura.

Inoltre, in un materiale con perdite le onde piane si considerano essere attenuate a causa della presenza di perdite conduttive o ohmiche e perdite dielettriche o legate ai fenomeni di polarizzazione. In questo caso, la costante di propagazione diventa un valore complesso:

$$\gamma^2 = -\omega^2 \varepsilon_r \mu, \quad (1.28)$$

dove  $\varepsilon_r$  è definita dalla (1.23). Dunque, la costante di propagazione:

$$\gamma = \alpha + j\beta \quad (1.29)$$

ha sia una parte reale che corrisponde allo smorzamento dell'onda, che prende il nome di *costante di attenuazione*  $\alpha$ , e la parte immaginaria, che è legata alla costante di fase  $\beta$  (1.13). Quindi, in un mezzo con perdite il campo elettrico viene attenuato esponenzialmente lungo la direzione di propagazione e tale fenomeno può essere espressa dalla:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{-\gamma z} = \mathbf{E}_0 e^{-\alpha z} e^{-j\beta z}. \quad (1.30)$$

## 1.6 Fattore di perdita effettivo

Dalla legge di Ampere (1.1b), utilizzando le relazioni costitutive e il concetto della costante dielettrica complessa relativa (1.23), si ricava la densità di corrente totale nel materiale dielettrico  $\mathbf{J}_t$  per un campo elettrico in regime armonico:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_t = (\sigma_d + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r) \mathbf{E}, \quad (1.31)$$

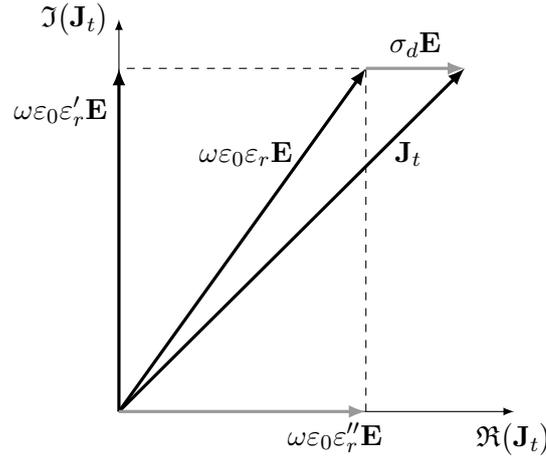
dove  $\sigma_d$  è la *conducibilità del dielettrico*. Inoltre, si può dimostrare che solo la parte immaginaria della costante dielettrica complessa contribuisce alle perdite:

$$\mathbf{J}_t = \left[ \sigma_d + j\omega\varepsilon_0 (\varepsilon_r' - j\varepsilon_r'') \right] \mathbf{E} = (\sigma_d + \omega\varepsilon_0\varepsilon_r'') \mathbf{E} + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r' \mathbf{E}, \quad (1.32)$$

perché è correlata alla componente in fase della densità di corrente (fig. 1.2). La parte reale della permittività complessa relativa contribuisce alla energia immagazzinata nel dielettrico ed è correlata alla componente densità di corrente che è normale al campo elettrico (fig. 1.2). Lo svantaggio dell'approccio classico presentato con l'equazione (1.26), dove la conduttività  $\sigma$  rappresenta tutte le perdite, è che i meccanismi di perdita non vengono evidenziati, ed è impossibile stimare i loro singoli contributi nella perdita complessiva.

Ora le perdite per conduzione e quelle dovute alla polarizzazione dipolare possono essere raggruppate definendo un *fattore di perdita dielettrico relativo effettivo* [68, 67]:

$$\varepsilon_{reff}'' = \varepsilon_r'' + \frac{\sigma_d}{\omega\varepsilon_0}, \quad (1.33)$$



**Figura 1.2:** Diagramma dei fasori di un materiale dielettrico con conduzione ionica

che è sempre una parte della componente in fase della densità di corrente:

$$\mathbf{J}_t = \omega \epsilon_0 \epsilon_{reff}'' \mathbf{E} + j \omega \epsilon_0 \epsilon_r' \mathbf{E}. \quad (1.34)$$

Dunque, le perdite totali possono essere rappresentate definendo la *conducibilità effettiva*:

$$\sigma_{eff} = \sigma_d + \omega \epsilon_0 \epsilon_r''. \quad (1.35)$$

Utilizzando il concetto di conducibilità effettiva, le altre perdite di polarizzazione, come le perdite dovute al movimento di componenti ionici, polarizzazione atomica e carica spaziale, possono essere facilmente presi in considerazione, con l'aggiunta dei loro contributi alla  $\sigma_{eff}$ .

Dopo aver introdotto il fattore di perdita dielettrico relativo effettivo, può essere definito un *fattore di dissipazione dielettrica effettivo*:

$$\tan \delta_{eff} = \frac{\epsilon_{reff}''}{\epsilon_r'} = \frac{\epsilon_r'' + \frac{\sigma_d}{\omega \epsilon_0}}{\epsilon_r'} = \tan \delta + \frac{\sigma_d}{\omega \epsilon_0 \epsilon_r'}. \quad (1.36)$$

Quindi, può essere definita pure una *costante dielettrica complessa relativa effettiva*:

$$\epsilon_{reff} = \epsilon_r' - j \epsilon_{reff}''; \quad (1.37)$$

inoltre la (1.27) diventa:

$$Q = \frac{1}{2} \omega \epsilon_0 \epsilon_{reff}'' E_{0max}^2 = 2\pi f \epsilon_0 \epsilon_{reff}'' E_{0rms}^2. \quad (1.38)$$

Il concetto di permittività complessa relativa può essere rappresentato utilizzando il diagramma dei fasori (fig. 1.2).

Le proprietà dielettriche di un materiale e come il meccanismo di perdite dielettriche dovuto al continuo orientamento di molecole dotate di polarizzazione, nasce dall'incapacità della polarizzazione di seguire le inversioni estremamente rapide del campo elettrico è trattato nella sezione che riguarda la modellizzazione del carico di cottura (sez. 8).

## 1.7 Spessore di penetrazione e resistenza superficiale nei conduttori

Un'onda EM piana penetra un conduttore molto debolmente e il campo sarà concentrato vicino alla superficie del conduttore. La penetrazione è funzione delle proprietà del materiale e della frequenza ed è caratterizzata dallo *spessore di penetrazione*  $\delta$ , cioè la distanza dalla superficie nel materiale alla quale il campo viene attenuato del 63% ( $1/e$ ) rispetto al valore sulla superficie. Dalle (1.30) è ovvio che:

$$\delta = \frac{1}{\alpha}. \quad (1.39)$$

Nel caso dei buoni conduttori la conducibilità elettrica ha valori molto elevati ( $10^7 \Omega^{-1} m^{-1}$ ) e soddisfano la condizione:

$$\sigma \gg \omega \varepsilon. \quad (1.40)$$

In questo caso, le costanti di attenuazione e di fase sono uguali e sono una funzione della frequenza, conducibilità elettrica e permeabilità,

$$\alpha = \beta = \sqrt{\frac{\omega \mu \sigma}{2}}. \quad (1.41)$$

La (1.41) conduce alla nota equazione per lo spessore di penetrazione (spessore della pelle) nei conduttori:

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}}. \quad (1.42)$$

Le perdite sulla superficie possono essere calcolate usando la *resistenza superficiale*  $R_S$  di un buon conduttore [89]:

$$R_S = \sqrt{\frac{\omega \mu}{2\sigma}} = \frac{1}{\sigma \delta}. \quad (1.43)$$

I valori dello spessore di penetrazione  $\delta$  e della resistenza superficiale  $R_S$  per l'argento, il rame, l'alluminio, l'ottone e l'acciaio inox alla frequenza ISM di 2,45GHz sono riportati in tabella (1.1).

Materiale	$\delta$ @ 2.45GHz ( $\mu m$ )	$R_s$ @ 2.45GHz ( $m\Omega$ )
<i>Ag</i>	1.282	12.4
<i>Cu</i>	1.336	12.9
<i>Al</i>	1.657	16.0
<i>ottone</i>	2.822	27.3
<i>acciaio inox</i>	3.469	33.5

**Tabella 1.1:** Spessore di penetrazione e resistenza superficiale a 2.45GHz

## 1.8 Spessore di penetrazione nei dielettrici

Lo spessore di penetrazione nei dielettrici è determinata dall'assorbimento di potenza EM nel materiale. L'intensità di campo e la sua densità di flusso di potenza associata decadono esponenzialmente con la distanza dalla superficie (legge di Lambert). Lo spessore di penetrazione  $\delta_p$  nei dielettrici è definita come la distanza dalla superficie nel materiale alla quale il campo viene attenuato del 63% ( $1/e$ ) rispetto al valore sulla superficie, cioè:

$$\delta_p = \frac{1}{2\alpha} \quad (1.44)$$

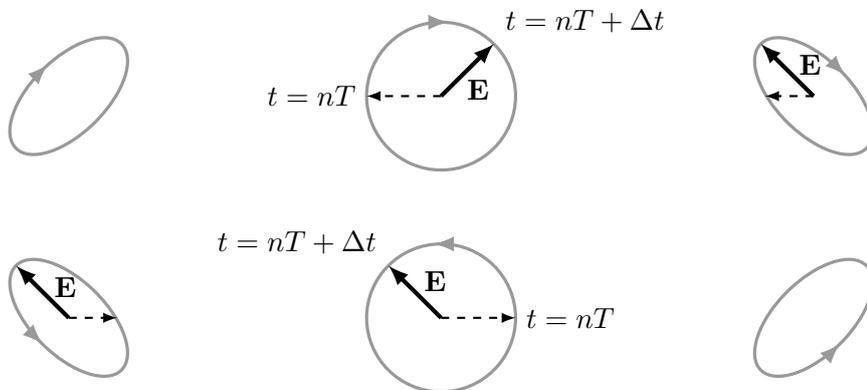
dove  $\alpha$  è la costante di attenuazione nel materiale con perdite. Nel dielettrici la conducibilità elettrica è molto più piccola rispetto a quella dei conduttori e  $\alpha$  è funzione sia della permittività relativa che del fattore di perdita dielettrico relativo effettivo. Quindi, lo spessore di penetrazione della potenza nei dielettrici può essere calcolata usando [68, 67, 22]:

$$\delta_p = \frac{\lambda_0}{2\pi\sqrt{2\varepsilon_r'}} \frac{1}{\sqrt{\sqrt{1 + \left(\frac{\varepsilon_{r\text{eff}}''}{\varepsilon_r'}\right)^2} - 1}}, \quad (1.45)$$

dove  $\lambda_0$  è la lunghezza d'onda nel vuoto.

## 1.9 Polarizzazione delle onde EM

A seconda della variazione nello spazio delle componenti del campo di un'onda piana durante un periodo  $T$ , si possono distinguere diverse polarizzazioni dell'onda piana: lineare, circolare ed ellittica. Nel caso di onda piana polarizzata linearmente, il campo vettoriale varia solo lungo una direzione che è perpendicolare alla direzione di propagazione (fig. 1.1). Per la polarizzazione circolare ed ellittica, la parte superiore del campo vettoriale disegna rispettivamente un cerchio o un'ellisse nel piano trasversale, durante un periodo di oscillazione  $T$  (fig. 1.3).



**Figura 1.3:** Polarizzazione ellittica e circolare, rispettivamente destra e sinistra di un'onda piana

## 1.10 Riflessione e rifrazione delle onde EM

È altresì importante determinare e descrivere la riflessione e rifrazione delle onde EM. Quando un'onda EM piana che si propaga in un determinato mezzo dielettrico 1 incontra una superficie di separazione con un altro mezzo dielettrico 2 di diverso indice di rifrazione  $n$ , una parte di questa viene trasmessa nel nuovo mezzo 2 e una parte viene riflessa nel mezzo 1. Questo si verifica per le ben note leggi di Fresnel di riflessione e rifrazione [89, 105]. Esse descrivono il comportamento nello spazio dell'onda incidente, riflessa e trasmessa e fornisce le relazioni geometriche tra le direzioni di queste onde. In particolare le leggi di Fresnel affermano che le direzioni di propagazione delle onde incidente, riflessa e trasmessa giacciono nello stesso piano definito piano di incidenza. L'angolo di incidenza e l'angolo di riflessione, ovvero gli angoli che formano con l'asse normale alla superficie di discontinuità rispettivamente l'onda incidente e l'onda riflessa, sono uguali. Inoltre, le ampiezze delle onde riflessa e trasmessa possono essere calcolate utilizzando cosiddetti coefficienti di Fresnel di riflessione e trasmissione, che sono funzioni dei parametri del materiale.

Quindi, per un efficiente riscaldamento a microonde è molto importante assicurare che solo una piccola quantità di potenza EM incidente sia riflessa dal materiale, ciò significa che il workload (carico di cottura), più in generale la camera di cottura, deve essere adattato ai campi EM che lo riscaldano. Inoltre, i parametri del materiale devono garantire un buon assorbimento dell'energia EM trasmessa nel materiale ad una data frequenza utilizzata nel processo di riscaldamento.

## 1.11 Interferenza delle onde EM

Altro fenomeno molto importante nel riscaldamento a microonde è l'interferenza. Molto spesso vengono utilizzate configurazioni ad hoc [116, 114] o dispositivi meccanici per aumentare questo fenomeno nei sistemi di riscaldamento a microonde [87, 88]. L'interferenza è un fenomeno dovuto alla somma, in una certa posizione dello spazio, dell'ampiezza di due o più onde con la stessa frequenza [83]. Originalmente il fenomeno è stato scoperto e studiato per la luce, in seguito per il suono e le onde elettromagnetiche. In generale, un'onda è schematizzata come un fenomeno in cui la grandezza caratteristica, varia, riferendosi ad uno stesso punto dello spazio in cui si propaga l'onda, con andamento sinusoidale, cioè l'ampiezza dell'onda (sonora, luminosa, elettromagnetica) può essere scritta come:

$$A = A_0 \sin \omega t . \quad (1.46)$$

Se in uno stesso punto sono presenti due onde con la stessa frequenza  $f$  e ampiezze  $A_1$ ,  $A_2$ , l'ampiezza risultante

$$A = A_1 \sin \omega t + A_2 \sin (\omega t + \phi) , \quad (1.47)$$

dipende dallo sfasamento  $\phi$  tra le due onde. Se le onde hanno la stessa ampiezza,  $A_1 = A_2$  e  $\phi = 0$  si ottiene:

$$A = (A_1 + A_2) \sin \omega t \quad (1.48)$$

e l'onda risultante ha ampiezza pari alla somma delle ampiezze delle singole onde, mentre se  $\phi = \pi$  l'ampiezza risultante risulta essere:

$$A = (A_1 - A_2) \sin \omega t. \quad (1.49)$$

In questo caso si parla di onde in opposizione di fase. Quindi, se  $A_1 = A_2$ , in un caso l'ampiezza risultante è doppia, nell'altro l'ampiezza risultante è nulla e si parla figuratamente di *interferenza costruttiva* o rispettivamente *interferenza distruttiva*.

Si consideri per semplicità, che la differenza di fase derivi solamente dalle differenze di percorso. Per due sorgenti,  $S_1$ ,  $S_2$ , separate di una distanza  $d$ , alla stessa frequenza (monocromatiche), intensità e fase (coerenti), si avrà interferenza costruttiva in ogni punto sull'asse del segmento che le separa. Le cose si complicano quando si considerano, per esempio, i punti di un piano posto a una certa distanza dalle due sorgenti.

Per un'onda di lunghezza d'onda  $\lambda$  la differenza di percorso  $\Delta l$  produce una variazione di fase

$$\Delta\phi = 2\pi \left( \frac{\Delta l}{\lambda} - \left[ \frac{\Delta l}{\lambda} \right] \right), \quad (1.50)$$

dove  $[x]$  la parte intera di  $x$ . Questo perchè la differenza di fase  $\Delta\phi = 2k\pi$  corrisponde a  $\Delta\phi = 0$ . Quindi  $\Delta\phi$  è la parte decimale di  $\Delta l/\lambda$ . Ne consegue che, sul piano posto a una certa distanza si succedono punti con vari gradi di interferenza, dalla elisione alla somma completa delle intensità delle sorgenti. Si misurano massimi e minimi in successione, separati tra loro e dovuti a percorsi che differiscono per mezza lunghezza d'onda.

Le cose si complicano ulteriormente quando si considerano i punti di uno spazio dove sono presenti due sorgenti,  $S_1$ ,  $S_2$ , separate di una distanza  $d$ , monocromatiche, alla stessa intensità e con differenza di fase costante (coerenti). Per lo studio del fenomeno interferenza, all'aumentare della complessità delle possibili configurazioni delle sorgenti e dello spazio in cui avviene il fenomeno, ci si giova di avanzati software di simulazione 3D.

L'interferenza costruttiva viene utilizzata modernamente nei radar a schiera in cui migliaia di sorgenti di microonde vengono sfasate dell'opportuno angolo in modo da ottenere una interferenza costruttiva particolarmente intensa. Se le sorgenti sono  $n$ , l'interferenza costruttiva centrale ha ampiezza pari alla somma delle ampiezze delle  $n$  sorgenti. Se a ciascuna delle sorgenti viene imposto un angolo di fase opportuno, è possibile creare una interferenza costruttiva con orientazione a piacere, in pratica un fascio sottile orientabile nello spazio.

Allo scopo di verificare come un adeguato controllo possa favorire l'obiettivo del riscaldamento uniforme del carico di cottura, si è introdotto uno sfasamento tra i due generatori a microonde di potenza presenti nel modello multifisico 3D realizzato in COMSOL. Il lavoro di ricerca ha evidenziato come sorgenti coerenti, con sfasamento opportuno, consentono

di migliorare il riscaldamento uniforme. La tecnica di ottimizzazione utilizzata (minimization without derivatives) si basa sulla costruzione di un metamodello, generato al fine di ridurre la complessità ed il tempo di esecuzione del modello realizzato.



---

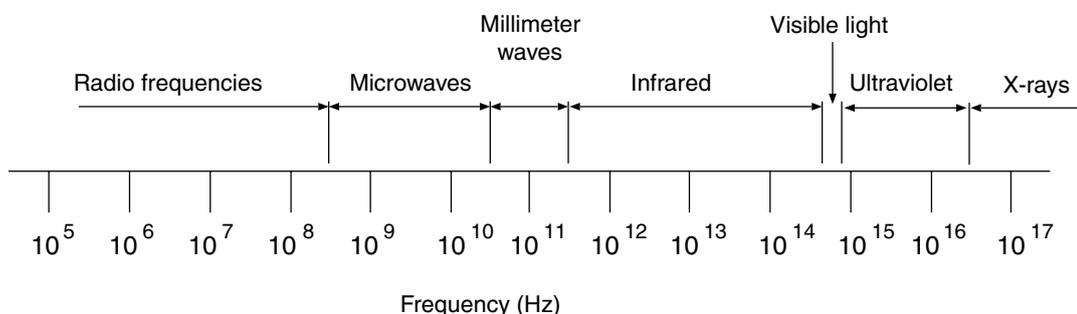
## Le microonde e loro applicazioni

---

Le microonde sono molto utilizzate in diversi settori. Segue, a titolo di esempio, un esame del settore agroalimentare, ben lontano da essere esaustivo, ma che fornisce una panoramica di possibili applicazioni e permette di introdurre i componenti fondamentali di un sistema di riscaldamento a microonde.

### 2.1 Le microonde

Le *microonde* sono onde elettromagnetiche nell'intervallo delle frequenze comprese tra  $300MHz$  e  $30GHz$ , alle quali corrispondono rispettivamente lunghezze d'onda comprese tra  $1m$  e  $1cm$ . Mentre le onde nell'intervallo compreso tra  $30GHz$  e  $300GHz$  prendono il nome di *onde millimetriche*, alle quali corrispondono rispettivamente lunghezze d'onda comprese tra  $1cm$  e  $1mm$  (fig. 2.1) [22].



**Figura 2.1:** Spettro delle onde elettromagnetiche

Alle alte frequenze la teoria dei circuiti standard non può più essere usata per risolvere problemi di circuiti a microonde. La teoria dei circuiti standard è un'approssimazione

o un'applicazione speciale della teoria dell'elettromagnetismo descritta dalle equazioni di Maxwell. Questo è dovuto al fatto che, in generale, la teoria dei circuiti a parametri concentrati non è una valida approssimazione alle frequenze delle microonde. I dispositivi a microonde sono elementi a parametri distribuiti, in cui la fase della tensione o della corrente cambia significativamente lungo il dispositivo, poiché le sue dimensioni sono dell'ordine della lunghezza d'onda della frequenza a microonde. A frequenze molto basse, la lunghezza d'onda è molto grande per cui non c'è un'apprezzabile variazione di fase lungo il dispositivo.

Nei sistemi a microonde si pone spesso il problema del trasferimento dell'energia elettromagnetica in modo efficiente. Questo è realizzato generalmente utilizzando strutture lineari in grado di guidare le onde EM. Tali strutture, sebbene fisicamente differenti, hanno in comune la proprietà mantenere sempre la stessa sezione trasversa. Questo permette di semplificare l'analisi del loro comportamento.

A bassa frequenza l'energia elettromagnetica viene trasmessa mediante i convenzionali circuiti elettrici, costituiti da fili metallici che connettono le sorgenti ai carichi.

Ad alta frequenza, quando le dimensioni dei circuiti diventano paragonabili alla lunghezza d'onda, la presenza delle onde non può essere trascurata e, inoltre, diventa fortemente importante il fenomeno dell'irraggiamento, per il quale le onde sfuggono dal circuito trasportando parte dell'energia prodotta dalle sorgenti lontano dai carichi. A causa dell'irraggiamento i circuiti convenzionali perdono ogni utilità, non solo per la diminuzione dell'efficienza della trasmissione energetica, ma anche perché l'irraggiamento crea interferenza (indesiderata) fra apparati diversi. Inoltre a livelli elevati di potenza l'irraggiamento costituisce un grave pericolo per le persone in prossimità della zona di emissione della radiazione. Per queste ragioni i sistemi funzionanti ad alta frequenza utilizzano strutture trasmissive in cui le onde rimangono confinate nell'intorno di un percorso prefissato.

L'interesse verso lo spettro delle microonde ha ricevuto un notevole impulso con l'avvento del radar. Lo sviluppo di sistemi a microonde si rese infatti necessario per costruire radar ad alta risoluzione in grado di individuare e seguire aerei e navi nemiche.

Ancora oggi i sistemi radar, molto utilizzati anche in altri settori oltre a quello bellico (controllo del traffico aereo, remote sensing, automotive, ecc.), rappresentano una delle maggiori applicazioni della tecnologia delle microonde. Un altro settore sempre più in espansione e che richiede l'uso delle microonde è quello delle telecomunicazioni. Grazie alla possibilità di trasportare informazioni in modo indipendente e senza interferenza su un notevole numero di canali adiacenti, la scelta della portante alle frequenze delle microonde rappresenta una risposta alla sempre maggiore richiesta di estendere l'uso dello spettro elettromagnetico per trasmettere informazioni.

Nella banda delle microonde, un intervallo consistente di frequenze viene utilizzato per le applicazioni ad uso militare e per le telecomunicazioni, mentre solo un limitato numero di bande è stato riservato per le applicazioni ISM (Industrial, Scientific, Medical) al fine di evitare interferenze tra i sistemi. In tabella (2.1) sono riportate le frequenze permesse in

alcuni stati per applicazioni industriali e domestiche nel riscaldamento a microonde degli alimenti.

frequenza (MHz)	tolleranza (MHz)	applicazione	stato
896	$\pm 10$	rinvenimento cibi congelati	Regno Unito
915	$\pm 13$	precottura pancetta rinvenimento cibi congelati	Nord America Sud America, Cina
2375	$\pm 15$	forni domestici	Albania, Bulgaria, Rep.Ceca, Romania, ex URSS, Ungheria
2450	$\pm 50$	forni domestici precottura pancetta (ind.) pastorizzazione sterilizzazione	tutti i paesi eccetto dove si usano $2375MHz$

**Tabella 2.1:** Frequenze permesse nei diversi stati per applicazioni industriali e domestiche nel riscaldamento a microonde degli alimenti

Le microonde ed i sistemi ad esse legate hanno comunque molti altri impieghi, per esempio nello studio delle proprietà dei materiali, nell'ipertermia per il trattamento di zone malate, nell'analisi della radiazione da stelle che emettono in tale banda, negli imballaggi, nell'ambito artistico, florovivaistico ed agricolo, chimico e farmaceutico, legno e sughero, gomma e plastica, tessile e abbigliamento, ceramica e laterizio [107, 106, 22].

## 2.2 Applicazione agroalimentare

Le microonde sono molto utilizzate in particolare nel settore agroalimentare sia domestico che industriale (forni) per la cottura di cibi, l'essiccazione, la disinfestazione di alimenti, la pastorizzazione e sterilizzazione [107, 106, 22]. L'utilizzo delle microonde, da sole o combinate con tecnologie di riscaldamento tradizionali, permette di ottenere vantaggi non indifferenti dal punto di vista del tempo e dell'accuratezza del trattamento rispetto a quelli tradizionali [107, 106, 22].

Il riscaldamento a microonde dei materiali dielettrici è il risultato della conversione di energia elettromagnetica in energia termica, processo che si ottiene aumentando l'agitazione di molecole polari e lo spostamento ionico mediante l'esposizione alle microonde.

Rispetto alle tecnologie di riscaldamento convenzionali, la tecnologia a microonde offre il vantaggio di localizzare la sorgente di calore direttamente all'interno del carico, aumen-

tando quindi l'efficienza del sistema e riducendo considerevolmente i tempi di processo. Nel dettaglio, i benefici che derivano da un riscaldamento volumetrico del prodotto sono [60]:

- un gradiente di temperatura dall'interno verso l'esterno che genera delle pressioni parziali, le quali favoriscono la fuoriuscita dei vapori,
- conseguentemente la superficie non si asciuga completamente rimanendo permeabile;
- la parte liquida, evaporando all'interno del prodotto e fuoriuscendo attraverso la struttura porosa del sistema macro-capillare del materiale, ne determina un'alta velocità di disidratazione;
- il riscaldamento avviene selettivamente nell'acqua e negli altri liquidi organici presenti nei prodotti a causa delle loro maggiori perdite dielettriche rispetto alla parte solida;
- asciugatura rapida e completa di prodotti umidi con bassa conducibilità termica;
- essiccamento di strati spessi senza rotture o frizioni;
- elevato rendimento energetico dovuto al riscaldamento delle sole parti interessate;
- controllo nell'applicazione dell'energia riscaldante;
- riduzione dei tempi di lavorazione e possibilità di realizzare cicli continui.

Se alle microonde viene abbinato il trattamento sotto vuoto si hanno ulteriori benefici:

- temperature di lavorazione più basse e quindi trattamento più delicato del prodotto;
- assenza di ossidazione nel prodotto;
- i nutrienti presenti nel prodotto vengono preservati maggiormente;
- gli aromi vengono mantenuti inalterati;
- il prodotto finale risulta meno igroscopico;
- riduzione delle perdite di prodotto;
- gli strati spessi subiscono ancora meno stress meccanici e quindi rotture.

L'uniformità del riscaldamento rappresenta tuttavia un particolare aspetto che talvolta penalizza il riscaldamento a microonde, a causa di fattori come l'intrinseca distribuzione irregolare del campo EM all'interno della camera di cottura [22]. Inoltre, il processo di assorbimento di energia a microonde è fortemente influenzato dalla forma, le dimensioni, le proprietà dielettriche, la distribuzione di temperatura e la posizione del carico di cottura

all'interno della cavità risonante, nonché dalla geometria e dalle dimensioni di quest'ultima [22]. Dunque, il riscaldamento a microonde è non uniforme e lo studio del fenomeno è fortemente complesso a causa delle caratteristiche elencate ed in particolare per il loro mutuo accoppiamento.

Le interazioni tra microonde e carico di cottura che avvengono nei forni a microonde sono al giorno d'oggi ben note, tuttavia la letteratura su alcuni punti risulta essere scarsa, dispersiva e confusa.

Saper separare gli effetti dei singoli fattori sopra riportati è fondamentale sia in fase di caratterizzazione, sia in fase di progettazione dei forni a microonde. Gli strumenti di simulazione numerica risultano particolarmente appropriati per il design dei sistemi di cottura a microonde poiché permettono di ottenere informazioni fondamentali e anticipazioni sul comportamento del sistema prima ancora della fase di prototipazione.

## Essiccazione

Numerose sono le applicazioni delle microonde nell'essiccazione di dolci e prodotti vegetali [60, 43]. Normalmente tale processo viene effettuato in strutture continue dove il prodotto entra, transita ed esce trattato. Un esempio di linea di essiccazione a microonde è riportato in (fig. 2.2) [106].



**Figura 2.2:** Esempio di linea di essiccazione a microonde

## Cottura

In particolare nell'ambito della cottura dei cibi la tecnologia a microonde è attraente dal punto di vista della riduzione dei tempi di lavorazione, per la facilità con cui si controlla, l'alta efficienza energetica e per la migliore pulizia dei sistemi. Oggi è molto diffusa sia per uso domestico che industriale (fig. 2.3) come fonte di calore per cuocere e soprattutto rinvenire/scongelare cibi [46, 12, 106]. Nell'ambito dell'industria agroalimentare, ha tro-



**Figura 2.3:** Esempio di linea di cottura di snack a microonde

vato successo in vari settori quali il rinvenimento e lo scongelamento di carni e prodotti ittici, la cottura di alcune tipologie di carne oltre che alle già citate applicazioni riguardanti l'essiccazione. Un altro importante vantaggio della cottura a microonde è dato dalla possibilità di schermare parte del cibo che non si vuole scaldare avvolgendolo con fogli di alluminio. Esistono degli studi sulle caratteristiche nutrizionali dei cibi cotti con microonde i quali affermano che questa procedura conserva maggiormente le vitamine idrosolubili ed nutrienti in generale [130, 11]. Di solito però, dato il differente modo con cui il calore si propaga nei prodotti, le caratteristiche organolettiche dei cibi differiscono rispetto ai trattamenti convenzionali: in tal caso le microonde vengono utilizzate in fasi intermedie della lavorazione oppure in abbinamento al riscaldamento per conduzione e/o convezione. Esistono applicazioni anche nella cottura del pane (panini, sandwiches, pizze e snack vari), ma in questo caso occorre combinare le microonde con i metodi tradizionali (infrarosso, piastra grill) per favorire la croccantezza (con la formazione della crosta), la doratura e in

alcuni casi pure la rigatura, diffusamente apprezzate (fig. 2.4) [82, 85, 84]. Infine ci sono applicazioni anche nella fase di lievitazione del pane.



**Figura 2.4:** Esempio di cottura a microonde combinata con tecnologie di riscaldamento tradizionali (infrarosso, piastra grill), per panini, sandwiches, pizze e snack vari

### Pastorizzazione e sterilizzazione

La pastorizzazione e la sterilizzazione sono due procedimenti simili ma con obiettivi diversi. Mentre la prima vuole ridurre la presenza di microrganismi nei cibi, solidi o liquidi che siano, la seconda li vuole praticamente distruggere. Infatti i cibi pastorizzati generalmente devono essere conservati con criteri più stringenti di quelli sterilizzati. La bontà di questi procedimenti sta nella shelf-life (vita di scaffale), ossia la durata commerciale del prodotto è quindi un importante fattore nella strategia di produzione degli alimenti. C'è infatti da soddisfare il compromesso fra le temperature raggiunte con la conseguente perdita di caratteristiche organolettiche e la shelf-life del prodotto. Come per i precedenti settori applicativi esaminati, la tecnologia a microonde fornisce vantaggi per questi trattamenti, grazie alla sua rapidità ed alla sua controllabilità, ma anche per la possibilità di eseguirli dopo il confezionamento (fig. 2.5), evitando quindi successive contaminazioni [110].

### Disinfestazione alimenti

Questo processo avviene dopo la produzione e l'essiccazione e prima dello stoccaggio di derrate alimentari, a cui seguirà poi la loro vendita o confezionamento [6, 118]. Nella fase di



**Figura 2.5:** Esempio di impianto di sterilizzazione a microonde

stoccaggio infatti alcuni prodotti possono favorire l'insediamento e lo sviluppo di parassiti che aggredendolo ne deprezzano la qualità e ne diminuiscono la quantità. Vi sono interventi di disinfestazione con agenti chimici, che oltre che ad essere inquinanti (ad esempio l'uso di gas tossici che poi vanno dispersi in atmosfera) ne inficiano la qualità, non potendo più essere classificati come "alimenti biologici"; inoltre alcuni agenti chimici come il bromuro di metile, sono stati banditi in seguito alle limitazioni introdotte dal Protocollo di Montreal e successivo Regolamento Europeo CE 2037/2000. L'utilizzo di camere risonanti adeguate (fig. 2.6) consente il trattamento con microonde per effettuare il riscaldamento dei prodotti portandoli a temperature superiori ad una temperatura cosiddetta "temperatura letale", che si aggira attorno ai 55-60° C e che garantisce la soppressione della maggior parte delle forme biologiche infestanti (insetti, muffe, ecc.). Il riscaldamento uniforme con le



**Figura 2.6:** Esempio di impianto di disinfestazione a microonde per cereali e legumi

microonde è ottenuto sia grazie al rimescolamento dei materiali durante il processo sia tramite il rimescolamento dei campi che si cerca di ottenere tramite la presenza di stirrer. In questi impianti i parametri del processo, che vengono adattati secondo le caratteristiche dei prodotti da trattare, sono essenzialmente la velocità di transito e la potenza del campo elettromagnetico.

### 2.3 Forni a microonde

Il forno a microonde, nella sua forma più semplicistica, è un contenitore in metallo con delle aperture attraverso le quali l'energia elettromagnetica viene immessa all'interno della cavità.

Le componenti principali di un forno a microonde sono l'alimentatore, la sorgente di microonde, la trasmissione guidata delle microonde e la camera di lancio, la camera di cottura e la porta di accesso (fig. 2.7) [22].

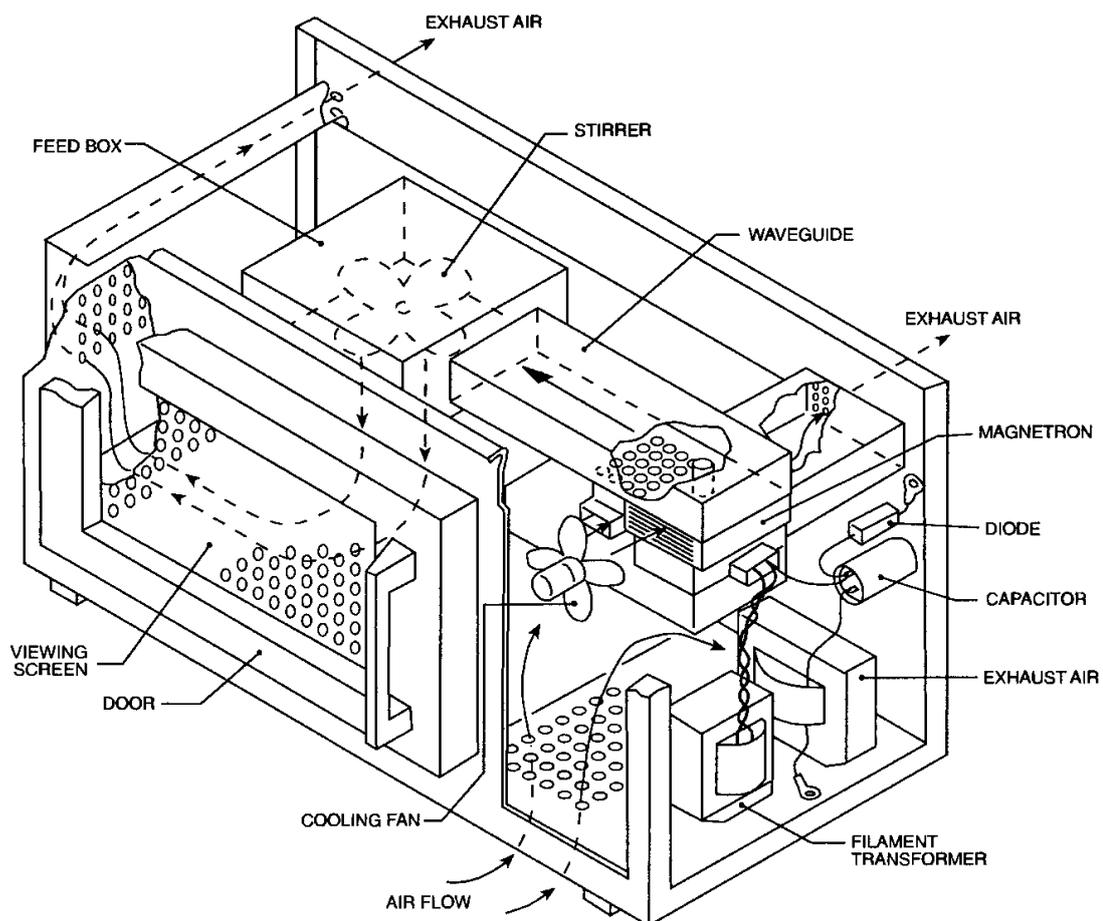


Figura 2.7: Esploso di un forno a microonde

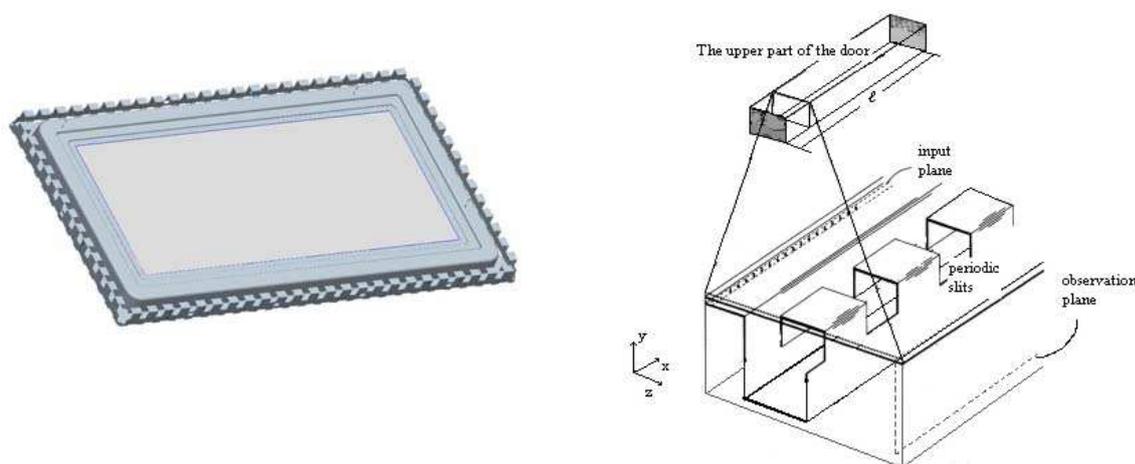
La cavità, o camera di cottura, del forno deve disporre di una porta in modo tale che il cibo possa essere introdotto all'interno del forno ed estratto una volta ultimato il processo di riscaldamento. La porta costituisce una delle parti più complesse del forno.

Generalmente la porta possiede una finestra trasparente che permette di vedere all'interno e contemporaneamente scherma le microonde verso l'esterno della cavità.

Quando la porta è chiusa, le microonde che inevitabilmente fuoriescono dalla cavità, non devono superare i valori limite di sicurezza per la salute dell'uomo. La dispersione si misura ad una distanza di  $5\text{cm}$  da ogni superficie esterna del forno, inclusa la finestra in vetro della porta, il valore limite secondo la normativa europea è  $5\text{mW}/\text{cm}^2$  [22].

Vi sono due metodi principali per realizzare una porta con la chiusura che limiti la fuoriuscita di microonde: sigillatura per contatto oppure con blocco (choke).

La sigillatura per contatto, come suggerito dal nome stesso, consiste nel contatto metallico tra la porta ed il forno. Per mantenere le microonde all'interno dell'apparecchiatura, è necessario estendere l'area di contatto tra la porta e i bordi della cavità. Quando il forno è pulito i livelli di fuoriuscita di microonde sono trascurabili, tuttavia le inevitabili dispersioni di cibo e grasso all'interno del forno durante il normale utilizzo, rappresenta una delle principali cause di degrado per la sigillatura della cavità. Per questo motivo, molto spesso viene utilizzata una sigillatura con blocco (fig. 2.8).



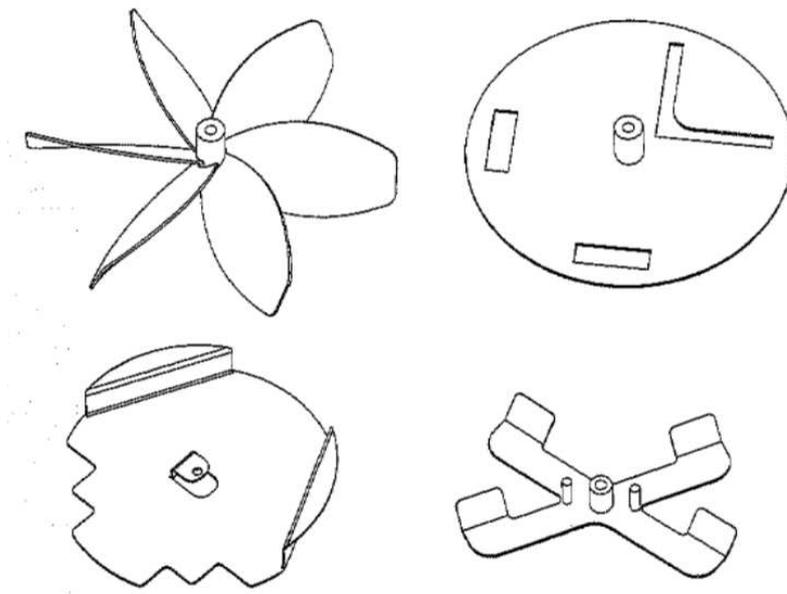
**Figura 2.8:** Porta di un forno a microonde e profilo sagomato del choke lungo il perimetro della sigillatura con blocco

La sigillatura con blocco prevede, in corrispondenza del perimetro della porta, un particolare profilo (fig. 2.8) avente dimensione pari a un quarto della lunghezza d'onda [94, 64, 117, 53, 65]. La dimensione geometrica del choke crea un percorso ad alta impedenza per le microonde che tentano di fuoriuscire. Considerando la teoria delle linee di trasmissione, il choke è rappresentabile come uno stub lungo  $\lambda/4$  che esibisce una riflessione totale [105, 89]. Quando le microonde si propagano verso la fessura di blocco, esse vengono semplicemente riflesse all'interno della cavità (lo stub). La fessura di blocco viene generalmente coperta o riempita di materiale dielettrico al fine di prevenire la contaminazione dagli alimenti. La progettazione delle fessure di blocco ha ottenuto nel tempo miglioramenti tali che la dispersione di microonde risulta inferiore rispetto alla risoluzione dei comuni strumenti di misura per rilevare la presenza di microonde.

Le fessure di blocco, rispetto alla sigillatura per contatto, sono molto più performanti quando le tolleranze costruttive e gli scostamenti tra la porta e la cavità non siano trascurabili nella produzione di tipo industriale. Infatti non si rilevano apprezzabili aumenti di dispersione delle microonde tra i diversi forni assemblati in una linea di produzione.

Le microonde vengono trasmesse all'interno della cavità mediante guide d'onda. Le guide d'onda sono principalmente condotti metallici cavi, di sezione rettangolare. Le dimensioni delle guide d'onda sono dettate dalla frequenza di lavoro del sistema, nella maggior parte dei casi  $2.45GHz$ . Le guide d'onda vengono saldate oppure fissate alla cavità del forno in modo da prevenire la dispersione delle microonde all'esterno del sistema. Generalmente le guide d'onda trasmettono l'energia in cavità attraverso un unico foro, una serie di fessure, oppure una combinazione di entrambi. A seconda della configurazione del forno, le guide d'onda possono trasmettere l'energia direttamente in cavità, o in una camera di lancio, attraverso la pareti superiore, inferiore o laterali del forno.

La sorgente di microonde che attualmente viene maggiormente utilizzata è il magnetron [22], un dispositivo cavo con il vuoto al suo interno. Il nucleo del magnetron è costituito da una serie di cavità risonanti tramite le quali una tensione DC viene convertita in microonde a  $2.45GHz$ . Le microonde vengono irradiate dall'antenna posta nella parte superiore del magnetron. L'antenna viene posta all'interno della guida d'onda, la quale trasferisce le microonde in cavità. Come vedremo, viene utilizzata sempre più spesso la tecnologia avanzata basata su transistor di potenza di tipo LDMOS [75, 39, 121]. Tale tecnologia risulta essere molto più performante e versatile rispetto al magnetron.



**Figura 2.9:** Esempi di stirrers

Poiché all'interno della cavità risonante di un forno a microonde si genera una intrinseca distribuzione non uniforme del campo EM, al fine di aumentare l'uniformità del

riscaldamento si adottano tecniche che favoriscono il rimescolamento del capo durante il processo [22]. A tal proposito, se la configurazione del forno lo permette, si utilizzano il piatto rotante [56, 36] e gli agitatori di campo (stirrers) (fig. 2.9) [87, 88, 114]. Non sempre (fig. 2.4) le tecniche di rimescolamento del campo con parti meccaniche in movimento sono applicabili. In alcuni casi si utilizzano tecniche senza parti mobili quali: l'accensione intermittente della sorgente a microonde [16, 40] o lo sfasamento tra sorgenti (sez. 1.11). Quest'ultima tecnica, ed in particolare i suoi effetti, sono stati studiati all'interno di questa tesi.

Negli ultimi anni sono stati introdotti nel mercato anche forni combinati, i quali utilizzano elementi di riscaldamento a infrarosso, a vapore, a piastra riscaldata oppure aria preriscaldata in convezione forzata (impingement).

---

## La propagazione in guida d'onda rettangolare

---

Le onde elettromagnetiche ad alta frequenza e potenza elevata possono essere trasportate efficientemente attraverso le guide d'onda. Le guide d'onda sono strutture cave metalliche, generalmente con forma rettangolare, circolare o ellittica con geometria trasversale, riempite di aria o altro dielettrico. Rispetto al caso di onde EM guidate in linea bifilare o cavo coassiale, l'attenuazione lungo la propagazione in tali guide d'onda è molto inferiore, in quanto le perdite sono dovute soltanto alla dissipazione ohmica nelle pareti metalliche altamente conduttive della guida d'onda (se riempite di aria). Tale dissipazione è molto bassa, rendendo le guide d'onda particolarmente adeguate per la trasmissione delle microonde ad elevata potenza.

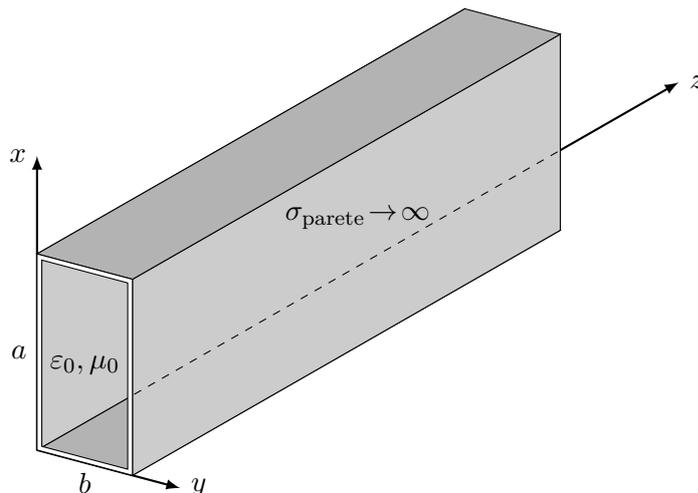
### 3.1 La guida rettangolare

A partire dalle equazioni di Maxwell ed imponendo le condizioni al contorno, i campi elettromagnetici all'interno di guide d'onda con geometria semplice possono essere ben determinati [89, 105, 1, 62]. Conoscendo queste distribuzioni di campo EM nelle guide d'onda, è possibile calcolare tutti i parametri tecnici importanti della guida d'onda e progettare in modo appropriato per l'applicazione specifica.

Per la propagazione di onde EM armoniche nella direzione  $z$  lungo una guida d'onda rettangolare riempita d'aria con pareti perfettamente conduttrici (fig. 3.1), i campi EM devono soddisfare le equazioni di Maxwell:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H}, \quad (3.1a)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\epsilon\mathbf{E}. \quad (3.1b)$$



**Figura 3.1:** Guida d'onda rettangolare riempita d'aria con pareti perfettamente conduttrici

Inoltre, devono essere soddisfatte le condizioni al contorno cioè, assumendo le pareti perfettamente conduttrici, la componente tangenziale del campo elettrico e la componente normale del campo magnetico devono essere nulle. Tali condizioni vengono descritte, utilizzando la fig. 3.1, dalle seguenti equazioni:

$$E_y = H_x = E_z = 0, \quad \text{per } x = 0 \text{ e } x = a, \text{ e} \quad (3.2a)$$

$$E_x = H_y = E_z = 0, \quad \text{per } y = 0 \text{ e } y = b. \quad (3.2b)$$

L'onda che si propaga in direzione  $z$  ha una dipendenza esponenziale,  $e^{-jk_z z}$ , dalla coordinata  $z$ , dove  $k_z$  è la costante di propagazione lungo l'asse della guida d'onda (direzione  $z$ ) o il *numero d'onda*. Quindi, tutte le derivate rispetto alla componente  $z$  possono essere sostituite tramite la moltiplicazione con  $-jk_z$ . Ora, dopo l'eliminazione delle componenti di campo trasverso dalle equazioni in regime armonico (3.1a) e (3.1b) utilizzando le regole per il calcolo del rotore, le equazioni bidimensionali di Helmholtz scalari ed omogenee per la componente di campo longitudinale possono essere scritte come:

$$\nabla_t H_z + k^2 H_z = 0, \quad (3.3a)$$

$$\nabla_t E_z + k^2 E_z = 0, \quad (3.3b)$$

dove

$$\nabla_t = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \quad (3.4)$$

è un operatore differenziale che prende il nome di *gradiente trasverso*, mentre

$$k^2 = \omega^2 \varepsilon \mu - k_z^2 \quad (3.5)$$

è la costante di propagazione sul piano  $(x, y)$  e prende il nome di *costante di propagazione trasversa*. Utilizzando il metodo di separazione delle variabili ed imponendo le condizioni

al contorno (3.2), le soluzioni delle equazioni differenziali parziali (3.3a) e (3.3b) possono essere scritte come:

$$H_z = H_0 \cos(k_x x) \cos(k_y y) e^{-jk_z z}, \quad \text{e} \quad (3.6a)$$

$$E_z = E_0 \sin(k_x x) \sin(k_y y) e^{-jk_z z}, \quad (3.6b)$$

dove le costanti  $H_0$  ed  $E_0$  sono le ampiezze della componente  $z$  del campo magnetico e la componente  $z$  del campo elettrico, rispettivamente. Le costanti  $k_x$  e  $k_y$  sono i numeri d'onda di propagazione nelle direzioni  $x$  ed  $y$ . Esse soddisfano anche le relazioni:

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2, \quad (3.7a)$$

$$k_x = \frac{m\pi}{a} \quad \text{e} \quad (3.7b)$$

$$k_y = \frac{n\pi}{b}, \quad (3.7c)$$

dove  $m$  e  $n$  sono interi non negativi.

Le soluzioni differenti delle (3.6) per diverse combinazioni di  $m$  ed  $n$  sono chiamate *modi* della guida d'onda e presentano fisicamente differenti distribuzioni di campo rispetto alle onde EM che si propagano nelle guide d'onda. Per questo motivo, gli interi  $m$  e  $n$  sono chiamati anche *indici* del modo.

### 3.2 Frequenza di cutoff, lunghezza d'onda di cutoff e lunghezza d'onda in guida

Ora, la costante di propagazione lungo la direzione  $z$ ,  $k_z$ , può essere espresso come:

$$k_z = \sqrt{\omega^2 \varepsilon \mu - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}. \quad (3.8)$$

Affinchè vi sia propagazione di un'onda in direzione  $z$  la costante di propagazione  $k_z$  deve essere puramente reale, o l'onda sarà molto attenuata lungo la guida d'onda e non sarà possibile la propagazione (*modi evanescenti*). Pertanto, le dimensioni trasversali della guida d'onda e gli indici del modo devono essere scelti per soddisfare la seguente condizione:

$$\omega^2 \varepsilon \mu - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 > 0, \quad (3.9)$$

per una data frequenza  $f = \frac{\omega}{2\pi}$ . In altre parole, fissate le dimensioni  $a$  e  $b$  solo le onde con frequenze superiori alla seguente frequenza di taglio  $f_c$  (*frequenza di cutoff*) possono propagarsi:

$$f_c = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}, \quad (3.10)$$

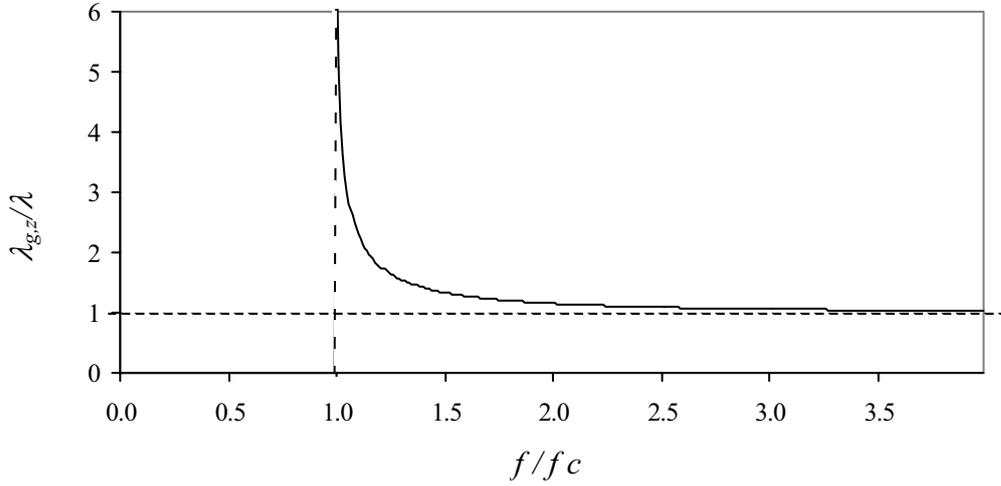
quindi, le guide d'onda sono dei filtri passa basso. Dunque, nelle guide d'onda è possibile trasferire solo onde con lunghezze d'onda più corte della *lunghezza d'onda di cutoff*:

$$\lambda_c = \frac{c}{f_c} = \frac{2\pi}{\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}}. \quad (3.11)$$

Utilizzando le equazioni (3.8) e (3.10) la lunghezza d'onda  $\lambda_{g,z}$ , dei modi che si propagano in guida d'onda nella direzione  $z$  possono essere calcolati come:

$$\lambda_{g,z} = \frac{2\pi}{k_z} = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{\mu\varepsilon}\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}. \quad (3.12)$$

Dalla relazione (3.12) la *lunghezza d'onda nella guida d'onda*  $\lambda_{g,z}$  sarà sempre più lunga



**Figura 3.2:** Lunghezza d'onda nella guida d'onda normalizzata in funzione della frequenza normalizzata

della lunghezza d'onda nello spazio libero  $\lambda$ . Come si può notare (fig. 3.2), nel caso particolare  $f = f_c$  la  $\lambda_{g,z}$  tende ad un valore infinito e per frequenze molto superiori di  $f_c$  la lunghezza d'onda in guida d'onda si avvicina alla lunghezza d'onda nello spazio libero.

### 3.3 Velocità di fase e velocità di gruppo

Anche la *velocità di fase*  $v_P$  del modo EM nella guida d'onda differisce dalla velocità di fase nello spazio libero  $c$  [89, 25]:

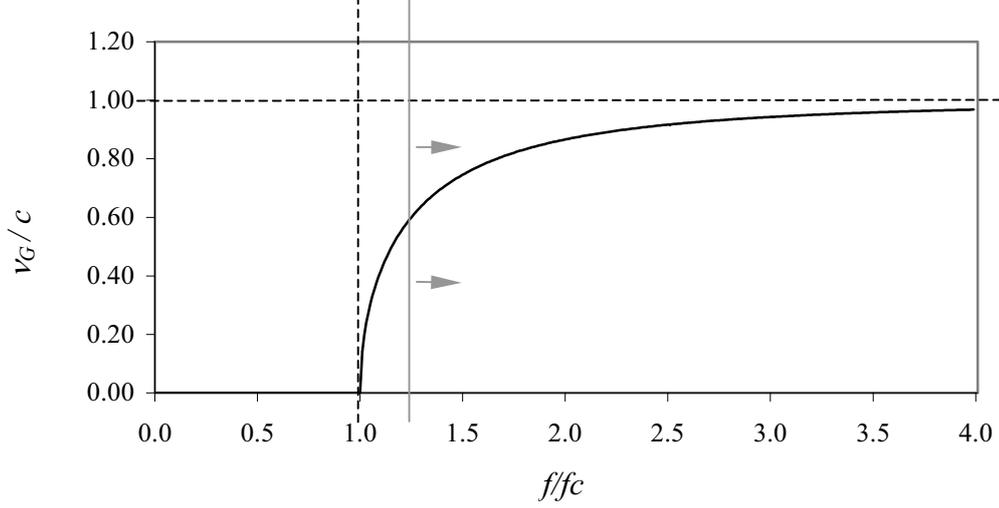
$$v_P = \frac{\omega}{k_z} = f\lambda_{g,z} = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}. \quad (3.13)$$

La velocità di fase è la velocità di propagazione della fase lungo la guida d'onda in direzione  $z$  e, come si può vedere dalla (3.13), è sempre maggiore della velocità della luce nel vuoto.

Tuttavia, i segnali elettromagnetici che trasportano l'energia EM si propagano con la *velocità di gruppo*  $v_G$  attraverso le guide d'onda:

$$v_G = \frac{d\omega}{dk_z} = \frac{c^2}{v_P} = c \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}, \quad (3.14)$$

che è sempre inferiore alla velocità della luce  $c$ . La velocità di gruppo normalizzata è



**Figura 3.3:** Velocità di gruppo normalizzata in funzione della frequenza normalizzata

raccontata in fig. 3.3 in funzione della frequenza normalizzata. La velocità di gruppo alla frequenza di taglio tende a zero (non c'è propagazione dell'onda nella guida d'onda), dunque vicino al cutoff vi è una forte dipendenza dalla frequenza, che non è auspicabile per usi pratici. Quindi, nelle applicazioni più comuni le guide d'onda sono usate a frequenze superiori a  $\frac{5}{4}f_c$  (linea continua grigia in fig. 3.3).

### 3.4 Modi trasverso-elettrici (TE)

Utilizzando le espressioni per le componenti assiali del campo (3.6a e 3.6b), possono essere calcolate le componenti trasverse del campo elettrico e del campo magnetico. Per  $E_z = 0$  (solo il campo magnetico ha una componente assiale) le altre componenti del campo EM sono:

$$E_x = -\frac{j\omega\mu}{k^2} \frac{\partial H_z}{\partial y} = \frac{j\omega\mu}{k^2} \frac{n\pi}{b} H_0 \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-jk_z z}, \quad (3.15a)$$

$$E_y = \frac{j\omega\mu}{k^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} = -\frac{j\omega\mu}{k^2} \frac{m\pi}{a} H_0 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-jk_z z}, \quad (3.15b)$$

$$H_x = -\frac{jk_z}{k^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} = \frac{jk_z}{k^2} \frac{m\pi}{a} H_0 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-jk_z z}, \quad (3.15c)$$

$$H_y = -\frac{jk_z}{k^2} \frac{\partial H_z}{\partial y} = \frac{jk_z}{k^2} \frac{n\pi}{b} H_0 \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-jk_z z}. \quad (3.15d)$$

Questo tipo di onde hanno solo una componente di campo magnetico assiale, cioè le componenti del campo elettrico sono trasversali e prendono il nome di *onda trasverso-elettrica TE* o *modo trasverso-elettrico TE*, in alcuni sporadici casi si trova anche *onda H*. Le componenti trasversali del campo magnetico ed elettrico sono mutuamente ortogonali, come in un'onda piana. Dalle equazioni (3.15) è evidente che gli interi  $m$  ed  $n$  non possono essere simultaneamente nulli, cioè almeno uno di essi deve essere diverso da 0, perchè in tal caso si avrebbe un campo identicamente nullo nella guida.

### Impedenza caratteristica dei modi TE

Il rapporto tra le componenti trasversali del campo elettrico e magnetico definisce l'*impedenza caratteristica* di un modo TE [89, 1, 62]:

$$Z_{TE} = \frac{E_x}{H_y} = -\frac{E_y}{H_x} = \frac{\omega\mu}{k_z} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}. \quad (3.16)$$

### 3.5 Modi trasverso-magnetici (TM)

Analogamente, per  $H_z = 0$ , le componenti di campo trasverse sono:

$$E_x = -\frac{jk_z}{k^2} \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\frac{jk_z}{k^2} \frac{m\pi}{a} E_0 \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-jk_z z}, \quad (3.17a)$$

$$E_y = -\frac{jk_z}{k^2} \frac{\partial E_z}{\partial y} = -\frac{jk_z}{k^2} \frac{n\pi}{b} E_0 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-jk_z z}, \quad (3.17b)$$

$$H_x = \frac{j\omega\varepsilon}{k^2} \frac{\partial E_z}{\partial y} = \frac{j\omega\varepsilon}{k^2} \frac{n\pi}{b} E_0 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-jk_z z}, \quad (3.17c)$$

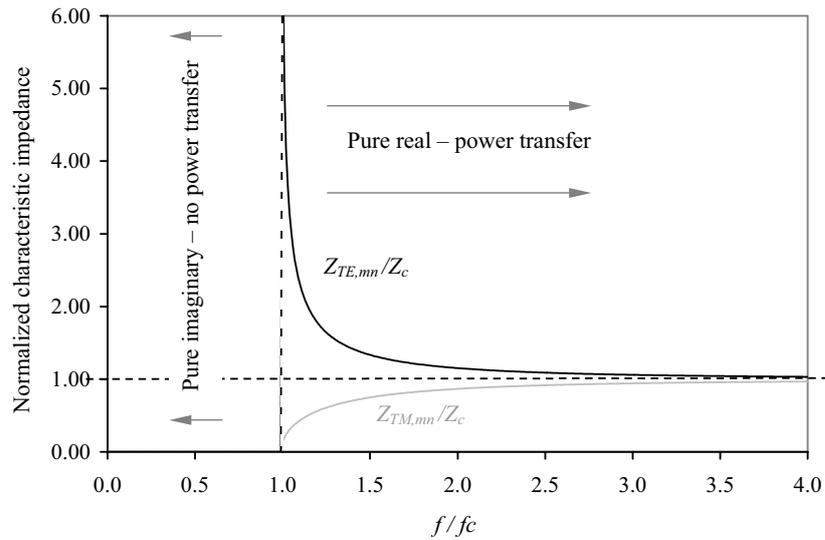
$$H_y = -\frac{j\omega\varepsilon}{k^2} \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\frac{j\omega\varepsilon}{k^2} \frac{m\pi}{a} E_0 \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-jk_z z}. \quad (3.17d)$$

Le equazioni (3.17) esibiscono le componenti di campo della cosiddetta *onda trasverso-magnetica TM*, perché tali tipo di onde hanno solo una componente di campo elettrico parallela alla direzione di propagazione. L'onda (3.17) è anche detta *modo trasverso-magnetico TM* ed in alcuni casi si trova pure *onda E*. Nel caso di onde TM entrambi i numeri del modo devono essere diversi da zero in modo da avere componenti di campo non evanescenti (3.17).

### Impedenza caratteristica dei modi TM

L'impedenza caratteristica di un modo TM è [89, 1, 62]:

$$Z_{TM} = \frac{E_x}{H_y} = -\frac{E_y}{H_x} = \frac{\omega\mu}{k_z} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}. \quad (3.18)$$



**Figura 3.4:** Impedenze caratteristiche di entrambi i modi,  $TE$  e  $TM$ , normalizzate in funzione della frequenza normalizzata

Nella fig. 3.4 sono riportate entrambe le impedenze caratteristiche. Per entrambi i modi,  $TE$  e  $TM$ , l'impedenza caratteristica è puramente immaginaria per  $f < f_c$ , la differenza di fase tra le componenti trasverso-elettrica e trasverso-magnetica del campo è  $\pi/2$  e non vi è alcun trasferimento di energia lungo la guida d'onda nella direzione  $z$ . Per frequenze superiori a quella di cutoff le impedenze caratteristiche sono puramente reali, le componenti di campo trasverso sono in fase e si verifica trasferimento di energia EM nella direzione  $z$ .

Nel caso particolare  $f = f_c$  l'impedenza caratteristica dei modi  $TE$  è infinita e la guida d'onda può essere considerata come un circuito aperto. Se la frequenza dell'onda è superiore alla frequenza di cutoff, allora  $Z_{TE}$  diminuisce con l'aumentare della frequenza fino al valore dell'*impedenza caratteristica dello spazio libero*:

$$Z_c = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \cong 120\pi\Omega = 377\Omega, \quad (3.19)$$

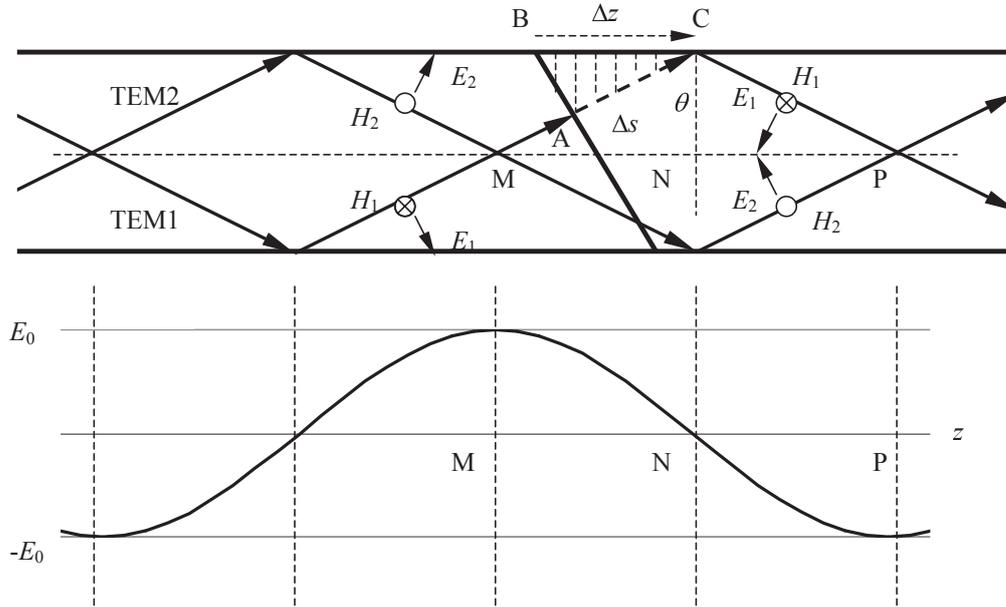
per frequenze molto superiori a  $f_c$ . L'impedenza caratteristica viene anche detta *impedenza d'onda*.

L'impedenza caratteristica dei modi  $TM$  è zero alla frequenza di cutoff e la guida d'onda può essere considerata come un cortocircuito. Con l'aumentare della frequenza, cresce anche la  $Z_{TM}$  e si avvicina asintoticamente a  $Z_c$  (fig. 3.4).

### 3.6 Sovrapposizione di due modi TEM

I modi  $TM$  o  $TE$  possono essere descritti mediante una sovrapposizione di due onde piane TEM [89, 25], che virtualmente viaggiano lungo la guida d'onda rimbalzando dalle pareti

della guida con un angolo  $\theta$  costante. Nella fig. 3.5 è riportato il caso di un modo  $TE$



**Figura 3.5:** Rappresentazione di un modo  $TE$  come sovrapposizione di due onde piane

con componente del campo elettrico longitudinale. Le onde piane sono identificate come  $TEM1$  e  $TEM2$  con  $E_1, H_1$  e  $E_2, H_2$ , rispettivamente componenti del campo trasverso. È ovvio che una sovrapposizione delle componenti di campo  $H$  è sempre distruttiva e quindi non c'è una componente risultante del campo magnetico nella direzione  $z$ . Invece, la somma delle componenti  $E_1$  ed  $E_2$  dà risultati costruttivi nei punti  $M$  e  $P$ , mentre è distruttiva con risultato nullo nel punto  $N$ . Così, il campo elettrico risultante ha una componente longitudinale, che è sinusoidale e dipende dalla coordinata  $z$ , come per un modo  $TE$  della guida d'onda.

Una spiegazione del perché la velocità di fase delle onde in guida è superiore alla velocità della luce può essere ricavata utilizzando questo approccio dell'interferenza di due onde elementari piane e la fig. 3.5. La retta continua, normale alla direzione di propagazione dell'onda piana  $TEM1$ , rappresenta la sezione del fronte d'onda equifase che si propaga con velocità  $c$ . Si consideri il punto  $A$  che si propaga al punto  $C$  lungo la distanza  $\Delta s$  in un tempo  $\Delta t$  (triangolo  $ABC$  in fig. 3.5). Nello stesso intervallo di tempo  $\Delta t$ , il punto  $B$  deve viaggiare lungo la distanza  $\Delta z$ . Quindi, la velocità di fase nella guida d'onda deve essere maggiore di  $c$ :

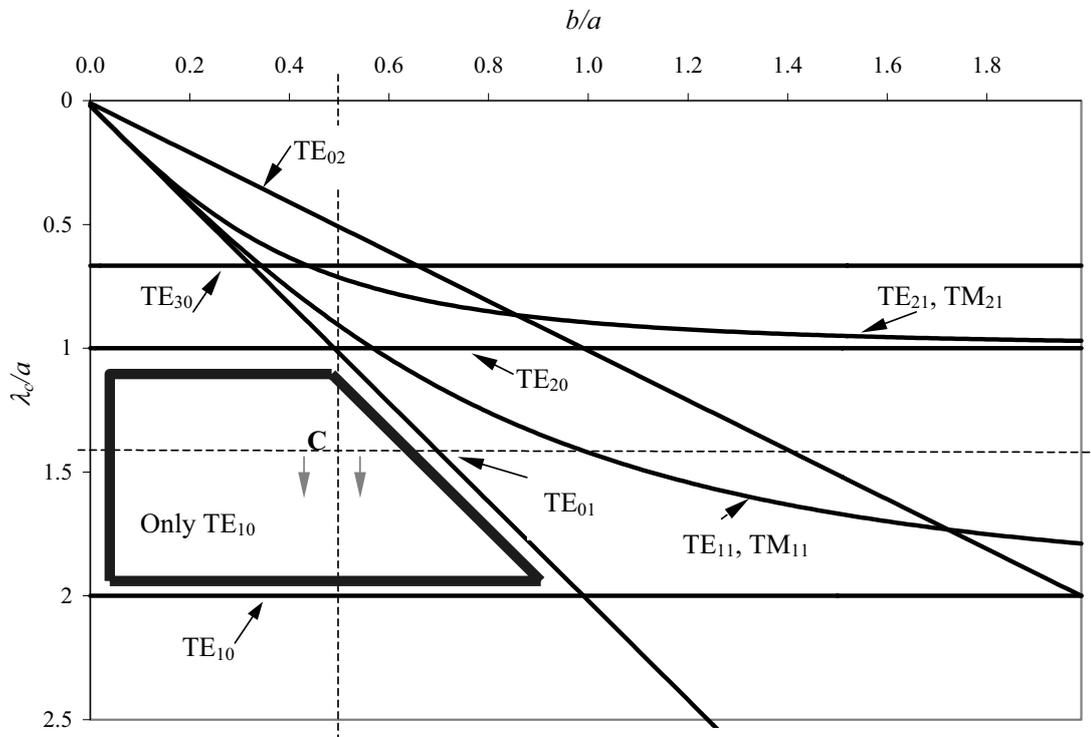
$$\Delta t = \frac{\Delta s}{c} = \frac{\Delta z}{v_P} \quad \text{e} \quad (3.20a)$$

$$v_P = \frac{c}{\sin \theta}. \quad (3.20b)$$

Inoltre, nello stesso intervallo di tempo  $\Delta t$ , la sovrapposizione delle due onde percorre la distanza  $\Delta s \cdot \cos \theta$ , che dà la velocità di gruppo  $v_G = c \cdot \cos \theta$ , ovviamente lungo l'asse  $z$  ed inferiore a  $c$ .

### 3.7 Propagazione dei modi

È molto utile determinare quali modi possono essere eccitati nella guida d'onda a seconda della sezione trasversale della guida e della frequenza dell'onda [89]. In fig. 3.6 è



**Figura 3.6:** Lunghezza d'onda di cutoff in funzione delle dimensioni trasversali delle guide d'onda rettangolare

riportata la lunghezza d'onda di cutoff normalizzata in funzione del rapporto  $b/a$ . Per un dato rapporto  $b/a$  si consideri una linea tratteggiata e parallela all'asse  $\lambda_c/a$  disegnata nel grafico. Poi, parallela all'asse  $b/a$ , si consideri una linea tratteggiata per un dato rapporto  $\lambda/a$  del grafico. Le linee tracciate sul grafico (fig. 3.6) determinano i modi che si propagano in guida. Tali modi sono tutti quelli che si trovano al di sotto del punto di incrocio delle due linee.

A titolo di esempio, verranno evidenziati quali modi possono propagarsi lungo la guida standard WR340 alla frequenza di  $2.45\text{GHz}$ . Le dimensioni trasversali interne della WR340 sono  $a = 86\text{mm}$  e  $b = 43\text{mm}$  e la lunghezza d'onda nello spazio libero a  $2.45\text{GHz}$  è  $\lambda = 122.4\text{mm}$ . Quindi, i rapporti necessari sono:  $b/a = 0.5$  e  $\lambda/a = 1.42$  (linee tratteggiate in fig. 3.6) ed è evidente che l'unico modo di propagazione è il *modo fondamentale*  $TE_{10}$  (solo questo modo è inferiore al punto di incrocio  $C$  delle due linee tratteggiate).

Dalla fig. 3.6 si evince inoltre che il modo dominante  $TE_{10}$  ha la più bassa frequenza di cutoff (la più alta lunghezza d'onda di cutoff  $\lambda_c = 2a$ ) e per  $b/a = 0.5$  il successivo modo non degenera che può propagarsi è il  $TE_{20}$  a frequenza due volte  $f_c$ . Quindi, vi è un intervallo  $\lambda_c = a \dots 2a$  di funzionamento monomodale garantito per  $b/a = 0.5$  (area

delimitata dal trapezio in fig. 3.6) e per questo le cosiddette guide d'onda standard di uso pratico hanno il rapporto  $b/a = 0.5$ .

### 3.8 Potenza EM in guida d'onda

Dovuto al fatto che in entrambi i modi  $TE$  e  $TM$  c'è solo una componente di campo longitudinale, l'onda EM nella guida d'onda trasporta la potenza EM solo nella direzione assiale  $z$ . La potenza media che si propaga lungo la guida d'onda è uguale al flusso della parte reale del vettore di Poynting attraverso la sezione trasversale della guida d'onda [89, 108]:

$$\Re(\mathbf{S}_z) = S_z = \frac{1}{2} E_t \cdot H_t^* = \frac{1}{2Z_{c,w}} |E_t|^2 = \frac{1}{2} Z_{c,w} |H_t|^2, \quad (3.21)$$

dove i pedici  $t$  e  $w$  stanno rispettivamente per trasversale e guida d'onda. Quindi, la potenza media trasportata da un'onda EM lungo la guida è:

$$P = \int_S S_z ds = \frac{1}{2Z_{c,w}} \int_S |E_t|^2 ds = \frac{1}{2} Z_{c,w} \int_S |H_t|^2 ds, \quad (3.22)$$

attraverso l'area della sezione trasversale  $S = a \cdot b$ .

Nel caso dei modi  $TE_{mn}$ , dove  $m$  e  $n$  sono entrambi diversi da zero, la potenza media può essere calcolata come:

$$\begin{aligned} P_{TE_{mn}} &= \frac{1}{2} Z_{TE} \int_0^a \int_0^b (|H_x|^2 + |H_y|^2) dx dy \\ &= \frac{ab}{8} Z_c \left(\frac{f}{f_c}\right)^2 \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} H_0^2, \end{aligned} \quad (3.23)$$

per i modi  $TE_{m0}$  o  $TE_{0n}$  risulta  $P = 2P_{TE_{mn}}$ .

Mentre la potenza media dei modi  $TM$  risulta essere:

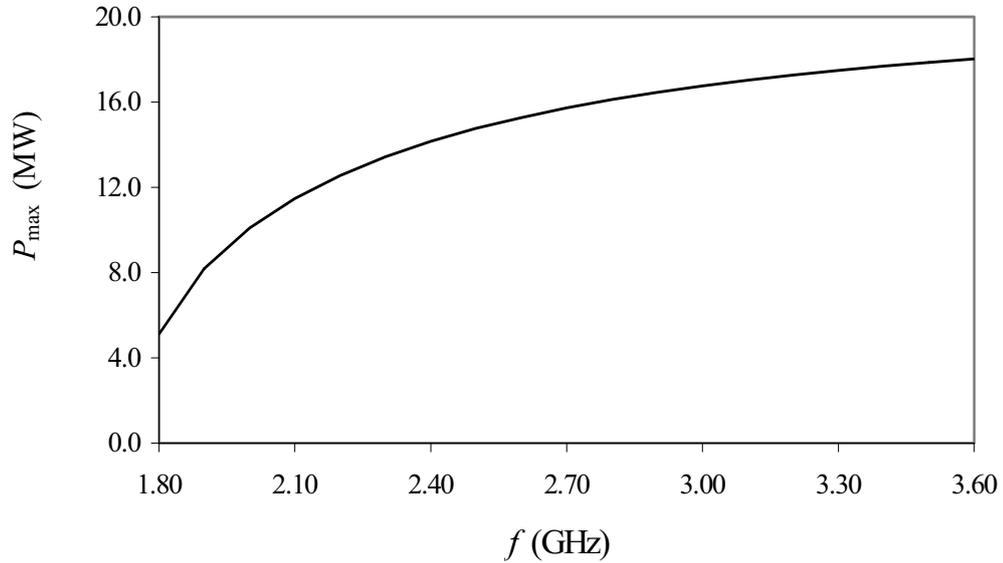
$$\begin{aligned} P_{TM} &= \frac{1}{2Z_{TM}} \int_0^a \int_0^b (|E_x|^2 + |E_y|^2) dx dy \\ &= \frac{ab}{8Z_c} \left(\frac{f}{f_c}\right)^2 \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} E_0^2. \end{aligned} \quad (3.24)$$

La massima potenza che può essere trasferita da una guida d'onda è limitata dalla rottura del dielettrico in essa contenuto. Questa potenza di picco può essere determinata calcolando il vettore di Poynting in funzione del campo elettrico massimo. Nel caso del modo fondamentale  $TE_{10}$  risulta essere:

$$P_{max,TE_{10}} = \frac{ab}{4Z_{TE_{10}}} |E_{max}|^2, \quad (3.25)$$

dove  $E_{max}$  è il campo elettrico massimo per il quale avviene il fenomeno di rottura del dielettrico che riempie la guida d'onda.

La potenza massima in funzione della frequenza nel caso del modo fondamentale  $TE_{10}$  in una guida d'onda con  $a = 86\text{mm}$  e  $b = 43\text{mm}$  (WR340 standard), riempita di aria secca a temperatura e pressione normali ( $E_{max} = 2.9 \cdot 10^6\text{V/m}$ ), è stata calcolata usando l'equazione 3.25 ed è riportata in fig. 3.7. Naturalmente, tali valori sono solo teorici, in



**Figura 3.7:** Valore massimo della potenza trasferibile con il modo  $TE_{10}$  in una guida WR340 standard, con pareti perfettamente conduttrici e riempita di aria secca, in funzione della frequenza

pratica si devono considerare le perdite nelle pareti della guida d'onda per determinare la reale massima potenza che può essere trasferita da una guida.

### 3.9 Perdite in guida d'onda rettangolare e costante di attenuazione

In pratica le guide d'onda sono realizzate con materiali ad elevata conducibilità ma finita e quindi nelle pareti delle guide d'onda ci sono delle perdite ohmiche. Per determinare le perdite di potenza nel conduttore  $P_l$  si supporrà che la distribuzione del campo EM all'interno della guida d'onda sia la stessa del caso ideale con pareti infinitamente conduttrici. Sotto questa ipotesi, la densità di corrente superficiale sulle pareti interne della guida può essere determinata come:

$$\mathbf{J}_{S_1} = \mathbf{n}_1 \times \mathbf{H}|_{x=0}, \quad (3.26a)$$

$$\mathbf{J}_{S_2} = \mathbf{n}_2 \times \mathbf{H}|_{x=a}, \quad (3.26b)$$

$$\mathbf{J}_{S_3} = \mathbf{n}_3 \times \mathbf{H}(x)|_{y=0} \quad \text{e} \quad (3.26c)$$

$$\mathbf{J}_{S_4} = \mathbf{n}_4 \times \mathbf{H}(x)|_{y=b}, \quad (3.26d)$$

dove  $\mathbf{n}_1$ ,  $\mathbf{n}_2$ ,  $\mathbf{n}_3$  e  $\mathbf{n}_4$  sono rispettivamente i versori normali alle superfici  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  e  $S_4$  delle pareti interne (fig. 3.8).

Dopo la seguente integrazione [89]:

$$P_l = \frac{R_S}{2} \left[ \int_0^b (|\mathbf{J}_{S_1}| + |\mathbf{J}_{S_2}|) dy \Delta z + \int_0^a (|\mathbf{J}_{S_3}| + |\mathbf{J}_{S_4}|) dx \Delta z \right], \quad (3.27)$$

la costante di attenuazione risulta essere:

$$\alpha = \frac{P_l}{\Delta z} = \frac{R_S}{Z_{cb}} \frac{1 + 2 \frac{b}{a} \left( \frac{f_c}{f} \right)^2}{\sqrt{1 - \left( \frac{f_c}{f} \right)^2}}. \quad (3.28)$$

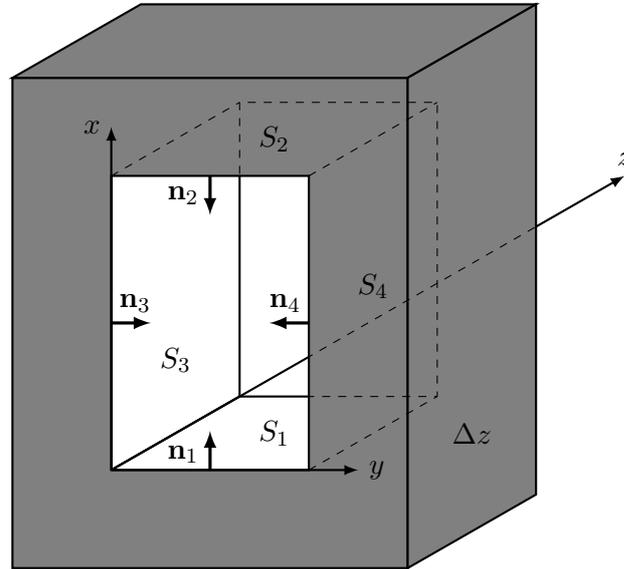
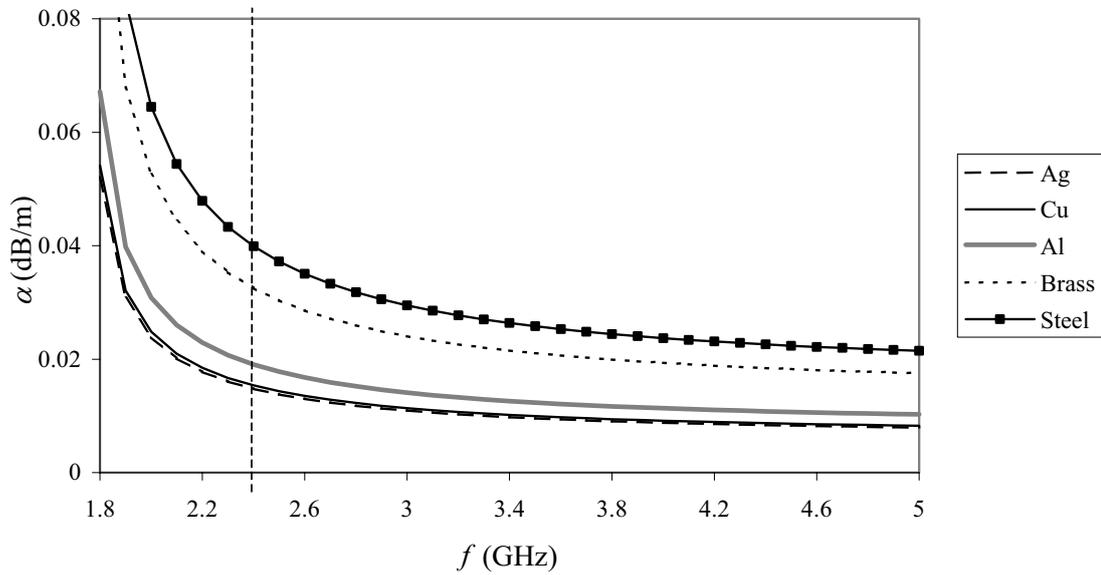


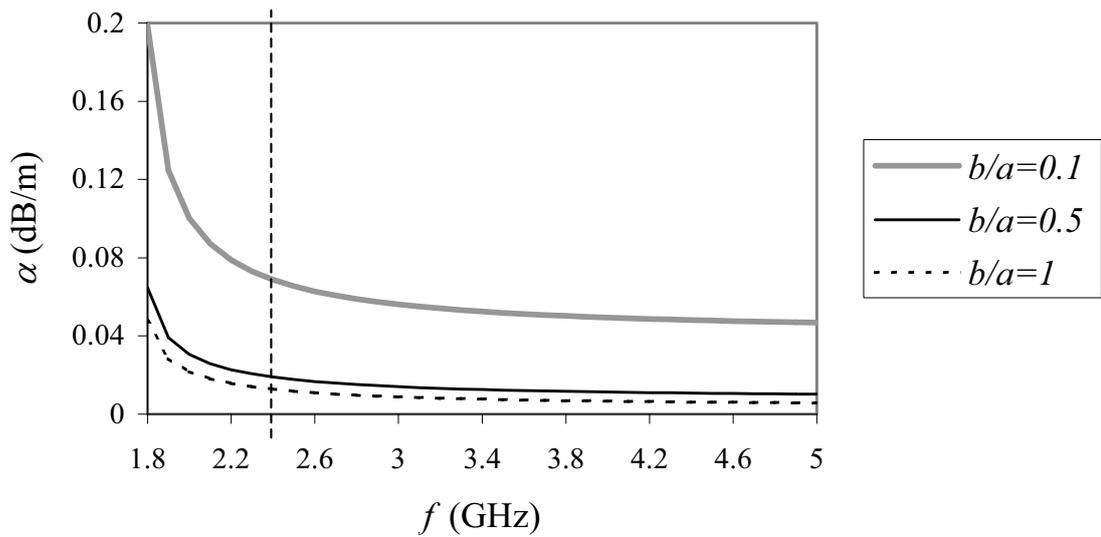
Figura 3.8: Calcolo della costante di attenuazione di una guida d'onda

Le costanti di attenuazione della WR340 realizzata con diversi materiali quali argento (Ag), rame (Cu), alluminio (Al), ottone (brass) e acciaio (steel) sono riportate in fig. 3.9. Come si può notare, per frequenze vicine alla frequenza di cutoff, l'attenuazione è molto elevata. Inoltre, con l'aumentare della frequenza scende molto velocemente verso il minimo mentre a frequenze elevate diminuisce lentamente. Si noti che, a  $2.45GHz$ , la differenza tra Ag e Al è solo  $\Delta\alpha = 0.004dB/m$ , mentre la differenze tra Ag e Cu sono trascurabili a qualsiasi frequenza. Per quanto riguarda le guide d'onda in ottone o acciaio esse hanno valori di  $\alpha$  più elevati. Quindi, utilizzando come materiale per la guida Al, anziché Cu o il più prezioso Ag (pur essendo l'argento utilizzato come un sottile strato smaltato sulle pareti interne), i costi del materiale possono essere ridotti senza un significativo incremento delle perdite di potenza.

In fig. 3.10 è riportata la costante di attenuazione in funzione della frequenza della WR340 realizzata in alluminio per diversi valori del rapporto  $b/a$ . Si noti che mantenendo



**Figura 3.9:** Costante di attenuazione in funzione della frequenza della guida d'onda WR340 costruita con materiali diversi



**Figura 3.10:** Costante di attenuazione in funzione della frequenza della guida d'onda WR340 realizzata in Al per i diversi valori del rapporto  $b/a$

$a$  costante,  $\alpha$  aumenta con il diminuire  $b$ . Quindi, anche se la variabile  $b$  non gioca alcun ruolo nel calcolo dei parametri quali  $f_c$ ,  $k_z$  e  $\lambda_{g,z}$ , che caratterizzano una guida d'onda, non dovrebbe essere scelto in modo arbitrario. In pratica, questo rapporto è di solito  $b/a = 0.5$ , perchè l'attenuazione è quasi minima (fig. 3.10) e per evitare l'eccitazione del modo degenero  $TE_{01}$ .

### 3.10 Modo fondamentale $TE_{10}$

Nel caso di modi  $TE$ , come precedentemente detto, uno degli indici del modo può essere nullo e il modo fondamentale della guida rettangolare, cioè quello con più bassa frequenza di cutoff, è il modo  $TE_{10}$ . I parametri del modo  $TE_{10}$  sono riportati nella tab. 3.1 e le

modo $TE_{10}$	
indici del modo	$m = 1, n = 0$
numero d'onda trasverso	$k = \frac{\pi}{a}$
numero d'onda lungo $z$	$k_z = \pi \sqrt{\frac{4}{\lambda^2} - \frac{1}{a^2}}$
frequenza di cutoff	$f_c = \frac{c}{2a}$
lunghezza d'onda di cutoff	$\lambda_c = 2a$
lunghezza d'onda in guida	$\lambda_{g,z} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}$
impedenza caratteristica	$Z_{TE} = \frac{Z_c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}$
potenza massima	$P_{max} = \frac{ab}{4Z_{TE}}  E_{max} ^2$
costante di attenuazione	$\alpha = \frac{R_S}{Z_c b} \frac{1 + \frac{b}{2a^3} \lambda^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}$

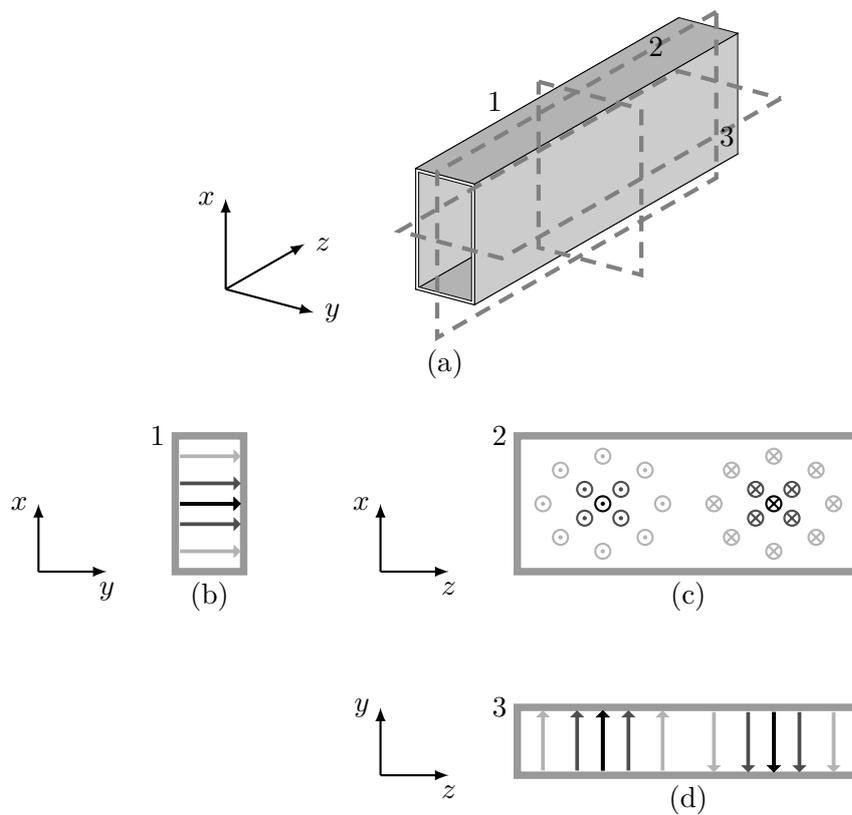
**Tabella 3.1:** Parametri del modo fondamentale  $TE_{10}$

componenti del campo EM in tab. 3.2.

In fig. 3.11 e fig. 3.12 sono riportate le distribuzioni dei campi, mentre in fig. 3.11 a sono evidenziate le sezioni trasversali della guida d'onda sui piani  $xy$ ,  $xz$  e  $yz$  (piani 1, 2 e 3, rispettivamente). La distribuzione del campo  $\mathbf{E}$  è riportata in fig. 3.11 b, c e d, dove la dissolvenza dal nero al grigio evidenzia l'intensità del campo. I cerchi con un punto al centro rappresentano il campo uscente dal piano mentre i cerchi con una croce al centro

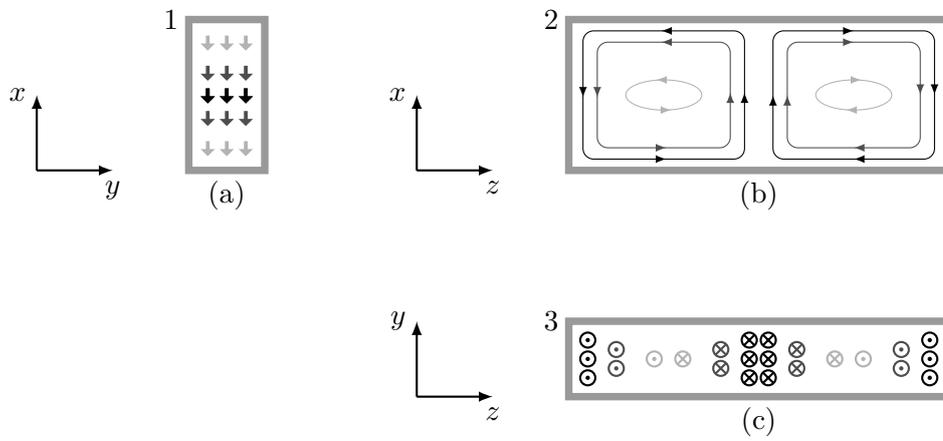
modo $TE_{10}$
$E_x = 0$
$E_y = -\frac{jk_z Z_{TE}}{k^2} \frac{\pi}{a} H_0 \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) e^{-jk_z z}$
$E_z = 0$
$H_x = \frac{jk_z \pi}{k^2} \frac{\pi}{a} H_0 \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) e^{-jk_z z}$
$H_y = 0$
$H_z = H_0 \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) e^{-jk_z z}$

**Tabella 3.2:** Espressioni dei campi del modo fondamentale  $TE_{10}$



**Figura 3.11:** Sezioni trasversali della guida d'onda e distribuzione del campo  $\mathbf{E}$  per il modo  $TE_{10}$

indicano che il campo è entrante nel piano. Considerando i piani 1, 2 e 3, in fig. 3.12 a, b e c è rappresentata la distribuzione del campo  $\mathbf{H}$ .



**Figura 3.12:** Distribuzione del campo  $\mathbf{H}$  per il modo  $TE_{10}$

---

## Guide d'onda viste come linee di trasmissione

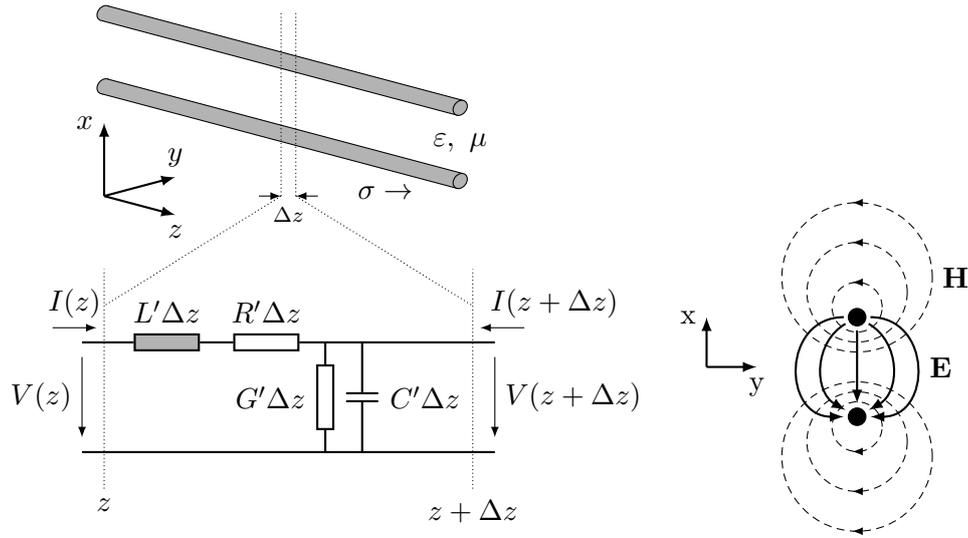
---

Nel seguito verrà evidenziato come le guide d'onda per microonde possono essere studiate utilizzando la teoria delle linee di trasmissione (LT), in particolare i problemi di discontinuità in guida d'onda, come le fessure nelle pareti e il lanciatore di modo realizzato tramite un cavo coassiale nel modello multifisico 3D.

### 4.1 Linee di trasmissione

Una linea di trasmissione è un sistema continuo di due o più conduttori, con interposto un dielettrico, che è in grado di guidare e dirigere l'energia EM da un luogo ad un altro. Se la dimensione della linea, parallela alla direzione di propagazione, è confrontabile con la lunghezza d'onda delle onde che si propagano, i valori istantanei delle onde sinusoidali, come quelle di tensione e corrente, varieranno da punto a punto e dipenderanno dalla coordinata longitudinale nella direzione di propagazione. Per descrivere e definire tali sistemi è necessario considerare alcuni parametri insieme alle tensioni e le correnti. Cioè, per questi problemi deve essere applicato uno specifico approccio teorico, la cosiddetta teoria LT [1].

In fig. 4.1 sono rappresentati la comune linea di trasmissione di due fili conduttori perfettamente paralleli alla direzione  $z$  e il suo circuito equivalente di una sezione lunga  $\Delta z$ . In queste linee di trasmissione il campo  $\mathbf{E}$  (linea continua) e il campo  $\mathbf{H}$  (linea tratteggiata) sono trasversali alla direzione  $z$ , quindi si propaga un'onda *TEM* lungo la linea. In fig. 4.1  $L'$ ,  $R'$ ,  $G'$  e  $C'$  descrivono i parametri circuitali distribuiti lungo la linea e sono rispettivamente definiti come induttanza per unità di lunghezza, resistenza per unità di lunghezza, conduttanza per unità di lunghezza e capacità per unità di lunghezza. Come si può vedere, la tensione  $V$  e la corrente  $I$  sono funzioni di  $z$ . Utilizzando il circuito



**Figura 4.1:** Linea di trasmissione, linee del campo onda *TEM* e circuito equivalente

equivalente di fig. 4.1 le equazioni che collegano  $V$  e  $I$  possono essere scritte come [105]:

$$-\frac{dV(z)}{dz} = (R' + j\omega L') I(z) \quad e \quad (4.1a)$$

$$-\frac{dI(z)}{dz} = (G' + j\omega C') V(z), \quad (4.1b)$$

dove  $\omega$  è la pulsazione della corrente e della tensione.

Dopo il differenziale rispetto a  $z$  delle equazioni 4.1a e 4.1b, si ottengono le equazioni d'onda per la tensione e la corrente della linea di trasmissione:

$$\frac{d^2V(z)}{dz^2} - \gamma^2 V(z) = 0 \quad e \quad (4.2a)$$

$$\frac{d^2I(z)}{dz^2} - \gamma^2 I(z) = 0, \quad (4.2b)$$

dove  $\gamma$  è la costante di propagazione complessa, data da:

$$\gamma = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')}. \quad (4.3)$$

Le equazioni 4.2a e 4.2b sono conosciute come *equazioni dei telegrafisti* e sono uguali alle equazioni scalari di Helmholtz 1.20a e 1.20b. Quindi, come per le componenti  $E_z$  e  $H_z$  della guida d'onda longitudinale, la soluzione delle equazioni 4.2a e 4.2b può essere fornita sotto forma di onde viaggianti di tensione e corrente:

$$V(z) = V_1 e^{-\gamma z} + V_2 e^{\gamma z}, \quad (4.4a)$$

$$I(z) = \frac{V_1}{Z_c} e^{-\gamma z} - \frac{V_2}{Z_c} e^{\gamma z}, \quad (4.4b)$$

dove  $V_1$  e  $V_2$  sono le ampiezze delle onde di tensione con direzione di avanzamento rispettivamente  $+z$  e  $-z$ . Il rapporto tra tensione e corrente in una linea di trasmissione infinita

è l'impedenza caratteristica  $Z_c$  ed è definita come:

$$Z_c = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}}. \quad (4.5)$$

La potenza media totale che fluisce lungo la linea è definita come:

$$P_{av} = \frac{1}{2} \Re [V(z) \cdot I^*(z)] = \frac{1}{2} \frac{V_1^2 - V_2^2}{Z_c} = P_{av,1} - P_{av,2}, \quad (4.6)$$

dove \* indica un valore complesso coniugato mentre  $P_{av,1}$  e  $P_{av,2}$  sono la potenza media totale trasportata dalle onde che si propagano rispettivamente nelle direzioni  $+z$  e  $-z$ .

La parte reale e immaginaria di  $\gamma = \alpha + j\beta$  rappresentano rispettivamente la costante di attenuazione e la costante di fase, che possono essere definite in termini di  $L'$ ,  $R'$ ,  $G'$  e  $C'$  come:

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{1}{2} L' C' \left[ \sqrt{\left(1 + \frac{R'^2}{\omega^2 L'^2}\right) \left(1 + \frac{G'^2}{\omega^2 C'^2}\right)} - 1 + \frac{R'}{\omega L'} \frac{G'}{\omega C'} \right]} \quad \text{e} \quad (4.7a)$$

$$\beta = \omega \sqrt{\frac{1}{2} L' C' \left[ \sqrt{\left(1 + \frac{R'^2}{\omega^2 L'^2}\right) \left(1 + \frac{G'^2}{\omega^2 C'^2}\right)} + 1 - \frac{R'}{\omega L'} \frac{G'}{\omega C'} \right]}. \quad (4.7b)$$

Nelle linee di trasmissione reali, i conduttori hanno conduttività finita e le perdite ohmiche nei conduttori lungo la linea causano attenuazione, che può essere importante per tratti di linea molto lunghi. Dovrebbero essere considerate pure le perdite dielettriche nel materiale tra i conduttori e possono essere incluse in  $G'$ .

## 4.2 Linea senza perdite

In una linea di trasmissione senza perdite, conduttori ideali ( $R' = G' = \alpha = 0$ ), la costante di propagazione è puramente immaginaria:

$$\gamma = j\beta = j\omega\sqrt{L'C'}. \quad (4.8)$$

In questo caso ideale l'impedenza caratteristica diventa:

$$Z_c = \sqrt{\frac{L'}{C'}}. \quad (4.9)$$

Inoltre, velocità di fase e lunghezza d'onda possono essere definite rispettivamente come:

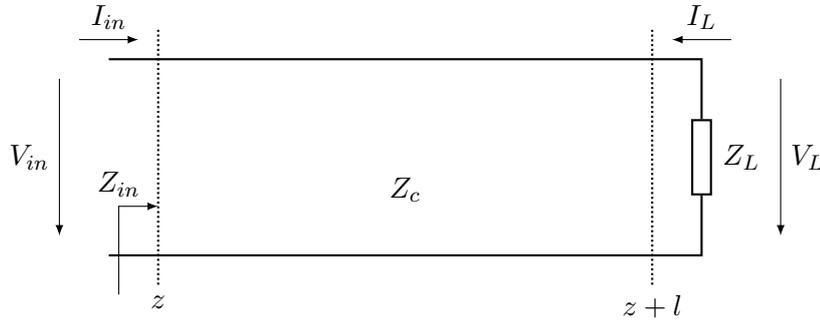
$$v_P = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{L'C'}} \quad \text{e} \quad (4.10a)$$

$$\lambda = \frac{v_P}{f}. \quad (4.10b)$$

Se si decide di porre un'arbitraria impedenza di carico  $Z_L = Z(z+l)$  nel punto  $z+l$  (fig. 4.2), l'impedenza  $Z_{in} = Z(z)$ , vista dal generatore ad una distanza  $l$  dal carico può essere derivata utilizzando la seguente trasformazione [89]:

$$Z_{in} = Z_c \frac{Z_L + jZ_c \tan(\beta l)}{Z_c + jZ_L \tan(\beta l)}, \quad (4.11)$$

che è una relazione importante nella teoria LT. Utilizzando la (4.11) è possibile dare risposte a domande del tipo, come il carico può influenzare le proprietà della linea di trasmissione e soprattutto come influenza l'efficienza del trasferimento di potenza EM lungo la linea.



**Figura 4.2:** Linea di trasmissione senza perdite, di impedenza caratteristica  $Z_c$ , terminata con un carico arbitrario di impedenza  $Z_L$

Nota la tensione  $V_L = V(z+l)$ , la corrente  $I_L = I(z+l)$  e l'impedenza di carico  $Z_L$ , la tensione  $V_{in} = V(z)$  e la corrente  $I_{in} = I(z)$  in corrispondenza della sezione d'ingresso  $z$  può essere calcolato come:

$$V_{in} = V_L \left[ \cos(\beta l) - j \frac{Z_c}{Z_L} \sin(\beta l) \right] \quad \text{e} \quad (4.12a)$$

$$I_{in} = I_L \left[ \cos(\beta l) - j \frac{Z_L}{Z_c} \sin(\beta l) \right]. \quad (4.12b)$$

Tale risultato sarà ulteriormente approfondito nell'ultimo capitolo.

### 4.3 Linea senza perdite adattata

Dalla relazione (4.11) risulta che se la linea di trasmissione è terminata con un'impedenza pari all'impedenza caratteristica, allora l'impedenza vista dal generatore dovunque lungo la linea è  $Z_c$ , indipendentemente dalla distanza  $l$ . In questo caso la linea di trasmissione si dice adattata e tutta la potenza EM disponibile viene trasferita al carico. La tensione d'ingresso si esprime come:

$$V_{in} = V_1 e^{-j\beta z}, \quad (4.13)$$

dove l'ampiezza  $V_1$  e la distanza  $l$  sono arbitrarie. La (4.13) rappresenta solamente l'onda che si sta propagando nella direzione  $+z$  e prende il nome di *onda progressiva*. Non vi

è alcuna *onda riflessa*, detta anche *onda regressiva*, dal carico verso il generatore ( $V_2 = V_r = 0$ ) e le perdite per riflessione sono nulle ( $P_{av,2} = P_r = 0$ ). Dunque, per un'onda progressiva il carico adattato non rappresenta alcuna discontinuità e agisce come una linea di trasmissione infinita.

#### 4.4 Linea senza perdite cortocircuitata (stub)

Nel caso di linea di trasmissione priva di perdite e cortocircuitata ( $Z_L = 0$ ) la  $Z_{in}$  si esprime utilizzando (vedi 4.11):

$$Z_{in} = jZ_c \tan(\beta l). \quad (4.14)$$

Un tratto di linea di lunghezza prefissata, impedenza  $Z_c$  e cortocircuitata è detto anche *stub*. Si noti che, considerando uno stub lungo  $\lambda/4$ , la  $Z_{in}$  assume un valore infinito e quindi l'ammettenza  $Y_{in}$  è nulla, come nel caso del circuito aperto. Quindi, uno stub lungo  $\lambda/4$  (lambda quarti) derivato in parallelo alla linea principale, non cambia l'impedenza di ingresso vista dalla sezione di linea a cui è connesso. La  $Z_{in}$  di uno stub privo di perdite nell'intervallo  $0 < l < \lambda/4$  agisce come una reattanza induttiva (impedenza puramente immaginaria e positiva), quindi può essere utilizzato per compensare la reattanza capacitativa della linea di trasmissione principale. Per  $\lambda/4 < l < \lambda/2$  la  $Z_{in}$  agisce come una reattanza capacitativa (impedenza puramente immaginaria e negativa), in questo caso lo stub può essere utilizzato per compensare la reattanza induttiva della linea principale.

Lungo lo spezzone di linea priva di perdite e cortocircuitata vi sono solo onde di tensione e di corrente stazionarie e l'energia EM oscilla senza alcuna possibilità di trasferire energia EM. Le onde vengono totalmente riflesse dal cortocircuito, dove le ampiezze sono uguali alle ampiezze delle onde progressive e la loro sovrapposizione con le onde progressive da origine ad *onde stazionarie*. Infatti, in questo caso  $Z_L = 0$  e sostituendo nella relazione (4.12) si ottiene rispettivamente per tensione e corrente:

$$V_{in} = jZ_c I_L \sin(\beta l) \quad \text{e} \quad (4.15a)$$

$$I_{in} = I_L \cos(\beta l). \quad (4.15b)$$

Come si può notare, la posizione degli zeri (e dei massimi) è fissa e dipende solo dalle distanze. Per tale motivo l'onda viene detta stazionaria.

#### 4.5 Linea senza perdite aperta

Nel caso di una linea di trasmissione aperta  $Z_L = \infty$ ,  $I_L = 0$  e la relazione (4.11) per  $Z_{in}$  si trasforma in:

$$Z_{in} = -jZ_c \cot(\beta l). \quad (4.16)$$

Le onde vengono totalmente riflesse dalla linea aperta e la loro sovrapposizione con le onde progressive da origine ad onde stazionarie. Infatti, in questo caso  $Z_L = \infty$  e sostituendo nella relazione (4.12) si ottiene rispettivamente per tensione e corrente:

$$V_{in} = V_L \cos(\beta l) \quad e \quad (4.17a)$$

$$I_{in} = -j \frac{V_L}{Z_c} \sin(\beta l). \quad (4.17b)$$

Anche in questo caso, la posizione degli zeri (e dei massimi) è fissa e dipende solo dalle distanze. Per tale motivo l'onda viene detta stazionaria.

## 4.6 Linea senza perdite con carico arbitrario - coefficiente di riflessione

Se la linea di trasmissione è terminata con un'impedenza differente dall'impedenza caratteristica, allora parte della potenza EM trasmessa sarà riflessa e una parte di essa sarà trasferita al carico. La potenza trasferita prende anche il nome di *potenza incidente*, mentre l'altra parte è detta *potenza riflessa* e viene considerata una perdita per riflessione. Quindi, lungo la linea di trasmissione ci saranno due onde di ampiezza diversa, quella progressiva che si propaga nella direzione  $+z$  verso il carico con un'ampiezza  $V_d$  e quella regressiva che si propaga dal carico al generatore nella direzione  $-z$  con un'ampiezza  $V_r$ . La somma di queste due onde definisce l'onda totale, rispettivamente per tensione e corrente si ha:

$$V(z) = V_d e^{-j\beta z} + V_r e^{j\beta z}, \quad (4.18a)$$

$$I(z) = I_d e^{-j\beta z} + I_r e^{j\beta z}. \quad (4.18b)$$

Per descrivere il disadattamento del carico e la conseguente riflessione sul carico, viene definito il *coefficiente di riflessione* come il rapporto tra le ampiezze dell'onda regressiva e progressiva di tensione sul carico [89]:

$$r = \frac{V_{r,L}}{V_{d,L}} = \frac{Z_L - Z_c}{Z_L + Z_c}. \quad (4.19)$$

Mentre, nella sezione d'ingresso  $z$  (fig. 4.2) il coefficiente di riflessione risulta essere:

$$r_{in} = \frac{V_{r,L}}{V_{d,L}} = r e^{j2\beta l} = \frac{Z_{in} - Z_c}{Z_{in} + Z_c}. \quad (4.20)$$

Una modo sintetico per descrivere il fenomeno di riflessione è il rapporto tra i moduli del massimo e il minimo della tensione di onda stazionaria, detto *rapporto d'onda stazionaria* (*Voltage Standing Wave Ratio*) [89]:

$$VSWR = \frac{|V|_{max}}{|V|_{min}} = \frac{1 + |r_{in}|}{1 - |r_{in}|}. \quad (4.21)$$

In pratica è molto utile per esprimere il coefficiente di riflessione in ingresso in funzione della *impedenza di ingresso normalizzata*  $z_{in}$ , che è definita come:

$$z_{in} = \frac{Z_{in}}{Z_c} = \frac{z_L + j \tan(\beta l)}{1 + j z_L \tan(\beta l)}. \quad (4.22)$$

Quindi, la relazione del coefficiente di riflessione risulta:

$$r_{in} = \frac{z_{in} - 1}{z_{in} + 1}. \quad (4.23)$$

Per le linee di trasmissione con elementi in parallelo è più conveniente effettuare i calcoli con l'ammettenza normalizzata al posto dell'impedenza normalizzata:

$$y_{in} = \frac{Z_c}{Z_{in}} = \frac{1}{z_{in}}. \quad (4.24)$$

Il coefficiente di riflessione in ingresso in questo caso è:

$$r_{in} = \frac{1 - y_{in}}{1 + y_{in}}. \quad (4.25)$$

Considerando la definizione (4.6) e il concetto di coefficiente di riflessione, la potenza media totale sul carico può essere calcolata come:

$$P_{av} = \frac{1}{2} \left( \frac{|V_d|^2}{Z_c} - \frac{|V_r|^2}{Z_c} \right) = P_{in} (1 - |r_{in}|^2), \quad (4.26)$$

dove  $P_{in}$  è la potenza disponibile in ingresso. Dunque, in altre parole, la potenza riflessa risulta essere:

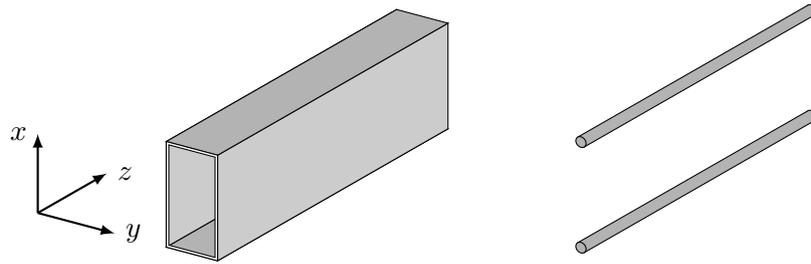
$$P_r = P_{in} |r_{in}|^2 \quad (4.27)$$

e il quadrato del modulo del coefficiente di riflessione definisce le perdite per riflessione.

## 4.7 Guide d'onda viste come linee di trasmissione

Nel capitolo 3 si è analizzato come nelle guide d'onda rettangolari, il campo EM può essere descritto tramite i due differenti modi *TE* e *TM*. Dal set di equazioni 3.15 e 3.17 emerge che le componenti del campo EM in guida possono essere espresse tramite due tipi di funzioni [62]. Il primo tipo di funzione è una funzione trasversa  $f_t(x, y)$  dipendente solo dalle coordinate trasversali alla direzione di propagazione. Il secondo tipo di funzione rappresenta l'ampiezza  $f_a(z)$ , che dipende solo dalla coordinata longitudinale e parallela alla direzione di propagazione.

Per una guida metallica rettangolare con forma trasversale uniforme, i modi possono essere completamente caratterizzati tramite la funzione  $f_a(z)$ . Questo permette di applicare la teoria delle linee di trasmissione allo studio di problemi riguardanti le guide d'onda, poiché l'andamento delle ampiezze dei modi può essere rappresentato in termini di tensione e corrente di un'appropriata linea di trasmissione. Dunque, note le funzioni



**Figura 4.3:** Descrizione di guide d'onda senza perdite tramite linee di trasmissione

trasverse dei modi, l'impedenza caratteristica e la costante di propagazione della linea di trasmissione equivalente, è possibile caratterizzare completamente la guida tramite le espressioni delle componenti del campo EM. Questo utile approccio è illustrato in fig. 4.3 e tab. 4.1 per il modo  $TE_{10}$  e in assenza di perdite.

modo $TE_{10}$	linea bifilare
$E_y = f_t(x, y) f_a(z) = f_t(x, y) E_0 e^{-\gamma z}$	$V = V_0 e^{-\gamma z}$
$\gamma = j\beta = j\omega \sqrt{\varepsilon\mu} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}$	$\gamma = j\beta = j\omega \sqrt{L'C'}$
$Z_c = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}$	$Z_c = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$

**Tabella 4.1:** Descrizione di guide d'onda senza perdite tramite linee di trasmissione, per il modo  $TE_{10}$

---

## Accoppiamento tra sorgente a microonde di potenza e guida d'onda

---

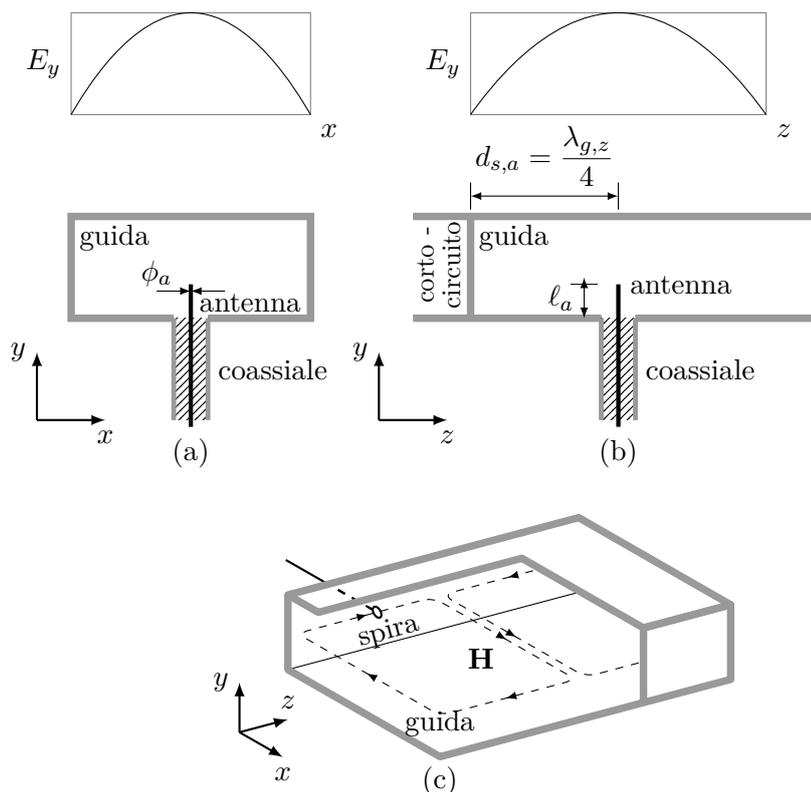
In questo capitolo sono presentate le tecniche per l'accoppiamento tra le sorgenti a microonde ad elevata potenza e i sistemi di trasmissione come le guide d'onda. Vengono riportati i principi per l'accoppiamento dell'energia EM alle guide d'onda e i sistemi di accoppiamento più comuni e pratici per le microonde di potenza. Inoltre, viene data una descrizione delle sorgenti a microonde di potenza.

### 5.1 Principi di accoppiamento con guide d'onda

Per eccitare un determinato modo in una guida d'onda, prima di tutto la frequenza iniettata deve essere maggiore della frequenza di cutoff. Inoltre, anche il tipo di accoppiamento deve essere appropriato. Ciò significa che il sistema di accoppiamento deve generare il modo desiderato alla più breve distanza possibile dal punto di accoppiamento.

Il modo più semplice per eccitare il modo dominante  $TE_{10}$  è quello di utilizzare una antenna a dipolo [25]. Nel caso di accoppiamento realizzato tramite un cavo coassiale, l'antenna è la porzione finale del conduttore interno che si estende nella guida d'onda ed è anche detto *lanciatore*. Nel modello multifisico 3D realizzato in COMSOL il conduttore centrale ha diametro  $\phi_a = 1.2mm$  e lunghezza  $\ell_a = 4mm$  (fig. 5.1 a e b).

Tale dipolo deve essere posizionato parallelamente al vettore campo elettrico nella guida d'onda e nel punto di massimo del campo  $\mathbf{E}$ , cioè la distanza  $d_{s,a}$  tra la parete metallica di cortocircuito e l'antenna dovrebbe essere un quarto della lunghezza d'onda in guida  $\lambda_{g,z}$  (fig. 5.1 a e b). Per il teorema di reciprocità, il modo della guida d'onda che ha campo elettrico non nullo lungo il conduttore coassiale ecciterà corrente nel probe [105, 89].



**Figura 5.1:** Principi di accoppiamento dell'energia EM nel caso del modo  $TE_{10}$  in guida d'onda

Durante la costruzione del modello numerico con COMSOL Multiphysics è stata analizzata l'influenza della distanza  $d_{s,a}$ . Essendo le dimensioni della guida  $a = 86\text{mm}$  e  $b = 43\text{mm}$  (WR340 standard), con una frequenza iniettata  $f = 2.45\text{GHz}$  risulta dalla tab. 3.1:

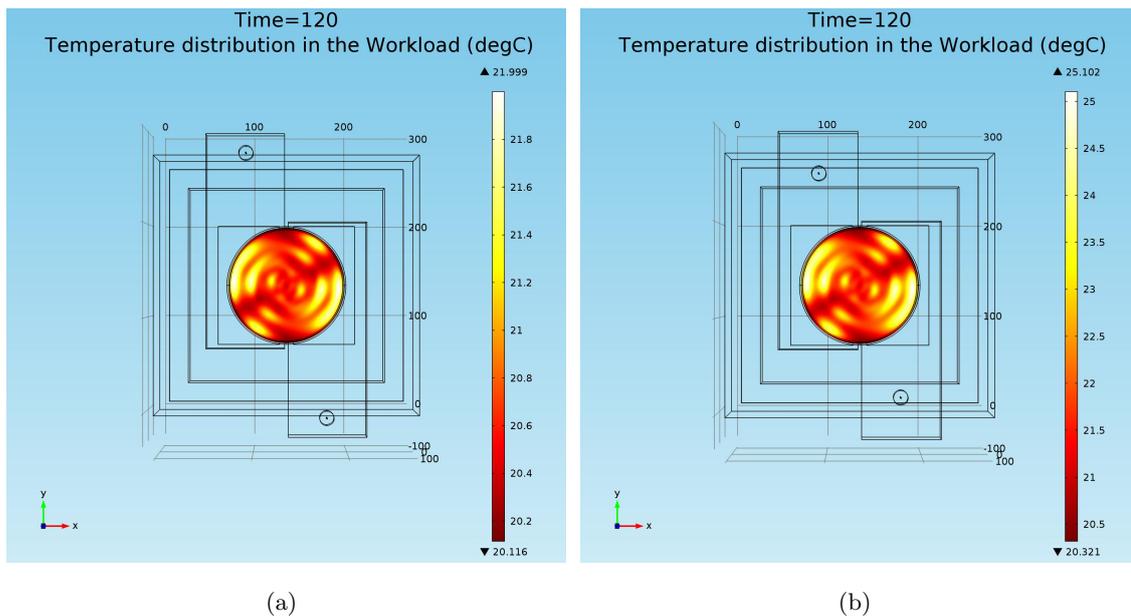
$$f_c = 1.742\text{GHz}, \quad (5.1a)$$

$$\lambda_{g,z} = 173.5\text{mm}, \quad (5.1b)$$

$$d'_{s,a} = 43.4\text{mm}. \quad (5.1c)$$

Il risultato ottenuto per via analitica (5.1c) è superiore al valore reale pari a  $d_{s,a} = 18.5\text{mm}$  dichiarato dalla casa costruttrice della sorgente a microonde di potenza (magnetron) ed utilizzato nella costruzione del modello multifisico 3D del prototipo (WITOL 2M319 series) [123]. Le simulazioni eseguite, durante la realizzazione del modello numerico, hanno confermato che l'utilizzo della distanza ottimale permetterebbe di raggiungere temperature maggiori del 14% (fig. 5.2), a parità di tempo di cottura, rispetto a quelle prodotte con la distanza reale.

Un'altra semplice tecnica da utilizzare è l'antenna a spira, che trasferisce l'energia EM in guida mediante l'accoppiamento del campo magnetico  $\mathbf{H}$  (fig. 5.1 c).



**Figura 5.2:** Distribuzione di temperatura all'interno del carico di cottura, con  $d_{s,a} = 18.5mm$  (a) e  $d'_{s,a} = 43.4mm$  (b)

Il campo EM in prossimità dell'antenna a dipolo e a spira ha una struttura molto complessa, perché deve soddisfare le condizioni al contorno imposte dalla geometria della guida d'onda (fig. 3.11, fig. 3.12). Quindi, questi tipi di eccitazione vengono considerati per semplicità come accoppiamenti ideali ma in pratica provocano anche l'eccitazione di modi superiori evanescenti, che diminuiscono l'efficienza dell'accoppiamento.

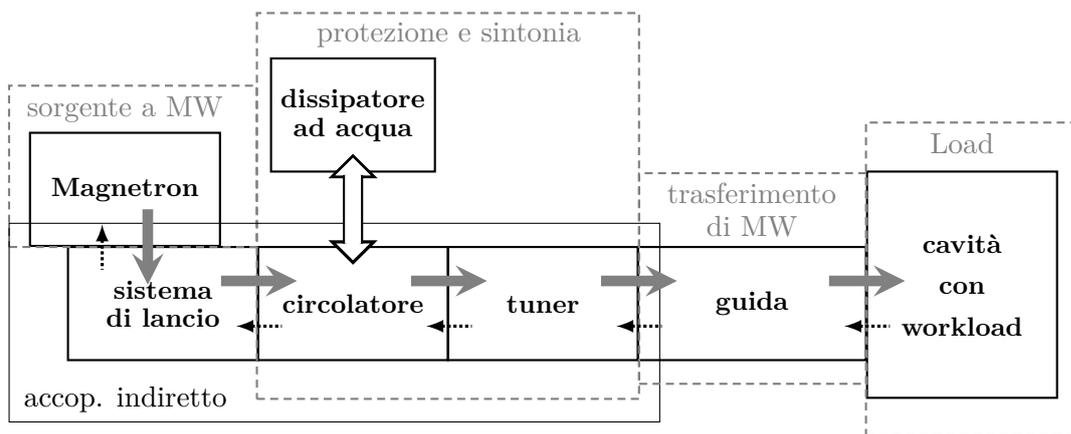
Ci sono diverse tecniche per sopprimere tali modi indesiderati e per ottimizzare l'accoppiamento. Per esempio ottimizzando la geometria dell'antenna, mantenendo costante la distanza  $d_{s,a}$  tra la parete metallica di cortocircuito e l'antenna di accoppiamento, o modificando la distanza  $d_{s,a}$  fissata la geometria del lanciatore. Essendo la discontinuità tra antenna e guida molto complessa, l'ottimizzazione dell'accoppiamento non può che essere di tipo sperimentale.

## 5.2 Accoppiamento sorgente a microonde di potenza con guide d'onda

Le suddette tecniche di accoppiamento diretto sono utilizzate anche nelle applicazioni a bassa potenza. In generale, per sistemi con sorgenti a microonde ad elevata potenza, è preferibile un accoppiamento indiretto e composto da più stadi il cui aumento di complessità è dovuto alla necessità di proteggere i generatori di energia a microonde da riflessioni indesiderate e pericolose, che possono verificarsi nei sistemi di trasmissione. Quindi, in quest'ultimo caso, se l'accoppiamento non è ottimale, spesso sono necessari alcuni componenti aggiuntivi tra la sorgente a microonde e la guida d'onda, per impedire il danneggiamento

del generatore dalle riflessioni provenienti dalla guida d'onda. Questi componenti aggiuntivi alla guida d'onda sono in realtà delle parti standard nei sistemi a microonde ad elevata potenza, anche se contribuiscono in modo significativo a far lievitare i costi complessivi del sistema.

Lo schema a blocchi di un tipico accoppiamento della sorgente a microonde di potenza con guida d'onda è riportato in fig. 5.3. La sorgente di microonde a  $2.45GHz$  è generalmente un magnetron che è ampiamente utilizzato in impianti industriali oltre ad essere impiegato nel comune forno a microonde da cucina. Il magnetron è di solito collegato direttamente ad una guida d'onda che funziona da sistema di lancio. Subito dopo, nella catena di accoppiamento, si trova il circolatore che serve come protezione dalle riflessioni indesiderate. Il sintonizzatore (tuner) è un componente utilizzato per la riduzione delle riflessioni indesiderate tramite una compensazione del disadattamento tra la guida d'onda ed il carico finale [89].



**Figura 5.3:** Schema a blocchi di un tipico sistema di accoppiamento a microonde di potenza

In fig. 5.3 il flusso principale delle MW di potenza dal generatore al carico è indicato con le frecce grandi e grigie. Le frecce piccole e nere rappresentano i punti in cui si verificano riflessioni. I blocchi funzionali del sistema sono racchiusi da linee tratteggiate grigie, i componenti del sistema sono separati con la linea in grassetto e le componenti di accoppiamento indiretto tra la sorgente a microonde e la guida sono raggruppate con una linea normale.

La ricerca sviluppata nei tre anni di PhD ha come obiettivo e riferimento apparecchiature di cottura a microonde del segmento home appliances e professional di modeste dimensioni dove i costi di produzione devono essere il più possibile contenuti. Dunque, i componenti aggiuntivi molto costosi quali circolatore e sintonizzatore non vengono utilizzati nei dispositivi di cottura d'interesse e per questo non verranno considerati e descritti all'interno della tesi.

### 5.3 Sorgente a microonde di potenza - magnetron

Nella tecnologia del riscaldamento a microonde come sorgenti di potenza, alla frequenza di  $2.45GHz$ , sono comunemente utilizzati i magnetron. Per le applicazioni di riscaldamento a frequenze più elevate, ad esempio nel campo delle onde millimetriche sopra i  $30GHz$ , vengono utilizzati i tubi Gyrotron come generatori di potenza [9, 70]. Tuttavia, il costo elevato del Gyrotron è il principale motivo che ne impedisce l'utilizzo in applicazioni a livello industriale ed è principalmente utilizzato nell'ambito della ricerca.

Il primo modello di magnetron risale al 1921 per opera di Albert Wallace Hull che, col suo rudimentale dispositivo, riuscì ad ottenere oscillazioni di campo EM con lunghezza d'onda dell'ordine dei metri (frequenze ancora basse nell'ordine delle centinaia di  $MHz$ ). Il più importante progresso inteso a rendere pratico ed efficiente l'uso del magnetron fu compiuto in Inghilterra nel 1940 sotto l'incalzare delle necessità belliche; per lo sviluppo del radar era infatti richiesto un tubo elettronico oscillatore di notevole potenza nel campo delle microonde [67, 122]. I motivi che spiegano la ricerca di un dispositivo nuovo ed opportunamente studiato per le oscillazioni di alta frequenza si concretizzavano nell'impossibilità di utilizzare i normali tubi elettronici (triodi, tetrodi, pentodi) a frequenze prossime al  $GHz$  e con elevate potenze di funzionamento. Infatti, i normali tubi elettronici presentano il problema fondamentale alle altissime frequenze che consiste nelle capacità parassite tra i propri elettrodi [25].

Il magnetron nella sua concezione moderna si presta ad una costruzione robusta, adatta a sopportare colpi e vibrazioni, e, nonostante l'elevata densità di corrente richiesta al catodo, specialmente alle frequenze più elevate, si è riusciti ad realizzare catodi sufficientemente robusti e di lunga durata. Le dimensioni sono ridotte e talora si è potuto incorporare nella struttura del magnetron il magnete adatto per la creazione del campo induzione magnetica necessario per il funzionamento del tubo; ciò per alleggerire la struttura e ridurre le dimensioni specialmente per i radar da installare sugli aerei, nonché per le più comuni sorgenti a microonde negli impianti di riscaldamento a microonde industriali e per i forni a microonde da cucina.

I magnetron utilizzati nel forno da cucina (fig. 5.4) sono dispositivi a basso costo, grazie alla loro produzione di massa, ed è il loro principale vantaggio rispetto ad altri generatori a microonde di potenza. Essi funzionano in una ristretta banda di frequenza che tipicamente è di  $\pm 10MHz$  attorno alla frequenza centrale ISM di  $2.45GHz$ . Questo tipo di magnetron produce di solito microonde di potenza nominale pari a  $1000W$ , ma ci sono anche tubi con livelli di potenza fino a qualche  $kW$  sul mercato. Il dispositivo è generalmente montato su di un sistema di lancio, una sezione di guida d'onda con un foro situato sulla parete di lato maggiore, per l'inserimento dell'antenna di emissione del magnetron. I magnetron dei forni da cucina sono relativamente facili da accoppiare in un sistema come quello di fig. 5.3 e possono essere raffreddati ad aria, cosa che li rende



**Figura 5.4:** Magnetron di un forno della cucina

vantaggiosi per l'utilizzo in sistemi con alimentazione multipla delle microonde, rispetto ad altri tubi magnetron di potenza superiore, ma che necessitano di un raffreddamento ad acqua ed un montaggio più complicato nel sistema.

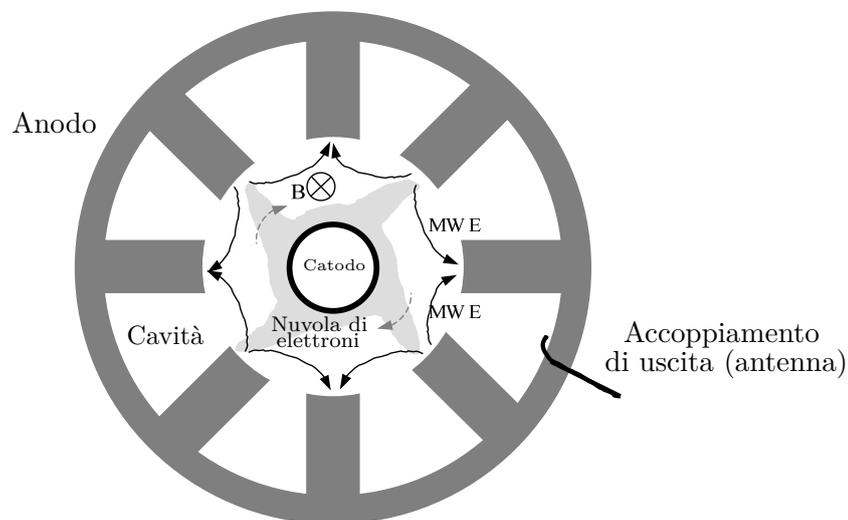
Le performance di qualsiasi tipo di tubo magnetron, come la frequenza di funzionamento centrale e la potenza nominale delle microonde, sono dipendenti dal carico (fig. 5.3). Cambiando le dimensioni, le proprietà del materiale e la posizione del carico di cottura all'interno della camera risonante, cambiano anche le riflessioni verso il generatore a microonde, che a loro volta modificheranno la frequenza e le caratteristiche di potenza del magnetron (load pulling). Tale correlazione è più deleteria per magnetron di potenza elevata e camere risonanti mono-modali. Il requisito per un funzionamento stabile è un carico con VSWR inferiore a 3 (potenza riflessa  $< 25\%$ ) [67]. Per stabilizzare il funzionamento del magnetron e per proteggerlo dalle riflessioni, potrebbero essere utilizzati il circolatore e il sintonizzatore nel sistema di accoppiamento indiretto (fig. 5.3).

In questa tesi saranno descritti brevemente i magnetron ed i generatori a stato solido di futura generazione. Tali dispositivi negli anni recenti hanno occupato molte aree che prima erano riservate ai tubi a microonde perché sono più performanti. Per esempio hanno una più stretta banda attorno alla frequenza centrale ISM, una maggiore stabilità della frequenza e delle caratteristiche di potenza [75, 76]. In particolare nell'ambito della cottura a microonde ciò che permette di fare questa tecnologia è ancora un mondo da esplorare ma l'interesse da parte delle aziende costruttrici è molto elevato [39, 121]. I generatori a stato solido sono già utilizzati in alcuni forni a microonde di Midea, azienda che detiene quasi il 50% del mercato cinese. Midea ha deciso di rivoluzionare i propri sistemi di cottura che utilizzano la tecnologia a microonde migrando verso questa tecnologia che permette un controllo della cottura e di migliorarne le performance.

## Principio di funzionamento del magnetron

I magnetron sono tubi elettronici a vuoto per potenze elevate e a campo trasverso, che convertono l'energia potenziale dell'alimentazione DC in energia associata alle microonde tramite un moto di elettroni [122]. In questo tipo di tubi elettronici a vuoto per microonde, il campo induzione magnetica  $\mathbf{B}$  è ortogonale al fascio di elettroni e al campo elettrico accelerante  $\mathbf{E}$ , e gioca un ruolo importante nell'interazione con il fascio di elettroni. Il magnetron è detto di tipo diodo perché non è dotato di griglia metallica come gli ordinari tubi elettronici [25]. Poiché è il campo  $\mathbf{B}$  a svolgere il ruolo di una griglia, questi tubi sono anche chiamati *dispositivi di tipo M*.

Il principio di funzionamento del magnetron può essere spiegato mediante la fig. 5.5. Il



**Figura 5.5:** Principio di funzionamento: sezione trasversale di un tubo elettronico a vuoto magnetron per microonde

magnetron è costituito da un *catodo* cilindrico emettitore di elettroni per effetto termoionico e da un *anodo* coassiale che contiene diverse singole *cavità risonanti*, le cui dimensioni insieme agli spazi alle estremità dell'anodo determinano la frequenza di risonanza delle singole cavità e quindi la frequenza delle microonde del diodo. Tra gli elettrodi del catodo e dell'anodo viene applicata una tensione DC elevata, di solito dell'ordine dei  $kV$ , che determina l'esistenza di un campo elettrico  $\mathbf{E}$  radiale e costante nello spazio tra gli elettrodi. Nel magnetron è applicato un campo induzione magnetica  $\mathbf{B}$  costante, parallelamente agli assi di anodo e catodo, di solito da un magnete permanente. Dunque l'induzione  $\mathbf{B}$  risulta essere perpendicolare al campo  $\mathbf{E}$ . Ciò che differenzia i tubi a campo trasverso dai tubi a fascio lineare è che il campo induzione magnetica interagisce con il fascio di elettroni. La presenza del campo trasverso costringe gli elettroni ad una curvatura nella loro traiettoria per effetto della forza di Lorenz, portandoli a viaggiare su un percorso a spirale intorno al catodo [25]. Contemporaneamente, la struttura risonante formata dalle cavità nel blocco anodo (induttanze) e dagli spazi alle estremità dell'anodo (capacità) provoca la presenza

di un campo elettrico alternato e alla frequenza delle microonde (MW) localizzato nello spazio di interazione tra le cavità (frece nere in fig. 5.5) [122]. Questa coppia di campi  $\mathbf{E}$  (*campo a MW*) tra cavità adiacenti in un circuito risonante, da origine ad un'onda stazionaria. Nel caso particolare in cui i campi delle cavità adiacenti oscillano con una differenza di fase di  $\pi$ , il magnetron lavora nel più efficiente modo di oscillazione detto *modo- $\pi$* . Quando la tensione di anodo e il campo induzione magnetica sono correttamente impostati, le oscillazioni del modo  $\pi$  saranno dominanti. In una delle cavità viene realizzata una spira di accoppiamento tramite un cavo coassiale che permette la fuoriuscita delle MW di potenza dal dispositivo. Il campo elettrico a MW perturba il moto degli elettroni prossimi alle aperture delle cavità, provocando un'accelerazione di alcuni elettroni e una decelerazione di altri elettroni. Tale moto "perpetuo" degli elettroni fa sì che questi ultimi si concentrino per formare una *nube di elettroni* con raggi (evidenziata in grigio in fig. 5.3) e senso di rotazione orario attorno al catodo.

Per meglio comprendere la formazione della nuvola elettronica si consideri quanto segue. Poiché il campo elettrico a MW innescato è variabile nel tempo, gli elettroni emessi in continuazione dal catodo possono essere "sparati" in momenti e in aree dello spazio d'interazione in cui il campo elettrico risultante è *frenante* o *accelerante*. Il campo elettrico risultante si dice accelerante quando e dove quello a MW possiede lo stesso verso del campo elettrico costante prodotto dall'alimentazione DC. In tal caso, la forza elettrica risultante è la somma aritmetica della forza elettrostatica e del valore istantaneo della forza elettrica del campo a MW. Il campo elettrico risultante è frenante allorché il verso del campo a MW è opposto a quello del campo statico. Gli elettroni che fuoriescono sotto l'azione di un campo elettrico accelerante assorbono energia da questo; tale energia viene convertita in una accelerazione notevole del moto dell'elettrone. L'accelerazione del moto dell'elettrone produce, per riflesso su se stesso, un incremento della forza deviante, con il risultato che oltre ad accelerare in velocità esso è anche sottoposto ad un incremento della forza di Lorentz che lo farà virare bruscamente a destra nella traiettoria. Queste particelle elettriche, che fuoriescono sotto l'azione di un campo accelerante acquisiscono velocità elevatissime e subiscono una forte deviazione che le fa descrivere una traiettoria a breve raggio, permangono per tempi brevissimi nel vuoto dello spazio d'interazione, dopodiché verranno assorbite dal catodo. Ciò che permette di convertire l'energia potenziale dell'alimentazione DC in energia associata alle microonde è l'emissione di elettroni nel momento e negli spazi in cui il campo elettrico risultante è frenante: tali elettroni vengono chiamati *cariche utili*, a sottolineare il fatto che proprio essi sono il motivo del corretto funzionamento del dispositivo e del sostentamento "perpetuo" delle sue oscillazioni. Le cariche utili, cioè quelle emesse sotto il campo elettrico frenante, essendo frenante nel loro normale moto, diminuiscono notevolmente la velocità ed anche la loro traiettoria cambia. Infatti, se diminuisce la velocità, diminuisce anche la forza deviante di Lorentz, per cui la nuova traiettoria diviene quasi rettilinea, dirigendo l'elettrone verso l'anodo.

Il rallentamento del moto, a sua volta, fa in modo che la carica utile, per percorrere la nuova traiettoria quasi rettilinea verso l'anodo, impieghi più tempo di quanto ne avesse impiegato sotto l'azione del campo elettrico accelerante o sotto l'azione del singolo campo elettrostatico dell'alimentazione DC. Inoltre, le cariche utili, frenate dal campo, hanno ceduto la loro energia cinetica ed, ora, continuano il loro lento moto per sola inerzia meccanica. Avvicinandosi, però, all'elettrodo di anodo si ricaricano, man mano, di nuova energia. Tale energia è quella del campo elettrostatico della tensione di alimentazione DC. Ma la velocità del loro moto è ancora notevolmente bassa e nel frattempo il campo elettrico variabile a MW compie una completa oscillazione e ritorna nuovamente a stabilire un campo frenante quando le cariche sono ancora nello spazio d'interazione. Quindi, cedono nuovamente l'energia cinetica che avevano riguadagnato avvicinandosi all'anodo. Questo loro viaggio "perpetuo" durerà per diversi cicli di oscillazione del campo a MW, finché non toccheranno, finalmente, l'anodo. Ma altre cariche utili, dietro di esse, ripercorreranno lo stesso viaggio "perpetuo" [25, 122]. In questo modo, l'energia dell'alimentazione DC viene

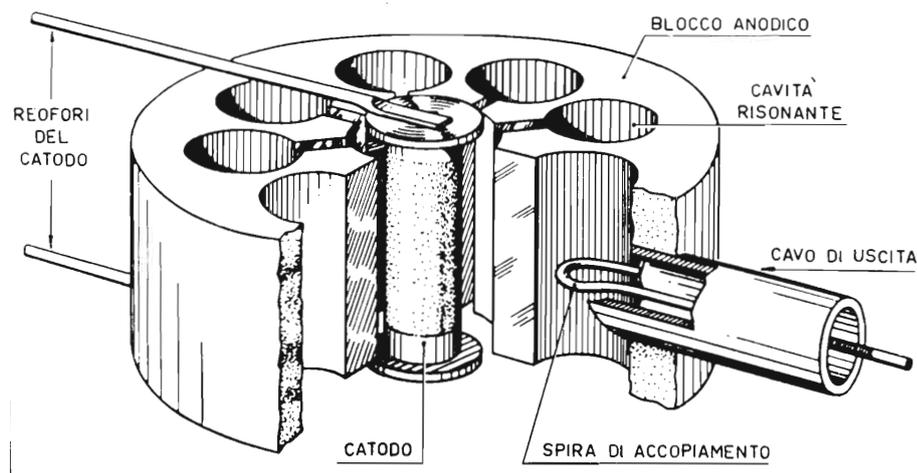
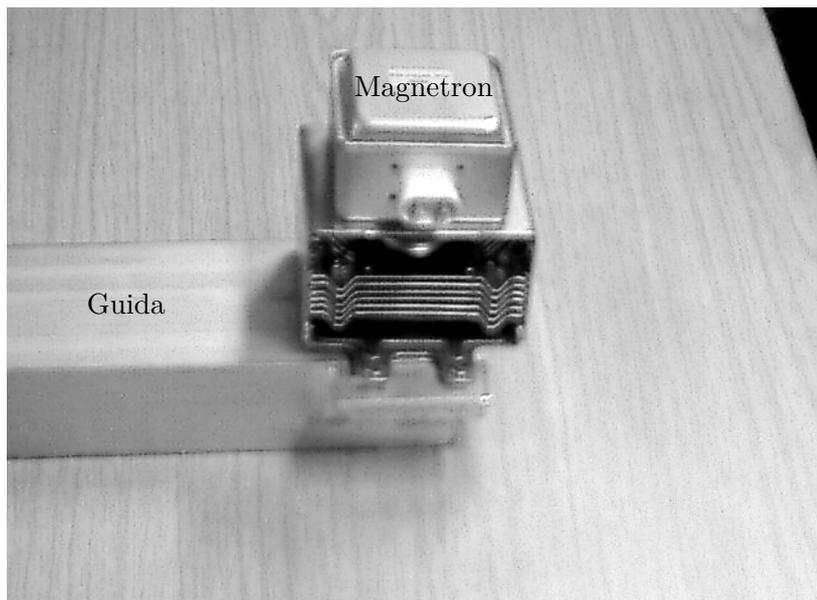


Figura 5.6: Struttura tridimensionale del magnetron a cavità

convertita in energia associata alle microonde. La struttura del magnetron a cavità e degli elettrodi può assumere l'aspetto indicato in fig. 5.6.

### Accoppiamento diretto

Tramite una corretta progettazione del sistema di trasferimento di energia a MW l'accoppiamento diretto può essere realizzato anche in sistemi di potenza elevata ed i costi dell'intero apparato possono essere ridotti, in quanto i componenti aggiuntivi a microonde, come sintonizzatori, circolatori e i componenti necessari per il raffreddamento non sono essenziali. L'accoppiamento diretto è particolarmente indicato per cavità multimodali, che sono meno sensibili alle diverse caratteristiche dei workload rispetto alle cavità monomodali. Inoltre, utilizzando sistemi di alimentazione multipla delle microonde con diversi magnetron di potenza moderata, per esempio utilizzando i poco costosi magnetron



**Figura 5.7:** Magnetron per forno da cucina direttamente accoppiato con una guida d'onda

del forno da cucina, invece di generatori di microonde ad altissima potenza, il pericolo di forti riflessioni dal carico può essere diminuito. I sistemi di alimentazione multipla hanno un ulteriore vantaggio, essi permettono di aumentare l'uniformità del campo elettrico all'interno della cavità multimodale [27].

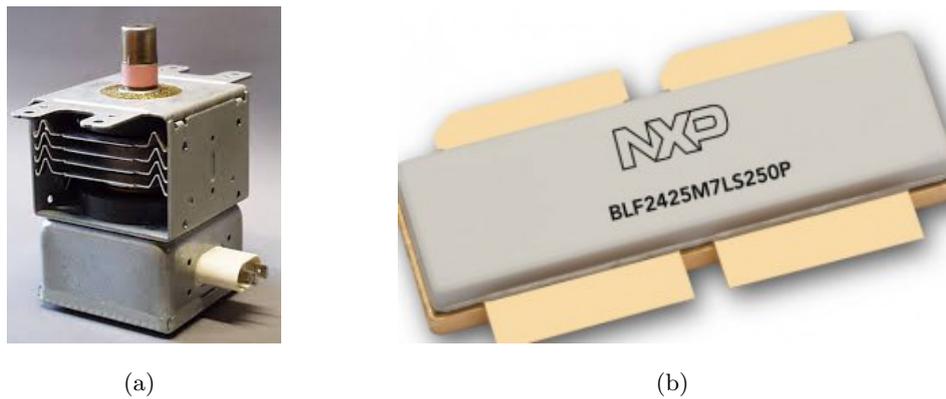
Nell'accoppiamento diretto dei magnetron con le guide d'onda, la minimizzazione delle riflessioni nelle guide d'onda è essenziale. Quindi, per esempio, deve essere opportunamente aggiustata la distanza tra il foro per l'inserimento dell'antenna del magnetron e la parete metallica della guida d'onda (cortocircuito), nonché la dimensione delle fessure che alimentano la cavità risonante e il loro posizionamento nella parete della guida.

La fotografia di un magnetron per forno da cucina direttamente accoppiato con una guida d'onda è riportata in fig. 5.7.

## 5.4 Sorgente a microonde di potenza - solid state

Le applicazioni elettroniche ad alta frequenza ed elevata potenza sono soggette ad un continuo sviluppo e trovano una diffusione sempre più crescente in diversi ambiti: nelle telecomunicazioni, nelle comunicazioni satellitari, nei campi della sicurezza e dei sistemi electronic warfare (es. radar), nell'imaging diagnostico, nella radio astronomia e nell'ipertermia oncologica [75].

La necessità di impiegare dispositivi elettronici ad alta frequenza caratterizzati da potenze operative sempre più elevate nei campi sopracitati, ha incoraggiato lo studio, lo sviluppo e l'impiego di nuovi materiali che consentono di superare alcune limitazioni tipiche del Silicio in termini di maggiore efficienza, affidabilità e di stabilità a temperature elevate [90, 74].



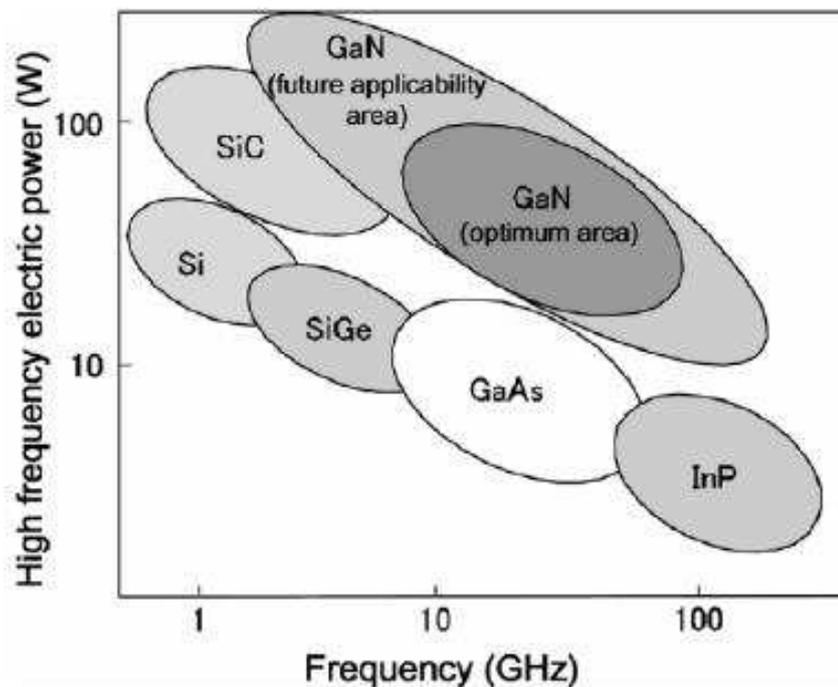
**Figura 5.8:** Dispositivi di generazione a microonde, dal magnetron a cavità risonante (a) alle tecnologie a stato solido (b)

Un esempio significativo è rappresentato dai generatori a MW a stato solido utilizzati nell'ambito dei sistemi di cottura a microonde (fig. 5.8) [76]. L'impiego di questa tecnologia permette di progettare e realizzare sistemi di cottura molto efficienti caratterizzati da elevate performance di cottura, buona flessibilità e da un elevato grado di integrazione [121, 39]. Altri vantaggi sono la possibilità di controllare l'energia trasferita al workload nonché la comunicazione tra carico ed il sistema di cottura tramite tag.

Nel corso degli ultimi anni sono stati quindi studiati e sviluppati alcuni semiconduttori composti, i cosiddetti “materiali ad alto gap energetico” quali GaAs, InP, SiGe, SiC, GaN; fra questi, il *Nitruro di Gallio* (GaN) si presenta come il materiale più promettente, grazie alle particolari proprietà elettroniche derivanti dalla sua struttura cristallina fig. 5.9 [90, 74, 3].

Il Nitruro di Gallio è un semiconduttore composto del gruppo III-V, la cui elevata mobilità e soprattutto velocità di saturazione ( $2.5 \cdot 10^7 \text{ cm/s}$ ) dei portatori, lo rendono adatto per applicazioni ad alte frequenze. Inoltre ha un elevato *bandgap* o *energy gap*, che gli consente di resistere a valori del campo elettrico di breakdown elevati ( $3.3 \text{ MV/cm}^2$ ), permettendo quindi la gestione di tensioni e potenze elevate (o ugualmente la realizzazione di dispositivi più piccoli a parità di potenza). Inoltre il Nitruro di Gallio ha una resistenza termica bassa che consente di gestire le elevate potenze in gioco, ed una elevata stabilità alle alte temperature, migliorando gli effetti sul rumore. Tali caratteristiche fanno del Nitruro di Gallio il materiale principe nelle applicazioni a radiofrequenza e microonde di potenza e oggi si sta investendo molto in questa tecnologia.

I dispositivi realizzati per frequenze e potenze elevate che possono sfruttare le caratteristiche vantaggiose del GaN rappresentano delle varianti dei transistor FET (Field Effect Transistor) e sono principalmente costituiti da MESFET (MEtal Semiconductor Field Effect Transistor) ed HEMT (High Electron Mobility Transistor); in particolare quest'ultimi rappresentano la tecnologia più promettente ed in grado di assicurare prestazioni di gran lunga superiori.



**Figura 5.9:** Frequenza operativa e potenza di uscita di dispositivi costruiti con diversi tipi di semiconduttore

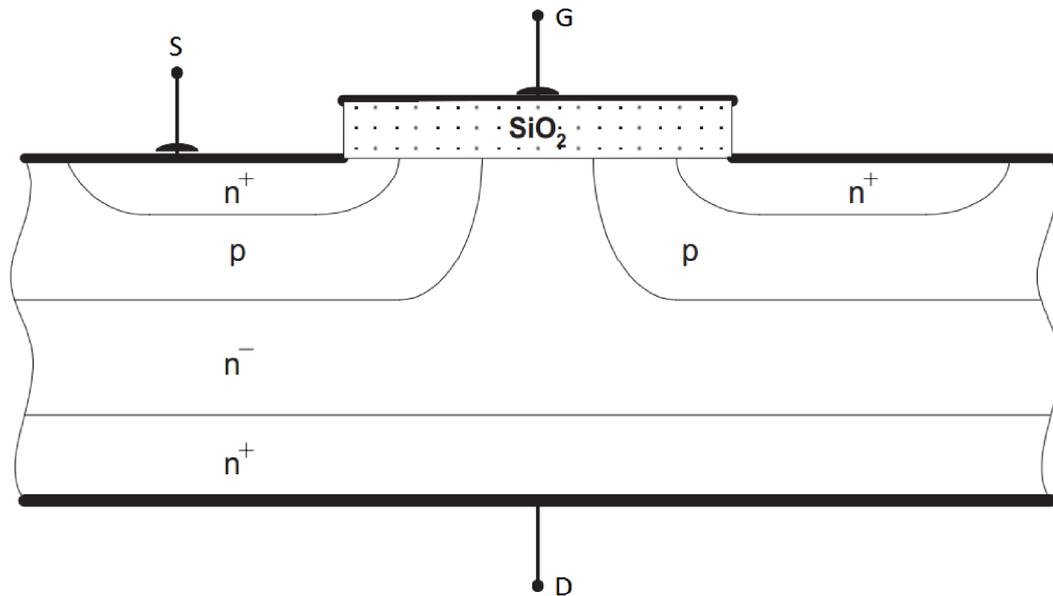
Mentre i MESFET sono dispositivi il cui funzionamento si basa sulla realizzazione di una giunzione Schottky metallo-semiconduttore, con la possibilità di controllare un canale conduttivo formato su di un substrato omogeneo, gli HEMT sfruttano i vantaggi dell'eterostruttura realizzata con il Nitrato di Gallio. Infatti i transistor HEMT sono chiamati anche HFET (Heterostructure Field Effect Transistor) e la loro *eterostruttura* porta alla formazione, in corrispondenza dell'*eterogiunzione* AlGa<sub>N</sub>/Ga<sub>N</sub>, di un gas elettronico bidimensionale (2DEG), caratterizzato da mobilità elettroniche e densità dei portatori ( $10^{13} \text{ cm}^{-2}$ ) elevate. La combinazione di queste due caratteristiche comporta elevata densità di corrente e bassa resistenza di canale, fattori molto importanti in applicazioni ad alta frequenza e potenza. Queste ottime proprietà del 2DEG sono una conseguenza della forte natura polare del cristallo di Ga<sub>N</sub> e degli stress meccanici che si generano nella deposizione di materiali con costanti reticolari diverse per formare l'eterostruttura. Tali stress meccanici portano ad una ulteriore polarizzazione di natura piezoelettrica [90, 74, 17, 61].

Tuttavia la tecnologia su Nitrato di Gallio è ancora immatura, rispetto per esempio al Silicio, e ulteriori progressi devono essere fatti, soprattutto nel campo dell'affidabilità.

## Il Power MOSFET

Lo sviluppo della tecnologia Metallo-Ossido-Semiconduttore per la microelettronica ha aperto la strada al progresso della stessa tecnologia per potenze e frequenze ben più elevate di quelle per cui era nata.

A differenza dei dispositivi MOSFET (Metal-Oxide-Semiconductor Field-Effect Transistor) utilizzati nella maggior parte dei circuiti integrati, in cui i terminali di source, gate e drain sono sulla stessa superficie del wafer di Silicio, i Power MOSFET utilizzano una struttura verticale, in cui source e drain sono collocati alle estremità opposte del wafer per aumentare la potenza nominale. La struttura elementare dei più comuni Power MOSFET è rappresentata in fig. 5.10.



**Figura 5.10:** Struttura elementare Power MOSFET

La giunzione che provvede a bloccare le tensioni dirette e inverse quando il dispositivo è nello *stato off* è la giunzione *pn* presente tra il bulk di tipo *p* e la cosiddetta *regione di drift* di tipo *n<sup>-</sup>*. La regione di drift è debolmente drogata per ottenere elevate prestazioni in termini di tensione di blocco.

Quando gate e source sono allo stesso potenziale ( $V_{GS} = 0$ ), nella regione del bulk sottostante all'ossido di gate non è presente lo strato di inversione e quindi il canale non è formato e non c'è passaggio di corrente. Quando, invece, il canale è formato, la  $I_D$  scorre dal drain al source tramite le regioni  $n^+$  prima e  $n^-$ , canale  $n$ ,  $n^+$  dopo [71, 45, 38].

## Il concetto di RESURF

Vi sono dei dispositivi laterali e verticali su Si che si basano sul concetto di RESURF (REduced SURface Field), ovvero sulla riduzione del campo elettrico all'interfaccia di una giunzione *pn* [119, 38].

Quando il dispositivo è nello stato off e deve bloccare valori di tensione elevati, il campo elettrico massimo si concentra tipicamente sulla superficie della giunzione *pn* presente tra bulk e regione di drift. Per evitare il breakdown del dispositivo in questa zona di funzionamento, l'approccio più semplice sarebbe quello di aumentare le dimensioni del

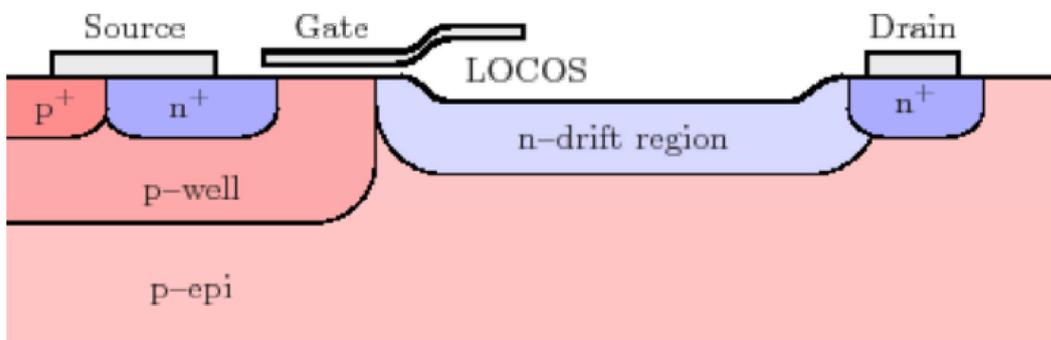
dispositivo e diminuire il numero di impurità nella struttura. Questo, ovviamente, porta ad un aumento della *resistenza di conduzione*  $R_{ON}$  e quindi, a cadute di tensione e perdite di potenza elevate.

Dunque, per ridurre il campo elettrico all'interfaccia tra bulk e regione di drift è più opportuno cambiare il layout del dispositivo affinché, nello stato di blocco, la regione di carica spaziale si estenda sia nel bulk che nella regione di drift. Si crea così, una distribuzione di carica che determina una caduta di potenziale attraverso l'intero bulk e non solo sulla superficie della giunzione. A parità di tensione ai terminali, si genera un campo elettrico più equilibrato nel dispositivo, riducendone fortemente i valori di picco. In tal modo, si possono ridurre le dimensioni del dispositivo e incrementare la quantità di drogante, riducendo, così, la resistenza di conduzione  $R_{ON}$ .

Tale principio è usato nel layout del dispositivo di potenza con geometria laterale, di seguito brevemente descritto, nel quale si può chiaramente riconoscere la struttura elementare di un normale Power MOSFET, ma con alcune differenze.

### Struttura del Lateral Power MOS

La sigla LDMOS significa Laterally Diffused Metal Oxide Semiconductor [76, 119, 38]. Il nome si riferisce alla struttura particolare dei dispositivi LDMOS, rappresentata in fig. 5.11. Questa tipologia di dispositivi riesce a gestire tranquillamente tensioni di blocco di 1200V, e correnti dirette di 12A.



**Figura 5.11:** Struttura di un dispositivo LDMOS

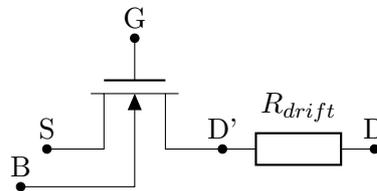
A differenza dei Power MOSFET tradizionali, i quali hanno struttura verticale, gli LDMOS hanno una struttura laterale, che ricorda un MOSFET a bassa potenza [119]. La *p-well* del bulk copre la regione dal lato del source fino ad arrivare sotto il gate. Qui forma la cosiddetta *regione di canale standard*. La peculiarità del dispositivo LDMOS riguarda il *drain interno*, che si estende dal canale, fino al drain vero e proprio. Il drain interno è formato da una regione di drift molto sottile di tipo *n*, al di sopra della quale troviamo una zona di ossido detta LOCOS (LOCAL Oxidation of Silicon). Sotto di essa, è presente, invece, lo strato di tipo *p* che costituisce il bulk.

La regione di drift, per il concetto di RESURF, è ampia e comprende due differenti sezioni: la prima è la *thin-gate-oxide drift region* (TGO), ovvero la parte appena sotto l'ossido di gate, e la seconda è la *thick-field-oxide drift region* (TFO), ovvero la parte sotto il LOCOS.

### Principio di funzionamento dell'LDMOS

Al di sopra della tensione di soglia gli elettroni scorrono, attraverso il canale di inversione, dal source verso la regione di drift; con l'estensione del gate sulla regione di drift (fig. 5.11) si forma uno strato di accumulazione all'interfaccia sotto la TGO. Ad un certo punto nella TGO si verifica lo svuotamento, quindi lo strato di accumulazione sparisce, e di conseguenza gli elettroni diffondono gradualmente dalla TGO nella TFO, diffondendo nell'intera regione di drift fino ad arrivare nel drain.

Il LOCOS, se comparato all'ossido di gate sottile, è molto più spesso, quindi il potenziale applicato al gate non ha alcuna influenza sugli elettroni presenti nella TFO. Questo permette di considerare la corrente costante in tale regione e di modellizzarla come un resistore. Per simulare il comportamento di un dispositivo LDMOS con tensione di blocco elevata è usato il modello riportato in fig. 5.12. Come accennato precedentemente, nel circuito equivalente, la resistenza  $R_{drift}$  simula il comportamento della TFO e D' indica il drain interno.



**Figura 5.12:** Modello equivalente di un dispositivo LDMOS

Quando la tensione di gate è minore della tensione di soglia, il dispositivo si trova nello stato off come qualsiasi altro transistor MOS [71]. Tuttavia, per comprendere la differenza tra un MOSFET convenzionale e un LDMOS, si consideri il dispositivo nello stato off, con una tensione  $V_{DS}$  positiva molto elevata (qualche centinaia di volt). In tal caso, in un MOS convenzionale, dove le regioni di source e drain sono collegate tra loro da due giunzioni *pn* con l'anodo in comune, la caduta di tensione all'interfaccia della giunzione gate-drain risulta essere gran parte della tensione  $V_{DS}$  applicata. In un dispositivo LDMOS, questo è vero solo per quanto riguarda la parte interna, ovvero se si considera il drain interno D'. Considerando il modello della regione di drift costituito da un resistore, è proprio su di esso che si distribuirà la maggior parte del campo elettrico presente.

Dunque, ecco applicato il concetto di RESURF che permette al dispositivo di distribuire (quasi) uniformemente il campo elettrico al suo interno e di resistere a tensioni di blocco maggiori.

## GaN HEMT

Il MESFET è nato negli anni '60 come evoluzione del MOSFET dall'esigenza di impiegare materiali diversi dal Silicio nella produzione di transistor per l'alta frequenza [90, 74, 61, 45]. Rispetto al MOSFET, il vantaggio di un MESFET è la maggiore mobilità dei portatori nel canale. Dal momento che i portatori localizzati nella regione di inversione di un MOSFET hanno una funzione d'onda che si estende dentro l'ossido, la loro mobilità (indicata anche come mobilità superficiale) è circa la metà della mobilità del materiale che costituisce il bulk. Nei MESFET invece la regione di svuotamento separa i portatori dalla superficie, per cui la loro mobilità è simile a quella del bulk. La maggiore mobilità implica corrente, transconduttanza e frequenza di funzionamento maggiori.

La presenza del contatto Schottky nella struttura del MESFET costituisce d'altro canto uno svantaggio: la polarizzazione del gate è limitata dalla tensione di accensione del diodo, che costituisce dunque un vincolo stringente per la tensione di soglia del dispositivo. Per tal motivo è preferibile costruire MESFET di tipo *depletion* piuttosto che di tipo *enhancement*.

Per applicazioni a basso rumore, alta frequenza e potenza elevata, la tecnologia MESFET su Nitrato di Gallio è da ritenersi in generale una scelta molto diffusa anche se trovano sempre più spazio nuove tecnologie quali HBT (Heterojunction Bipolar Transistor) e HEMT [86, 90, 74].

La tecnologia base degli HEMT fece la sua prima comparsa attorno al 1980, sul semiconduttore GaAs (Arseniuro di Gallio) come amplificatore low-noise per radio telescopi.

L'architettura degli HEMT era del tutto innovativa e richiedeva sofisticate tecniche di produzione, per cui, all'epoca, si prevedevano tempi lunghi per l'introduzione sul mercato di questa nuova tecnologia. Tuttavia, già nella seconda metà degli anni '80 gli HEMT venivano largamente utilizzati in trasmettitori e ricevitori satellitari.

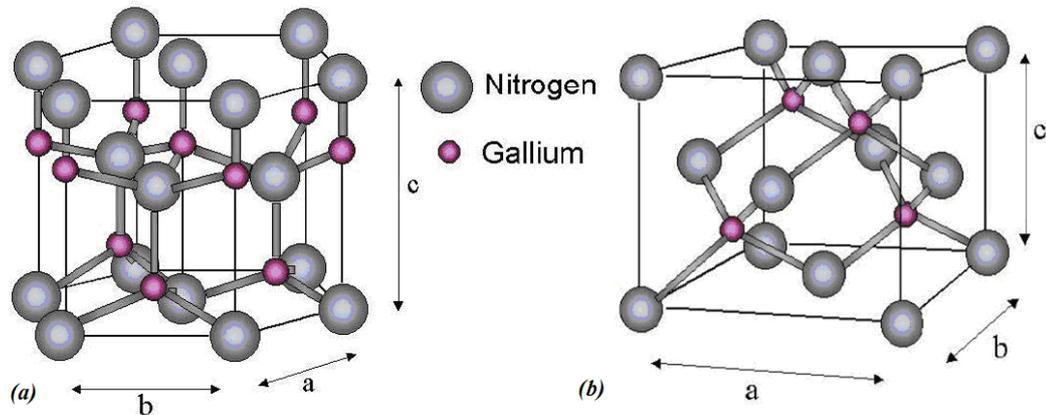
Attualmente, data la crescente attenzione nel campo degli amplificatori di potenza a radiofrequenza e microonde, si sta focalizzando l'attenzione sullo sviluppo della tecnologia HEMT su GaN, materiale che ha straordinarie caratteristiche in grado di esaltare le qualità della struttura HEMT e per questo descritta di seguito [86, 90, 38].

Purtroppo, la tecnologia dei dispositivi su GaN è ancora immatura rispetto ad altre come quella su GaAs, e necessita di ulteriori studi riguardo l'affidabilità. Infatti la presenza di forti vettori di polarizzazione e forti stress nel materiale possono favorire la crescita e la propagazione di difetti, compromettendo le prestazioni dei dispositivi [61, 17, 3].

## Struttura cristallina del GaN

Il nitrato di gallio è un semiconduttore composto ed è formato dall'unione di un atomo di Gallio (gruppo III) e uno di Azoto (gruppo V) [72, 90, 74]. I semiconduttori composti, rispetto a quelli tradizionali come il Silicio, sono intrinsecamente più predisposti alla crea-

zione di coppie elettrone-lacuna, data la presenza di due elementi diversi con proprietà elettriche diverse, e generalmente sono dotati di mobilità elettroniche più elevate e masse efficaci più ridotte. Il Nitruro di Gallio, in particolare, è un semiconduttore ad alto gap energetico che si presenta, a temperatura ambiente, in due strutture reticolari diverse nella fase solida cristallina: wurtzite e zincooblenda.



**Figura 5.13:** Struttura del GaN nella forma (a) wurtzite e (b) zincooblenda

La zincooblenda è un composto metastabile, mentre la wurtzite è stabile e quindi utilizzabile per la costruzione di dispositivi di potenza. La cella elementare ha simmetria esagonale e la natura dei legami atomici è di tipo ionico ad energia molto elevata: questo permette una grande stabilità della struttura e un numero limitato di difetti all'interno del reticolo cristallino fig. 5.13.

### Proprietà elettroniche del GaN

I vantaggi maggiori nell'utilizzo del GaN come materiale semiconduttore sono dati in termini operativi di frequenza e potenza: l'elevata conducibilità termica e l'elevato campo di breakdown permettono l'utilizzo per potenze elevate, mentre l'eccellente mobilità degli elettroni consente di operare ad alte frequenze.

Un'altra proprietà da tenere in considerazione, in quanto fondamentale per il funzionamento dei dispositivi ad elevata mobilità dei portatori, è la polarizzazione spontanea del materiale. Essa conferisce al materiale un comportamento a dipolo, dovuto alle forti differenze di elettronegatività tra i due elementi che lo costituiscono; si creano pertanto dei legami covalenti con forte accento polare e questo dà origine ad una distribuzione di carica non omogenea. Ne consegue che il solido semiconduttore è caratterizzato da un vettore di polarizzazione opportunamente orientato che è uno dei contributi per la formazione del canale conduttivo.

Oltre a quest'ultima caratteristica, il GaN presenta una polarizzazione aggiuntiva, detta piezoelettrica, che si crea quando viene sottoposto a tensioni meccaniche, per esempio mismatch reticolare.

Queste ultime sono due caratteristiche fondamentali per il funzionamento dei dispositivi su GaN, perché permettono la formazione del gas elettronico bidimensionale 2DEG [90, 61, 3].

In tab. 5.1 sono confrontate le proprietà elettriche di alcuni semiconduttori, tra cui il Silicio e il Nitruro di Gallio [69].

proprietà	Si	GaAs	SiC	GaN
bandagap ( $eV$ )	1.10	1.42	3.26	3.49
mobilità elettronica @300K $\left(\frac{cm^2}{Vs}\right)$	1500	8500	700	1200(bulk) 2000(2DEG)
velocità di saturazione $\left(10^7 cm/s\right)$	1.0	1.3	2.0	2.5
campo di breakdown ( $MV/cm$ )	0.3	0.4	3.0	3.3
conducibilità termica ( $W/cmK$ )	1.50	0.43	4.50	1.50

**Tabella 5.1:** Parametri fisici di alcuni semiconduttori

Si noti che, il GaN ha tutti i parametri d'interesse maggiori rispetto al Silicio. Il campo di breakdown è, addirittura, un ordine di grandezza superiore, permettendo un forte incremento della potenza gestibile dal dispositivo, o ugualmente la costruzione di dispositivi più piccoli a parità di potenza. Inoltre, la mobilità elettronica e la maggiore velocità di saturazione dei portatori, rendono il GaN più adatto all'utilizzo per l'alta frequenza. Da un punto di vista termico, il GaN ha una bassa resistenza termica che consente di gestire agevolmente le elevate potenze in gioco dissipando meglio il calore. A parità di dimensioni geometriche dei dispositivi, quindi, i dispositivi su GaN hanno bisogno di dissipatori di calore più piccoli, fattore che facilita molto la progettazione di un intero sistema.

Dunque, le proprietà molto buone del GaN rispetto al Silicio, lo rendono più adatto per l'utilizzo in applicazioni di potenza e frequenza elevate.

### La struttura di un HEMT

Un HEMT si basa su un'eterogiunzione, ovvero una combinazione di due differenti semiconduttori, aventi livelli diversi di energy gap, cresciuti uno sull'altro. Un HEMT su GaN quindi, si basa su un'eterostruttura in cui i due materiali semiconduttori in contatto sono il GaN e l'AlGaN (Nitruro di Gallio-Alluminio). Essa è rappresentata in fig. 5.14 [90, 3, 17, 45].

In questa struttura, molto semplificata rispetto a quella reale, si trova un substrato, che può essere di Zaffiro ( $Al_2O_3$ ) o Carburo di Silicio (SiC), sul quale vengono cresciuti

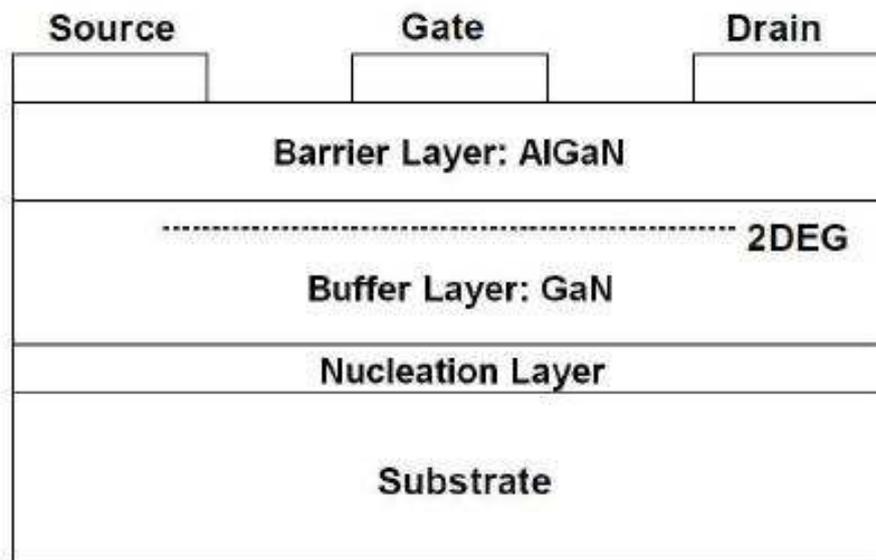


Figura 5.14: Struttura di un HEMT su GaN

tre strati:

- uno, detto *nucleation layer*, solitamente di AlGaN, che serve per ridurre il mismatch reticolare tra substrato e GaN;
- uno strato, detto *buffer layer*, di GaN;
- uno strato, detto *barrier layer*, di AlGaN, drogato tipicamente di tipo  $n$ .

In questa configurazione si sfruttano entrambe le componenti di polarizzazione che caratterizzano il GaN.

Per la sua struttura reticolare, il cristallo può avere due tipi di superfici, una con atomi di Gallio (Ga-face) e l'altra con atomi di Azoto (N-face): ad ognuna di esse corrisponde una diversa polarità spontanea.

Considerando il GaN in contatto con l'AlGaN, tra di essi è presente un mismatch reticolare che dà origine alla polarizzazione piezoelettrica. Nel caso in esame, in cui si ha un'interfaccia tra GaN (Ga-face) e AlGaN, le due polarizzazioni si sommano, e l'effetto prodotto è quello di una inclinazione delle bande di energia tale per cui si ha la formazione di un gas elettronico bidimensionale (2DEG) che viene confinato all'interfaccia (in una *buca di potenziale* o *buca quantica*), fig. 5.15.

Altra cosa di cui bisogna tener conto è l'inclinazione di banda dovuta al drogaggio del buffer: è indispensabile, infatti, che la banda di conduzione della barriera (AlGaN), sia ad un livello energetico maggiore rispetto alla banda di conduzione del buffer (GaN), per poter confinare gli elettroni nel canale conduttivo [38]. Il diagramma a bande dell'eterostruttura è rappresentato in fig. 5.15. Si noti come all'interfaccia tra i due materiali si forma il canale a causa del piegamento della banda di conduzione ( $E_C$ ) del GaN. Tale banda si

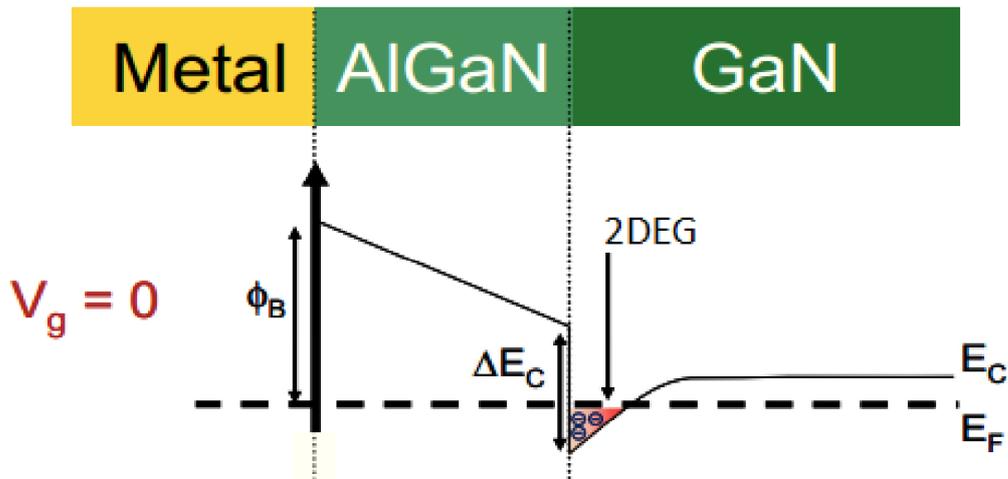


Figura 5.15: Diagramma a bande dell'eterostruttura AlGaN/GaN

piega fino a scendere sotto il livello di Fermi ( $E_F$ ), creando una grande concentrazione di elettroni, liberi di muoversi in banda di conduzione.

Nel 2DEG, la mobilità degli elettroni è molto elevata in quanto essi sono fisicamente separati dalle impurità che li hanno generati, e quindi non risentono del loro campo elettrico.

Come evidenziato in fig. 5.15, essendo il 2DEG già presente nel buffer layer e confinato all'interfaccia, in assenza di qualsiasi tensione ai capi del dispositivo, il canale conduttivo è già formato.

### Principio di funzionamento del GaN HEMT

Quando la tensione di gate è nulla ( $V_g = 0V$ ), in corrispondenza dell'interfaccia AlGaN/GaN, la banda di conduzione del GaN è piegata fin sotto al livello di Fermi: in questo modo si forma una buca quantica in cui sono confinati gli elettroni che costituiscono il 2DEG. Questo vuol dire che c'è un'elevata concentrazione di portatori e il dispositivo è nello stato on (fig. 5.15).

Si considerano ora i casi in cui la  $V_g \neq 0$  (fig. 5.16).

Quando la tensione  $V_g$  cresce ( $V_g > V_{TH}$ ), il livello di Fermi del metallo scende e porta ad una flessione verso il basso della banda di conduzione del GaN ancora più marcata, perciò cresce la concentrazione del 2DEG nella buca di potenziale, e nel dispositivo può scorrere più corrente.

Se invece,  $V_g < V_{TH}$ , il livello di Fermi del metallo sale, e si ha una flessione verso l'alto della banda  $E_C$  del GaN. Dunque, la banda di conduzione passa al di sopra del livello di Fermi eliminando la buca quantica, e di conseguenza il 2DEG. In tal caso il dispositivo non può condurre corrente, per l'assenza del canale conduttivo, ed è quindi nello stato off.

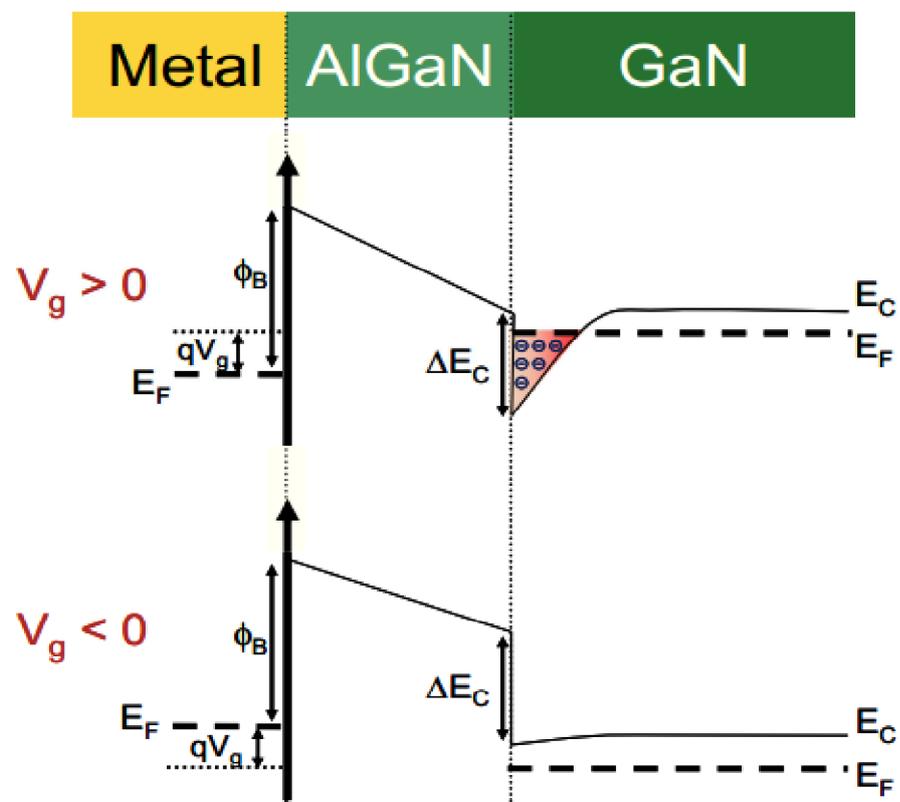


Figura 5.16: Diagramma a bande dell'eterostruttura AlGaN/GaN polarizzata



---

## Risonatori a microonde - cavità e linee

---

Per la loro proprietà di mantenere e quindi stabilizzare le oscillazioni del campo EM a determinate frequenze, i circuiti risonanti rivestono un'importanza particolare in diversi campi, dall'elettronica al mondo della cottura, e trovano impiego in una varietà praticamente illimitata di circuiti, dispositivi e sistemi.

Secondo le bande di frequenza e il campo d'impiego, come è ovvio, un circuito risonante assume geometrie e utilizza tecnologie diverse, conservando tuttavia alcune caratteristiche fondamentali come la *pulsazione di risonanza*  $\omega_0$  e il *fattore di merito*  $Q$  o *fattore di qualità* [89].

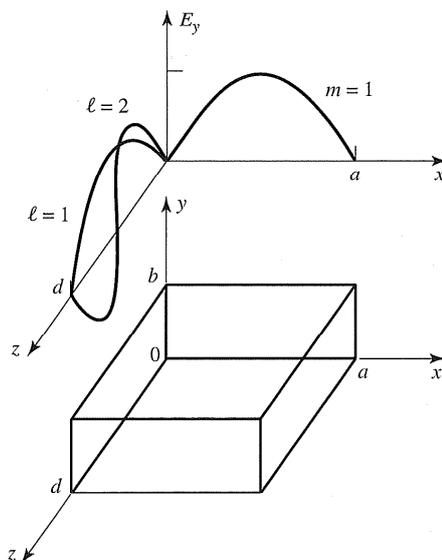
### 6.1 Cavità risonante a sezione rettangolare

Per cavità risonante si intende una struttura composta da un volume limitato da una superficie metallica chiusa, nel quale possono eccitarsi distribuzioni di campo EM e nel quale si hanno onde elettromagnetiche che si propagano nei due versi. Il volume è riempito da un dielettrico di solito omogeneo. In pratica la superficie metallica sarà interrotta in qualche sua parte per permettere l'accoppiamento tra campo esistente all'interno della cavità ed il mondo esterno, attraverso una guida, un cavo coassiale, o una linea bifilare. Conviene, però, prima studiare la cavità come completamente chiusa, determinandone le caratteristiche elettromagnetiche, e dopo studiare i problemi dell'accoppiamento, poiché questo dovrebbe essere sempre realizzato mediante fori piccoli e cioè tali da perturbare poco la distribuzione del campo interno. Nel seguito ci si limiterà a studiare quelle cavità che possono essere ottenute chiudendo con pareti metalliche le due estremità di un tronco di guida d'onda a sezione rettangolare. Tale studio ha permesso di validare il modello numerico appositamente realizzato per l'analisi della *frequenza di risonanza* di una

cavità a geometria complessa, come ad esempio quella del sistema di cottura a microonde del prototipo “panini grill”. Il modello numerico è stato realizzato mediante il software commerciale COMSOL.

### Frequenze di risonanza

Si consideri una cavità rettangolare (fig. 6.1) ovvero una cavità risonante realizzata mediante un tronco di guida rettangolare di lunghezza  $d$  e di dimensioni trasversali  $a$  e  $b$  chiusa alle due estremità da due pareti metalliche.



**Figura 6.1:** Cavità risonante rettangolare e distribuzione del campo elettrico per i modi risonanti  $TE_{101}$  e  $TE_{102}$

Per la cavità risonante rettangolare può essere definito un *numero d'onda di risonanza* [89]:

$$k_{mnl} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{l\pi}{d}\right)^2}. \quad (6.1)$$

Dunque, per ogni fissato  $l$ , cioè per ogni fissata distribuzione longitudinale dei campi, è possibile una duplice infinità numerabile di distribuzioni trasversali, individuate dalla scelta degli indici  $m$  e  $n$ .

I modi di risonanza della cavità possono essere distinti in  $TE_{mnl}$  e  $TM_{mnl}$ , dove gli indici  $m, n, l$  si riferiscono al numero di variazioni nella forma d'onda dell'onda stazionaria, rispettivamente nelle direzioni  $x, y, z$ . La frequenza di risonanza relativa alla terna di indici  $m, n, l$  è data da:

$$f_{mnl} = \frac{k_{mnl}}{2\pi\sqrt{\mu\varepsilon}} \quad (6.2a)$$

$$= \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\varepsilon}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{l\pi}{d}\right)^2}. \quad (6.2b)$$

I modi  $TM$  hanno dunque le stesse frequenze di risonanza di quelli  $TE$ . Per essi tuttavia gli indici  $m$  e  $n$  non possono assumere il valore nullo come nel caso dei modi  $TM$ .

Se  $b < a < d$ , il modo risonante dominante (la più piccola frequenza di risonanza) è il  $TE_{101}$  che corrisponde al modo dominante  $TE_{10}$  in una guida cortocircuitata di lunghezza  $d = \lambda_{g,z}/2$ . Il modo  $TM$  dominante è il  $TM_{110}$

### Fattore di merito $Q$ del modo $TE_{101}$

Si ricorda che nel caso di una guida d'onda rettangolare, le componenti del campo EM del modo  $TE_{mn}$  sono date dalle relazioni (3.6a, 3.15). In particolare, per  $a > b$ , il modo dominante della guida rettangolare, cioè quello avente più bassa frequenza di taglio, è il modo  $TE_{10}$ . Ponendo  $m = 1$ ,  $n = 0$  nelle equazioni (3.6a, 3.15), si ottengono le componenti del campo EM di tab.3.2. Nel caso  $m = 1$ ,  $n = 0$ , il quadrato del numero d'onda trasverso risulta essere da tab.3.1:

$$k^2 = \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 \quad (6.3)$$

e le componenti di tab.3.2 si trasformano nelle seguenti equazioni:

$$E_y = -jk_z Z_{TE} \frac{a}{\pi} H_0 \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) e^{-jk_z z}, \quad (6.4a)$$

$$H_x = jk_z \frac{a}{\pi} H_0 \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) e^{-jk_z z}, \quad (6.4b)$$

$$H_z = H_0 \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) e^{-jk_z z}. \quad (6.4c)$$

Nel caso del modo dominante  $TE_{101}$  la (6.1) diventa:

$$k_{101} = \sqrt{\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{d}\right)^2}, \quad (6.5)$$

mentre la (6.2) risulta essere:

$$f_{101} = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \sqrt{\left(\frac{1}{2a}\right)^2 + \left(\frac{1}{2d}\right)^2}; \quad (6.6)$$

inoltre, tenendo conto che  $\omega_{101} = 2\pi f_{101}$ , si ha:

$$\omega_{101}\mu = 2\pi f_{101}\mu = k_{101}Z_c, \quad (6.7)$$

ed imponendo che il campo elettrico trasverso deve essere nullo in  $z = 0$ , le espressioni (6.4) possono essere riscritte nella seguente forma:

$$E_y = -\frac{2ak_{101}}{\pi} Z_c H_0 \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{\pi}{d}z\right), \quad (6.8a)$$

$$H_x = j\frac{2a}{d} H_0 \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{\pi}{d}z\right), \quad (6.8b)$$

$$H_z = -j2H_0 \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{\pi}{d}z\right). \quad (6.8c)$$

Dalle espressioni (6.8) si evince che i campi formano un'onda stazionaria all'interno della cavità.

Ora, per valutare il fattore di merito  $Q$  del modo  $TE_{101}$  bisogna calcolare prima l'energia EM immagazzinata e poi la potenza dissipata nel conduttore (fig. 6.2) e nel dielettrico.

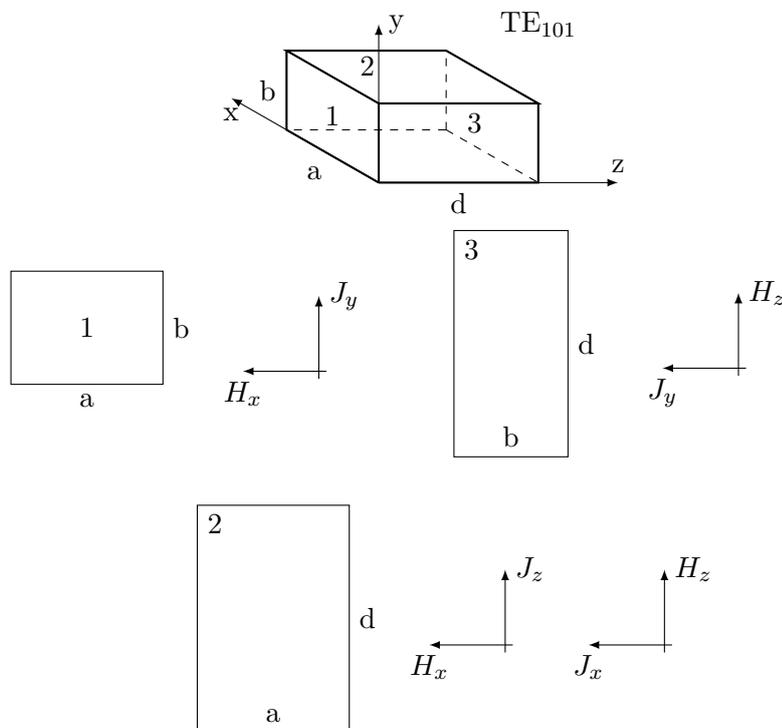


Figura 6.2: Cavità risonante a sezione rettangolare

L'energia elettrica immagazzinata nella cavità, nell'ipotesi che sia riempita da un materiale isotropo, omogeneo, non dissipativo e senza perdite, è data da:

$$W_e = \frac{1}{4}\epsilon \int_V E_y E_y^* dv \quad (6.9a)$$

$$= \epsilon |E_0|^2 k_{101}^2 \frac{a^2}{\pi^2} Z_c^2 b \frac{a}{2} \frac{d}{2} \quad (6.9b)$$

$$= \mu |H_0|^2 b \frac{a}{2} \frac{d}{2} \left( \frac{a^2 + d^2}{d^2} \right). \quad (6.9c)$$

Mentre l'energia magnetica immagazzinata è:

$$W_m = \frac{1}{4}\mu \int_V (H_x H_x^* + H_z H_z^*) dv \quad (6.10a)$$

$$= \mu |H_0|^2 b \frac{a}{2} \frac{d}{2} \left( \frac{a^2 + d^2}{d^2} \right), \quad (6.10b)$$

così risulta che  $W_e = W_m$ . Dunque, nelle condizioni di risonanza, l'energia elettrica e magnetica immagazzinate sono uguali, analogamente a quanto accade nei classici circuiti risonanti serie e parallelo a parametri concentrati  $RLC$ .

La potenza dissipata dalle pareti della cavità, nel caso di un buon conduttore ( $\sigma/\omega\varepsilon \gg 1$ ), può essere valutata, tramite il metodo perturbativo, dalla relazione:

$$P_C = \frac{R_S}{2} \int_S |\mathbf{J}_S|^2 ds = \frac{R_S}{2} \int_S |\mathbf{n} \times \mathbf{J}_S|^2 ds = \frac{R_S}{2} \int_S |H_t|^2 ds, \quad (6.11)$$

dove  $S$  è la superficie complessiva delle pareti della cavità e  $H_t$  è il campo magnetico tangente a tale superficie. Pertanto:

$$P_{C1} = \frac{R_S}{2} \int_S |H_x|^2 ds \quad (6.12a)$$

$$= \frac{R_S}{2} 4 |H_0|^2 \left(\frac{a}{d}\right)^2 \frac{ab}{2}; \quad (6.12b)$$

$$P_{C2} = \frac{R_S}{2} \int_S |H_x|^2 + |H_z|^2 ds \quad (6.13a)$$

$$= \frac{R_S}{2} 4 |H_0|^2 \left(\frac{a}{d}\right)^2 \frac{ad}{4} + \frac{R_S}{2} 4 |H_0|^2 \frac{ad}{4}; \quad (6.13b)$$

$$P_{C3} = \frac{R_S}{2} \int_S |H_z|^2 ds \quad (6.14a)$$

$$= \frac{R_S}{2} 4 |H_0|^2 \frac{db}{2}. \quad (6.14b)$$

Quindi la (6.11) diventa:

$$P_C = R_S |H_0|^2 \frac{(2a^3b + a^3d + ad^3 + 2bd^3)}{d^2}, \quad (6.15)$$

dove si è sfruttata la simmetria delle distribuzioni dei moduli dei campi rispetto ai tre piani principali 1, 2 e 3 della cavità, (fig. 6.2).

Dalle (6.9, 6.10, 6.15), il  $Q$  della cavità con perdite metalliche ma con dielettrico senza perdite risulta essere:

$$Q_{C101} = \frac{2\omega_{101} W_e}{P_C} \quad (6.16a)$$

$$= \frac{(k_{101} a d)^3 b Z_c}{R_S 2\pi^2 (2a^3b + a^3d + ad^3 + 2bd^3)}. \quad (6.16b)$$

Nel caso in cui il dielettrico è con perdite, abbiamo visto che quest'ultimo è caratterizzato da una conducibilità effettiva (1.35) e considerando il teorema di Poynting la potenza media dissipata nella cavità per perdite dielettriche è data da:

$$P_d = \frac{1}{2} \int_V \mathbf{J} \cdot \mathbf{E}^* dv = \frac{\sigma_{eff}}{2} \int_V |\mathbf{E}|^2 dv = \frac{\omega_0 \varepsilon_0 \varepsilon''_{eff}}{2} \int_V |E_y|^2 dv \quad (6.17a)$$

$$= \omega \varepsilon_0 \varepsilon''_{eff} 2 |H_0|^2 k_{101}^2 \frac{a^2}{\pi^2} Z_c^2 b \frac{a}{2} \frac{d}{2}. \quad (6.17b)$$

Mentre l'energia elettrica immagazzinata nella cavità, supposta riempita di un dielettrico con perdite è data da:

$$W_e = \frac{1}{4} \varepsilon_0 \varepsilon_r' \int_V E_y E_y^* dv \quad (6.18a)$$

$$= \varepsilon_0 \varepsilon_r' |H_0|^2 k_{101}^2 \frac{a^2}{\pi^2} Z_c^2 b \frac{a}{2} \frac{d}{2}. \quad (6.18b)$$

Quindi, il  $Q$  di una cavità, riempita con un dielettrico con perdite e con le pareti perfettamente conduttrici, è dato da:

$$Q_{d101} = \frac{2\omega_{101} W_e}{P_d} = \frac{\varepsilon_r'}{\varepsilon_{reff}''} = \frac{1}{\tan \delta_{eff}}. \quad (6.19)$$

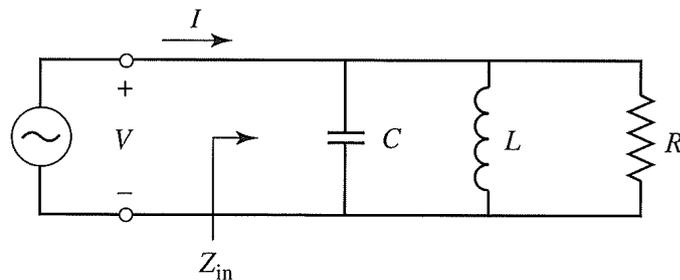
Quando sono presenti sia le perdite ohmiche che le perdite dielettriche, la potenza media totale dissipata è  $P_C + P_d$ . In tal caso il  $Q$  totale è dato da [89]:

$$\frac{1}{Q_{TOT101}} = \frac{P_C + P_d}{2\omega_{101} W_e} = \frac{1}{Q_{C101}} + \frac{1}{Q_{d101}} \quad (6.20a)$$

$$Q_{TOT101} = \left( \frac{1}{Q_{C101}} + \frac{1}{Q_{d101}} \right)^{-1}. \quad (6.20b)$$

## 6.2 Modello elettrico di una cavità risonante

Il modello elettrico convenzionale di una cavità risonante è un circuito risonante  $RLC$  parallelo alimentato da un generatore di corrente (fig. 6.3).



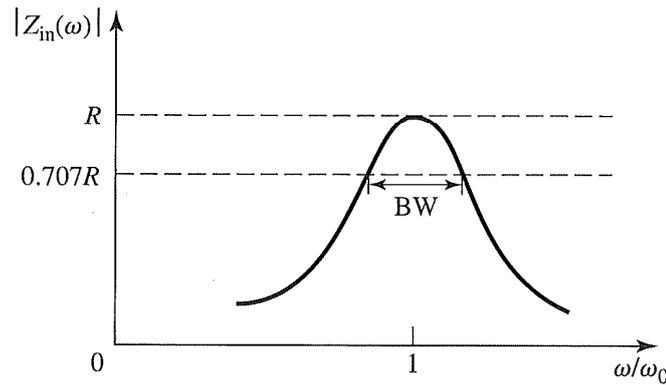
**Figura 6.3:** Circuito risonante parallelo  $RLC$

L'impedenza d'ingresso, vista dai morsetti di alimentazione, risulta essere:

$$Z_{in}(\omega) = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C}; \quad (6.21)$$

il cui andamento del modulo in funzione della frequenza è riportato in fig. 6.4.

Dunque, l'impedenza della cavità (generalmente complessa) ha una parte reale e una parte immaginaria dipendenti dalla frequenza, la parte immaginaria si annulla alla frequenza di risonanza e la cavità si comporta come un carico puramente resistivo. Rispettivamente, pulsazione di risonanza, fattore di qualità a vuoto e larghezza di banda relativa



**Figura 6.4:** Modulo dell'impedenza d'ingresso in funzione della frequenza

della cavità sono:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad (6.22a)$$

$$Q_0 = \frac{R}{\omega_0 L} = \omega_0 RC, \quad (6.22b)$$

$$BW = \frac{1}{Q_0}. \quad (6.22c)$$

Applicando la trasformata di Laplace alla (6.21), si ottiene:

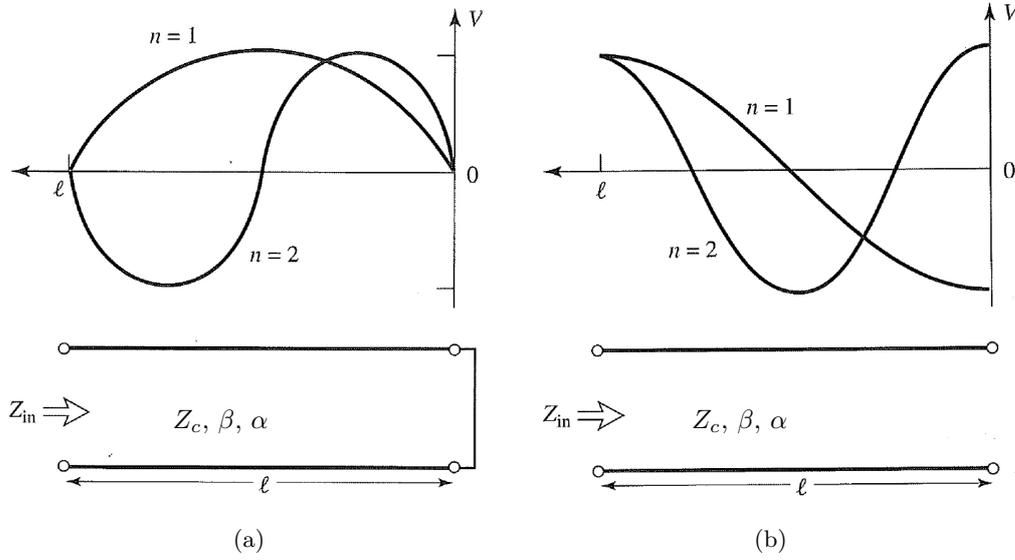
$$Z_{in}(s) = \frac{RLs}{RLCs^2 + Ls + R} = \frac{\frac{R\omega_0}{Q_0}s}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q_0}s + \omega_0^2}; \quad (6.23)$$

mentre per frequenze prossime alla frequenza di risonanza, cioè per  $\Delta\omega$  piccolo ( $\Delta\omega/\omega_0 \ll 1$ ), la (6.21) può essere approssimata come:

$$Z_{in}(\omega) \simeq \frac{R}{\left(1 + j2\frac{\Delta\omega}{\omega_0}Q_0\right)}. \quad (6.24)$$

### 6.3 Risonatori a linee di trasmissione - cavo coassiale

Alle frequenze delle microonde i circuiti sono di norma distribuiti e così pure i circuiti risonanti. Questi possono essere realizzati mediante tronchi di linea di trasmissione, come quelli disegnati in fig. 6.5. A differenza del caso di modelli a parametri concentrati (sez. 6.2), i circuiti distribuiti hanno infinite frequenze di risonanza a causa del fatto che essi sono descritti da funzioni trigonometriche, ovvero funzioni periodiche trascendenti, anziché funzioni razionali. Di seguito si studierà l'uso della sezione di linea di trasmissione di lunghezza  $\lambda/2$  e terminazione circuito aperto (fig. 6.5(b)), che realizza un circuito risonante. Poiché si è incuriositi anche dal  $Q$  di questi risonatori, si devono considerare linee di trasmissione con perdite [89].



**Figura 6.5:** Linea di trasmissione di lunghezza  $l$ , con perdite e distribuzione della tensione per le risonanze  $n = 1$  ( $l = \lambda/2$ ) e  $n = 2$  ( $l = \lambda$ ); corto circuito (a) e circuito aperto (b)

### Linea a $\lambda/2$ aperta

Si consideri un tratto di linea di trasmissione con perdite, aperta ad una estremità come in fig. 6.5(b). La linea ha una impedenza caratteristica  $Z_c$ , costante di fase  $\beta$  e costante di attenuazione  $\alpha$ . Tale tratto di linea si comporta come un circuito risonante parallelo quando la lunghezza è pari a  $\lambda/2$  o suoi multipli.

Nel caso di una linea con perdite, lunghezza  $l$  e caricata da una impedenza  $Z_L$ , l'impedenza d'ingresso (4.11) diventa:

$$Z_{in} = Z_c \frac{Z_L + Z_c \tanh(\gamma l)}{Z_c + Z_L \tanh(\gamma l)}. \quad (6.25)$$

Dalla (6.25), considerando che  $Z_L \rightarrow \infty$  e la costante di propagazione (1.29), si ottiene:

$$Z_{in} = Z_c \frac{1 + j \tan(\beta l) \tanh(\alpha l)}{\tanh(\alpha l) + j \tan(\beta l)}. \quad (6.26)$$

Nei casi pratici, la maggior parte delle linee di trasmissione ha piccole perdite, quindi è possibile assumere che  $\alpha l \ll 1$ ; considerando inoltre un  $\Delta\omega$  piccolo ( $\Delta\omega/\omega_0 \ll 1$ ) la (6.26) diventa:

$$Z_{in} \simeq Z_c \frac{1 + j \left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right) \pi \alpha l}{\alpha l + j \left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right) \pi} \simeq \frac{Z_c}{\alpha l + j \left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right) \pi}. \quad (6.27)$$

La (6.27) ha la stessa forma dell'impedenza di un circuito  $RLC$  parallelo (6.24), quindi possiamo identificare la resistenza del circuito equivalente  $RLC$  come:

$$R = \frac{Z_c}{\alpha l}, \quad (6.28)$$

la capacità del circuito equivalente:

$$C = \frac{\pi}{2\omega_0 Z_c}, \quad (6.29)$$

mentre l'induttanza del circuito equivalente è:

$$L = \frac{1}{\omega_0^2 C}. \quad (6.30)$$

Il risonatore di fig. 6.5(b) ha quindi una risonanza di tipo parallelo per  $l = \lambda/2$ , con una impedenza d'ingresso alla frequenza di risonanza ( $\Delta\omega = 0$ ) pari alla (6.28). La risonanza si ha anche per:

$$l = n \frac{\lambda}{2} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (6.31)$$

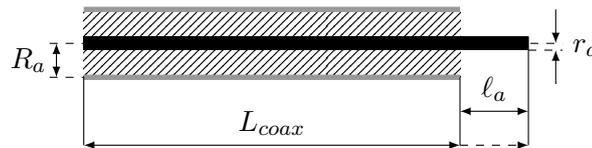
Le distribuzioni di tensione per i modi risonanti  $n = 1$  e  $n = 2$  sono mostrati in fig. 6.5(b). Il  $Q$  di questo risonatore può essere determinato dalla (6.22b):

$$Q_0 = \omega_0 RC = \frac{\pi}{2\alpha l} = \frac{\beta}{2\alpha}, \quad (6.32)$$

dato che  $l = \pi/\beta$  in risonanza. La (6.32) mostra che il  $Q$  decresce all'aumentare dell'attenuazione della linea. Si ricorda che nel fattore di perdita devono essere considerate sia le perdite nel conduttore  $\alpha_C$  sia le perdite nel dielettrico  $\alpha_D$ .

### Risuonatore a $\lambda/2$ - cavo coassiale

Abbiamo visto nella sez. 5.1 che il modo più semplice per eccitare il modo dominante  $TE_{10}$  è quello di utilizzare una antenna a dipolo realizzata tramite un cavo coassiale (fig. 6.6). Si consideri dunque un risonatore a  $\lambda/2$ , costruito con un pezzo di cavo coassiale in rame. Il raggio del conduttore interno sia  $r_a = 0.6mm$  mentre il raggio del conduttore esterno



**Figura 6.6:** Risuonatore a  $\lambda/2$  costruito con un pezzo di cavo coassiale

sia  $R_a = 8mm$  e il materiale dielettrico sia Teflon ( $\varepsilon_r = 2$ ,  $\tan \delta = 0.0004$ ); la frequenza applicata in ingresso sia  $f = 2.45GHz$  (WITOL 2M319 series) [123].

La resistenza superficiale risulta essere:

$$R_S = \sqrt{\frac{\pi f \mu_0}{\sigma}} = 1.29 \cdot 10^{-2} \Omega. \quad (6.33)$$

Per quanto riguarda le perdite nei conduttori si ha:

$$\alpha_C = \frac{R_S \sqrt{\varepsilon_r}}{\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}} \frac{r_a + R_a}{2r_a R_a \ln \frac{R_a}{r_a}} = 1.67 \cdot 10^{-2} N_p/m, \quad (6.34)$$

mentre le perdite nel dielettrico sono date da:

$$\alpha_D = \frac{2\pi f \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}{2} \sqrt{\varepsilon_r} \tan \delta = 1.45 \cdot 10^{-2} N_p/m, \quad (6.35)$$

e dalla (6.32) si ricava che il fattore di merito è:

$$Q_0 = \frac{\beta}{2(\alpha_C + \alpha_D)} = \frac{2\pi f \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} \sqrt{\varepsilon_r}}{2(\alpha_C + \alpha_D)} = 1163. \quad (6.36)$$

Si osservi che la lunghezza d'onda nel dielettrico risulta essere:

$$\lambda_D = \frac{\lambda}{\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{c}{f \sqrt{\varepsilon_r}} = 8.658 \cdot 10^{-2} m. \quad (6.37)$$

Dunque, il cavo coassiale aperto per poter essere un risonatore a  $\lambda/2$  deve essere lungo:

$$L_{coax} = \frac{\lambda_D}{2} = 43.29 mm. \quad (6.38)$$

La scelta della lunghezza  $L_{coax}$  si è rivelata un dato fondamentale per il corretto funzionamento del modello multifisico 3D realizzato in COMSOL, e l'effettivo valore della lunghezza utilizzata nel modello numerico è stato determinato, come vedremo nei prossimi capitoli, con l'ausilio di un risultato sperimentale. Infatti dalla (6.38) deve essere sottratta la lunghezza del lanciatore,  $\ell_a = 4mm$ , al fine di tener conto anche della presenza di quest'ultimo (fig. 6.6). Dunque, la lunghezza effettiva del cavo coassiale può variare in un range pari a:

$$L_{coax} = 39.29 \div 43.29 mm, \quad (6.39)$$

e come scopriremo, la lunghezza utilizzata nel modello numerico è:

$$L_{coax}^{COMSOL} = 39.76 mm. \quad (6.40)$$

## 6.4 Cavità risonante del prototipo “panini grill”

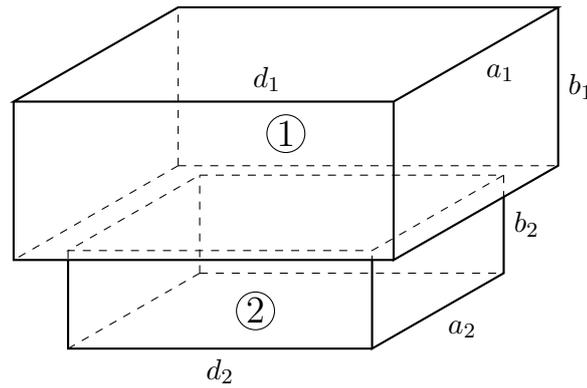
La cavità risonante del prototipo, in prima approssimazione, è fondamentalmente formata da due parallelepipedi sovrapposti, come riportato in fig. 6.7.

Il parallelepipedo superiore, indicato in fig. 6.7 come elemento 1, prende il nome di camera di cottura, mentre il parallelepipedo inferiore, indicato nella fig. 6.7 come elemento 2, prende il nome di camera di lancio. Sia l'elemento 1, sia l'elemento 2 della cavità risonante sono costruiti in lamiera di acciaio *AISI 430* con le seguenti proprietà:

$$\mu_r = 800, \quad (6.41a)$$

$$\varepsilon_r = 1, \quad (6.41b)$$

$$\sigma = 1.64 \cdot 10^6 S/m, \quad (6.41c)$$



**Figura 6.7:** Cavità risonante del prototipo

mentre la cavità risonante è riempita d'aria:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} H/m, \quad (6.42a)$$

$$\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} F/m, \quad (6.42b)$$

$$\sigma = 0 S/m. \quad (6.42c)$$

Le dimensioni dell'elemento 1 sono:

$$a_1 = 268 mm, \quad (6.43a)$$

$$b_1 = 129 mm, \quad (6.43b)$$

$$d_1 = 271 mm, \quad (6.43c)$$

mentre le dimensioni dell'elemento 2 sono:

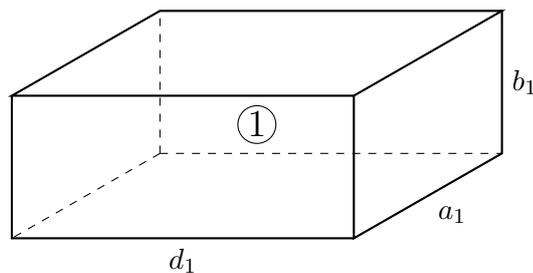
$$a_2 = 210 mm, \quad (6.44a)$$

$$b_2 = 51 mm, \quad (6.44b)$$

$$d_2 = 210 mm. \quad (6.44c)$$

### Camera di cottura, $Q_{101}$ e $f_{101}$ - calcolo e simulazione

In fig. 6.8 è riportata la forma della cavità risonante che riguarda la camera di cottura.



**Figura 6.8:** Cavità risonante della camera di cottura

Come abbiamo visto le dimensioni dell'elemento 1 sono le (6.43). Per tale tipo di cavità, abbiamo visto che il modo dominante è il  $TE_{101}$  e si ha il numero d'onda di risonanza dato dalla (6.5):

$$k_{101} = \sqrt{\left(\frac{\pi}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{d_1}\right)^2} = 16.486m^{-1}, \quad (6.45)$$

mentre la frequenza di risonanza di tale modo dominante risulta essere dalla (6.6)

$$f_{101} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \sqrt{\left(\frac{1}{2a_1}\right)^2 + \left(\frac{1}{2d_1}\right)^2} = 786.612MHz. \quad (6.46)$$

Per quanto riguarda il fattore di merito, essendo la camera di cottura con perdite metalliche e con dielettrico privo di perdite, si ha:

$$Z_c = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 377\Omega, \quad (6.47)$$

$$R_S = \sqrt{\frac{\omega_{101} \mu_0 \mu_r}{2\sigma}} = 1.231\Omega, \quad (6.48)$$

dove  $R_S$  è la resistenza superficiale del conduttore delle pareti della cavità, quindi dalla (6.16):

$$Q_{C101} = \frac{(k_{101} a_1 d_1)^3 b_1 Z_c}{R_S 2\pi^2 (2a_1^3 b_1 + a_1^3 d_1 + a_1 d_1^3 + 2b_1 d_1^3)} = 166.23. \quad (6.49)$$

I parametri  $f_{101}$ ,  $R_S$  e  $Q_{C101}$  sono stati ricavati anche tramite il modello numerico, appositamente realizzato per l'analisi della cavità. I risultati ottenuti tramite le simulazioni in COMSOL sono:

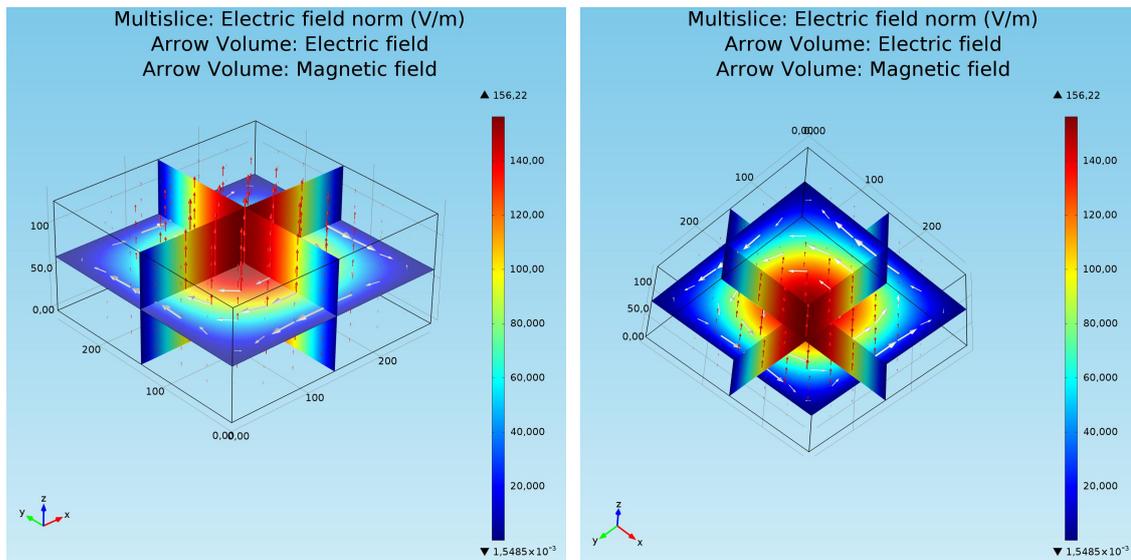
$$R_S = 1.229\Omega, \quad (6.50a)$$

$$f_{101} = 784.3MHz, \quad (6.50b)$$

$$Q_{C101} = 166.43. \quad (6.50c)$$

Confrontando (6.46, 6.48, 6.49) con (6.50) si vede che i risultati del modello COMSOL concordano con i valori di riferimento determinati analiticamente.

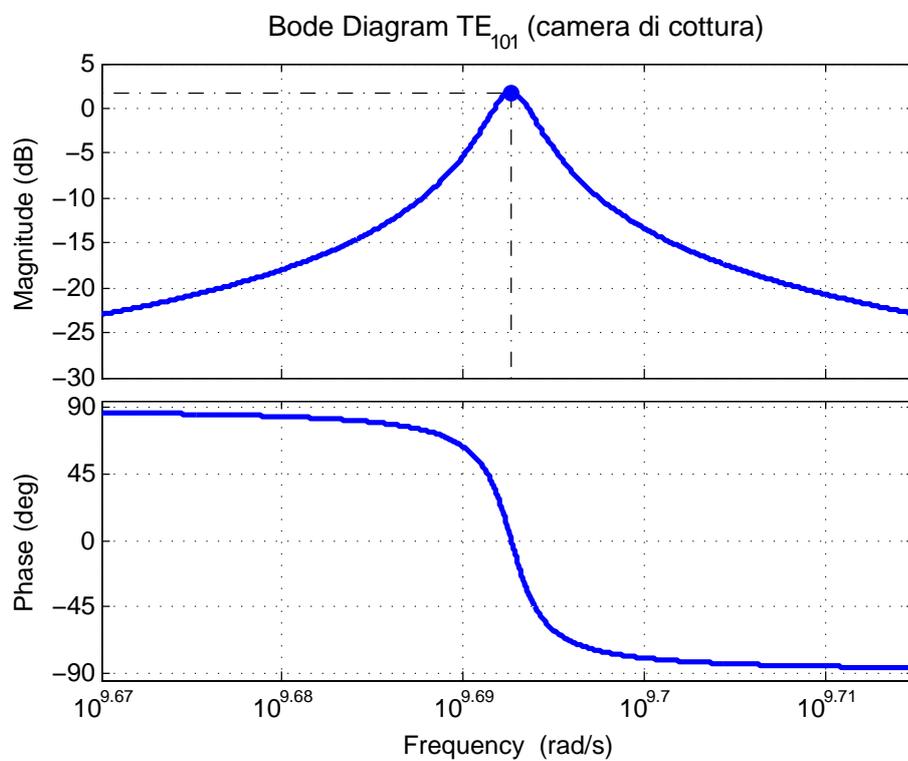
In fig. 6.9 sono riportate le slice con la distribuzione del modulo del campo elettrico del modo  $TE_{101}$ ; il campo  $\mathbf{E}$  è evidenziato con frecce rosse, mentre il campo  $\mathbf{H}$  è indicato tramite frecce bianche. In fig. 6.10 è presentato l'andamento del modulo e della fase in funzione della frequenza, dell'impedenza della camera di cottura per il modo  $TE_{101}$ . Gli andamenti della parte reale e immaginaria dipendenti dalla frequenza, sono esibiti in fig. 6.11. Per  $\omega < \omega_0$  la parte immaginaria è positiva (comportamento della cavità induttivo) mentre per  $\omega > \omega_0$  è negativa (comportamento capacitivo). Alla risonanza, la parte immaginaria dell'impedenza si annulla e la cavità si comporta come un carico puramente resistivo. In fig. 6.12 è riportata la distribuzione delle perdite sulla superficie della camera di cottura per il modo  $TE_{101}$ ; la densità di corrente superficiale sulle pareti interne della cavità è evidenziata con frecce blu.



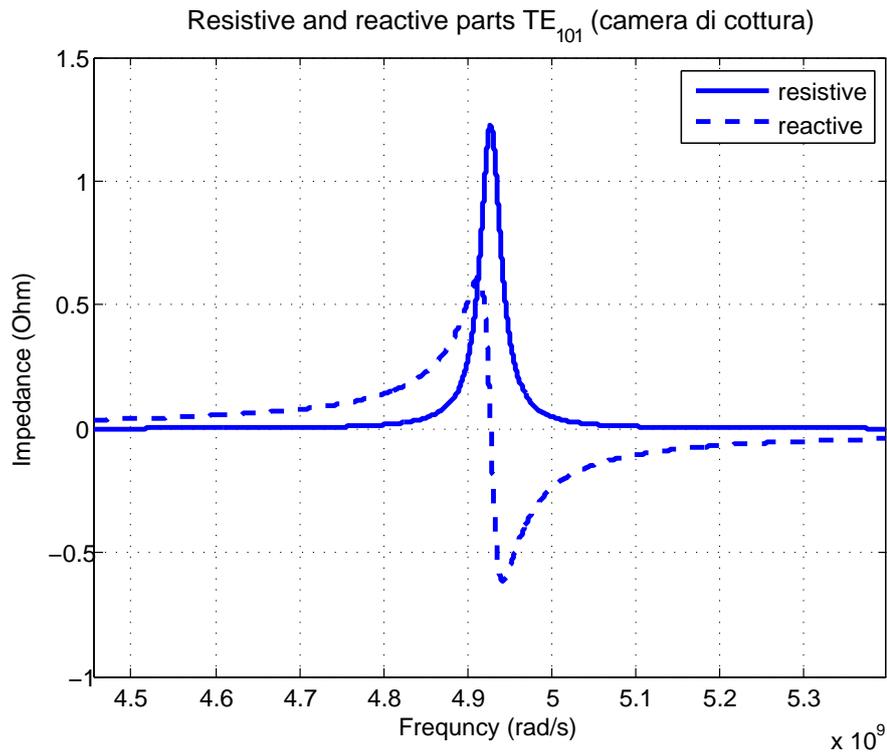
(a)

(b)

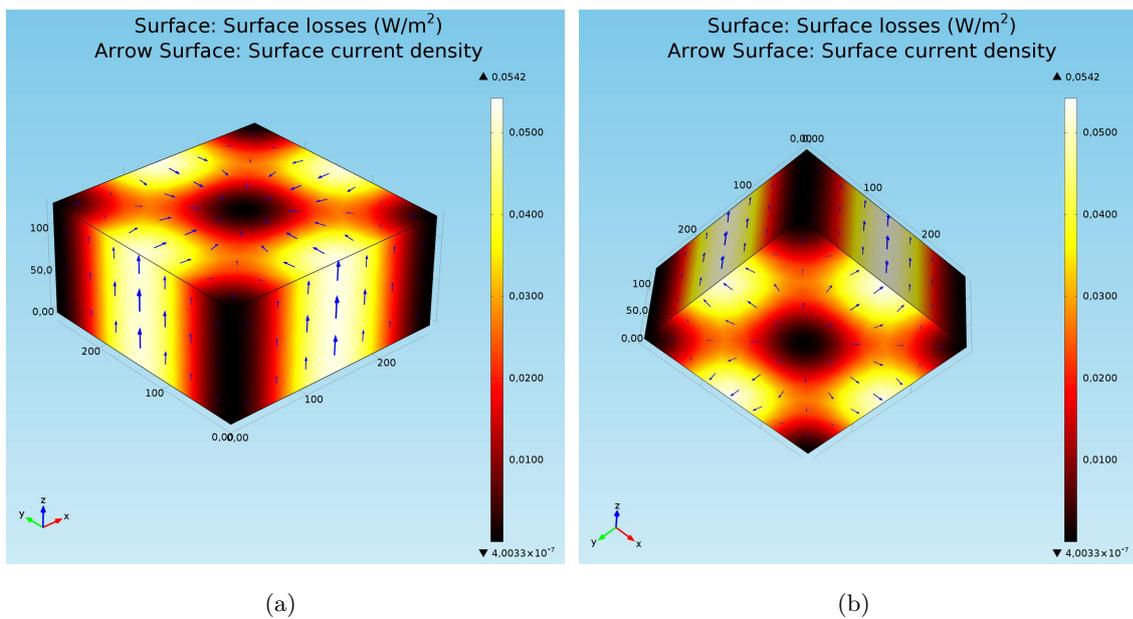
**Figura 6.9:** Slice con la distribuzione del  $|\mathbf{E}|$  nella cavità per il modo  $TE_{101}$ ; vista assometrica superiore (a) e inferiore (b). I campi  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{H}$  sono evidenziati rispettivamente con frecce rosse e bianche



**Figura 6.10:** Diagramma di Bode dell'impedenza della cavità per il modo  $TE_{101}$



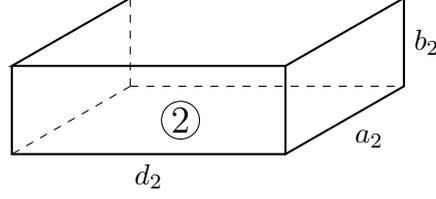
**Figura 6.11:** Andamenti della parte resistiva ed induttiva, dipendenti dalla frequenza, della cavità per il modo  $TE_{101}$



**Figura 6.12:** Distribuzione delle perdite sulla superficie della cavità per il modo  $TE_{101}$ ; vista assometrica superiore (a) e inferiore (b). Le correnti superficiali sono evidenziate tramite frecce blu

**Camera di lancio,  $Q_{101}$  e  $f_{101}$  - calcolo e simulazione**

In fig. 6.13 è riportata la forma della cavità risonante che riguarda la camera di lancio.



**Figura 6.13:** Cavità risonante della camera di lancio

Come abbiamo visto le dimensioni dell'elemento 2 sono le (6.44). Per tale tipo di cavità, abbiamo visto che il modo dominante è il  $TE_{101}$  e si ha il numero d'onda di risonanza dato dalla (6.5):

$$k_{101} = \sqrt{\left(\frac{\pi}{a_2}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{d_2}\right)^2} = 21.157m^{-1}, \quad (6.51)$$

mentre la frequenza di risonanza di tale modo dominante risulta essere dalla (6.6)

$$f_{101} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \sqrt{\left(\frac{1}{2a_2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2d_2}\right)^2} = 1GHz. \quad (6.52)$$

Per quanto riguarda il fattore di merito, essendo la camera di lancio con perdite metalliche e con dielettrico privo di perdite, si ha:

$$R_S = \sqrt{\frac{\omega_{101} \mu_0 \mu_r}{2\sigma}} = 1.388\Omega, \quad (6.53)$$

dove  $R_S$  è la resistenza superficiale del conduttore delle pareti della cavità, quindi dalla (6.16):

$$Q_{C101} = \frac{(k_{101} a_2 d_2)^3 b_2 Zc}{R_S 2\pi^2 (2a_2^3 b_2 + a_2^3 d_2 + a_2 d_2^3 + 2b_2 d_2^3)} = 98.56. \quad (6.54)$$

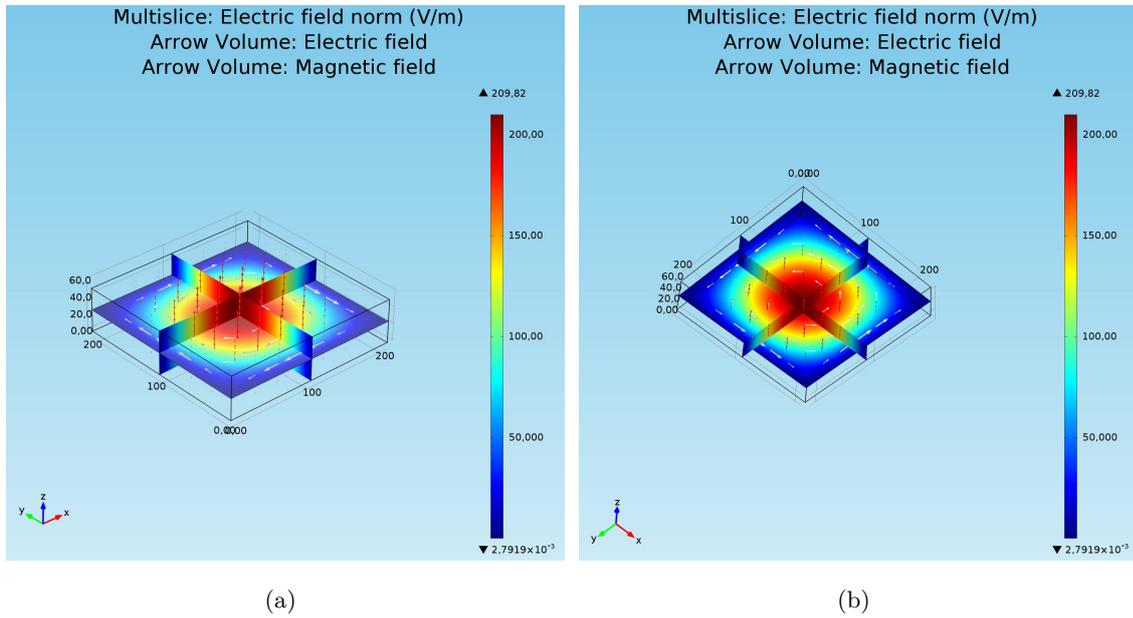
I parametri  $f_{101}$ ,  $R_S$  e  $Q_{C101}$  sono stati ricavati anche tramite il modello numerico, appositamente realizzato per l'analisi della cavità. I risultati ottenuti tramite le simulazioni in COMSOL sono:

$$R_S = 1.391\Omega, \quad (6.55a)$$

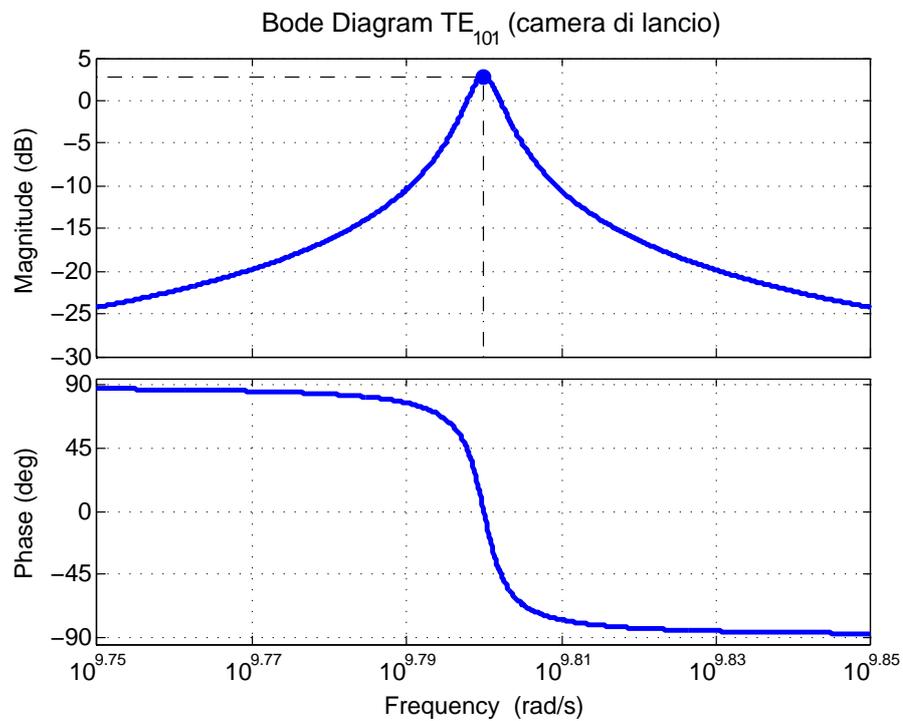
$$f_{101} = 1GHz, \quad (6.55b)$$

$$Q_{C101} = 98.45. \quad (6.55c)$$

Confrontando (6.52, 6.53, 6.54) con (6.55) si vede che i risultati del modello COMSOL concordano con i valori di riferimento determinati analiticamente.



**Figura 6.14:** Slice con la distribuzione del  $|\mathbf{E}|$  nella cavità per il modo  $TE_{101}$ ; vista assometrica superiore (a) e inferiore (b). I campi  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{H}$  sono evidenziati rispettivamente con frecce rosse e bianche



**Figura 6.15:** Diagramma di Bode dell'impedenza della cavità per il modo  $TE_{101}$

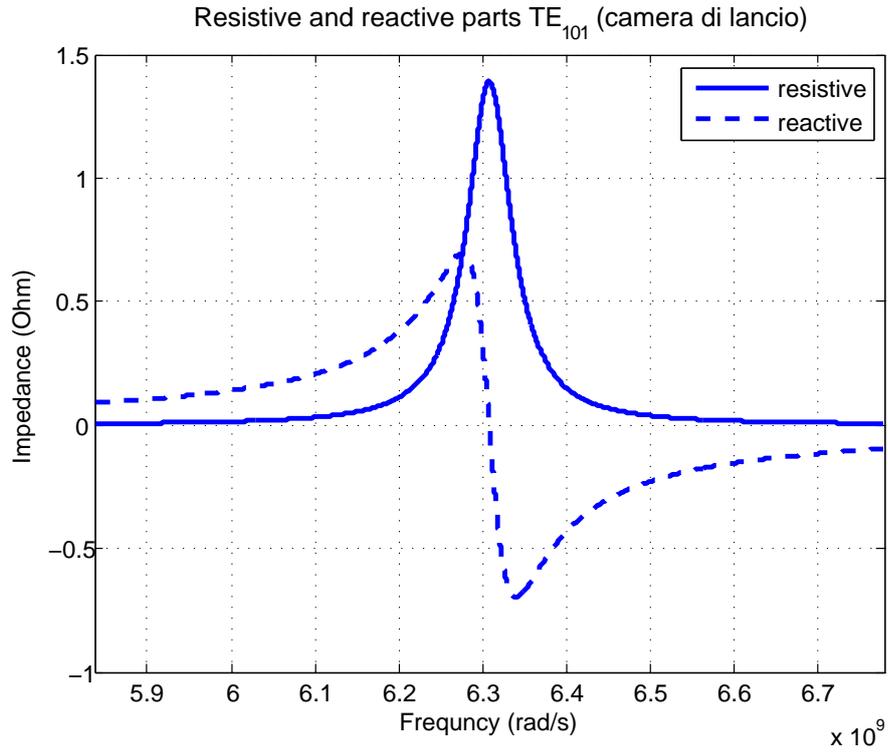


Figura 6.16: Andamenti della parte resistiva ed induttiva, dipendenti dalla frequenza, della cavità per il modo  $TE_{101}$

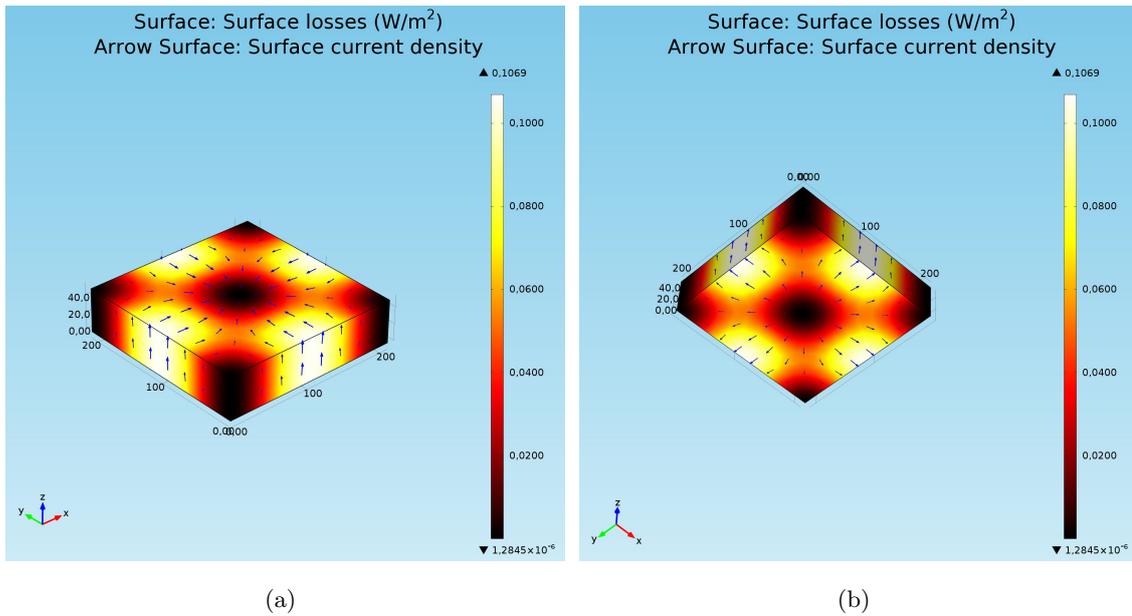


Figura 6.17: Distribuzione delle perdite sulla superficie della cavità per il modo  $TE_{101}$ ; vista assometrica superiore (a) e inferiore (b). Le correnti superficiali sono evidenziate tramite frecce blu

In fig. 6.14 sono riportate le slice con la distribuzione del modulo del campo elettrico del modo  $TE_{101}$ ; il campo  $\mathbf{E}$  è evidenziato con frecce rosse, mentre il campo  $\mathbf{H}$  è indicato tramite frecce bianche.

In fig. 6.15 è presentato l’andamento del modulo e della fase in funzione della frequenza, dell’impedenza della camera di lancio per il modo  $TE_{101}$ .

Gli andamenti della parte reale e immaginaria dipendenti dalla frequenza, sono esibiti in fig. 6.16. Per  $\omega < \omega_0$  la parte immaginaria è positiva (comportamento della cavità induttivo) mentre per  $\omega > \omega_0$  è negativa (comportamento capacitivo). Alla risonanza, la parte immaginaria dell’impedenza si annulla e la cavità si comporta come un carico puramente resistivo.

In fig. 6.17 è riportata la distribuzione delle perdite sulla superficie della camera di lancio per il modo  $TE_{101}$ ; la densità di corrente superficiale sulle pareti interne della cavità è evidenziata con frecce blu.

L’analisi numerica eseguita per le cavità 1 e 2 tramite le simulazioni in COMSOL ha permesso di effettuare lo studio di una cavità a geometria complessa come quella del prototipo “panini grill” fig. 6.7.

Per quanto riguarda il modo  $TE_{101}$  i parametri  $f_{101}$ ,  $R_S$  e  $Q_{C101}$  ottenuti dalle simulazioni in COMSOL sono:

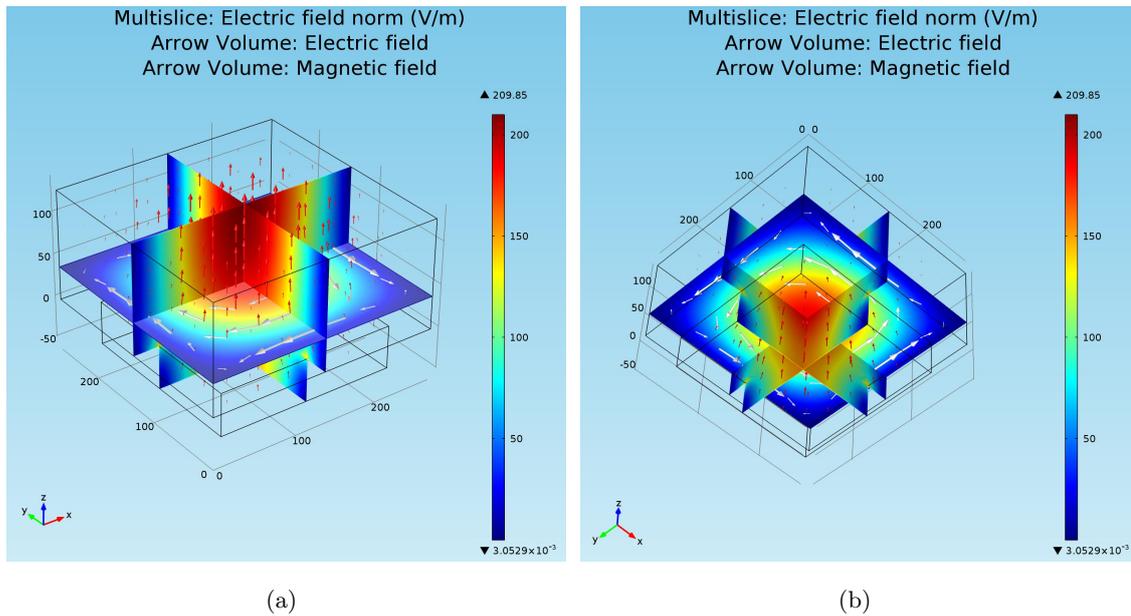
$$R_S = 1.256\Omega, \quad (6.56a)$$

$$f_{101} = 819.3MHz, \quad (6.56b)$$

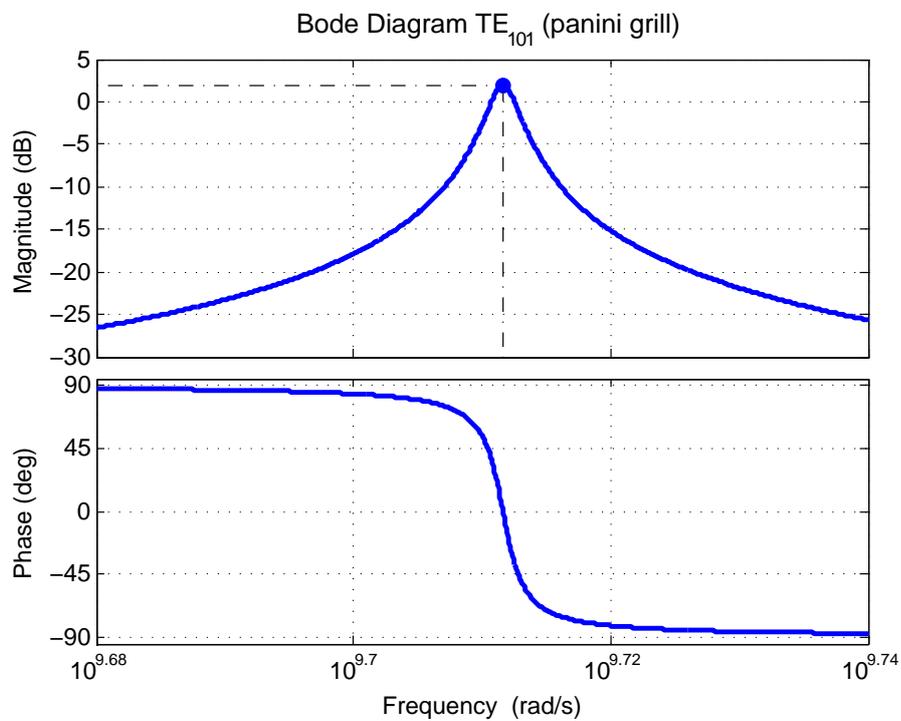
$$Q_{C101} = 183.87. \quad (6.56c)$$

In fig. 6.18 sono riportate le slice con la distribuzione del modulo del campo elettrico del modo  $TE_{101}$ ; il campo  $\mathbf{E}$  è evidenziato con frecce rosse, mentre il campo  $\mathbf{H}$  è indicato tramite frecce bianche. In fig. 6.19 è presentato l’andamento del modulo e della fase in funzione della frequenza, dell’impedenza della cavità del prototipo per il modo  $TE_{101}$ . Gli andamenti della parte reale e immaginaria dipendenti dalla frequenza, sono esibiti in fig. 6.20. In fig. 6.21 è riportata la distribuzione delle perdite sulla superficie della cavità del “panini grill” per il modo  $TE_{101}$ ; la densità di corrente superficiale sulle pareti interne della cavità è evidenziata con frecce blu.

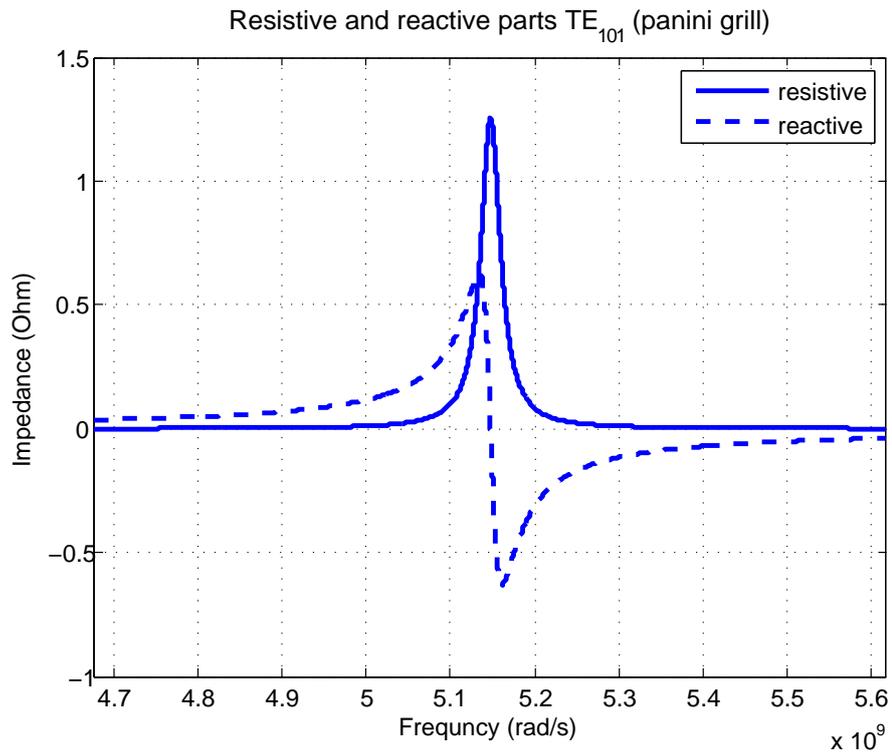
Per quanto riguarda lo studio della cavità del prototipo alla frequenza d’interesse di  $2.45GHz$ , considerata nel modello multifisico 3D, è stato valutato l’intervallo dello spettro di emissione di un magnetron ( $2.4 \div 2.5GHz$ ), tipicamente indicato nei datasheet (fig. 6.22).



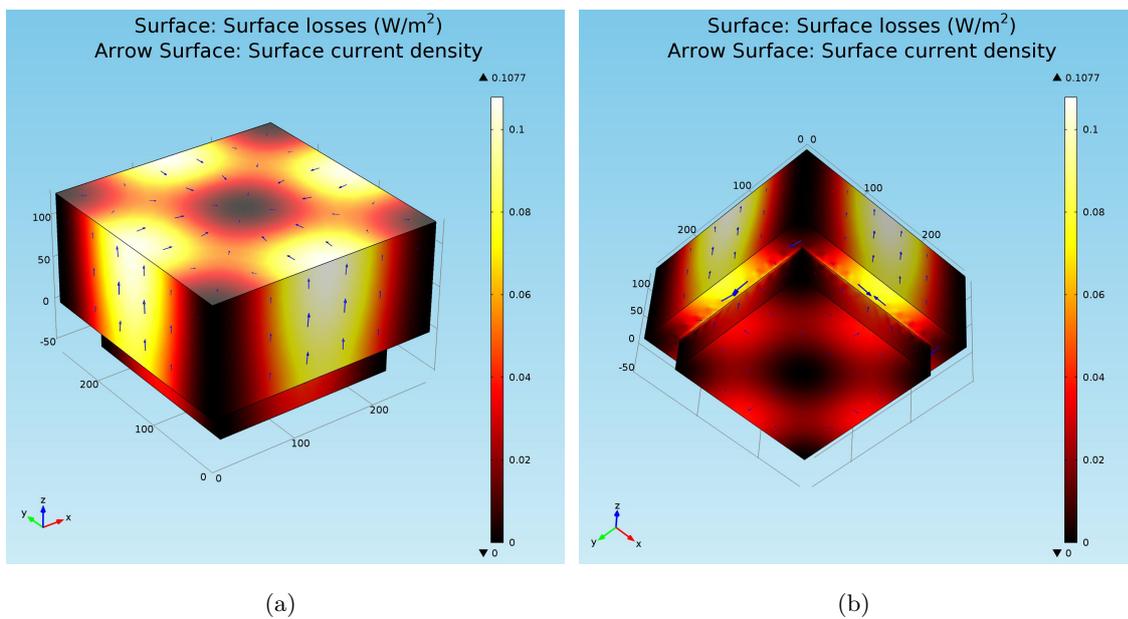
**Figura 6.18:** Slice con la distribuzione del  $|\mathbf{E}|$  nella cavità per il modo  $TE_{101}$ ; vista assometrica superiore (a) e inferiore (b). I campi  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{H}$  sono evidenziati rispettivamente con frecce rosse e bianche



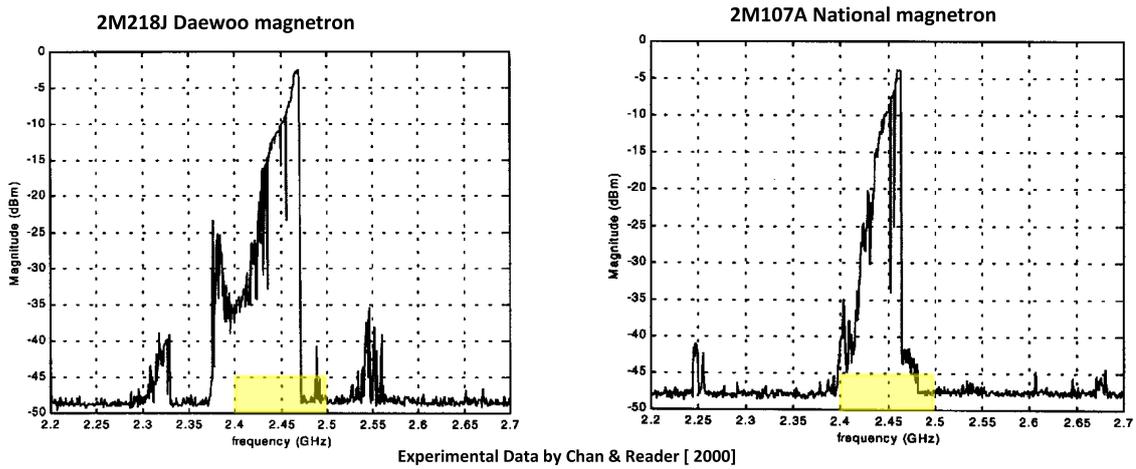
**Figura 6.19:** Diagramma di Bode dell'impedenza della cavità per il modo  $TE_{101}$



**Figura 6.20:** Andamenti della parte resistiva ed induttiva, dipendenti dalla frequenza, della cavità per il modo  $TE_{101}$



**Figura 6.21:** Distribuzione delle perdite sulla superficie della cavità per il modo  $TE_{101}$ ; vista assometrica superiore (a) e inferiore (b). Le correnti superficiali sono evidenziate tramite frecce blu



**Figura 6.22:** Spettro di emissione di alcuni modelli di magnetron con evidenziato l'intervallo di valutazione ( $2.4 \div 2.5GHz$ )

Analizzando il comportamento della cavità con la frequenza d'ingresso  $f_{in} = 2.40GHz$ , i parametri  $f_0$ ,  $R_S$  e  $Q_0$  ottenuti dalle simulazioni in COMSOL sono:

$$R_S = 2.143\Omega, \quad (6.57a)$$

$$f_0 = 2.38GHz, \quad (6.57b)$$

$$Q_0 = 222.40. \quad (6.57c)$$

In fig. 6.23 sono riportate le slice con la distribuzione del modulo del campo elettrico per la frequenza  $f_0 = 2.38GHz$ ; il campo  $\mathbf{E}$  è evidenziato con frecce rosse, mentre il campo  $\mathbf{H}$  è indicato tramite frecce bianche. In fig. 6.24 è presentato l'andamento del modulo e della fase in funzione della frequenza, dell'impedenza della cavità del prototipo per la frequenza  $f_0 = 2.38GHz$ . Si osservi che, questo modo della cavità attenua la sorgente a  $2.45GHz$  di circa 14.3dB (fig. 6.24). Gli andamenti della parte reale e immaginaria dipendenti dalla frequenza, sono esibiti in fig. 6.25. In fig. 6.26 è riportata la distribuzione delle perdite sulla superficie della cavità del "panini grill" per la frequenza  $f_0 = 2.38GHz$ ; la densità di corrente superficiale sulle pareti interne della cavità è evidenziata con frecce blu.

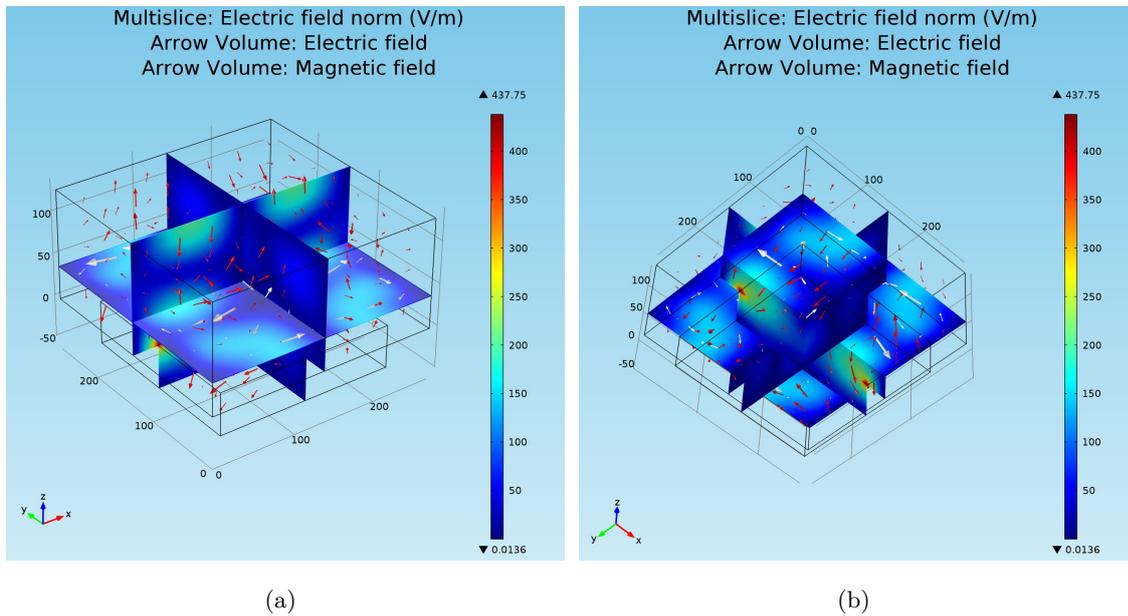
Analizzando il comportamento della cavità per ulteriori frequenze dell'intervallo di valutazione si è trovata un'altra risonanza con la frequenza d'ingresso  $f_{in} = 2.44GHz$ , i parametri  $f_0$ ,  $R_S$  e  $Q_0$  ottenuti dalle simulazioni in COMSOL sono:

$$R_S = 2.177\Omega, \quad (6.58a)$$

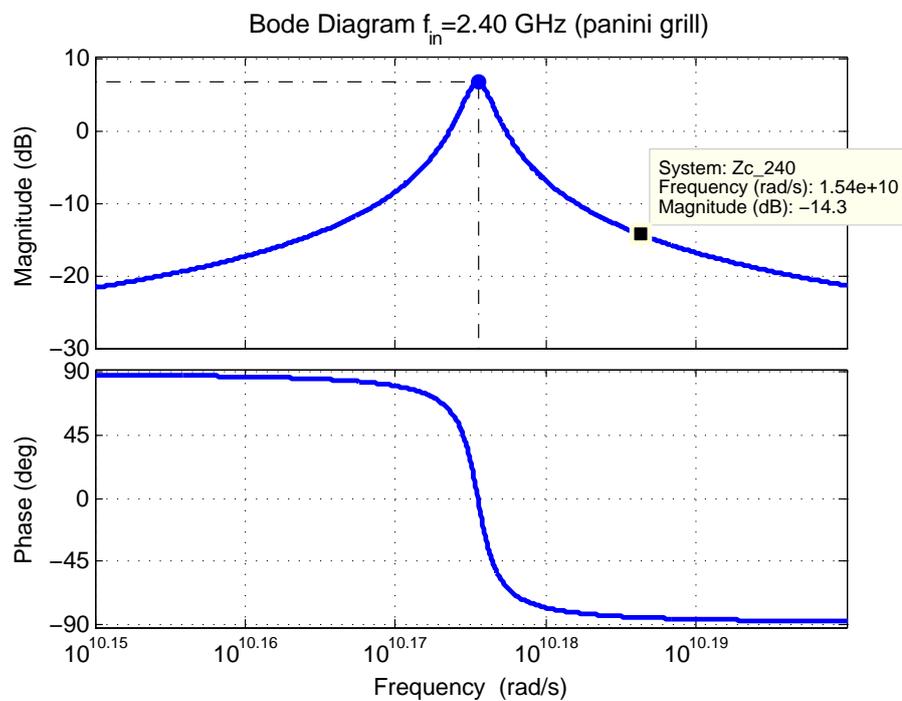
$$f_0 = 2.46GHz, \quad (6.58b)$$

$$Q_0 = 348.04. \quad (6.58c)$$

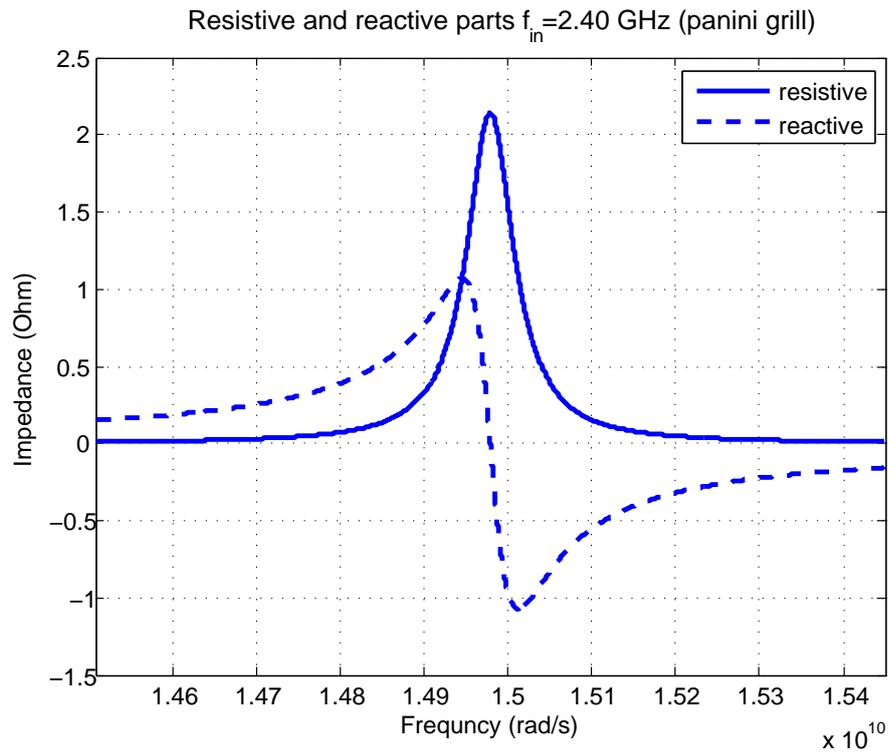
In fig. 6.27 sono riportate le slice con la distribuzione del modulo del campo elettrico per la frequenza  $f_0 = 2.46GHz$ ; il campo  $\mathbf{E}$  è evidenziato con frecce rosse, mentre il



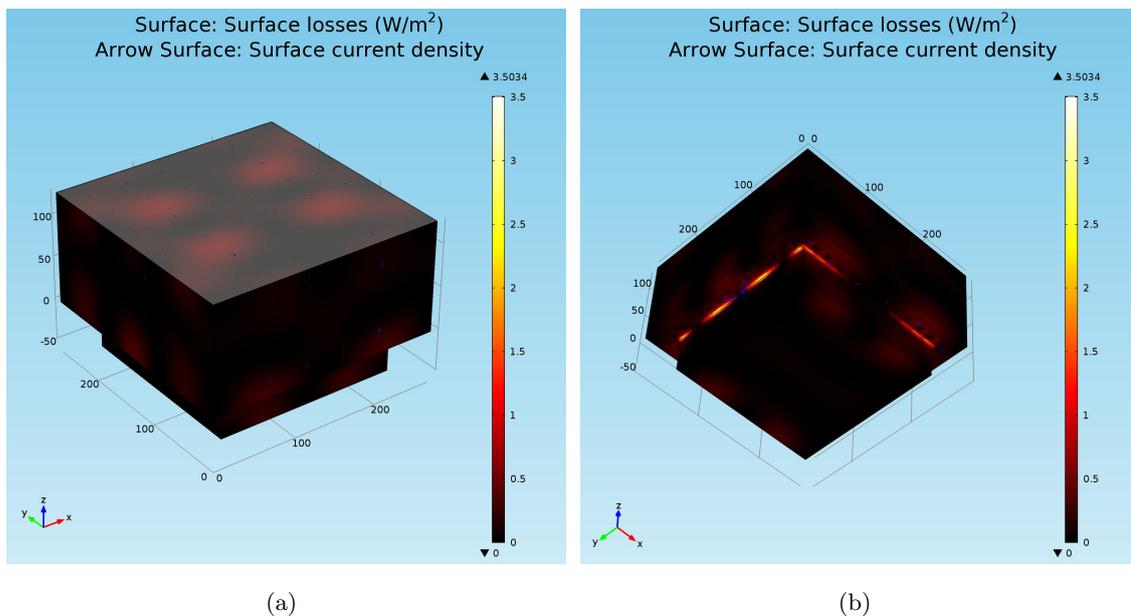
**Figura 6.23:** Slice con la distribuzione del  $|\mathbf{E}|$  nella cavità per la frequenza  $f_0 = 2.38GHz$ ; vista assometrica superiore (a) e inferiore (b). I campi  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{H}$  sono evidenziati rispettivamente con frecce rosse e bianche



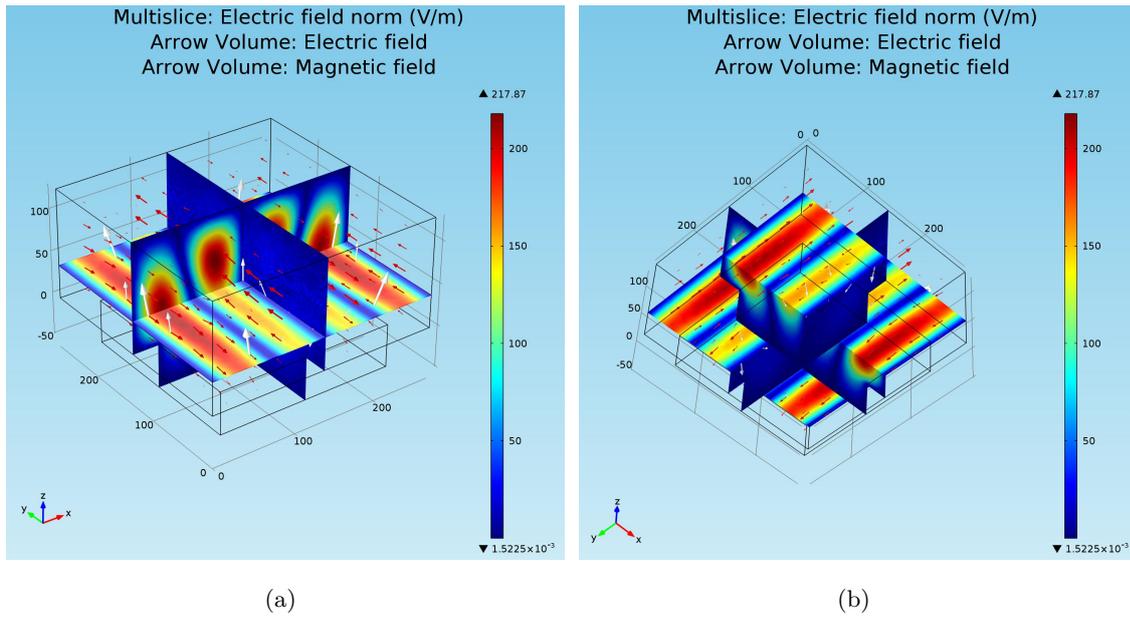
**Figura 6.24:** Diagramma di Bode dell'impedenza della cavità per la frequenza  $f_0 = 2.38GHz$



**Figura 6.25:** Andamenti della parte resistiva ed induttiva, dipendenti dalla frequenza, della cavità per la frequenza  $f_0 = 2.38GHz$



**Figura 6.26:** Distribuzione delle perdite sulla superficie della cavità per la frequenza  $f_0 = 2.38GHz$ ; vista assometrica superiore (a) e inferiore (b). Le correnti superficiali sono evidenziate tramite frecce blu



**Figura 6.27:** Slice con la distribuzione del  $|\mathbf{E}|$  nella cavità per la frequenza  $f_0 = 2.46GHz$ ; vista assonometrica superiore (a) e inferiore (b). I campi  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{H}$  sono evidenziati rispettivamente con frecce rosse e bianche

campo  $\mathbf{H}$  è indicato tramite frecce bianche. In fig. 6.28 è presentato l’andamento del modulo e della fase in funzione della frequenza, dell’impedenza della cavità del prototipo per la frequenza  $f_0 = 2.46GHz$ . Si osservi che, questo modo della cavità esibisce un guadagno di circa 5.67dB per la sorgente a 2.45GHz (fig. 6.28). Gli andamenti della parte reale e immaginaria dipendenti dalla frequenza, sono esibiti in fig. 6.29. In fig. 6.30 è riportata la distribuzione delle perdite sulla superficie della cavità del “panini grill” per la frequenza  $f_0 = 2.46GHz$ ; la densità di corrente superficiale sulle pareti interne della cavità è evidenziata con frecce blu.

Analizzando il comportamento della cavità per ulteriori frequenze dell’intervallo di valutazione si è trovata un’altra risonanza con la frequenza d’ingresso  $f_{in} = 2.48GHz$ , i parametri  $f_0$ ,  $R_S$  e  $Q_0$  ottenuti dalle simulazioni in COMSOL sono:

$$R_S = 2.186\Omega, \quad (6.59a)$$

$$f_0 = 2.48GHz, \quad (6.59b)$$

$$Q_0 = 351.23. \quad (6.59c)$$

In fig. 6.31 sono riportate le slice con la distribuzione del modulo del campo elettrico per la frequenza  $f_0 = 2.48GHz$ ; il campo  $\mathbf{E}$  è evidenziato con frecce rosse, mentre il campo  $\mathbf{H}$  è indicato tramite frecce bianche. In fig. 6.32 è presentato l’andamento del modulo e della fase in funzione della frequenza, dell’impedenza della cavità del prototipo per la frequenza  $f_0 = 2.48GHz$ . Si osservi che, questo modo della cavità attenua la sorgente a 2.45GHz di circa 8.9dB (fig. 6.32). Gli andamenti della parte reale e immaginaria dipendenti dalla

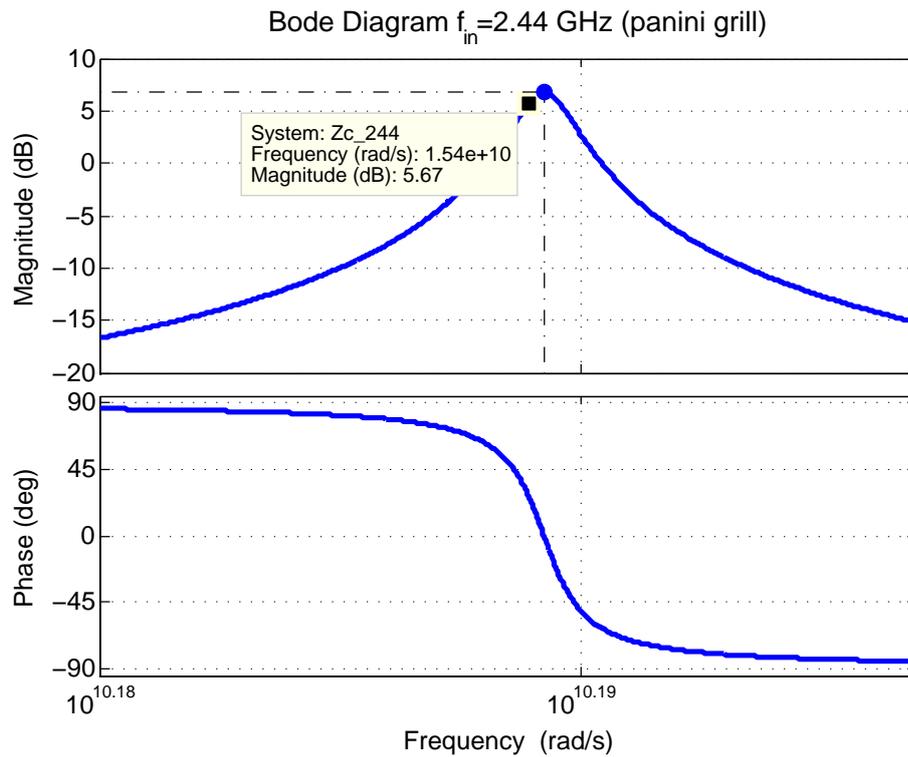


Figura 6.28: Diagramma di Bode dell'impedenza della cavità per la frequenza  $f_0 = 2.46GHz$

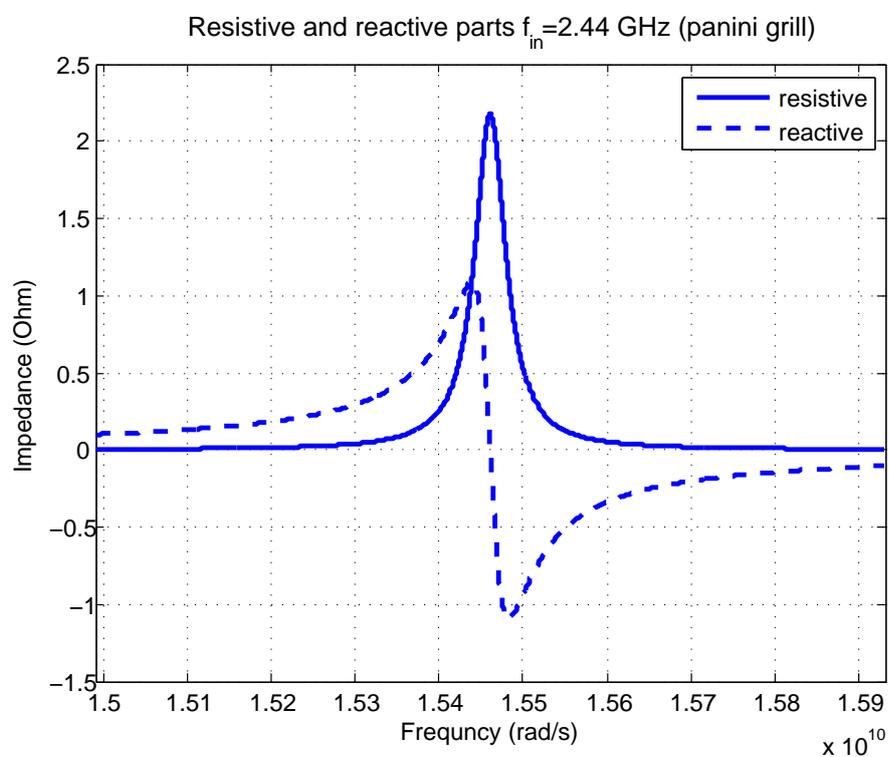
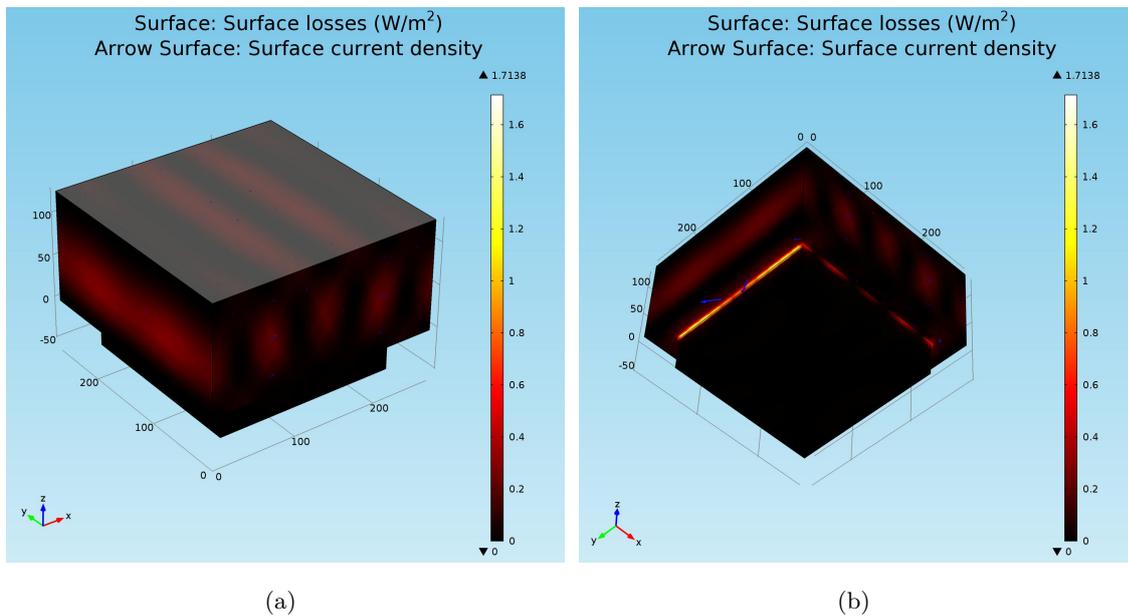
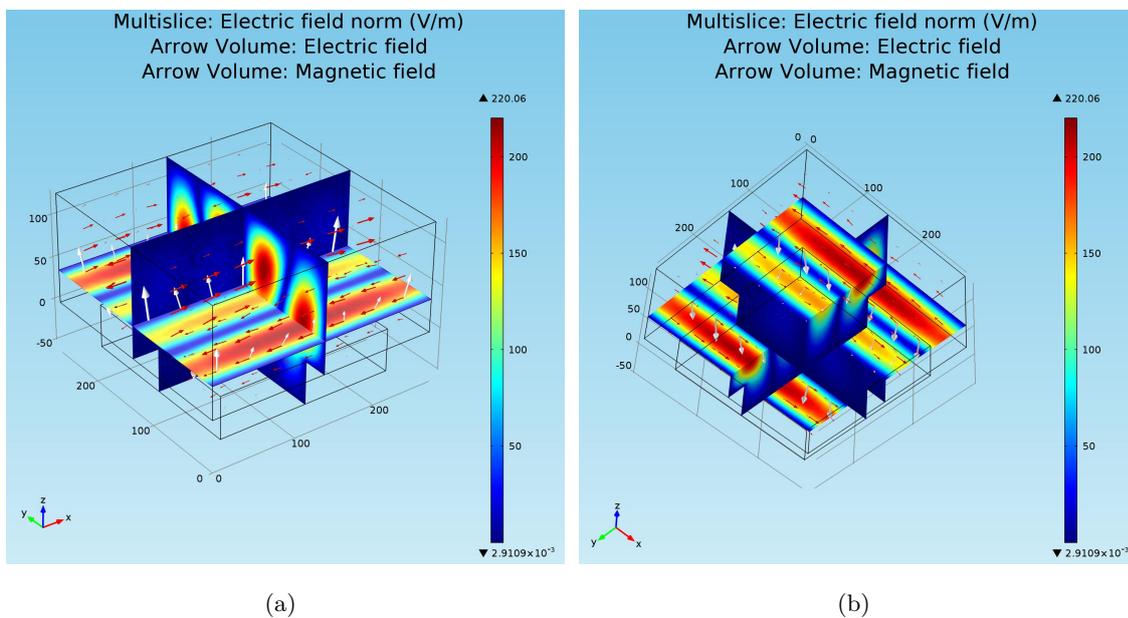


Figura 6.29: Andamenti della parte resistiva ed induttiva, dipendenti dalla frequenza, della cavità per la frequenza  $f_0 = 2.46GHz$



**Figura 6.30:** Distribuzione delle perdite sulla superficie della cavità per la frequenza  $f_0 = 2.46GHz$ ; vista assonometrica superiore (a) e inferiore (b). Le correnti superficiali sono evidenziate tramite frecce blu



**Figura 6.31:** Slice con la distribuzione del  $|\mathbf{E}|$  nella cavità per la frequenza  $f_0 = 2.48GHz$ ; vista assonometrica superiore (a) e inferiore (b). I campi  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{H}$  sono evidenziate rispettivamente con frecce rosse e bianche

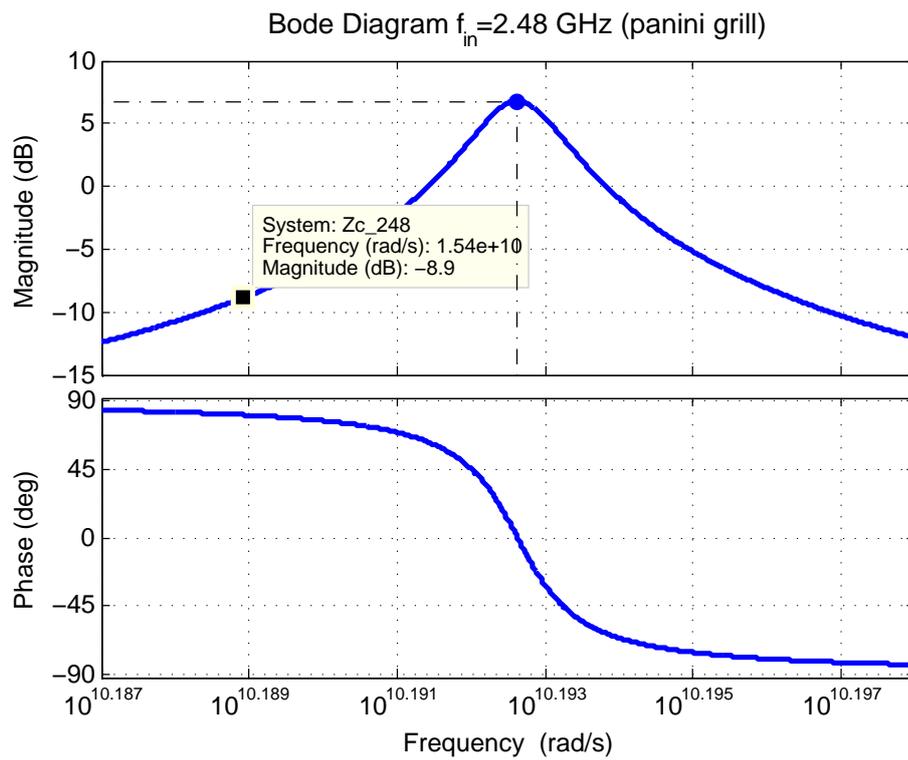


Figura 6.32: Diagramma di Bode dell'impedenza della cavità per la frequenza  $f_0 = 2.48GHz$

frequenza, sono esibiti in fig. 6.33. In fig. 6.34 è riportata la distribuzione delle perdite

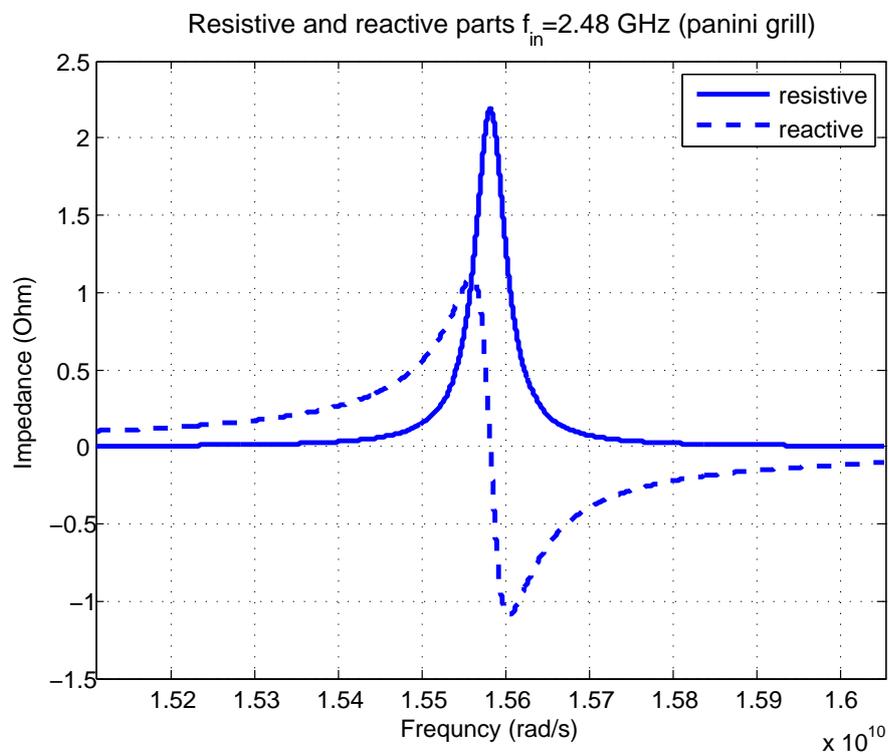
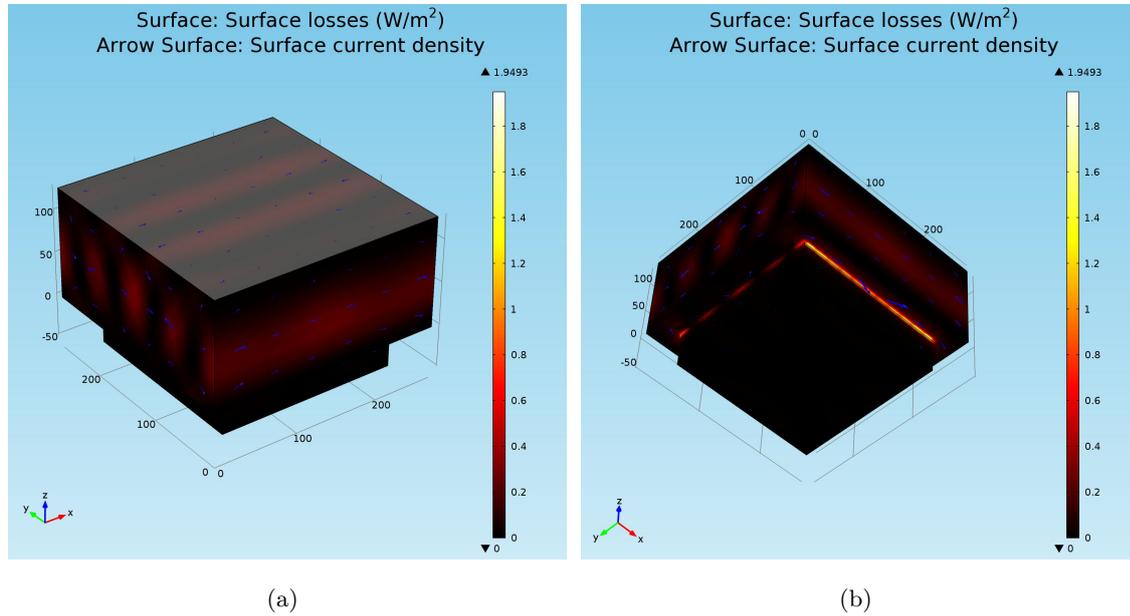


Figura 6.33: Andamenti della parte resistiva ed induttiva, dipendenti dalla frequenza, della cavità per la frequenza  $f_0 = 2.48GHz$

sulla superficie della cavità del “panini grill” per la frequenza  $f_0 = 2.48GHz$ ; la densità di corrente superficiale sulle pareti interne della cavità è evidenziata con frecce blu.



**Figura 6.34:** Distribuzione delle perdite sulla superficie della cavità per la frequenza  $f_0 = 2.48GHz$ ; vista assonometrica superiore (a) e inferiore (b). Le correnti superficiali sono evidenziate tramite frecce blu

Analizzando il comportamento della cavità per ulteriori frequenze dell’intervallo di valutazione si è trovata un’altra risonanza con la frequenza d’ingresso  $f_{in} = 2.49GHz$ , i parametri  $f_0$ ,  $R_S$  e  $Q_0$  ottenuti dalle simulazioni in COMSOL sono:

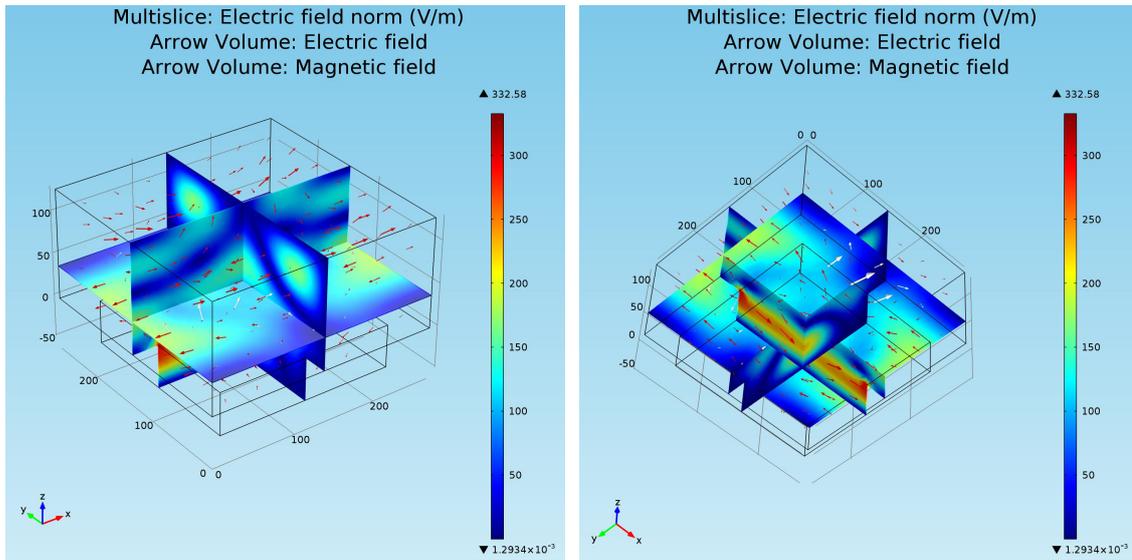
$$R_S = 2.189\Omega, \quad (6.60a)$$

$$f_0 = 2.49GHz, \quad (6.60b)$$

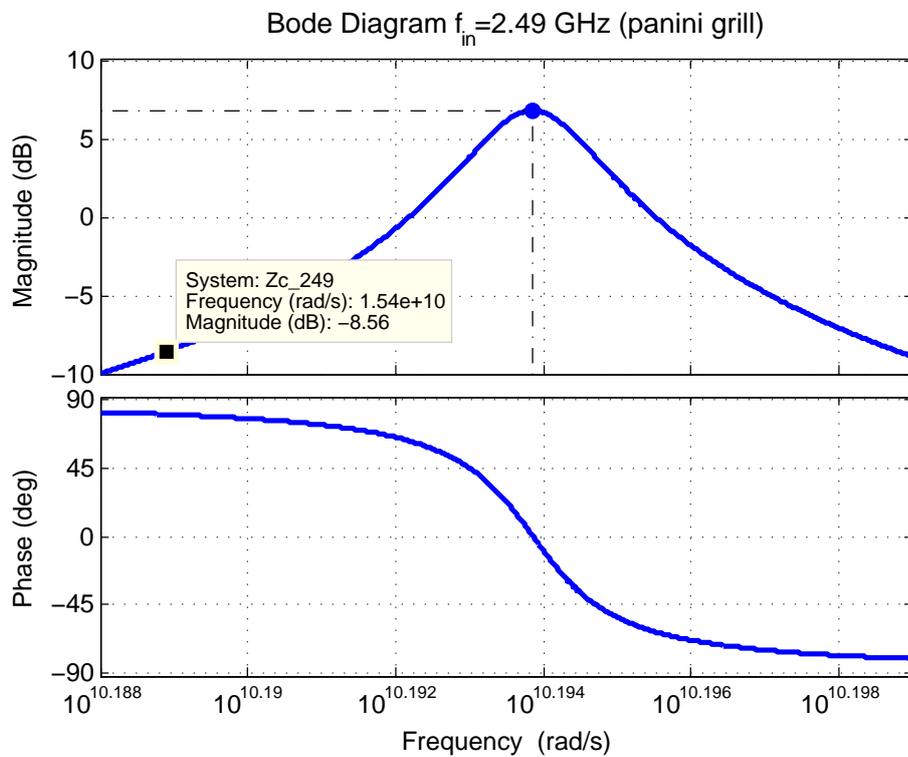
$$Q_0 = 253.73. \quad (6.60c)$$

In fig. 6.35 sono riportate le slice con la distribuzione del modulo del campo elettrico per la frequenza  $f_0 = 2.49GHz$ ; il campo  $\mathbf{E}$  è evidenziato con frecce rosse, mentre il campo  $\mathbf{H}$  è indicato tramite frecce bianche. In fig. 6.36 è presentato l’andamento del modulo e della fase in funzione della frequenza, dell’impedenza della cavità del prototipo per la frequenza  $f_0 = 2.49GHz$ . Si osservi che, questo modo della cavità attenua la sorgente a  $2.45GHz$  di circa 8.7dB (fig. 6.36). Gli andamenti della parte reale e immaginaria dipendenti dalla frequenza, sono esibiti in fig. 6.37. In fig. 6.38 è riportata la distribuzione delle perdite sulla superficie della cavità del “panini grill” per la frequenza  $f_0 = 2.49GHz$ ; la densità di corrente superficiale sulle pareti interne della cavità è evidenziata con frecce blu.

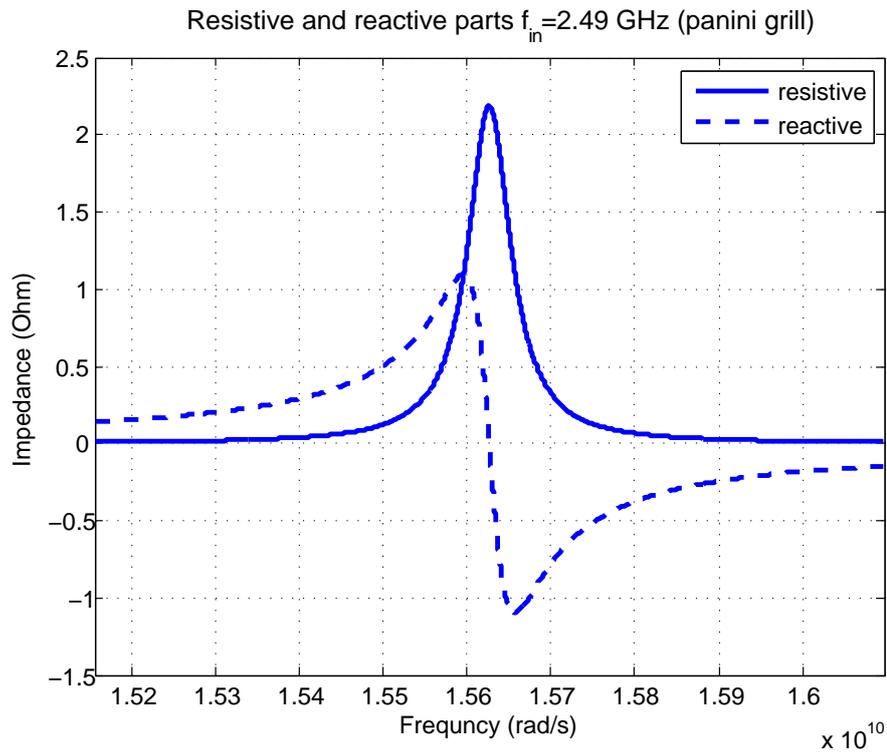
Analizzando il comportamento della cavità per ulteriori frequenze dell’intervallo di valutazione si è trovata un’altra risonanza con la frequenza d’ingresso  $f_{in} = 2.50GHz$ , i



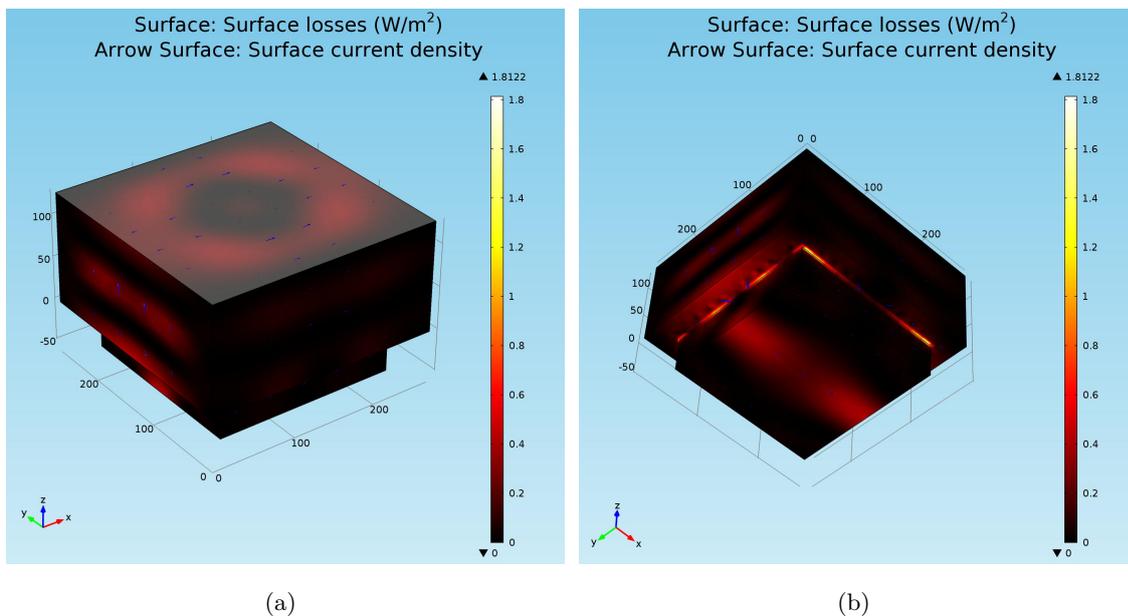
**Figura 6.35:** Slice con la distribuzione del  $|\mathbf{E}|$  nella cavità per la frequenza  $f_0 = 2.49GHz$ ; vista assonometrica superiore (a) e inferiore (b). I campi  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{H}$  sono evidenziati rispettivamente con frecce rosse e bianche



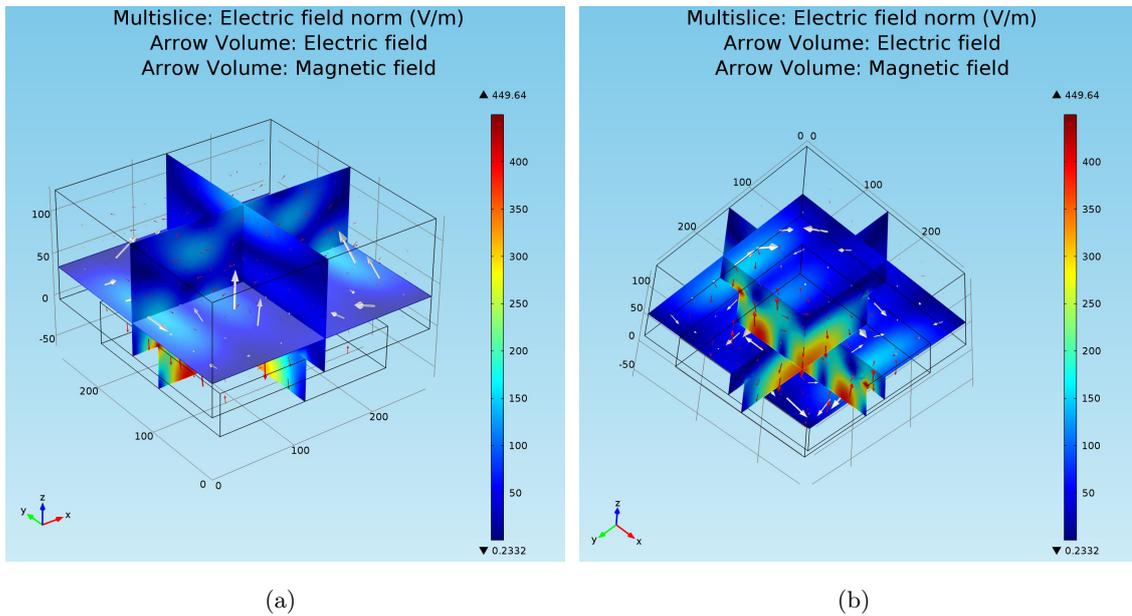
**Figura 6.36:** Diagramma di Bode dell'impedenza della cavità per la frequenza  $f_0 = 2.49GHz$



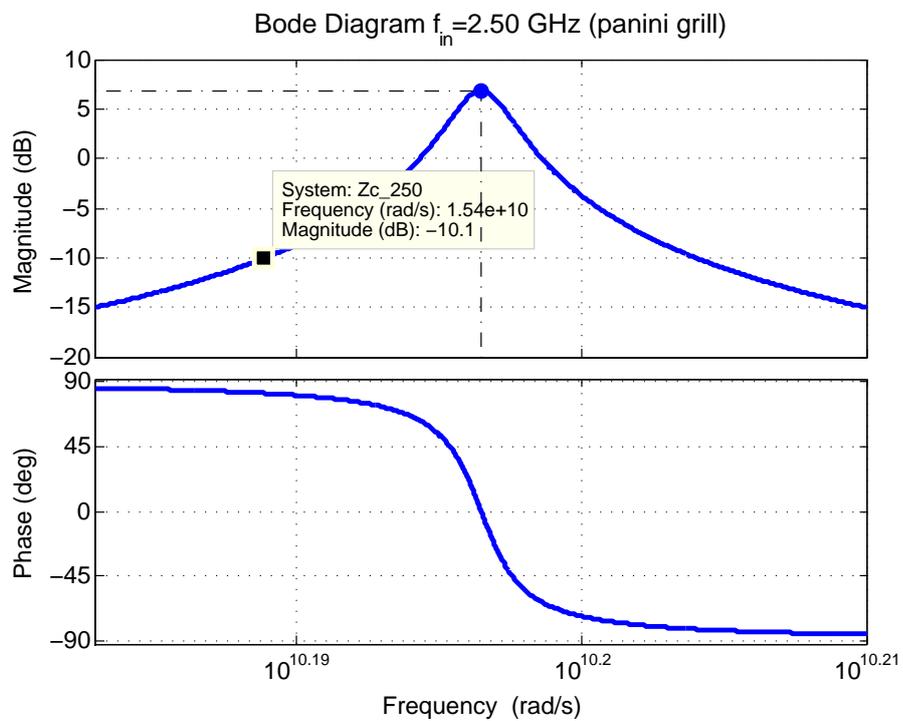
**Figura 6.37:** Andamenti della parte resistiva ed induttiva, dipendenti dalla frequenza, della cavità per la frequenza  $f_0 = 2.49 \text{ GHz}$



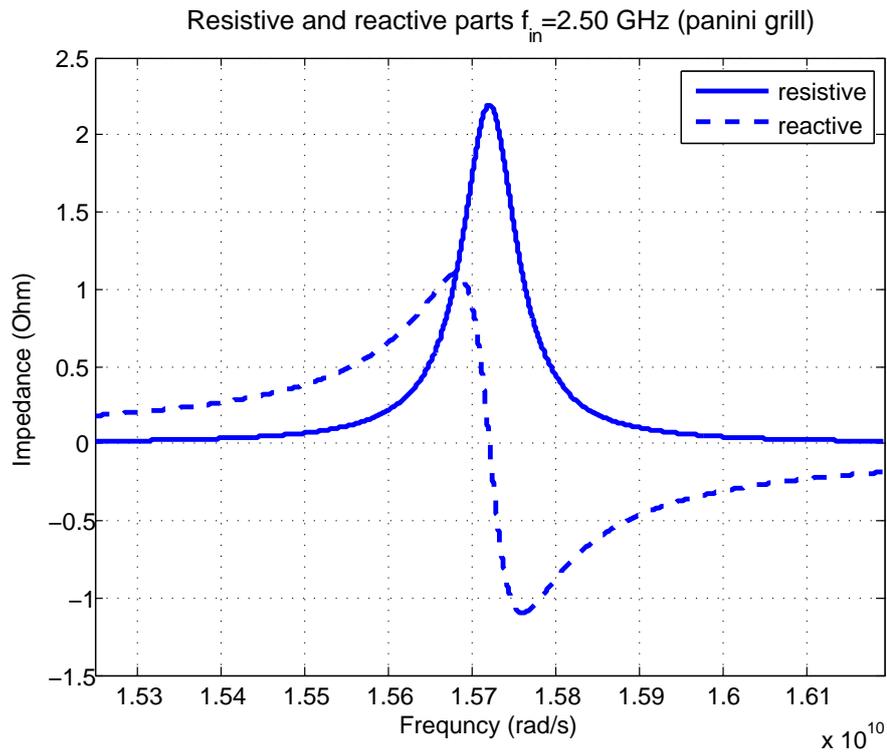
**Figura 6.38:** Distribuzione delle perdite sulla superficie della cavità per la frequenza  $f_0 = 2.49 \text{ GHz}$ ; vista assometrica superiore (a) e inferiore (b). Le correnti superficiali sono evidenziate tramite frecce blu



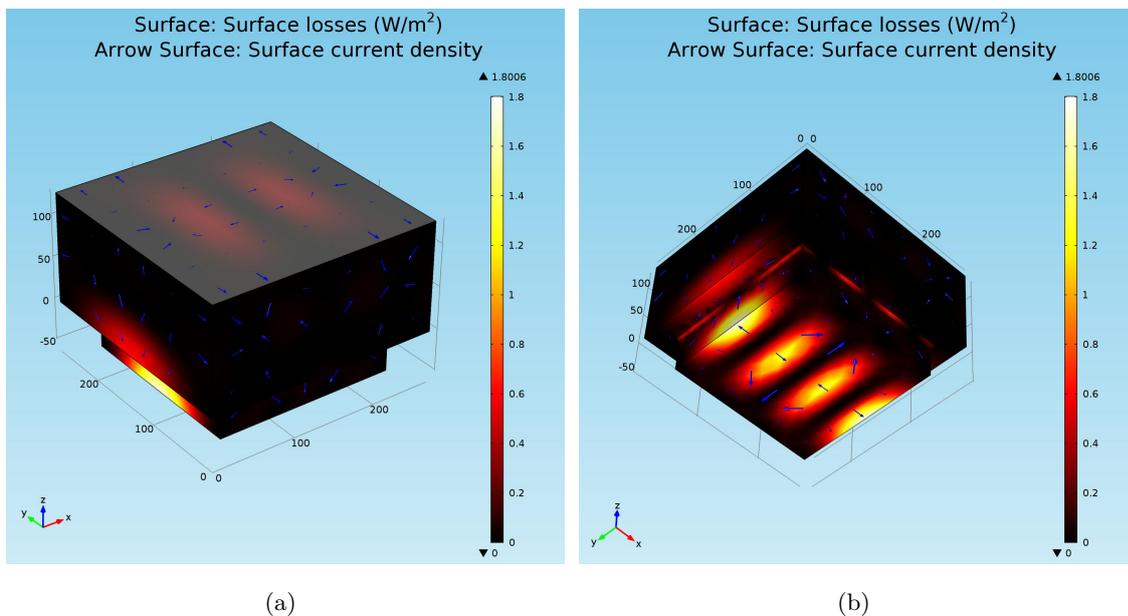
**Figura 6.39:** Slice con la distribuzione del  $|\mathbf{E}|$  nella cavità per la frequenza  $f_0 = 2.50GHz$ ; vista assonometrica superiore (a) e inferiore (b). I campi  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{H}$  sono evidenziati rispettivamente con frecce rosse e bianche



**Figura 6.40:** Diagramma di Bode dell'impedenza della cavità per la frequenza  $f_0 = 2.50GHz$



**Figura 6.41:** Andamenti della parte resistiva ed induttiva, dipendenti dalla frequenza, della cavità per la frequenza  $f_0 = 2.50 \text{ GHz}$



**Figura 6.42:** Distribuzione delle perdite sulla superficie della cavità per la frequenza  $f_0 = 2.50 \text{ GHz}$ ; vista assometrica superiore (a) e inferiore (b). Le correnti superficiali sono evidenziate tramite frecce blu

parametri  $f_0$ ,  $R_S$  e  $Q_0$  ottenuti dalle simulazioni in COMSOL sono:

$$R_S = 2.195\Omega, \quad (6.61a)$$

$$f_0 = 2.50GHz, \quad (6.61b)$$

$$Q_0 = 198.32. \quad (6.61c)$$

In fig. 6.39 sono riportate le slice con la distribuzione del modulo del campo elettrico per la frequenza  $f_0 = 2.50GHz$ ; il campo  $\mathbf{E}$  è evidenziato con frecce rosse, mentre il campo  $\mathbf{H}$  è indicato tramite frecce bianche.

In fig. 6.40 è presentato l'andamento del modulo e della fase in funzione della frequenza, dell'impedenza della cavità del prototipo per la frequenza  $f_0 = 2.50GHz$ . Si osservi che, questo modo della cavità attenua la sorgente a  $2.45GHz$  di circa 10.1dB (fig. 6.40).

Gli andamenti della parte reale e immaginaria dipendenti dalla frequenza, sono esibiti in fig. 6.41.

In fig. 6.42 è riportata la distribuzione delle perdite sulla superficie della cavità del "panini grill" per la frequenza  $f_0 = 2.50GHz$ ; la densità di corrente superficiale sulle pareti interne della cavità è evidenziata con frecce blu.

Dunque, l'analisi effettuata nell'intervallo dello spettro di emissione di un magnetron, ha evidenziato che alla frequenza d'interesse di  $2.45GHz$  utilizzata nel modello multifisico 3D, la cavità del prototipo non attenua la sorgente a microonde e presenta un guadagno di circa 5.67dB.



---

## Antenne a fessura e schiere di antenne

---

Una fessura nella parete di una guida d'onda può irradiare energia EM dalla guida d'onda e una guida d'onda a più fessure può essere considerata come un schiera di antenne. Dunque, per una adeguata progettazione di un elemento radiativo quale l'apertura in una guida d'onda e quindi, del relativo sistema di alimentazione a microonde di potenza con guide d'onda fessurate, si introducono alcuni concetti riguardanti la teoria delle antenne, alcuni parametri importanti delle antenne e schiere di antenne. Tale introduzione risulterà utile anche per ottimizzare l'obiettivo riscaldamento uniforme a microonde tramite opportune aperture da praticare sulle guide d'onda del sistema di cottura. In questa sezione saranno introdotti diversi tipi di fessure radianti e le loro caratteristiche nonché i parametri di progettazione per il tipo di apertura che viene utilizzata nel design del sistema di alimentazione a guide d'onda fessurate. Ulteriori parametri di progetto, riguardanti l'intero sistema di alimentazione a microonde o la camera di cottura, non saranno riportati in questo lavoro perché facenti parte delle informazioni confidenziali che ha fornito l'azienda sponsor di questa borsa di dottorato a tema vincolato. I risultati delle simulazioni numeriche per il dimensionamento dell'elemento radiativo a fessura, della schiera e per l'ottimizzazione dell'obiettivo riscaldamento uniforme sono riportati nei capitoli finali.

### 7.1 Parametri di un'antenna

I dispositivi che trasmettono o ricevono onde elettromagnetiche, come le antenne, hanno trovato applicazioni in diversi settori quali le comunicazioni, applicazioni radar, la navigazione, la ricerca e la scienza, la medicina e l'industria [124]. Secondo l'ampia gamma di applicazioni, sono state progettate e sviluppate differenti tipi di antenna, per differenti bande di frequenza e differenti livelli di potenza. Nonostante queste grandi differenze nella

realizzazione di un'antenna, alcuni tipi principali di antenna possono essere caratterizzate considerando i modi in cui l'irradiazione/ricezione di energia EM da/in un'antenna può essere modellata dalle leggi dell'elettromagnetismo [101]. Questo porta alla definizione di alcuni parametri di antenna generali per la descrizione di ogni tipo di antenna. Questi parametri d'antenna possono essere utilizzati anche per l'analisi di dispositivi a microonde alimentati tramite fessure in guida d'onda che saranno introdotti nel seguito. Dalle equazioni di Maxwell (sez. 1.1) si può notare come correnti variabili nel tempo nei conduttori generino campi elettrici e magnetici nello spazio circostante al conduttore che possono propagarsi come onde EM attraverso lo spazio. In questo modo, viene descritto il funzionamento del cosiddetto primo tipo d'antenna a filo e ad anello. Le onde EM possono essere generate anche mediante aperture nelle guide d'onda o nelle linee di trasmissione ed in questo caso il campo elettrico attraverso le aperture può essere considerato come una sorgente di onde, si definisce così un altro tipo importante d'antenna denominata antenna ad apertura. Le fessure nelle guide d'onda naturalmente appartengono a questo secondo tipo d'antenna. Tutti i parametri generali di un'antenna di entrambi i gruppi principali possono essere ricavati calcolando il campo EM irradiato dalle antenne [14]. Quindi, è opportuno iniziare con lo studio del campo elettrico e magnetico generato da una generica antenna. In questo lavoro le antenne verranno considerate come dispositivi di trasmissione, perché le fessure delle guide d'onda sono elementi radiativi che vengono utilizzate come sistemi di trasmissione a microonde di potenza dal generatore all'utilizzatore, cioè devono irradiare l'energia EM proveniente dalla sorgente al carico di cottura. Comunque, le caratteristiche di un'antenna sono uguali sia considerandola come dispositivo di trasmissione che come dispositivo di ricezione.

### Diagramma di radiazione di un'antenna

Nella teoria delle antenne i campi elettromagnetici sono di solito esplicitati in coordinate sferiche piuttosto che in coordinate cartesiane e in fig. 7.1 viene descritto un sistema di coordinate sferiche. Il campo elettromagnetico irradiato da un'antenna può essere separato in due principali tipi di regioni di campo: la *regione di campo vicino* e la *regione campo lontano* (Fraunhofer). Questa separazione della regione di campo viene eseguita utilizzando diverse approssimazioni del campo di radiazione totale per le diverse distanze delle regioni dall'antenna. La condizione per la distanza  $r$ , che definisce la regione di campo vicino in prossimità dell'antenna, è [120, 47, 2]:

$$r \ll \frac{1}{k} = \frac{\lambda}{2\pi}, \quad (7.1)$$

la relazione (7.1) può essere riassunta tramite la seguente:

$$0 < r < 0.62 \sqrt{\frac{l^3}{\lambda}}, \quad (7.2)$$

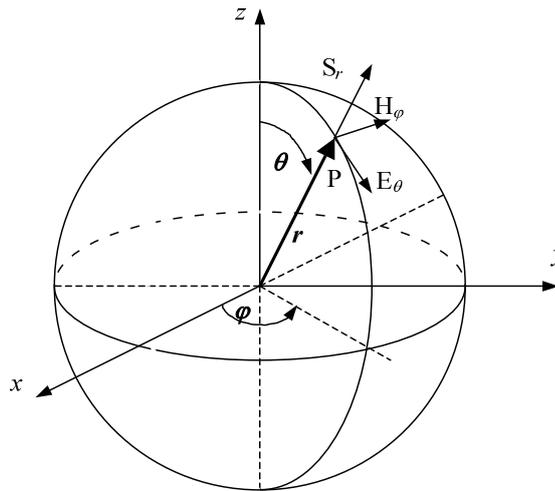


Figura 7.1: Sistema di coordinate sferiche

dove  $k$  e  $\lambda$  sono rispettivamente la costante di propagazione e la lunghezza d'onda dell'onda EM nello spazio libero e  $l$  è la dimensione maggiore dell'antenna. In questa regione il campo elettrico e magnetico sono in quadratura di fase, il vettore di Poynting è puramente immaginario e non c'è flusso di potenza ma un'oscillazione di energia EM attorno all'antenna. Quindi, il campo vicino viene indicato anche come il campo di induzione. Per la frequenza ISM a  $2.45\text{GHz}$  (come quella normalmente usata per un forno a microonde) la condizione di campo vicino diventa  $r \ll 2\text{cm}$ .

Nella zona di campo lontano i campi  $\mathbf{E}$  ed  $\mathbf{H}$  sono in fase, sono orientati rispettivamente secondo  $\theta$  e  $\varphi$ , sono perpendicolari alla componente radiale del vettore di Poynting (fig. 7.1) e l'onda EM piana propaga l'energia EM in direzione radiale. Per questo motivo la regione di campo lontano è a volte indicata anche come *regione del campo di radiazione*. La condizione di campo lontano può essere riassunta come segue [14, 47, 2]:

$$r \gg \frac{l}{2\pi}, r \gg l \quad \text{e} \quad r \geq \frac{2l^2}{\lambda}, \quad (7.3)$$

dove  $l$  è la dimensione maggiore, la dimensione lungo l'asse dell'antenna stessa (dimensione longitudinale dell'antenna).

Esiste una regione intermedia ai due principali tipi di regione di campo, essa prende il nome di *regione di Fresnel* e può essere riassunta come segue [2]:

$$0.62\sqrt{\frac{l^3}{\lambda}} \leq r < \frac{2l^2}{\lambda}; \quad (7.4)$$

in questa regione la densità di potenza irradiata è maggiore della densità di potenza reattiva e la conformazione del campo irradiato è una funzione della distanza radiale.

Il parametro che descrive la distribuzione spaziale del campo elettrico e magnetico lontano dall'antenna è il *diagramma di radiazione* dell'antenna. Il diagramma di radiazione fornisce la dipendenza dei moduli normalizzati del campo elettrico e magnetico alla

distanza  $r$  dall'antenna (punto  $P$  in fig. 7.1), in coordinate sferiche  $\theta$  e  $\varphi$ . Tale parametro è definito come [120]:

$$C(\theta, \varphi) = \frac{|\mathbf{E}(\theta, \varphi)|}{|\mathbf{E}(\theta, \varphi)|_{max}} \Big|_{r=cost} = \frac{|\mathbf{H}(\theta, \varphi)|}{|\mathbf{H}(\theta, \varphi)|_{max}} \Big|_{r=cost}, \quad (7.5)$$

dove il pedice *max* indica il valore massimo del modulo del campo. Utilizzando la normalizzazione rispetto ai valori massimi, il diagramma di radiazione diventa indipendente dalla coordinata radiale  $r$ . Tali diagrammi nello spazio sono generalmente rappresentati graficamente mediante diagrammi bidimensionali detti *diagrammi polari* che sono funzioni di una sola delle coordinate, cioè di  $\theta$  o  $\varphi$ . I diagrammi polari sono le sezioni trasversali della superficie sferica, definita dal diagramma di radiazione (7.5), con qualsiasi piano passante per l'origine. Generalmente viene scelto il piano  $yz$  (piano passante per il meridiano  $\varphi = \pi/2$ ) per la rappresentazione del modulo normalizzato del campo rispetto alla coordinata  $\theta$  nell'intervallo tra 0 e  $\pi$ . L'altro piano alcune volte scelto è quello  $xy$  (piano equatoriale  $\theta = \pi/2$ ), in cui il modulo normalizzato del campo è rappresentato in funzione di  $\varphi$ .

Vale la pena fare alcuni commenti aggiuntivi sui diagrammi di radiazione e ricavare ulteriori informazioni dalla caratteristica di radiazione dell'antenna. In pratica molte antenne possono concentrare la radiazione EM in una determinata direzione spaziale con una ben precisa larghezza angolare, evidenziando così quella che viene detta proprietà di *direttività d'antenna*. Altre antenne hanno un diagramma di radiazione costante nell'intero intervallo di variazione angolare e prendono il nome di antenne omnidirezionali. Un'ipotetica antenna che irradia equamente in tutte le direzioni non esiste nella realtà, ma è utilizzata nella definizione di alcuni parametri d'antenna per la comparazione con un elemento radiativo isotropico. Quindi, quando l'antenna mostra proprietà di direttività e il suo diagramma di radiazione ha un lobo principale in un specifico intervallo degli angoli  $\theta$  e  $\varphi$ , è possibile parlare di *fascio d'antenna* [101, 2]. Il fascio principale, o lobo principale, dell'antenna può essere descritto tramite il parametro chiamato *larghezza del fascio irradiato* e si riferisce alla larghezza angolare, nel diagramma di radiazione, fra punti in cui l'intensità è metà del valore massimo (larghezza del fascio a  $-3\text{dB}$ ). Altre larghezze di frequente interesse sono: la larghezza a  $-10\text{dB}$  e la larghezza a  $-20\text{dB}$ , che rappresentano le larghezze angolari fra i punti in cui l'intensità è rispettivamente  $1/10$  e  $1/100$  del valore massimo. Il diagramma di radiazione fornisce ulteriori informazioni quali l'esistenza di lobi laterali e la risoluzione d'antenna.

### Guadagno e direttività d'antenna

La caratteristica di radiazione spaziale di un'antenna può essere descritta utilizzando anche la potenza EM irradiata in funzione della direzione di emissione. La potenza media trasportata da un'onda EM nella zona del campo di radiazione può essere calcolata tramite

la componente radiale del vettore di Poynting [2]:

$$S_r = \frac{1}{2} E_\theta \cdot H_\varphi^* \quad \text{e} \quad (7.6a)$$

$$P = \oint_S S_r \, ds, \quad (7.6b)$$

dove \* indica il valore complesso coniugato ed  $S$  è una superficie sferica di raggio  $r$  che soddisfa la condizione di campo lontano (7.3) e con l'antenna posta nel centro. Quindi, la potenza EM media ad una distanza  $r$  è una funzione di  $\theta$  e  $\varphi$ , può pertanto variare nelle differenti direzioni, fornendo così la proprietà di direttività d'antenna. Confrontando la densità di potenza irradiata di un'antenna reale nelle direzioni  $\theta, \varphi$  con la densità di potenza di un elemento radiativo isotropico, si può definire (a parità di potenza immessa nelle due antenne) il parametro chiamato *guadagno  $G$  d'antenna*, come [101, 2]:

$$G(\theta, \varphi) = \frac{S_r(\theta, \varphi)}{S_i} = \frac{S_r(\theta, \varphi)}{\frac{P_r}{4\pi r^2}}, \quad (7.7)$$

dove  $S_i$  è la densità di potenza dell'elemento radiativo isotropico e  $P_r$  è la potenza totale irradiata da quest'ultimo. Il guadagno massimo descrive la possibilità dell'antenna di dirigere la radiazione EM in una certa direzione e definisce il cosiddetto *parametro  $D$  di direttività d'antenna*:

$$D = \frac{S_{r,max}}{\frac{P_r}{4\pi r^2}} \quad \text{o in dB} \quad (7.8a)$$

$$D_{log} = 10 \log D. \quad (7.8b)$$

Quindi, in un sistema di cottura a microonde, la trasmissione della potenza al carico di cottura tramite guida fessurata, l'elemento radiativo deve avere direttività bassa al fine di ottenere un campo EM irradiato il più uniforme possibile.

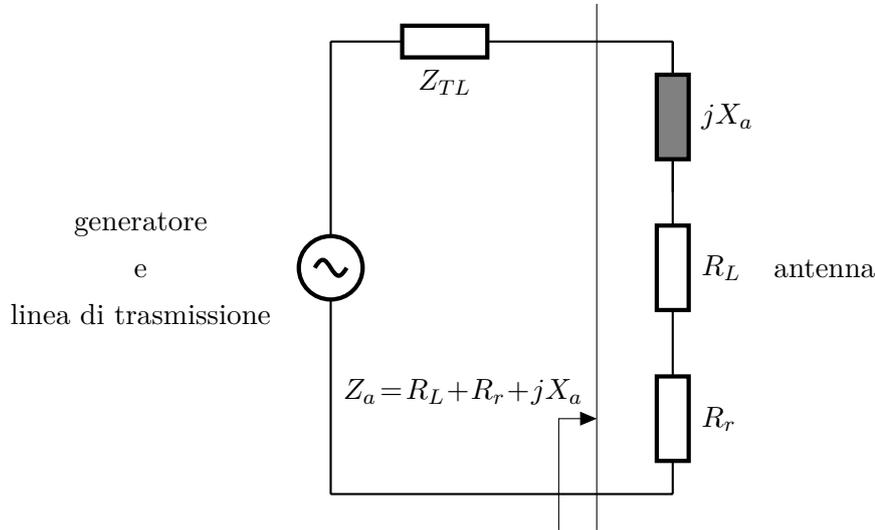
### Resistenza di radiazione ed efficienza d'antenna

Un'antenna ideale, che irradia in modo isotropo in tutte le direzioni il rapporto tra  $G$  e  $D$  è 1. Un'antenna reale che irradia in modo non isotropo ha una efficienza  $\eta$  inferiore all'unità:

$$\eta = \frac{G}{D}. \quad (7.9)$$

Una antenna trasmittente può essere descritta tramite un trasduttore tra un generatore e una linea di trasmissione da un lato e lo spazio di propagazione libera dall'altro lato [124, 2]. Pertanto, l'antenna può essere rappresentata tramite un bipolo collegato alla linea di trasmissione come mostrato in fig. 7.2. Il circuito equivalente di fig. 7.2 permette di rappresentare le perdite dell'antenna e di definire così l'*impedenza d'ingresso dell'antenna*. Generalmente, l'impedenza d'ingresso dell'antenna è un valore complesso indicato con  $Z_a$ .

La parte reale di  $Z_a$  contiene un termine corrisponde alle perdite per conduzione nelle parti conduttrici dell'antenna indicato con  $R_L$ , ed un termine collegato alla potenza irradiata dall'antenna chiamato *resistenza di radiazione*  $R_r$ .



**Figura 7.2:** Circuito equivalente di un'antenna trasmittente

Utilizzando il circuito equivalente di fig. 7.2 l'efficienza d'antenna può essere calcolata come:

$$\eta = \frac{R_r}{R_L + R_r}. \quad (7.10)$$

Dalla (7.10) risulta che per un un'antenna altamente efficiente dovrebbe valere la relazione  $R_L \ll R_r$ . Dunque la (7.10) pone in evidenza l'importanza del parametro resistenza di radiazione d'antenna.

La resistenza di radiazione  $R_r$  è definita come il valore di quella resistenza equivalente che dissiperebbe una potenza pari alla potenza irradiata dall'antenna se venisse alimentata dalla stessa corrente  $I$ , si ha così:

$$R_r = \frac{2P}{I^2}, \quad (7.11)$$

dove si è utilizzata la (7.6b) per la potenza irradiata. Si noti che, per una fissata frequenza la  $R_L$  è una funzione della geometria dell'antenna.

### Adattamento d'antenna

Per un'antenna irradiante una delle principali sfide di progettazione è l'adattamento d'antenna. Dalla fig. 7.2 si evince che la condizione di trasferimento di potenza massima, dal trasmettitore all'antenna, è dato da:

$$Z_a = Z_{TL}^*, \quad (7.12)$$

dove \* indica valore complesso coniugato dell'impedenza caratteristica della linea di trasmissione. Quindi, secondo la (7.12), le antenne altamente efficienti dovrebbero avere l'im-

pedenza d'ingresso corrispondente all'impedenza caratteristica della linea di trasmissione che alimenta l'antenna.

È opportuno disporre di un buon adattamento d'impedenza in un'ampia banda di frequenze, tale da coprire la banda d'interesse tramite un unico sistema d'antenna. Ciò richiede di garantire la stabilità dell'impedenza d'ingresso dell'antenna in una data banda di frequenze. Solitamente vi è un circuito di adattamento aggiuntivo o dispositivo posto tra la linea di trasmissione e l'antenna con lo specifico compito di realizzare l'adattamento d'impedenza, come i cosiddetti sintonizzatori per guida d'onda utilizzati nei sistemi di trasmissione a microonde di potenza elevata. Tuttavia, effettuando un'adeguata ottimizzazione dei parametri geometrici dell'antenna, può essere raggiunto un buon adattamento nella banda di frequenze desiderata senza utilizzare un specifico circuito di adattamento, ottenendo così un accoppiamento diretto.

Un parametro che descrive la risposta in frequenza dell'antenna è la *larghezza di banda* dell'antenna. La larghezza di banda dell'antenna è definita come la banda di frequenze in cui le riflessioni sono inferiori ad un livello specifico (solitamente  $-10\text{dB}$ ) limitando le perdite per riflessione nel sistema. Un vantaggio di utilizzare dei magnetron, come sorgenti a microonde di potenza, è che sono dispositivi a banda stretta e rendono le fessure nelle guide d'onda, che sono elementi radiativi a banda relativamente stretta, adeguate per alimentare sistemi a microonde di potenza a  $2.45\text{GHz}$ .

### Polarizzazione di un'antenna

A seconda di come sono state progettate, le antenne sono in grado di trasmettere e ricevere solo un tipo specifico di onde EM, dunque un parametro importante dell'antenna è anche la polarizzazione dell'antenna. Tale parametro è determinato dalla polarizzazione dell'onda irradiata nella zona di campo di radiazione (vedi sez. 1.9). Ciò significa che, antenne a fessura nelle guida d'onda, a polarizzazione lineare, irradiano onde EM polarizzate linearmente e possono efficacemente ricevere solo le onde con la stessa polarizzazione. Quindi, utilizzando antenne collocate troppo vicine nello spazio, con polarizzazione differente, l'accoppiamento indesiderato tra di loro può essere significativamente ridotto. Tale accorgimento permette ridurre il mutuo accoppiamento tra le fessure troppo vicine di sistemi a microonde che utilizzano un'alimentazione multi-guida.

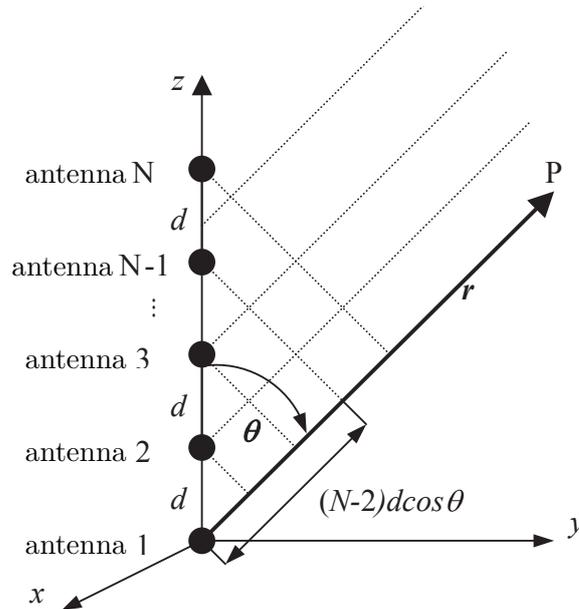
## 7.2 Schiere di antenne

L'ottimizzazione di un'antenna, secondo determinate caratteristiche di adattamento e radiazione desiderate oppure determinate funzioni obiettivo o di fitness, come il riscaldamento uniforme, è limitata da fattori fisici quali la geometria dell'antenna e le dimensioni dell'antenna. Per superare queste limitazioni, antenne uguali o diverse possono essere raggruppate nelle cosiddette *schiere di antenne* con le quali gli obiettivi di progettazione

possono essere raggiunti. Le schiere di antenne sono particolarmente vantaggiose nella realizzazione di antenne ad alto guadagno con diagrammi di radiazione complessi. Il campo EM della schiera di antenne nella zona di campo di radiazione può essere ricavato tramite la somma vettoriale (sovrapposizione degli effetti) dei campi irradiati dai singoli elementi radianti. Tali elementi possono essere disposti lungo una dimensione formando una schiera di antenne elementari allineate (fig. 7.3). Anche nel caso delle schiere di antenne si introduce l'approssimazione di campo lontano (7.3), che permette di ottenere la (7.13) per la potenza irradiata dalla schiera di antenne costituita da elementi radianti equi spaziati e tutti dello stesso tipo:

$$P_{schiera}(\theta, \varphi) = P_{el}(\theta, \varphi) \left| \sum_{n=1}^N a_n e^{j[(n-1)kd \cos \theta - \Psi_n]} \right|^2, \quad (7.13)$$

dove  $P_{el}(\theta, \varphi)$  rappresenta la potenza irradiata dal singolo elemento radiativo (come se fosse solo nello spazio),  $N$  è il numero di elementi della schiera di antenne,  $a_n$  è l'ampiezza dell'elemento  $n$ -esimo,  $\Psi_n$  è una differenza di fase tra l' $n$ -esimo elemento nella schiera ed il primo elemento con  $\Psi_1 = 0$ ,  $k$  è la costante di propagazione nello spazio libero e  $d$  è la distanza tra gli elementi radiativi adiacenti. La relazione (7.13) evidenzia che il



**Figura 7.3:** Schiera di antenne lineari di  $N$  elementi radiativi elementari

diagramma di radiazione della schiera è sempre il prodotto di due funzioni, una rappresenta il diagramma di radiazione di una singola antenna nella schiera e l'altra è un fattore che dipende dalle proprietà della schiera come il numero di elementi, le loro ampiezze, le fasi e la loro spaziatura (ma non dipende dal tipo particolare di antenne impiegate). Quindi, si può definire il seguente parametro supplementare per le schiere di antenne:

$$AF(\theta) = \sum_{n=1}^N a_n e^{j[(n-1)kd \cos \theta - \Psi_n]}, \quad (7.14)$$

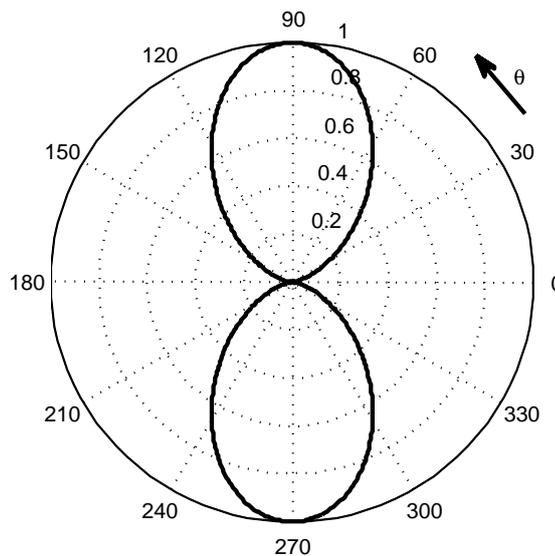
che comunemente prende il nome di *fattore di schiera*, il cui modulo quadro fornisce in funzione di  $\theta$  il diagramma di radiazione della schiera [2].

Nella (7.14) viene considerato il contributo di fase di ogni elemento radiativo tramite il fattore  $(n - 1)kd \cos \theta$ , che rappresenta la differenza di fase tra i campi irradiati dagli elementi della schiera nel punto di campo lontano  $P$ . Il fattore di schiera nasce dall'approssimazione adottata nella condizione di campo lontano secondo la quale, tutte le linee che collegano gli elementi della schiera al punto  $P$  sono parallele (fig. 7.3). Inoltre, per quanto riguarda la dipendenza dell'ampiezza del campo dalla distanza tra gli elementi della schiera ed il punto  $P$ , tale approssimazione permette di considerare  $r_1 = r_2 = r_3 = \dots = r_N = r$  e fornisce il rapporto  $1/r$  che è già implementato nel primo termine della potenza irradiata dal singolo elemento radiativo  $P_{el}(\theta, \varphi)$  della (7.13).

Utilizzando la generica schiera di antenne allineate rappresentata in fig. 7.3, si definisce la schiera di tipo *end-fire* e di tipo *broad-side*. Nel caso della schiera di tipo end-fire il massimo assoluto del diagramma di radiazione della schiera è parallelo all'asse della schiera (schiere a radiazione longitudinale, asse  $z$  della fig. 7.3), mentre nel caso della schiera di tipo broad-side il massimo assoluto del diagramma di radiazione della schiera è ortogonale all'asse della schiera (schiere a radiazione trasversale, per esempio l'asse  $y$  in fig. 7.3).

Quindi, l'alimentazione di microonde tramite guida d'onda fessurata, del sistema di cottura, può essere considerata in prima approssimazione come una schiera di antenne allineate di tipo broad-side.

Il diagramma polare di una antenna rettilinea, detta anche antenna dipolo, di lunghezza  $\lambda/2$  è riportato in fig. 7.4.

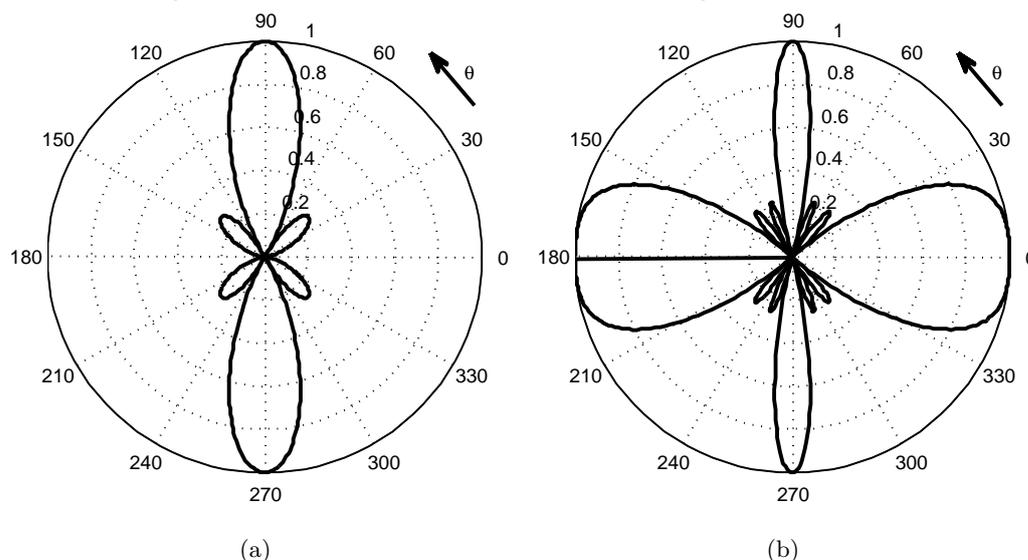


**Figura 7.4:** Diagramma polare di un'antenna rettilinea  $\left(l = \frac{\lambda}{2}, kl = \frac{\pi}{2}\right)$

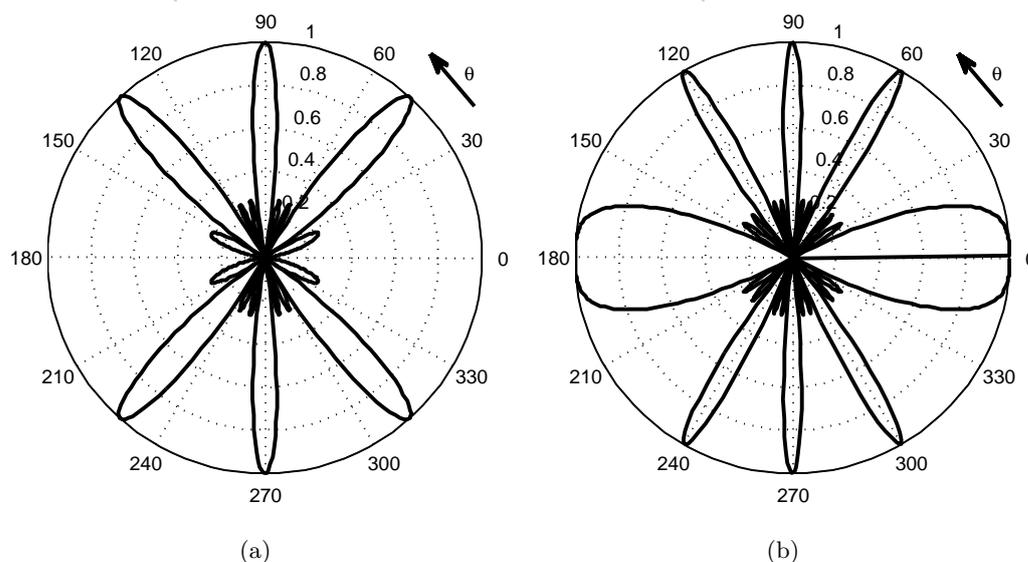
Di tutte le possibili schiere, il sistema costituito da un insieme di antenne rettilinee è il più semplice da studiare analiticamente e quindi costituisce una base naturale per uno

studio sui sistemi di antenne [2].

Di seguito vengono riportati, a titolo di esempio, una serie di diagrammi polari (fig. 7.5, 7.6) normalizzati del fattore di schiera di un sistema broad-side uniforme (elementi equispaziati, alimentati con ampiezze tutte uguali con uno sfasamento fra due elementi successivi che è indipendente dalla particolare coppia considerata) di quattro antenne per diverse distanze tra le antenne. Tali dipoli sono: orientati parallelamente all'asse  $x$  con i centri sull'asse  $z$  (fig. 7.3), in fase l'uno con l'altro (sfasamento nullo) e di lunghezza  $\lambda/2$ .



**Figura 7.5:** Diagramma polare normalizzato del fattore di schiera, sistema uniforme di quattro dipoli in fase;  $(d = \frac{\lambda}{2}, kd = \pi)$  (a) e  $(d = \lambda, kd = 2\pi)$  (b)



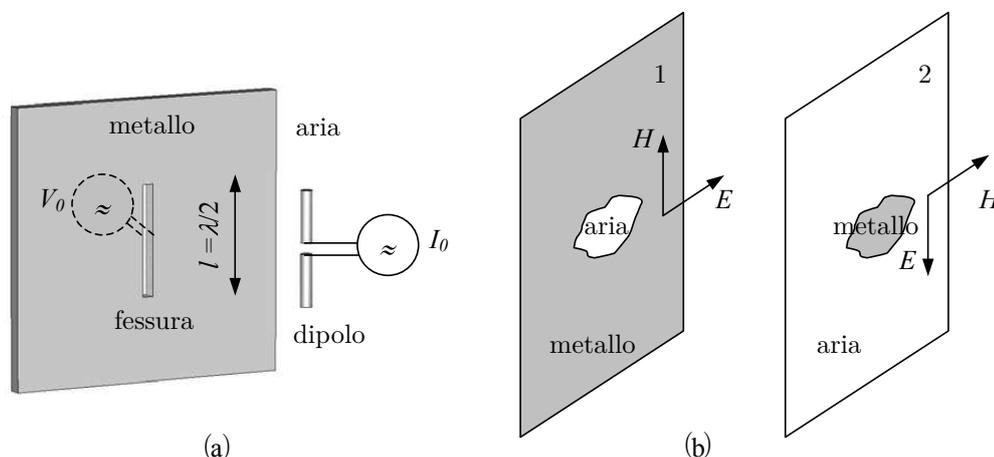
**Figura 7.6:** Diagramma polare normalizzato del fattore di schiera, sistema uniforme di quattro dipoli in fase;  $(d = \frac{3}{2}\lambda, kd = 3\pi)$  (a) e  $(d = 2\lambda, kd = 4\pi)$  (b)

### 7.3 Antenne a fessura

Le antenne a fessura sono un elemento radiativo fondamentale per irradiare energia elettromagnetica. Esse possono essere utilizzate per realizzare una schiera di antenne in una guida d'onda, ricavando una serie di fessure nella guida. Utilizzando il principio di dualità nell'elettromagnetismo, le antenne a fessura possono essere descritte tramite le loro complementari antenne a dipolo. In questa sezione vengono svolte, alcune considerazioni sull'equivalenza elettromagnetica del principio del Babinet e una breve descrizione delle antenne a dipolo. Successivamente saranno presentate le fessure irradianti nelle pareti di una guida d'onda ed i relativi parametri, quindi sarà svolta una panoramica bibliografica sugli studi delle fessure in guida d'onda.

#### Principio di dualità

Una fessura in un piano di conduzione infinito alimentata da una tensione collegata in due punti opposti al centro della fessura (fig. 7.7 a) si comporta come uno tra i più semplici tipi di antenna. Calcolando il campo elettromagnetico di tali tipi di antenne, nelle condizioni di campo lontano, si può dimostrare che questi campi sono gli stessi campi irradiati di un'altra sorgente di radiazione fondamentale, detta antenna a dipolo, tranne che i campi elettrici e magnetici sono invertiti. Quindi, l'antenna a dipolo e l'antenna a fessura sono un esempio di una coppia di antenne complementari (fig. 7.7 a). Questo



**Figura 7.7:** Principio di dualità nella teoria elettromagnetica: coppia di antenne complementari (a), generici schermi complementari (b)

principio di dualità nella teoria elettromagnetica è una conseguenza della simmetria delle equazioni di Maxwell. Si tratta dell'equivalente elettromagnetico del principio di Babinet in ottica [124, 101], meglio noto come l'estensione di Booker del principio di Babinet. Utilizzando i generici schermi complementari della fig. 7.7 b, tale principio di dualità può essere espresso dall'affermazione che: la somma del campo EM dietro lo schermo 1 e del

campo EM dietro lo schermo complementare 2 è uguale al campo EM originale in assenza di schermi (1 e 2).

Il principio di dualità porta alla seguente relazione tra le impedenze dell'antenna a dipolo e l'antenna a fessura (antenne complementari):

$$Z_{dipolo} \cdot Z_{fessura} = \frac{Z_c^2}{4}, \quad (7.15)$$

dove  $Z_c$  è l'impedenza caratteristica dello spazio libero. Dunque, dalla (7.15) è possibile determinare l'impedenza di un'antenna conoscendo l'impedenza dell'antenna complementare.

Alcuni dei parametri più importanti per le antenne a fessura e a dipolo, di lunghezza  $\lambda/2$ , sono riportati nella tabella di fig. 7.8, dove  $V_0$  e  $I_0$  sono rispettivamente le ampiezze di tensione e corrente applicate all'antenna a fessura e a dipolo. Considerando il caso

	Half wavelength slot	Half wavelength dipole
$E$ far field	$E_\theta = \frac{jV_0 e^{-jkr}}{\pi r} \left[ \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)}{\sin\theta} \right]$	$E_\theta = \frac{jZ_c I_0 e^{-jkr}}{\pi r} \left[ \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)}{\sin\theta} \right]$
Average power density	$P_{av} = \frac{V_0^2}{2\pi^2 r^2 Z_c} \left[ \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)}{\sin\theta} \right]^2$	$P_{av} = \frac{Z_c I_0^2}{8\pi^2 r^2} \left[ \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)}{\sin\theta} \right]^2$
Radiation resistance ( $\Omega$ )	486.1	73.1
Antenna reactance ( $\Omega$ )	$-j 836$	$j 42.5$
Directivity	1.64	1.64
Polarization	Linear and perpendicular to the slot axis	Linear and perpendicular to the dipole axis

**Figura 7.8:** Tabella di comparazione delle antenne complementari

$V_0 = Z_c \cdot I_0$ , si evince dalla tabella di fig. 7.8 che, rispetto all'antenna a dipolo, nel caso di un piano conduttore infinito con fessura la potenza trasmessa è 4 volte più grande.

### Fessure nelle pareti di guide d'onda rettangolari

Una fessura nella parete di una guida d'onda taglia e perturba le correnti che fluiscono sulla superficie interna della, causando una radiazione di energia EM dalla guida d'onda. Questo può essere spiegato mediante la (7.16), che deriva direttamente dalla legge di conservazione della carica elettrica e dalla relazione di Maxwell (1.1b):

$$\nabla \cdot \mathbf{J}_c = -\frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \mathbf{D}. \quad (7.16)$$

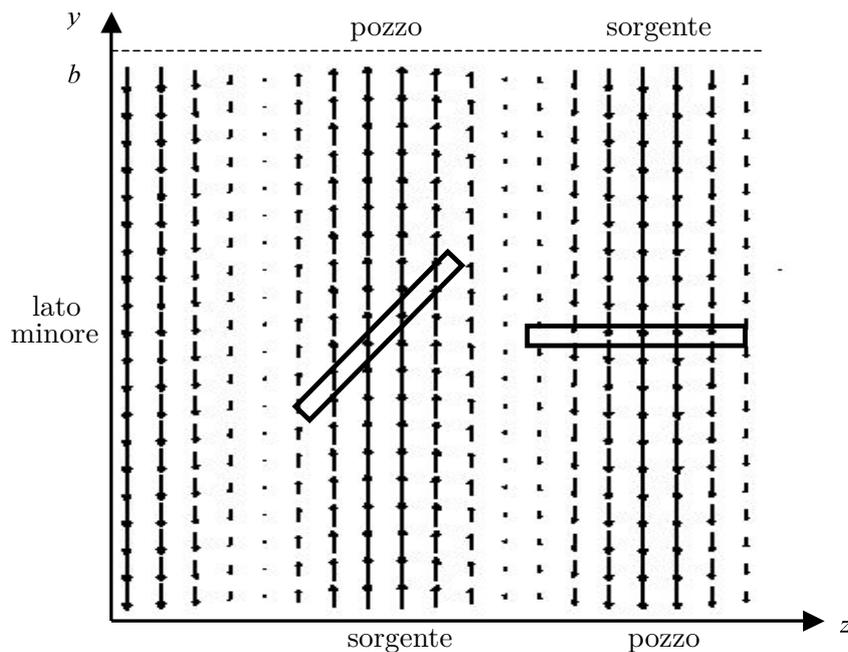
Dalla (7.16) appare evidente che, con l'interruzione delle correnti superficiali sulle pareti interne di una guida d'onda si ha un campo elettrico indotto con la caratteristica di una

corrente di spostamento e può essere considerato come un campo radiante. Tanto più forte è l'interruzione delle correnti superficiali (interruzione ortogonale alle linee di corrente) tanto più elevato sarà l'irraggiamento dalla fessura. Quindi, la distribuzione della corrente sulla parete interna della guida d'onda ha un ruolo importante nella progettazione di antenne a fessura di una guida. Un esempio di distribuzione delle linee di corrente superficiali è riportato in fig. 7.9 e fig. 7.10 nel caso del modo fondamentale  $TE_{10}$ . Utilizzando le relazioni (3.26) (vedi fig. 3.8) e le relazioni per le componenti del campo magnetico del modo  $TE_{10}$  della tab. 3.2, la distribuzione della corrente superficiale  $J_S$  assume le seguenti espressioni analitiche:

$$J_{Sy} = -H_0 e^{-jk_z z} \Big|_{x=0} \quad \text{e} \quad (7.17a)$$

$$J_{Sy} = -H_0 e^{-jk_z z} \Big|_{x=a} \quad (7.17b)$$

per le correnti sulle pareti interne di superficie minore della guida d'onda (parallele al piano  $yz$ ). Dalle relazioni (7.17) si evince che le correnti superficiali delle pareti più strette della guida, scorrono parallelamente all'asse  $y$  e sono costanti lungo tale dimensione trasversale della guida d'onda, cioè sono funzioni solo della coordinata longitudinale  $z$  (fig. 7.9). Poiché le fessure effettuate lungo i percorsi di corrente non perturbano consistentemente le correnti superficiali, provocano solo una radiazione trascurabile. Dunque, le fessure sulle pareti con lato di lunghezza minore, della guida d'onda, per irradiare devono essere effettuate lungo direzioni che non siano parallele all'asse  $y$ . Quindi, le fessure radianti nelle pareti più strette della guida d'onda sono fessure longitudinali ed inclinate (fig. 7.9).



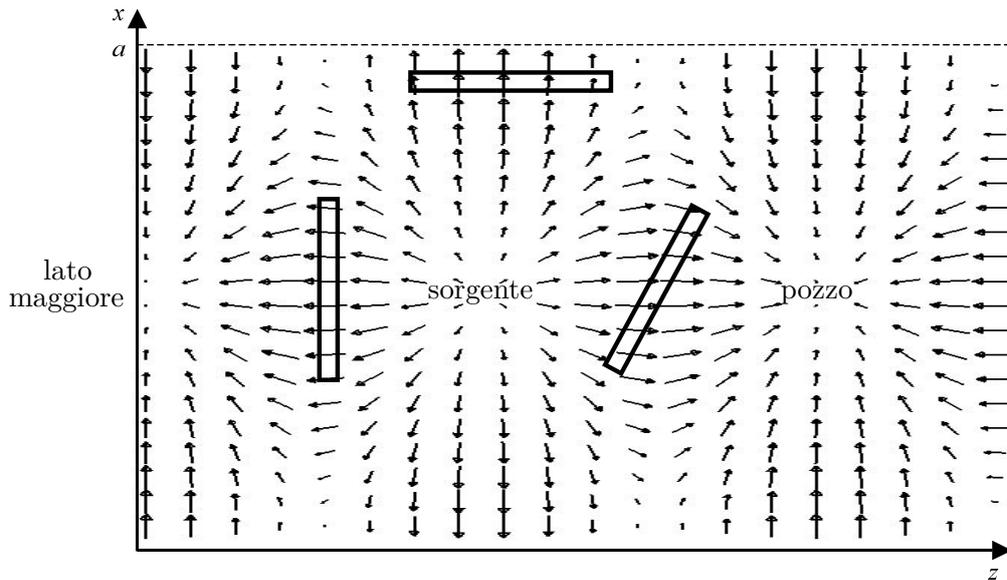
**Figura 7.9:** Distribuzione delle linee di corrente superficiali sulla parete interna di lunghezza minore della guida d'onda per il modo  $TE_{10}$  e tipi di fessure radianti

Per le pareti interne di superficie maggiore della guida d'onda (parallele al piano  $xz$ ) le componenti delle correnti superficiali hanno le seguenti espressioni analitiche:

$$J_{Sx} = -H_0 \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-jk_z z} \quad e \quad (7.18a)$$

$$J_{Sz} = -jk_z \frac{a}{\pi} H_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-jk_z z} . \quad (7.18b)$$

Si noti che le correnti superficiali vicine ai bordi ( $x \approx 0$  o  $x \approx a$ ) delle pareti interne di superficie maggiore della guida hanno solo componenti parallele all'asse trasversale  $x$  (fig. 7.10). Tuttavia, vicino alla linea centrale della parete ( $x \approx a/2$ ) le correnti hanno



**Figura 7.10:** Distribuzione delle linee di corrente superficiali sulla parete interna di lunghezza maggiore della guida d'onda per il modo  $TE_{10}$  e tipi di fessure radianti

soltanto una componente longitudinale  $z$ . Quindi, le fessure longitudinali lungo la linea centrale della parete più ampia non perturbano consistentemente le correnti superficiali e tali fessure sono del tipo non irradiante. Questo tipo di fessure possono essere utilizzate per effettuare misure nelle guide d'onda tramite l'inserimento di sonde coassiali. Solamente le fessure trasversali molto vicine alla linea centrale irradiano fortemente e potrebbero essere utilizzate come tipo di fessura irradiante (fig. 7.10); irradiano in modo molto efficace anche le fessure longitudinali nella parete di lunghezza maggiore e in prossimità dei bordi della parete (fig. 7.10).

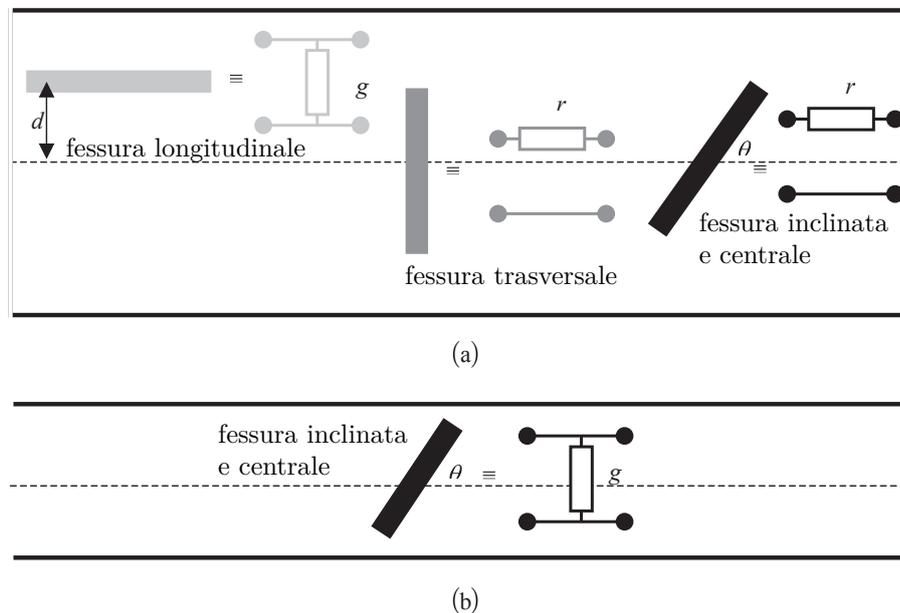
Fessure con forma più complessa, per esempio, fessure a forma di banana che tagliano ortogonalmente i percorsi di corrente, potrebbero essere utilizzate per una radiazione ancora più efficiente nell'intervallo della regione tra la linea centrale della parete con lato maggiore e i bordi.

Ciascun tipo di fessura rappresenta una discontinuità nella guida d'onda e può essere descritta mediante parametri concentrati con elementi circuitali equivalenti. Il comportamento delle fessure nella guida d'onda può essere studiato e determinato calcolando

l'impedenza o l'ammettenza equivalente della fessura nella parete della guida e collegandola correttamente alla rappresentazione tramite linea di trasmissione della guida d'onda (sez. 4). Quindi, l'obiettivo nella progettazione della fessura potrebbe essere quello di determinare la sua impedenza o ammettenza equivalente.

### Equazioni di Stevenson e sviluppi

Stevenson fu il primo a calcolare l'impedenza per diversi tipi di fessure di una guida rettangolare nel suo famoso saggio "Theory of slots in rectangular waveguides" [112]. Nel 1948 determinò le equazioni per una fessura longitudinale, trasversale ed inclinata nella parete di superficie maggiore della guida d'onda rettangolare e per la fessura inclinata nella parete di superficie minore della guida (fig. 7.11). Tali equazioni sono state derivate



**Figura 7.11:** Circuiti equivalenti di Stevenson per diversi tipi di fessure di una guida a sezione rettangolare, nella parete di superficie maggiore (a) e nella parete di superficie minore (b)

considerando alcune ipotesi, quali: le pareti della guida d'onda sono infinitamente sottili, le fessure irradiano solo all'esterno della guida d'onda, le fessure sono idealmente di forma rettangolare, il campo nella fessura è perpendicolare alla dimensione maggiore della fessura, cioè la fessura è stretta con larghezza  $w$  molto inferiore alla lunghezza  $l$ ,  $w \ll l$ , e che tutte le fessure hanno lunghezza di risonanza  $l \approx \lambda/2$ . Alcune di queste ipotesi sono più critiche e le espressioni derivate (7.19) danno risultati precisi solo per le fessure in prossimità della linea centrale della parete più ampia della guida d'onda, tali elementi radiativi sono essenzialmente inefficienti e non hanno valore pratico. Le relazioni (7.19) non sono sufficienti per una progettazione adeguata, ma la forma chiusa delle equazioni di Stevenson ha il vantaggio di una facile valutazione della resistenza  $r$  o conduttanza  $g$  di una fessura e sono molto popolari nei libri di testo su questo argomento [101, 10]. Le equazioni

di Stevenson per le fessure del tipo: longitudinale (7.19a), trasversale (7.19b) ed inclinate centralmente (7.19c) nella parete di superficie maggiore nonché inclinate centralmente (7.19d) nella parete di superficie minore sono:

$$\mathbf{g} = \frac{480}{73\pi} \frac{\lambda_g}{\lambda} \frac{a}{b} \cos^2 \left( \frac{\pi\lambda}{2\lambda_g} \right) \sin^2 \left( \frac{\pi d}{a} \right), \quad (7.19a)$$

$$\mathbf{r} = \frac{480}{73} \frac{\lambda_g^3}{4\pi^2 \lambda ab} \cos^2 \left( \frac{\pi\lambda}{4a} \right) \cos^2 \left( \frac{\pi d}{a} \right), \quad (7.19b)$$

$$\mathbf{r} = 0.131 \frac{\lambda^3}{\lambda_g ab} \left[ I(\theta) \sin \theta + \frac{\lambda_g}{2a} J(\theta) \cos \theta \right]^2, \quad (7.19c)$$

$$\mathbf{g} = \frac{30}{73\pi} \frac{\lambda_g \lambda}{a^3 b} \left[ \frac{\cos^2 \theta \cos \left( \frac{\pi\lambda}{2\lambda_g} \cos \theta \right)}{1 - \frac{\lambda^2}{\lambda_g^2} \cos^2 \theta} \right]^2. \quad (7.19d)$$

Nelle (7.19)  $a$  e  $b$  sono le dimensioni trasversali interne della guida d'onda,  $\lambda$  e  $\lambda_g$  sono rispettivamente le lunghezze d'onda nello spazio libero e in guida d'onda,  $d$  è lo spostamento (offset) dalla linea centrale della parete di superficie maggiore della guida d'onda,  $\theta$  è l'angolo di inclinazione e  $I(\theta)$  e  $J(\theta)$  sono funzioni che possono essere trovate in letteratura [112]. Le relazioni (7.19) sono state ricavate in seguito anche da Silver [101].

Le ipotesi più critiche di Stevenson sono: che le pareti della guida d'onda siano infinitamente sottili e che la lunghezza risonante delle fessure sia pari a mezza lunghezza d'onda. Infatti, le relazioni di Stevenson presuppongono che tutte le lunghezze di risonanza delle fessure siano pari a  $\lambda/2$  per qualsiasi offset, senza tener conto di un contributo legato alla reattanza della fessura che modifica la lunghezza di risonanza delle fessure con offset medio ed elevato.

Diversi autori hanno eseguito prove sperimentali su questo argomento. Nel 1951 Stegan [109] eseguì una serie di esperimenti sulle fessure longitudinali nella parete più ampia della guida d'onda. Utilizzò fessure strette con parti terminali tondeggianti per diversi offset e lunghezze ed ottenne un risultato contrastante con le ipotesi di Stevenson. Stegan scoprì che la lunghezza risonante della fessura, contrariamente alle ipotesi di Stevenson, era dipendente dalla collocazione della fessura dalla linea centrale della parete più ampia. Quindi, l'utilizzo delle equazioni di Stevenson per le fessure con offset elevato è da considerare solo nell'analisi preliminare del progetto.

Lavorando in parallelo con Stegan, Oliner [79] sviluppò la prima teoria per le fessure longitudinali che permise di calcolare la parte immaginaria dell'impedenza o dell'ammittenza di una fessura. Tuttavia, Oliner dovette aggiungere alcune modifiche ai suoi calcoli teorici per essere coerente con i risultati sperimentali di Stegan. Primo, Oliner assunse lo spessore delle pareti della guida pari a zero, mentre Stegan eseguì le misure su una guida d'onda con pareti di spessore finito. Secondo, Oliner considerò nello sviluppo della

sua teoria fessure perfettamente rettangolari, invece delle fessure con le parti terminali arrotondate di Stegan. Dopo aver modificato le sue equazioni, Oliner concluse che la sua fessura perfettamente rettangolare in una parete infinitamente sottile di una guida d'onda dovrebbe essere il quattro per cento più corta della fessura reale di Stegan, per soddisfare i dati sperimentali. Le equazioni di Oliner per l'impedenza o l'ammettenza equivalente di una fessura sono più affidabili delle equazioni di Stevenson, ma allo stesso tempo sono più complicate e anche insufficienti per le esigenze di una progettazione all'avanguardia [111]. Quindi, le equazioni di Oliner hanno più importanza teorica che pratica.

Ulteriori miglioramenti nello studio delle fessure in una guida d'onda sono stati fatti da Josefsson [49]. Egli utilizzò il metodo dei momenti con funzioni base intere per il calcolo del campo elettromagnetico della fessura longitudinale, considerando uno spessore finito per le pareti della guida. Le lunghezze di risonanza delle fessure calcolate erano molto vicine ai valori ottenuti sperimentalmente. Josefsson studiò anche fessure trasversali nella parete più ampia della guida e calcolò l'impedenza normalizzata della fessura in funzione della lunghezza della fessura e della frequenza [50].

Sono stati utilizzati anche altri metodi per lo studio delle fessure nelle pareti di una guida d'onda. Utilizzando il metodo delle differenze finite nel dominio del tempo (FDTD) Ren presentò un'analisi per le fessure nella parete di superficie maggiore di una guida rettangolare [92]. Tramite il metodo FDTD costruì un modello per le fessure di tipo convenzionale e con le simulazioni le caratterizzò tramite le loro impedenze e ammettenze equivalenti nella banda  $X$  ( $8 \div 12GHz$ ), che è importante per le applicazioni in telecomunicazioni. La modellizzazione considerata da Ren include lo spessore finito della parete e la fessura con le estremità arrotondate; la corrispondenza ottenuta con le prove sperimentali di Stegan fu apprezzabile, a dimostrazione della validità di questo approccio.

La progettazione di fessure nelle guide d'onda per applicazioni di riscaldamento a MW con l'ausilio di simulazioni numeriche sono già state utilizzate con successo [66, 19]. Oltre al metodo FDTD è stato utilizzato anche quello FEM per lo studio e la progettazione di fessure nella guida [21]. In questa tesi di dottorato è stato scelto il software commerciale COMSOL, che utilizza il metodo FEM, per la progettazione delle fessure tra guide d'onda e camera di lancio del sistema di riscaldamento a MW. Il lavoro di ricerca ha confermato come tali fenditure, di opportune dimensioni e adeguata posizione, consentono di migliorare il riscaldamento uniforme del carico di cottura. La tecnica di ottimizzazione utilizzata (algoritmi evolutivi) si basa sulla costruzione di un metamodello, generato al fine di ridurre la complessità ed il tempo di esecuzione del modello realizzato.



---

## Il modello del carico di cottura

---

Le proprietà dielettriche di un materiale sono generalmente descritte in termini di una quantità fisica chiamata costante dielettrica o permittività. Per molti materiali, infatti questa è indipendente dall'intensità del campo elettrico applicato mentre nel caso di campi alternati essa può manifestare una dipendenza dalla frequenza [51]. Si possono, inoltre, avere dipendenza da parametri come la temperatura, che influenzano lo stato del dielettrico stesso [51]. Nelle sezioni successive si analizzeranno gli effetti dovuti alla risposta di un carico di cottura sollecitato da campi esterni, fino a motivare la scelta fatta per il modello del carico di cottura, che nel caso in esame è un solido di forma cilindrica con le proprietà dielettriche dell'acqua distillata di cui si è trascurata la fluidodinamica.

### 8.1 Campi elettrostatici

Si consideri un condensatore a facce piane a parallele costituito da due piatti paralleli di superficie  $A$ , posti nel vuoto ad una distanza  $d$  piccola rispetto alle loro dimensioni lineari, e supponiamo che essi siano carichi con una densità di carica elettrica superficiale pari rispettivamente a  $+\sigma$  e  $-\sigma$ . La carica presente sulle due facce, pari a  $+\sigma A$  e  $-\sigma A$ , darà luogo all'interno del condensatore ad un campo elettrico uniforme di intensità:

$$|\mathbf{E}_0| = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \quad (8.1)$$

e una differenza di potenziale

$$\varphi = |\mathbf{E}_0| d. \quad (8.2)$$

Se inseriamo all'interno del condensatore un dielettrico, lasciando inalterata la carica sui piatti: si avrà una diminuzione dell'intensità del campo elettrico, che si porterà ad un

valore:

$$|\mathbf{E}| = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon_s} \quad (8.3)$$

con  $\varepsilon_s$  costante dielettrica relativa a frequenza nulla del materiale considerato. Dalle equazioni (8.1) e (8.3) notiamo che si ottiene tale effetto anche riducendo la densità superficiale di carica di una quantità  $\sigma/\varepsilon_s$ :

$$P = \sigma \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_s}\right) = \sigma \frac{\varepsilon_s - 1}{\varepsilon_s} \quad (8.4)$$

Tale quantità è  $P$  nota con il nome di *polarizzazione*. Il campo elettrico infatti, induce uno spostamento delle cariche elettriche negative e positive all'interno del dielettrico in opposizione al campo esterno che riduce l'effetto delle cariche presenti sui piatti del condensatore. Queste ultime avranno una densità superficiale pari proprio a  $P$ , e daranno luogo ad un *momento di dipolo elettrico indotto* al dielettrico considerato:

$$|\mathbf{M}| = PAd = PV, \quad (8.5)$$

dove  $V = Ad$  è il volume. Quindi  $P$  non è altro che il modulo del vettore momento di dipolo elettrico indotto per unità di volume:

$$\mathbf{P} = \frac{\mathbf{M}}{V}. \quad (8.6)$$

Definiamo ora una nuova quantità  $\mathbf{D}$ , descritta in termini delle cariche effettivamente presenti sui piatti del condensatore, chiamata *induzione dielettrica* (o *spostamento dielettrico*) data da:

$$|\mathbf{D}| = \sigma. \quad (8.7)$$

In un mezzo dielettrico, utilizzando la (8.3) e la (8.4), si ha quindi:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_s \mathbf{E} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}. \quad (8.8)$$

Si ha quindi che il campo elettrico in un mezzo dielettrico può essere descritto da due grandezze scegliendo tra  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{P}$ .

Per collegare ora questa descrizione macroscopica con una microscopica osserviamo che  $\mathbf{M}$  può essere calcolato anche a partire dalla configurazione delle cariche elementari costituenti la sostanza in esame; quindi dalle (8.8) e (8.5) si ottiene:

$$\varepsilon_s - 1 = \frac{\mathbf{M}}{\varepsilon_0 V \mathbf{E}} = \frac{\mathbf{P}}{\mathbf{E} \varepsilon_0}, \quad (8.9)$$

che fornisce la connessione tra descrizione macroscopica e quella microscopica [35].

## 8.2 Campi dipendenti dal tempo

Si consideri ora il caso in cui i campi sono variabili nel tempo. Come nel caso statico il dielettrico verrà polarizzato dal campo, ma a causa dell'inevitabile inerzia del materiale in

presenza di forze esterne variabili, la polarizzazione non seguirà esattamente la variazione del campo elettrico forzante  $\mathbf{E}$ . Anche applicando istantaneamente un campo elettrico costante,  $\mathbf{P}$  raggiungerà comunque in modo graduale il suo valore statico.

Come nel caso statico, sono necessari due tra le tre grandezze fisiche  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{P}$  e  $\mathbf{E}$  per descrivere il campo elettrico all'interno del dielettrico, usualmente si scelgono il campo elettrico e il vettore spostamento dielettrico. Per quest'ultima l'espressione (8.7) continuerà a valere come il terzo membro della (8.8) che lega  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{P}$ , ma il secondo membro della (8.8) dovrà essere generalizzata.

Per ottenere tale generalizzazione si consideri inizialmente un campo elettrico del tipo:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos \omega t, \quad (8.10)$$

dove  $\omega$  è la frequenza del campo applicato. Se un tale campo agisce per un tempo sufficientemente lungo, anche  $\mathbf{D}$  assumerà un andamento periodico nel tempo, ma non necessariamente in fase con  $\mathbf{E}$ . In generale si avrà quindi:

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}_0 \cos(\omega t - \delta) = \mathbf{D}_1 \cos \omega t + \mathbf{D}_2 \sin \omega t, \quad (8.11)$$

dove

$$\mathbf{D}_1 = \mathbf{D}_0 \cos \delta, \quad \mathbf{D}_2 = \mathbf{D}_0 \sin \delta. \quad (8.12)$$

Generalmente  $\mathbf{D}_0$  è proporzionale ad  $\mathbf{E}_0$ , ma il loro rapporto dipende dalla frequenza. Si introducono quindi due differenti permittività relative  $\varepsilon_r'(\omega)$  e  $\varepsilon_r''(\omega)$  definite dalle seguenti relazioni:

$$\mathbf{D}_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_r' \mathbf{E}_0, \quad \mathbf{D}_2 = \varepsilon_0 \varepsilon_r'' \mathbf{E}_0. \quad (8.13)$$

Utilizzando la (8.12) e la (8.13) segue:

$$\tan \delta = \frac{\varepsilon_r''}{\varepsilon_r'}. \quad (8.14)$$

Al tendere a zero della frequenza questa descrizione deve restituire gli stessi risultati della (sez. 8.1), implicando quindi:

$$\varepsilon_r'(\omega) \rightarrow \varepsilon_s, \quad \varepsilon_r''(\omega) \rightarrow 0, \quad \text{per } \omega \rightarrow 0 \quad (8.15a)$$

$$\varepsilon_r'(\omega) \rightarrow \varepsilon_\infty, \quad \varepsilon_r''(\omega) \rightarrow 0, \quad \text{per } \omega \rightarrow \infty, \quad (8.15b)$$

dove  $\varepsilon_\infty$  è *costante dielettrica relativa a frequenza infinita* del materiale considerato.

Tutte le precedenti equazioni possono essere riscritte in una forma più compatta introducendo la permittività complessa relativa:

$$\varepsilon_r(\omega) = \varepsilon_r'(\omega) - j\varepsilon_r''(\omega) \quad (8.16)$$

e sostituendo la (8.10) con:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{j\omega t}. \quad (8.17)$$

Utilizzando la (8.16) nella:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E}, \quad (8.18)$$

si ottiene la generalizzazione cercata.

Una ulteriore generalizzazione si ottiene considerando il caso di un carico di cottura non ideale ovvero che presenti conducibilità non nulla ( $\sigma_d \neq 0$ ). In tal caso, le equazioni di Maxwell definiscono la densità di corrente, in termini di conducibilità e induzione dielettrica, espressa nella relazione:

$$\mathbf{J}_t = \sigma_d \mathbf{E} + \frac{\partial \sigma}{\partial t} = \sigma_d \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}. \quad (8.19)$$

Applicando la trasformata di Fourier ad entrambi i membri della (8.19) si ottiene la risposta nel dominio delle frequenze [35]:

$$\mathbf{J}_t(\omega) = \sigma_d \mathbf{E}(\omega) + j\omega \mathbf{D}(\omega) \quad (8.20a)$$

$$= [\sigma_d + j\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r(\omega)] \mathbf{E}(\omega). \quad (8.20b)$$

Usando la (8.8), e notando che la trasformata della polarizzazione è:

$$\mathbf{P}(\omega) = \varepsilon_0 \chi^*(\omega) \mathbf{E}(\omega), \quad (8.21)$$

dove  $\chi^*(\omega)$  è la suscettibilità dielettrica complessa, si ottiene:

$$\mathbf{J}_t(\omega) = \left\{ \sigma_d + j\omega \varepsilon_0 \left[ 1 + \chi'(\omega) - j\chi''(\omega) \right] \right\} \mathbf{E}(\omega) \quad (8.22a)$$

$$= \left\{ \sigma_d + \varepsilon_0 \chi''(\omega) + j\omega \varepsilon_0 \left[ 1 + \chi'(\omega) \right] \right\} \mathbf{E}(\omega). \quad (8.22b)$$

Dalla (8.22) si può comprendere il significato della componente immaginaria  $\chi''(\omega)$  e di quella reale  $\chi'(\omega)$  della suscettibilità complessa  $\chi^*(\omega)$ : la parte reale fornisce la componente della corrente di spostamento che è in quadratura con il campo forzante e quindi non partecipa a nessuna perdita di potenza, mentre la parte immaginaria rappresenta quella parte della corrente in fase con il campo e quindi contribuisce alla perdita dovuta alla presenza del workload; per questa ragione  $\chi''(\omega)$  si chiama anche perdita dielettrica.

Per arrivare ad un'espressione più utile dal punto di vista pratico notiamo che l'espressione nel campo delle frequenze può essere definita anche in termini di permittività complessa  $\varepsilon_r(\omega)$ , dato, che per definizione:

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 + \chi(\omega) \quad (8.23)$$

per cui:

$$\mathbf{D}(\omega) = \varepsilon_0 \varepsilon_r(\omega) \mathbf{E}(\omega) = \varepsilon_0 \left[ 1 + \chi'(\omega) - j\chi''(\omega) \right] \mathbf{E}(\omega), \quad (8.24)$$

nella quale si è trascurato il termine di conducibilità.

Nel caso abbastanza frequente che il carico di cottura possieda diversi meccanismi di polarizzazione coesistenti ma non interagenti in modo apprezzabile fra di loro, la permittività può essere espressa come somma dei contributi dei singoli meccanismi:

$$\varepsilon_r(\omega) = \varepsilon_0 \left\{ 1 + \sum_l \chi'(\omega) - j \sum_l \chi''(\omega) \right\} \equiv \varepsilon_r'(\omega) - j\varepsilon_r''(\omega) \quad (8.25)$$

dove la somma è estesa su tutti gli  $l$  possibili meccanismi di polarizzazione separabili. Si faccia attenzione che con il termine di polarizzazione si considerano tutti quei fenomeni di assorbimento relativi al carico di cottura. Se il campo elettrico applicato varia molto lentamente nel tempo, rispetto al tempo caratteristico del rilassamento  $\tau$ , ( $\omega\tau \ll 1$ ) le molecole si polarizzano fortemente e il materiale è caratterizzato dalla *permittività statica*  $\varepsilon_s$  (ovvero costante dielettrica relativa a frequenza nulla). La permittività statica è definita dalla relazione:

$$C = \frac{S\varepsilon_s\varepsilon_0}{d}, \quad (8.26)$$

dove  $C$  è la capacità di un condensatore a facce piane e parallele di superficie  $S$  e distanti  $d$ , riempito del materiale con costante dielettrica statica  $\varepsilon_s$ .

Se invece il campo elettrico applicato varia rapidamente nel tempo ( $\omega\tau \gg 1$ ), l'inerzia rotazionale delle molecole impedisce loro di seguire le rapide oscillazioni del campo; la permittività relativa del mezzo diminuisce e assume il valore limite  $\varepsilon_\infty$  che può essere interpretato come la polarizzazione statica dei processi dielettrici atomici ed elettronici. In presenza di conducibilità del carico di cottura la (8.22b) mostra che il moto delle cariche nel workload, o meglio la corrente associata a cariche libere nel dielettrico, deve apparire nel risultato finale. Poiché gli strumenti non sono in grado di discriminare fra la risposta dielettrica che non contiene  $\sigma_d$  e quella che effettivamente la contiene, la risposta effettiva misurata sarà la sovrapposizione dei due fenomeni elencati. Si riscrive quindi la (8.22b) nella seguente forma:

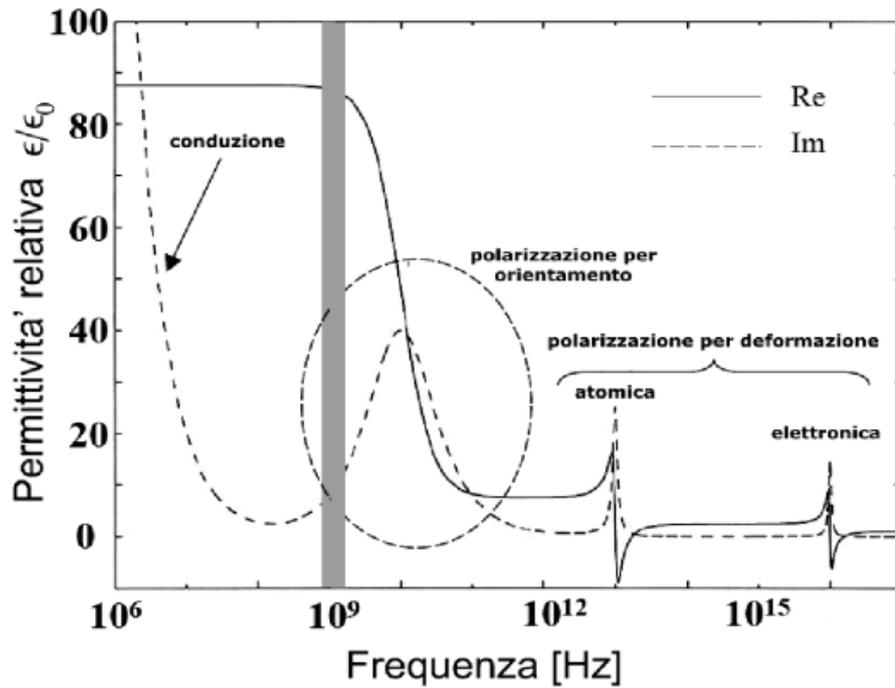
$$\mathbf{J}_t(\omega) = j\omega\varepsilon_{\text{eff}}(\omega)\mathbf{E}(\omega), \quad (8.27)$$

dove  $\varepsilon_{\text{eff}}$  la permittività effettivamente misurata dagli strumenti:

$$\varepsilon_{\text{eff}}(\omega) = \varepsilon_r'(\omega) - j \left\{ \varepsilon_r''(\omega) + \frac{\sigma_d}{\omega} \right\} = \varepsilon_0 \left\{ 1 + \chi'(\omega) - j \left[ \chi''(\omega) + \frac{\sigma_d}{\varepsilon_0\omega} \right] \right\}. \quad (8.28)$$

Abbiamo quindi che la presenza nel dielettrico in esame di una conducibilità non nulla introduce un termine aggiuntivo, immaginario, che diverge per frequenze tendenti a zero (fig. 8.1). Questo nasce dal fatto che la strumentazione non può distinguere fra un processo puramente dielettrico e quello che presenta anche delle correnti di conduzione.

Riprendendo ora in esame le due permittività introdotte precedentemente. La dipendenza lineare tra  $\mathbf{D}$  e  $\mathbf{E}$  fa sì che  $\varepsilon_r'$  ed  $\varepsilon_r''$  non siano totalmente indipendenti tra loro, ma



**Figura 8.1:** Andamento tipico della permittività complessa relativa in funzione della frequenza. Sono mostrate le regioni in cui è dominante l'effetto della conducibilità, della polarizzazione per orientamento, di quella atomica e di quella elettronica. La banda delle frequenze assegnate alle applicazioni industriali è evidenziata in grigio

che soddisfino le seguenti relazioni, dette di Kramers-Kronig [77]:

$$\varepsilon_r'(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \varepsilon_r''(\mu) \frac{\mu}{\mu^2 - \omega^2} d\mu \quad (8.29a)$$

$$\varepsilon_r''(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} [\varepsilon_r'(\mu) - \varepsilon_{\infty}] \frac{\omega}{\mu^2 - \omega^2} d\mu. \quad (8.29b)$$

### 8.3 Polarizzabilità

Per comprendere meglio il concetto di polarizzazione di un dielettrico è necessario capire come un campo locale agisce sulla configurazione atomica, molecolare e strutturale di un sistema complesso come quello di un carico di cottura. Le molecole possono essere divise in due classi, *polari* (acqua, grassi, proteine e zuccheri) e *non polari*, a seconda che possiedano o no un *momento di dipolo elettrico*  $\mu$  nel loro stato fondamentale.

Un campo elettrico locale  $\mathbf{E}_1$  influenzerà una molecola in vari modi. Per prima cosa perturberà la rotazione libera del dipolo permanente eventualmente presente (polarizzazione per *orientamento*) (fig. 8.1); in secondo luogo indurrà un ulteriore momento di dipolo tramite lo spostamento elastico degli elettroni rispetto ai nuclei (polarizzazione *elettronica*) (fig. 8.1), ed in minor parte tramite lo spostamento dei nuclei tra di loro (polarizzazione

atomica) (fig. 8.1). Il momento di dipolo totale della molecola sarà quindi in generale pari a:

$$\mathbf{m} = \alpha_T \mathbf{E}_1 \quad (8.30)$$

dove la quantità  $\alpha_T$ , detta *polarizzabilità totale*, è la somma di tre termini corrispondenti rispettivamente ai tre diversi meccanismi appena elencati:

$$\alpha_T = \alpha_o + \alpha_e + \alpha_a. \quad (8.31)$$

La (8.30) può anche essere riscritta come:

$$\mathbf{m} = \mu + \alpha \mathbf{E}_1 \quad (8.32)$$

con  $\alpha = \alpha_a + \alpha_e$ . In una molecola anisotropa (cioè con differenti polarizzabilità lungo differenti assi) non sempre il momento di dipolo indotto ha la stessa direzione del campo  $\mathbf{E}_1$ ; in tal caso  $\alpha$  è una quantità tensoriale e non scalare. Sarà comunque uno scalare il suo valore medio, ottenuto permettendo alla molecola di assumere tutte le possibili direzioni rispetto al campo.

## 8.4 Il modello di Debye

In questa sezione si considera il comportamento dielettrico di un mezzo che manifesti un ritardo osservabile se sollecitato da forze esterne variabili. Tale ritardo è definito con il termine di *rilassamento*. Inoltre vedremo le equazioni che descrivono la dipendenza dalla frequenza della permittività complessa  $\varepsilon_r(\omega)$  in soluzioni diluite di dipoli nei liquidi e nei solidi, ovvero in presenza di un solo tempo di rilassamento. Tali equazioni furono definite per la prima volta da Debye ma la loro applicazione rimase ristretta a poche semplici sostanze; costituiscono comunque il punto di partenza per descrivere fenomeni più complessi di quelli appena accennati.

È comodo classificare i vari processi di polarizzazione, dall'elettronico a quello per orientamento, in funzione dei loro tempi caratteristici. La polarizzazione elettronica ed atomica sono processi veloci, con tempi caratteristici inferiori a  $10^{-14}$  secondi (quindi un range di frequenza corrispondenti all'ultravioletto). Il tempo richiesto, invece, per un orientamento dipolare è generalmente più lungo e dipende criticamente dalle condizioni esterne.

Consideriamo ora un modello matematico adeguato a spiegare i vari processi introdotti. Nel modello di *Debye* il rilassamento è visto come un ritardo  $\tau$  nell'orientazione delle molecole causato dalla variazioni del campo esterno:

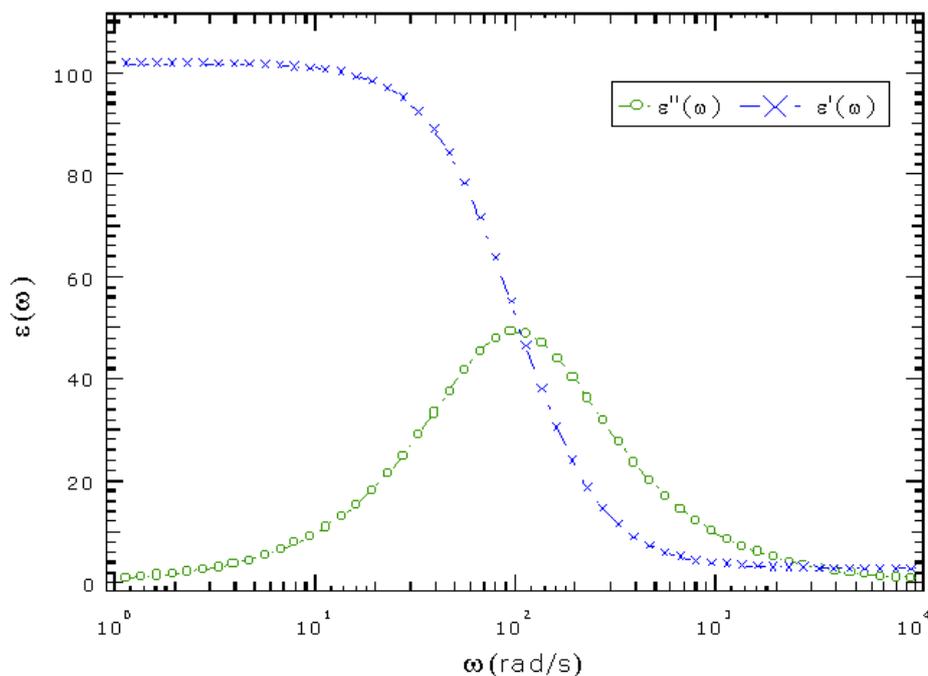
$$\varepsilon_r(\omega) - \varepsilon_\infty = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + j\omega\tau}. \quad (8.33)$$

La (8.33) può anche essere riscritta separando le parti reale ed immaginaria in modo tale da ottenere le cosiddette *formule di dispersione* di Debye il cui andamento con la frequenza

è mostrato in (fig. 8.2).

$$\varepsilon_r'(\omega) = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + \omega^2\tau^2}, \quad (8.34a)$$

$$\varepsilon_r''(\omega) = \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2}. \quad (8.34b)$$



**Figura 8.2:** Andamento in frequenza della  $\varepsilon_r'$  e della  $\varepsilon_r''$  per un rilassamento alla Debye, con  $\tau = 0.01s$ ,  $\Delta\varepsilon \equiv \varepsilon_s - \varepsilon_\infty = 99$ ,  $\varepsilon_\infty = 3$

Il rilassamento di Debye appena visto è in realtà idoneo a descrivere solo alcuni casi, come ad esempio quello di soluzioni diluite di dipoli in liquidi o in solidi, in cui si ha un singolo tempo di rilassamento ovvero la risposta del campione all'applicazione di un campo esterno. Molti sistemi complessi, non soddisfano però tale condizione, e danno luogo ad una *distribuzione* di tempi di rilassamento, ognuno dei quali dà un contributo di tipo Debye alle  $\varepsilon_r'$  ed  $\varepsilon_r''$ . Nella prossima sezione discuteremo brevemente appunto queste situazioni.

## 8.5 Distribuzione dei tempi di rilassamento

La funzione descritta da Debye riesce a spiegare bene il comportamento dielettrico di materiali in cui il tempo di rilassamento è unico. In molti casi reali, tuttavia, si osservano delle deviazioni dal modello di Debye. Per esempio in sistemi di macromolecole la dinamica delle singole particelle si combina con la dinamica di interi gruppi. Questa situazione dà luogo a una distribuzione di tempi di rilassamento. Per questi sistemi è necessario

sviluppare una serie di equazioni, per lo più di natura empirica, in grado di descrivere una più vasta gamma di materiali.

Fra le varie funzioni empiriche non si può non menzionare quella di *Cole e Cole* [13]:

$$\varepsilon_r(\omega) - \varepsilon_\infty = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + (j\omega\tau)^\alpha}, \quad (8.35)$$

dove  $\alpha$  è un parametro empirico compreso fra 0 e 1. Per  $\alpha = 1$  la funzione di Cole e Cole coincide con il rilassamento alla Debye mentre per  $\alpha$  piccolo la funzione mostra un allargamento simmetrico rispetto ad un andamento alla Debye. Questa funzione è stata utilizzata con successo per molti materiali polari [13].

In un altro studio *Davidson e Cole* [23] scoprirono che un gruppo di liquidi polari non erano rappresentabili attraverso la (8.35) e proposero la loro equazione:

$$\varepsilon_r(\omega) - \varepsilon_\infty = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{(1 + j\omega\tau)^\beta}, \quad (8.36)$$

dove l'allargamento su  $\varepsilon_r''$  è determinato da  $\beta$  ( $0 < \beta < 1$ ) ed è asimmetrico rispetto a Debye.

Più avanti negli anni, *Havriliak e Negami* [44], analizzando dei dati di alcuni polimeri, in particolare policarbonati, scoprirono che né la (8.35) e né la (8.36) erano in grado di rappresentarli. Si giunse a così ad una più generale funzione dielettrica:

$$\varepsilon_r(\omega) - \varepsilon_\infty = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{(1 + (j\omega\tau)^\alpha)^\beta}. \quad (8.37)$$

La (8.37) per definizione è composizione delle precedenti equazioni dielettriche (8.33, 8.35, 8.36); la sua peculiarità sta nel fatto di riuscire a modulare, al variare dei parametri empirici  $\alpha$  e  $\beta$  le proprietà delle precedenti espressioni. Si può infatti notare che la funzione di Havriliak Negami si riduce alla Cole e Cole per  $\alpha = 1$ , alla Davindson Cole per  $\beta = 1$  e alla Debye per  $\alpha = 1$  e  $\beta = 1$ .

## 8.6 Modello del carico di cottura utilizzato

Dai modelli (8.33, 8.35, 8.36) si evince che non viene considerata la dipendenza della permittività complessa relativa dalla temperatura e concentrazione ionica. Dunque non utili ai fini della costruzione di un modello multifisico 3D in cui elettromagnetismo e termodinamica sono accoppiate. Volendo tener conto della dipendenza da frequenza, temperatura e concentrazione ionica, nella letteratura i parametri  $\varepsilon_s$ ,  $\varepsilon_\infty$  e  $\tau$  vengono descritti empiricamente tramite espressioni polinomiali di fitting [51, 104, 113, 55, 31].

L'utilizzo, in COMSOL Multiphysics, di funzioni complesse con i parametri descritti tramite espressioni polinomiali è complicato, mentre è risultato più semplice adottare il modello *Grace e Carol* [78]:

$$\varepsilon_r'(T, f) = p_{00} + p_{10}T + p_{01}f, \quad (8.38a)$$

$$\varepsilon_{reff}''(T, f) = p_{00} + p_{10}T + p_{01}f + p_{11}Tf + p_{02}f^2. \quad (8.38b)$$

Il modello (8.38) si basa su prove empiriche ed espressioni polinomiali di fitting nell'intervallo di frequenza  $0.2 \div 3.2GHz$ .

Il carico di cottura considerato, nel modello multifisico 3D realizzato in COMSOL, è un contenitore in Pyrex di forma cilindrica, all'interno del quale è stata posta dell'acqua distillata (fig. 8.5). Quest'ultima è stata considerata solida e quindi si è trascurata la fluidodinamica.

Nel caso del Pyrex la permittività complessa relativa effettiva è [67]:

$$\varepsilon_{ref} = 4.05 - j0.005. \quad (8.39)$$

Nel caso dell'acqua distillata i coefficienti di regressione di (8.38a) e (8.38b) sono rispettivamente riportati in tabella 8.1 e tabella 8.2.

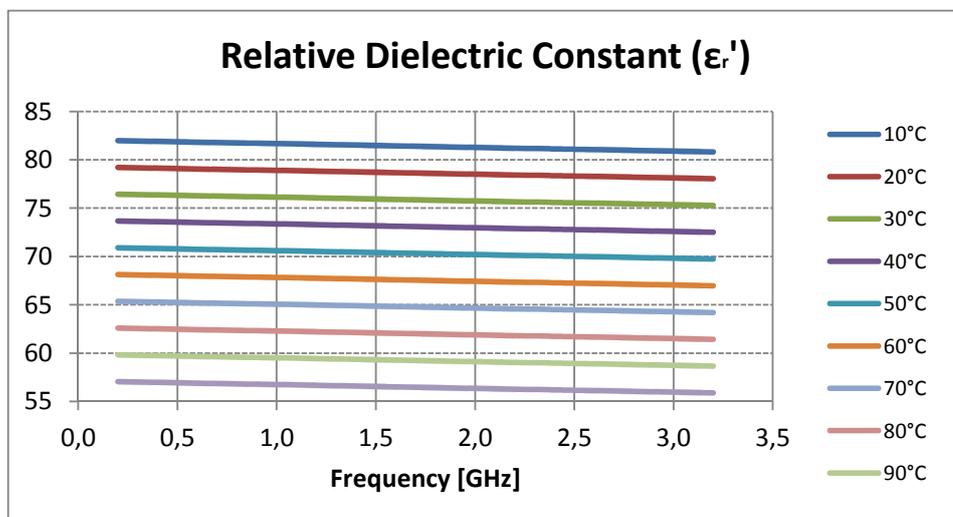
$p_{00}$	$p_{10}$	$p_{01}$
84.830	-0.277	-0.389

**Tabella 8.1:** Parametri del modello per la stima della costante  $\varepsilon'_r(T, f)$  nell'intervallo di frequenza  $0.2 \div 3.2GHz$

$p_{00}$	$p_{10}$	$p_{01}$	$p_{11}$	$p_{02}$
0.4535	-0.003	4.013	-0.0343	0.0743

**Tabella 8.2:** Parametri del modello per la stima della costante  $\varepsilon''_{ref}(T, f)$  nell'intervallo di frequenza  $0.2 \div 3.2GHz$

Mentre l'andamento della  $\varepsilon'_r(T, f)$  e  $\varepsilon''_{ref}(T, f)$ , in funzione della frequenza e per diverse temperature, è riportato in fig. 8.3 e fig. 8.4.



**Figura 8.3:** Andamento della  $\varepsilon'_r(T, f)$  in funzione della frequenza e per diverse temperature

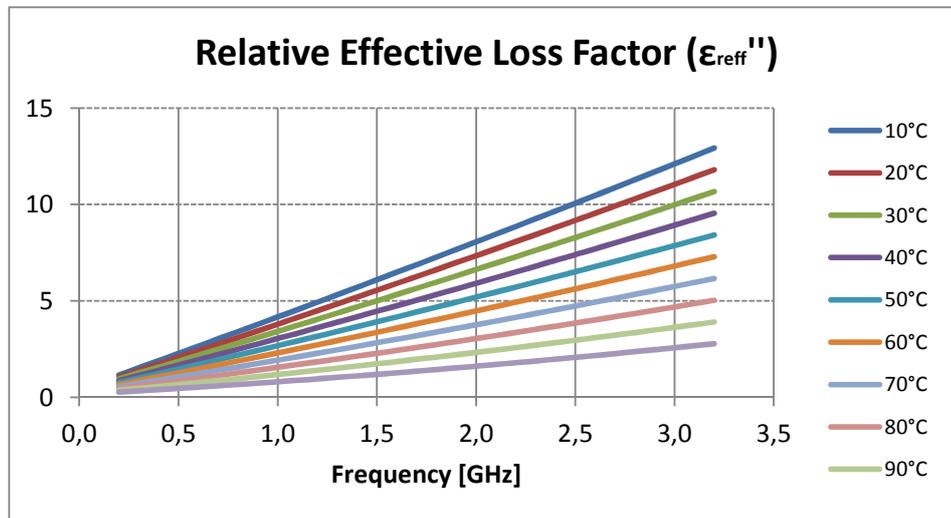


Figura 8.4: Andamento della  $\epsilon''_{reff}(T, f)$  in funzione della frequenza e per diverse temperature

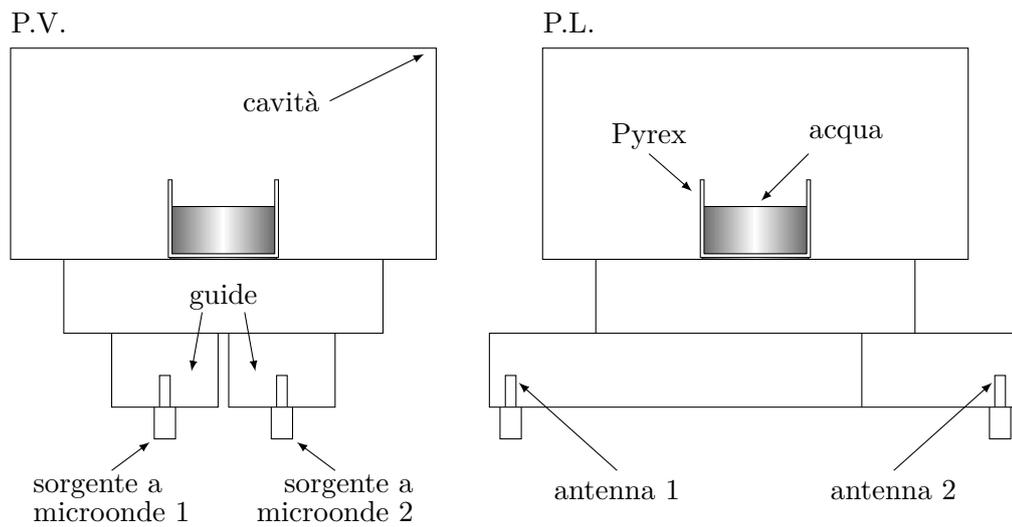


Figura 8.5: Configurazione del sistema utilizzato nelle simulazioni; il bicchiere è in Pyrex mentre l'acqua è stata considerata solida



---

## Il riscaldamento a microonde

---

Dalla cottura del pane alla sterilizzazione degli alimenti, la maggior parte delle differenze tra le prestazioni di un processo di riscaldamento a microonde e la sua controparte di riscaldamento convenzionale possono essere attribuite a: come varia la temperatura nel tempo e alla sua variazione nel volume del carico cottura. Il sapore adeguato di una pietanza o l'umidità eccessiva possono essere attribuiti alla stessa causa. Pertanto, l'andamento della temperatura nel tempo e la sua variazione nel volume del workload sono di fondamentale importanza nello sviluppo del processo di cottura a microonde. Una moltitudine di fattori, che riguardano il carico di cottura e la camera di cottura, determinano il livello di assorbimento delle microonde e la loro variazione nello spazio [22, 68, 67]. Ulteriori proprietà dell'alimento, come la densità, calore specifico e conducibilità termica, nonché le condizioni ambientali esterne al cibo (condizioni al contorno), determinano l'andamento della temperatura nel tempo e la sua variazione nel volume.

Fondamentalmente, nel riscaldamento a microonde il calore viene generato all'interno del materiale (riscaldamento volumetrico) a seguito dell'interazione con il campo elettromagnetico (sez. 8). Quindi non c'è flusso di calore che attraversa la superficie del carico di cottura e diffonde al suo interno. Inoltre, il riscaldamento volumetrico è fondamentalmente non uniforme e dipende da molte caratteristiche degli alimenti e del forno. Nel caso del riscaldamento convenzionale, il calore fornito dall'esterno deve attraversare la superficie del workload e diffondere al suo interno; la velocità del processo di riscaldamento è determinata dalle caratteristiche della pietanza (calore specifico, conducibilità termica e densità) e dalle condizioni al contorno (temperatura dell'ambiente circostante). Anche il riscaldamento convenzionale non è uniforme (la superficie, in particolare i bordi e gli spigoli del carico, è molto più calda della parte interna) e la temperatura del cibo tende asintoticamente a quella del forno. Le caratteristiche del riscaldamento a microonde,

confrontate con quelle del riscaldamento convenzionale, sono già state presentate nella sezione (2.2).

Il riscaldamento a microonde è utilizzato in diverse applicazioni (ceramica, polimeri, rifiuti pericolosi e applicazioni biomediche) oltre a quella alimentari e ciascuna ha i suoi aspetti peculiari.

I concetti generali che coinvolgono il trasferimento di calore e di massa durante il riscaldamento a microonde sono stati studiati in diversi articoli [26, 131, 42, 96]; in questo lavoro di ricerca ci si limiterà a considerare il trasferimento di calore nelle applicazioni che riguardano gli alimenti.

Come si avrà modo di vedere, il riscaldamento a microonde è un processo intrinsecamente complesso e quello che segue sono descrizioni semplificate del trasferimento di calore dei fenomeni fisici osservati comunemente nel settore alimentare.

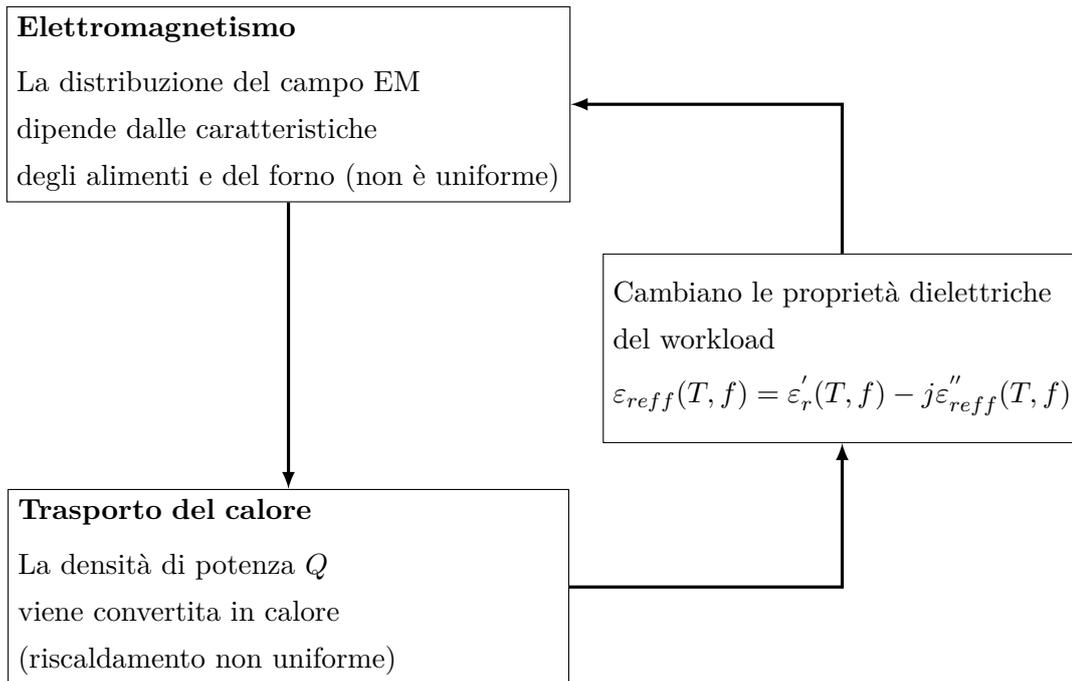
## 9.1 Descrizione del problema elettromagnetico e termico accoppiato

Come si è visto nella sezione (8), le molecole polari e gli ioni sono le componenti primarie degli alimenti che assorbono le microonde, portando al riscaldamento volumetrico. La densità di potenza  $Q$  viene convertita in calore all'interno del carico durante il riscaldamento ed è correlata all'intensità del campo elettrico (1.38), la cui distribuzione spaziale è abbastanza complessa in un forno a microonde (sez. 6).

In un problema 3D, per descrivere accuratamente il trasporto di calore dovremmo avere: la distribuzione spaziale della densità di potenza nel cibo dalla distribuzione del campo elettrico e successivamente utilizzarla per determinare il trasporto di calore. Con l'aumentare della temperatura nel cibo le proprietà dielettriche del workload cambiano; quindi, l'entità e la distribuzione del campo elettromagnetico all'interno della camera di cottura nonché la densità di potenza all'interno della pietanza, possono cambiare nel tempo in modo significativo [129, 22]. Dunque, elettromagnetismo e trasporto del calore risultano essere accoppiati, come evidenziato nello schema riportato in fig. 9.1.

Lo studio del problema elettromagnetico e termico accoppiato in una o due dimensioni dello spazio non è adeguato per una cavità di cottura a microonde tridimensionale, perché i modi variano nelle tre direzioni dello spazio dando origine ad onde parzialmente stazionarie nello spazio. Generalmente, tali studi sono in grado di dare solo risultati qualitativi che sono insufficienti per lo studio, l'analisi, l'ottimizzazione ed il tuning del processo di riscaldamento a microonde degli alimenti [80].

In particolare, scopo di questo lavoro di ricerca è la determinazione di un modello che non sia più complesso di quanto strettamente necessario, il più semplice possibile, ma abbastanza accurato da cogliere come evolve la temperatura di un carico 3D; al fine di



**Figura 9.1:** Schema concettuale che evidenzia come elettromagnetismo e trasporto del calore siano accoppiati nel riscaldamento a microonde

verificare come un adeguato design possa favorire l'obiettivo del riscaldamento uniforme del workload.

Il primo passo da compiere per raggiungere questo obiettivo è la soluzione, per via numerica, del problema elettromagnetico e termico accoppiato in una cavità tridimensionale contenente un carico di cottura. Per questo motivo si è utilizzato un software capace di risolvere, in tre dimensioni, i due problemi che sono nettamente diversi fra loro ma accoppiati. Solo una volta nota la soluzione del problema accoppiato è possibile iniziare la determinazione di un modello semplificato.

## 9.2 Riscaldamento a microonde non uniforme

### Disuniformità dovuta alla distribuzione del campo EM

Il riscaldamento a microonde è fondamentalmente non uniforme. Perché, l'onda EM che attraversa un materiale dielettrico con perdite cede energia e via via si attenua durante il suo percorso all'interno del workload (sez. 1.8), determinando un assorbimento di energia non uniforme da parte del carico.

Inoltre la distribuzione del campo EM all'interno della camera di cottura è intrinsecamente non uniforme [67, 10]. Lo scenario si complica ulteriormente in relazione a forma, dimensioni e posizione del carico di cottura nonché geometria e dimensioni della cavità (sez. 6) [67].

### Disuniformità dovuta alle variazioni nello spazio e nel tempo delle proprietà dielettriche

Le variazioni di composizione e temperatura (sez. 8) degli alimenti, che si presentano inizialmente o che si sviluppano durante il riscaldamento, contribuiscono all'assorbimento non uniforme di energia nello spazio [22]. Un esempio è lo scongelamento a microonde, gli strati esterni possono scongelare prima poiché l'esterno assorbe tipicamente più energia. Una volta che il materiale scongela, l'assorbimento di energia per perdite dielettriche aumenta enormemente, la fig. 9.2 e la fig. 9.3 mostrano rispettivamente la variazione della costante dielettrica relativa e del fattore di perdita dielettrico relativo effettivo, del purè di patate in funzione della temperatura [100]. I risultati indicano che la costante  $\epsilon'$  e il

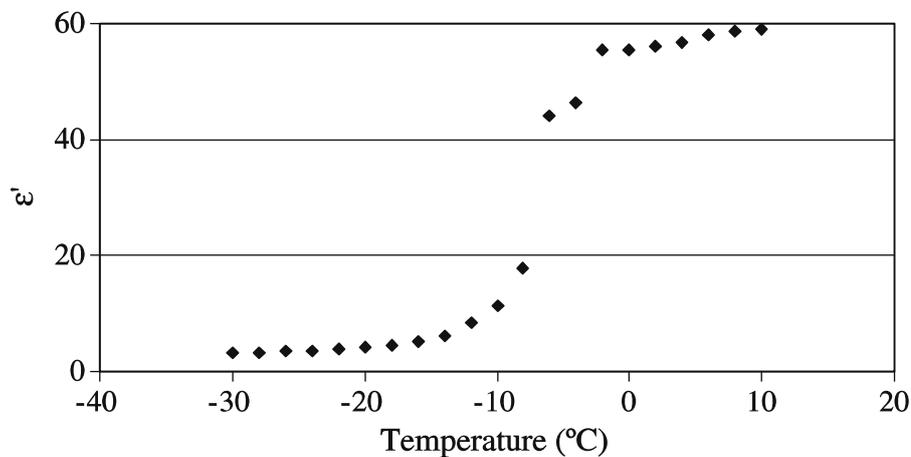


Figura 9.2: Variazione della  $\epsilon'(T, f)$  in funzione della temperatura del purè di patate

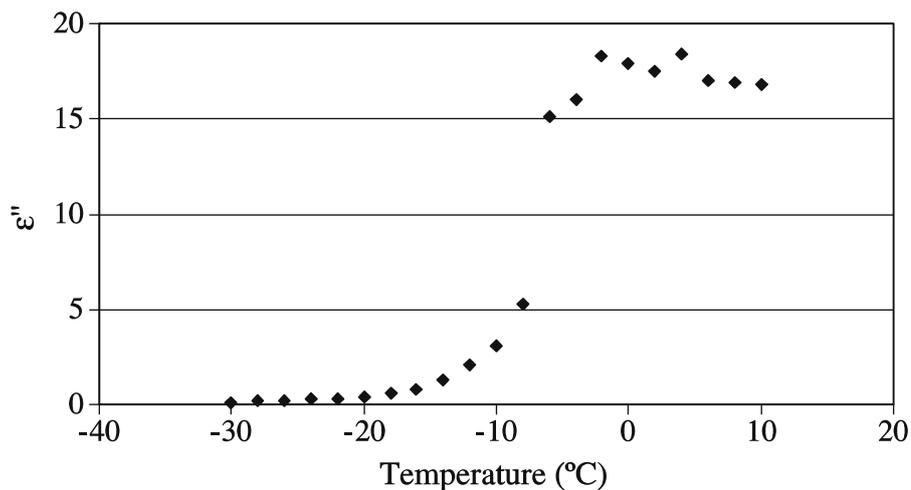


Figura 9.3: Variazione della  $\epsilon''(T, f)$  in funzione della temperatura del purè di patate

fattore  $\epsilon''$  del campione di purè di patate aumentano esponenzialmente con l'aumentare della temperatura, tale fenomeno prende il nome di “thermal runaway” [22]. In molti casi, specie in corrispondenza di un cambiamento di stato, la crescita di  $\epsilon''$  è molto rapida e gra-

dienti di temperatura elevati inducono stress termici che possono danneggiare il workload (surriscaldamento, bruciature). Gli strati esterni scongelati, essenzialmente schermano gran parte dell'energia a microonde e l'entità del riscaldamento all'interno diminuisce significativamente. Tale fenomeno noto come “thermal runaway” che esalta ulteriormente il riscaldamento non uniforme ed innesca un processo a catena che può sciupare il materiale non è stato preso in considerazione nel modello multifisico 3D realizzato in COMSOL.

La non uniformità del riscaldamento, dovuta alla variazione di temperatura durante il riscaldamento, si riscontra anche negli alimenti salati dove l'assorbimento dell'energia delle microonde aumenta con la temperatura a causa di un incremento della conduzione elettrica  $\sigma_d$  (componente di conduzione ionica del dielettrico).

Nel caso di un processo di essiccazione, l'umidità viene tipicamente maggiormente persa dalle regioni esterne. Quindi, l'assorbimento di energia nelle regioni esterne disidratate si riduce e le microonde vengono assorbite maggiormente nelle regioni più umide, con conseguente aumento dell'efficienza del processo [22].

### 9.3 Valutazione quantitativa del riscaldamento non uniforme

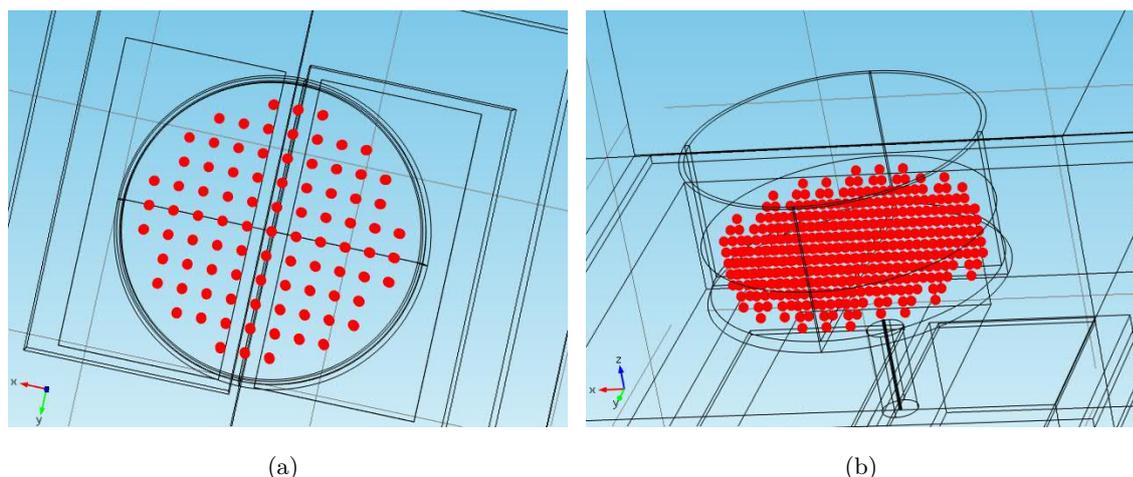
Nell'ambito del riscaldamento a microonde si parla comunemente di “riscaldamento a microonde non uniforme”. Questa espressione è utilizzata anche in questo lavoro di ricerca ed è importante notare che non esiste una definizione universale per la valutazione quantitativa della disuniformità di riscaldamento [22]. Anche la variabile d'interesse non è universale, a volte “disuniformità” si riferisce alla non uniformità del campo elettrico, mentre altre volte ci si riferisce alla non uniformità della temperatura. Possono essere definiti diversi indici di disuniformità della temperatura e il più semplice, soprattutto quando si utilizzano dei dati sperimentali, può essere definito in termini di intervallo di temperatura, cioè:

$$T_{nu,range} = T_{max} - T_{min} \quad (9.1)$$

dove  $T_{nu,range}$  è la differenza tra il valore massimo e il valore minimo della distribuzione di temperatura nel volume del carico di cottura.

Il campo di variazione (9.1) si è dimostrato non essere un buon indice di variabilità per il carico di cottura 3D simulato, in quanto risente di eventuali valori anomali di temperatura influenzati, ad esempio, dalla presenza di hot spot e cold spot. Nel caso in esame, si è preferito considerare indici di dispersione più robusti per descrivere sinteticamente la distribuzione di temperatura nel volume d'acqua distillata (in modo particolare la misura con la quale i suoi valori sono distanti da un valore centrale), quali la varianza e la deviazione standard.

Per studiare l'uniformità della temperatura nel workload si è considerata una matrice di punti 3D, uniformemente distribuiti all'interno del volume d'acqua (fig. 9.4). La matrice



**Figura 9.4:** Matrice 3D di punti uniformemente distribuiti all'interno di 250cc di acqua distillata; vista in pianta (a) e vista assonometrica (b)

di punti ha sezione circolare e la sua circonferenza dista dalla superficie esterna del volume d'acqua distillata, due volte lo spessore di penetrazione (sez. 1.8):

$$2\delta_{pH2O} = \frac{1}{\alpha} = 8.72mm. \quad (9.2)$$

Alla distanza calcolata in (9.2) la potenza sarà diminuita dell'87%.

Nell'intervallo di tempo di 60s si è effettuata un'analisi della distribuzione di temperatura della matrice di punti 3D (fig. 9.5); si evince che ad ogni secondo la temperatura presenta una distribuzione prossima a quella di una funzione gaussiana. Quindi, i punti considerati sono *casuali* e di *numerosità* sufficientemente grande [73].

Per descrivere la distribuzione di temperatura nel carico è stata scelta la varianza:

$$T_{nu,var} = \sigma_T^2. \quad (9.3)$$

Per valutare l'uniformità della temperatura nell'intero intervallo di tempo di 60s, si è considerata la media delle varianze di temperatura (9.3):

$$mean(\sigma_T^2) = \frac{1}{60} \sum_{i=1}^{60} \sigma_{T_i}^2. \quad (9.4)$$

## 9.4 Equazione generale del riscaldamento a microonde

L'equazione di conservazione dell'energia per il riscaldamento a microonde deve tenere conto del bilancio energetico elementare, ossia, l'energia di qualunque tipo depositata all'interno del workload deve uguagliare la variazione della sua energia termica. Deve tener conto dei flussi termici convettivi e diffusivi dovuti alla presenza nel carico di acqua, di gradienti termici e deve tener conto della evaporazione interna. Si ricorda che le proprietà dielettriche e termodinamiche del workload possono variare con la temperatura.

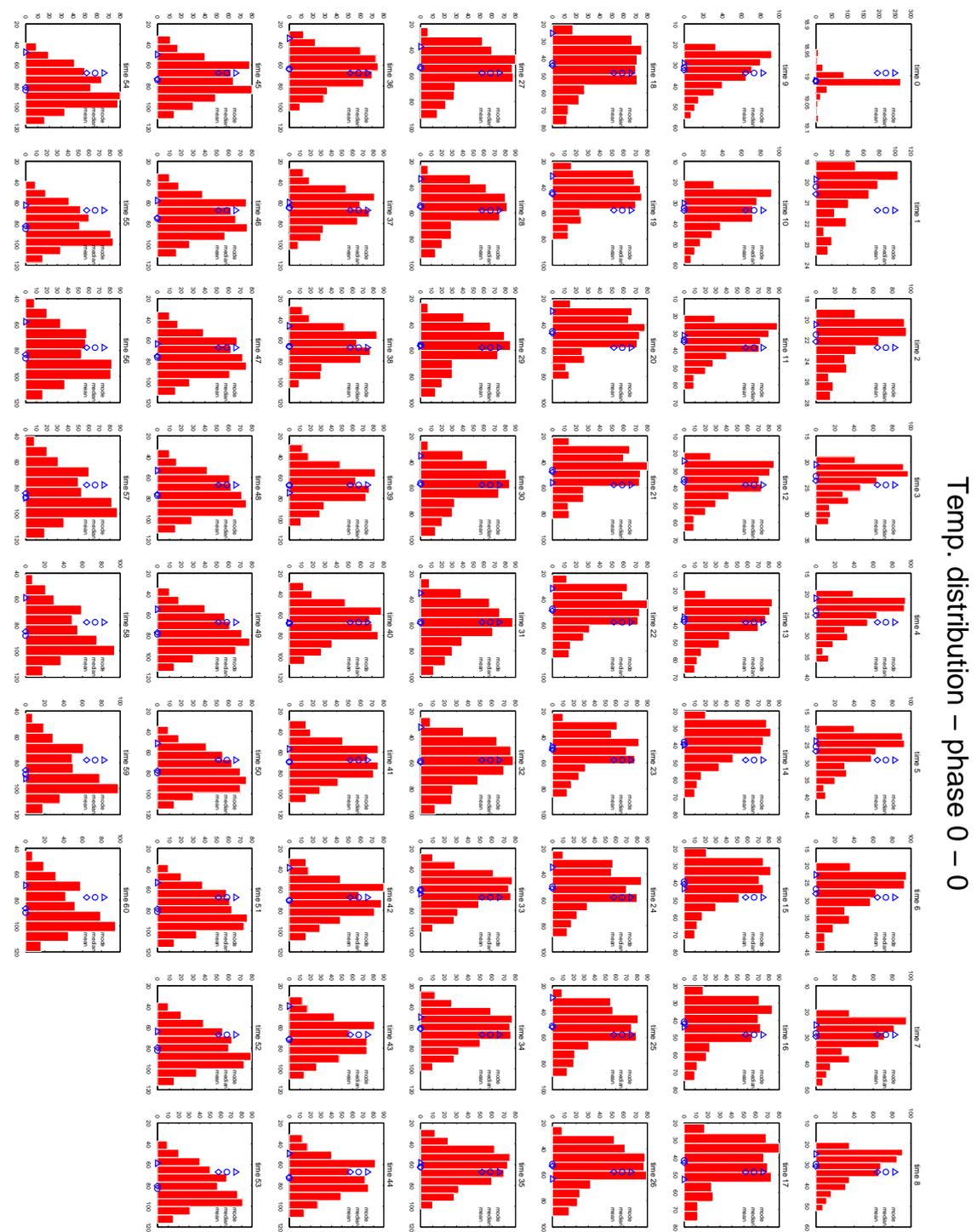


Figura 9.5: Analisi distribuzione di temperatura della matrice di punti 3D nell'intervallo di tempo di 60s nel caso di 250cc di acqua distillata

L'equazione di conservazione dell'energia per il riscaldamento a microonde utilizza come termine sorgente di calore la densità di potenza  $Q$  della (1.38), come mostrato nella seguente equazione monodimensionale [22]:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c_p v_x \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \frac{\partial M_l}{\partial t} L_h + Q, \quad (9.5)$$

dove:

$T(x, t) \equiv$  temperatura ( $K$ );

$\rho \equiv$  densità del materiale ( $Kgm^{-3}$ );

$c_p \equiv$  calore specifico ( $JKg^{-1}K^{-1}$ );

$v_x \equiv$  velocità di diffusione ( $ms^{-1}$ );

$k \equiv$  conducibilità termica ( $Wm^{-1}K^{-1}$ );

$Q \equiv$  densità di potenza ( $Wm^{-3}$ );

$L_h \equiv$  calore latente di evaporazione ( $JKg^{-1}$ );

$M_l \equiv$  densità dell'acqua nella fase liquida ( $Kgm^{-3}$ ).

Ai fini della semplificazione e sottolineando l'aspetto generazione del calore a microonde, le proprietà termiche come la conducibilità termica  $k$  sono trattate come costanti nella (9.5), anche se sono funzioni della temperatura  $T$ . Si noti che sebbene la (9.5) descriva un processo di riscaldamento transitorio, il termine della sorgente  $Q$  utilizzato si basa sul valore medio nel tempo del campo elettrico  $E_{0rms}$ . L'utilizzo di un valore medio è giustificato dal fatto che le variazioni nel tempo del campo elettrico sono estremamente veloci (dell'ordine di  $10^{-10}s$ ) rispetto ai tempi caratteristici dei processi di diffusione e convezione termica.

Il termine:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (9.6)$$

della (9.5), descrive l'accumulo di energia nel materiale (densità di calore sensibile).

Il termine:

$$\rho c_p v_x \frac{\partial T}{\partial x} \quad (9.7)$$

della (9.5), descrive i fenomeni convettivi interni (dipende dalla variazione spaziale della temperatura).

Il termine:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (9.8)$$

della (9.5), descrive i fenomeni diffusivi interni.

Il termine:

$$\frac{\partial M_l}{\partial t} L_h \quad (9.9)$$

della (9.5) è il termine energetico relativo al cambiamento di stato (evaporazione interna).

Il termine  $Q$  della (9.5) è il termine sorgente, la densità di potenza media che viene convertita in calore.

L'ordine di grandezza dei singoli meccanismi di trasporto della (9.5) dipende fortemente da molti parametri del forno e del workload, sia elettromagnetici che termici e possono variare nel corso del processo di cottura. L'entità dell'interazione tra i vari meccanismi di trasporto può anche cambiare durante il riscaldamento quando la temperatura e l'umidità negli alimenti cambia o anche perché le dimensioni della camera di cottura variano per adeguarsi alle dimensioni del carico di cottura. Per esempio, all'inizio del processo di riscaldamento, i gradienti termici all'interno degli alimenti possono essere trascurabili, quindi sia il termine di convezione che il termine di diffusione sono piccoli. La diffusione diventa significativa nel momento in cui si sviluppano gradienti di temperatura nel cibo. La convezione diventa importante se il cibo è un liquido. Ad esempio, in un fluido a riposo, gradienti di temperatura creeranno moti turbolenti. La convezione è importante anche negli alimenti che si comportano come un materiale poroso contenente acqua (cibi disidratati o liofilizzati) perché, quando la temperatura dell'alimento sale, l'evaporazione interna e quindi il termine della (9.5) ad essa legato può diventare molto significativa. Tale evaporazione fa aumentare la pressione interna in modo sufficientemente elevato da provocare un flusso condotto di acqua liquida e vapore nel cibo poroso. Dunque, la distribuzione di temperatura dipende dalla diffusione e convezione interna, dalla superficie di scambio termico e dalla distribuzione spaziale della densità di potenza  $Q$ ; ci sono diversi scenari possibili, dove alcuni meccanismi di trasporto diventano più importanti di altri.

Complicazioni sorgono perché la densità di potenza  $Q$ , che è una funzione del campo elettrico e delle proprietà dielettriche, dipende fortemente dai parametri degli alimenti, quali composizione, temperatura, dimensione e forma nonché parametri del forno, come collocazione nella cavità, dimensione e forma, porte di alimentazione dell'energia a MW, generatori a MW, agitatori di campo (stirrers) e piatti rotanti. Quindi,  $Q$  è *generalmente anche una funzione dello spazio* nel cibo. A complicare ulteriormente le cose si ha che  $Q$  *cambia anche con il tempo* all'aumentare della temperatura dei prodotti alimentari, in quanto le proprietà dielettriche sono sensibili alla temperatura (sez. 8.6). Dunque la perdita di umidità e/o redistribuzione che accompagna il riscaldamento è anche in grado di cambiare il modello del riscaldamento in modo significativo.

### Modello semplificato del riscaldamento a microonde

Essendo lo scopo di questo lavoro di ricerca, la determinazione di un modello semplificato del riscaldamento a microonde per studiare la distribuzione di temperatura in un carico 3D, e come un adeguato design possa favorire l'obiettivo del riscaldamento uniforme del workload; si è considerato un contenitore in Pyrex di forma cilindrica, all'interno del quale è stata posta dell'acqua distillata (fig. 8.5). Quest'ultima è stata considerata solida e

quindi si è trascurata la fluidodinamica. Sotto tali ipotesi la (9.5) diventa:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + Q. \quad (9.10)$$

Sviluppi futuri di questo lavoro di ricerca potranno prendere in considerazione ulteriori meccanismi del trasporto e valutare come questi influenzano la distribuzione di temperatura del carico.

## 9.5 Condizioni al contorno del riscaldamento a microonde

La superficie del cibo riscaldato a microonde tipicamente scambia calore tramite convezione naturale ( $h(T - T_\infty)$ ) o forzata. Il coefficiente di scambio termico  $h$  vicino alla superficie sarà discusso più avanti. Quando un materiale umido viene riscaldato, il raffreddamento per evaporazione ( $m_l L_h$ ) in superficie può avere un forte effetto sull'andamento della temperatura (fig. 9.6), dando origine ad un problema di sicurezza microbiologica. Poiché la temperatura esterna, tipicamente, non raggiunge valori elevati (a  $100^\circ \text{C}$  l'acqua

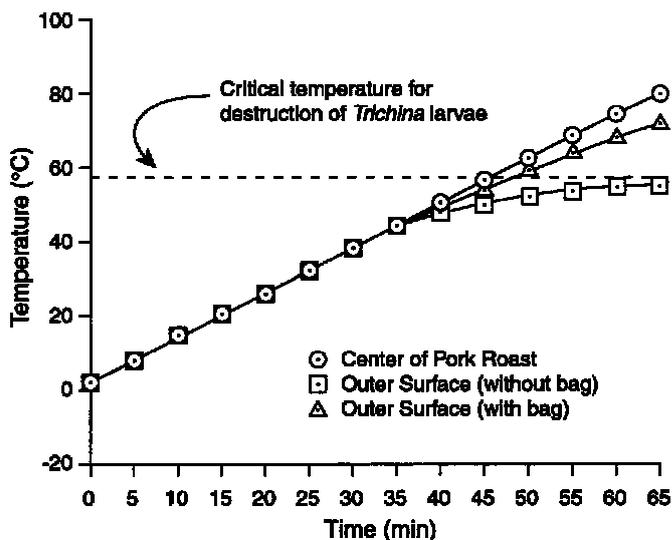


Figura 9.6: L'evaporazione superficiale può portare a problemi di sicurezza microbiologica

bolle), le perdite di calore per irraggiamento termico della superficie del carico ( $\sigma \varepsilon T^4$ ) possono essere trascurate. Tuttavia, se viene utilizzato un suscettore (piatto Crisp), quest'ultimo assorbe le microonde e raggiunge temperature elevate, trasferendo il calore al cibo; in tal caso il guadagno di calore ( $\alpha q_{in}^*$ ) per irraggiamento può diventare l'effetto dominante vicino alla superficie. Le varie condizioni al contorno possono essere espresse in termini di una condizione generalizzata di scambio termico con l'esterno attraverso la superficie del carico [22]:

$$-k \frac{\partial T}{\partial n} = h(T - T_\infty) + m_l L_h + \sigma \varepsilon T^4 - \alpha q_{in}^*. \quad (9.11)$$

Nella (9.11):  $k$  ( $Wm^{-1}K^{-1}$ ) è la conducibilità termica,  $T$  ( $K$ ) è la temperatura della superficie del workload,  $n$  rappresenta la direzione normale alla superficie del carico (diretta verso l'esterno),  $h$  ( $Wm^{-2}K^{-1}$ ) è il coefficiente di scambio termico convettivo,  $T_\infty$  ( $K$ ) è la temperatura ambiente,  $m_l$  ( $Kgs^{-1}m^{-2}$ ) è il vapore che attraversa l'unità di superficie nell'unità di tempo (evaporazione superficiale),  $L_h$  ( $JKg^{-1}$ ) è il calore latente di evaporazione,  $\sigma$  è la costante di Stefan-Boltzman,  $\varepsilon$  è l'emissività della superficie radiante del workload,  $\alpha$  è il coefficiente di assorbimento della superficie del carico e  $q_{in}^*$  ( $Wm^{-2}$ ) è la quantità di flusso di calore radiante incidente per unità di superficie del workload.

### Modello semplificato delle condizioni al contorno

Nel modello multifisico 3D realizzato in COMSOL si è trascurato lo scambio termico per evaporazione superficiale (avendo considerato l'acqua come un solido) e lo scambio termico per irraggiamento. Sotto tali ipotesi la (9.11) diventa:

$$-k \frac{\partial T}{\partial n} = h(T - T_\infty) . \quad (9.12)$$

Nel modello numerico realizzato, la base del carico di cottura (sez. 8.6) è in contatto con la superficie di un supporto in quarzo; quindi nella (9.12) è presente lo scambio di calore per contatto tra contenitore in Pyrex e supporto nonché lo scambio di calore per convezione delle rimanenti superfici in contatto con l'aria.

Sviluppi futuri di questo lavoro di ricerca potranno prendere in considerazione ulteriori meccanismi di scambio termico e valutare come questi influenzano la distribuzione di temperatura del carico.

### Coefficienti di scambio termico utilizzati

Misure dettagliate del flusso d'aria o di coefficienti di scambio termico in forni a microonde sono difficili da ottenere. Si consideri che per raffreddare il generatore a microonde, viene utilizzata una ventilazione forzata e sebbene il magnetron sia fuori della cavità del forno, parte dell'aria che investe il magnetron riesce a passare, in alcuni casi, all'interno della camera di cottura attraverso piccoli fori nelle pareti del forno, con conseguente flusso d'aria, a bassa velocità, all'interno del forno. Il flusso d'aria ha principalmente l'effetto di ridurre la condensazione dell'acqua.

Il coefficiente di scambio termico utilizzato, basandosi su questo approccio di piccole velocità dell'aria e quindi di una convezione di tipo naturale, in letteratura è di  $2.6W/m^2K$  [22]. Nel caso di sistemi di cottura dove la pietanza si muove lentamente (piatti rotanti), la velocità dell'aria è considerata ancora relativamente bassa e si suppone un coefficiente di scambio termico di  $5 - 10W/m^2K$  [22].

Nelle simulazioni in COMSOL, si è considerato un coefficiente di scambio termico di  $2.6W/m^2K$  per le superfici in contatto con l'aria e di  $720W/m^2K$  per la base del carico di cottura in contatto con il supporto in quarzo.



---

## Ottimizzazione basata su metamodello

---

Nell'ambito della progettazione industriale, con la globalizzazione dei mercati e conseguente incremento della competitività, c'è la necessità di ideare e costruire prodotti tecnicamente complessi che siano in grado di garantire un'elevata affidabilità, il tutto in tempi assai più brevi di quelli richiesti dalla sperimentazione fisica. L'identificazione del settaggio ideale, ossia la scelta dei valori delle variabili d'ingresso che ottimizzano il sistema, o alcune sue parti, è un passaggio cruciale per il miglioramento della qualità dei prodotti. Tradizionalmente, uno degli approcci maggiormente utilizzati nell'ambito della produzione industriale è rappresentato dalla *metodologia delle superfici di risposta* applicata ad esperimenti fisici [73]. Al giorno d'oggi le simulazioni al computer, ad esempio le simulazioni basate sull'analisi degli elementi finiti (FEA: Finite Element Analysis), vengono usate per sostituire la sperimentazione fisica [91, 41, 127, 28]. Tuttavia, tali simulazioni o esperimenti fatti con l'uso del calcolatore (CE: computer experiments) sono solitamente costose in termini computazionali data la loro complessità e pertanto si ricorre all'uso della metodologia delle superfici di risposta applicata alla CE, ottenendo così dei modelli di modelli, chiamati, appunto, metamodelli, generati al fine di ridurre la complessità ed il tempo di esecuzione del modello numerico [54, 48].

### 10.1 Metamodello

La difficoltà, talvolta l'impossibilità, di effettuare sperimentazione fisica a causa dell'elevato dispendio di risorse in termini economici e di tempo, risulta uno dei motivi fondamentali per cui si ricorre agli esperimenti fatti con l'uso del calcolatore: dove all'osservazione di un fenomeno nella realtà viene sostituito l'output di un simulatore. I calcolatori permettono, quindi, di simulare complessi fenomeni fisici tramite i cosiddetti modelli numerici, cioè

modelli matematici deterministici i quali vengono implementati al computer e permettono di esplorare la complessa relazione tra fattori di input e variabili di output.

Tuttavia, dovendo descrivere in modo accurato un sistema fisico, un modello numerico tende ad essere esso stesso complesso. Tale complessità rende le simulazioni costose sia da un punto di vista economico che temporale. Gli approcci possibili a quest'ultimo tipo di problema sono due:

- si utilizzano macchine con elevate potenze di calcolo, che consentono l'esecuzione di numerose analisi in tempi realistici;
- si eseguono poche analisi mirate, anche in parallelo, e sulla base dei risultati ottenuti, si costruiscono modelli surrogati, sotto forma di relazioni in forma chiusa tra le variabili d'ingresso e le risposte da valutare; si utilizzano i modelli surrogati per le successive valutazioni, con tempi di calcolo molto ridotti.

Nel secondo caso i tempi richiesti dalle analisi sono drasticamente ridotti, rimane da valutare la bontà dei risultati che si ottengono rispetto ad un approccio del primo tipo.

Il concetto di metamodello è stato formulato per la prima volta da Blanning (1975), il quale propose di costruire dei modelli di modelli di simulazione. Nella letteratura, il metamodello è anche noto come modello approssimato, surrogato o emulatore. L'obiettivo del surrogato è approssimare il modello numerico originale, il quale, a sua volta, simula il comportamento di un sistema reale. Si tratta di un modello creato al fine di ridurre la complessità del modello numerico di partenza, ma che consente di ottenere le risposte con costi computazionali molto inferiori rispetto a quelli richiesti da un'analisi con il metodo degli elementi finiti.

Esistono vari approcci per la costruzione dei metamodelli e i più citati nella letteratura sono Polynomial regression (PRG) method, Radial Basis Function (RBF) method e il Kriging method [91, 57, 103, 48]. Le tecniche di ottimizzazione implementate nell'attività di ricerca si basano sull'utilizzo di funzioni RBF per la costruzione di metamodelli.

### Obiettivi del metamodello

Un punto importante per la costruzione di un metamodello è quello della specificare lo scopo che si vuole raggiungere tramite il loro utilizzo. Da questa scelta dipendono molteplici caratteristiche assunte dal surrogato, in particolare l'approssimazione globale o locale del modello numerico originale. Due tra le più importanti finalità sono:

**previsione** : il metamodello viene costruito per effettuare delle previsioni del sistema fisico, è quindi importante un'approssimazione globale;

**ottimizzazione** : il surrogato viene utilizzato al posto del simulatore per risolvere un problema di ottimizzazione riguardante il sistema reale, è quindi importante un'approssimazione locale.

Le due finalità non sono necessariamente mutuamente esclusive: anche se il metamodello viene identificato con uno specifico obiettivo, esso può essere comunque usato anche per altri scopi. Ad esempio, un surrogato costruito per un problema di ottimizzazione può fornire utili indicazioni per la comprensione globale del modello originale e, di conseguenza, del sistema reale.

Nell'attività di ricerca la costruzione di metamodelli ha permesso di implementare delle tecniche di ottimizzazione.

### Procedura di sviluppo del metamodello

Il processo per la costruzione di un metamodello può essere descritto in modo schematico attraverso i seguenti passi [91, 54, 73, 127, 28]:

**Identificazione delle variabili di input** - Riguarda la determinazione dei fattori più importanti. Di conseguenza, devono essere selezionate le variabili d'ingresso giudicate più rilevanti, definendo l'insieme dei valori possibili che esse possono assumere (*dominio* o *spazio di progetto*).

**Identificazione della variabile di output** - Spesso, i problemi per cui si ricorre all'uso del simulatore sono assai complessi e pertanto, nella maggior parte dei casi, il simulatore stesso è caratterizzato da numerose variabili di output. Tuttavia, è prassi sviluppare metamodelli diversi ciascuno con una sola *variabile di risposta*, anziché un solo surrogato complesso. Quindi, fissato l'obiettivo del metamodello, è possibile determinare la variabile di risposta e la sua unità di misura.

**Scelta del piano sperimentale (DOE)** - Nella fase di DOE (Design of Experiment) si selezionano le configurazioni (identificate da un insieme di valori delle variabili di ingresso) in corrispondenza delle quali verranno eseguite le simulazioni con il modello numerico realizzato. I valori delle risposte ottenute sono utilizzati per la determinazione del modello surrogato. La strategia con la quale si selezionano le configurazioni da analizzare è di fondamentale importanza, la qualità del metamodello dipende da tale selezione.

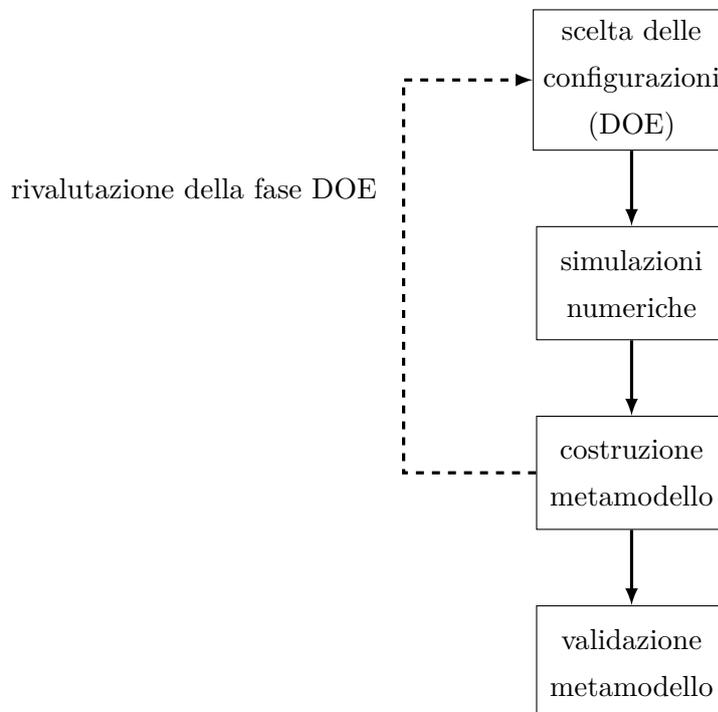
**Analisi delle configurazioni selezionate** - Si eseguono le simulazioni delle configurazioni selezionate al passo precedente.

**Costruzione del metamodello** - In questa fase si deve selezionare la tipologia del metamodello tra i tanti proposti in letteratura: Polynomial regression (PRG) method, Radial Basis Function (RBF) method e il Kriging method [91, 57]. Successivamente, sulla base delle configurazioni simulate in corrispondenza della selezione effettuata nella fase DOE, viene identificato il metamodello. Cioè, si stimano i parametri d'interesse della tipologia di metamodello scelto e si costruiscono le relazioni in forma chiusa tra variabili d'ingresso e risposte, relazioni che costituiscono il surrogato.

**Validazione del metamodello** - In ultima istanza si deve controllare l'accuratezza del metamodello costruito. Questa fase ha lo scopo di stabilire le capacità predittive del modello surrogato, ovvero la "robustezza" e quindi la distanza tra metamodello e i dati disponibili (*errore di generalizzazione*). Al fine di stabilire se un metamodello è pronto per essere utilizzato in studi di analisi e ottimizzazione viene stimato l'errore di generalizzazione. Tale errore permette di effettuare anche il tuning di alcuni parametri della tipologia di surrogato scelto.

Lo sforzo da dedicare alla validazione di un metamodello dipende dall'obiettivo di quest'ultimo [54]. Se l'obiettivo è "comprendere", allora dovrebbe essere fatto uno sforzo "ragionevole". Nel caso della "previsione" invece, dovrebbe essere eseguito un ampio lavoro di validazione. Nel caso della "ottimizzazione", in genere si sviluppano una serie di metamodelli e la validazione può essere limitata all'ultimo. In questo caso, l'errore da considerare è la discrepanza tra la soluzione subottima determinata con il metamodello e l'output prodotto dal modello numerico. Infine, se l'obiettivo è accelerare la verifica e validazione di una modello di simulazione, la convalida viene generalmente condotta rispetto alla simulazione. Quindi, in questo caso si deve controllare l'accuratezza del metamodello così costruito attraverso dati prodotti dal modello di simulazione.

Come evidenziato in fig. 10.1, prima di passare alla validazione del metamodello, la fase DOE potrebbe aver bisogno di essere rivalutata (*rivalutazione della fase DOE*). Per



**Figura 10.1:** Procedura di sviluppo del metamodello

esempio, perché le configurazioni selezionate in prima istanza sono state incrementate durante la fase di costruzione del metamodello.

## Scelta del piano sperimentale (DOE)

Il primo passo per la costruzione del metamodello consiste nella scelta delle configurazioni (identificate da un insieme di valori delle variabili di ingresso) in corrispondenza delle quali eseguire l'analisi numerica (fig. 10.1). La scelta dipende prima di tutto dal tipo di problema. Se si ritiene che il modello numerico presenti delle caratteristiche interessanti in più regioni del dominio sperimentale o che non ci siano delle regioni privilegiate nasce l'esigenza di osservare la risposta nell'intero spazio di progetto. La fase di DOE è motivata proprio da questa considerazione e consiste in procedure, spesso basate su metodi di campionamento, che mirano a distribuire le configurazioni da analizzare in modo equispaziato o stocastico [91, 73, 99]. Inoltre è importante che l'intervallo di valori delle variabili corrispondenti alle configurazioni scelte sia sufficientemente ampio.

In letteratura ci sono varie tecniche che si possono adottare nella fase DOE: cubic face centred, Box-Behnken, ipercubi latini, ecc.; nella costruzione dei metamodelli è stato utilizzato il campionamento casuale uniforme.

La strategia più intuitiva da adottare per realizzare una distribuzione uniforme delle configurazioni da analizzare è quella di selezionare i punti in base ad una griglia regolare. Ad esempio, supponendo che il dominio sia il quadrato unitario  $[0, 1] \times [0, 1]$  e di volere osservare la risposta in 25 punti equispaziati, si potrebbe pensare di considerare la seguente griglia di punti:

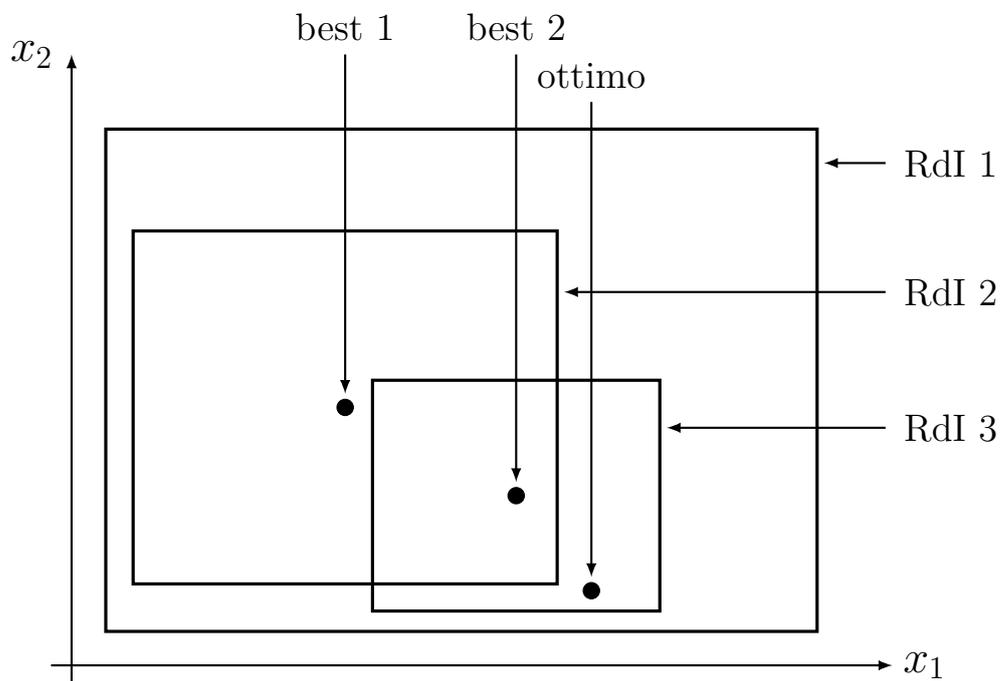
$$\{0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9\} \times \{0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9\}. \quad (10.1)$$

La metodologia statistica, e non solo intuitiva, più semplice che può essere usata per distribuire i punti in modo equispaziato è il campionamento casuale uniforme dello spazio di progetto. Da un punto di vista teorico, il fatto che ci sono infiniti punti tra 0 e 1, rende tale scelta problematica. In pratica, però, è prassi considerare solo numeri con un numero finito di cifre decimali per cui il numero di punti compreso tra 0 e 1 può essere considerato finito, approssimazione che permette l'applicazione della tecnica statistica in questione.

## Tecnica dei metamodelli successivi - Panning and Zooming

Nell'ottimizzazione basata su metamodello, per ridurre il numero di simulazioni da eseguire, intuitivamente si potrebbe mantenere la dimensione iniziale delle configurazioni selezionate al minimo. Ne consegue che la soluzione ottima (*soluzione best*) determinata tramite il metamodello non è necessariamente la soluzione ottima della funzione obiettivo valutata per mezzo del modello numerico. Per calcolare tale soluzione ottima con sufficiente accuratezza, vengono selezionate ulteriori configurazioni (rivalutazione della fase DOE, fig. 10.1), quindi si costruisce un nuovo metamodello e si calcola una nuova soluzione ottima. Il piano sperimentale di quest'ultimo nuovo DOE è incentrato nella soluzione best del passo precedente e caratterizzato da uno spazio di progetto più piccolo di quello iniziale. In questo modo, le successive rivalutazioni della fase DOE vengono eseguite nell'intorno di

una soluzione best e all'interno di uno spazio di progetto che si riduce ad ogni iterazione (fig. 10.2).



**Figura 10.2:** Successive rivalutazioni della fase DOE che permette di applicare la tecnica dei metamodelli successivi

La procedura viene ripetuta per un numero prefissato d'iterazioni o replicata più volte fino a quando non è soddisfatta, per esempio, la seguente condizione:

$$|MM(\mathbf{x}_t^{ott}) - OF(\mathbf{x}_t^{ott})| \leq \gamma, \quad (10.2)$$

dove  $\mathbf{x}_t^{ott}$  indica la soluzione ottima (soluzione best) determinata all'iterazione  $t$ -esima,  $MM$  indica il metamodello costruito e  $OF$  indica la funzione obiettivo (output prodotto dal modello numerico);  $\gamma$  è la discrepanza (errore) tra metamodello e funzione obiettivo, valutati entrambi nella soluzione ottima, e permette di verificare la convergenza dell'algoritmo di ottimizzazione.

Le successive rivalutazioni della fase DOE e costruzione di metamodelli via via più approssimanti la funzione obiettivo in un intorno della soluzione ottima, prende il nome di *Tecnica dei Metamodelli Successivi* (TMMS). La TMMS restringe il campo di ricerca nell'intorno della soluzione ottima della funzione obiettivo. Lo spazio di progetto variabile viene di solito chiamato *Regione di Interesse* (RdI). La centratura di una nuova RdI intorno alla soluzione ottima e la sua progressiva riduzione delle dimensioni è di solito chiamata tecnica *Panning and Zooming* [41].

In particolare la TMMS permette all'ottimizzatore di ottenere un compromesso tra lo sfruttamento locale delle possibili soluzioni ottime e l'esplorazione globale dello spazio di ricerca [103].

## Costruzione del metamodello

Viene costruito il metamodello sulla base dei valori delle risposte relative alle configurazioni scelte nella fase DOE.

Prima si seleziona la tipologia di metamodello e il metodo per la determinazione dei relativi parametri. Esistono diversi approcci alla determinazione del surrogato. Un possibile approccio è quello di tipo parametrico: si assume una forma della funzione che lega le risposte alle variabili di ingresso e si ritiene valida globalmente, in tutto l'intervallo di variazione delle variabili. Esistono anche approcci di tipo non parametrico, in cui si utilizzano funzioni valide localmente, dalle quali si ricava una funzione valida globalmente [91].

I metamodelli costruiti si basano sull'approccio non parametrico ed utilizzano funzioni di base radiali (RBF); in particolare, nel caso dell'approccio non parametrico la costruzione del metamodello può essere vista come un problema di interpolazione [33].

Data una serie di dati campionati che consistono in un insieme finito:

$$C = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_{N_{DOE}}], \quad (10.3)$$

di  $N_{DOE}$  configurazioni selezionate, con  $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^D$  la  $i$ -esima configurazione delle  $D$  variabili d'ingresso; sia:

$$f_i = f(\mathbf{x}_i) \quad \text{con } 1 \leq i \leq N_{DOE} \quad (10.4)$$

la variabile di risposta ottenuta dalla simulazione per ogni configurazione selezionata.

Costruire il metamodello significa trovare una funzione continua  $MM$  che interpoli i dati campionati, ossia una funzione tale che:

$$MM(\mathbf{x}_i) = f_i, \quad 1 \leq i \leq N_{DOE}. \quad (10.5)$$

L'approccio basato su funzioni RBF per la costruzione del metamodello prevede la ricerca di una funzione interpolante della forma [33]:

$$MM(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{N_{DOE}} \lambda_i \phi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|), \quad (10.6)$$

dove  $\|\cdot\|$  è la norma euclidea in  $\mathbb{R}^D$ ,  $\phi: \mathbb{R} \rightarrow [0, +\infty]$  è una funzione radiale scelta a priori e  $\lambda_i$  sono dei valori reali detti *pesi*.

Utilizzando la condizione di interpolazione (10.5) si ottiene il sistema lineare:

$$\sum_{i=1}^{N_{DOE}} \lambda_i \phi(\|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i\|) = f_j \quad \forall j = 1, \dots, N_{DOE}. \quad (10.7)$$

La matrice di coefficienti  $A_{ji} = \phi(\|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i\|)$  è detta *matrice di interpolazione*.

È possibile classificare le RBF in due famiglie, quelle a supporto globale e quelle a supporto compatto. Il vantaggio principale delle RBF a supporto globale è che si rivelano più robuste rispetto a variazioni della distribuzione spaziale dei punti da interpolare [20].

Alcune RBF a supporto globale sono la gaussiana, la multiquadratica e la multiquadratica inversa. Nel lavoro di ricerca è stata utilizzata la *funzione gaussiana*:

$$\phi(x_j, x_i) = \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i\|^2}{2\sigma^2}\right), \quad (10.8)$$

dove il parametro  $\sigma$  è stato valutato tramite funzioni test.

## 10.2 Ottimizzazione

Il principio di ottimizzazione è diffuso più di quanto ci si possa aspettare, è insito nel genere umano sia dal punto di vista pratico che culturale: ottenere il migliore risultato con il minimo sforzo, minimizzare il tempo di esecuzione di una qualsiasi attività, massimizzare le scorte di un certo prodotto o i vantaggi derivanti da determinate situazioni, sono solo alcuni esempi che caratterizzano trasversalmente il comportamento umano e in particolare la ricerca scientifica.

Nella matematica applicata l'ottimizzazione è quella branca preposta allo studio dei metodi per la ricerca dei punti di massimo e di minimo di una funzione obiettivo che descriva in termini matematici un dato problema.

Si consideri il problema dell'ottimizzazione di una funzione generalmente non lineare  $f$  di  $n$  variabili su un insieme  $X$ . La  $f$  prende il nome di *funzione obiettivo* (o *fitness*), l'insieme  $X$  *insieme* o *regione ammissibile* e ciascun punto  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in X$  costituisce una soluzione ammissibile. Il problema di *Programmazione Non Lineare* (PNL) consiste nel determinare un punto  $\mathbf{x}^*$  appartenente all'insieme  $X$  tale da rendere minima (o dualmente massima) la funzione  $f$ , e può indicarsi generalmente così [125]:

$$\min_{\mathbf{x} \in X} f(\mathbf{x}). \quad (10.9)$$

Si ha a che fare con problemi di *ottimizzazione non vincolata* quando l'insieme  $X$  coincide con tutto  $\mathbb{R}^n$ , o con problemi di *ottimizzazione vincolata* quando l'insieme  $X$ , non coincidendo con  $\mathbb{R}^n$ , viene specificato per mezzo di *vincoli* [125].

Nel classico problema di ottimizzazione vincolata la caratterizzazione dell'insieme  $X$  è realizzata tramite vincoli specificati da una famiglia di equazioni  $\{h_i(\mathbf{x}), i = 1, \dots, q\}$  e/o disequazioni  $\{g_j(\mathbf{x}), j = 1, \dots, m\}$ , portando alla classica forma [125]:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x} \in X \subset \mathbb{R}^n} \quad & f(\mathbf{x}), \\ \text{vincolato da} \quad & \mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0, \\ & \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq 0, \end{aligned} \quad (10.10)$$

dove  $\mathbf{h}(\mathbf{x})$  e  $\mathbf{g}(\mathbf{x})$  sono vettori di funzioni generalmente non lineari ciascuna di  $n$  variabili e dove  $X$  rappresenta al solito la regione delle soluzioni ammissibili.

Quando la funzione obiettivo è più di una si parla di *ottimizzazione multiobiettivo*, e può indicarsi generalmente così [125]:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x} \in X \subset \mathbb{R}^n} \quad & f_k(\mathbf{x}), \quad (k = 1, \dots, d), \\ \text{vincolato da} \quad & \mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0, \\ & \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq 0, \end{aligned} \tag{10.11}$$

in cui si cerca simultaneamente l'ottimo di tutte le funzioni obiettivo, tipicamente in contrasto tra loro.

Chiaramente problemi di questo tipo presentano maggiori difficoltà rispetto al caso non vincolato, poiché la stessa caratterizzazione delle soluzioni ottime risulta spesso non banale. In generale, i numerosi risultati teorici presenti in letteratura permettono l'utilizzo di metodi analitici che sono in grado di computare rapidamente la soluzione ottima solo in determinate condizioni di estrema regolarità del problema (funzione obiettivo e vincoli), mentre bisogna rivolgersi ad algoritmi quando di fatto i calcoli in forma chiusa sono impossibili o si ha a che fare con situazioni meno standard.

### Algoritmi deterministici

Posto un problema di ottimizzazione si possono utilizzare gli algoritmi deterministici che si dividono in due importanti categorie, a seconda che facciano o meno uso delle derivate della funzione.

Gli algoritmi che fanno uso delle derivate (Steepest Descent, gradiente coniugato, Newton-Raphson, ecc.) hanno un peso computazionale maggiore, perché le operazioni necessarie durante ciascuna iterazione sono più complicate di quelle eseguite dai metodi che non utilizzano le derivate (Fibonacci, Golden-Section, ecc.).

Questi ultimi non utilizzano un fondamento matematico, ma scelgono iterativamente una nuova soluzione tentando di ridurre il valore della funzione obiettivo muovendosi all'interno della regione ammissibile. I vantaggi principali di questo tipo di approccio sono l'utilizzo di funzioni obiettivo la cui espressione analitica non è ben nota e la maggior velocità con la quale si raggiunge una soluzione, sia per il minor numero di iterazioni necessarie sia per la maggior semplicità delle operazioni eseguite.

Tuttavia, proprio per l'assenza di una formulazione matematica del problema, questo tipo di metodi non è in grado di assicurare l'ottimalità della soluzione: la soluzione raggiunta è sempre ammissibile, ma non sempre rappresenta l'ottimo assoluto e si parla di soluzione *subottima*.

Nell'attività di ricerca, un problema di ottimizzazione basata su metamodello è stato risolto utilizzando la funzione *fminbnd* di Matlab. Questo algoritmo non utilizza le derivate e si basa sul metodo della sezione aurea e l'interpolazione parabolica [63].

## Algoritmi euristici

Spesso la determinazione della soluzione ottima di un problema di ottimizzazione può risultare troppo onerosa in termini di tempo di calcolo, e in un contesto industriale le specifiche sui tempi di esecuzione di un dato algoritmo sono molte volte più restrittive rispetto alle specifiche su l'ottimalità delle soluzioni trovate. Quando si ha a che fare con problemi di ottimizzazione reale infatti, tutti gli aspetti teorici legati alla rigida formulazione del problema, alla verifica delle condizioni necessarie all'utilizzo di metodi esatti e alla relativa validazione dei risultati ottenuti, vengono sacrificati in favore dell'efficienza con cui la soluzione viene calcolata.

In particolare molti dei parametri in gioco nelle applicazioni reali sono delle stime che possono essere soggette ad errore, per cui non vale la pena di aspettare troppo tempo per avere una soluzione il cui valore (o la cui ammissibilità) è di valutazione incerta; altresì spesso si è interessati ad avere una possibile soluzione per il problema in esame al fine di valutare velocemente degli scenari di lavoro.

Questi aspetti fanno intuire perché nelle applicazioni reali, sia molto diffuso il ricorso ad algoritmi euristici, ossia algoritmi che non garantiscono di ottenere la soluzione ottima, ma in generale sono in grado di fornire una “buona” soluzione ammissibile per il problema.

Una importante caratteristica dei metodi euristici in generale, che li differenzia dai metodi deterministici, è rappresentata dal fatto che i metodi euristici consentono un momentaneo “deterioramento” della funzione fitness, consentendo a questi algoritmi di poter anche “sfuggire” da minimi locali e cercare soluzioni che risolvano il problema in esame in un'ottica globale.

Nell'attività di dottorato il metodo euristico utilizzato in un problema di ottimizzazione basata su metamodello considera i cosiddetti algoritmi evolutivi.

## Algoritmi evolutivi

Gli algoritmi evolutivi sono strategie euristiche che si ispirano all'evoluzione naturale, teorizzata da Darwin nel suo libro sull'evoluzione della specie, per risolvere problemi di ricerca globale. Questo tipo di algoritmi si basa sul principio darwiniano che gli elementi più “adatti” all'ambiente hanno maggiore possibilità di sopravvivere e di trasmettere le loro caratteristiche ai successori; in pratica, si ha una popolazione di individui che evolvono di generazione in generazione attraverso meccanismi simili alla riproduzione sessuale e alla mutazione dei geni. Questo meccanismo conduce ad una ricerca euristica che privilegia le zone dello spazio di ricerca dove maggiormente è possibile trovare soluzioni migliori, non trascurando altre zone a più bassa probabilità di successo in cui saranno impiegate un minor numero di risorse.

Tra le varianti degli algoritmi evolutivi sono stati utilizzati gli algoritmi basati su sciame di particelle (PSO).

### PSO: Particle Swarm Optimization

Il comportamento collettivo di gruppi di animali è un fenomeno naturale da sempre molto affascinante. Particolarmente interessante dal punto di vista della ricerca scientifica è il caso di quelle aggregazioni di animali che si auto-organizzano in forme precise e dalle dinamiche complesse. Esempi di questi comportamenti sono gli sciame di insetti, gli stormi di volatili o i branchi di pesci. Mettendone in secondo piano l'estrema rilevanza nell'etologia e nella biologia evoluzionista, il comportamento collettivo è un concetto centrale in diversi studi della ricerca moderna in numerose discipline, dall'econometria alle scienze sociali, dalla teoria del controllo alle scienze informatiche.



**Figura 10.3:** Esempio di comportamento collettivo di uno stormo di volatili

Capire da quali presupposti emerga un comportamento collettivo (intelligente) rappresenta attualmente un obiettivo trasversale e negli ultimi anni ha alimentato l'interesse verso quei metodi che prendono il nome algoritmi PSO ispirati al comportamento di stormi di uccelli (letteralmente sciame di particelle: Particle Swarm Optimization); esse sono tecniche euristiche di ricerca che rientrano nella categoria degli algoritmi evolutivi.

Sebbene le regole dell'interazione degli individui all'interno dello sciame basate su metriche classiche (distanze, momenti, differenze di velocità) siano troppo generiche e insufficienti agli scopi della moderna ricerca, esse sono al centro degli algoritmi PSO fin dai tempi delle sue prime pubblicazioni (1995) [52]. L'idea di base è legata infatti al concetto che ogni individuo (una possibile soluzione nell'insieme di ricerca) di una popolazione sciame vada alla ricerca di una soluzione ottima ad un determinato problema di ottimizzazione, con una dinamica influenzata dalla memoria della propria posizione migliore (dal punto di vista della valutazione della funzione fitness), e della posizione migliore globale dello sciame. Oltre ad un comportamento individuale quello che emerge è un comportamento collettivo che ben si presta alla risoluzione di diversi problemi di ottimizzazione [29, 32, 58, 59, 81].

Reynolds propose un modello comportamentale nel quale ogni agente segue tre semplici regole [93]:

1. Separazione - ogni agente tenta di muoversi lontano dai propri vicini se questi sono troppo prossimi.
2. Allineamento - ogni agente si gira nella direzione mediata dei propri vicini.
3. Coesione - ogni agente cerca di muoversi verso il baricentro della configurazione dei propri vicini.

Dal punto di vista algoritmico, queste idee sono riprese nel modello che descrive la dinamica dell'individuo nella versione di metodo PSO più semplice e primitiva. Data una popolazione di particelle in uno spazio  $n$ -dimensionale, alla ricerca di una (sub-)ottima soluzione di un problema di ottimizzazione tipo (10.9), ogni individuo  $\mathbf{x}(\mathbf{t}) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]'$  iterativamente si sposta nel modo seguente [18]:

$$\begin{aligned}\mathbf{v}(\mathbf{t} + \mathbf{1}) &= \mu\mathbf{v}(\mathbf{t}) + \rho_p(\mathbf{x}_{\mathbf{p},\text{best}} - \mathbf{x}(\mathbf{t})) + \rho_g(\mathbf{x}_{\mathbf{g},\text{best}} - \mathbf{x}(\mathbf{t})) \\ \mathbf{x}(\mathbf{t} + \mathbf{1}) &= \mathbf{x}(\mathbf{t}) + \mathbf{v}(\mathbf{t} + \mathbf{1})\end{aligned}\tag{10.12}$$

dove il vettore  $\mathbf{v}(\mathbf{t} + \mathbf{1}) = [v_1(t+1), v_2(t+1), \dots, v_n(t+1)]'$  è il vettore velocità che viene aggiornato linearmente anch'esso in modo iterativo, influenzato da tre fattori distinti: dipende dalla velocità al passo precedente (inerzia), dalla personale migliore posizione del passato  $\mathbf{x}_{\mathbf{p},\text{best}}$ , e dalla miglior posizione globale  $\mathbf{x}_{\mathbf{g},\text{best}}$ . Quest'ultime vengono aggiornate non appena se ne trovano di migliori, in termini di valutazione della fitness del problema.  $\mu$  è un coefficiente che pesa l'inerzia del sistema, mentre  $\rho_p$  e  $\rho_g$  sono coefficienti aleatori di distribuzione uniforme  $U[0, 1]$  delle due componenti personale e globale rispettivamente.

Segue una analisi più dettagliata delle componenti di aggiornamento della velocità:

**Velocità precedente  $\mathbf{v}(\mathbf{t})$**  : agisce come memoria della precedente direzione di movimento (nell'immediato passato). Questo termine può essere visto come un momento che previene il cambio repentino di direzione della particella; per questo motivo tale termine è detto anche *componente inerziale* della velocità  $\mathbf{v}$  ed è indicato con  $\mathbf{v}_{\mathbf{I}}$ .

**Componente cognitiva  $\rho_p(\mathbf{x}_{\mathbf{p},\text{best}} - \mathbf{x}(\mathbf{t}))$**  : essa quantifica la dinamica della particella relativamente alle performance del passato (non immediato). In un certo senso rappresenta la memoria personale della particella e modella la tendenza degli individui di tornare indietro verso le proprie posizioni migliori. Tale termine è detto anche *componente personale* della velocità  $\mathbf{v}$  ed è indicato con  $\mathbf{v}_{\mathbf{P}}$ .

**Componente sociale  $\rho_g(\mathbf{x}_{\mathbf{g},\text{best}} - \mathbf{x}(\mathbf{t}))$**  : essa quantifica la dinamica della particella relativamente alle performance delle particelle vicine (o di tutte le particelle dello sciame in generale); ogni particella tende a muoversi anche in direzione della migliore posizione dello sciame. In letteratura sono presenti diverse varianti, sempre ispirate

ai comportamenti sociali osservati in natura. Dotando le particelle di un raggio di osservazione, per esempio, si prediligerà il formarsi di sotto gruppi dello sciame originale che potrebbe dar vita ad un virtuoso meccanismo di competizione. Tale termine è detto anche *componente globale* della velocità  $\mathbf{v}$  ed è indicato con  $\mathbf{v}_G$ .

**Coefficiente inerzia  $\mu$**  : viene introdotto come meccanismo di controllo del processo di esplorazione globale e locale dello spazio. In questo senso tale parametro regola il tradeoff della ricerca da globale a locale: alti valori di inerzia alimentano la ricerca globale, valori sempre più bassi facilitano quella locale, fino a eliminare del tutto l'abilità di ricerca dell'individuo. Per  $\mu = 1$  la velocità aumenta ad ogni iterazione portando all'instabilità il sistema (lo sciame diverge); per  $\mu < 1$  le particelle decelerano finché la velocità non si annulla del tutto. Il problema del tuning del coefficiente inerziale è molto dibattuto in letteratura, e attualmente si preferisce sostituire alla versione statica, una versione dinamica di inerzia  $\mu(t)$  caratterizzata da valori iniziali elevati ( $\approx 0.9$ ) e da una dinamica asintoticamente stabile e tendente a valori bassi ( $\approx 0.4$ ). In questo modo si favorisce una ricerca globale iniziale, e un'esplorazione locale più accurata nella iterazioni finali.

Nell'algoritmo implementato in Matlab si è considerata una versione dinamica, dove valore elevato e valore basso sono stati tarati rispettivamente sul valore elevato e sul valore basso della funzione obiettivo.

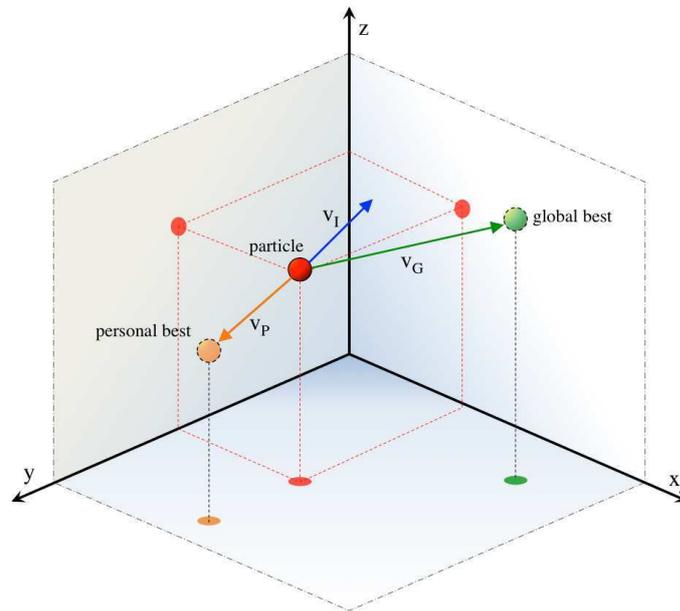
Dato quindi una popolazione di particelle ogni individuo (una candidata soluzione) è rappresentato da una particella libera di muoversi nello spazio di ricerca, con una dinamica descritta dalla (10.12) nel quale si individuano le tre componenti della velocità  $\mathbf{v} = \mathbf{v}_I + \mathbf{v}_P + \mathbf{v}_G$ , inerziale, personale e globale rispettivamente (fig. 10.4). L'algoritmo termina quando viene verificata la condizione di terminazione imposta in fase di inizializzazione.

Un esempio del funzionamento di un algoritmo PSO è riportato in fig. 10.5, dove sono presenti alcuni frame presi da un problema di massimizzazione di una generica funzione. Si noti la convergenza generale delle particelle al massimo globale della funzione.

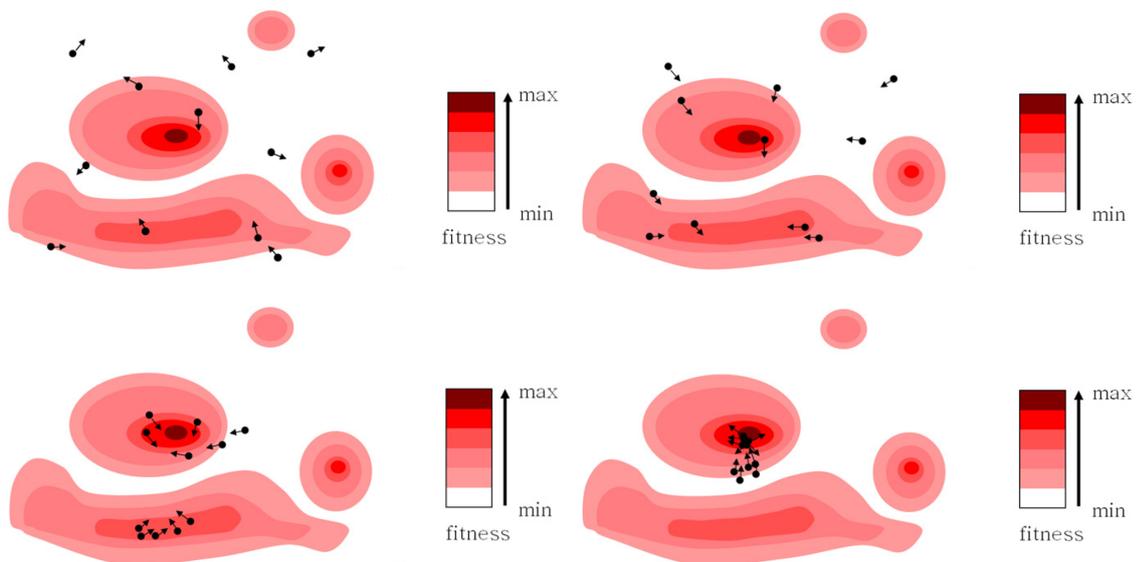
## Gestione dei vincoli con algoritmi evolutivi

La formalità dei metodi teorici basati su modelli matematici ben definiti, permette di caratterizzare precisamente le soluzioni calcolate, sia dal punto di vista dell'ottimalità che dal punto di vista dell'ammissibilità. Come è stato detto, questa caratteristica non è una prerogativa dei metodi evolutivi che solitamente non hanno l'abilità di determinare con precisione il confine tra spazio ammissibile e non.

Da sempre infatti gli algoritmi evolutivi sono stati applicati a problemi di ottimizzazione non lineare, nel particolare caso di assenza di vincoli. Solo negli ultimi due decenni sono state proposte diverse tecniche di gestione dei vincoli (*constraint-handling methods*), in modo da poter adottare con successo strategie evolutive a questo tipo di problemi.



**Figura 10.4:** Rappresentazione di un individuo dello sciame (particella rossa), con le componenti della velocità inerziale, personale e globale, che vengono pesate aleatoriamente



**Figura 10.5:** Sequenza che mostra l'evoluzione di uno sciame di 11 particelle alla ricerca del massimo

Nell'implementazione dell'algoritmo in Matlab non sono state adottate particolari tecniche per la gestione dei vincoli ma soltanto il reinserimento delle particelle uscenti dal dominio [30]. Questo ha permesso di applicare la ricerca di una (sub-)ottima soluzione (10.12) ad un problema di ottimizzazione del tipo (10.11). Sicuramente la gestione dei vincoli sarà un aspetto da sviluppare dell'attività di ricerca per migliorare le performance dell'algoritmo di ottimizzazione quando i metamodelli presentano minimi o massimi molto vicini ai vincoli.

### Soluzione ottimizzazione multiobiettivo

Tutti i metodi di soluzione si basano sulla medesima idea: trasformare il problema originario in uno con una sola funzione obiettivo ("scalarizzazione" del problema vettoriale) [132]. Si applicano poi i metodi classici della programmazione mono-obiettivo.

In base alle scelte del decisore, i metodi vengono suddivisi in varie grandi categorie, quali ad esempio: *metodi senza preferenze*, *metodi a posteriori*, *metodi a priori*, ecc..

Nel lavoro di ricerca si è utilizzato un metodo a posteriori, in particolare il *metodo dei pesi*. La strategia consiste nel risolvere il seguente problema scalare:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x} \in X \subset \mathbb{R}^n} \quad & \sum_{k=1}^d \omega_k f_k(\mathbf{x}), \\ \text{vincolato da} \quad & \mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0, \\ & \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq 0, \end{aligned} \tag{10.13}$$

dove  $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_d)^T \in \mathbb{R}^d (\geq 0)$  è il vettore dei *pesi*, che si intendono normalizzati:  $\sum_{k=1}^d \omega_k = 1$ . Quest'ultimi sono scelti dal decisore e nell'algoritmo di ottimizzazione implementato in Matlab e COMSOL Multiphysics sono stati tarati tramite alcune prove.



L'utilizzo del *metodo degli elementi finiti* (FEM) nel campo delle microonde è stato fortemente limitato per lungo tempo a causa della presenza di soluzioni spurie riscontrate con la classica formulazione nodale: negli anni novanta, l'approccio mediante "*edge elements*" ha permesso di superare il problema consentendo al metodo di entrare in competizione con il tradizionale *metodo delle differenze finite nel dominio del tempo* (FDTD) [102, 7, 126, 24]. Il FEM, nonostante la sua complessità a livello di formulazione e di implementazione, rappresenta la tecnica più versatile per trattare geometrie complesse e mezzi non omogenei. La discretizzazione del dominio infatti permette la descrizione di regioni curve con un'approssimazione superiore a quella del metodo FDTD. Tra i vari software commerciali che sfruttano il metodo degli elementi finiti, in questo lavoro di ricerca è stato utilizzato COMSOL Multiphysics [15].

### 11.1 Il software di simulazione COMSOL Multiphysics

COMSOL Multiphysics è un pacchetto applicativo che permette di modellizzare e simulare molti processi fisici descrivibili tramite PDE, risolvendo le relative equazioni tramite opportuni risolutori. Il punto di forza di COMSOL, rispetto ad altri software, è la presenza di numerosi moduli corrispondenti a vari fenomeni fisici che possono essere combinati tra loro per realizzare modelli multifisici. Questi moduli contengono equazioni predefinite, tuttavia è possibile andare a modificare tali equazioni nonché scriverne di nuove.

Indipendentemente dal fenomeno fisico studiato all'interno di una particolare applicazione, il flusso di lavoro è uniforme e lineare e si articola nelle seguenti fasi standard [15]:

**Geometria** - Il software dispone di un'interfaccia grafica interna per la creazione di geometrie 1D, 2D e 3D del sistema in esame; inoltre può importare geometrie create da

strumenti di design CAD esterni.

**Materiali** - All'interno del software è presente uno strumento in cui è possibile specificare un parametro o una proprietà del materiale, utilizzando proprietà costanti o dipendenti dalla temperatura ed altre grandezze fisiche. Le proprietà possono essere inserite su tutto un dominio, sui sottodomini, sui contorni, sui punti o sugli spigoli del modello numerico.

**Fenomeni fisici** - Scelta dello schema di calcolo migliore per trattare lo scambio termico del sistema sulla base dell'ampia gamma di interfacce su misura che possono dipendere o meno da altri fenomeni fisici accoppiati al sistema. Quindi, inclusione di altri effetti fisici accoppiati con gli effetti termici.

**Condizioni al contorno** - Definizione delle condizioni e dei vincoli sul contorno del sistema.

**Mesh** - Generazione della mesh del sistema. I lati degli elementi sono detti spigoli (edges) della mesh, mentre i loro angoli vertici della mesh; uno spigolo della mesh non contiene al suo interno vertici.

**Studio** - Esecuzione del calcolo per l'individuazione di una soluzione, con un solutore e impostazioni appropriate per l'analisi da effettuare.

**Post processing** - Elaborazione e visualizzazione dei risultati, presentazione dei risultati tramite grafici e figure, anche provenienti da simulazioni diverse.

### Convergenza ed errori

Il metodo agli elementi finiti non è un metodo esatto ma approssimato, ad eccezione di alcuni casi rari. La convergenza dell'approssimazione con la soluzione esatta dipende da numerosi parametri. Se il modello è impostato correttamente si è comunque nell'ambito di approssimazioni molto vicine alla soluzione esatta.

La precisione dell'approssimazione dipende sia dal grado di polinomio utilizzato come funzione di forma sia dalla dimensione dell'intervallo di suddivisione degli elementi finiti: a parità di grado del polinomio si avrà che l'errore si riduce ravvicinando i nodi, ovvero diminuendo la dimensione degli elementi.

Alcune tra le tipiche cause di errore riguardano (escludendo malfunzionamenti dovuti al sistema di calcolo):

- errori nel codice di calcolo;
- approssimazioni numeriche;
- individuazione del problema fisico non corretta;

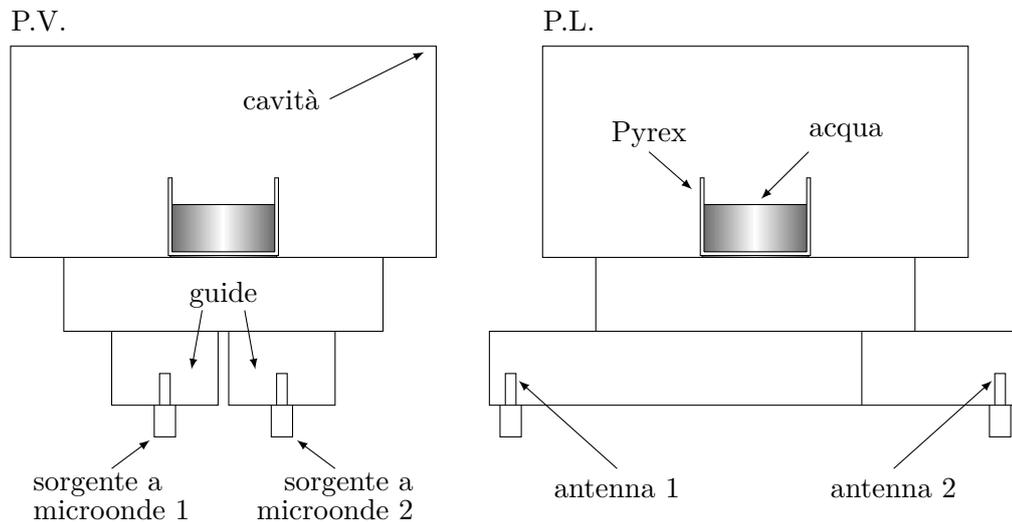
- uso di elementi finiti non adatti al problema reale.

È quindi necessario un controllo sul risultato ottenuto, effettuando ad esempio una verifica dell'ordine di grandezza dei risultati attesi, oppure dei test di prova con verifica di soluzioni note.

Un'altra possibilità di controllo sul risultato ottenuto si ha rendendo la mesh più fitta sul dominio, ovvero diminuendo la dimensione degli elementi della mesh, in maniera tale da avvicinarsi alla situazione reale. È quindi possibile confrontare la convergenza dei valori ottenuti per ciascuna delle mesh utilizzate e rendersi conto di eventuali errori del modello.

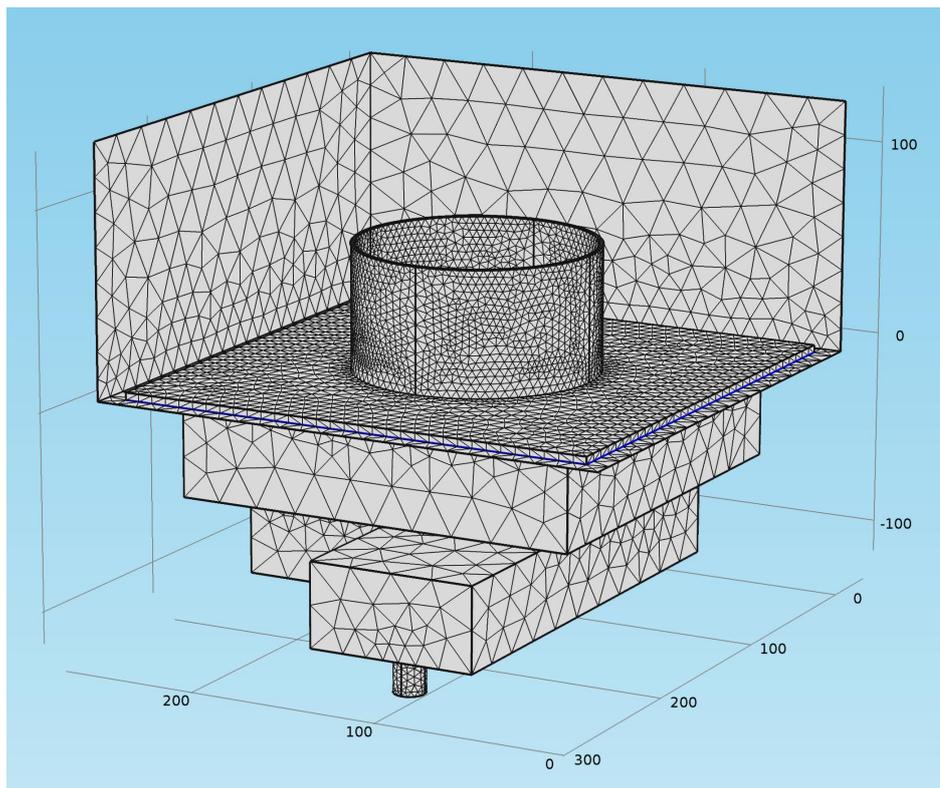
## 11.2 Realizzazione modello numerico e validazione

La configurazione del sistema di cottura a microonde del prototipo “panini grill”, di cui è stato realizzato un modello multifisico 3D, è riportata in fig. 11.1. Il sistema è alimentato



**Figura 11.1:** Configurazione del sistema di cottura a microonde modellizzato in COMSOL Multiphysics

da due sorgenti a microonde alla frequenza ISM di  $2.45\text{GHz}$  e di potenza  $1000\text{W}$  ognuna (sez. 5). Tali sorgenti sono accoppiate con le guide d'onda (sez. 3) tramite cavo coassiale. All'interno della cavità (sez. 6.4) è presente un contenitore in Pyrex di forma cilindrica e riempito con  $250\text{cc}$  di acqua distillata, le cui proprietà dielettriche sono riportate nella sez. 8.6. Il modello numerico 3D è stato costruito considerando i due fenomeni fisici: elettromagnetico e termico accoppiati (sez. 9.1). La struttura del sistema realizzata in COMSOL è esibita in fig. 11.2, in particolare è stata riportata la fase di generazione della mesh. Il modello multifisico utilizza tre fisiche diverse: elettromagnetica, termica e l'AC/DC Module. Quando si considerano le componenti elettriche (quali ad esempio impedenze e generatori) come parte di un sistema più ampio, l'AC/DC Module offre un'interfaccia che permette di scegliere gli elementi circuitali da modellizzare [15]. Tale



**Figura 11.2:** Vista assonometrica del modello numerico 3D realizzato in COMSOL Multiphysics, con evidenziata la generazione della mesh del sistema

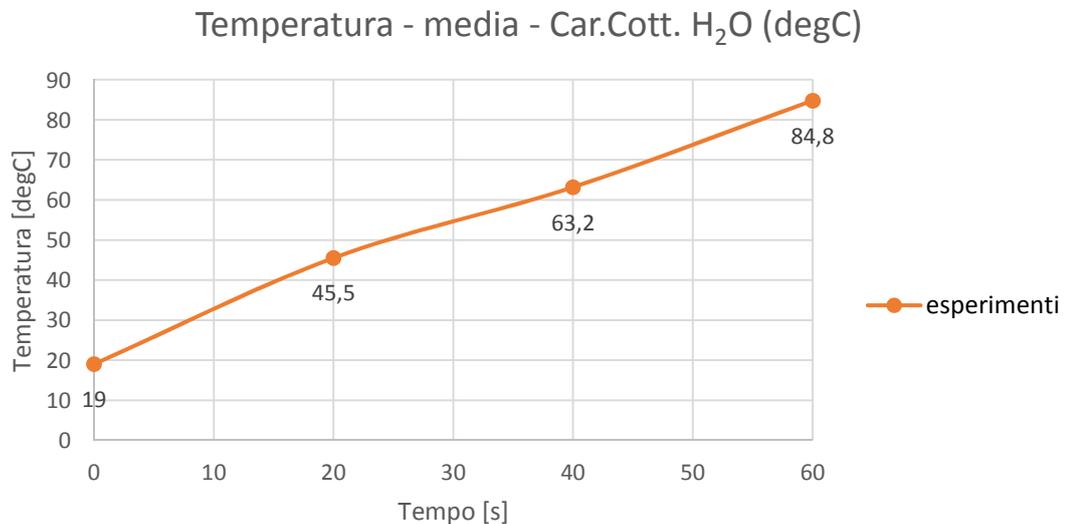
modulo è stato impiegato per la generazione delle microonde. Inoltre si è utilizzato l'Heat Transfer Module, dedicato alla simulazione degli effetti termici sui processi di lavorazione (sez. 9.4) nonché dello scambio di calore per conduzione, convezione e irraggiamento [15]. In fine si è utilizzato l'RF Module che risolve le equazioni di Maxwell (sez. 1) e permette di simulare elementi di un sistema a microonde come ad esempio antenne, guide d'onda, cavità e materiali con proprietà dielettriche dipendenti dalla temperatura e frequenza (sez. 8.6) [15].

In generale, affinché un modello possa essere utilizzato per la previsione di dati è necessario che venga validato. L'operazione di validazione di un modello avviene tramite il confronto tra le simulazioni realizzate ed i dati sperimentali: minore è lo scarto tra risposta del modello e realtà, maggiore sarà l'affidabilità del modello stesso. Per qualsiasi tipo di modello tale differenza è da ritenersi accettabile quando lo scarto è compatibile sia con la precisione e qualità dei dati in ingresso, sia con le variazioni fisiche generali del fenomeno modellizzato.

Infine, quando il confronto tra realtà e simulazione è ritenuto buono, il modello può essere applicato e svolgere la sua reale funzione di strumento di previsione.

Per quanto riguarda il prototipo "panini grill" è stata eseguita la seguente prova sperimentale. All'interno della cavità del sistema di cottura si è posto un contenitore in Pyrex di forma cilindrica, riempito con 250cc di acqua distillata alla temperatura di 19° C. Suc-

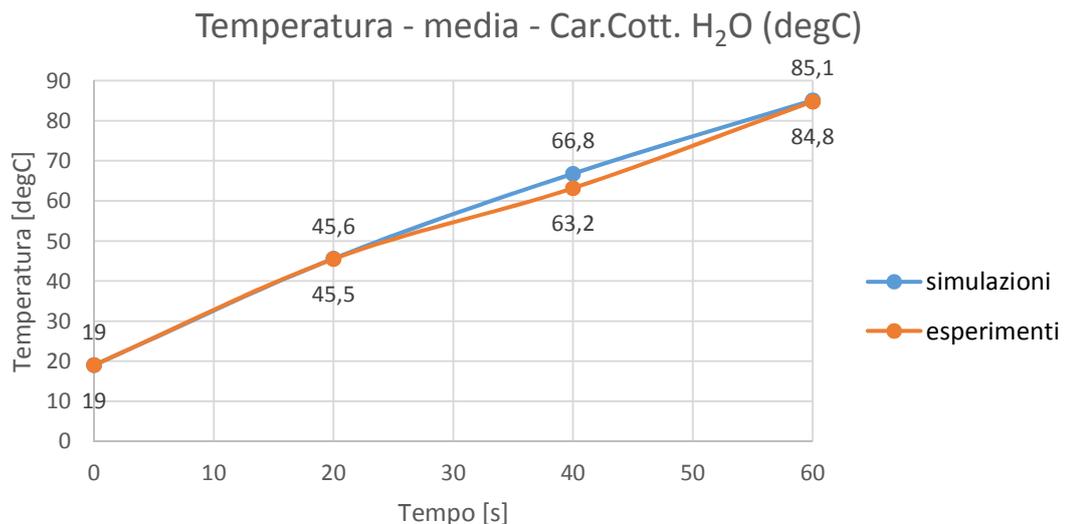
cessivamente si è acceso il sistema per 60s ed è stata misurata la temperatura dell'acqua ad intervalli di 20s, come evidenziato nel grafico di fig. 11.3. La prova sperimentale di



**Figura 11.3:** Misure sperimentali dell'andamento nel tempo della temperatura di 250cc di acqua distillata

fig. 11.3 è stata fatta nel laboratorio e dai tecnici dell'azienda privata che ha finanziato l'attività di ricerca del dottorato.

Per la validazione del modello numerico si è eseguita la simulazione di un riscaldamento a microonde di 60s e determinato il valore medio della temperatura nel volume d'acqua ad intervalli di 20s. Confrontando i risultati ottenuti dalla simulazione con i dati sperimentali si sono ricavati i due andamenti nel tempo della temperatura riportati in fig. 11.4. Come



**Figura 11.4:** Validazione del modello numerico eseguita per mezzo del confronto tra simulazione e dati sperimentali

si può notare, i due andamenti di temperatura sono molto simili, quasi uno sovrapposto

all'altro; fatta eccezione per le temperature a 40s. È probabile che tale prova sia stata svolta in modo errato, ad esempio con scarsa miscelazione del volume d'acqua e misura effettuata in un punto freddo del carico. Si è quindi deciso di trascurare la discrepanza tra le temperature a 40s e considerare validato il modello multifisico 3D.

Giovandosi della comparazione tra simulazione realizzata in COMSOL e i dati sperimentali si è determinata la lunghezza effettiva del cavo coassiale (sez. 6.3) utilizzata nel modello numerico:

$$L_{coax}^{COMSOL} = 39.76mm. \quad (11.1)$$

Infatti, la lunghezza del risonatore a  $\lambda/2$  permette di regolare l'accoppiamento tra generatore a microonde di potenza e sistema di cottura, quindi di correggere la capacità del modello numerico di replicare il prototipo.

### 11.3 Riscaldamento uniforme tramite sfasamento delle sorgenti a microonde

Per migliorare l'uniformità del riscaldamento a microonde vengono adottate tecniche che favoriscono il rimescolamento del campo EM durante il processo, come ad esempio il piatto rotante e gli agitatori di campo (sez. 2.3). Non sempre la tipologia del sistema di cottura

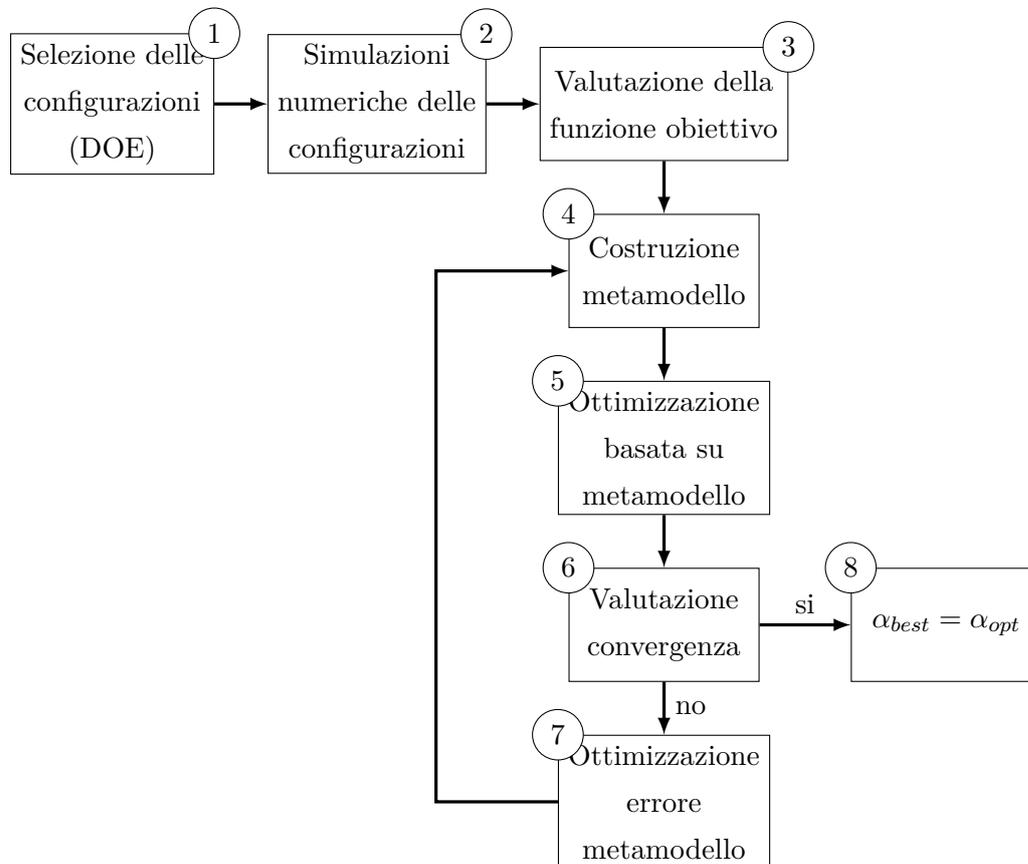


Figura 11.5: Diagramma di flusso per la determinazione della fase ottima

permette l'utilizzo di parti meccaniche in movimento per l'agitazione del campo e quindi la mitigazione di hot spot e cold spot. In alcuni casi vengono utilizzate tecniche senza parti mobili quali: l'accensione intermittente della sorgente a microonde di potenza o lo sfasamento tra le sorgenti (sez. 1.11). Quest'ultima tecnica, ed in particolare i suoi effetti sulla distribuzione del campo EM e sul riscaldamento del carico di cottura sono esposti di seguito.

L'efficacia della tecnica proposta per migliorare il riscaldamento uniforme è stata verificata tramite simulazione numerica del sistema di cottura a microonde "panini grill" (sez. 11.2). Si è appurato che l'introduzione di un adeguato sfasamento  $\alpha$  tra i due generatori a microonde, assicura l'obiettivo di ottenere un riscaldamento il più uniforme possibile.

In relazione all'accorgimento impiegato, il problema di determinare quale sia lo sfasamento ottimo che assicura l'aumento delle prestazioni di cottura, è stato affrontato come un problema di ottimizzazione (sez. 10.2).

In particolare, la tecnica di ottimizzazione utilizzata si basa sulla costruzione di meta-modelli (sez. 10.1) al fine di ridurre la complessità ed il tempo complessivo di simulazione del modello numerico multifisico.

Il diagramma di flusso dell'algoritmo di ottimizzazione basata su metamodulo è riportato in fig. 11.5.

**PASSO 1. *Design of experiments (DOE)*.** Selezione delle configurazioni in corrispondenza delle quali vengono eseguite le simulazioni. Per la selezione si è utilizzato un campionamento uniforme dello sfasamento  $\alpha$  ed il set iniziale dei valori del piano sperimentale è:

$$C = \left[ 0, \frac{\pi}{3}, \frac{2}{3}\pi, \pi, \frac{4}{3}\pi, \frac{5}{3}\pi, 2\pi \right] rad. \quad (11.2)$$

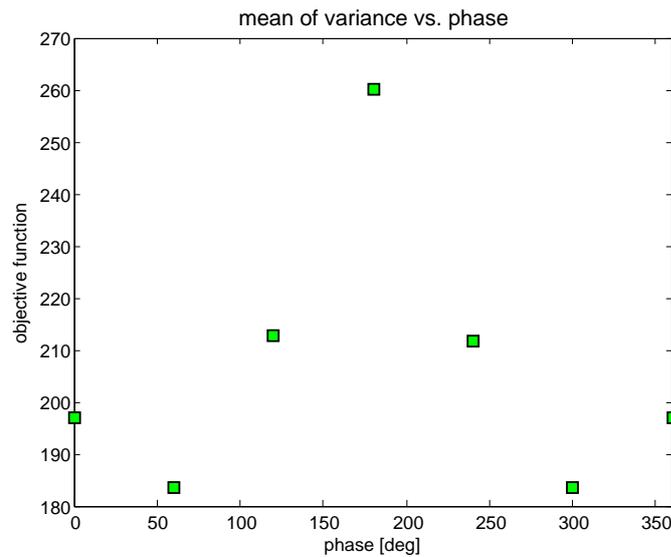
**PASSO 2. *Simulazioni numeriche delle configurazioni*.** Vengono eseguite le simulazioni numeriche del modello multifisico 3D. Tali simulazioni sono realizzate per ogni configurazione selezionata nella fase DOE ed in parallelo.

**PASSO 3. *Valutazione della funzione obiettivo*.** Viene valutata la funzione obiettivo (OF) per ogni configurazione selezionata (fig. 11.6 - quadrati verdi con bordo nero). La OF è definita come la media delle varianze di temperatura, nell'intervallo di tempo di 60s (9.4), cioè:

$$OF = mean \left( \sigma_T^2(\alpha) \right), \quad (11.3)$$

dove  $\sigma_T^2(\alpha)$  è valutata per ogni secondo tramite una matrice di punti 3D uniformemente distribuiti all'interno del volume d'acqua (sez. 9.3).

**PASSO 4. *Costruzione del metamodulo*.** Sulla base dei risultati ottenuti al passo 3 viene generato un metamodulo (MM), cioè una funzione continua che interpola i

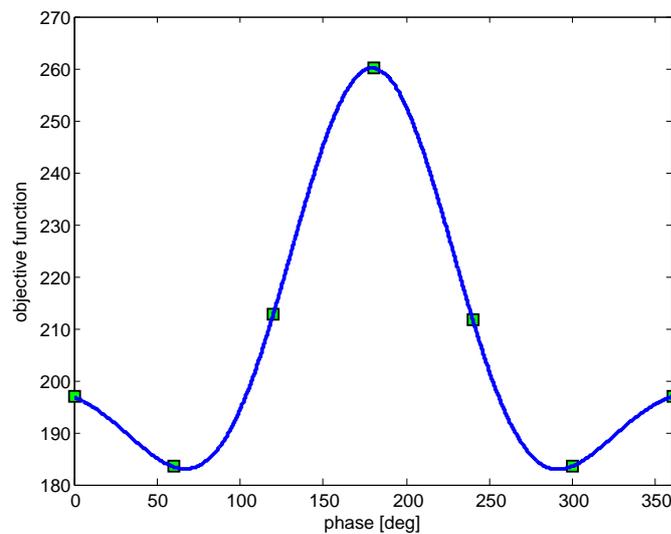


**Figura 11.6:** Valutazione della funzione obiettivo per ogni configurazione selezionata

valori delle risposte relative alle configurazioni scelte nella fase DOE; tale MM sarà quindi una buona approssimazione della OF (fig. 11.7 - linea continua blu). Il MM costruito si basa sull'approccio non parametrico ed utilizza funzioni RBF di tipo gaussiano (sez. 10.1):

$$MM(\alpha_j, \varepsilon) = \sum_{i=1}^{N_{DOE}} \lambda_i e^{-\varepsilon^2 |\alpha_j - \alpha_i|^2} \quad \forall j = 1, \dots, N_{DOE}, \quad (11.4)$$

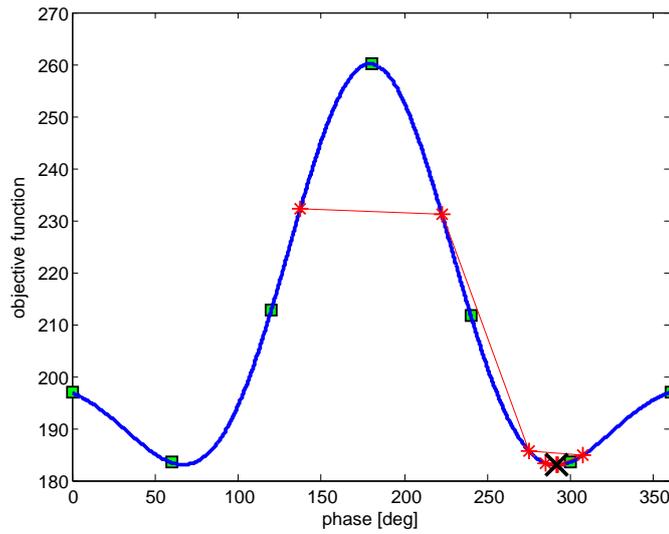
dove i coefficienti  $\lambda_i$  sono determinati utilizzando la condizione di interpolazione  $MM(\alpha_i, \varepsilon) = OF(\alpha_i)$  e risolvendo il sistema lineare (11.4).  $N_{DOE}$  è il numero di configurazioni selezionate e  $\varepsilon$  è un parametro di forma, il cui valore iniziale è stato valutato tramite funzioni test (sez. 10.1).



**Figura 11.7:** Costruzione del metamodello per interpolazione dei valori della funzione obiettivo

**PASSO 5. Ottimizzazione basata su metamodello.** Il MM viene minimizzato rispetto alla fase  $\alpha \in [0, 2\pi]$ , cioè viene risolto un problema di ottimizzazione (sez. 10.2) nel quale è richiesto di minimizzare la funzione MM, determinando il valore  $\alpha_{best}$  (fig. 11.8 - croce nera):

$$\alpha_{best} = \arg \min_{\alpha \in [0, 2\pi]} MM(\alpha_j, \varepsilon) . \quad (11.5)$$



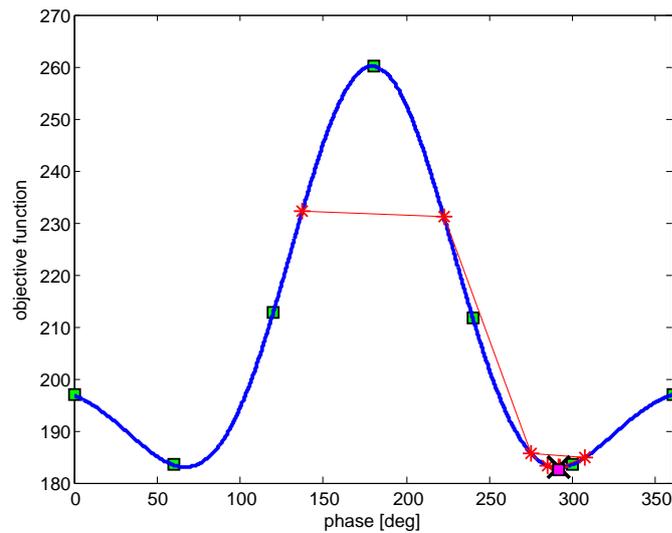
**Figura 11.8:** Minimizzazione della funzione MM, determinando il valore  $\alpha_{best}$  tramite la funzione *fminbnd* di Matlab

**PASSO 6. Valutazione convergenza.** La soluzione ottima (soluzione best 11.5) determinata tramite il MM non è necessariamente la soluzione ottima della funzione obiettivo (11.3) valutata per mezzo del modello numerico in  $\alpha_{best}$  (fig. 11.9 - quadrato magenta con bordo nero). Quindi viene calcolata la discrepanza (errore) tra MM e OF (sez. 10.1), valutati entrambi nella soluzione best:

$$|MM(\alpha_{best}, \varepsilon) - OF(\alpha_{best})| \leq \gamma . \quad (11.6)$$

L'algoritmo di ottimizzazione basata su metamodello converge quando l'errore  $\gamma$  è minore o uguale ad una data tolleranza (e.g.  $10^{-3}$ ).

**PASSO 7. Ottimizzazione errore metamodello.** Se la soluzione best determinata tramite il metamodello non è la soluzione ottima ( $\alpha_{best} \neq \alpha_{opt}$ ) con sufficiente accuratezza, allora la configurazione  $\alpha_{best}$  viene aggiunta al set iniziale dei valori del piano sperimentale (sez. 10.1 - rivalutazione della fase DOE). Successivamente viene costruito un nuovo MM (fig. 11.10 - linea tratteggiata verde) relativo alle risposte delle configurazioni della fase DOE rivalutata e calcolato un  $\varepsilon$  più accurato minimizzando



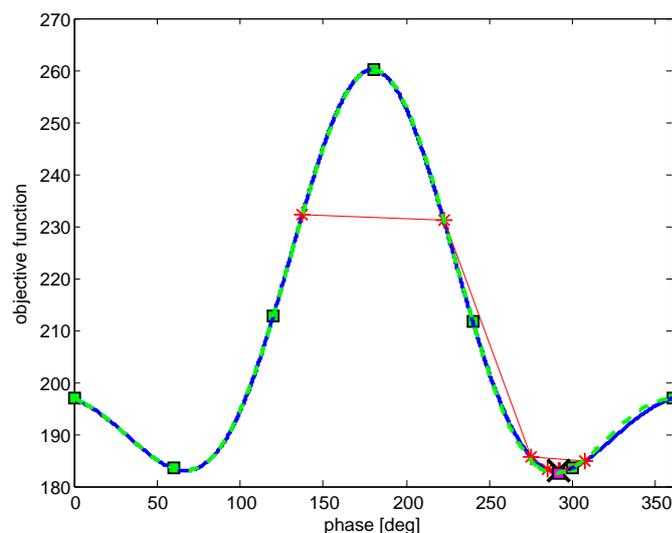
**Figura 11.9:** Valutazione della convergenza dell'algoritmo di ottimizzazione basata su metamodello

l'errore quadratico medio ( $RMS_{error}$ ):

$$RMS_{error} = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{j=1}^K [MM(\alpha_j, \varepsilon^*) - MM^+(\alpha_j, \varepsilon)]^2}, \quad (11.7)$$

dove  $\alpha_j$  sono i valori della fase DOE rivalutata,  $K$  è il numero delle configurazioni aggiornato,  $\varepsilon^*$  è l'ultimo parametro di forma determinato e l'apice + indica il nuovo MM costruito. Il problema di ottimizzazione viene risolto determinando il valore  $\varepsilon_{best}$ :

$$\varepsilon_{best} = \arg \min_{|\varepsilon - \varepsilon^*| \leq 10\%} RMS_{error}(\varepsilon). \quad (11.8)$$



**Figura 11.10:** Ottimizzazione errore metamodello, determinando il valore  $\varepsilon_{best}$  tramite la funzione  $fminbnd$  di Matlab

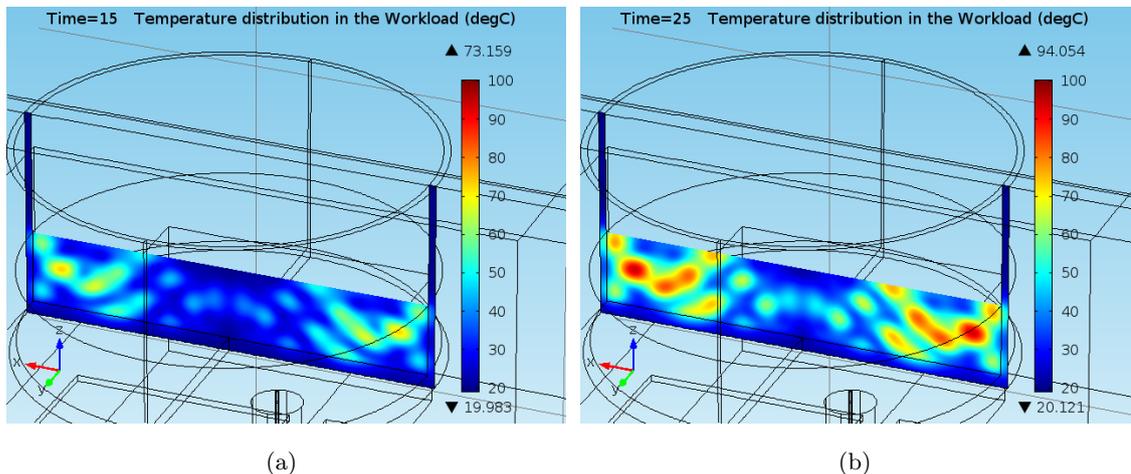
**PASSO 8.**  $\alpha_{\text{best}} = \alpha_{\text{opt}}$ . L'algoritmo di ottimizzazione (fig. 11.5) viene ripetuto dal passo 4 fino a quando non è soddisfatta la condizione di convergenza (11.6).

Alla fine della procedura, l'algoritmo di ottimizzazione (fig. 11.5) determina lo sfasamento ottimo  $\alpha_{\text{opt}}$  e il parametro di forma ottimo  $\varepsilon_{\text{opt}}$  che assicurano l'obiettivo di ottenere il riscaldamento più uniforme possibile. Il processo di ottimizzazione ha coinvolto fasi di pre-elaborazione, programmazione e post-elaborazione attraverso l'accoppiamento tra COMSOL Multiphysics e il software di calcolo scientifico Matlab. In particolare il problema di ottimizzazione (passo 5 e 7) è stato risolto utilizzando la funzione *fminbnd* di Matlab (sez. 10.2). Al fine di evitare eventuali problemi legati alla presenza di minimi locali, l'insieme di ricerca è stato suddiviso in intervalli di ricerca più piccoli.

### Risultati riscaldamento uniforme tramite sfasamento delle sorgenti

Le simulazioni hanno evidenziato come l'introduzione di un adeguato sfasamento  $\alpha$  tra i due generatori a microonde, assicura l'obiettivo di ottenere un riscaldamento il più uniforme possibile. Infatti il valore della funzione obiettivo (11.3) è 196.92 quando  $\alpha = 0\text{rad}$ , mentre nel caso dello sfasamento ottimo  $\alpha_{\text{opt}} = 5.06\text{rad}$  risulta essere 182.59.

In fig. 11.11 è riportata la distribuzione di temperatura in una sezione verticale del carico di cottura per il caso  $\alpha = 0\text{rad}$ ; dopo un tempo di riscaldamento pari a 15s e 25s, rispettivamente fig. 11.11 a e fig. 11.11 b.

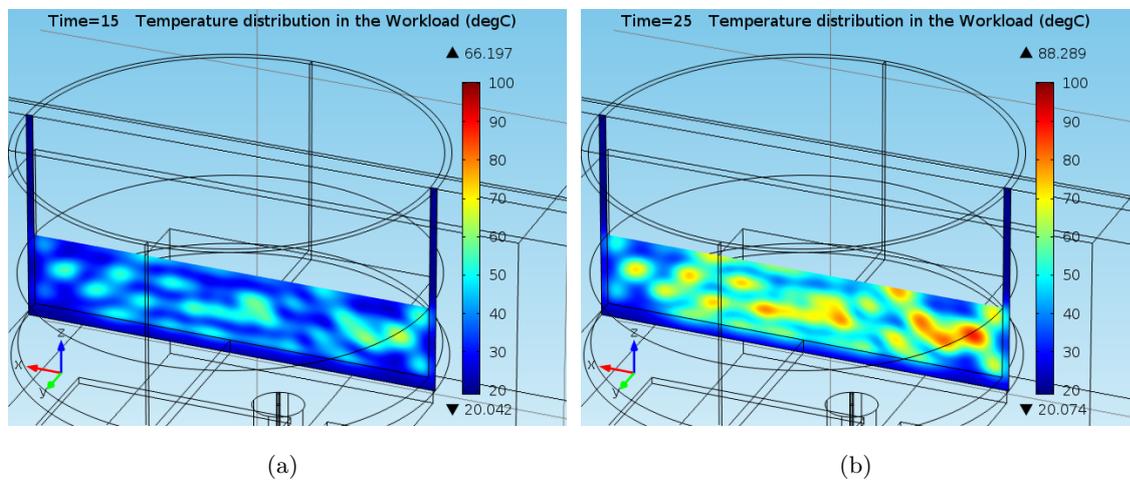


**Figura 11.11:** Distribuzione di temperatura in una sezione verticale del carico di cottura nel caso  $\alpha = 0\text{rad}$ , dopo un tempo di riscaldamento pari a 15s (a) e 25s (b)

In fig. 11.12 è riportata la distribuzione di temperatura per il caso  $\alpha = \alpha_{\text{opt}}$ ; dopo un tempo di riscaldamento pari a 15s e 25s, rispettivamente fig. 11.12 a e fig. 11.12 b.

Come si può notare dal confronto tra fig. 11.11 e fig. 11.12, lo sfasamento tra i due generatori a microonde influenza significativamente la distribuzione di temperatura. In-

fatti il riscaldamento è molto più uniforme e la temperatura degli hot spot è più bassa in fig. 11.12.



**Figura 11.12:** Distribuzione di temperatura in una sezione verticale del carico di cottura nel caso  $\alpha = \alpha_{opt}$ , dopo un tempo di riscaldamento pari a 15s (a) e 25s (b)

## 11.4 Riscaldamento uniforme tramite antenne a fessura

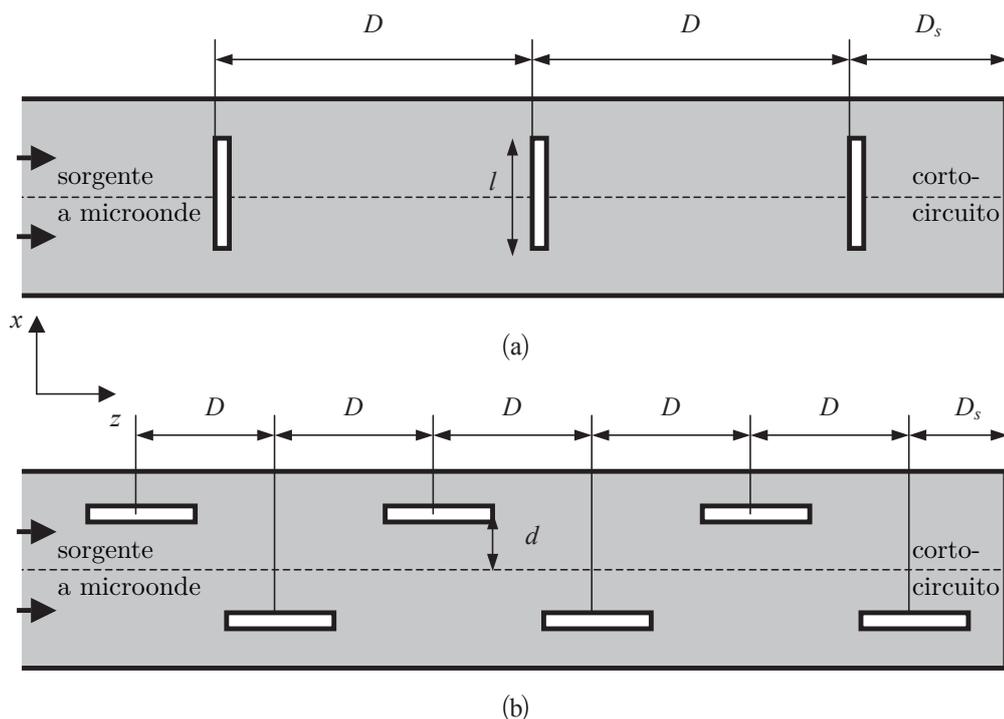
Per migliorare l'uniformità del riscaldamento a microonde vengono adottate tecniche che favoriscono il rimescolamento del campo EM durante il processo, come ad esempio il piatto rotante e gli agitatori di campo (sez. 2.3). Non sempre la tipologia del sistema di cottura permette l'utilizzo di parti meccaniche in movimento per l'agitazione del campo e quindi la mitigazione di hot spot e cold spot. In alcuni casi vengono utilizzate tecniche senza parti mobili quali: l'accensione intermittente di sorgenti a microonde di potenza o lo sfasamento tra le sorgenti (sez. 11.3). Un'ulteriore tecnica oggetto d'indagine in questa tesi, per migliorare le prestazioni di cottura del cibo si giova dell'utilizzo di opportune aperture di accoppiamento tra le guide d'onda e la camera di lancio, ovvero antenne a fessura.

Nella sez. 7 le fessure nelle pareti di una guida d'onda sono state presentate come elementi radiativi di energia EM. Utilizzando un determinato numero di aperture dello stesso tipo nella parete di una guida d'onda, si costruisce una schiera di antenne che è vantaggiosa rispetto ad un unico elemento radiativo. Infatti, le caratteristiche di radiazione dell'antenna a fessura elementare, possono essere combinate in una schiera di fessure di una guida d'onda e dimensionate per realizzare una radiazione EM più intensa e con opportuna distribuzione del campo EM nella zona d'irradiazione d'interesse, rispetto al caso con apertura singola. In questa tesi, la ricerca è focalizzata sull'utilizzo della schiera di fessure allineate, detta anche schiera monodimensionale. Tale tipo di schiera è più adatta per quelle applicazioni in cui i vari sistemi di alimentazione sono direttamente accoppiati alle

sorgenti a microonde di potenza, in particolare per i sistemi di riscaldamento a microonde dotati di alimentazione multipla (sez. 5). Inoltre, sono flessibili e relativamente semplici da progettare.

In generale ci sono due obiettivi fondamentali nella progettazione di una schiera di antenne con guida d'onda fessurata: in primo luogo, ottenere la distribuzione di campo EM desiderata e secondo, realizzare la massima radiazione possibile nella regione d'interesse (sez. 7).

I principali parametri della schiera di fessure che possono essere utilizzati per ottenere gli obiettivi di progetto di cui sopra sono i parametri di posizione dell'apertura, come la distanza tra i centri delle aperture adiacenti  $D$ , così come la distanza tra il centro dell'ultima apertura e l'estremità della guida d'onda (un cortocircuito nella teoria delle linee di trasmissione) che viene indicata con  $D_S$  (fig. 11.13). I parametri geometrici dell'apertura che determinano la quantità di radiazione per ogni singola fessura, come la distanza  $d$  (offset) dalla linea centrale della parete, la lunghezza  $l$  e la larghezza  $w$  dell'apertura, sono cruciali per il design della schiera di antenne a fessura (fig. 11.13).



**Figura 11.13:** Parametri della schiera di fessure con gli elementi radiativi polarizzati orizzontalmente (a) e verticalmente (b)

Le distanze  $D$  e  $D_S$  sono grandezze importanti, perché definiscono la differenza di fase tra i campi EM nelle fessure, che interessa l'intera caratteristica di radiazione della schiera. Quindi, utilizzando valori appropriati per i parametri  $D$  e  $D_S$ , le fessure possono essere collocate in determinate posizioni che danno una differenza di fase variabile dei campi delle aperture.

Come abbiamo visto (sez. 7), sostanzialmente esiste la guida d'onda con le aperture trasversali centrate nella parete di superficie maggiore, cioè con gli elementi radiativi polarizzati orizzontalmente (fig. 11.13 a). Altro caso è la guida d'onda con le aperture longitudinali mutualmente opposte rispetto alla linea centrale della parete più ampia (fig. 11.13 b); questo è il caso di guida d'onda con gli elementi radiativi polarizzati verticalmente ed è il caso utilizzato in questa tesi di dottorato [98, 8].

Le tecniche di design solitamente utilizzate per le schiere di antenne che irradiano nello spazio libero (sez. 7) non sono utilizzabili nel caso in esame di un sistema elettromagneticamente chiuso in cui non è soddisfatta la condizione di campo lontano (7.3). Fermi restando i principali parametri della schiera di fessure utilizzabili per ottenere gli obiettivi di progetto sopra citati, tali parametri devono essere valutati per via numerica e possono essere utilizzati anche per migliorare l'uniformità del riscaldamento a microonde.

L'efficacia della tecnica proposta per migliorare la distribuzione di temperatura è stata verificata tramite simulazione numerica del sistema di cottura "panini grill" (sez. 11.2). Si è appurato che l'utilizzo di un adeguato design della schiera, assicura l'obiettivo di ottenere un riscaldamento il più uniforme possibile.

In relazione all'accorgimento impiegato, il problema di determinare quale sia il layout ottimo che assicura l'aumento delle prestazioni di cottura, è stato affrontato come un problema di ottimizzazione (sez. 10.2).

In particolare, la tecnica di ottimizzazione utilizzata si basa sulla costruzione di meta-modelli (sez. 10.1) al fine di ridurre la complessità ed il tempo complessivo di simulazione del modello numerico multifisico.

Innanzitutto sono state stabilite le dimensioni delle fessure attraverso una serie di test. Data la lunghezza d'onda delle microonde alla frequenza di  $2.45GHz$ :

$$\lambda_{2.45} = 122.4mm, \quad (11.9)$$

secondo le ipotesi di Stevenson (sez. 7.3), le fessure hanno indicativamente lunghezza di risonanza:

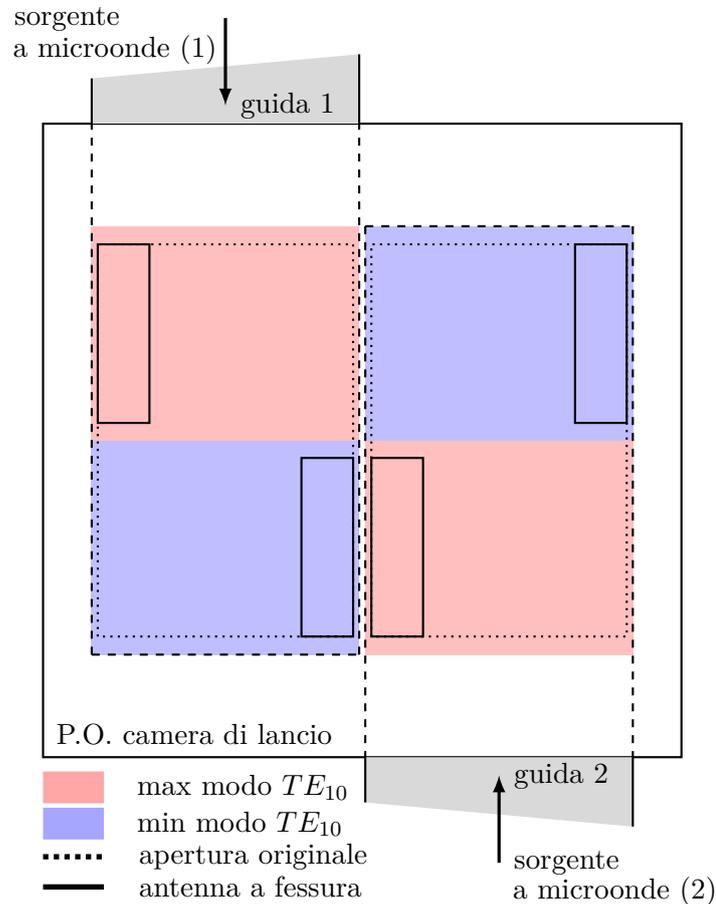
$$l \approx \frac{\lambda_{2.45}}{2} = 61.2mm \quad (11.10)$$

e larghezza:

$$w \ll l \Rightarrow w \approx \frac{l}{10} = 6.12mm. \quad (11.11)$$

Considerando come vincolo di layout della schiera, il perimetro delle aperture già presenti nel prototipo (fig. 11.14 - linea a puntini): si è fissata la posizione di quattro fessure secondo lo schema riportato in fig. 11.14 (linea continua). Due fessure sono state poste nella regione di minimo (fig. 11.14 - area azzurra della guida) del modo fondamentale  $TE_{10}$  (sez. 3.10) e due fessure sono state poste nella regione di massimo (fig. 11.14 - area rossa della guida) del modo fondamentale.

Stabilita la lunghezza delle fessure (11.10) si è fatta variare la larghezza  $w$  (tab. 11.1) e si è determinata la temperatura media del volume d'acqua distillata, 250cc, in un intervallo di tempo di 50s.



**Figura 11.14:** Sezione in pianta della camera di lancio con la posizione delle quattro antenne a fessura fissata

$w$ (mm)	$T_{aveV}$	$V = 250cc$ $l = 61.2mm$ ( $^{\circ}C$ ) $t = 50s$
5	50.79	
8	62.19	
11	70.66	
14	81.39	
17	89.27	
20	89.01	

**Tabella 11.1:** Temperatura media del volume d'acqua distillata, 250cc, in un intervallo di tempo di tempo di 50s: al variare della larghezza  $w$

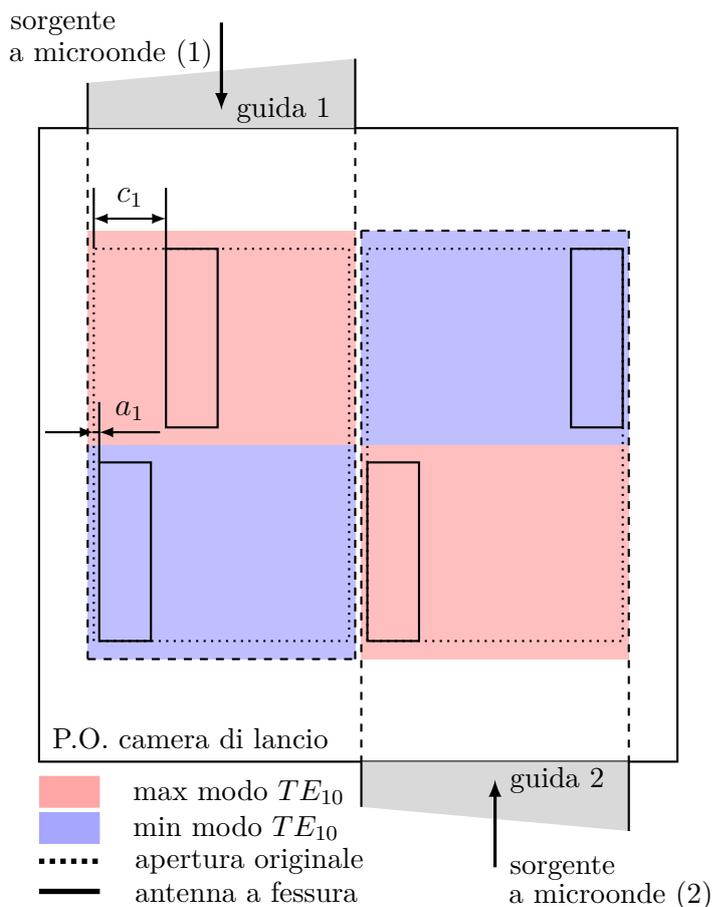
Individuata la temperatura massima per  $w = 17mm$ , successivamente è stata fatta variare anche la lunghezza  $l$  (tab. 11.2).

$l$ (mm)	$T_{aveV}$   $V = 250cc$ ( $^{\circ}C$ ) $t = 50s$		
	$w = 14mm$	$w = 17mm$	$w = 20mm$
57.2	89.38	93.20	89.63
59.2	90.61	96.48	92.30
61.2	81.39	89.27	89.01

**Tabella 11.2:** Temperatura media del volume d'acqua distillata, 250cc, in un intervallo di tempo di tempo di 50s: al variare della larghezza  $w$  e lunghezza  $l$

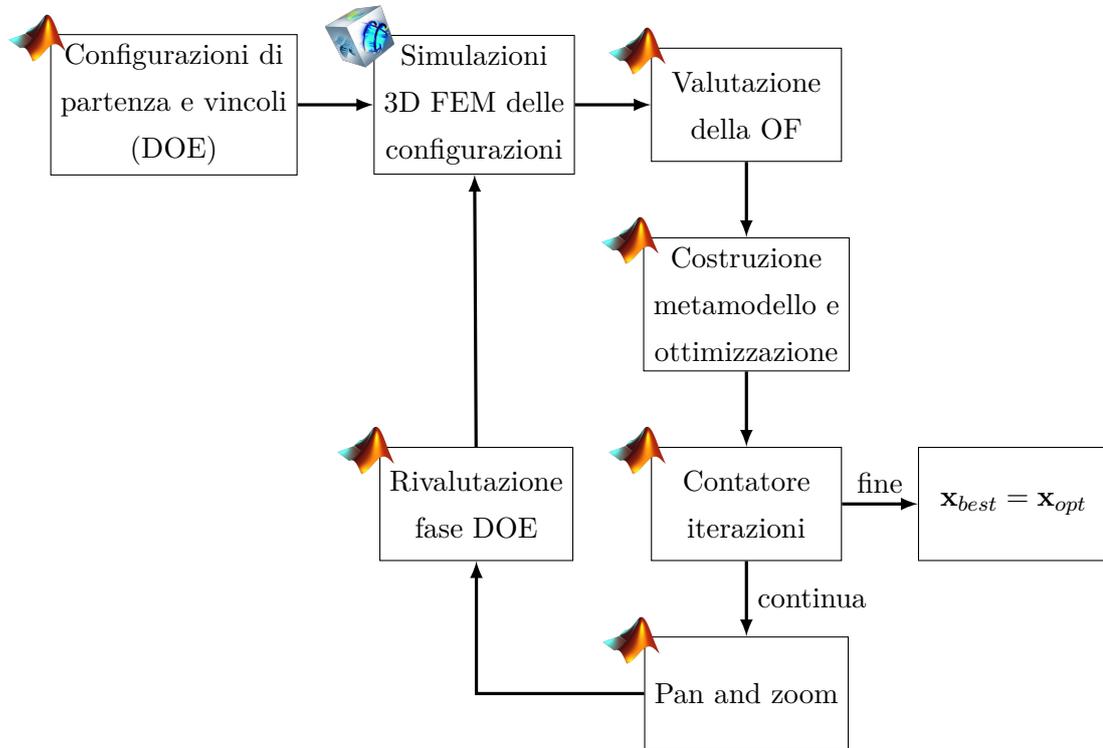
In questa maniera si sono individuati i valori  $w = 17mm$  e  $l = 59.2mm$  come dimensioni delle fessure che garantiscono il massimo riscaldamento possibile  $T_{aveV} = 96.48^{\circ}C$ .

Stabilite le dimensioni delle antenne a fessura si è passati ad individuare il layout ottimo facendo variare, prima di tutto, le distanze  $a_1$  e  $c_1$  come da schema riportato in fig. 11.15.



**Figura 11.15:** Ottimizzazione basata su metamodulo del layout schiera di antenne a fessura, facendo variare le distanze  $a_1$  e  $c_1$

Il diagramma di flusso dell'algoritmo di ottimizzazione basata su metamodello è riportato in fig. 11.16.



**Figura 11.16:** Diagramma di flusso per la determinazione del layout ottimo della schiera di antenne a fessura

**PASSO 1. Configurazioni di partenza e vincoli (DOE).** Selezione delle configurazioni in corrispondenza delle quali vengono eseguite le simulazioni. Per la selezione si è utilizzato un campionamento uniforme della variabile  $a_1$ , con  $a_1 \in [a_{1min}, a_{1max}]$ , e della variabile  $c_1$ , con  $c_1 \in [c_{1min}, c_{1max}]$  (fig. 11.15). I valori massimi e minimi delle variabili  $a_1$  e  $c_1$  sono fissati dal vincolo di layout della schiera.

**PASSO 2. Simulazioni 3D FEM delle configurazioni.** Vengono eseguite le simulazioni numeriche del modello multifisico 3D. Tali simulazioni sono realizzate per ogni configurazione selezionata nella fase DOE.

**PASSO 3. Valutazione della funzione obiettivo.** Viene valutata la funzione obiettivo (OF) per ogni configurazione selezionata (fig. 11.17 - stelle magenta). La OF è definita come la combinazione lineare di due funzioni (sez. 10.2). La prima funzione è la radice quadrata della media delle varianze di temperatura, nell'intervallo di 60s (9.4), scalata rispetto alla temperatura di ebollizione dell'acqua (100° C); la seconda

funzione è la media delle temperature medie del volume d'acqua, nell'intervallo di tempo di 60s, scalata rispetto alla temperatura di ebollizione:

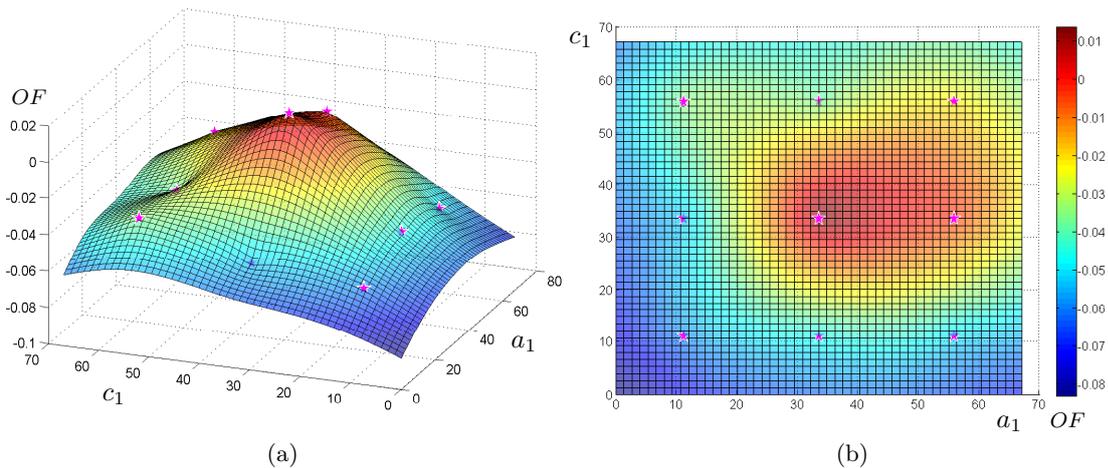
$$OF(a_1, c_1) = 0.7 \cdot \frac{\sqrt{\text{mean}(\sigma_T^2(a_1, c_1))}}{100} - 0.3 \cdot \frac{\text{mean}(T_{aveV}(a_1, c_1))}{100}. \quad (11.12)$$

Dove  $\sigma_T^2(a_1, c_1)$  è valutata per ogni secondo tramite una matrice di punti 3D uniformemente distribuiti all'interno del volume d'acqua (sez. 9.3). I coefficienti 0.7 e 0.3 sono stati valutati con una fase di test iniziale (sez. 10.2), mentre il segno meno permette di massimizzare la seconda funzione durante la minimizzazione della OF.

**PASSO 4. Costruzione metamodello e ottimizzazione.** Sulla base dei risultati ottenuti al passo 3 viene generato un metamodello (MM), cioè una funzione continua che interpola i valori delle risposte relative alle configurazioni scelte nella fase DOE; tale MM sarà quindi una buona approssimazione della OF (fig. 11.17 - superficie). Il MM costruito si basa sull'approccio non parametrico ed utilizza funzioni RBF di tipo gaussiano (sez. 10.1):

$$MM(\mathbf{x}_j) = \sum_{i=1}^{N_{DOE}} \lambda_i e^{-\varepsilon^2 \|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i\|^2} \quad \forall j = 1, \dots, N_{DOE}, \quad (11.13)$$

dove i coefficienti  $\lambda_i$  sono determinati utilizzando la condizione di interpolazione  $MM(\mathbf{x}_i) = OF(\mathbf{x}_i)$  e risolvendo il sistema lineare (11.13).  $N_{DOE}$  è il numero di configurazioni selezionate,  $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^2$  e  $\mathbf{x}_j \in \mathbb{R}^2$  sono rispettivamente la  $i$ -esima e la  $j$ -esima configurazione delle due variabili d'ingresso,  $\varepsilon$  è un parametro di forma, il cui valore iniziale è stato valutato tramite funzioni test (sez. 10.1).



**Figura 11.17:** Valutazione della OF (stelle magenta) e costruzione del metamodello (superficie): prima fase dell'ottimizzazione e prima iterazione

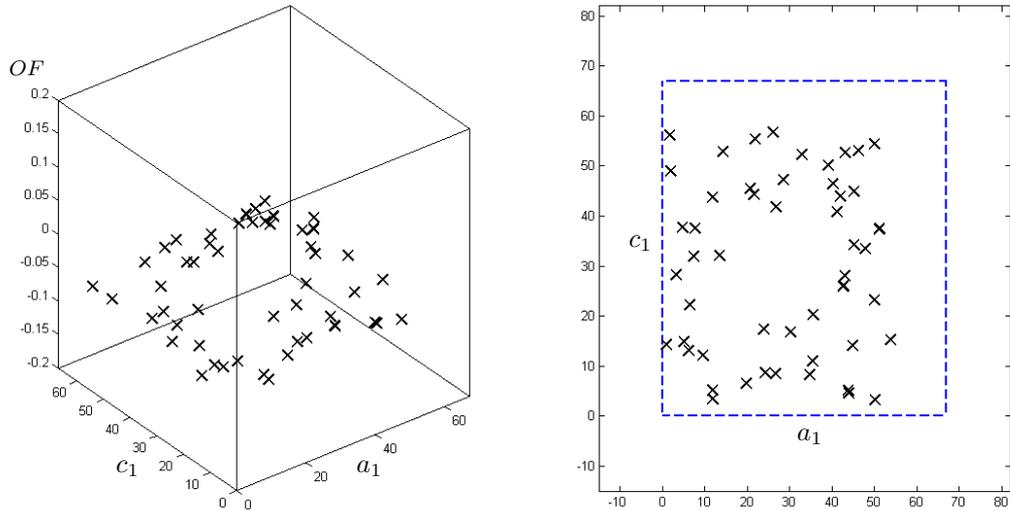
Il MM viene minimizzato rispetto alle variabili  $a_1$  e  $c_1$ , cioè viene risolto un problema di ottimizzazione (sez. 10.2) nel quale è richiesto di minimizzare la funzione MM,

determinando la configurazione best  $(a_1, c_1)_{best}$  (fig. 11.19 - croce nera):

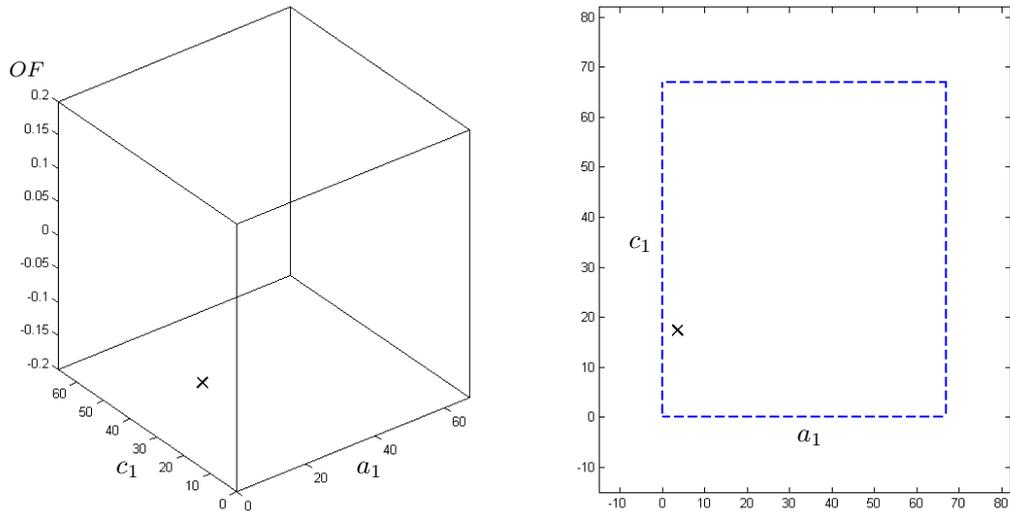
$$(a_1, c_1)_{best} = \arg \min_{a_1, c_1} MM(a_1, c_1),$$

$$\text{vincolato da } a_{1min} \leq a_1 \leq a_{1max}, \quad (11.14)$$

$$c_{1min} \leq c_1 \leq c_{1max}.$$



**Figura 11.18:** Sciame di particelle alla ricerca del minimo,  $(a_1, c_1)_{best}$ , nel metamodello: istante iniziale del PSO



**Figura 11.19:** Sciame di particelle alla ricerca del minimo,  $(a_1, c_1)_{best}$ , nel metamodello: istante finale del PSO

**PASSO 5. Contatore iterazioni.** La soluzione ottima (soluzione best 11.14) determinata tramite il MM non è necessariamente la soluzione ottima della funzione obiettivo (11.12) valutata per mezzo del modello numerico in  $(a_1, c_1)_{best}$ . Per calco-

lare tale soluzione ottima con sufficiente accuratezza, vengono selezionate ulteriori configurazioni (rivalutazione della fase DOE) e costruiti metamodelli successivi (sez. 10.1).

L'algoritmo di ottimizzazione basata su metamodello (fig. 11.16) viene ripetuto per un numero prefissato di iterazioni (e.g. 3).

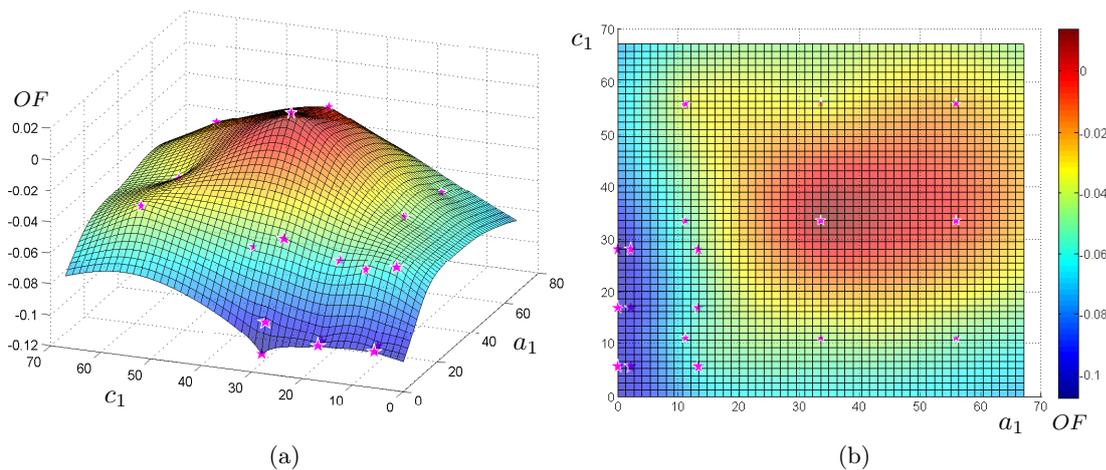
**PASSO 6. *Pan and zoom.*** Per calcolare la soluzione ottima con sufficiente accuratezza, viene rivalutata la fase DOE e costruiti metamodelli successivi. Il piano sperimentale del nuovo DOE è incentrato nella soluzione best del passo precedente e caratterizzato da uno spazio di progetto più piccolo di quello iniziale (sez. 10.1). Lo spazio di progetto variabile viene chiamato Regione di Interesse (RdI). La centratura di una nuova RdI intorno alla soluzione best e la sua progressiva riduzione delle dimensioni è chiamata tecnica Panning and Zooming (sez. 10.1).

**PASSO 7. *Rivalutazione fase DOE.*** Nella RdI vengono campionate le nuove configurazioni in corrispondenza delle quali vengono eseguite le simulazioni (passo 2). Per la selezione viene utilizzato un campionamento uniforme.

**PASSO 8.  $\mathbf{x}_{best} = \mathbf{x}_{opt}$ .** L'algoritmo di ottimizzazione (fig. 11.16) viene ripetuto per tre volte e all'ultima iterazione si ottiene:

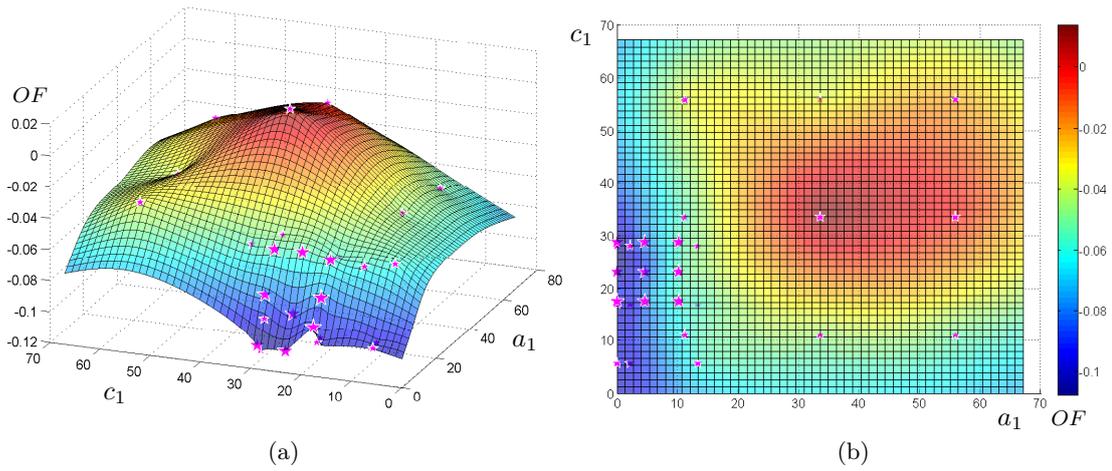
$$(a_1, c_1)_{best} = (a_1, c_1)_{opt} . \quad (11.15)$$

La costruzione dei metamodelli alle iterazioni due e tre sono riportate rispettivamente in fig. 11.20 e fig. 11.21.



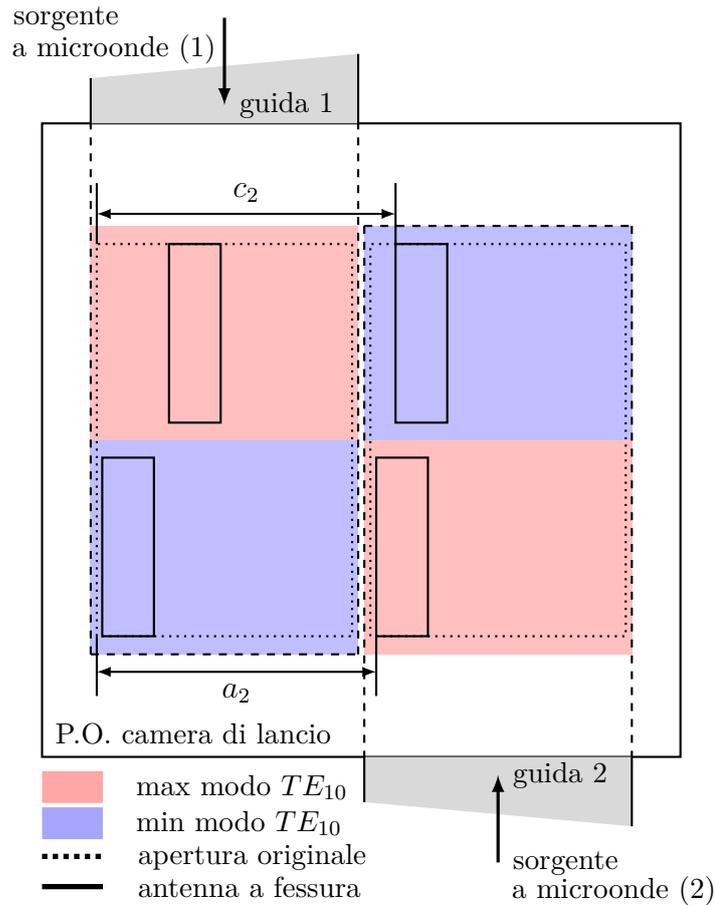
**Figura 11.20:** Valutazione della OF (stelle magenta) e costruzione del metamodello (superficie): prima fase dell'ottimizzazione e seconda iterazione

Alla fine di questa prima fase, l'algoritmo di ottimizzazione (fig. 11.16) determina le variabili ottime  $(a_1, c_1)_{opt}$  che assicurano l'obiettivo di ottenere il riscaldamento più uniforme possibile.



**Figura 11.21:** Valutazione della OF (stelle magenta) e costruzione del metamodella (superficie): prima fase dell’ottimizzazione e terza iterazione

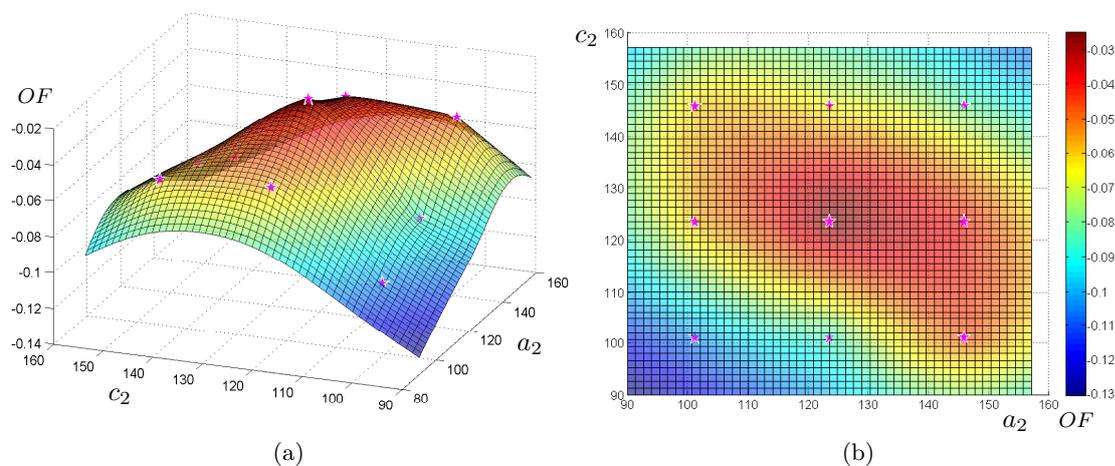
Una seconda fase prevede di applicare l’algoritmo di ottimizzazione (fig. 11.16) alle distanze  $a_2$  e  $c_2$  come da schema riportato in fig. 11.22.



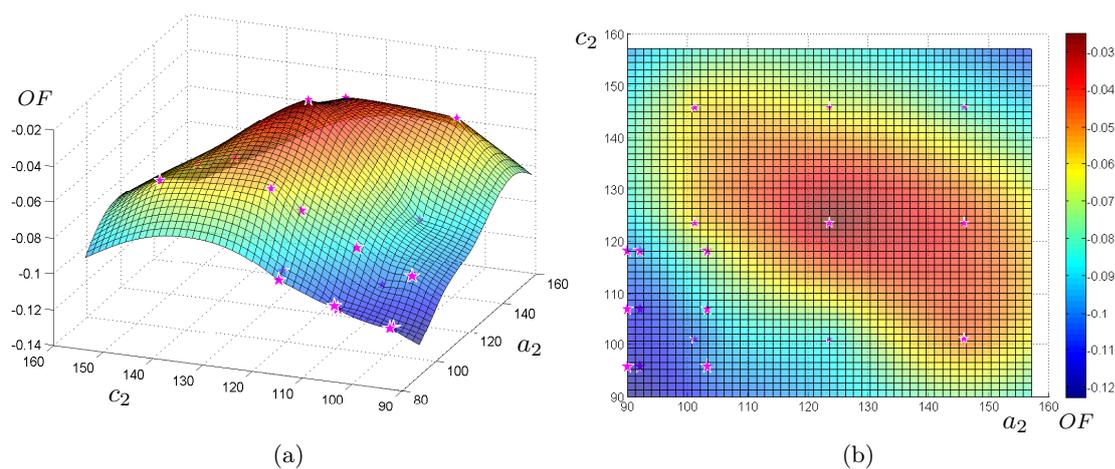
**Figura 11.22:** Ottimizzazione basata su metamodella del layout schiera di antenne a fessura, facendo variare le distanze  $a_2$  e  $c_2$

La costruzione dei metamodelli alle iterazioni uno, due e tre, nella seconda fase del-

l'ottimizzazione, sono riportate rispettivamente in fig. 11.23, fig. 11.24 e fig. 11.25.



**Figura 11.23:** Valutazione della OF (stelle magenta) e costruzione del metamodella (superficie): seconda fase dell'ottimizzazione e prima iterazione



**Figura 11.24:** Valutazione della OF (stelle magenta) e costruzione del metamodella (superficie): seconda fase dell'ottimizzazione e seconda iterazione

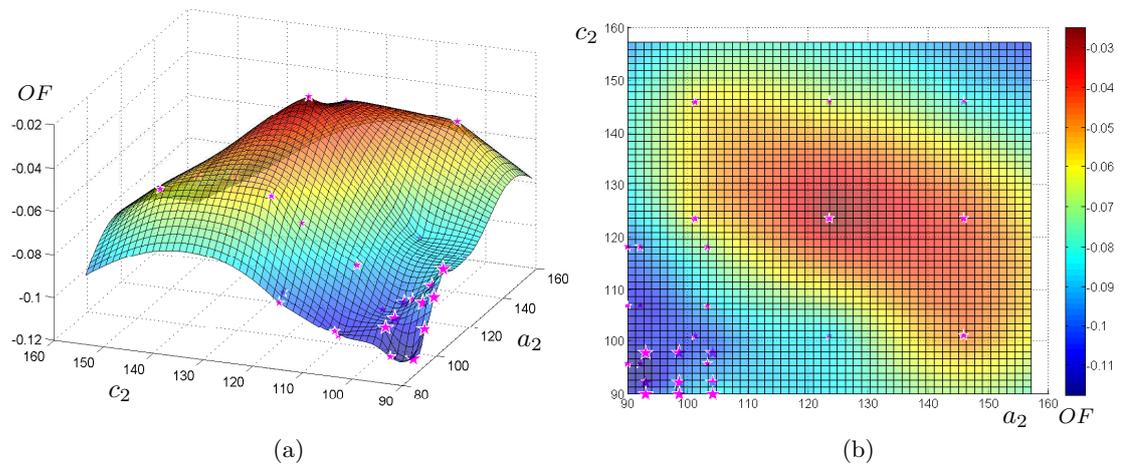
Alla fine della seconda fase vengono determinate le variabili ottime  $(a_2, c_2)_{opt}$  che assicurano l'obiettivo di ottenere il riscaldamento più uniforme possibile.

Una terza ed ultima fase prevede di applicare l'algoritmo di ottimizzazione (fig. 11.16) alle distanze  $b_1$  e  $d_1$  come da schema riportato in fig. 11.26.

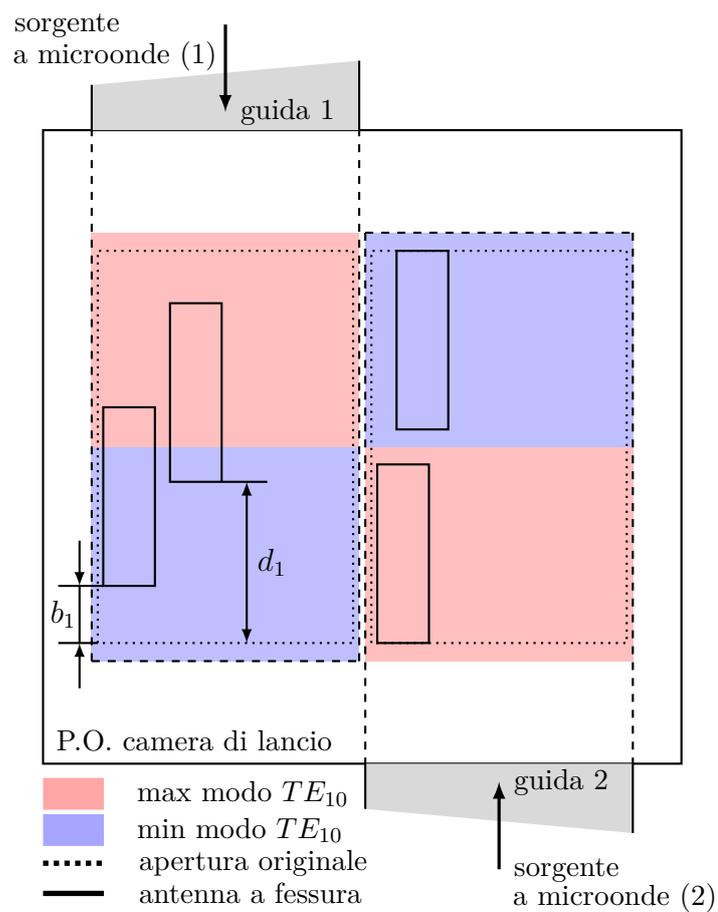
La costruzione dei metamodelli alle iterazioni uno, due e tre, nella terza fase dell'ottimizzazione, sono riportate rispettivamente in fig. 11.27, fig. 11.28 e fig. 11.29.

Alla fine della terza ed ultima fase vengono determinate le variabili ottime  $(b_1, d_1)_{opt}$  che assicurano l'obiettivo di ottenere il riscaldamento più uniforme possibile.

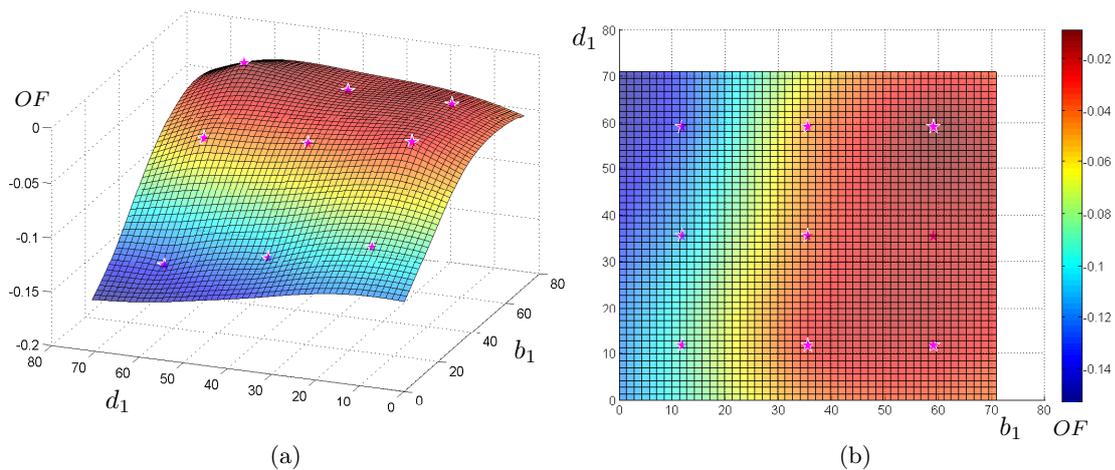
Il processo di ottimizzazione, durante le tre fasi ha coinvolto momenti di pre-elaborazione, programmazione e post-elaborazione attraverso l'accoppiamento tra COMSOL Multiphysics e il software di calcolo scientifico Matlab. In particolare il problema di ottimizzazione



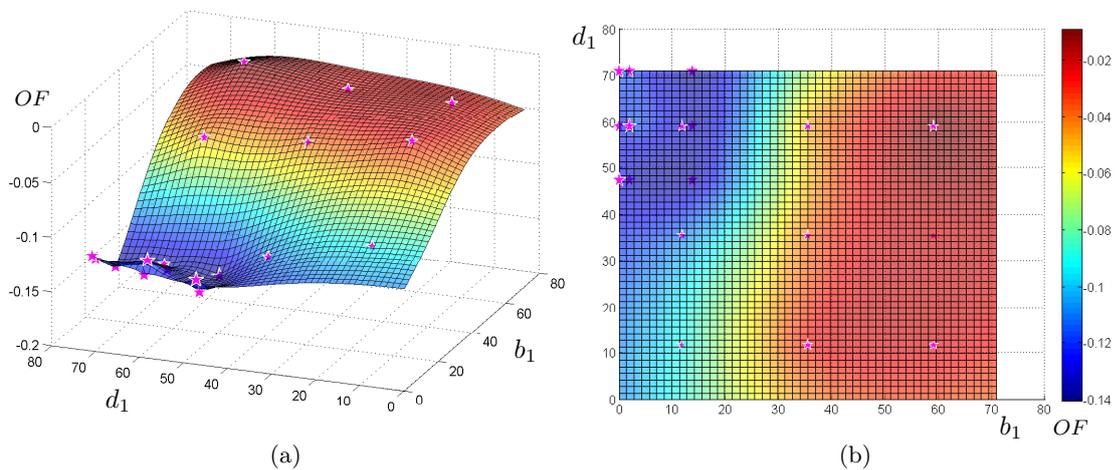
**Figura 11.25:** Valutazione della OF (stelle magenta) e costruzione del metamodella (superficie): seconda fase dell'ottimizzazione e terza iterazione



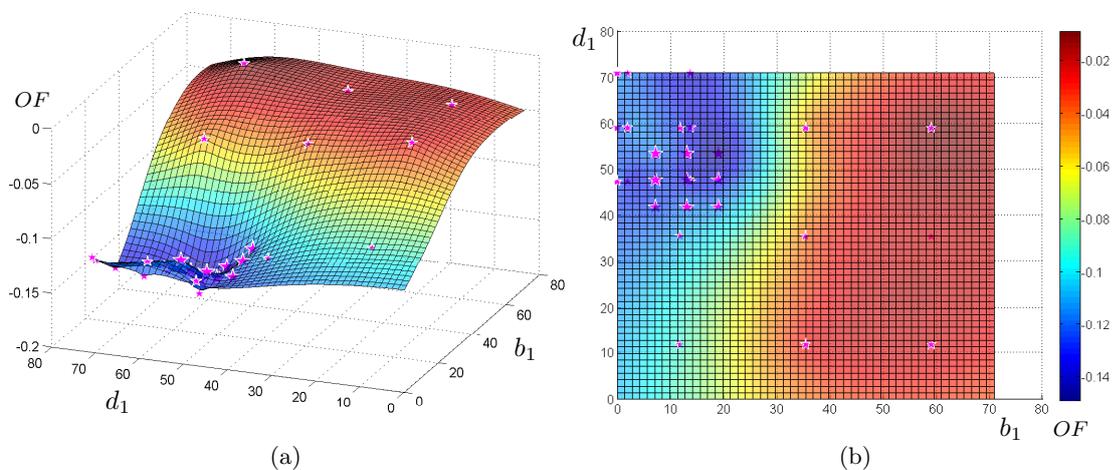
**Figura 11.26:** Ottimizzazione basata su metamodella del layout schiera di antenne a fessura, facendo variare le distanze  $b_1$  e  $d_1$



**Figura 11.27:** Valutazione della OF (stelle magenta) e costruzione del metamodello (superficie): terza fase dell'ottimizzazione e prima iterazione



**Figura 11.28:** Valutazione della OF (stelle magenta) e costruzione del metamodello (superficie): terza fase dell'ottimizzazione e seconda iterazione



**Figura 11.29:** Valutazione della OF (stelle magenta) e costruzione del metamodello (superficie): terza fase dell'ottimizzazione e terza iterazione

(passo 4) è stato risolto utilizzando un algoritmo basato su sciame di particelle (PSO) (sez. 10.2).

### Risultati riscaldamento uniforme tramite antenne a fessura

Le simulazioni hanno evidenziato come l'introduzione di un adeguato design della schiera di antenne a fessura, assicura l'obiettivo di ottenere un riscaldamento il più uniforme possibile. Infatti il valore della (9.4) è 196.92 considerando le aperture già presenti nel prototipo, mentre nel caso della schiera di antenne con:

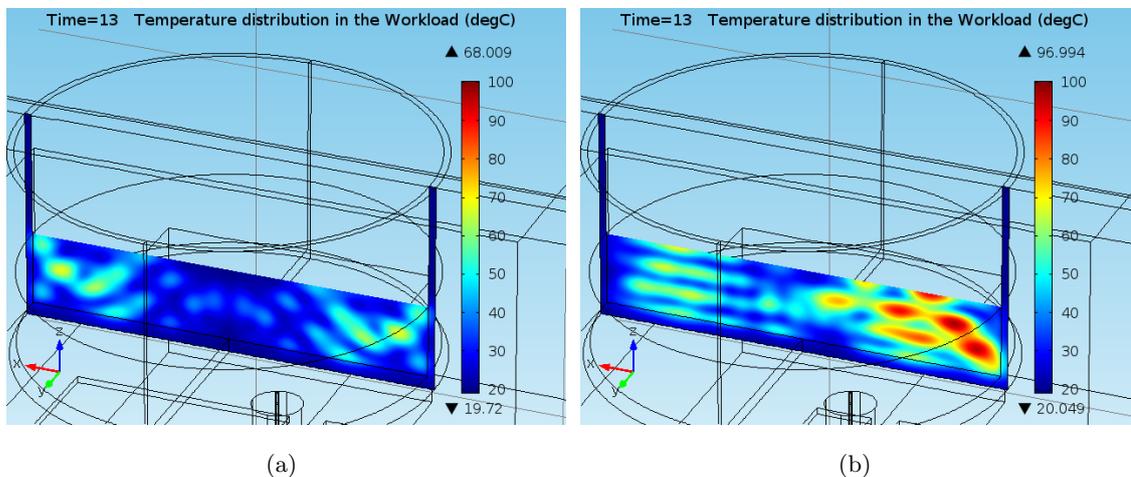
$$(a_1, c_1)_{opt} = (1.80, 23.76)mm, \quad (11.16a)$$

$$(a_2, c_2)_{opt} = (91.94, 93.29)mm, \quad (11.16b)$$

$$(b_1, d_1)_{opt} = (18.94, 53.43)mm, \quad (11.16c)$$

risulta essere 194.37.

In fig. 11.30 è riportata la distribuzione di temperatura in una sezione verticale del carico di cottura per il caso delle aperture già presenti nel prototipo e per il caso layout ottimo, rispettivamente fig. 11.30 a e fig. 11.30 b, dopo un tempo di riscaldamento pari a 13s.



**Figura 11.30:** Distribuzione di temperatura in una sezione verticale del carico di cottura nel caso delle aperture originali (a) e nel caso schiera di antenne a fessura (b), dopo un tempo di riscaldamento pari a 13s

Come si può notare dal confronto tra fig. 11.30 a e fig. 11.30 b, l'utilizzo della schiera di antenne a fessura influenza significativamente la distribuzione di temperatura. Infatti il riscaldamento è più uniforme e la temperatura degli hot spot è molto più alta in fig. 11.30 b. Dunque l'utilizzo di antenne a fessura con appropriati parametri geometrici permette di realizzare una radiazione EM più intensa, con conveniente distribuzione del campo e trasferire più energia al carico di cottura.



---

## Conclusioni

---

Quando un alimento viene riscaldato, la sua composizione chimica si modifica: si formano nuove sostanze e altre vengono parzialmente distrutte. Queste trasformazioni determinano la qualità della cottura e dipendono dal tempo di cottura e dalla temperatura. Nel riscaldamento a microonde la presenza di hot spot e cold spot oltre a penalizzare la bontà della cottura, può impedire la completa eliminazione di batteri e parassiti contenuti nell'alimento.

Il lavoro di tesi è stato incentrato su come migliorare l'uniformità del riscaldamento a microonde, quando la tipologia del sistema di cottura non permette l'utilizzo di parti meccaniche in movimento per l'agitazione del campo EM e quindi la mitigazione di hot spot e cold spot.

L'impiego di COMSOL ha permesso di realizzare un modello multifisico 3D del sistema di cottura a microonde detto "panini grill"; l'utilizzo del software di calcolo scientifico Matlab ha consentito di costruire dei modelli di simulazione e quindi d'impostare e risolvere i problemi di ottimizzazione per determinare quali siano i valori delle grandezze peculiari come lo sfasamento tra le sorgenti a microonde e il layout della schiera di antenne a fessura che assicurano una cottura uniforme. La costruzione di metamodelli che approssimano a mano a mano la funzione obiettivo in un intorno della soluzione ottima ha permesso all'ottimizzatore di ottenere un compromesso tra lo sfruttamento locale delle possibili soluzioni (sub-)ottime e l'esplorazione globale dello spazio di ricerca.

Per quanto riguarda la tecnica che agisce sullo sfasamento tra le due sorgenti a microonde del prototipo, le simulazioni hanno evidenziato come l'introduzione di un conveniente sfasamento tra i due generatori a microonde, influenza significativamente la distribuzione di temperatura e assicura l'obiettivo di un riscaldamento il più uniforme possibile. Infatti il riscaldamento risulta più uniforme e la temperatura degli hot spot diventa più bassa.

Per quanto concerne invece l'utilizzo di una schiera di antenne a fessura, le simulazioni hanno evidenziato come l'introduzione di un adeguato design della schiera, permette

di riscaldare in modo uniforme il cibo e influenza significativamente la distribuzione di temperatura. Infatti, il riscaldamento è risultato essere più uniforme, rispetto a quello corrispondente alle aperture originali, e la temperatura degli hot spot è risultata essere molto più alta. L'utilizzo di antenne a fessura con appropriati parametri geometrici permette di realizzare una radiazione EM più intensa, con conveniente distribuzione del campo, e consente di trasferire più energia al carico di cottura.

Confrontando i risultati delle due tecniche proposte emerge come, nel caso del sistema di cottura "panini grill", lo sfasamento tra le sorgenti sia particolarmente indicato per assicurare l'obiettivo di ottenere un riscaldamento il più uniforme possibile, mentre la schiera di antenne a fessura è adatta a realizzare una radiazione EM più intensa e trasferire più energia al carico di cottura.

É interessante osservare che agendo sullo sfasamento tra le sorgenti si può influenzare le performance di cottura per diversi tipi di pietanze. Nel caso della schiera invece, una volta realizzata essa non può più essere cambiata al variare delle pietanze.

Soluzione da considerare e da approfondire, potrebbe essere l'utilizzo combinato delle due tecniche per sfruttare le specificità di entrambe.

---

## Sviluppi futuri

---

Lo studio dell'uniformità del riscaldamento a microonde è stato un argomento molto stimolante e come anticipato una soluzione interessante da approfondire potrebbe essere l'utilizzo combinato delle due tecniche. Sfasamento tra le sorgenti a microonde e schiera di antenne a fessura, per assicurare l'obiettivo di ottenere un riscaldamento il più uniforme possibile.

In seguito, per ognuna delle tecniche analizzate sarà importante progettare ed allestire la fase sperimentale, cioè l'implementazione nel prototipo "panini grill" e la validazione delle prestazioni delle tecniche proposte.

In particolare, lo sfasamento  $\alpha$  tra le due sorgenti a microonde è una variabile d'ingresso. Considerando che il riscaldamento a microonde dipende da diversi fattori, sarà interessante usare l'ambiente di simulazione per lo sviluppo di un sistema di regolazione a catena aperta del processo di cottura, che agisce sullo sfasamento tra le due sorgenti.

In uno scenario differente può essere d'interesse lo studio e lo sviluppo di un sistema di controllo a catena chiusa in grado di assicurare buone prestazioni anche in relazione a disturbi di tipo diverso (e.g. pietanze di tipo differente). In questo caso è necessaria la misura o la stima della temperatura al fine di definire un indice di uniformità di cottura. I controlli attualmente impiegati agiscono sull'alimentazione delle sorgenti a microonde giovandosi di misure di temperatura che sfruttano tecniche invasive come sonde di temperatura inserite nel workload.

Per il progetto di un controllo a catena chiusa di questo tipo è opportuno fare riferimento ad un approccio basato sul modello del processo in esame. Questo modello deve essere costruito come compromesso tra accuratezza e semplicità al fine di catturare le dinamiche principali del sistema [97, 95].

In prima approssimazione, un sistema di cottura a microonde può essere descritto tramite un circuito equivalente ed è possibile utilizzare i concetti delle linee di trasmissione (sez. 4) per analizzare il comportamento del circuito equivalente [68, 105]. Infatti il sistema

di cottura è fondamentalmente composto da un generatore a microonde di potenza (sez. 5) e da una generica impedenza di carico corrispondente alla cavità di cottura (sez. 6) e al workload (sez. 8), i quali sono connessi necessariamente tramite una guida d'onda (sez. 3) che può essere studiata utilizzando la teoria delle linee di trasmissione (sez. 4). Tensione e corrente all'ingresso della linea dipendono dalle proprietà del carico e dalle caratteristiche del sistema a microonde. Altresì è noto come le proprietà dielettriche delle pietanze cambiano con la temperatura (sez. 8); quindi varia la distribuzione del campo EM all'interno della cavità e la potenza attiva e reattiva all'ingresso delle sorgenti a microonde. Questo implica che la potenza attiva e reattiva all'ingresso delle sorgenti dipendono dalla temperatura del carico [34].

La temperatura del workload si potrebbe stimare a partire, per esempio, da misure di potenza, senza l'impiego di sonde di temperatura. In questo modo il sistema di controllo a catena chiusa risulterebbe del tipo sensorless (in riferimento a sonde di temperatura invasive).





---

## Bibliografia

---

- [1] Stephen F. Adam. *Microwave theory and applications*. Prentice-Hall, 1969. 43, 48, 59
- [2] Constantine A. Balanis. *Antenna theory: analysis and design, 3rd edition*. John Wiley & Sons, 2012. 124, 125, 126, 127, 131, 132
- [3] M. Bellesini. Caratterizzazione mediante misure dinamiche e di elettroluminescenza di dispositivi algan/gan hemt con elettrodo di gate trasparente, 2010. 77, 82, 84
- [4] Dan Bendall. High speed cooking equipment. *Food Management*, 2008. URL <http://goo.gl/FmMj7d>. 1, 2, 8, 9
- [5] Dan Bendall. Well equipped: High speed cooking. *Food Management*, 2010. URL <http://goo.gl/ksHFMy>. 1, 2, 8, 9
- [6] B. Bisceglia and N. Diaferia. Le microonde nel settore agroalimentare rassegna di alcune applicazioni. In *XVI Riunione Nazionale di Elettromagnetismo*, pages 314–317, settembre 2006. 37
- [7] A. Bossavit. Solving maxwell equations in a closed cavity, and the question of spurious modes. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 26(2):702–705, 1990. 181
- [8] M.M. Brady. Single slotted-waveguide linear arrays. *Advances in microwaves.*, 7: 131–173, 1971. 194
- [9] Yu V. Bykov, K.I. Rybakov, and V.E. Semenov. High-temperature microwave processing of materials. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 34(13):R55–R75, 2001. 71
- [10] Tse V. Chow Ting Chan and Howard C. Reader. *Understanding microwave heating cavities*. Artech House Publishers, 2000. 12, 137, 155

- [11] M.P. Chaparro, Y. Diaz, and M.J. Paredes. Evaluation of microwave technology in blanching of broccoli (*brassica oleracea* l. var *botrytis*) as a substitute for conventional blanching. *Food Science*, 1:426–432, 2011. 36
- [12] R.S. Chavan and S.R. Chavan. Microwave baking in food industry: a review. *International Journal of Dairy Science*, 5(3):113–127, 2010. 36
- [13] Kenneth S. Cole and Robert H. Cole. Dispersion and absorption in dielectrics i. alternating current characteristics. *The Journal of Chemical Physics*, 9(4):341–351, 1941. 149
- [14] Robert E. Collin and Francis J. Zucker. *Antenna theory*. McGraw-Hill, 1969. 124, 125
- [15] COMSOL, 2014. URL <http://www.comsol.it/>. 181, 183, 184
- [16] B.G. Cordes, E. Eves, and V. Yakovlev. Modeling-based minimization of time-to-uniformity in microwave heating systems. In *11th AMPERE Conf. on Microwave and High Frequency Heating*, pages 305–308, 2007. 42
- [17] S. Corraini. Studio dei fenomeni di degradazione di dispositivi hemt su gan sottoposti a stress in corrente, 2010. 78, 82, 84
- [18] G. Cusi. Algoritmi evolutivi per la gestione ottimale di impianti hvac, 2010. 176
- [19] Joseph W. Cresko and V.V. Yakovlev. A slotted waveguide applicator design for heating fluids. In *Proc. 9th Conference on Microwave and High Frequency Heating, Loughborough, UK*, pages 317–320, 2003. 139
- [20] A. Crivellaro. Ricostruzione adattativa di dati sparsi mediante funzioni a simmetria radiale, 2011. 171
- [21] S. Dar, Z. Ahmed, and M. Bin Ihsan. Design of a low side lobe slotted waveguide planar array. In *Applied Sciences Technology, 2007. IBCAST 2007. International Bhurban Conference on*, pages 31–34, Jan 2007. 139
- [22] Ashim K. Datta. *Handbook of microwave technology for food application*. CRC Press, 2001. 2, 22, 26, 31, 33, 34, 35, 39, 40, 41, 42, 153, 154, 156, 157, 160, 162, 163
- [23] D.W. Davidson and R.H. Cole. Dielectric relaxation in glycerol, propylene glycol, and n-propanol. *The Journal of Chemical Physics*, 19(12):1484–1490, 1951. 149
- [24] D. Dibben. *Numerical and experimental modelling of microwave applicators*. PhD thesis, University of Cambridge, 1995. 181

- [25] Giuseppe Dilda. *Microonde: circuiti risonanti speciali linee, guide d'onda, cavità, tubi per onde ultracorte, clistron, magnetron*. Levrotto & Bella, 1956. 46, 49, 67, 71, 73, 75
- [26] D.D. Dinčov, Kevin A. Parrott, and K.A. Pericleous. Heat and mass transfer in two-phase porous materials under intensive microwave heating. *Journal of Food Engineering*, 65(3):403–412, 2004. 154
- [27] Elsa Dominguez-Tortajada, Pedro Plaza-Gonzalez, A Diaz-Morcillo, and JV Balbastre. Optimisation of electric field uniformity in microwave heating systems by means of multi-feeding and genetic algorithms. *International Journal of Materials and Product Technology*, 29(1):149–162, 2007. 76
- [28] G. Duccini. Strumenti e metodi di progetto innovativi per strutture aeronautiche in materiale composito, 2007. 165, 167
- [29] J.A. Duro and J.V. de Oliveira. Particle swarm optimization applied to the chess game. In *Evolutionary Computation, 2008. CEC 2008.(IEEE World Congress on Computational Intelligence)*. *IEEE Congress on*, pages 3702–3709. IEEE, 2008. 175
- [30] S. Ebbesen, P. Kiwitz, and L. Guzzella. A generic particle swarm optimization matlab function. In *American Control Conference (ACC), 2012*, pages 1519–1524. IEEE, 2012. 179
- [31] W. Ellison, A. Balana, G. Delbos, K. Lamkaouchi, L. Eymard, C. Guillou, and C. Prigent. New permittivity measurements of seawater. *Radio science*, 33(3): 639–648, 1998. 149
- [32] P. Faria, Z.A. Vale, J. Soares, and J. Ferreira. Particle swarm optimization applied to integrated demand response resources scheduling. In *Computational Intelligence Applications In Smart Grid (CIASG), 2011 IEEE Symposium on*, pages 1–8. IEEE, 2011. 175
- [33] G.F. Fasshauer. *Meshfree approximation methods with MATLAB*. World Scientific Publishing Co., Inc., 2007. 171
- [34] F. Gambato and A. Morassut. Two magnetrons-microwave ovens 3d modelling and simulations. In *International Conference on Heating by Electromagnetic Sources (HES-13)*, pages 219–225, May 2013. 210
- [35] R. Gargana. Rilassamento dielettrico e attività enzimatica di una proteina globulare, 2003. 142, 144

- [36] S.S.R. Geedipalli, V. Rakesh, and A.K. Datta. Modeling the heating uniformity contributed by a rotating turntable in microwave ovens. *Journal of Food Engineering*, 82(3):359–368, 2007. 42
- [37] F. Gibilras. Sistema di cottura con tecnologia a radiofrequenze. *Macchine Alimentari*, pages 44–47, 2011. URL [http://www.forfoodservizi.com/wp-content/uploads/2011/12/MAL\\_2011\\_007\\_INT@044-047.pdf](http://www.forfoodservizi.com/wp-content/uploads/2011/12/MAL_2011_007_INT@044-047.pdf). 4, 5
- [38] B. Grassi. Caratterizzazione dc e dinamica di dispositivi di potenza su gan, 2013. 79, 80, 82, 85
- [39] Midea Group, 2014. URL <http://www.midea.com/global/>. 41, 72, 77
- [40] S. Gunasekaran and Huai-Wen Yang. Optimization of pulsed microwave heating. *Journal of food engineering*, 78(4):1457–1462, 2007. 42
- [41] Erik Gustafsson and Niclas Strömberg. Shape optimization of castings by using successive response surface methodology. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 35(1):11–28, 2008. 165, 170
- [42] A.K. Haghi and N. Amanifard. Analysis of heat and mass transfer during microwave drying of food products. *Brazilian Journal of Chemical Engineering*, 25(3):491–501, 2008. 154
- [43] A.K. Haghi and N. Amanifard. Analysis of heat and mass transfer during microwave drying of food products. *Brazilian Journal of Chemical Engineering*, 25(3):491–501, 2008. 35
- [44] S. Havriliak Jr and S.J. Havriliak. Comparison of the havriliak-negami and stretched exponential functions. *Polymer*, 37(18):4107–4110, 1996. 149
- [45] J. Hysenbelli. Circuiti integrati a microonde basati su gaas e gan, 2010. 79, 82, 84
- [46] J.Y. Jeong, E.S. Lee, J.H. Choi, J.Y. Lee, J.M. Kim, S.G. Min, Y.C. Chae, and C.J. Kim. Variability in temperature distribution and cooking properties of ground pork patties containing different fat level and with/without salt cooked by microwave energy. *Meat science*, 75(3):415–422, 2007. 36
- [47] Richard C. Johnson. *Antenna engineering handbook, 3rd edition*. McGraw-Hill, 1993. 124, 125
- [48] Donald R. Jones. A taxonomy of global optimization methods based on response surfaces. *Journal of global optimization*, 21(4):345–383, 2001. 165, 166
- [49] Lars G. Josefsson. Analysis of longitudinal slots in rectangular waveguides. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 35(12):1351–1357, 1987. 139

- [50] Lars G. Josefsson. A waveguide transverse slot for array applications. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 41(7):845–850, 1993. 139
- [51] Udo Kaatze. Complex permittivity of water as a function of frequency and temperature. *Journal of Chemical and Engineering Data*, 34(4):371–374, 1989. 141, 149
- [52] J. Kennedy and R. Eberhart. Particle swarm optimization. In *Neural Networks, 1995. Proceedings., IEEE International Conference on*, volume 4, pages 1942–1948, 1995. 175
- [53] E. Kim, B. Kim, and S. Nam. Analysis of electromagnetic wave transmission through a choke using fe-bim with arbitrary incident angle/polarization. *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on*, 39(1):11–16, 1997. 40
- [54] Jack P.C. Kleijnen and Robert G. Sargent. A methodology for fitting and validating metamodels in simulation. *European Journal of Operational Research*, 120(1):14–29, 2000. 165, 167, 168
- [55] L.A. Klein and C.T. Swift. An improved model for the dielectric constant of sea water at microwave frequencies. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 25(1):104–111, 1977. 149
- [56] P. Kopyt and M. Celuch-Marcysiak. Fdtd modeling and experimental verification of electromagnetic power dissipated in domestic microwave ovens. *Journal of Telecommunications and Information Technology*, pages 59–65, 2003. 42
- [57] T. Krishnamurthy. Comparison of response surface construction methods for derivative estimation using moving least squares, kriging and radial basis functions. In *Proceedings of the 46th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC structures, structural dynamics and materials conference, AIAA-2005-1821*, pages 18–21, 2005. 166, 167
- [58] G. Lambert-Torres, H.G. Martins, M.P. Coutinho, C.P. Salomon, and F.C. Vieira. Particle swarm optimization applied to system restoration. In *PowerTech, 2009 IEEE Bucharest*, pages 1–6. IEEE, 2009. 175
- [59] M. Lanza, J.R. Pérez, and J. Basterrechea. Particle swarm optimization applied to planar arrays synthesis using subarrays. In *Antennas and Propagation (EuCAP), 2010 Proceedings of the Fourth European Conference on*, pages 1–5. IEEE, 2010. 175
- [60] W.L. Lee, A. Datta, and R. Cardell-Oliver. Microwave vacuum drying for advanced process technology. Technical report, Püschner Mikrowellen EnergietechniK, 2002. URL <http://www.pueschner.com/>. 34, 35

- [61] A. Malandrino. Caratterizzazione ed affidabilità di transistor ad alta mobilità realizzati su gan (ga-polar e n-polar), 2011. 78, 82, 84
- [62] N. Marcuvitz. *Waveguide handbook*. McGraw-Hill Book Company, 1st edition, 1951. 43, 48, 65
- [63] MathWorks, 2014. URL <http://it.mathworks.com/>. 173
- [64] K. Matsumoto and O. Hashimoto. Shield design about circumference of choke structure used for microwave oven by parallel fdtd. In *Wireless Communications and Applied Computational Electromagnetics, 2005. IEEE/ACES International Conference on*, pages 1065–1068. IEEE, 2005. 40
- [65] K. Matsumoto, O. Hashimoto, and K. Wada. An efficient analysis on door structure of a microwave oven using combined waves of higher order modes. In *Microwave Conference, 2003. 33rd European*, volume 3, pages 1171–1174. IEEE, Oct 2003. 40
- [66] V.A. Mechenova and V.V. Yakovlev. Efficient optimization of s-parameters of systems and components in microwave heating. In *Proc. 3rd World Congress on Microwave & RF Applications, Sydney, Australia, 22-26 September*, page M4A.24–M4A.25, 2002. 139
- [67] Roger J. Meredith. *Engineers' handbook of industrial microwave heating*. Number 25 in IEE power engineering series. IET, 2007. 23, 26, 71, 72, 150, 153, 155
- [68] A.C. Metaxas, , and R.J. Meredith. *Industrial microwave heating*. Number 4 in IEE power engineering series. IET, 1988. 5, 23, 26, 153, 209
- [69] Umesh K. Mishra, Likun Shen, Thomas E. Kazior, and Yi-Feng Wu. Gan-based rf power devices and amplifiers. *Proceedings of the IEEE*, 96(2):287–305, 2008. 84
- [70] Shoji MIYAKE and Yukio MAKINO. Application of millimeter-wave heating to materials processing. *IEICE transactions on electronics*, 86(12):2365–2370, 2003. 71
- [71] Ned Mohan and Tore M. Undeland. *Power electronics: converters, applications, and design*. John Wiley & Sons, 1995. 79, 81
- [72] B. Monemar. Iii-v nitrides—important future electronic materials. *Journal of Materials Science: Materials in Electronics*, 10(4):227–254, 1999. 82
- [73] D.C. Montgomery, A. Lombardo, G. Vicario, and R. Levi. *Progettazione e analisi degli esperimenti*. McGraw-Hill, 2005. 158, 165, 167, 169
- [74] Hadis Morkoç. *Handbook of nitride semiconductors and devices Vol. 3 GaN-based optical and electronic devices*. Wiley-vch, 2009. 76, 77, 78, 82

- [75] NXP Semiconductors Netherlands N.V., 2014. URL <http://www.nxp.com/>. 41, 72, 76
- [76] NXP Semiconductors Netherlands N.V., 2014. URL [http://www.nxp.com/documents/data\\_sheet/BLF2425M7L250P\\_2425M7LS250P.pdf](http://www.nxp.com/documents/data_sheet/BLF2425M7L250P_2425M7LS250P.pdf). 72, 77, 80
- [77] M. O'Donnell, E.T. Jaynes, and J.G. Miller. Kramers-kronig relationship between ultrasonic attenuation and phase velocity. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 69(3):696–701, 1981. 146
- [78] Grace P. Okiror and Carol L. Jones. Effect of temperature on the dielectric properties of low acyl gellan gel. *Journal of Food Engineering*, 113(1):151–155, 2012. 149
- [79] Arthur A. Oliner. The impedance properties of narrow radiating slots in the broad face of rectangular waveguide. *Antennas and Propagation, IRE Transactions on*, 5(1):4–20, 1957. 138
- [80] M.E.C. Oliveira and A.S. Franca. Microwave heating of foodstuffs. *Journal of Food Engineering*, 53(4):347–359, 2002. 154
- [81] I. Oumarou, D. Jiang, and C. Yijia. Particle swarm optimization applied to optimal power flow solution. In *Natural Computation, 2009. ICNC'09. Fifth International Conference on*, volume 3, pages 284–288. IEEE, 2009. 175
- [82] D.Z. Ovadia and C.E. Walker. Microwave baking of bread. *Journal of microwave power and electromagnetic energy*, 30(2):81–89, 1995. 37
- [83] C.J. Overbeck, R.R. Palmer, Stephenson R.J., and Marsh W. White. Interference of microwave. Technical report, Central Scientific Company, Chicago, 1962. 27
- [84] S. Ozge Keskin, G. Sumnu, and S. Sahin. Bread baking in halogen lamp–microwave combination oven. *Food Research International*, 37(5):489–495, 2004. 37
- [85] O. Ozmutlu, G. Sumnu, and S. Sahin. Assessment of proofing of bread dough in the microwave oven. *European Food Research and Technology*, 212(4):487–490, 2001. 37
- [86] D. Pavlidis. Hbt vs. phemt vs. mesfet: What's best and why. In *International Conference on Compound Semiconductor Manufacturing Technology*, 1999. 82
- [87] P. Plaza-González, J. Monzó-Cabrera, J.M. Catalá-Civera, and D. Sánchez-Hernández. New approach for the prediction of the electric field distribution in multimode microwave-heating applicators with mode stirrers. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 40(3):1672–1678, 2004. 27, 42

- [88] P. Plaza-González, J. Monzó-Cabrera, J.M. Catalá-Civera, and D. Sánchez-Hernández. Effect of mode-stirrer configurations on dielectric heating performance in multimode microwave applicators. *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, 53(5):1699–1706, 2005. 27, 42
- [89] David M. Pozar. *Microwave engineering*. John Wiley & Sons, 3rd edition, 2005. 17, 22, 25, 27, 40, 43, 46, 48, 49, 51, 52, 54, 62, 64, 67, 70, 89, 90, 94, 95
- [90] Rüdiger Quay. *Gallium nitride electronics*, volume 96. Springer, 2008. 76, 77, 78, 82, 84
- [91] Nestor V. Queipo, Raphael T. Haftka, Wei Shyy, Tushar Goel, Rajkumar Vaidyanathan, and P. Kevin Tucker. Surrogate-based analysis and optimization. *Progress in aerospace sciences*, 41(1):1–28, 2005. 165, 166, 167, 169, 171
- [92] Wu Ren, Ben-Qing Gao, Zheng-Hui Xue, Wei-Ming Li, and Bo Liu. Full-wave analysis of broad wall slot’s characteristics in rectangular waveguides. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 52(9):2436–2444, 2004. 139
- [93] C.W. Reynolds. Flocks, herds and schools: A distributed behavioral model. *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, 21(4):25–34, 1987. 176
- [94] A.M. Rocha, M. Facão, J.P. Sousa, and A. Viegas. Simulation of electromagnetic leakage from a microwave oven. In *Proceedings of EHE’06 International Conference on Electromagnetic Fields, Health and Environment*, pages 1–29, 2006. 40
- [95] V.G. Ryckaert, J.E. Claes, and J.F. Van Impe. Model-based temperature control in ovens. *Journal of food engineering*, 39(1):47–58, 1999. 209
- [96] M.A. Saber. 3-d heat and mass transfer modeling and manipulation using microwaves. In *Electromagnetic Compatibility, 2003. EMC’03. 2003 IEEE International Symposium on*, volume 2, pages 817–819. IEEE, 2003. 154
- [97] I. Sanchez, J.R. Banga, and A.A. Alonso. Temperature control in microwave combination ovens. *Journal of Food Engineering*, 46(1):21–29, 2000. 209
- [98] A.J. Sangster and A.H.I. McCormick. Theoretical design/synthesis of slotted waveguide arrays. In *IEE Proceedings H (Microwaves, Antennas and Propagation)*, pages 39–46. IET, 1989. 194
- [99] T.J. Santner, B.J. Williams, and W. Notz. *The design and analysis of computer experiments*. Springer, 2003. 169
- [100] N. Seyhun, H. Ramaswamy, G. Sumnu, S. Sahin, and J. Ahmed. Comparison and modeling of microwave tempering and infrared assisted microwave tempering of frozen potato puree. *Journal of food engineering*, 92(3):339–344, 2009. 156

- 
- [101] Samuel Silver. *Microwave antenna theory and design*. McGraw-Hill, 1949. 124, 126, 127, 133, 137, 138
- [102] P.P. Silvester and R.L. Ferrari. *Finite elements for electrical engineers*. Cambridge university press, 1996. 181
- [103] András Sóbester, Stephen J. Leary, and Andy J. Keane. On the design of optimization strategies based on global response surface approximation models. *Journal of Global Optimization*, 33(1):31–59, 2005. 166, 170
- [104] R. Somaraju and J. Trumpf. Frequency, temperature and salinity variation of the permittivity of seawater. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 54(11):3441–3448, 2006. 149
- [105] Carlo G. Someda. *Electromagnetic Waves*. CRC Press, 1998. 17, 22, 27, 40, 43, 60, 67, 209
- [106] Bi.Elle s.r.l. Modena (MO) italy, 2014. URL <http://www.microwaves.it/>. 33, 35, 36
- [107] EMitech s.r.l. Molfetta (BA) italy, 2014. URL <http://www.emitech.it/>. 33
- [108] S. Stanculovic. Theoretical synthesis and experimental measurements of slotted waveguide feeding systems for 2.45 ghz industrial microwave heating installations. *Wissenschaftliche Berichte FZKA*, 7263, 2006. 52
- [109] Robert J. Stegen. Longitudinal shunt slot characteristics. Technical report, DTIC Document, 1951. 138
- [110] Washington State University Biological Systems Engineering Microwave Sterilization, 2014. URL <http://www.microwaveheating.wsu.edu/>. 37
- [111] George J. Stern and Robert S. Elliott. Resonant length of longitudinal slots and validity of circuit representation: Theory and experiment. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 33(11):1264–1271, 1985. 139
- [112] A.F. Stevenson. Theory of slots in rectangular wave-guides. *Journal of Applied Physics*, 19(1):24–38, 1948. 137, 138
- [113] A. Stogryn. Equations for calculating the dielectric constant of saline water. *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, 19(8):733–736, 1971. 149
- [114] Wayne R. Tinga and Ken Eke. Combination microwave ovens: an innovative design strategy. *The Journal of microwave power and electromagnetic energy: a publication of the International Microwave Power Institute*, 46(4):192–205, 2012. 4, 5, 6, 27, 42

- [115] M. Tondi. Food design, anche il cibo è progetto. *ARCHITETTARE 08 GUSTARE*, 2010. 1
- [116] Paul F. Turner. Invasive microwave array with destructive and coherent phase, August 29 1989. URL <http://www.google.com/patents/US4860752>. US Patent 4,860,752. 27
- [117] J. Varith, C. Noochuay, P. Netsawang, B. Hirunstitporn, S. Janin, and M. Krairiksh. Design of multimode-circular microwave cavity for agri-food processing. In *Microwave Conference, 2007. APMC 2007. Asia-Pacific*, pages 1–4. IEEE, 2007. 40
- [118] J. Varith, W. Sirikajornjaru, and T. Kiatsiriroat. Microwave-vapor heat disinfestation on oriental fruit fly eggs in mangoes. *Journal of food processing and preservation*, 31(3):253–269, 2007. 37
- [119] L. Vestling. Design and modeling of high-frequency ldmos transistors. *Comprehensive Summaries of Uppsala Dissertations from the Faculty of Science and Technology 681*, pages 1–50, 2002. 79, 80
- [120] Wiesbeck Werner. Antennen und antennensysteme (lecture notes), 2005. 124, 126
- [121] Whirlpool, 2014. URL <http://www.whirlpool.com/>. 41, 72, 77
- [122] Jerry Whitaker. *Power Vacuum Tubes Handbook*. CRC Press, 2nd edition, 1999. 71, 73, 74, 75
- [123] WITOL, 2014. URL <http://www.witol.com.cn/>. 68, 97
- [124] Edward A. Wolff. *Antenna analysis*. Artech house, 1988. 123, 127, 133
- [125] Xin-She Yang. *Nature-inspired metaheuristic algorithms*. Luniver press, 2010. 172, 173
- [126] K.S. Yee et al. Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell’s equations in isotropic media. *IEEE Trans. Antennas Propag*, 14(3):302–307, 1966. 181
- [127] M. Zagoraïou. Esperimenti per modelli parzialmente lineari con applicazione ai computer experiments, 2008. 165, 167
- [128] N. Zanetti. Valutazione sensoriale di filetti di branzino preparati con diversi materiali di cottura. Master’s thesis, Università degli Studi di Padova - Facoltà di Agraria, 2010-2011. 3, 9, 10
- [129] Qiong Zhang, Tom H. Jackson, and Aydin Ungan. Numerical modeling of microwave induced natural convection. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 43(12):2141–2154, 2000. 154

- 
- [130] H. Zheng and H. Lu. Effect of microwave pretreatment on the kinetics of ascorbic acid degradation and peroxidase inactivation in different parts of green asparagus (*Asparagus officinalis L.*) during water blanching. *Food chemistry*, 128(4):1087–1093, 2011. 36
- [131] L. Zhou, V.M. Puri, R.C. Anantheswaran, and G. Yeh. Finite element modeling of heat and mass transfer in food materials during microwave heating—model development and validation. *Journal of food engineering*, 25(4):509–529, 1995. 154
- [132] G. Zilli, L. Bergamaschi, and M. Venturin. *Metodi di ottimizzazione*, Dipartimento di Metodi e Modelli Matematici Università di Padova 2008. 179