



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

Sede Amministrativa: Università degli Studi di Padova

Dipartimento di INGEGNERIA INDUSTRIALE

SCUOLA DI DOTTORATO DI RICERCA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE
INDIRIZZO: FISICA TECNICA
CICLO XXV

**MODELLIZZAZIONE E MISURE DI PROPRIETA' DI TRASPORTO
NELLO SCAMBIO DI CALORE E DI MASSA NEI MEZZI POROSI**

Direttore della Scuola: Ch.mo Prof. Paolo Colombo

Coordinatore d'indirizzo: Ch.ma Prof.ssa Luisa Rossetto

Supervisore: Ch.mo Prof. Lorenzo Moro

Dottorando: Marta Deganello

INDICE

PREMESSA VII

ABSTRACT IX

CAPITOLO 1

MECCANISMI DI TRASMISSIONE DEL CALORE NEI MEZZI POROSI 1

1.1 Introduzione 1

1.2 Trasmissione del calore per conduzione nei mezzi porosi 1

1.3 Conduttività termica del gas 4

1.4 Trasmissione del calore per convezione nei mezzi porosi 5

1.5 Trasmissione del calore per radiazione nei mezzi porosi 6

1.6 Trasmissione del calore accoppiata per conduzione e radiazione nei mezzi porosi 8

CAPITOLO 2

CONDUTTIVITÀ TERMICA EQUIVALENTE DEI MEZZI POROSI 11

2.1 Introduzione 11

2.2 Conduttività termica equivalente 11

2.3 Equilibrio termico locale 12

2.4 Definizione della conduttività termica equivalente 14

2.5 Conclusioni 19

CAPITOLO 3

TRASPORTO DI CALORE E DI MASSA NEI MATERIALI POROSI UMIDI 21

3.1 Introduzione 21

3.2 Formulazione del problema di trasporto di calore e di massa 22

3.3 Conservazione della massa 24

3.4 Conservazione dell'energia 25

| | | |
|-------|---|----|
| 3.5 | Conservazione della quantità di moto | 27 |
| 3.6 | Relazioni termodinamiche..... | 28 |
| 3.7 | Trasporto in fase liquida e vapore..... | 29 |
| 3.7.1 | Leggi fenomenologiche..... | 31 |
| 3.8 | Equazioni costitutive | 35 |
| 3.8.1 | Isoterme di equilibrio..... | 35 |
| 3.8.2 | Coefficiente di diffusione efficace..... | 37 |
| 3.8.3 | Permeabilità relativa | 38 |
| 3.8.4 | Conduktività termica nei mezzi porosi umidi | 39 |
| 3.9 | Condizioni al contorno | 41 |

CAPITOLO 4

| | | |
|---|---|----|
| <u>DETERMINAZIONE DELLA CONDUKTIVITÀ TERMICA NEI MATERIALI POROSI UMIDI</u> | 45 | |
| 4.1 | Introduzione..... | 45 |
| 4.1.1 | La fase A..... | 47 |
| 4.1.2 | La fase C | 48 |
| 4.2 | Determinazione della conduktività termica in regime stazionario | 49 |
| 4.2.1 | Assenza di movimento della fase liquida (zona 1)..... | 49 |
| 4.2.2 | Movimento della fase liquida (zona 2) | 52 |

CAPITOLO 5

| | | |
|--|--|----|
| <u>TECNICHE DI MISURA DELLA CONDUKTIVITÀ TERMICA</u> | 55 | |
| 5.1 | Introduzione..... | 55 |
| 5.2 | Misura della conduktività termica..... | 55 |
| 5.3 | Equazioni fondamentali..... | 56 |
| 5.4 | Tecniche di misura in regime stazionario | 58 |
| 5.4.1 | Strumenti a piastre piane parallele (<i>Guarded Parallel-Plates</i>) | 58 |

| | | |
|-----------------------|--|----|
| 5.4.2 | Apparecchiatura a termoflussimetri HFM (<i>Heat flow-meter</i>)..... | 60 |
| 5.5 | Tecniche di misura in regime transitorio..... | 61 |
| 5.5.1 | Tecnica a filo caldo (<i>Hot-Wire Instrument</i>) | 61 |
| 5.5.2 | Tecnica a disco caldo (<i>Hot-Disk Instrument</i>)..... | 63 |
| 5.5.3 | Tecniche <i>Laser-Flash</i> (<i>Laser-Flash Instrument</i>)..... | 64 |
| 5.5.4 | Metodo a flusso termico radiale (<i>Radial Heat-Flow Instrument</i>) | 66 |
| 5.6 | Conclusioni..... | 66 |
| CAPITOLO 6 | | |
| | <u>APPARATI SPERIMENTALI</u> | 67 |
| 6.1 | Introduzione..... | 67 |
| 6.2 | Descrizione dell'apparato sperimentale | 67 |
| 6.2.1 | Hot Disk..... | 68 |
| 6.2.2 | Apparato a termoflussimetri HFM (<i>Heat Flow Meter</i>) | 72 |
| CAPITOLO 7 | | |
| | <u>DEDUZIONE ANALITICA DEL CAMPO TERMICO APPARECCHIATURA HOT DISK</u> | 81 |
| 7.1 | Introduzione..... | 81 |
| 7.2 | Deduzione analitica campo termico indotto dal sistema Hot Disk..... | 81 |
| 7.3 | Funzione adimensionale del tempo | 87 |
| CAPITOLO 8 | | |
| | <u>PROCEDURA SPERIMENTALE, APPARECCHIATURA HOT DISK</u> | 89 |
| 8.1 | Introduzione..... | 89 |
| 8.2 | Analisi sperimentale ad alte temperature | 89 |
| 8.2.1 | Modello previsionale per il calcolo della conduttività | 90 |
| 8.2.2 | Condizioni sperimentali..... | 92 |

| | | |
|-------|---|-----|
| 8.2.3 | Analisi dei dati sperimentali..... | 93 |
| 8.2.4 | Conclusioni | 98 |
| 8.3 | Analisi sperimentale in condizioni di saturazione | 99 |
| 8.3.1 | Scambio termico sonda – terreno: metodo analitico | 102 |
| 8.3.2 | Scambio termico sonda – terreno: metodo agli elementi finiti..... | 104 |
| 8.3.3 | Condizioni sperimentali | 109 |
| 8.3.4 | Analisi dei dati sperimentali..... | 111 |
| 8.3.5 | Conclusioni | 112 |

CAPITOLO 9

| | | |
|---|--|-----|
| <u>PROCEDURA SPERIMENTALE, APPARECCHIATURA A TERMOFLUSSIMETRI HFM</u> | 115 | |
| 9.1 | Introduzione..... | 115 |
| 9.2 | Procedura sperimentale..... | 115 |
| 9.2.1 | Misura della massa del provino..... | 116 |
| 9.2.2 | Misura dello spessore del provino..... | 116 |
| 9.2.3 | Misura dei lati del provino | 116 |
| 9.2.4 | Preparazione del provino | 119 |
| 9.3 | Isoterme di equilibrio..... | 120 |
| 9.4 | Misure di conduttività termica..... | 122 |

CAPITOLO 10

| | | |
|---|--|-----|
| <u>SIMULAZIONI NUMERICHE (HMTra) ED ANALISI DEI DATI SPERIMENTALI (HFM)</u> | 127 | |
| 10.1 | Introduzione..... | 127 |
| 10.2 | Modifica apportata al modello di calcolo HMTra..... | 128 |
| 10.3 | Simulazioni numeriche..... | 129 |
| 10.4 | Profili di umidità | 132 |
| 10.5 | Errori dovuti al flusso termico latente e alla redistribuzione dell'umidità..... | 135 |

| | |
|---|-----|
| 10.6 Validazione del modello di calcolo | 141 |
| 10.7 Conclusioni | 144 |

CAPITOLO 11

| | |
|--------------------------|-----|
| <u>CONCLUSIONI</u> | 147 |
|--------------------------|-----|

APPENDICE A

| | |
|---|-----|
| <u>REPRESENTATIVE ELEMENTARY VOLUME (REV)</u> | 155 |
| A.1 Il livello microscopico | 155 |
| A.2 Il livello macroscopico | 157 |
| A.3 Geometria del REV e relativa notazione | 161 |
| A.4 Sistema di riferimento | 161 |
| A.5 Proprietà termofluidodinamiche delle fasi | 163 |
| A.6 Le medie di volume..... | 165 |
| A.7 Media di un prodotto | 167 |
| A.8 Il teorema della media | 168 |
| A.9 Il teorema del trasporto generalizzato | 170 |
| A.10 Il teorema delle deviazioni | 171 |

APPENDICE B

| | |
|---|-----|
| <u>CARATTERISTICHE FISICHE DEI MATERIALI POROSI OGGETTO DELLE PROVE DI MISURA DI CONDUTTIVITÀ TERMICA</u> | 173 |
|---|-----|

| | |
|---------------------------|-----|
| BIBLIOGRAFIA | 175 |
|---------------------------|-----|

PREMESSA

La presente Tesi di Dottorato tratta il problema della modellizzazione e misura di proprietà di trasporto nello scambio di calore e di massa nei mezzi porosi.

Lo studio è stato affrontato suddividendo il lavoro in due fasi successive: in un primo momento si è eseguita la valutazione teorico/sperimentale del comportamento termico di alcuni materiali porosi utilizzati in ambito edilizio, con particolare attenzione nei riguardi delle alte temperature ed in condizioni di saturazione e, in seconda battuta, la caratterizzazione teorico/sperimentale del comportamento termico dei materiali porosi, con particolare attenzione nei riguardi della presenza di diversi contenuti di umidità.

In particolare, lo studio è stato eseguito avvalendosi di due diverse strumentazioni. Nella prima fase, l'apparecchiatura utilizzata è stata l'Hot Disk Thermal Constant Analyzer, che opera in regime variabile, e che permette di risalire, in modo indipendente, operando iterativamente a partire dalle temperature da esso misurate, alla conduttività termica, al calore specifico ed alla diffusività termica del materiale allo studio. Le misure sperimentali di conduttività termica sono state effettuate su provini di calcestruzzo aerato autoclavato e su malte cementizie a base bentonitica.

Il secondo strumento utilizzato è l'apparecchiatura a termoflussimetri HFM (Heat Flow Meter), che, operando in regime stazionario, restituisce il valore della conduttività termica del materiale studiato.

Per la caratterizzazione teorica del problema riguardante i diversi contenuti di umidità, inoltre, ci si è avvalsi del codice di calcolo numerico agli elementi finiti HMTra (sviluppato precedentemente nel Dipartimento di Fisica Tecnica dell'Università di Padova), al quale sono state apportate opportune modifiche al fine di essere applicato per la simulazione del comportamento dei provini del materiale in esame.

Attraverso questo codice è stato possibile studiare in modo accoppiato il trasporto di calore e di massa (causato dall'imposizione del gradiente termico nell'apparecchiatura HFM), tenendo conto, oltre che della redistribuzione dell'umidità, anche del trasporto di calore latente dovuto al succedersi dei fenomeni di condensazione e rievaporazione dell'umidità nei capillari.

Il codice di calcolo è stato sviluppato per il calcestruzzo aerato autoclavato e validato per confronto con i dati ottenuti sperimentalmente.

ABSTRACT

This PhD thesis treats the problem of modeling and measurement of transport properties in heat exchange and mass transfer in porous media.

The study has been addressed by dividing the work into two successive stages: at first, the theoretical/experimental evaluation of the thermal behavior of some building porous materials was performed, with particular attention to high temperatures and under conditions of saturation; secondly, the theoretical/experimental characterization of the thermal behavior of porous media was performed with particular attention to the presence of different moisture contents.

The study was performed using two different instruments. In the first phase, the equipment used was the so called Hot Disk Thermal Constant Analyzer, which operates under transient state; it allows us to trace, independently, to the thermal conductivity, specific heat and thermal diffusivity of the studied material, working iteratively starting from the temperature it measured. The experimental measurements of thermal conductivity were carried out on autoclaved aerated concrete specimens and bentonite cement mortar specimens.

The second instrument, we used, is the so called Heat Flow Meter (HFM); it returns the thermal conductivity value of the studied material operating in steady state.

Furthermore, the finite element numerical code HMTra (previously developed in the Dipartimento di Fisica Tecnica dell'Università degli studi di Padova) was used for the theoretical characterization of the problem concerning the different moisture contents. The code was properly modified in order to be applied for the simulation of the test material behavior.

The heat and mass coupled transport (caused by the imposition of the thermal gradient in the HFM apparatus) was studied through this code and the transport of latent heat, due to the succession of moisture condensation and re-evaporation into the capillaries, was taken into account, as well as the redistribution of moisture.

The numerical code was developed for autoclaved aerated concrete and it was validated by comparison with the experimental data.

CAPITOLO 1

MECCANISMI DI TRASMISSIONE DEL CALORE

NEI MEZZI POROSI

1.1 Introduzione

Il mezzo poroso si considera costituito da una matrice solida (assunta nella presente trattazione indeformabile) attraversata da un reticolo di spazi in parte occupati da liquido (acqua) ed in parte da una miscela ideale di un gas ideale (aria secca) e di un componente condensabile (vapore d'acqua), anch'esso a comportamento ideale. Si ha quindi la presenza di tre diverse specie (matrice solida, aria secca ed acqua) e di tre diverse fasi (solida, liquida e gassosa).

Nell'ambito di tale configurazione, lo scambio di calore all'interno del mezzo poroso avviene per combinazione dei meccanismi elementari di trasmissione del calore: conduzione, convezione, radiazione, di seguito descritti.

1.2 Trasmissione del calore per conduzione nei mezzi porosi

Il materiale poroso viene trattato come un mezzo continuo; conseguentemente, le sue proprietà sono rapportate ad una scala macroscopica, ovvero si ottengono tramite

integrazione su di un volume rappresentativo, REV (Appendice A), scelto di dimensioni tali da far sì che esso possieda le proprietà medie del mezzo di cui fa parte.

La conduzione del calore per conduzione nei mezzi isotropi è descritta dalla Legge di Fourier:

$$\mathbf{q}_c = -\lambda_c \nabla T \quad (1.1)$$

dove λ_c è la conduttività termica del mezzo, \mathbf{q}_c è la densità di flusso termico dovuto alla conduzione e ∇T è il gradiente di temperatura.

Tale relazione è valida rigorosamente per i mezzi isotropi. L'applicazione della Eq. 1.1 a materiali eterogenei, in cui si ha la contemporanea presenza di più sostanze a comportamento conduttivo diverso fra loro, comporta la definizione di una *conduttività termica equivalente* del materiale [1-3].

Quando si considera un materiale secco, la conduttività termica equivalente viene espressa con una relazione del tipo:

$$\lambda_{cd} = f(\xi, \lambda_g, \lambda_s) \quad (1.2)$$

dove λ_{cd} è la conduttività termica equivalente del materiale secco, f è una funzione che dipende dalla struttura e distribuzione della matrice solida, λ_g è la conduttività termica della miscela gassosa, λ_s è la conduttività termica della matrice solida e ξ è la porosità del mezzo, definita come il rapporto tra il volume dei vuoti V_v ed il volume totale V del campione ($\xi = V_v / V$).

Il valore della conduttività termica equivalente del mezzo sarà compresa tra due valori estremi, associati a due diverse configurazioni in cui il solido e il gas all'interno del materiale

sono disposti rispettivamente in serie (estremo inferiore) o in parallelo (estremo superiore) rispetto al flusso termico.

In particolare:

$$\lambda'_{cd} = \frac{\lambda_g \lambda_s}{\xi \lambda_s + (1-\xi) \lambda_g} \quad \text{Distribuzione in serie rispetto al flusso termico} \quad (1.3)$$

$$\lambda''_{cd} = \xi \lambda_g + (1-\xi) \lambda_s \quad \text{Distribuzione in parallelo rispetto al flusso termico} \quad (1.4)$$

Perciò si può scrivere:

$$\lambda'_{cd} \leq \lambda_{cd} \leq \lambda''_{cd} \quad (1.5)$$

La distribuzione in serie corrisponde alla media armonica della conduttività termica del gas e del solido pesata con le rispettive frazioni in volume, mentre la distribuzione in parallelo corrisponde ad una media geometrica delle due conduttività termiche pesata con le rispettive frazioni in volume.

Nella realtà, il valore della conduttività termica equivalente è dato da una combinazione dei due casi estremi: indicando con α la frazione in volume di materiale disposto in parallelo al flusso termico, ξ_p la porosità nel volume di materiale parallelo al flusso termico, con ξ_s la porosità nel volume di materiale in serie rispetto al flusso termico, la conduttività termica equivalente può essere espressa come

$$\lambda_{cd} = \alpha \left[\xi_p \lambda_g + (1-\xi_p) \lambda_s \right] + (1-\alpha) \frac{\lambda_g \lambda_s}{\xi_s \lambda_s + (1-\xi_s) \lambda_g} \quad (1.6)$$

Inoltre, indicando con ρ_s la densità della matrice solida, con ρ la densità apparente del mezzo e V_s il volume occupato dal solido, si può scrivere $\rho_s V_s \cong \rho V$. La porosità allora può essere espressa nella forma:

$$\xi \cong 1 - \frac{V_s}{V} = 1 - \frac{\rho}{\rho_s} \quad (1.7)$$

1.3 Conduttività termica del gas

La conduttività termica del gas (nel caso in cui la distribuzione di velocità delle sue molecole non sia influenzata dagli urti con la matrice solida) può essere espressa come:

$$\lambda_g = \lambda_{ge} \left(\frac{L_0}{\bar{L} + L_0} \right)_{p,T} \quad (1.8)$$

dove λ_{ge} è la conduttività termica del gas libero, L_0 una dimensione caratteristica dei pori ed \bar{L} è il libero cammino medio delle molecole. Quest'ultimo può essere espresso in funzione della temperatura e della pressione del gas:

$$\bar{L} = G \frac{T}{p} \quad (1.9)$$

con G costante tipica per ogni gas.

Per i più comuni materiali isolanti di elevata porosità, a pressione atmosferica si ha che

$L_0 \gg \bar{L}$ e quindi il rapporto $\left(\frac{L_0}{\bar{L} + L_0} \right)_{p,T} \rightarrow 1$. Conseguentemente, si può semplificare nel

seguito modo:

$$\lambda_g = \lambda_{ge} \quad (1.10)$$

I valori di λ_g alle diverse temperature per i più comuni gas possono essere reperiti in letteratura [4].

La conduttività termica delle miscele di gas si può valutare con grande accuratezza applicando la seguente relazione semplificata [5]:

$$\lambda_m = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i \lambda_{gi} + \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\lambda_{gi}}} \quad (1.11)$$

Dove λ_m è la conduttività termica della miscela, x_i e λ_{gi} sono rispettivamente la frazione molare e la conduttività termica dell'*i*-esimo componente.

Per l'aria, a temperature comprese tra 0°C e 70°C, è possibile utilizzare la seguente espressione che approssima i dati riportati in [4] al meglio dello 0.1%:

$$\lambda_g = 0.0242396 \left(1 + 0.003052 t - 1.282 \cdot 10^{-6} t^2 \right) \quad (1.12)$$

dove t è la temperatura in °C.

1.4 Trasmissione del calore per convezione nei mezzi porosi

La trasmissione del calore per convezione è uno dei meccanismi fondamentali di trasmissione del calore che si sviluppa tra due sistemi a diversa temperatura posti a contatto fra di loro quando almeno uno dei due sistemi è un fluido in movimento. Se il moto è determinato da cause esterne, si parla di convezione forzata; si tratta invece di convezione naturale se il movimento è determinato da variazioni di densità provocate da differenze di

temperatura. In presenza di un campo di forze di massa, la variazione di densità dà luogo a situazioni di squilibrio e, conseguentemente, al movimento del fluido.

Per i materiali isolanti, il possibile meccanismo, causa dello scambio termico, è la convezione naturale.

Date, però, le dimensioni notevolmente ridotte delle porosità all'interno del mezzo, si è dimostrato che il contributo della convezione naturale può essere trascurato, in quanto, a temperatura ambiente, risultano Grashoff (Gr) $\ll 2000$ [6] e Rayleigh (Ra_0) < 4 [7,8].

1.5 Trasmissione del calore per radiazione nei mezzi porosi

Tutti i corpi materiali, che si trovano a temperatura diversa dallo zero assoluto, emettono o assorbono energia sotto forma di radiazioni elettromagnetiche. E' quindi possibile uno scambio di energia per radiazione. La radiazione può avere luogo anche nel vuoto, non necessitando di un supporto materiale. La radiazione emessa dipende fortemente dalla temperatura del corpo emittente. Lo scambio radiativo assume usualmente un ruolo preponderante rispetto alla conduzione e alla convezione alle alte temperature.

I materiali isolanti, dal punto di vista della trasmissione del calore per radiazione, possono essere considerati dei mezzi semitrasparenti, in cui sono attivi i meccanismi di diffusione, assorbimento ed emissione.

Analogamente a quanto descritto per la conduzione, la trasmissione del calore per radiazione viene descritta da un punto di vista macroscopico, considerando il mezzo come un continuo dove le proprietà del materiale, in questo caso quelle ottiche, risultano da un processo di integrazione su di un volume sufficientemente grande rispetto alla microstruttura e tale da rappresentare le proprietà medie del mezzo.

Pertanto, se il mezzo può essere considerato otticamente spesso, è possibile esprimere la densità di flusso termico radiativo nella stessa forma della densità di flusso termico conduttivo:

$$\mathbf{q}_r = -\lambda_r \nabla T \quad (1.13)$$

dove λ_r è il coefficiente di scambio termico chiamato *radiatività*.

Nella stessa ipotesi di mezzo otticamente spesso, lontano dal contorno cioè dove $\beta L \gg 1$ (L distanza tra le due superfici), è applicabile il modello diffusivo di Rosseland, che descrive lo scambio radiativo \mathbf{q}_r [W/m²] come [9]:

$$\mathbf{q}_r = -\lambda_r \nabla T = -\frac{4\sigma_n T^3}{\frac{3}{4}\beta_R} \nabla T \quad (1.14)$$

dove:

σ_n costante di Stefan Boltzmann: $5.67 \cdot 10^{-8}$ W/(m²K⁴);

T temperatura;

β_R [m⁻¹] coefficiente di estinzione di Rosseland;

λ_r grandezza, dimensionalmente equivalente ad una conduttività termica, definita radiatività:

$$\lambda_r = \frac{4\sigma_n T^3}{\frac{3}{4}\beta_R}.$$

Nel caso in cui le porosità possano considerarsi sferiche, il coefficiente di estinzione di Rosseland può essere messo in relazione al raggio dei pori, r , all'emissività, ε , delle superfici delle cavità: $\beta_R = 1/(r\varepsilon)$ [9].

Nel caso di mezzo semitrasparente grigio, delimitato da due superfici piane parallele, opache e grigie che riflettono ed emettono in maniera perfettamente diffusa, Deissler ha ottenuto una soluzione più accurata, che considera anche l'interazione degli scambi radiativi con le superficie al contorno [10]:

$$q_r = \frac{\sigma_n (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 + \frac{3}{4} \beta_R L} \quad (1.15)$$

Dove T_1 , T_2 ed ε_1 , ε_2 sono rispettivamente le temperature in gradi Kelvin le emissività delle due superfici e L è la distanza tra le due superfici.

Nel caso opposto, in cui $\beta L \ll 1$, piccolo spessore ottico, si ottiene:

$$q_r = \frac{\sigma_n (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \quad (1.16)$$

Espressione che coincide con quella ottenuta se il mezzo fosse stato trasparente.

1.6 Trasmissione del calore accoppiata per conduzione e radiazione nei mezzi porosi

Il modello più semplice per descrivere la trasmissione del calore accoppiata per conduzione e radiazione è quello di assumere i due meccanismi come indipendenti. In tal modo, si trascura il fatto che lo scambio termico per radiazione è legato a quello per conduzione attraverso il profilo di temperatura e viceversa. L'applicazione di questo modello comporta la somma dei termini dovuti alla radiazione, ottenuto con il modello diffusivo, e alla conduzione.

Nel caso di mezzo semitrasparente grigio, delimitato da due superfici piane parallele opache e grigie, che riflettono ed emettono in maniera perfettamente diffusa, si ottiene l'espressione per la densità di flusso termico:

$$q = \lambda_{cd} \frac{T_1 - T_2}{L} + \frac{\sigma_n (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 + \frac{3}{4} \beta_R L} \quad (1.17)$$

Un ulteriore modello, consolidato e relativamente semplice, è suggerito da Russel [11].

L'espressione che lo caratterizza è la seguente:

$$\lambda_{rus} = \lambda_s \frac{\xi^{2/3} \lambda_{por} \lambda_s + 1 - \xi^{2/3}}{\lambda_{por} / \lambda_s (\xi^{2/3} - \xi) + 1 + \xi - \xi^{2/3}} \quad (1.18)$$

dove:

λ_s conduttività della matrice solida;

λ_{por} conduttività apparente delle porosità (comprende sia lo scambio conduttivo del gas che quello radiativo);

ξ porosità del mezzo, definita come $\xi = V_v / V$, con V_v = volume dei vuoti, V = volume totale.

Per lo studio dello scambio radiativo, se il mezzo è considerato otticamente spesso, vale l'Equazione 1.14 ed è quindi applicabile il modello diffusivo di Rosseland.

Lo scambio termico all'interno delle porosità può essere espresso per mezzo di una conduttività termica equivalente:

$$\lambda_{por} = \lambda_g + \lambda_r \quad (1.19)$$

in cui λ_r è la radiatività secondo rosseland e λ_g è la conduttività termica dell'aria.

Per la valutazione della conduttività termica dell'aria in funzione della temperatura è possibile utilizzare la relazione seguente [4].

$$\lambda_g = A + BT + CT^2 + DT^3 \quad (8.4)$$

in cui A, B, C, D sono valori misurati rispettivamente in $W/(m K)$, $W/(m K^2)$, $W/(m K^3)$, $W/(m K^4)$.

CAPITOLO 2

CONDUTTIVITÀ TERMICA EQUIVALENTE

DEI MEZZI POROSI

2.1 Introduzione

Un generico materiale poroso (Figura 2.1) è costituito da una matrice solida che presenta al suo interno dei pori riempiti da un generico fluido (aria secca e vapor d'acqua); i pori possono avere le forme geometriche più svariate.

Il mezzo è assunto omogeneo ed isotropo con le fasi in equilibrio termodinamico locale.

Vista quindi la coesistenza di diverse specie e diverse fasi all'interno del medesimo provino, non è corretto parlare semplicemente di misura di conduttività termica, bensì di conduttività termica equivalente o effettiva.

Prima di procedere ad una qualsiasi determinazione della conduttività termica equivalente, sia per via sperimentale che numerica, bisogna giungere ad una sua corretta definizione teorica.

2.2 Conduttività termica equivalente

La trasmissione del calore per conduzione attraverso materiali porosi dipende innanzitutto dalla struttura della matrice solida e dalla conduttività termica di ogni fase presente. Uno

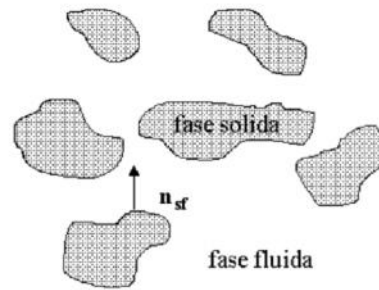


Figura 2.1 – Sistema bifasico.

degli aspetti fondamentali, ed anche il più complicato, dell'analisi termica attraverso materiali porosi è la creazione del modello della struttura. Questo perché il volume elementare rappresentativo, REV (Appendice A), è generalmente tridimensionale ed i materiali porosi presentano delle strutture molto complesse.

L'analisi macroscopica del problema della conduzione attraverso materiali eterogenei si basa sulla definizione della conduttività termica equivalente. Le proprietà effettive locali delle varie fasi, come la densità ρ , il calore specifico a pressione costante c_p e la conduttività termica λ , verranno usati nell'applicazione del primo principio della termodinamica ad un volume elementare rappresentativo [12].

2.3 Equilibrio termico locale

La determinazione della conduttività termica di un mezzo poroso implica l'applicazione dell'equazione della conduzione in un punto del volume elementare rappresentativo della matrice e l'integrazione su questo volume. Appare evidente che vi potranno essere delle differenze di temperatura all'interno delle varie fasi $T_{s,f}$ e tra fase solida e fluida T_d . Anche all'interno del volume elementare rappresentativo sono presenti delle differenze di temperatura, il cui massimo valore sarà indicato con T_{REV} . Tuttavia, si assumerà che queste differenze di temperatura siano di gran lunga inferiori rispetto a quelle macroscopiche tipiche

della dimensione caratteristica del sistema (T_L). Sarà pertanto assunta l'esistenza dell'equilibrio termico locale che può scriversi come:

$$\Delta T_{s,f} < \Delta T_d < \Delta T_{REV} \ll \Delta T_L \quad (2.1)$$

Considerando trascurabili le differenze di temperatura tra le fasi all'interno del volume elementare che le racchiude, le fasi solida e fluida si troveranno in equilibrio termico locale, espresso come:

$$\frac{1}{V_f} \int_{V_f} T_f dV = \frac{1}{V_s} \int_{V_s} T_s dV = \frac{1}{V} \int_V T dV \quad (2.2)$$

dove con V_f , V_s e V si sono indicati rispettivamente i volumi della fase fluida e solida, racchiuse nel volume elementare, e del volume elementare (REV) stesso.

Bisogna tuttavia sottolineare che, benché le differenze di temperatura $T_{s,f}$, T_d e T_{REV} siano trascurabili, non lo sono i gradienti di temperatura nelle loro rispettive scale dimensionali. Effettuando un'analisi degli ordini di grandezza, si individuano i criteri affinché sia verificata l'ipotesi dell'equilibrio termico locale:

- la scala dei tempi ϑ deve soddisfare:

$$\frac{\xi \cdot (\rho \cdot c)_f \cdot l^2}{\vartheta} \left(\frac{1}{\lambda_f} + \frac{1}{\lambda_s} \right) \ll 1 \quad (2.3)$$

$$\frac{(1-\xi) \cdot (\rho \cdot c)_s \cdot l^2}{\vartheta} \left(\frac{1}{\lambda_f} + \frac{1}{\lambda_s} \right) \ll 1 \quad (2.4)$$

dove ϑ è il tempo, ξ è la porosità del mezzo, i pedici s ed f si riferiscono rispettivamente alla fase solida e fluida ed l è la dimensione caratteristica del REV;

- la scala delle lunghezze deve soddisfare:

$$\frac{\xi \cdot \lambda_f \cdot l}{A_0 L^2} \left(\frac{1}{\lambda_f} + \frac{1}{\lambda_s} \right) \ll 1 \quad (2.5)$$

$$\frac{(1-\xi) \cdot \lambda_s \cdot l}{A_0 L^2} \left(\frac{1}{\lambda_f} + \frac{1}{\lambda_s} \right) \ll 1 \quad (2.6)$$

dove L rappresenta la dimensione macroscopica caratteristica ed A_0 è l'area superficiale specifica (area di interfaccia per unità di volume). Si noti che l'ipotesi di base dell'equazione (2.1) potrebbe chiaramente non essere soddisfatta in presenza di "generazione" di energia termica o di transistori molto veloci.

2.4 Definizione della conduttività termica equivalente

L'equazione differenziale della trasmissione del calore per conduzione può essere scritta nella seguente forma:

$$\nabla \cdot \mathbf{q} + (\rho \cdot c) \cdot \frac{\partial T}{\partial \vartheta} = 0 \quad (2.7)$$

Correlando il campo vettoriale del flusso termico e quello scalare della temperatura, nel caso in cui il mezzo sia isotropo nei riguardi della conduttività termica, l'equazione (2.7), per una generica fase χ , può essere scritta come:

$$\nabla \cdot (\lambda_x \nabla T_x) = (\rho \cdot c)_x \frac{\partial T_x}{\partial \vartheta} \quad (2.8)$$

Indicando con A_{sf} la superficie di interfaccia tra la fase fluida e la fase solida e con \mathbf{n}_{sf} il versore normale a tale superficie, orientato positivamente uscente dalla fase solida (Figura 2.1), si hanno le seguenti condizioni al contorno (continuità del flusso termico e della temperatura):

$$\mathbf{n}_{sf} \cdot \lambda_s \nabla T_s = \mathbf{n}_{sf} \cdot \lambda_f \nabla T_f \quad \text{e} \quad T_s = T_f \quad (2.9)$$

Richiamando la teoria delle medie volumetriche ed assumendo la validità dell'equilibrio termico locale, considerando il problema in regime stazionario ed applicando i teoremi della media riportati in Appendice A, si perviene ad una singola equazione per la trasmissione del calore:

$$\nabla \left\{ \left[\xi \lambda_f + (1-\xi) \lambda_s \right] \nabla \langle T \rangle + \frac{\lambda_f - \lambda_s}{V} \int_{A_{sf}} \mathbf{n}_{sf} \tilde{T}_f dA \right\} = 0 \quad (2.10)$$

dove $\langle T \rangle$ è la temperatura media volumetrica definita come:

$$\langle T \rangle = \frac{1}{V} \int_V T dV = \xi \langle T_f \rangle^f + (1-\xi) \langle T_s \rangle^s \quad (2.11)$$

e $\langle T_f \rangle^f$ e $\langle T_s \rangle^s$ sono le temperature medie intrinseche di fase, mentre \tilde{T}_f è la deviazione locale della temperatura (Appendice A) data da:

$$\tilde{T}_f = T_f - \langle T_f \rangle^f \quad (2.12)$$

ed analogamente:

$$\tilde{T}_s = T_s - \langle T_s \rangle^s \quad (2.13)$$

Una procedura teorica per determinare le deviazioni locali è stata sviluppata da Nozad et al. (1985) nella seguente forma:

$$\tilde{T}_f = \mathbf{b}_f \cdot \nabla \langle T \rangle \quad \text{e} \quad \tilde{T}_s = \mathbf{b}_s \cdot \nabla \langle T \rangle \quad (2.14)$$

dove \mathbf{b}_f e \mathbf{b}_s sono due vettori di trasformazione che soddisfano il carattere tensoriale della conduttività termica equivalente. Sostituendo l'equazione (2.14) nell'equazione (2.10), è possibile ottenere il tensore della conduttività termica equivalente \mathbf{K}_{eq} :

$$\mathbf{K}_{eq} = \left[\xi \lambda_f + (1 - \xi) \lambda_s \right] \mathbf{I} + \frac{\lambda_f - \lambda_s}{V} \int_{A_{sf}} \mathbf{n}_{sf} \otimes \mathbf{b}_f dA \quad (2.15)$$

dove \mathbf{I} è il tensore identità.

Così facendo, la (2.10) diviene:

$$\nabla \cdot (\mathbf{K}_{eq} \cdot \nabla \langle T \rangle) = 0 \quad (2.16)$$

I vettori \mathbf{b}_f e \mathbf{b}_s sono calcolati risolvendo le equazioni [13]:

$$\nabla^2 \mathbf{b}_f = 0 \quad \text{e} \quad \nabla^2 \mathbf{b}_s = 0 \quad (2.17)$$

con le condizioni al contorno su A_{sf} :

$$\lambda_f \mathbf{n}_{sf} \cdot \nabla \mathbf{b}_f = \lambda_s \mathbf{n}_{sf} \cdot \nabla \mathbf{b}_s + \mathbf{n}_{sf} (\lambda_s - \lambda_f) \quad (2.18)$$

Di seguito si vedrà come è possibile giungere alle equazioni (2.17) e (2.18) per matrici porose uniformi, cioè con ξ costante, seguendo le formulazioni di Carbonell e Whitaker (1984).

Assumendo ξ costante, l'equazione (2.8) può essere scritta per la fase solida come:

$$\nabla \cdot [(1-\xi)\lambda_s \nabla T_s] = (1-\xi)(\rho \cdot c)_s \frac{\partial T_s}{\partial \vartheta} \quad (2.19)$$

Dalle equazioni (2.5) e (2.13), la (2.19) diviene:

$$(1-\xi)\lambda_s \nabla^2 \tilde{T}_s = (1-\xi)(\rho \cdot c)_s \frac{\partial \tilde{T}_s}{\partial \vartheta} \quad (2.20)$$

Assumendo inoltre che \tilde{T}_s e \tilde{T}_f siano quasi stazionarie, e che cioè per la scala dei tempi valga la condizione:

$$\frac{\lambda_s \vartheta}{(\rho \cdot c)_s l^2} \gg 1 \quad \text{e} \quad \frac{\lambda_f \vartheta}{(\rho \cdot c)_f l^2} \gg 1 \quad (2.21)$$

discende che:

$$(1 - \xi) \lambda_s \nabla^2 \tilde{T}_s = 0 = \nabla^2 \tilde{T}_s \quad (2.22)$$

$$\vartheta \lambda_f \nabla^2 \tilde{T}_f = 0 = \nabla^2 \tilde{T}_f \quad (2.23)$$

Dalla continuità del flusso termico, equazione (2.9), e ricordando che $T = \langle T \rangle + \tilde{T}$ (Appendice A), si ottiene:

$$\mathbf{n}_{sf} \cdot \lambda_f \nabla (\langle T \rangle + \tilde{T}_f) = \mathbf{n}_{sf} \cdot \lambda_s \nabla (\langle T \rangle + \tilde{T}_s) \quad (2.24)$$

che può scriversi come:

$$\mathbf{n}_{sf} \cdot \lambda_f \nabla \tilde{T}_f = \mathbf{n}_{sf} \cdot \lambda_s \nabla \tilde{T}_s + \mathbf{n}_{sf} \cdot (\lambda_s - \lambda_f) \nabla \langle T \rangle \quad (2.25)$$

Sostituendo nelle equazioni (2.22 e 2.25) le equazioni (2.14) si ottengono le seguenti equazioni di \mathbf{b}_f e \mathbf{b}_s :

$$\nabla^2 \mathbf{b}_f = 0 \quad \text{e} \quad \nabla^2 \mathbf{b}_s = 0 \quad (2.26)$$

$$\mathbf{n}_{sf} \cdot \lambda_f \nabla \mathbf{b}_f = \mathbf{n}_{sf} \cdot \lambda_s \nabla \mathbf{b}_s + \mathbf{n}_{sf} \cdot (\lambda_s - \lambda_f) \quad \text{su } A_{sf} \quad (2.27)$$

$$\mathbf{b}_f = \mathbf{b}_s \quad \text{su } A_{sf} \quad (2.28)$$

$$\mathbf{b}_f(\mathbf{x} + \mathbf{l}_i) = \mathbf{b}_f(\mathbf{x}) \quad \text{e} \quad \mathbf{b}_s(\mathbf{x} + \mathbf{l}_i) = \mathbf{b}_s(\mathbf{x}) \quad (2.29)$$

dove \mathbf{l}_i è il periodo della cella nella i -esima direzione. Come si nota le equazioni (2.26) e (2.27) coincidono con le equazioni (2.17) e (2.18).

2.5 Conclusioni

Nel presente capitolo è stata fornita la definizione rigorosa della conduttività termica effettiva di un mezzo poroso, condizione necessaria affinché si possa procedere alla sua determinazione sia da un punto di vista sperimentale che numerico.

CAPITOLO 3

TRASPORTO DI CALORE E DI MASSA

NEI MATERIALI POROSI UMIDI

3.1 Introduzione

La presenza di umidità nelle strutture edilizie è generalmente dovuta all'azione combinata di cause diverse e variabili nel tempo come, ad esempio, l'umidità di costruzione, la presenza di infiltrazioni, la formazione di condensazione interstiziale e superficiale, ecc.

Durante il cambiamento di fase, il vapore, condensando sulla matrice solida, cede una quantità di calore corrispondente all'entalpia di vaporizzazione, inoltre, poiché l'acqua a temperatura ambiente ha una conduttività termica 25 volte superiore a quella dell'aria, si comprende come la presenza di umidità all'interno di qualsiasi materiale ne condizioni in maniera rilevante le caratteristiche di isolamento termico.

Per quantificare il contributo allo scambio termico totale dovuto alla presenza dell'umidità, sono stati proposti diversi modelli teorici:

- disposizione in serie dell'umidità, con l'acqua distribuita in strati perpendicolari alla direzione del flusso termico;
- disposizione in parallelo dell'umidità, con l'acqua distribuita in strati paralleli alla direzione del flusso termico (condizione che rende massima la trasmissione del calore

per effetto della formazione di canali preferenziali che bypassano le cavità di aria, più isolanti);

- disposizione a goccia, secondo cui l'acqua è dispersa in maniera uniforme e continua in tutto il materiale;
- disposizione a schiuma, che simboleggia un ricoprimento omogeneo di acqua attorno alle particelle solide presenti nel materiale.

Questi modelli descrivono in modo adeguato il fenomeno solo nel caso in cui l'umidità rimanga ferma.

Per i materiali isolanti umidi, la norma ISO 10051 [14] e il rapporto tecnico CEN/TC89/WG8 [15] definiscono le procedure di condizionamento e di prova con il metodo in regime stazionario dei termoflussimetri per poter determinare il valore della loro conduttività termica. Il campione di materiale viene introdotto nell'apparecchiatura HFM dove viene sottoposto ad una differenza di temperatura applicata tra le due superfici. Il gradiente termico applicato induce una redistribuzione di umidità e può dar luogo in alcuni casi a un flusso termico latente associato al trasporto di massa (acqua in fase liquida e vapore) con contemporanei cambiamenti di fase (evaporazioni e condensazioni all'interno del mezzo poroso). Conseguentemente, il valore che si misura è una conduttività termica apparente, dipendente dalle condizioni di prova, che si discosta in generale dalla proprietà intrinseca del materiale detta "conduttività termica vera".

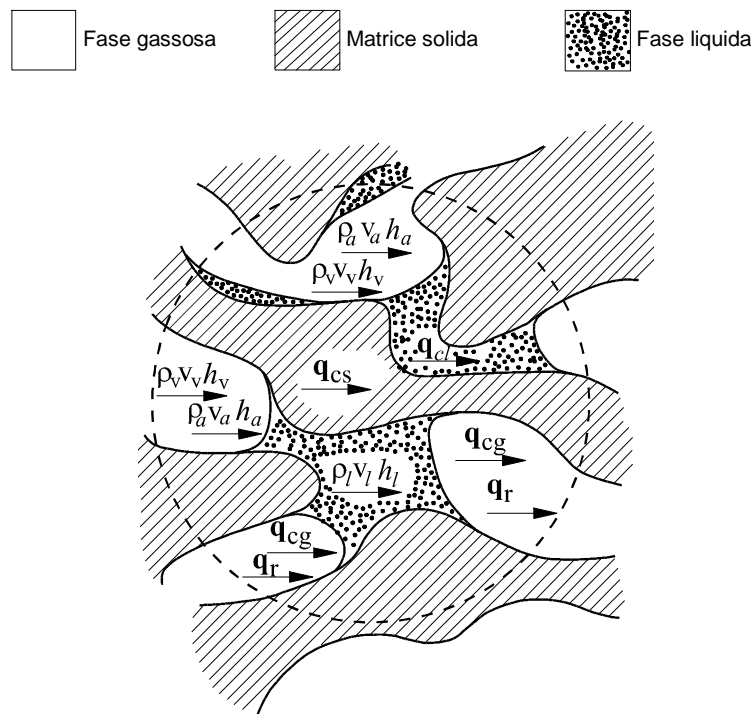
Nella valutazione delle proprietà termiche dei materiali isolanti è quindi essenziale tenere conto degli effetti causati dal movimento e dalla redistribuzione dell'umidità [14,15], considerando tutti i meccanismi di trasporto di calore e di massa che intervengono nello scambio complessivo.

3.2 Formulazione del problema di trasporto di calore e di massa

Il materiale edile viene rappresentato come un mezzo poroso costituito da una matrice solida indeformabile attraversata da un reticolo di pori interconnessi, riempiti in parte da

acqua in fase liquida e in parte da una miscela ideale, a comportamento ideale, di un gas ideale (aria secca) e vapore d'acqua. Il mezzo poroso viene assunto localmente omogeneo, isotropo e si assume valida l'ipotesi di equilibrio termodinamico locale, quindi che le temperature delle tre fasi siano uguali e che la "bulk viscosity" sia nulla (ipotesi di Stokes).

Il trasporto di umidità avviene all'interno dei mezzi porosi sia attraverso il moto della fase vapore che della fase liquida, a cui si aggiungono cambiamenti di fase che, richiedendo scambi di energia, sono accoppiati con processi di trasmissione del calore (Figura 3.1).



- q_{cg} densità di flusso termico dovuto alla conduzione nel gas
- q_{cs} densità di flusso termico dovuto alla conduzione nel solido
- q_{cl} densità di flusso termico dovuto alla conduzione nel liquido
- q_r densità di flusso termico dovuto alla radiazione
- $\rho_v v_v h_v$ densità di flusso termico convettivo dovuto al movimento del vapor d'acqua
- $\rho_a v_a h_a$ densità di flusso termico convettivo dovuto al movimento dell'aria secca
- $\rho_l v_l h_l$ densità di flusso termico convettivo dovuto al movimento dell'acqua in fase liquida

Figura 3.1 Meccanismi di trasporto di calore e di massa all'interno dei mezzi porosi umidi.

La formulazione del trasporto di calore e di massa nei mezzi porosi viene ottenuta partendo dalle equazioni che esprimono le leggi della fisica applicate in modo puntuale al continuo, ed, in particolare, l'equazione di continuità applicata a ciascuna delle specie presenti, l'equazione del moto (Navier Stokes) per moti quasi stazionari (*creeping flow*), in cui vengono trascurati i termini cinetici, e l'equazione dell'energia (bilancio entalpico), in cui vengono omessi i termini di dissipazione viscosa e di lavoro reversibile. Trattando il materiale poroso come mezzo continuo, le equazioni di conservazione utilizzate si riferiscono ad una scala macroscopica, ovvero si ricavano mediante il metodo del "*Volume Averaging*" [16-20], integrando, cioè, su di un volume rappresentativo REV (Appendice A) [16], sufficientemente grande da rappresentare le proprietà medie del mezzo poroso.

3.3 Conservazione della massa

L'equazione di conservazione della massa della specie i -esima può essere espressa come:

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial \tau} + \nabla \cdot (\rho_i \mathbf{v}_i) = m_i \quad (3.1)$$

dove ρ_i e \mathbf{v}_i sono rispettivamente la densità e la velocità dell' i -esima specie e m_i è il termine sorgente dell' i -esima specie.

Dal momento che la matrice solida è supposta indeformabile, in questa trattazione tale equazione viene applicata soltanto alle fasi fluide, ovvero all'aria secca ($i = a$) ed alla specie acqua ($i = w$, per il vapor d'acqua e $i = l$, per l'acqua in fase liquida).

Per l'acqua liquida:

$$\xi \frac{\partial \rho_l S}{\partial \tau} + \nabla \cdot (\rho_l \mathbf{v}_l) = -\dot{m} \quad (3.2)$$

Per il vapor d'acqua:

$$\xi \frac{\partial \rho_v (1-S)}{\partial \tau} + \nabla \cdot (\rho_v \mathbf{v}_v) = \dot{m} \quad (3.3)$$

Per l'aria secca:

$$\xi \frac{\partial \rho_a (1-S)}{\partial \tau} + \nabla \cdot (\rho_a \mathbf{v}_a) = 0 \quad (3.4)$$

dove si è indicato con:

- ξ la porosità, definita come rapporto tra il volume dei vuoti ed il volume totale ($\xi = V_v / V$);
- S la saturazione, definita come rapporto tra il volume della fase liquida ed il volume dei vuoti ($S = V_l / V_v$);
- ρ la densità;
- \mathbf{v} il vettore velocità;
- \dot{m} la massa d'acqua evaporata per unità di tempo e volume;
- τ il tempo.

Il pedice a si riferisce all'aria secca, l all'acqua in fase liquida e v al vapore d'acqua.

3.4 Conservazione dell'energia

Nell'ipotesi in cui siano trascurabili gli effetti dissipativi dovuti alle forze viscosi e quelli legati al lavoro reversibile di compressione, si può esprimere il principio di conservazione dell'energia tramite il seguente bilancio di entalpia (*I° Principio della Termodinamica*) [17-20]:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\rho c}{m} \right) \frac{\partial T}{\partial \tau} + \xi h_v \frac{\partial (\rho_v (1-S))}{\partial \tau} + \xi h_l \frac{\partial (\rho_l S)}{\partial \tau} + \xi h_a \frac{\partial (\rho_a (1-S))}{\partial \tau} = \\ & = \nabla \cdot (-\mathbf{q} + \rho_l \mathbf{v}_l h_l + \rho_v \mathbf{v}_v h_v + \rho_a \mathbf{v}_a h_a) \end{aligned} \quad (3.5)$$

dove si è indicato con:

c il calore specifico;

T la temperatura;

h l'entalpia;

\mathbf{q} il vettore flusso termico che si scambia a causa della conduzione nelle tre fasi e al meccanismo radiativo (si ammette trascurabile lo scambio convettivo locale relativo al volume di integrazione V^*).

Il pedice a si riferisce all'aria secca, l all'acqua in fase liquida e v al vapore d'acqua.

Il termine $(\overline{\rho c})_m$ è il calore specifico medio del mezzo poroso determinato come media pesata con le rispettive frazioni in massa dei componenti:

$$(\overline{\rho c})_m = \rho_s (1 - \xi) c_{ps} + \xi S c_{pl} + \xi \rho_v (1 - S) c_{pv} + \xi \rho_a (1 - S) c_{pa} \quad (3.6)$$

dove si è indicato con:

c_{pl} il calore specifico a pressione costante dell'acqua in fase liquida;

c_{pv} il calore specifico a pressione costante della fase vapore;

c_{pa} il calore specifico a pressione costante dell'aria secca.

Nell'equazione di conservazione dell'energia, $q = q_{cg} + q_{cs} + q_{cl} + q_r$ rappresenta la totale densità di flusso termico dovuta alla conduzione nel gas (q_{cg}), alla conduzione nella matrice solida (q_{cs}), alla conduzione dell'acqua in fase liquida trattenuta dal solido (q_{cl}) e allo scambio termico per radiazione (q_r) (Figura 3.1).

L'entalpia specifica della fase liquida h_l , del vapor d'acqua h_v , e dell'aria secca h_a sono espresse come:

$$h_l = c_{pl} (T - T_0) \quad (3.7)$$

$$h_v = \Delta h_{vap} + c_{pv} (T - T_0)$$

$$h_a = c_{pa} (T - T_0)$$

dove Δh_{vap} è l'entalpia di vaporizzazione.

3.5 Conservazione della quantità di moto

Nei mezzi porosi il movimento dell'umidità avviene sia in fase liquida che gassosa. Il movimento della fase liquida è dovuto alle forze capillari, alla gravità ed ai gradienti della pressione totale, mentre il movimento del vapore d'acqua è provocato dal meccanismo di diffusione e dalla convezione quando sono presenti gradienti di pressione totale. Dato che i moti della fase liquida e gassosa possono considerarsi a lento scorrimento "*creeping-flow*", le equazioni del moto possono essere approssimate trascurando i termini dipendenti dal tempo (inerziali e convettivi), ottenendo così, mediante integrazione sul volume rappresentativo V^* (REV), l'equazione generalizzata di Darcy [19-20]:

$$\mathbf{v}_g = -\frac{K K_{rg}}{\mu_g} (\nabla p_g - \rho_g \mathbf{g})$$

$$\mathbf{v}_l = -\frac{K K_{rl}}{\mu_l} (\nabla p_l - \rho_l \mathbf{g})$$
(3.8)

dove si ha che:

\mathbf{v} è il vettore velocità;

K è la permeabilità intrinseca;

K_r è la permeabilità relativa;

μ è la viscosità dinamica;

p è la pressione;

ρ è la densità;

\mathbf{g} è il vettore accelerazione di gravità.

I pedici l e g si riferiscono alla fase liquida e alla miscela gassosa rispettivamente, infatti si ha $\rho_g = \rho_a + \rho_v$.

3.6 Relazioni termodinamiche

La fase gassosa viene considerata come una miscela di gas (aria secca e vapor d'acqua) a comportamento ideale per i quali valgono l'equazione di stato e la Legge di Dalton:

$$p_i = \rho_i \frac{RT}{M_i} \quad p_g = \sum p_i \quad \rho_g = \sum \rho_i \quad i = a, v \quad (3.9)$$

dove R è la costante universale dei gas ed M_i è la massa molecolare della i -esima specie.

Nei mezzi porosi, a causa della tensione superficiale, la superficie di separazione tra la fase liquida e quella gassosa è curva. Questo porta ad avere una discontinuità tra le pressioni sulla superficie di separazione e la differenza tra la pressione della fase gassosa p_g e quella della fase liquida p_l è chiamata pressione capillare p_c ed è così definita:

$$p_c = p_g - p_l \quad (3.10)$$

Nei mezzi porosi la pressione parziale del vapore p_v , in equilibrio con la superficie concava del menisco di liquido, è inferiore rispetto alla pressione di saturazione p_{vs} (su superficie liquida piana) alla stessa temperatura. Infatti, utilizzando la relazione di Kelvin, e assumendo nullo l'angolo di contatto tra il menisco liquido e le pareti dei pori [21], si può esprimere il legame tra la pressione capillare p_c e le pressioni p_v e p_{vs} come segue:

$$RH = \frac{p_v}{p_{vs}} = \exp\left(-\frac{p_c M_w}{l RT}\right) = \exp\left(-\frac{2\gamma M_w}{r \rho_l RT}\right) \quad (3.11)$$

dove:

RH è l'umidità relativa;

M_w è la massa molecolare dell'acqua;

γ è la tensione superficiale;

r è il raggio dei pori.

Infatti, la pressione capillare può essere espressa in funzione della tensione superficiale γ della superficie di separazione dei due fluidi e del raggio del capillare r attraverso la relazione di Laplace:

$$p_c = \frac{2\gamma}{r} \quad (3.12)$$

Inoltre, la pressione di saturazione nel caso in cui la superficie di separazione sia piana, è ottenibile attraverso la relazione di Clausius:

$$\frac{d \ln(p_{vs})}{dT} = \frac{M_w \Delta h_{vap}}{RT^2} \quad (3.13)$$

dove con Δh_{vap} si indica l'entalpia di vaporizzazione.

3.7 Trasporto in fase liquida e vapore

Quando si devono misurare le caratteristiche tecniche dei materiali isolanti umidi, questi vengono sottoposti ad un gradiente di temperatura all'interno dell'apparecchiatura di misura.

Il gradiente di temperatura viene creato producendo una differenza di temperatura tra i due lati del provino; ciò comporta la vaporizzazione di una certa quantità d'acqua presente in prossimità della superficie calda che provoca un aumento della densità del vapore nelle porosità del materiale vicine al lato caldo. Per effetto dello squilibrio tra la concentrazione di vapore presente nel lato caldo e in quello freddo si ha una migrazione del vapore verso il lato freddo (legge di Fick).

La migrazione del vapore avviene nella stessa direzione del flusso termico attraverso successive ed alternate condensazioni ed evaporazioni nelle vicinanze dei menischi liquidi che si vengono a formare nelle cavità all'interno del mezzo. A causa della curvatura dei menischi, che costituiscono la superficie di separazione, il vapore condensa ad una temperatura superiore a quella di rugiada. Il movimento del vapore verso le regioni più fredde produce, quindi, in queste zone un aumento del contenuto di umidità in fase liquida.

I capillari all'interno dei mezzi porosi hanno diametro variabile e nei pressi del lato freddo, per l'aumento del contenuto di umidità, l'acqua occuperà anche quelli di dimensioni maggiori. Dal momento che, per la relazione di Laplace (Equazione 3.12) la pressione capillare è inversamente proporzionale alla dimensione del capillare, presso il lato freddo essa diminuirà, facendo aumentare la pressione totale del liquido; si genera così un gradiente di pressione entro la fase liquida che provoca una migrazione di acqua verso il lato caldo; questo fenomeno è detto "effetto di aspirazione" (*suction*). In contrapposizione a questo effetto, dal momento che la tensione superficiale diminuisce all'aumentare della temperatura, anche la pressione capillare diminuisce e quindi presso la superficie calda del pannello si ha che, per l'Equazione 3.10, la pressione del liquido aumenta inducendo la fase liquida a muoversi verso il lato freddo; questo effetto è detto "effetto di ritenzione" (*retention*). Generalmente, quest'ultimo effetto è modesto, essendo debole la dipendenza della tensione superficiale dalla temperatura.

Vi è comunque da precisare che il movimento dell'acqua diventa significativo solo quando la saturazione supera un valore critico, detto S_{irr} "saturazione irriducibile", a cui corrisponde un contenuto di umidità critico, w_{irr} .

Nel caso di un sistema con il contorno impermeabile, in regime stazionario, il processo di trasporto in fase vapore e in fase liquida continua fino ad una situazione di equilibrio dinamico nella quale il flusso di vapore risulta uguale ed opposto al flusso della fase liquida.

Ciò significa che la quantità di umidità che migra in fase liquida per capillarità è uguale a quella che, in fase vapore, si sposta in verso opposto per diffusione.

Per questi motivi, le misure di conduttività termica nei materiali isolanti umidi sono eseguite sigillando i provini entro buste di plastica termosaldate per garantirne l'ermeticità; tali misure si riferiscono, pertanto, al regime stazionario di un sistema chiuso. Le stesse misure su provini non imbustati non sono possibili poiché non viene raggiunto il regime stazionario nemmeno dopo un intervallo di tempo molto lungo.

3.7.1 Leggi fenomenologiche

Per la soluzione delle equazioni differenziali, è necessaria la conoscenza del legame esistente tra il flusso delle grandezze conservate (massa, quantità di moto ed energia) con i gradienti delle coordinate termodinamiche. Tale legame è espresso tramite equazioni fenomenologiche (Legge di Newton per l'attrito viscoso, Legge di Fick per la diffusione e Legge di Fourier per la conduzione termica) [22, 23].

La Legge di Fourier esprime il legame tra la densità di flusso termico scambiato per conduzione \mathbf{q}_c ed il gradiente termico ∇T tramite la conduttività termica λ_w :

$$\mathbf{q}_c = -\lambda_w \nabla T \quad (3.14)$$

Utilizzando l'equazione generalizzata di Darcy e la legge di Fick per descrivere il meccanismo di diffusione, è possibile ottenere le pertinenti equazioni matematiche che

esprimono i flussi specifici di massa per il vapor d'acqua, l'aria secca e l'acqua in fase liquida.

Partendo dalla Legge di Dalton

$$\rho_g = \rho_a + \rho_v \quad (3.15)$$

$$p_g = p_a + p_v \quad (3.16)$$

e dall'Equazione di Stato del Gas Perfetto

$$p_g \frac{1}{\rho_g} = \frac{R}{M_g} T \quad \text{Fase gassosa} \quad (3.17)$$

$$p_v \frac{1}{\rho_v} = \frac{R}{M_w} T \quad \text{Vapor d'acqua} \quad (3.18)$$

$$p_a \frac{1}{\rho_a} = \frac{R}{M_a} T \quad \text{Aria secca} \quad (3.19)$$

e sostituendo le Equazioni 3.17, 3.18 e 3.19 nella 3.15, si ottiene:

$$M_g = M_a + (M_w - M_a) \frac{p_v}{p_g} \quad (3.20)$$

dove M_i è la massa molare delle varie fasi.

Per la Legge di Fick, si ha, rispettivamente, per la fase vapore e per l'aria secca:

$$\mathbf{J}_v = \rho_v (\mathbf{v}_v - \mathbf{v}_g) = -\rho_g D_{eff} \nabla \left(\frac{\rho_v}{\rho_g} \right) \quad (3.21)$$

$$\mathbf{J}_a = -\mathbf{J}_v = \rho_a (\mathbf{v}_a - \mathbf{v}_g) = -\rho_g D_{eff} \nabla \left(\frac{\rho_a}{\rho_g} \right) \quad (3.22)$$

dove \mathbf{J}_v e \mathbf{J}_a sono il flusso diffusivo del vapore e dell'aria secca, D_{eff} il coefficiente di diffusione efficace del mezzo poroso per la miscela gassosa di aria secca e vapor d'acqua. Il gradiente a secondo membro vale

$$\nabla \left(\frac{\rho_v}{\rho_g} \right) = \nabla \left(\frac{p_v M_w}{p_g M_g} \right) = M_w \left[\frac{1}{M_g} \nabla \left(\frac{p_v}{p_g} \right) - \frac{1}{M_g^2} \frac{p_v}{p_g} \nabla (M_g) \right] \quad (3.23)$$

Dall' Equazione 3.20, applicando il gradiente, si ha:

$$\nabla (M_g) = (M_w - M_a) \nabla \left(\frac{p_v}{p_g} \right) \quad (3.24)$$

Sostituendo l'Equazione 3.24 nella 3.23, si ottiene:

$$\nabla \left(\frac{\rho_v}{\rho_g} \right) = \frac{M_w}{M_g} \left[1 - \frac{1}{M_g} (M_w - M_a) \frac{p_v}{p_g} \right] \nabla \left(\frac{p_v}{p_g} \right) \quad (3.25)$$

Dall'Equazione 3.20

$$(M_w - M_a) \left(\frac{p_v}{p_g} \right) = M_g - M_a \quad (3.26)$$

e sostituendo l'Equazione 3.26 nella 3.25 si ha:

$$\nabla\left(\frac{\rho_v}{\rho_g}\right) = \frac{M_w}{M_g} \frac{M_a}{M_g} \nabla\left(\frac{p_v}{p_g}\right) \quad (3.27)$$

Pertanto, la Legge di Fick può essere scritta come segue:

- per il vapor d'acqua

$$\mathbf{J}_v = -\rho_g \frac{M_w M_a}{M_g^2} D_{eff} \nabla\left(\frac{\rho_v}{\rho_g}\right) = -\frac{p_g M_w M_a}{M_g RT} D_{eff} \nabla\left(\frac{p_v}{p_g}\right) \quad (3.28)$$

- per l'aria secca

$$\mathbf{J}_a = -\rho_g D_{eff} \nabla\left(\frac{\rho_a}{\rho_g}\right) = -\rho_g D_{eff} \nabla\left(\frac{\rho_g - \rho_v}{\rho_g}\right) = \rho_g D_{eff} \nabla\left(\frac{\rho_v}{\rho_g}\right) = \frac{p_g M_w M_a}{M_g RT} D_{eff} \nabla\left(\frac{p_v}{p_g}\right) \quad (3.29)$$

dove M è la massa molare, R la costante universale dei gas perfetti e T la temperatura.

Si avrà, allora, che i flussi specifici di massa sono:

- per il vapor d'acqua

$$\mathbf{j}_v = \rho_v \mathbf{v}_v = \rho_v (\mathbf{v}_g + (\mathbf{v}_v - \mathbf{v}_g)) = -\rho_v \frac{KK_{rg}}{\mu_g} (\nabla p_g - \rho_g \mathbf{g}) - p_g D_{eff} \frac{M_a M_w}{M_g RT} \nabla\left(\frac{p_v}{p_g}\right) \quad (3.30)$$

- per l'aria secca

$$\mathbf{j}_a = \rho_a \mathbf{v}_a = \rho_a (\mathbf{v}_g + (\mathbf{v}_a - \mathbf{v}_g)) = -\rho_a \frac{KK_{rg}}{\mu_g} (\nabla p_g - \rho_g \mathbf{g}) + p_g D_{eff} \frac{M_a M_w}{M_g RT} \nabla\left(\frac{p_v}{p_g}\right) \quad (3.31)$$

dove K è il coefficiente di permeabilità assoluta e K_{rg} è il coefficiente di permeabilità relativa della fase gassosa.

Il trasporto in fase liquida dell'acqua è descritto dalla Legge di Darcy generalizzata, che può essere scritta come:

$$\mathbf{v}_l = -\frac{KK_{rl}}{\mu_l}(\nabla p_l - \rho_l \mathbf{g}) \quad (3.32)$$

dove K_{rl} è il coefficiente di permeabilità relativa della fase liquida.

Il flusso specifico di massa per la fase liquida, allora, sarà:

$$\mathbf{j}_l = \rho_l \mathbf{v}_l = -\rho_l \frac{KK_{rl}}{\mu_l}(\nabla p_l - \rho_l \mathbf{g}) \quad (3.33)$$

È importante mettere in evidenza che il movimento della fase liquida si verifica solo quando il contenuto di umidità supera un valore limite chiamato contenuto di umidità irriducibile w_{irr} . A questo contenuto di umidità corrisponde un valore di saturazione chiamato saturazione irriducibile S_{irr} . Per contenuti di umidità inferiori a questo valore, la fase liquida si raccoglie in isole senza interconnessione ed è possibile assumerla immobile ($K_{rl} = 0$).

3.8 Equazioni costitutive

Le relazioni che legano i coefficienti delle equazioni fenomenologiche (K_{rl} , K_{rg} , D_{eff} e la saturazione S) alle coordinate termodinamiche sono dette Equazioni costitutive del materiale.

3.8.1 Isoterme di equilibrio

Per il legame tra saturazione S e coordinate termodinamiche, si precisa che un materiale poroso è in condizioni di equilibrio con l'aria umida circostante quando la pressione parziale

del vapore all'interno del materiale è uguale alla pressione dello stesso nell'aria e non vi è differenza di temperatura.

Il contenuto di umidità di equilibrio dipende dalla temperatura, dall'umidità relativa RH , dal modo in cui si è raggiunto l'equilibrio (fenomeni di isteresi). Le condizioni di equilibrio dei mezzi porosi al variare dell'umidità relativa RH dell'aria a temperatura costante vengono descritte tramite diagrammi sperimentali chiamati "isoterme di equilibrio" o "isoterme di assorbimento", in cui in ascissa si riporta l'umidità relativa ed in ordinata il contenuto di umidità. I materiali porosi sono caratterizzati da curve di assorbimento a forma di "S" [24].

In questo studio si è utilizzato il modello proposto da Hansen per rappresentare le isoterme di equilibrio:

$$u = A \left(1 - \frac{\ln(RH)}{B} \right)^{-1/n} \quad (3.34)$$

dove u è il contenuto di umidità all'interno del materiale e i coefficienti A , B ed n vengono determinati attraverso l'interpolazione ai minimi quadrati dei dati sperimentali.

Un esempio di isoterma di equilibrio secondo il modello proposto da Hansen [24] è rappresentato in Figura 3.2. graficamente, si possono individuare 4 zone caratteristiche:

- $RH < \phi_1$ la curva presenta la concavità rivolta verso il basso e l'acqua trattenuta è dovuta all'assorbimento molecolare;
- $\phi_1 < RH < \phi_2$ la curva presenta una piccola curvatura con concavità rivolta verso l'alto, l'acqua presente nel mezzo è dovuta all'assorbimento molecolare e alla condensazione nei pori capillari;
- $\phi_2 < RH < \phi_3$ in questa regione il contenuto di umidità aumenta molto rapidamente in funzione di RH , si verifica la condensazione nei pori capillari;

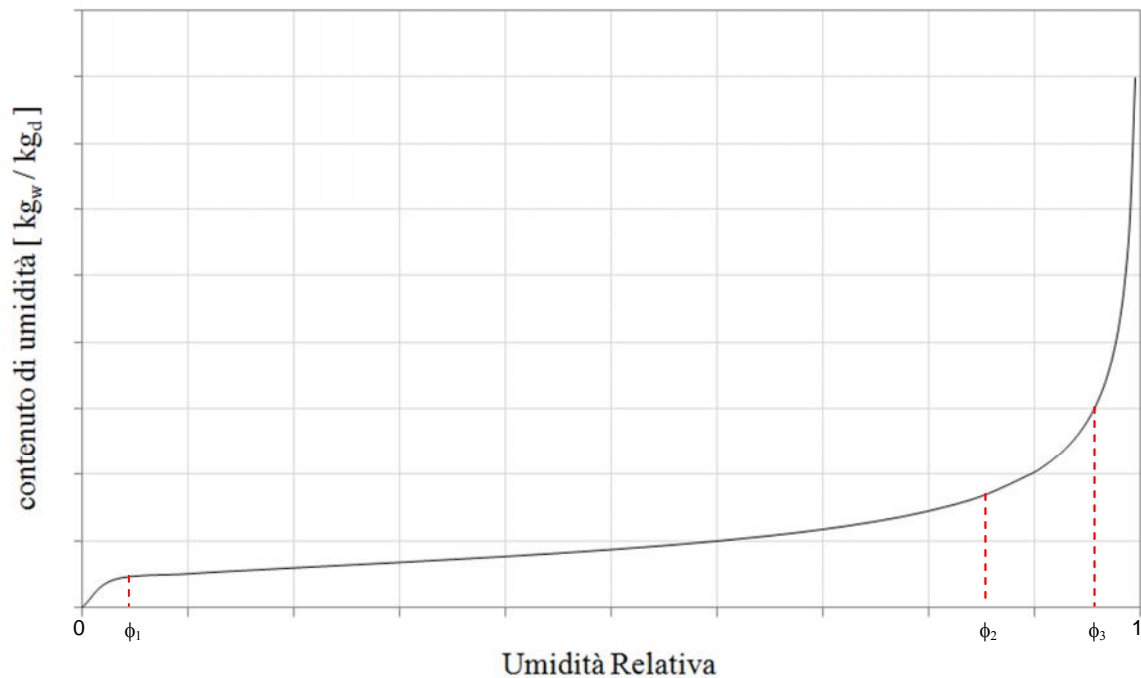


Figura 3.2 Isoterma di equilibrio secondo il modello di Hansen per mezzi porosi.

- $RH > \phi_3$ in questa zona il contenuto di umidità non dipende da RH e la superficie di separazione tende a diventare piana ($p_v \cong p_{vs}$, $\rho_v = \rho_{vs}$).

3.8.2 Coefficiente di diffusione efficace

Il coefficiente di diffusione efficace del mezzo poroso per la miscela gassosa (formata da aria secca e vapor d'acqua), presente all'interno dei pori, dipende dalla sezione libera (e quindi dalla saturazione), dalla pressione e dalla temperatura. Per gas diluiti a bassa pressione la dipendenza da temperatura e pressione si può ricavare sulla base della meccanica statistica e porta ad un'equazione del tipo [25]:

$$D_{eff} = D_a \xi tort (1 - S) \left(\frac{T}{T_0} \right)^n \frac{p_{atm}}{p_g} \quad (3.35)$$

dove $D_a = 2.58 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ è il coefficiente di diffusione della miscela aria-vapore alla temperatura di riferimento, $T_0 = 293.15 \text{ K}$ (20°C), ed a pressione atmosferica, $tort$ è un coefficiente di tortuosità che tiene conto della struttura dei pori, ξ è la porosità, n è un esponente, normalmente compreso tra 1.5 e 2.5, a seconda del campo di temperature considerato [26-27].

$\xi(1-S)$ è un termine di correzione che tiene conto della sezione dei pori effettivamente disponibile per i processi di diffusione.

Il coefficiente di diffusione efficace del mezzo poroso può anche essere espresso tramite la seguente relazione [28]:

$$D_{eff} = D_a \xi tort (1-S)(\alpha + \beta RH^\delta) \quad (3.36)$$

dove α , β e δ sono coefficienti.

Per i contenuti di umidità presenti nelle prove di conduttività termica apparente il coefficiente di diffusione efficace è uno dei più importanti parametri relativamente al trasporto di massa; sfortunatamente però esistono notevoli incertezze riguardo la sua stima.

3.8.3 Permeabilità relativa

Per contenuti di umidità superiori al livello irriducibile w_{irr} , la permeabilità relativa è funzione della saturazione S . Tra le varie equazioni reperibili in letteratura, che esprimono il legame tra le permeabilità relative K_{rg} e K_{rl} e la saturazione S , molto utilizzate sono quelle suggerite da Whitaker (1980) e Degiovanni e Moyne (1987) [20, 21]:

$$K_{rl} = \left(\frac{S - S_{irr}}{1 - S_{irr}} \right)^3 \quad (3.37)$$

$$K_{rg} = \left(1 - \frac{S - S_{irr}}{1 - S_{irr}}\right)^2 \left(1 - \left(\frac{S - S_{irr}}{1 - S_{irr}}\right)^2\right) \quad (3.38)$$

Come si può notare dalle Equazioni 3.37 e 3.38, all'aumentare della saturazione S , corrisponde rispettivamente un aumento della permeabilità relativa della fase liquida K_{rl} ed una diminuzione della permeabilità relativa della miscela gassosa K_{rg} .

3.8.4 Conduttività termica nei mezzi porosi umidi

Nei materiali isolanti umidi, la densità di flusso termico totale \mathbf{q} è data dalla somma dei contributi dovuti alle varie componenti presenti nel materiale (Figura 3.1).

- \mathbf{q}_1 densità di flusso termico dovuto alla conduzione nella matrice solida e nell'aria umida contenuta nei pori del materiale;
- \mathbf{q}_2 densità di flusso termico dovuto alla conduzione nel liquido presente attorno alle pareti della matrice solida;
- \mathbf{q}_3 densità di flusso termico dovuto alla radiazione;
- \mathbf{q}_4 densità di flusso termico dovuto alla convezione nel volume di integrazione REV [16-20] (nella maggior parte dei casi è trascurabile).

Il termine \mathbf{q}_1 è esprimibile introducendo la conduttività equivalente λ_{cd} , del materiale secco attraverso la Legge di Fourier:

$$\mathbf{q}_1 = -\lambda_{cd} \nabla T \quad (3.39)$$

Il termine \mathbf{q}_2 rappresenta la densità di flusso termico scambiato per conduzione dall'umidità trattenuta dalla matrice solida e, generalmente, il suo contributo è rappresentato da un termine che viene aggiunto alla conduttività termica equivalente del materiale secco

λ_{cd} [14, 29, 30]. Tale contributo viene indicato con aw , dove a è un coefficiente che indica l'incremento di conduttività termica equivalente dovuto al contenuto di umidità w presente nel materiale. Il contenuto di umidità w viene espresso come rapporto tra la massa totale di umidità presente nel materiale e il volume V , cioè:

$$w = (\rho_l S + \rho_w (1 - S)) \frac{V_v}{V} = (\rho_l S + \rho_w (1 - S)) \xi \cong \rho_l S \xi \quad (3.40)$$

Il meccanismo di scambio termico per conduzione nei materiali isolanti umidi è descritto dalla seguente espressione:

$$\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2 = -(\lambda_{cd} + aw) \nabla T = -\lambda_w \nabla T \quad (3.41)$$

dove con $\lambda_w = \lambda_{cd} + aw$ si indica la conduttività termica equivalente del materiale umido [10, 11].

La densità di flusso termico scambiato per radiazione \mathbf{q}_3 è esprimibile, nel caso di materiali isolanti otticamente spessi, tramite il modello diffusivo di Rosseland [21]:

$$\mathbf{q}_3 = -\lambda_r \nabla T = -\frac{4\sigma_n T^3}{\frac{3}{4}\beta_R} \nabla T \quad (3.42)$$

dove λ_r è la radiatività igrometrica e β_R è il coefficiente di estinzione di Rosseland (Equazione 1.14). La presenza di umidità può, infatti, modificare anche le proprietà radiative del mezzo.

Pertanto, nel caso in cui il mezzo si possa considerare otticamente spesso, si può esprimere la densità di flusso termico totale \mathbf{q} nella forma:

$$\mathbf{q} = -\lambda_w \nabla T - \lambda_r \nabla T = -(\lambda_{cd} + a w + \lambda_r) \nabla T = -\lambda_t^* \nabla T \quad (3.43)$$

dove λ_t^* è la conduttività termica apparente misurata su un provino di materiale umido di spessore elevato (tale da poter trascurare l'effetto dello spessore [31]), quando l'umidità è uniformemente distribuita ed è assente il trasporto di massa.

3.9 Condizioni al contorno

All'inizio delle misure di conduttività termica i provini sono assunti isotermi e con l'umidità uniformemente distribuita. Dato che i provini, prima di essere inseriti nell'apparecchiatura HFM, per la misura della conduttività termica, sono racchiusi in buste di polietilene impermeabile ai flussi di massa, è possibile applicare le seguenti condizioni.

- Contorno impermeabile:

$$\begin{aligned} \rho_l \mathbf{v}_l + \rho_v \mathbf{v}_v &= 0 \\ \rho_a \mathbf{v}_a &= 0 \end{aligned} \quad (3.44)$$

Una volta raggiunto il regime stazionario, dall'Equazione 3.2 si ha $\rho_a \mathbf{v}_a = \text{cost}$ e dall'Equazione 3.4 si ottiene l'espressione $\rho_l \mathbf{v}_l = -\rho_v \mathbf{v}_v$ che è applicabile all'intero provino.

- Sull'intero provino:

$$\begin{aligned} \rho_l \mathbf{v}_l + \rho_v \mathbf{v}_v &= 0 \\ \rho_a \mathbf{v}_a &= 0 \end{aligned} \quad (3.45)$$

L'equazione di conservazione dell'energia diventa allora, in queste ipotesi, partendo dall'Equazione 3.43:

$$-\frac{\partial}{\partial x}(q + \rho_v v_v (h_v - h_l)) = -\frac{\partial}{\partial x}\left(-\lambda_t^* \frac{\partial T}{\partial x} + \rho_v v_v (h_v - h_l)\right) = 0 \quad (3.46)$$

da cui si può ottenere:

$$-\lambda_t^* \frac{\partial T}{\partial x} + \rho_v v_v (h_v - h_l) = \text{cost} \quad (3.47)$$

Se con q_m indichiamo la densità di flusso termico misurato dal termoflussimetro, essa risulta essere, in ogni sezione di ascissa x , la somma di due contributi (uno dovuto alla trasmissività ed uno dovuto al trasporto di massa):

$$q_m = -\lambda_t^* \frac{\partial T}{\partial x} + \rho_v v_v (h_v - h_l) = \text{cost} \quad (3.48)$$

Il flusso termico misurato attraverso l'apparecchiatura a termoflussimetri HFM può essere quindi espresso come :

$$\mathbf{q} = -\lambda_w \nabla T + \rho_l \mathbf{v}_l h_l + \rho_v \mathbf{v}_v h_v \cong -\lambda_w \nabla T + \rho_v \mathbf{v}_v \Delta h_{vap} \quad (3.46)$$

Il secondo termine dell'Equazione 3.46 descrive la parte di flusso termico associato al movimento dell'umidità ed agli effetti dei cambiamenti di fase (Figura 3.3).

Si può allora affermare che nei materiali isolanti umidi, soggetti ad un gradiente di temperatura, l'umidità tende a muoversi. Poiché, muovendosi, sia la fase liquida che il vapore portano con sé le rispettive entalpie, ai meccanismi di scambio termico per conduzione e radiazione si aggiunge quello convettivo dovuto al trasporto di massa, descritto nel paragrafo 3.7.

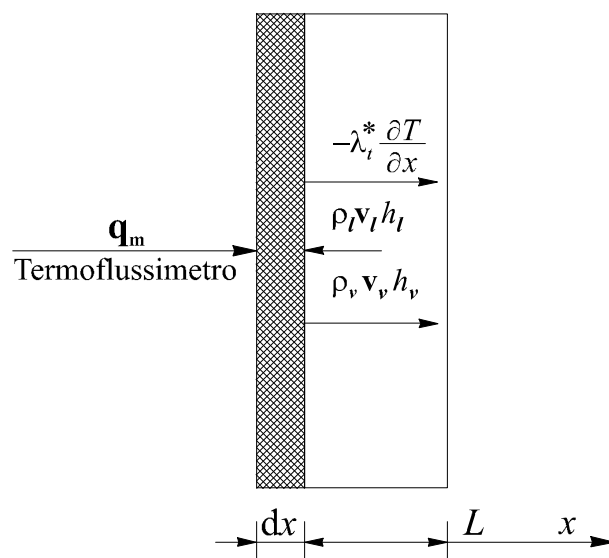


Figura 3.3 Flusso termico all'esterno del provino e corrispondenti flussi all'interno nel caso di contorno impermeabile (prove per la determinazione della conduttività termica apparente).

CAPITOLO 4

DETERMINAZIONE DELLA CONDUTTIVITA' TERMICA NEI MATERIALI POROSI UMIDI

4.1 Introduzione

La determinazione della conduttività termica si effettua inserendo un provino del mezzo in esame nell'apparecchiatura a termoflussimetri, che induce un gradiente termico all'interno del campione. Misurando il flusso termico q_m con l'apparecchiatura HFM in regime stazionario, essendo noto il gradiente termico $\partial T / \partial x$, le portate in massa dell'umidità in fase liquida e vapore ($\rho_v v_v$ e $\rho_l v_l$) con le rispettive entalpie che attraversano lo stesso piano, dall'Equazione 3.48 si può ricavare la conduttività λ_r^* del provino. Il gradiente termico provoca all'interno del provino una redistribuzione dell'umidità che implica alcune considerazioni.

- La distribuzione dell'umidità nel provino non è in generale uniforme.

Questo fenomeno è tanto più modesto quanto più piccolo è il gradiente termico applicato. Le prove, pertanto, dovrebbero essere eseguite con differenze di temperatura non troppo grandi fra le facce del provino, così da poter trascurare l'effetto della non uniforme distribuzione dell'umidità.

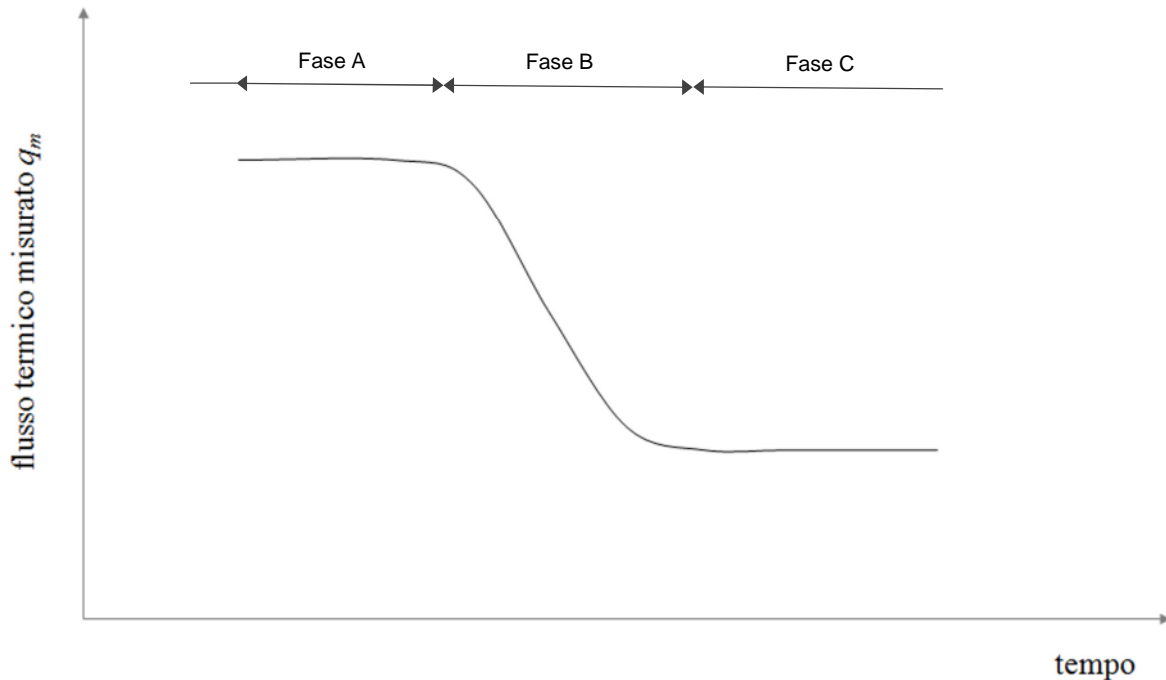


Figura 4.1 Andamento del flusso termico, in una misura di resistenza termica su materiale poroso umido, in funzione del tempo.

- L'umidità nel provino può essere soggetta a cambiamenti di fase.

In questo caso si introducono dei flussi termici aggiuntivi, dovuti al trasporto di massa, che devono essere conosciuti per apportare le dovute correzioni al flusso termico per sola conduzione e radiazione. Il flusso termico durante la prova può essere caratterizzato da tre fasi. Nella prima, fase A, il flusso termico, dovuto alla conduzione per radiazione, alla migrazione dell'umidità ed ai suoi cambiamenti di fase, si mantiene "quasi" costante. La seconda, fase B, è una zona di transizione che conduce alla terza fase, fase C, che rappresenta il raggiunto equilibrio termodinamico e il regime stazionario (Figura 4.1).

- La distribuzione dell'umidità nel provino è uniforme.

In questo caso, la fase A risulta essere assente e, quali risultati delle prove di misura di conduttività termica, ci si aspetta di ottenere una serie di dati tali per cui, graficamente, dopo la fase transitoria B, si verifichi il raggiungimento delle condizioni di equilibrio in regime stazionario della fase C. Pertanto, graficamente, si possano evidenziare tre zone (Figura 4.2):

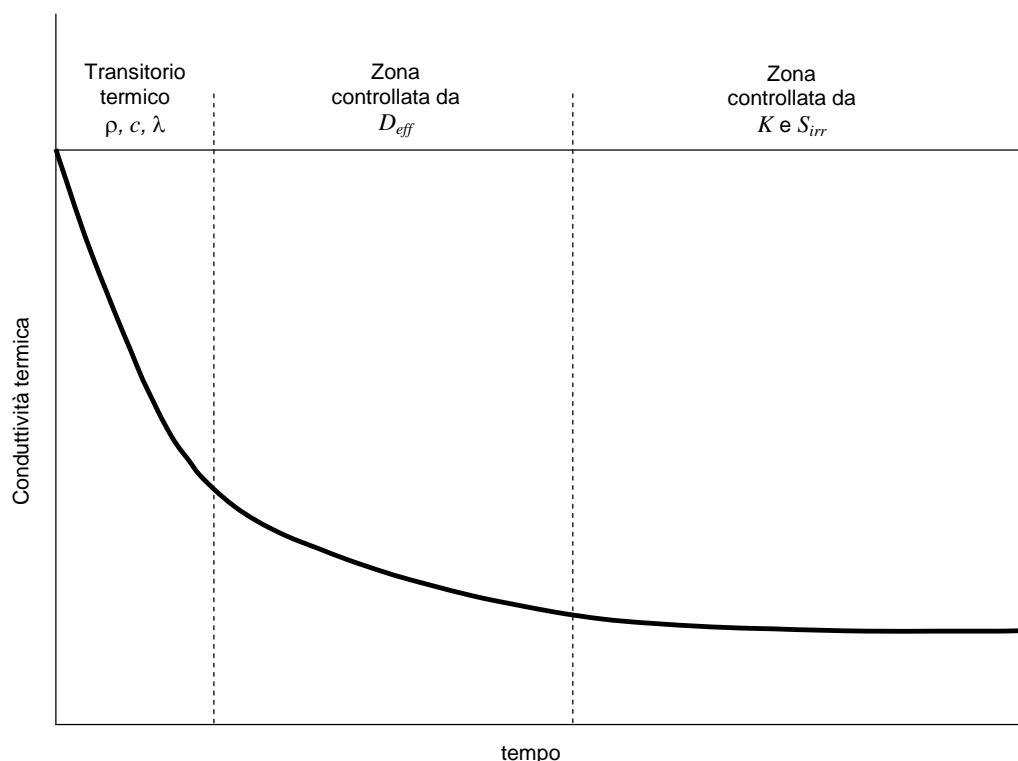


Figura 4.2 Andamento della conduttività termica, in una misura effettuata su materiale poroso umido, in funzione del tempo quando l'umidità, all'inizio della prova, è distribuita in modo uniforme all'interno del provino.

- Transitorio termico (governato da capacità termica c e conduttività termica λ);
- Influenza del coefficiente di diffusione efficace D_{eff} (moto della fase vapore);
- Influenza della permeabilità K e della saturazione irriducibile S_{irr} (moto della fase liquida).

4.1.1 La fase A

Questa fase è possibile solo nel caso in cui l'umidità in fase liquida, in prossimità della superficie del provino in contatto con la piastra calda dell'apparecchiatura HFM, si trovi al di sopra del campo igroscopico, cioè quando l'umidità nei pori è circa il 100%. Pertanto, finché non si scende al di sotto del campo igroscopico, la densità del vapore vicino al lato caldo non risente delle variazioni del contenuto d'acqua e $\rho_v = \rho_{vs}(T)$. Il vapore migra verso il lato freddo dando luogo, in questo modo, oltre che ad un trasferimento di massa, essendo che

non c'è ancora flusso di umidità in fase liquida in verso opposto, anche ad un flusso termico addizionale (dovuto alla vaporizzazione dell'acqua, che avviene a velocità costante) che va ad aggiungersi a quello normale dovuto a conduzione e radiazione.

Nella fase A si ha un regime "quasi" stazionario ed il flusso termico si mantiene circa costante, per cui, in tale fase, la conduttività termica λ_t^* può essere calcolata usando l'Equazione 3.48.

4.1.2 La fase C

Essa rappresenta la condizione finale di un provino sottoposto a misura di conduttività termica ed è caratterizzata dal raggiungimento dell'equilibrio tra i flussi di umidità in fase liquida e vapore (paragrafo 3.7).

Durante la fase C, possono avere luogo due diverse situazioni:

- La fase liquida può considerarsi immobile.

In nessuna zona del provino si raggiunge il valore di saturazione irriducibile S_{irr} (corrispondente all'umidità irriducibile, w_{irr}), in questo caso non si ha movimento della fase liquida e conseguentemente non c'è movimento della fase gassosa;

- All'interno del provino, o, più frequentemente, in una sua porzione a contatto con la superficie fredda dell'apparecchiatura HFM, si ha movimento della fase liquida.

In questo caso, come indicato nella Figura 4.3, sono presenti due zone denominate rispettivamente zona 1 e zona 2. In ogni punto della zona 1 di spessore l_1 , il contenuto di umidità w è minore del valore w_{irr} (umidità irriducibile), valore al di sotto del quale la fase liquida è immobile; nella zona 2 di spessore l_2 , al contrario, il contenuto di umidità w è maggiore di w_{irr} , per cui ha luogo un flusso di umidità in fase liquida non più trascurabile; ne consegue che le due regioni del provino, che si vengono così a creare, hanno un comportamento diverso.

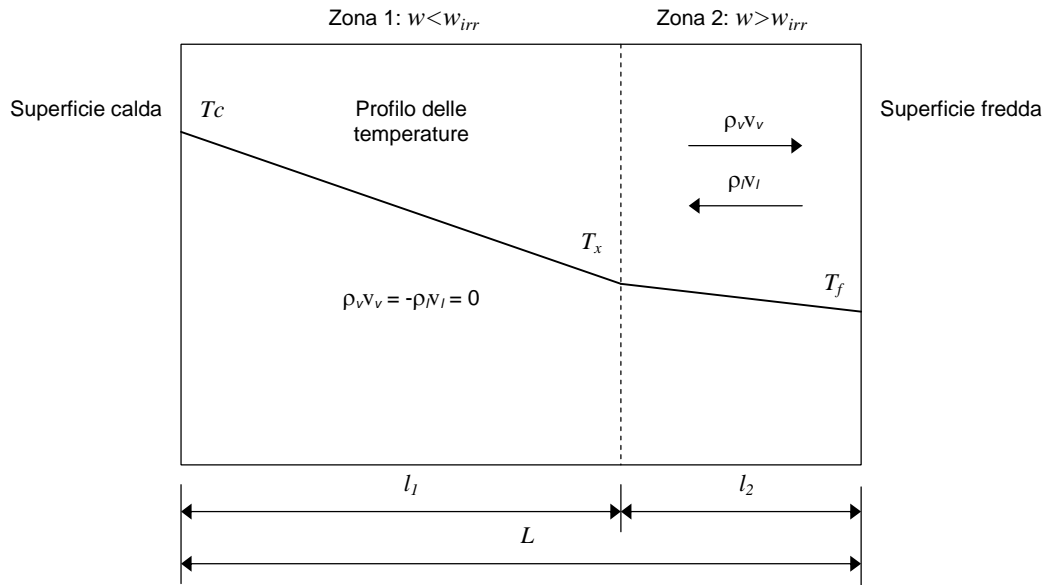


Figura 4.3 Le zone 1 e 2 durante la misura della conduttività termica nella fase C.

4.2 Determinazione della conduttività termica in regime stazionario

Durante la fase C, sia il flusso termico che quello dell'umidità hanno raggiunto il regime stazionario, perciò si ha $\rho_v v_v = -\rho_l v_l$, e l'espressione per il calcolo della conduttività termica del materiale poroso umido è l'Equazione 3.48.

Il modello, che segue, parte dall'ipotesi che nella zona 2 il contenuto di umidità si possa ritenere uniforme ossia $w(x) = \text{cost.}$

Con riferimento alla Figura 4.3, si indicano con T_c , T_x le temperature estreme della zona 1 (lato caldo) e con T_f la temperatura sulla superficie fredda del provino.

4.2.1 Assenza di movimento della fase liquida (zona 1)

In questa fase si ha che $w < w_{irr}$, non c'è movimento della fase liquida. Dall'equazione di conservazione della specie acqua, si ha (3.45):

$$\rho_l v_l = \rho_v v_v = 0 \quad (4.1)$$

Potendo considerare, all'interno del provino, la pressione totale costante e pari a quella atmosferica ($p_g = 101325$ kPa) e trascurando il termine dovuto alla gravità, il movimento del vapore è dovuto esclusivamente al processo diffusivo secondo la legge di Fick; conseguentemente l'Equazione 3.30 diventa:

$$\rho_v (v_v - v_g) = -\rho_g D_{eff} \frac{\partial (\rho_v / \rho_g)}{\partial x} \quad (4.2)$$

che può anche essere scritta in termini di pressione parziale del vapore come:

$$\rho_v v_v = -D_{eff} \frac{M_a M_w}{M_g RT} \frac{\partial p_v}{\partial x} \quad (4.3)$$

Per le Equazioni 4.1 e 4.3, consegue che nella zona 1 la pressione parziale del vapore rimane costante $p_v(x) = RH p_{vs} = p_v = \text{cost.}$

Il profilo della temperatura $T(x)$ nella zona 1 è valutato iterativamente. Inizialmente si assume un profilo lineare con temperature estreme T_c e T_x . In ogni sezione del provino, è allora possibile calcolare la pressione di saturazione $p_{vs}(T(x))$ dell'acqua all'equilibrio liquido-vapore con interfaccia piana. L'umidità relativa in ogni punto del provino è valutabile attraverso la relazione:

$$RH(w(x), T(x)) = \frac{p_v}{p_{vs}(T(x))} \quad (4.4)$$

e, quindi, il contenuto di umidità $w(x)$, in ogni sezione del provino, si può ricavare dalla isoterma di assorbimento propria del materiale. Da qui, si risale al valore della conduttività termica λ_t^* .

Ricordando che lo strato elementare dx presenta una resistenza termica elementare dx/λ_t^* , la resistenza totale nella zona 1 è ottenuta per integrazione:

$$R_t = \int_0^{L_1} dx/\lambda_t^* \quad (4.5)$$

Conseguentemente, si può calcolare la nuova distribuzione di temperatura:

$$T(x) = T_c - \frac{(T_c - T_x)}{R_t} \int_0^x dx/\lambda_t^* \quad (4.6)$$

Si procede, ora, con un nuovo ciclo del tutto identico al precedente giungendo a calcolare un secondo profilo di contenuti d'acqua ed un terzo di temperature e così via. Gli integrali dati dalle Equazioni 4.5 e 4.6 sono risolti numericamente. Il ciclo iterativo prosegue fino a quando la massima differenza di temperature in due iterazioni successive è minore di un prefissato limite.

Il contenuto di umidità per unità di superficie, presente nella zona 1, può essere determinato per integrazione come:

$$W_1 = \int_0^{L_1} w(x) dx \quad (4.7)$$

In questa zona possiamo scrivere, in ogni sezione, a partire dall'Equazione 3.48:

$$q_m = -\lambda_t^* \frac{\partial T}{\partial x} \quad (4.8)$$

o, in maniera equivalente:

$$q_m = (T_c - T_x) / \int_0^x dx / \lambda_i^* \quad (4.9)$$

4.2.2 Movimento della fase liquida (zona 2)

Nella zona 2, vi è la presenza di una zona a contatto con la superficie fredda in cui, essendo $w > w_{irr}$, si hanno movimenti della fase liquida non trascurabili, per cui:

$$\rho_v \mathbf{v}_v = -\rho_l \mathbf{v}_l \neq 0 \quad (4.10)$$

e la relazione da utilizzare per il calcolo di λ_i^* è l'Equazione 3.48.

Per la relazione 4.10, il flusso di vapore diretto verso il lato freddo, governato dalla legge di Fick, è uguale e contrario a quello di acqua in fase liquida indotto dalla capillarità. Poiché la pressione della miscela gassosa è costante e la pressione capillare è $p_c = p_g - p_l$, il flusso d'acqua in fase liquida può essere scritto, in base all'Equazione 3.8 e trascurando il termine dovuto alla gravità, come:

$${}_l v_l = - \frac{K K_{rl}}{\mu_l} \frac{\partial p_c}{\partial x} \quad (4.11)$$

Nell'ipotesi di contenuto di umidità uniforme e trascurando la dipendenza delle isoterme di assorbimento dalla temperatura, risulterà l'umidità relativa RH_2 uniforme nello strato l_2 ; valutando RH_2 alla superficie di separazione tra la zona 1 e la zona 2, si avrà in base alla relazione di Kelvin:

$$RH = \exp\left(-\frac{M_w P_c}{\rho_l R T}\right) \quad (4.12)$$

con p_c e T pressione capillare e temperatura alla superficie di separazione.

I cambiamenti di fase sono considerati concentrati sulle due sezioni estreme: evaporazione sulla superficie di separazione S, all'ascissa x , tra le due zone e condensazione sulla parete fredda 2, in modo che ${}_v v_v$ e ${}_l v_l$ sono uniformi; dalla relazione 3.48, a contenuto di umidità uniforme, si deduce la presenza di un profilo lineare delle temperature.

L'espressione 4.11 può allora essere riscritta tenendo presente che, in base all'Equazione 4.12,

$$\frac{\partial p_c}{\partial x} = \frac{\rho_l \ln(RH_2) R}{M_w} \quad (4.13)$$

$${}_l v_l = {}_l \frac{K K_{rl} \rho_l \ln(RH_2) R}{\mu_l M_w} \left(\frac{T_x - T_f}{l_2} \right) \quad (4.14)$$

Analogamente, la densità di flusso di vapore espressa dalla relazione 4.3, nelle ipotesi precedenti, con $M_a \cong M_g$ e con riferimento alla temperatura media $T_m = (T_x + T_2)/2$, diviene:

$${}_v v_v = D_{eff} \frac{M_w RH_2}{R T_m} \left(\frac{\partial p_{vs}}{\partial T} \right)_{T_m} \left(\frac{T_x - T_f}{l_2} \right) \quad (4.15)$$

Sostituendo nella relazione 4.10, si ha:

$${}_l \frac{K K_{rl} \rho_l \ln(RH_2) R}{\mu_l M_w} + D_{eff} \frac{M_w RH_2}{R T_m} \left(\frac{\partial p_{vs}}{\partial T} \right)_{T_m} = 0 \quad (4.16)$$

Il contenuto di umidità presente per unità di superficie nella zona 2 del modello è: $W_2 = w_2 l_2$; l'umidità totale per unità di superficie presente nel provino risulta, quindi, con W_1 valutato in base alla relazione 4.7:

$$W_1 + W_2 = W_t \quad (4.17)$$

Nella zona 2, il flusso termico misurato dal termoflussimetro può essere espresso utilizzando l'Equazione 3.48 come:

$$q_m = \lambda_t^*(w_2) \frac{T_x - T_f}{l_2} + D_{eff} \frac{M_w RH_2}{R T_m} \left(\frac{\partial p_{vs}}{\partial T} \right)_{T_m} \left(\frac{T_x - T_f}{l_2} \right) (h_v - h_l) \quad (4.18)$$

Ricordando la relazione 4.9, si può allora scrivere:

$$\lambda_t^*(w_2) \frac{T_x - T_f}{l_2} + D_{eff} \frac{M_w RH_2}{R T_m} \left(\frac{\partial p_{vs}}{\partial T} \right)_{T_m} \left(\frac{T_x - T_f}{l_2} \right) (h_v - h_l) - (T_c - T_x) / \int_0^{L_1} \frac{dx}{\lambda_t^*} = 0 \quad (4.19)$$

Le equazioni 4.16, 4.17 e 4.19 costituiscono un sistema di tre equazioni accoppiate non lineari che utilizzano come variabili dipendenti lo spessore della zona 2 del provino l_2 , dove è presente movimento di umidità, la temperatura T_s e la pressione capillare p_c sulla superficie di separazione tra la zona 1 e la zona 2, quest'ultima legata a RH_2 tramite la relazione 4.12. Per la risoluzione del sistema è stato sviluppato, presso il Dipartimento di Fisica Tecnica dell'Università degli Studi di Padova, un codice di calcolo secondo il metodo di Newton Raphson.

CAPITOLO 5

TECNICHE DI MISURA DELLA CONDUTTIVITÀ TERMICA

5.1 Introduzione

Nel presente capitolo verranno descritte le principali metodologie adottate per la misura della conduttività termica, al fine di presentare un esaustivo confronto tra le tecniche di indagine note e l'apparecchiatura da noi impiegata per la misura della conduttività termica dei materiali porosi umidi.

5.2 Misura della conduttività termica

La Legge empirica di Fourier stabilisce che l'energia termica trasmessa per conduzione, per unità di area in una particolare direzione, è proporzionale al gradiente di temperatura nella medesima direzione. La proprietà termo fisica, che compare in questa legge, è nota come conduttività termica ed è indicata con λ . Per i materiali omogenei, essa è una proprietà caratteristica del mezzo in esame, ed è dipendente, oltre che dalla composizione chimica del materiale stesso, anche dalle condizioni termo igrometriche in cui viene misurata. Tuttavia, per quanto riguarda i materiali non omogenei, la conduttività termica dipende anche dalla direzione del flusso termico che percorre il mezzo (anisotropia). Inoltre, nel caso di materiali compositi come mattoni, isolanti termici, polimeri, compositi fibrosi (ad esempio le fibre di carbonio) si fa riferimento convenzionalmente ad una conduttività termica equivalente o

effettiva. In questi casi, infatti, la conduttività termica non è più una proprietà intrinseca del materiale: essa, infatti, può dipendere anche da altri parametri quali ad esempio la storia del materiale, la lavorazione subita ed anche dalle caratteristiche superficiali. Pertanto, la conduttività termica è assunta essere la costante empirica di proporzionalità nella relazione lineare che lega l'energia termica trasmessa per unità di area e la differenza di temperatura agli estremi di un determinato spessore di materiale composito.

Si noti che la distinzione tra materiali omogenei e non omogenei è spesso ignorata, portando ad una certa confusione specialmente quando si devono confrontare tra loro diverse misure. Inoltre, la contemporanea presenza in molte situazioni pratiche di tutti e tre i meccanismi di scambio termico (convezione, conduzione e irraggiamento) complica notevolmente il procedimento di misura della conduttività termica ed è pertanto realmente difficile ravvisare dei metodi di misura che siano in grado di determinarla in modo univoco. Per tali motivi, gli strumenti preposti a tali misure risultano molto distanti dalla apparente semplicità della legge di Fourier.

5.3 Equazioni fondamentali

La legge costitutiva che lega il vettore flusso termico q al gradiente di temperatura ∇T è data dall'equazione:

$$q = -\lambda \cdot \nabla T \quad (5.1)$$

Poiché non è possibile misurare flussi termici e gradienti locali, tutte le tecniche sperimentali si avvalgono di una forma integrale dell'Equazione 5.1, soggetta a determinate condizioni al contorno. Di conseguenza, tutti gli esperimenti sono ideati in modo che il problema matematico sia ridotto ad una forma integrale monodimensionale dell'Equazione 5.1, come segue:

$$q = G \cdot \lambda \cdot \Delta T \quad (5.2)$$

dove q e ΔT sono rispettivamente il flusso termico e la differenza di temperatura nella specifica direzione di misura e G è una costante di proporzionalità, caratteristica di ogni strumento, che tiene conto delle condizioni al contorno del misurando.

La configurazione dell'apparato di misura associata all'Equazione 5.2 è costituita da due superfici piane parallele, ciascuna applicata ad un lato del provino in esame, oppure cilindri coassiali o sfere concentriche con nel mezzo il campione del materiale oggetto della misura.

Le tecniche che si richiamano all'Equazione 5.2 si dicono tecniche di misura in regime stazionario. Generalmente, esse si basano sulla misura del gradiente di temperatura ΔT , registrato ai capi del misurando, dopo aver sottoposto quest'ultimo al flusso termico q , indotto tramite due flussimetri posti a contatto con le facce del provino e racchiusi tra due piastre isoterme: la piastra calda (inferiore) e la piastra fredda (superiore). La determinazione della conduttività termica λ richiede, pertanto, che siano note le caratteristiche geometriche della strumentazione, informazioni contenute nella costante G . Nella costante G sono inoltre inserite le eventuali correzioni all'Equazione 5.2, che tengono conto della pratica irrealizzabilità delle condizioni di flusso perfettamente monodimensionale in un provino dalle dimensioni finite.

Un diverso metodo di misurazione fruibile è rappresentato da quello in regime transitorio, che si richiama all'equazione differenziale della trasmissione del calore in regime transitorio:

$$\rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial \vartheta} = \nabla \cdot (\lambda \cdot \nabla T) \quad (5.3)$$

dove ρ , c e ϑ sono rispettivamente la massa volumica, il calore specifico del misurando ed il tempo.

In alcuni casi, è accettabile semplificare tralasciando la dipendenza della conduttività termica dalla temperatura e scrivere:

$$\frac{\partial T}{\partial \vartheta} = \frac{\lambda}{\rho \cdot c} \cdot \nabla^2 T = a \cdot \nabla^2 T \quad (5.4)$$

dove a è la diffusività termica del materiale. Tecniche sperimentali per la misura della conduttività termica, basate su tale equazione, consistono generalmente nell'applicazione, su una superficie del provino, di una sorgente termica variabile con il tempo secondo un ben preciso legame funzionale e nella misura delle variazioni di temperatura in uno o più punti del provino stesso. In molte applicazioni si cerca di garantire la monodimensionalità del flusso in modo da ottenere una facile integrazione dell'Equazione 5.4, necessitando, laddove si dovesse fallire nell'intento, di parametri integrativi di correzione.

Le diverse tecniche differiscono tra loro per il metodo di "generazione" dell'energia termica, di misura delle variazioni di temperatura, nonché per le diverse configurazioni geometriche dell'apparecchiatura sperimentale stessa.

Di seguito saranno brevemente descritte le varie tecniche di misura al fine di giustificare la scelta delle apparecchiature sperimentali nelle successive fasi del presente lavoro di tesi.

5.4 Tecniche di misura in regime stazionario

I metodi di misura in regime stazionario si avvalgono, generalmente, dell'utilizzo di due piastre piane parallele, configurazione che sarà di seguito descritta in due varianti.

5.4.1 Strumenti a piastre piane parallele (*Guarded Parallel-Plates*)

Una rappresentazione schematica di un generico strumento a piastre piane parallele con guardia termica è raffigurato in Figura 5.1. Il provino, di spessore s , è inserito tra le due piastre piane dell'apparecchiatura, superiore ed inferiore. La potenza termica Q è generata

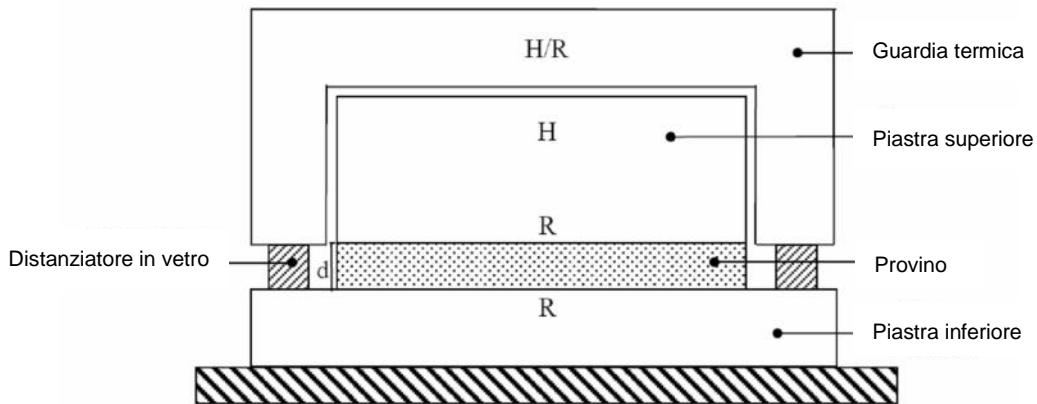


Figura 5.1 – Schema di uno strumento a piastre piane parallele con guardia termica (H = riscaldatore, R = termometro a resistenza).

elettricamente nella piastra superiore (piastra calda) e fluisce attraverso il provino verso la piastra inferiore (piastra fredda). Attorno alla piastra superiore, e molto vicina ad essa, è posizionata una piastra di guardia termica. Quest'ultima è generalmente mantenuta alla stessa temperatura della piastra superiore, così da ridurre lo scambio termico attraverso la faccia superiore della piastra calda ed assicurare un flusso termico praticamente monodimensionale in vicinanza degli spigoli del provino in esame. Le temperature delle superfici delle piastre superiore ed inferiore, così come l'energia termica "generata" elettricamente, sono misurate con accuratezza, in modo da avere:

$$Q = \frac{A \cdot \lambda \cdot \Delta T}{s} \quad (5.5)$$

dove ΔT è la differenza di temperatura tra le due facce del provino ed A è l'area della piastra superiore. Naturalmente, non tutta l'energia termica "generata" si ritrova sulla piastra inferiore. A tale proposito è necessario tenere conto delle perdite di energia termica, nonché dell'eventuale scambio termico radiativo tra le due piastre che si verificherebbe qualora il materiale oggetto di misura non fosse opaco. Se, ad esempio, il campione risultasse essere trasparente alla radiazione, sarebbe necessario rivestire le superfici delle piastre in modo da

ridurre l'emissività. In molti casi, per quanto ci si sforzi di eseguire una misura assoluta della conduttività termica, si dovrà sempre ricorrere ad una determinazione del rapporto A/s tramite una taratura con un materiale di conduttività termica nota.

Si deve, inoltre, considerare la presenza di una resistenza termica di contatto tra le piastre ed il provino, che potrebbe influenzare la misura. Come appare evidente dalla Figura 5.1, nella configurazione più semplice, le pareti laterali del campione sono lasciate libere. Questo implica che, se la temperatura del provino fosse elevata o se il rapporto A/s fosse basso, si avrebbero delle perdite termiche convettive e radiative non trascurabili, che inficerebbero la misura della conduttività termica. Per ovviare a tale inconveniente, si procede nel porre l'apparecchiatura in un contenitore in cui è praticato il vuoto e nell'applicare degli schermi radiativi sul perimetro del campione. Più semplicemente, si può procedere circondando il perimetro del provino con del materiale isolante opaco.

5.4.2 Apparecchiatura a termoflussimetri HFM (*Heat flow-meter*)

Questo tipo di apparecchiatura costituisce l'espressione più comune della configurazione a piastre piane parallele con guardia termica, in particolare perché può essere adottato per misure di provini di grosse dimensioni.

Sono varie le possibili configurazioni per l'apparecchiatura a termoflussimetri, una di esse

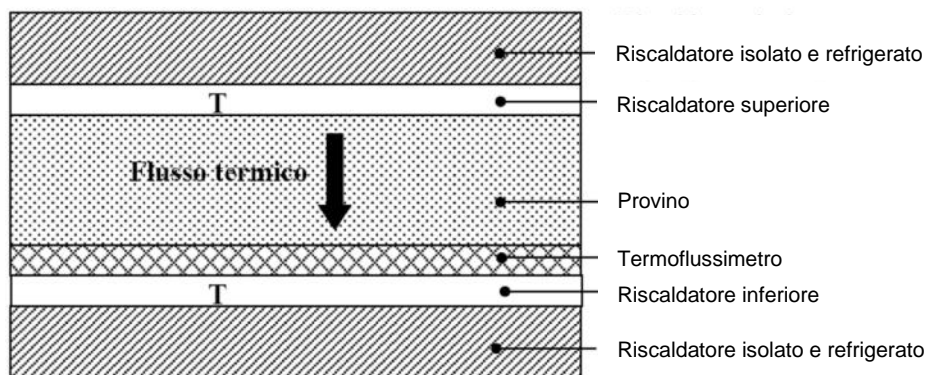


Figura 5.2 – Schema di uno strumento heat flow-meter HFM (T = termocoppia).

è schematizzata in Figura 5.2: la piastra condizionata superiore si trova ad una temperatura più alta rispetto alla piastra condizionata inferiore; di conseguenza, il flusso termico è direzionato dall'alto verso il basso. Le temperature della faccia "calda" e "fredda" del provino sono misurate mediante due termocoppie installate permanentemente sulle superfici adiacenti delle piastre e, contemporaneamente, un *heat flux transducer*, opportunamente tarato misura l'entità del flusso termico che attraversa il provino. La conduttività termica viene, quindi, calcolata direttamente tramite l'Equazione 5.5. In taluni casi, per limitare la resistenza termica di contatto, si introduce del gas pressurizzato all'interno della camera di misura oppure si ricoprono le superfici del campione con fluidi conduttivi.

5.5 Tecniche di misura in regime transitorio

Le tecniche di misura in regime transitorio, rispetto ai metodi di misura in regime stazionario, necessitano di minore stabilità e presentano una maggiore velocità di esecuzione. Di seguito saranno brevemente descritte le principali configurazioni degli apparati sperimentali che si basano su tali metodi.

5.5.1 Tecnica a filo caldo (*Hot-Wire Instrument*)

Tale tecnica è adottata soprattutto nella determinazione della conduttività termica di fluidi o di polveri (materiali incoerenti).

La conduttività termica del materiale oggetto di misura è determinata osservando l'andamento temporale della temperatura di un filo metallico molto sottile (Figura 5.3), dopo che è stata applicata una variazione a gradino della tensione elettrica ai suoi capi. Tale tensione provoca la creazione di una sorgente rettilinea di energia termica con flusso pressoché costante nel materiale. Il riscaldamento del filo causa, di conseguenza, il riscaldamento del provino ed il filo stesso si comporta da sensore di temperatura, tramite le variazioni della propria resistenza elettrica. Il corrispondente modello ideale che rappresenta tale strumento è una sorgente lineare di energia termica infinitamente lunga, di capacità

termica nulla e di conduttività termica infinita, immersa in un mezzo infinitamente esteso ed isotropo, dotato di proprietà termofisiche indipendenti dalla temperatura e che si trovi in equilibrio termodinamico con la sorgente termica all'istante $\vartheta = 0$ ad una temperatura $T(\vartheta = 0) = T_0$. Alla base della misura vi è, inoltre, l'ipotesi che il trasferimento dell'energia termica dalla sorgente lineare al provino, quando è applicata una variazione a gradino della potenza termica per unità di lunghezza \dot{q} (W/m), avvenga solo mediante conduzione. Di conseguenza, l'andamento crescente della temperatura del materiale ad una distanza radiale r_0 pari al raggio del filo, è:

$$\Delta T(r_0, \vartheta) = T(r_0, \vartheta) - T_0 = \frac{\dot{q}}{4\pi\lambda} \left[\ln\left(\frac{4a\vartheta}{r_0^2 C}\right) + \frac{r_0^2}{4a\vartheta} + \dots \right] \quad (5.6)$$

dove C è una costante nota [32]. Dall'equazione si evince che, scelto il raggio del filamento abbastanza piccolo da poter trascurare il secondo termine dell'espansione in serie dell'equazione (5.6), la conduttività termica del campione è data proprio dalla pendenza della retta che lega $\Delta T(r_0, \vartheta)$ e $\ln\left(\frac{4a\vartheta}{r_0^2 C}\right)$. Ogni realizzazione pratica che si basi su tale principio di misura inevitabilmente devia dal caso ideale. Tuttavia, questa famiglia di strumenti, mediante un'accurata progettazione, può operare in condizioni molto prossime a quelle ideali, e/o allo stesso tempo piccole deviazioni da tale comportamento possono essere trattate con un'analisi che si arresti al primo ordine [32].

La tecnica a filo caldo ha come grande vantaggio, tra tutte le altre tecniche di misura in transitorio, di permettere di conoscere direttamente la conduttività termica del mezzo tramite la pendenza di una retta che lega la variazione di temperatura al logaritmo del tempo. La capacità termica del mezzo, nonché la sua massa volumica, sono necessarie solo per effettuare delle eventuali correzioni. Inoltre, è importante l'esatta determinazione della dimensione del filo e della cella di misura in modo da evitare gli scomodi problemi di

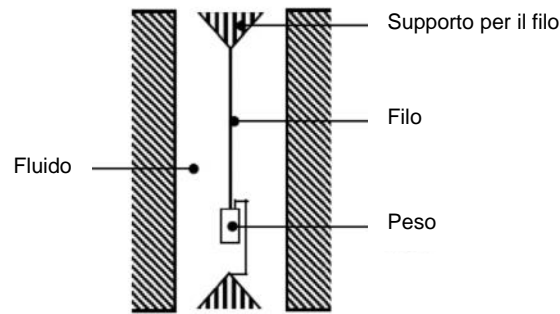


Figura 5.3 – Schema di uno strumento a filo caldo nella configurazione usata per i fluidi (il filo è tenuto in trazione mediante un peso ad esso applicato).

allineamento che si presentano nei metodi di misura a piastre piane parallele nella determinazione della conduttività termica dei fluidi (tali piastre devono essere perfettamente allineate ortogonalmente all'accelerazione gravitazionale in modo da ostacolare la convezione), nonché in modo da garantire la misura assoluta della proprietà. A dispetto di questi vantaggi e della grande applicazione di questi strumenti alla misura di fluidi, scarsa è la loro diffusione per i solidi soprattutto per la delicatezza del filo e per la difficoltà nel preparare provini adatti.

5.5.2 Tecnica a disco caldo (*Hot-Disk Instrument*)

Una tecnica di indagine, applicabile in regime transitorio e molto diffusa per la misura della conduttività termica dei mezzi solidi, è quella a disco caldo, rappresentata schematicamente in Figura 5.4. Il sensore è costituito da una sottile striscia metallica, spesso in nichel, avvolta a doppia spirale su un supporto piano. La spirale è racchiusa tra due strati stampati su di essa, costituiti da un materiale che sia un pessimo conduttore elettrico, ma un ottimo conduttore termico. Tale disco viene poi applicato o su una faccia del provino o tra due campioni dello stesso materiale oggetto di misura. La misura avviene essenzialmente con le stesse modalità descritte per gli strumenti a filo caldo.

Nella versione più recente dello strumento, proposto da Gustafsson [33, 34], la misura si basa su una soluzione numerica alle differenze finite dell'equazione differenziale ad essa

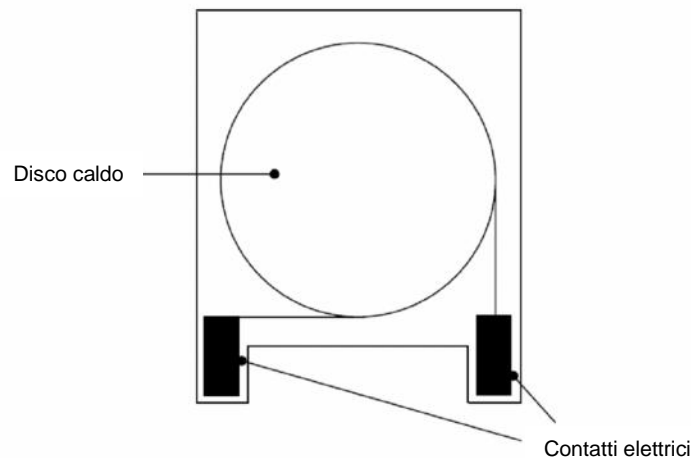


Figura 5.4 – Schema di uno strumento a disco caldo.

associata, piuttosto che su una sua approssimazione analitica. La tecnica è usata soprattutto nello studio dei materiali compositi e degli isolanti termici e verrà approfondita nei capitoli successivi.

5.5.3 Tecniche *Laser-Flash* (*Laser-Flash Instrument*)

La successiva tecnica esaminata è la cosiddetta tecnica *laser-flash*, sviluppata in origine per i materiali solidi, ma occasionalmente usata anche nelle misure di liquidi, soprattutto ad alte temperature. In Figura 5.5 è rappresentato uno schema dello strumento nella configurazione disponibile commercialmente. Il provino è colpito su una faccia da un impulso laser di grande intensità ma piccolissima durata. L'assorbimento dell'energia del laser da parte della faccia colpita provoca su di essa una "generazione" di energia termica, che, attraversando il provino, sarà successivamente trasmessa all'altra faccia, dove l'aumento di temperatura è rilevata da un sensore ad infrarossi. L'interpretazione della misura è effettuata attraverso una soluzione monodimensionale dell'Equazione 5.4, soggetta ad una condizione iniziale di un impulso termico puntuale.

La crescita di temperatura sulla faccia posteriore del provino, di spessore L e raggio r , è pari a [35]:

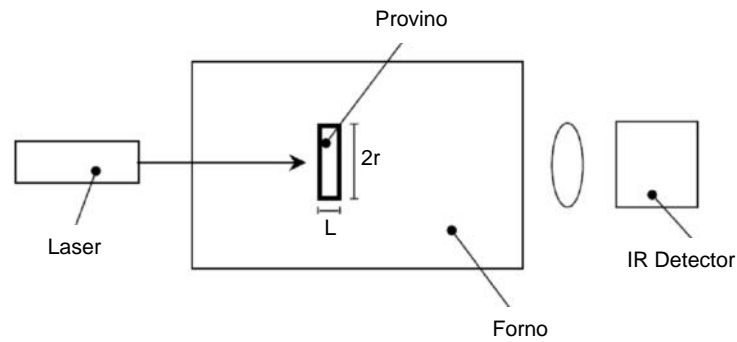


Figura 5.5 – Schema di uno strumento laser-flash

$$\Delta T(L, r, \vartheta) = \frac{Q}{\rho c L \pi r^2} \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \exp\left(-\frac{n^2 \pi^2 a \vartheta}{L^2}\right) \right] \quad (5.7)$$

dove Q è la potenza termica assorbita dalla faccia frontale al tempo zero. La diffusività termica a del materiale è spesso dedotta dalla misura del tempo necessario alla faccia posteriore per raggiungere la metà del suo valore massimo di temperatura. La tecnica ha il vantaggio di non richiedere che ci sia un contatto tra l'elemento scaldante, il detector ed il provino, rendendola particolarmente adatta all'uso in ambienti aggressivi o ad alte temperature.

Tuttavia, ci sono una serie di precauzioni da adottare al fine di rendere accurato il risultato. In primo luogo, la formulazione teorica deve essere corretta per tenere conto di un'eventuale non monodimensionalità del fenomeno. In secondo luogo, per mezzi trasparenti bisogna assicurarsi che parte della radiazione incidente sulla faccia anteriore non attraversi il provino, fuoriuscendo dalla faccia posteriore. Molta cura deve essere posta, inoltre, nel calibrare il fascio laser, in modo da evitare qualsiasi fenomeno di fusione o di ablazione sulla faccia anteriore che potrebbe inficiare la misura della conducibilità. Infine, se si impiega tale tecnica nell'indagine sui mezzi fluidi, bisogna fare in modo che non abbiano luogo fenomeni di tipo convettivo.

5.5.4 Metodo a flusso termico radiale (*Radial Heat-Flow Instrument*)

Si tratta di una tecnica di misura in regime transitorio nella quale il provino è riscaldato e raffreddato di continuo [36]. Dalla misura dei gradienti di temperatura mediante termocoppie, è possibile ottenere la diffusività termica e di conseguenza la conduttività termica del campione. Il vantaggio consiste nella rapidità della misura e nell'imposizione di piccoli gradienti di temperatura alle facce del provino.

5.6 Conclusioni

Nel presente capitolo sono state illustrate le metodologie più utilizzate nella determinazione della conduttività termica. L'impiego di tali tecniche, nella misura della conduttività termica effettiva di mezzi porosi, richiede un ulteriore approfondimento.

Dall'analisi effettuata si evince che i metodi di misura in regime transitorio sono i più rapidi ed i più semplici da correggere. La loro configurazione costruttiva, tuttavia, ne costituisce il punto debole. Il loro impiego implica l'esistenza degli effetti di bordo nella zona di applicazione del sensore, dovuti proprio alle dimensioni del campione (molto ridotte), di cui bisogna tener conto.

Inseguito a quanto esposto, e viste le disponibilità offerte dal Laboratorio di Fisica Tecnica dell'Università degli Studi di Padova, il nostro lavoro si è avvalso dell'utilizzo della strumentazione *Hot Disk* per l'analisi (ad alte temperature e in condizioni di saturazione) di piccoli campioni di materiale in regime transitorio e dell'*Heat Flow Meter* per lo studio di provini di grandi dimensione (a diversi contenuti di umidità) in regime stazionario.

CAPITOLO 6

APPARATI SPERIMENTALI

6.1 Introduzione

La valutazione della conduttività termica effettiva di un mezzo poroso ricade nel campo di interesse di un vasto numero di problemi ingegneristici quali processi di raffreddamento, isolamenti termici, resistenza meccanica, resistenza alle alte temperature.

Nel Capitolo 1 sono stati illustrati i principali metodi di misura adottabili per la valutazione della conduttività termica equivalente, ciascuno con i propri vantaggi e svantaggi. Come conseguenza delle sue caratteristiche fisiche (tra le quali la natura porosa, da cui la spiccata attitudine ad assorbire umidità), il mezzo oggetto del presente studio comporta particolari difficoltà nell'indagine della conduttività termica, in particolar modo in presenza di umidità.

6.2 Descrizione dell'apparato sperimentale

Le precedenti considerazioni indirizzano lo studio verso un metodo di misura che vede l'utilizzo della strumentazione Hot Disk per l'analisi svolta in regime transitorio e dell'apparecchiatura *Heat Flow Meter* HFM per la misura in regime stazionario.

6.2.1 Hot Disk

I comuni metodi per la misura della conduttività termica dei materiali in regime stazionario, come il metodo della piastra calda con anello di guardia e l'apparecchiatura a termoflussimetri, non sono facilmente applicabili nelle misure sperimentali effettuate ad alte temperature. Per questi casi, si utilizzano, invece, metodi di misura in regime transitorio; in particolare, nel presente lavoro, si è utilizzato il metodo della sorgente piana “*transient plane source*” (TPS) [33, 34, 37].

Lo strumento Hot Disk è progettato per analizzare le proprietà di trasporto termico su una vasta gamma di materiali (solidi, liquidi, polveri, paste e schiume), con diverse forme e dimensioni (film sottili, rivestimenti o strati adesivi, fogli o lastre ad alta conduzione, campioni anisotropi o strutture a più livelli), sfruttando la tecnica TPS, che risulta essere molto apprezzata per la sua capacità di determinare contemporaneamente conduttività termica, diffusività termica e calore specifico di un materiale a partire da una singola misura, senza presentare particolari difficoltà nella preparazione del campione. L'apparecchiatura Hot Disk (Figura 6.1) sfrutta un software per test e analisi che si serve del controllo automatico della temperatura dei dispositivi esterni. Misurazioni automatiche di serie di temperature sono facilmente eseguibili utilizzando un forno esterno opzionale. Il software che esegue le



Figura 6.1 Apparecchiatura Hot Disk Thermal Constant Analyzer.

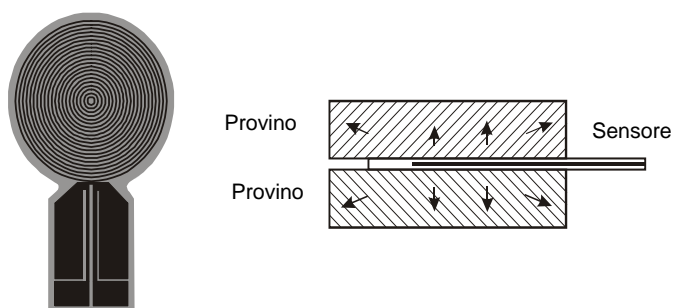


Figura 6.2 Sensore Hot Disk e suo posizionamento tra i due provini.

misurazioni controlla il dispositivo esterno attraverso una porta situata sul retro dell'apparecchiatura. Tale software, inoltre, incorpora strumenti per l'esportazione dei risultati su programmi diversi (quali, ad esempio, MS Excel), per l'ulteriore elaborazione o analisi statistica.

Descrizione dell'apparato

La tecnica TPS prevede la generazione di una potenza termica costante in un sensore discoidale (di raggio R opportunamente scelto) composto da un numero m di spire concentriche, posto a contatto con due provini dello stesso materiale, nel presente studio si tratta di campioni di calcestruzzo aerato autoclavato, denominato AAC (Figura 6.2, 6.3 e



Figura 6.3 Sensore e provino alloggiati sul piano di appoggio del contenitore Hot disk.



Figura 6.4 Sensore Hot disk e cavo standard.

6.4).

L'apparecchiatura Hot Disk gestisce una varietà di sensori adatti a materiali e applicazioni diversi, con raggio variabile tra 0.5 mm e 30 mm; per ogni caso è necessario effettuare una appropriata valutazione e scelta del sensore più idoneo (Tabella 6.1 e 6.2).

Il sensore dell'Hot Disk consiste in una sonda composta da una resistenza elettrica a doppia spirale incisa in un sottile foglio di nickel, rivestita da due strati di materiale isolante (kapton o mica, quest'ultimo particolarmente indicato per operare con sufficiente sensibilità ed accuratezza in un *range* di temperatura compreso tra 200°C e 750°C).

Tabella 6.1 Sensori operanti tra le temperature -196°C ÷ 300°C isolati con Kapton.

| Sensore | Raggio (mm) |
|---------|-------------|
| 7531 | 0.492 |
| 7577 | 2.001 |
| 5465 | 3.189 |
| 5501 | 6.400 |
| 8563 | 9.908 |
| 4922 | 14.61 |
| 5599 | 29.40 |

Tale sensore, oltre a fornire la potenza termica, funziona anche come termometro a resistenza e permette, quindi, di misurare l'incremento di temperatura delle superfici attive dei provini, quale conseguenza della potenza termica applicata.

Tabella 6.2 Sensori per misure a temperature elevate, fino ad un massimo di 750°C, isolati con mica.

| Sensore | Raggio (mm) |
|---------|-------------|
| 5465 | 3.189 |
| 5082 | 6.631 |
| 4921 | 9.719 |
| 4922 | 14.61 |
| 5599 | 29.40 |

Tabella 6.3 Caratteristiche specifiche della strumentazione Hot Disk presente nel Laboratorio di Fisica Tecnica dell'Università degli Studi di Padova.

| | | |
|---|----------------------|--|
| Conduttività termica | | 0.005 ÷ 1200 W/(m K) |
| Diffusività termica | | 0.1 ÷ 700 mm ² /s |
| Calore specifico | | Fino a 5 MJ/ (m ³ K) |
| Tempo di misura | | 1 ÷ 1280 s |
| Riproducibilità | | Migliore dell' 1% |
| Accuratezza | | Migliore del 5% |
| Intervalli di temperatura | Standard | Temperatura ambiente |
| | Con forno | Temperatura ambiente ÷ 750°C |
| | Con campioni liquidi | -35° ÷ 200°C |
| Dimensioni minime supportate per il provino | | Altezza 0.5 mm, diametro 2 mm (provino cilindrico) |
| Tipologie di sensori disponibili | | Isolata con Kapton (-196°C ÷ 300°C) |
| | | Isolata con Mica (Temperatura ambiente ÷ 750°C) |

6.2.2 Apparato a termoflussimetri HFM (*Heat Flow Meter*)

L'apparato Heat Flow Meter (HFM) è la strumentazione più diffusa per la determinazione delle proprietà di trasferimento di calore in regime stazionario per i materiali isolanti. Il metodo utilizzato per l'impiego di questo apparato è stato standardizzato a livello nazionale (UNI-CTI 7891, ASTM C 518, ISO 8301) [38].

L'apparato HFM stabilisce, una volta raggiunto il regime stazionario, un flusso termico uniforme e monodimensionale che attraversa la parte centrale di un provino del materiale da analizzare disposto orizzontalmente all'interno della strumentazione [39]. Quest'ultima sfrutta l'utilizzo di flussimetri (HFT) inseriti, insieme al provino, tra due superfici isoterme (una a temperatura maggiore, quella inferiore, rispetto all'altra, quella superiore) (Figura 6.5). Inoltre, se i flussimetri sono realizzati con materiale che ha conduttività termica uniforme, la densità di portata di flusso termico che attraversa il provino è proporzionale al gradiente di temperatura che li attraversa. Essendo i flussimetri generalmente di spessore sottile, i gradienti di temperatura che li attraversano possono essere di pochi decimi di grado; il più frequente misuratore di temperatura utilizzato è costituito da una termopila che viene posta nell'area centrale della lastra.

La strumentazione HFM può avere configurazioni diverse: possono essere impiegati uno o due flussimetri contemporaneamente e uno o due provini, contemporaneamente, di materiale da studiare.

L'apparato HFM, presente nel Laboratorio di Fisica Tecnica dell'Università degli Studi di Padova (conforme con i metodi di prova indicati dalla ISO 8301), ha configurazione simmetrica a due flussimetri e singolo provino (Figura 6.5b).

L'uso di un apparato a due flussimetri è stato deciso per i vantaggi che offre. In primo luogo, con questa configurazione, la variazione della temperatura ai bordi del provino ha un'influenza molto minore sulla misura delle proprietà collegate al trasporto di calore in regime stazionario che non nel caso di apparato a singolo flussimetro. L'errore dovuto alle perdite di calore sui bordi, infatti, raggiunge, per questa configurazione, il suo valore minimo

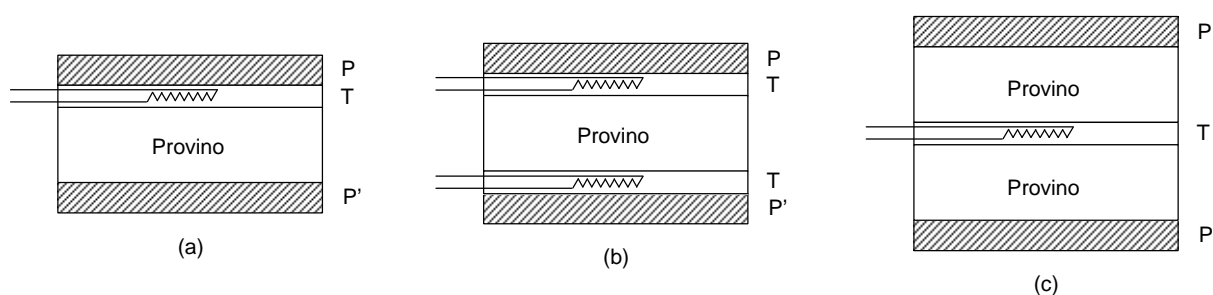


Figura 6.5 Diverse configurazioni dell'apparato a termoflussimetri. (a) Configurazione asimmetrica a provino singolo. (b) Configurazione simmetrica a provino singolo. (c) Configurazione simmetrica a due provini.

P, P' piastra calda e fredda
T flussimetro

quando la temperatura sul bordo del provino è vicina alla temperatura media di prova, e le variazioni di questo errore sono proporzionali alla differenza tra la temperatura sul bordo del provino e la temperatura media di prova. In riferimento alla Figura 6.5b, questa differenza può essere considerata uguale in modulo, ma opposta in segno, quando si valutano gli errori dovuti alle perdite di carico sui bordi per il flussimetro sul lato caldo e per quello sul lato freddo. Pertanto, la media dei valori misurati sui due flussimetri comporta, in accordo con la teoria, un errore, dovuto alla perdita di calore ai bordi, molto piccolo. Si può aggiungere, inoltre, che, a parità di errore dovuto alle perdite di calore sui bordi, l'apparato con due flussimetri è in grado di testare provini più sottili di quelli che si analizzano con l'apparato a singolo flussimetro.

Un altro utile vantaggio nell'utilizzo dell'apparato a due flussimetri è che il regime stazionario può essere raggiunto molto più rapidamente che con l'apparato a singolo flussimetro. Per di più, l'uso di un apparato con un flussimetro sul lato caldo e uno sul lato freddo permette una più semplice analisi di alcuni problemi che si presentano durante le prove, come per esempio la redistribuzione dell'umidità all'interno del provino o guasti ad un flussimetro che si possono più facilmente notare quando le letture dei valori ai due flussimetri non sono coerenti tra loro.

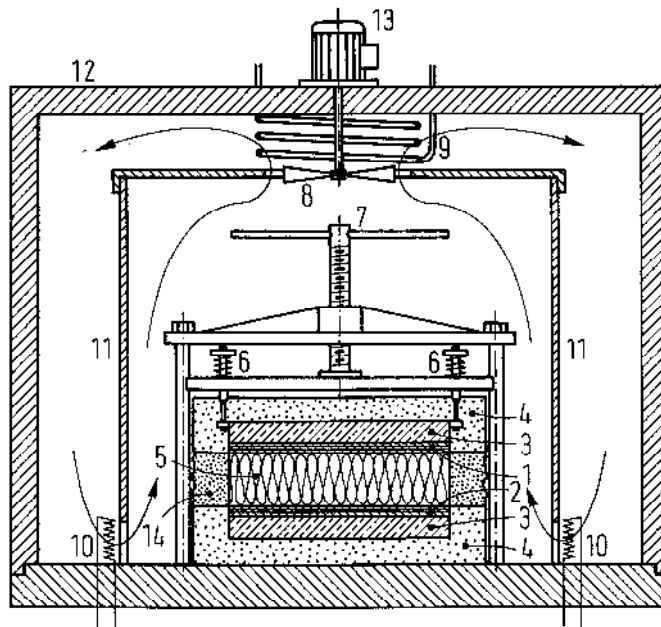
La configurazione della strumentazione in dotazione al Dipartimento di Fisica Tecnica è la seguente: la temperatura massima imponibile sul lato caldo è pari a 335 K e la minima impostabile sul lato freddo è di 260 K. Le condizioni di prova più frequenti sono una temperatura media pari a 293 K con un gradiente termico di 20 K tra le due superfici. La resistenza minima concessa per il materiale di prova è di circa 0.5 (m² K)/W. La planarità della superficie dell'apparato è di 2 mm. La sua tracciabilità con il materiale di riferimento RM 64 è migliore dello 0.35% e la riproducibilità delle prove a distanza di 10 anni è migliore dello 0.35%.

Descrizione dell'apparato

La strumentazione HFM utilizzata è schematizzata in Figura 6.6. Il termoflussimetro nella parte superiore (1) è mantenuto in contatto con una piastra a temperatura più bassa rispetto a quello nella parte inferiore (2), così che possano mettersi in moto i meccanismi di scambio termico. Entrambi i termoflussimetri sono realizzati con fogli di gomma quadrati di lato 0.5 m e spessore 0.01 m; la termopila è posta nell'area centrale, che forma quadrata con lato 0.2 m, e produce circa 0.15 mV, che corrisponde ad un gradiente di temperatura attraverso il termoflussimetro di 0.04 K.

Su ogni termoflussimetro è montato un foglio di gomma, spesso 1.5 mm, in cui sono contenute le termocoppie per la misura della temperatura superficiale: cinque di esse si trovano sul lato in contatto col provino (tre nell'area centrale), mentre ulteriori tre sono situate nell'area centrale sul lato del termoflussimetro in contatto con la piastra metalliche (calda e fredda) (3). Le termocoppie sono saldate a sottili fogli di rame quadrati, di lato 0.015 m, elettricamente isolati e sono a filo con le superfici dei fogli di gomma in contatto con il provino o con le piastre. La temperatura media delle tre termocoppie a contatto col provino nelle parte centrale è assunta come temperatura media per quel lato del campione. La temperatura media delle sei termocoppie montate nella zona centrale (tre a contatto col provino e tre con la piastra) rappresenta la temperatura media del termoflussimetro.

Le lastre calda e fredda (3) sono realizzate con piastre di rame dello spessore di 0.025 m: lo scopo è disporre di superfici operanti il più isoterme possibile. Le piastre sono riscaldate o



- 1- Termoflussimetro sul lato superiore freddo
- 2- Termoflussimetro sul lato inferiore caldo
- 3- Piastre metalliche
- 4- Isolamento
- 5- Provino
- 6- Molle di supporto all'unità di raffreddamento superiore
- 7- Meccanismo di sollevamento per l'unità di raffreddamento superiore
- 8- Ventola per la circolazione dell'aria interna
- 9- Serpentina di raffreddamento per controllare il punto di rugiada dell'aria interna
- 10- Resistenza di riscaldamento per controllare la temperatura dell'aria interna
- 11- Protezione interna per convogliare il flusso dell'aria interna condizionata
- 12- Cabina isolata che contiene la strumentazione
- 13- Motore del ventilatore
- 14- Isolamento ai bordi del provino

Figura 6.6 Schematizzazione dell'apparecchiatura HFM utilizzata (doppio termoflussimetro, singolo provino, configurazione orizzontale).

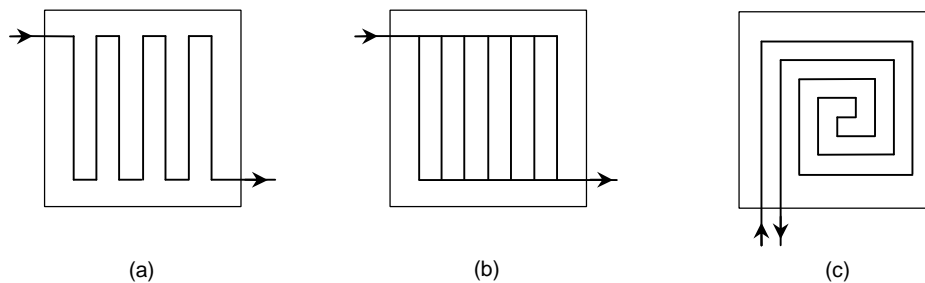


Figura 6.7 Schematizzazioni del percorso del fluido nelle piastre riscaldante e refrigerante.

raffreddate tramite un circuito al cui interno scorre un fluido composto di una miscela acqua-glicol etilenico. Esistono almeno tre possibili vie che il fluido può percorrere (Figura 6.7). Con le schematizzazioni in Figura 6.7a e 6.7b, è difficile ottenere differenze di temperatura sulle piastre molto inferiori al gradiente di temperatura tra l'ingresso e l'uscita del circuito in cui scorre il fluido; la conseguenza di ciò è che, con queste configurazioni, per ottenere temperature uniformi, sono richieste portate di massa di liquido piuttosto elevate e quindi grandi pompe.

Temperature molto più uniformi sulle piastre si possono ottenere con la schematizzazione in Figura 6.7c, sempre che si scelgano correttamente i valori per la lunghezza e il passo dei tubi, per la resistenza termica tra il liquido e le piastre, per lo spessore e la conduttività termica delle piastre, per la portata di massa del liquido e per il calore specifico del liquido. Nel caso in questione, l'apparato HFM è provvisto di tubi di passo 0.05 m e, tra le piastre di rame e i tubi, è stato interposto un pezzetto di plastica di 1 mm con lo scopo di ottimizzare la resistenza termica tra il fluido che circola e le lastre stesse.

Per ottenere una temperatura più uniforme sulle piastre, è stato inserito un uno strato di materiale isolante intorno ad esse (spessore 0.1 m sopra e sotto e 0.05 m ai lati) (Figura 6.6). Per la medesima ragione, la piastra superiore è sollevata e connessa al telaio dell'apparecchiatura attraverso sottili perni in acciaio inox. L'isolamento ai bordi (14), a sua volta, viene inserito ai lati del provino subito prima dell'inizio della prova.



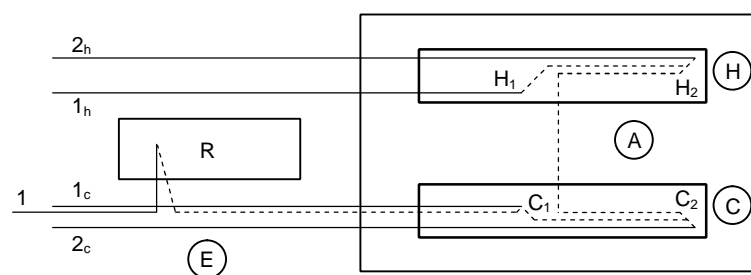
Figura 6.8 Apparecchiatura a termoflussimetri HFM presente nel Laboratorio di Fisica Tecnica dell'Università degli Studi di Padova.

I campioni possono essere esaminati sia nel caso di spessore imposto (installando dei distanziatori tra i due termoflussimetri, in modo che la piastra fredda sfiori il provino) sia a pressione costante (1000 Pa), condizione che si ottiene attraverso un meccanismo di sollevamento a vite (7) che agisce sulle molle (6) che sostengono la piastra superiore.

L'intera apparecchiatura è racchiusa in una cabina condizionata (12), con struttura a conchiglia incernierata lungo uno spigolo (Figura 6.8). Le pareti della cabina sono isolate con pannelli di polistirene estruso di spessore 0.1 m. All'interno della cabina c'è un'ulteriore struttura in plexiglass, realizzata con quattro lastre verticali facilmente removibili che costituiscono le pareti (11) e una lastra superiore orizzontale fissata al guscio superiore della cabina esterna. Un ventilatore (8), azionato da un motore elettrico (13), estrae l'aria dell'involucro più interno e la convoglia sulla serpentina di raffreddamento (9); da lì il flusso d'aria viene spinto nell'intercapedine tra le pareti della cabina e la struttura di plexiglass interna. In questo modo, l'aria può fare nuovamente ingresso nell'involucro interno e raggiungere i bordi dell'apparecchiatura HFM dopo aver attraversato le resistenze scaldanti (10) ed aver raggiunto la temperatura media di prova (così da limitare le perdite laterali di calore). Questi passaggi sono necessari per due motivi: la condensa sull'unità di

raffreddamento si deve evitare, e ciò è reso possibile dall'utilizzo della serpentina (9), che abbassa l'umidità specifica dell'aria. Inoltre, le migliori condizioni operanti si hanno quando la temperatura dell'aria che circonda il provino è mantenuta molto vicina alla temperatura media di prova, condizione che si ottiene regolando la potenza fornita dalle resistenze scaldanti (10). Per poter realizzare tutte queste condizioni, la temperatura della serpentina è mantenuta attorno ai 250 K, cioè molto inferiore alla temperatura della piastra raffreddante, e perfino inferiore alla temperatura che si ha nella stanza durante le prove.

E' stata prestata particolare attenzione, inoltre, alle connessioni delle termocoppie montate sulle piastre scaldante e refrigerante e alla progettazione del sistema di acquisizione dati. Le termocoppie utilizzate in questa apparecchiatura sono state realizzate in rame-costantana; esse sono connesse come rappresentato in Figura 6.9. Le linee tratteggiate indicano i fili costantana: un filo di costantana connette i giunti H_1 , H_2 , C_1 e C_2 rimanendo all'interno della cabina A, condizionata ad una temperatura vicina alla temperatura media di prova. In questo modo, le differenze di temperatura lungo questo filo di costantana sono ridotte al minimo. Il



| | |
|------------|---|
| H | Unità scaldante |
| H_1, H_2 | Giunzioni della termocoppia nell'unità scaldante |
| C | Unità refrigerante |
| C_1, C_2 | Giunzioni della termocoppia nell'unità refrigerante |
| R | Bagno freddo di riferimento |
| A | Cabina dell'apparato, condizionata a temperatura vicina a quella media di prova |
| E | Ambiente esterno |

Figura 6.9 Connessioni delle termocoppie dell'apparato HFM dell'Università degli Studi di Padova.

filo che connette il giunto C_1 al bagno freddo R è l'unico tratto di filo di costantana che è sottoposto al gradiente presente tra la temperatura del laboratorio E e la cabina A; tutte le altre connessioni sono realizzate in rame, metallo puro. Le letture delle termocoppie vengono eseguite tra i collegamenti di rame 1 e 1_c , 1_h , 2_c , 2_h , così che gli errori sistematici derivanti dalle sezioni di costantana che connettono C_1 ad R siano comuni a tutte le letture e quindi vengano eliminati quando si calcolano i gradienti di temperatura tra le piastra calda e fredda.

Per ottenere un maggior vantaggio dallo sfruttamento di questo tipo di connessioni tra le termocoppie, il voltmetro digitale ad alta precisione ($0.1 \mu\text{V}$) del sistema di acquisizione dati effettua sette letture su ogni canale selezionato senza aprire i contatti della scansione. La prima lettura viene utilizzata solo per permettere al voltmetro digitale di passare alla scala di misura più appropriata. Quindi, dopo due secondi di pausa, necessari per eliminare il disturbo termico dovuto alla chiusura dei contatti dello scanner sul canale desiderato, viene eseguita un'altra misura e subito scartata. In fine, lo strumento rileva cinque misure utili e ne calcola il valore medio aritmetico. Lo stesso procedimento viene eseguito all'inizio di ogni ciclo di misure su ogni canale.

CAPITOLO 7

DEDUZIONE ANALITICA DEL CAMPO TERMICO

APPARECCHIATURA HOT DISK

7.1 Introduzione

Il metodo della sorgente piana “*transient plane source*” (TPS), per la valutazione della conduttività termica dei materiali porosi, presuppone di eseguire le misurazioni secondo tempi di prova tali da rendere trascurabile l’influenza delle condizioni al contorno applicate ad un campione di dimensioni finite: l’analisi termica, infatti, viene eseguita assumendo il mezzo come infinitamente esteso. Ciò significa che la prova deve terminare non appena il contorno del campione influenza le misure.

In questa ipotesi, applicando la soluzione dell’equazione generale della conduzione, ed operando iterativamente a partire dalle temperature misurate dall’Hot Disk, si possono determinare, in modo indipendente, la conduttività e la diffusività termiche del materiale allo studio.

7.2 Deduzione analitica campo termico indotto dal sistema Hot Disk

Secondo quanto indicato da Carslaw e Jaeger [40], si consideri una sorgente termica circolare impulsiva di raggio r' posta tra due provini indefiniti dello stesso materiale.

Analiticamente, l'incremento di temperatura al tempo τ nei punti di coordinate (r, z) , si ricava considerando come centro della sorgente termica l'origine di un sistema di coordinate cilindriche (r, θ, z) :

$$\Delta t(r) = \frac{Q}{8\rho c(\pi a \tau)^{3/2}} e^{-\left[\frac{r^2+r'^2+z^2}{4a\tau}\right]} I_0\left(\frac{rr'}{2a\tau}\right) \quad (7.1)$$

con:

a diffusività termica [m^2/s];

ρ densità [kg/m^3];

c calore specifico [$\text{J}/(\text{kg K})$];

Q' calore prodotto per unità di lunghezza [J/m];

$Q=2 r'Q'$ calore prodotto complessivamente dalla sorgente impulsiva [J].

Nel caso del sensore Hot Disk, esso è composto da m spire disposte in circonferenze concentriche fra loro equidistanti.

Se con k indico un intero che va da 1 ad m , posso esprimere il raggio della k -esima circonferenza del sensore con l'espressione $r_k = k \frac{R}{m}$.

Si indichi, ora, con $Q\rho c$ la potenza per unità di lunghezza generata dalla sorgente.

La sorgente circolare di raggio $k \frac{R}{m}$ induce il seguente incremento di temperatura, lungo la circonferenza di raggio $l \frac{R}{m}$:

$$d\left(\Delta t \left(l \frac{R}{m}\right)\right) = \frac{2\pi (Q \rho c) \left(k \frac{R}{m}\right) d\tau}{8(\pi a \tau)^{\frac{3}{2}}} \cdot e^{-\frac{\left[\left(\frac{lR}{m}\right)^2 + \left(\frac{kR}{m}\right)^2\right]}{4a\tau}} \cdot I_0\left(\frac{\left(\frac{lR}{m}\right) \cdot \left(\frac{kR}{m}\right)}{2a\tau}\right) \quad (7.2)$$

Si tratta di un'equazione che deriva direttamente dall'Equazione 7.1 (che è la (7) di pagina 260 di Carslaw e Jaeger [40]), avendo sostituito a $r' \Rightarrow k \frac{R}{m}$ e a $r \Rightarrow l \frac{R}{m}$.

Nell'Equazione 7.2, I_0 è la funzione di Bessel modificata di ordine 0 ed è esprimibile come:

$$I_0(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{x^{2m}}{2^{2m} m! \Gamma(m+1)} \quad (7.3)$$

dove $\Gamma(m+1) = m!$

Si apporti, ora, un cambiamento di variabile introducendo il tempo adimensionale σ^2 , dato dal rapporto tra il tempo effettivo τ e quello $\frac{R^2}{a}$, ossia:

$$\sigma^2 = \frac{\tau}{\frac{R^2}{a}} = \frac{\tau \cdot a}{R^2} \quad \Rightarrow \quad \tau = \frac{R^2 \sigma^2}{a} \quad (7.4)$$

E' possibile sostituire la 7.4 nella 7.2 ottenendo:

$$d\left(\Delta t \left(l \frac{R}{m}\right)\right) = \frac{2\pi (Q \rho c) \left(k \frac{R}{m}\right) d\tau}{8(\pi a \tau)^{\frac{3}{2}}} \cdot e^{-\frac{(l^2+k^2)}{4\sigma^2 m^2}} \cdot I_0\left(\frac{lk}{2\sigma^2 m^2}\right) \quad (7.5)$$

Per dare una rappresentazione dell'effetto totale delle m sorgenti, bisogna considerare la sommatoria dei singoli contributi, tramite $\sum_{k=1}^m k$, ossia:

$$d\left(\Delta t\left(l\frac{R}{m}\right)\right) = \frac{2\pi(Q\rho c)\frac{R}{m}d\tau}{8(\pi a)^{\frac{3}{2}}(\tau)^{\frac{3}{2}}} \cdot \sum_{k=1}^m k e^{-\left(\frac{l^2+k^2}{4\sigma^2 m^2}\right)} \cdot I_0\left(\frac{lk}{2\sigma^2 m^2}\right) \quad (7.6)$$

che esprime il valore della temperatura nella circonferenza di raggio $l\frac{R}{m}$.

Se ora si volesse ricavare l'incremento della temperatura media $d(\overline{\Delta t})$ misurata sulle m circonferenze, bisognerebbe fare:

$$d(\overline{\Delta t}) = \frac{\frac{2\pi(Q\rho c)\frac{R}{m}d\tau}{8(\pi a)^{\frac{3}{2}}(\tau)^{\frac{3}{2}}} \cdot \sum_{l=1}^m \left(2\pi l\frac{R}{m}\right) \cdot \sum_{k=1}^m k e^{-\left(\frac{l^2+k^2}{4\sigma^2 m^2}\right)} \cdot I_0\left(\frac{lk}{2\sigma^2 m^2}\right)}{\pi R(m+1)} \quad (7.7)$$

dove a denominatore c'è lo sviluppo totale delle circonferenze del sensore Hot Disk.

Infatti:

$$l_{TOT} = \sum_{l=1}^m 2\pi l\left(\frac{R}{m}\right) = 2\pi \frac{R}{m} \sum_{l=1}^m l \quad (7.8)$$

Ricordando Gauss, per cui:

$$\sum_{l=1}^m l = \frac{m(m+1)}{2} \quad (7.9)$$

si ha:

$$l_{TOT} = 2\pi \frac{R}{m} \frac{m(m+1)}{2} = \pi R(m+1) \quad (7.10)$$

Pertanto, semplificando nell'Equazione 7.7, risulta il valore dell'incremento della temperatura media sulle m circonferenze:

$$d(\overline{\Delta t}) = \frac{\pi (Q \rho c) R d\tau}{2(\pi a)^{\frac{3}{2}} (\tau)^{\frac{3}{2}} m^2 (m+1)} \cdot \sum_{l=1}^m l \cdot \sum_{k=1}^m k e^{-\left(\frac{l^2+k^2}{4\sigma^2 m^2}\right)} \cdot I_0\left(\frac{lk}{2\sigma^2 m^2}\right) \quad (7.11)$$

Esprimiamo, allora, la potenza complessiva, generata dalla sorgente, nella forma:

$$P_0 \rho c = 2\pi Q \rho c \sum_{l=1}^m l \left(\frac{R}{m}\right) \quad (7.12)$$

Per Gauss (Equazione 7.9):

$$P_0 \rho c = \pi (Q \rho c) R(m+1) \quad \Rightarrow \quad Q \rho c = \frac{P_0 \rho c}{\pi R(m+1)} \quad (7.13)$$

Quindi, sostituendo la 7.13 nella 7.11, si ottiene:

$$d(\overline{\Delta t}) = \frac{P_0 \rho c d\tau}{2m^2 (m+1)^2 (\pi a)^{\frac{3}{2}} (\tau)^{\frac{3}{2}}} \cdot \sum_{l=1}^m l \cdot \sum_{k=1}^m k e^{-\left(\frac{l^2+k^2}{4\sigma^2 m^2}\right)} \cdot I_0\left(\frac{lk}{2\sigma^2 m^2}\right) \quad (7.14)$$

Si esprimano, ora, $d\tau$ e $\tau^{-\frac{3}{2}}$ in funzione di σ . Derivando l'Equazione 7.4:

$$2\sigma d\sigma = \frac{a}{R^2} d\tau \quad \Rightarrow \quad d\tau = 2\sigma d\sigma \left(\frac{R^2}{a} \right) \quad (7.15)$$

Dall'Equazione 7.4, inoltre:

$$\tau^{-\frac{3}{2}} = \sigma^{-3} \frac{R^{-3}}{a^{-\frac{3}{2}}} \quad (7.16)$$

Moltiplicando le 7.15 e 7.16:

$$\tau^{-\frac{3}{2}} d\tau = \frac{R^2}{a} R^{-3} a^{\frac{3}{2}} \sigma^{-3} 2\sigma d\sigma = 2 \frac{1}{R} a^{\frac{1}{2}} \sigma^{-2} d\sigma \quad (7.17)$$

Si proceda poi sostituendo l'Equazione 7.17 nella 7.14:

$$d(\overline{\Delta t}) = \frac{(P_0 \rho c) \sigma^{-2} d\sigma}{m^2 (m+1)^2 \pi^{\frac{3}{2}} a R} \cdot \sum_{l=1}^m l \cdot \sum_{k=1}^m k e^{-\left(\frac{l^2+k^2}{4\sigma^2 m^2}\right)} \cdot I_0 \left(\frac{lk}{2\sigma^2 m^2} \right) \quad (7.18)$$

Se P_0 è costante, è possibile integrare la 7.18 ottenendo l'incremento di temperatura media delle superficie attive al tempo τ generico, in funzione adimensionale del tempo σ :

$$\overline{\Delta t} = \frac{P_0 \rho c}{\pi^{\frac{3}{2}} m^2 (m+1)^2 a R} \cdot \int_0^{\tau} \sigma^{-2} d\sigma \sum_{l=1}^m l \cdot \sum_{k=1}^m k e^{-\left(\frac{l^2+k^2}{4\sigma^2 m^2}\right)} \cdot I_0 \left(\frac{lk}{2\sigma^2 m^2} \right) \quad (7.19)$$

Ricordando l'Equazione 7.4 per cui è: $\sigma = \sqrt{\frac{\tau \cdot a}{R^2}}$

7.3 Funzione adimensionale del tempo

Il sensore dell'Hot Disk, dunque, oltre a generare una data potenza termica, funziona anche come termometro a resistenza e permette di misurare l'incremento di temperatura delle superfici attive dei provini, quale conseguenza della potenza termica P_0 applicata.

Gli incrementi di temperatura Δt rilevati durante il riscaldamento delle superfici attive del campione, sono posti in relazione con una funzione adimensionale del tempo, σ , ottenendo in tal modo una risposta lineare riportata nell'Equazione 7.20, dalla quale è possibile la valutazione della conduttività termica, λ , e della diffusività termica, a , del materiale di prova [24].

$$\Delta t = \frac{P_0}{\pi^{\frac{3}{2}} m^2 (m+1)^2 \lambda R} \cdot F(\sigma) \quad (7.20)$$

dove si è indicato con:

Δt l'incremento della temperatura media delle superfici attive del provino all'istante generico;

P_0 la potenza termica generata dal sensore;

λ la conduttività termica legata alla diffusività termica dalla relazione: $a = \lambda / (\rho c)$;

R il raggio del sensore;

m il numero delle spire del sensore.

La funzione adimensionale del tempo $F(\sigma)$ è definita come:

$$F(\sigma) = \int_0^\sigma u^{-2} du \sum_{l=1}^m l \cdot \sum_{k=1}^m k e^{-\left(\frac{l^2+k^2}{4u^2m^2}\right)} \cdot I_0\left(\frac{lk}{2u^2m^2}\right) \quad (7.21)$$

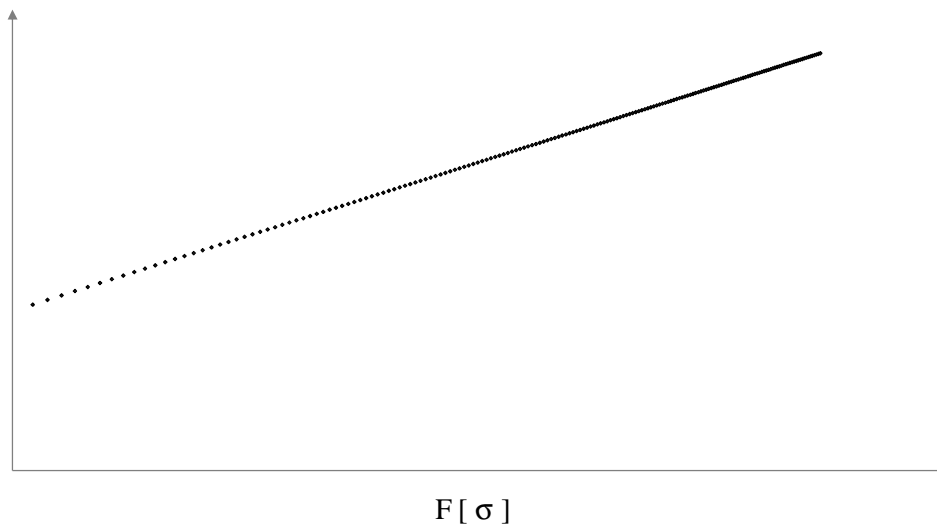


Figura 7.1 Risposta termica nelle misure di conduttività termica con metodo Hot Disk.

dove si è indicato con:

I_0 la funzione di Bessel di ordine 0 modificata;

σ il tempo adimensionale, definito come $\sigma^2 = \tau / \Theta$;

τ il tempo effettivo;

Θ il tempo $\Theta = R^2 / a$;

L'Equazione 7.20 è del tipo lineare:

$$\Delta t = \frac{C}{\lambda} \cdot F(\sigma) \quad (7.22)$$

dove si è indicato con C una costante che dipende dalle caratteristiche dello strumento (tipo di sensore scelto) e dalla potenza termica P_0 generata dal sensore.

La regressione dei dati sperimentali di incremento di temperatura in funzione del tempo permette di valutare i migliori valori della conduttività termica e della diffusività termica non appena la scelta dei parametri verifica l'Equazione lineare 7.22 (Figura 7.1).

CAPITOLO 8

PROCEDURA SPERIMENTALE

APPARECCHIATURA HOT DISK

8.1 Introduzione

Lo studio, eseguito attraverso l'apparecchiatura Hot Disk, è stato affrontato suddividendo il lavoro in due fasi successive: in un primo momento si è eseguita la valutazione teorico/sperimentale del comportamento termico del calcestruzzo aerato autoclavato (materiale poroso utilizzato in ambito edilizio), con particolare attenzione nei riguardi delle alte temperature; in un secondo momento, si è eseguita la valutazione teorico/sperimentale del comportamento termico in condizioni di equilibrio con l'ambiente e, successivamente, in condizioni di saturazione di materiali idonei alla sigillatura, impiegati per chiudere i fori di alloggiamento delle sonde geotermiche nel sottosuolo.

8.2 Analisi sperimentale ad alte temperature

Il calcestruzzo aerato autoclavato, denominato anche AAC (*aerated autoclaved concrete*), è un materiale di frequente utilizzo in edilizia per le buone proprietà di isolamento termico, di resistenza meccanica e di resistenza alle alte temperature, quali possono essere quelle che si registrano durante gli incendi.

In particolare, nelle verifiche computazionali di resistenza al fuoco, risulta necessario determinare, attraverso la risoluzione delle equazioni differenziali di trasmissione del calore, l'evoluzione del campo termico nel tempo. La corretta integrazione di dette equazioni richiede però la conoscenza delle proprietà termiche, quali conduttività termica e calore specifico del materiale, in funzione della temperatura.

In questo lavoro, per la determinazione delle sopracitate proprietà, nell'intervallo di temperatura compreso tra 20°C e 600°C, si è utilizzato il metodo denominato TPS (*Transient Plane Source*) e le misure di conduttività termica sono state effettuate tramite l'apparecchiatura Hot Disk Thermal Constant Analyzer.

8.2.1 Modello previsionale per il calcolo della conduttività

Il materiale oggetto dello studio, calcestruzzo aerato autoclavato, qui denominato AAC, può essere considerato un mezzo poroso costituito da una matrice solida attraversata da un reticolo di spazi occupati in parte da aria umida e in parte da acqua in fase liquida.

Viste le particolari condizioni di prova (temperature elevate comprese nell'intervallo tra 20°C e 600°C), nel presente studio, si ipotizza che l'eventuale acqua liquida sia trattenuta all'interno delle porosità della matrice solida. I meccanismi di scambio termico presenti nel materiale sono, perciò, schematizzabili come conduzione nella matrice solida e conduzione-radiazione termica nelle porosità, ritenendo, inoltre, trascurabile lo scambio convettivo a causa della ridotta dimensione dei pori.

Numerosi modelli sono stati proposti per rappresentare la conduttività termica equivalente, generalmente ottenuti come combinazione dei due modelli elementari che prevedono la distribuzione del materiale in serie ed in parallelo al flusso termico (paragrafo 1.2).

Nel caso in esame, ad esempio, il modello consolidato e relativamente semplice, suggerito da Russel [11], può essere utilizzato per questo tipo di materiale.

$$\lambda_{rus} = \lambda_s \frac{\xi^{2/3} \lambda_{por} \lambda_s + 1 - \xi^{2/3}}{\lambda_{por} / \lambda_s (\xi^{2/3} - \xi) + 1 + \xi - \xi^{2/3}} \quad (8.1)$$

dove:

λ_s conduttività della matrice solida;

λ_{por} conduttività apparente delle porosità (comprende sia lo scambio conduttivo del gas che quello radiativo);

ξ porosità del mezzo, definita come $\xi = V_v / V$, con V_v = volume dei vuoti, V = volume totale.

Per lo studio dello scambio radiativo, il mezzo può essere considerato otticamente spesso ed è quindi applicabile il modello diffusivo di Rosseland, che descrive lo scambio radiativo q_r [W/m²] come [9]:

$$q_r = - \frac{4\sigma_n T^3}{\frac{3}{4}\beta_R} \frac{\partial T}{\partial x} = -\lambda_r \frac{\partial T}{\partial x} \quad (8.2)$$

dove:

σ_n costante di Stefan Boltzmann: $5.67 \cdot 10^{-8}$ W/(m²K⁴);

T temperatura [K];

β_R [m⁻¹] coefficiente di estinzione di Rosseland;

λ_r grandezza, dimensionalmente equivalente ad una conduttività termica, definita radiatività:

$$\lambda_r = \frac{4\sigma_n T^3}{\frac{3}{4}\beta_R} \quad (8.3)$$

Nel caso in cui le porosità possano considerarsi sferiche, il coefficiente di estinzione di Rosseland può essere messo in relazione con il raggio dei pori r e l'emissività ε delle superfici delle cavità: $\beta_R = 1/(r\varepsilon)$ [9].

In definitiva, lo scambio termico all'interno delle porosità può essere espresso per mezzo di una conduttività termica equivalente: $\lambda_{por} = \lambda_g + \lambda_r$.

Per la valutazione della conduttività termica dell'aria in funzione della temperatura è stata utilizzata la relazione seguente, che approssima entro lo 0.5% i dati riportati in [4].

$$\lambda_g = A + BT + CT^2 + DT^3 \quad (8.4)$$

in cui:

$$A = -1.4109119 \cdot 10^{-3} \text{ W/(m K)};$$

$$B = 1.10386005 \cdot 10^{-4} \text{ W/(m K}^2\text{)};$$

$$C = -6.9545118 \cdot 10^{-8} \text{ W/(m K}^3\text{)};$$

$$D = 3.1611 \cdot 10^{-11} \text{ W/(m K}^4\text{)}.$$

8.2.2 Condizioni sperimentali

Le misure sperimentali di conduttività termica sono state effettuate su provini di calcestruzzo aerato autoclavato (AAC) di densità nominale 350 kg/m^3 e 450 kg/m^3 . I provini, condizionati all'equilibrio con l'ambiente esterno (Laboratorio di Fisica Tecnica dell'Università degli Studi di Padova, $T = 23^\circ\text{C}$ ed $RH = 50\%$), a coppie e a contatto con il sensore, sorgente della potenza termica imposta tramite l'apparecchiatura Hot Disk, sono stati inseriti all'interno dell'apparato stesso o, a seconda della temperatura di prova, nel forno per le alte temperature. Le misure sono state eseguite, infatti, a diverse temperature, in un *range* compreso tra 20°C e 600°C . Per evitare l'introduzione di eventuali errori sperimentali, non sono state effettuate misurazioni nell'intervallo di temperatura compreso tra 300°C e 400°C ,



Figura 8.1 Provino di AAC nel forno per le alte temperature.

intervallo in cui il nickel (materiale di cui è composto il sensore dell'apparecchiatura Hot Disk) subisce una transizione di stato solido.

Per ciascuna temperatura prescelta sono state eseguite 15 rilevazioni, per la densità $\rho = 350 \text{ kg/m}^3$ e 6 rilevazioni, per la densità $\rho = 450 \text{ kg/m}^3$, applicando in entrambi i casi una potenza di 0,1 W per un intervallo di 80 s.

I sensori utilizzati sono stati due: il primo, rivestito con kapton e di raggio $R = 9.869 \text{ mm}$, impiegato per le prove eseguite fino alla temperatura di 200°C , il secondo, rivestito con mica e di raggio $R = 9.719 \text{ mm}$, usato per le misure effettuate nel forno fino alla temperatura di 600°C (Figure 8.1 e 8.2).

8.2.3 Analisi dei dati sperimentali

I risultati delle misure sperimentali di conduttività termica e diffusività termica effettuate con l'apparecchiatura Hot Disk sui provini di calcestruzzo aerato autoclavato (AAC) di densità $\rho = 350 \text{ kg/m}^3$ e $\rho = 450 \text{ kg/m}^3$ sono riportati nelle Tabelle 8.1 e 8.2 e, graficamente, sono riassunti nelle Figure 8.3 e 8.4. Le barre d'errore riportate nelle figure si riferiscono ad un intervallo di confidenza pari a 2, relativo alle misure replicate per ogni punto sperimentale.



Figura 8.2 Forno per le alte temperature presente nel Laboratorio di Fisica Tecnica dell'Università degli Studi di Padova.

Risulta subito evidente come la conduttività termica cresca con l'aumentare della temperatura, raggiungendo, alla temperatura di 600°C , rispettivamente il valore di $0.27 \text{ W}/(\text{mK})$ per i provini AAC 350 e $0.32 \text{ W}/(\text{mK})$ per i provini AAC 450, ovvero circa due volte il valore della conduttività termica registrato a temperatura ambiente.

Il comportamento termico del calcestruzzo aerato autoclavato al variare della temperatura risulta quindi in controtendenza rispetto a quello del calcestruzzo ordinario, per il quale la conduttività termica decresce all'aumentare della temperatura: a 600°C , infatti, la conduttività è il 60% del valore misurato a temperatura ambiente [41].

Tale comportamento si attribuisce in parte all'aumento della conduttività termica dell'aria e, principalmente, all'effetto dell'incremento dello scambio termico radiativo all'interno delle cavità.

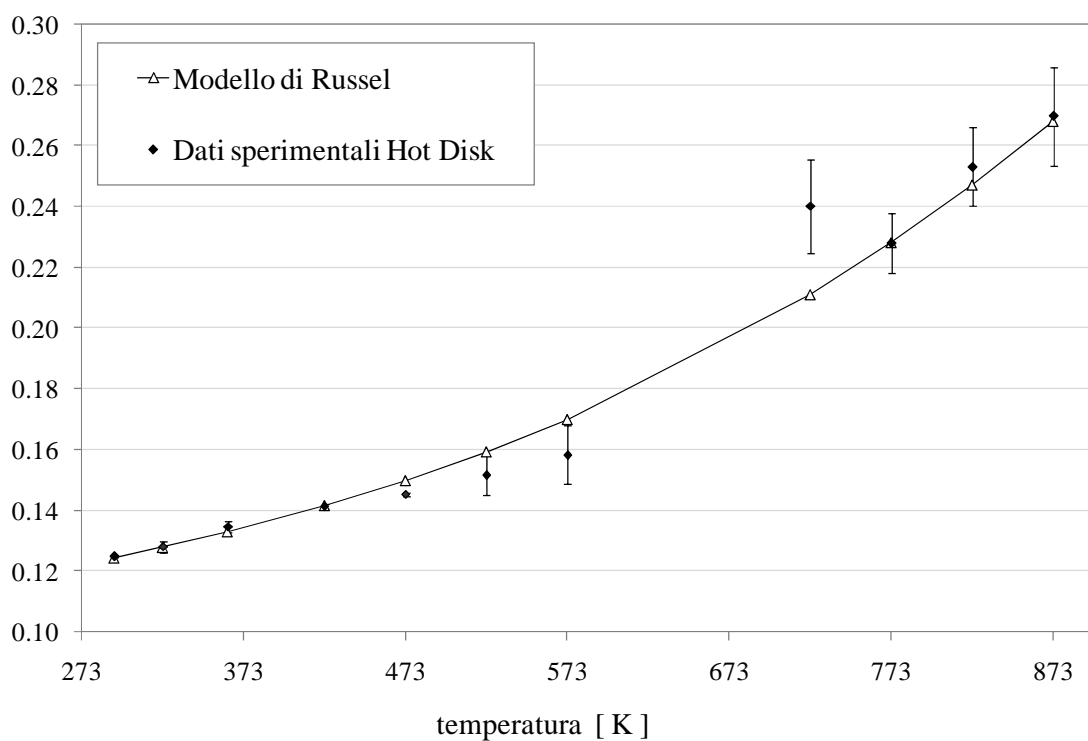


Figura 8.3 Conduttività termica del calcestruzzo aerato autoclavato AAC 350 in funzione della temperatura.

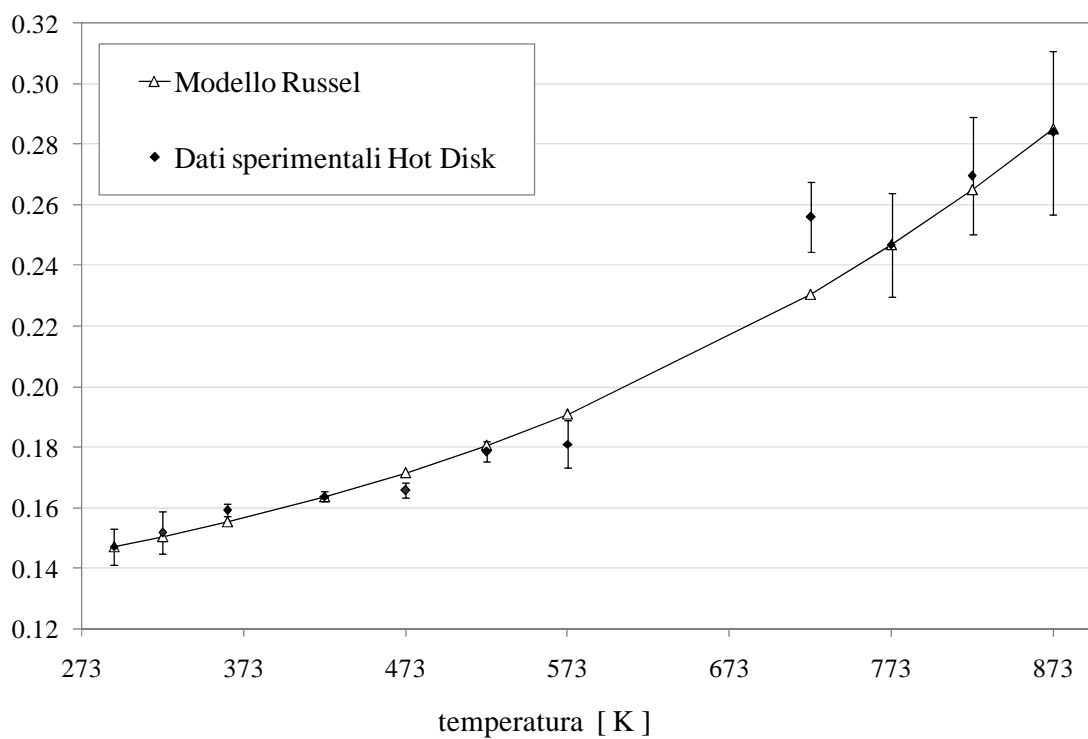


Figura 8.4 Conduttività termica del calcestruzzo aerato autoclavato AAC 450 in funzione della temperatura.

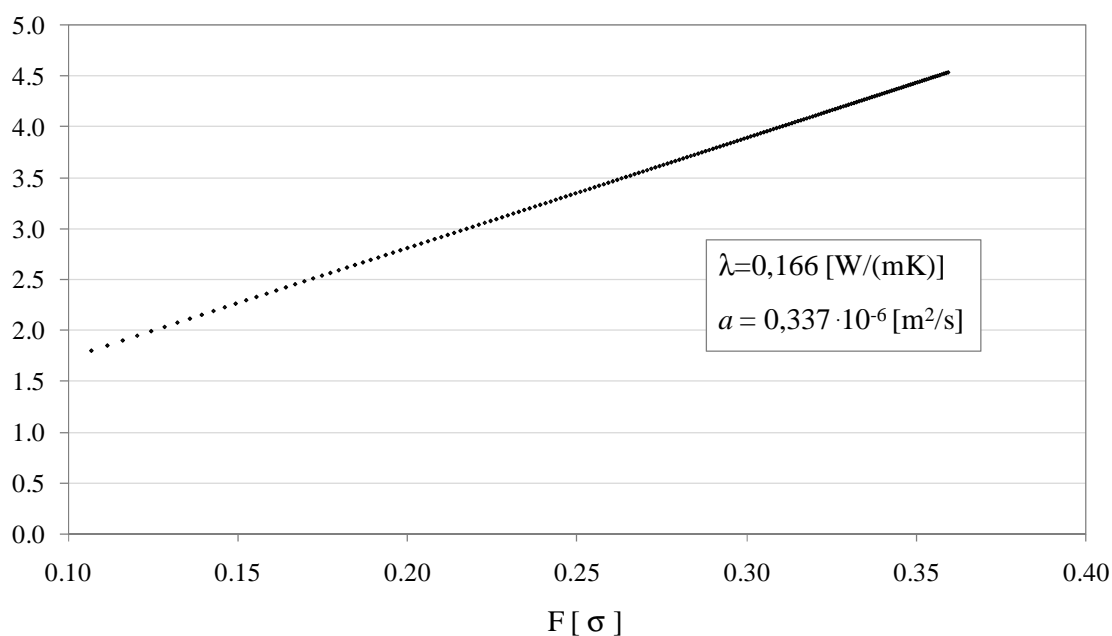


Figura 8.5 Risposta termica nelle misure di conduttività termica con metodo Hot Disk per il provino AAC450.

Gli incrementi di temperatura Δt , rilevati durante il riscaldamento delle superfici attive del campione, come conseguenza della potenza generata dal sensore Hot Disk, posti in relazione con la funzione adimensionale del tempo, σ , sono rappresentati nella Figura 8.5 per il provino AAC 450. E' proprio a partire da questa risposta termica che è possibile valutare la conduttività, λ , e la diffusività termica, a , del materiale di prova.

Il passaggio successivo consiste nell'effettuare un'interpolazione dei risultati sperimentali mediante l'utilizzo del modello di Russel, precedentemente descritto (paragrafo 8.2.1, Equazione 8.1).

La migliore regressione è stata ottenuta con un valore della conduttività della matrice solida pari a $\lambda_s = 0.48 \text{ W/(mK)}$, una porosità $\xi = 0.74$ per la densità $\rho = 350 \text{ kg/m}^3$, $\xi = 0.67$ per la densità $\rho = 450 \text{ kg/m}^3$, ed un coefficiente di estinzione della radiazione $\beta_R = 1389 \text{ m}^{-1}$, corrispondente ad un raggio medio delle cavità $r = 0.00080 \text{ m}$, con emissività $\varepsilon = 0.9$.

Tali valori si accordano con quelli noti per il materiale.

Tabella 8.1 Misure sperimentali di conduttività termica, λ , e diffusività termica, a , effettuate su provini di calcestruzzo aerato autoclavato AAC 350.

| T | λ_m | s_λ | $a_m \cdot 10^{-6}$ | $s_a \cdot 10^{-6}$ |
|------|-------------|-------------|---------------------|---------------------|
| [°C] | [W/(mK)] | [W/(mK)] | [m ² /s] | [m ² /s] |
| 20 | 0.125 | 0.000254 | 0.356 | 0.000843 |
| 50 | 0.128 | 0.00102 | 0.349 | 0.0115 |
| 90 | 0.135 | 0.000462 | 0.343 | 0.00360 |
| 150 | 0.141 | 0.000329 | 0.347 | 0.00379 |
| 200 | 0.145 | 0.000341 | 0.351 | 0.00326 |
| 250 | 0.186 | 0.00331 | 0.385 | 0.0173 |
| 300 | 0.193 | 0.00482 | 0.414 | 0.0264 |
| 450 | 0.274 | 0.00776 | 0.523 | 0.0471 |
| 500 | 0.262 | 0.00519 | 0.490 | 0.0684 |
| 550 | 0.287 | 0.00649 | 0.516 | 0.0512 |
| 600 | 0.304 | 0.00804 | 0.555 | 0.0857 |

Tabella 8.2 Misure sperimentali di conduttività termica, λ , e diffusività termica, a , effettuate su provini di calcestruzzo aerato autoclavato AAC 450.

| T | λ_m | s_λ | $a_m \cdot 10^{-6}$ | $s_a \cdot 10^{-6}$ |
|------|-------------|-------------|---------------------|---------------------|
| [°C] | [W/(mK)] | [W/(mK)] | [m ² /s] | [m ² /s] |
| 20 | 0.147 | 0.00300 | 0.354 | 0.0103 |
| 50 | 0.152 | 0.000347 | 0.339 | 0.00216 |
| 90 | 0.159 | 0.000965 | 0.336 | 0.00423 |
| 150 | 0.164 | 0.000786 | 0.336 | 0.00579 |
| 200 | 0.166 | 0.00121 | 0.337 | 0.00529 |
| 250 | 0.211 | 0.00163 | 0.375 | 0.00419 |
| 300 | 0.213 | 0.00391 | 0.376 | 0.0154 |
| 450 | 0.288 | 0.00564 | 0.384 | 0.0168 |
| 500 | 0.279 | 0.00825 | 0.460 | 0.0364 |
| 550 | 0.302 | 0.00952 | 0.443 | 0.0424 |
| 600 | 0.316 | 0.0134 | 0.469 | 0.0721 |

Come è possibile notare dalle Figure 8.3 e 8.4, il modello segue correttamente il *trend* dei dati sperimentali con la variazione di temperatura.

In Tabella 8.3 infine, sono riportati i valori di conduttività termica in funzione della temperatura per varie densità di calcestruzzo aerato suggeriti dalla norma europea EN 12602 [42]; questa norma è documento di riferimento per i valori di conduttività termica da utilizzare per la determinazione dell'evoluzione del campo termico nel tempo nelle verifiche computazionali di resistenza al fuoco delle strutture.

Tabella 8.3 Conduttività termica λ in W/(mK) ad elevata temperatura secondo EN 12602.

| T [°C] | Densità ρ [kg/m ³] | | | |
|--------|--------------------------------------|------|------|------|
| | 300 | 400 | 500 | 600 |
| 20 | 0.08 | 0.10 | 0.12 | 0.15 |
| 300 | 0.11 | 0.12 | 0.14 | 0.17 |
| 600 | 0.18 | 0.19 | 0.20 | 0.20 |
| 900 | 0.27 | 0.28 | 0.28 | 0.28 |

E' di immediata evidenza che i valori riportati dalla norma sono sensibilmente inferiori rispetto a quelli misurati con l'apparecchiatura Hot Disk, risultando così poco cautelativi ai fini dei calcoli di resistenza al fuoco.

8.2.4 Conclusioni

Il valore della conduttività termica del calcestruzzo aerato autoclavato dipende dalla temperatura in cui viene effettuata la prova sperimentale. In particolare, sebbene la conduttività termica della pasta cementizia decresca con l'aumentare della temperatura, si rileva che la conduttività termica del calcestruzzo aerato autoclavato (AAC), al contrario, cresce con la temperatura a causa dell'aumento della conduttività termica dell'aria e, principalmente, per effetto dell'incremento dello scambio termico radiativo all'interno delle cavità.

Infatti, mentre, a temperatura ambiente, lo scambio termico radiativo presente nei pori del materiale è una piccola frazione (< 5%) dello scambio termico complessivo, è importante sottolineare che, all'aumentare della temperatura, la componente di scambio termico radiativo cresce secondo la quarta potenza della temperatura assoluta, diventando, alla temperatura di 600°C circa il 55% dello scambio termico totale.

8.3 Analisi sperimentale in condizioni di saturazione

Negli ultimi anni, è in crescente diffusione l'utilizzo di tecniche di riscaldamento e condizionamento degli ambienti con pompe di calore accoppiate a terreno.

Questa tecnologia, nota anche come geotermia a bassa entalpia, prevede di sfruttare, quale sorgente termica, il sottosuolo, grazie alla sua capacità di mantenere la propria temperatura costante su valori prossimi alla temperatura media annuale della località.

Lo scambio termico con il terreno avviene mediante sonde costituite generalmente da tubi ad U (singolo o doppio) realizzati in materiale plastico ed inserite in un foro verticale, praticato nel sottosuolo e successivamente riempito con malta sigillante (materiali di *grouting*) (Figura 8.6 e 8.7). Le sonde sono poi collegate in modo tale da realizzare un

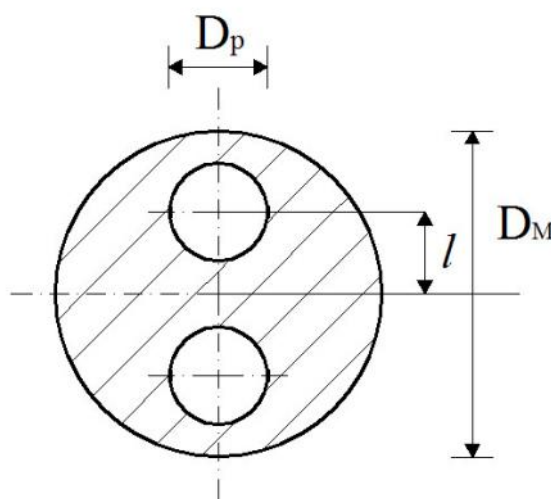


Figura 8.6 Sonda geotermica a singolo tubo ad U.

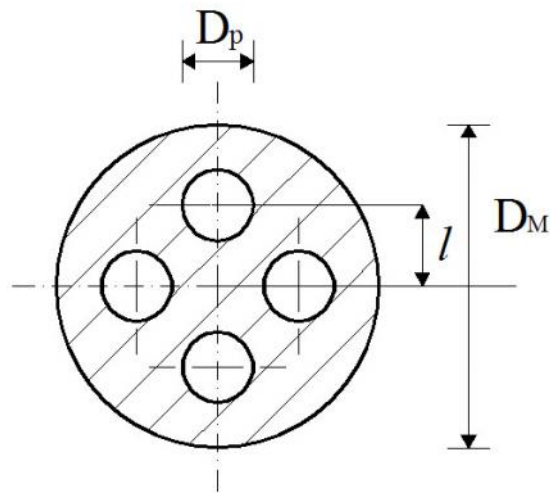


Figura 8.7 Sonda geotermica a doppio tubo ad U.

circuito chiuso interessato dalla circolazione di un fluido vettore, solitamente miscele acqua e glicole, che permetta lo scambio termico con l'evaporatore (durante il periodo invernale), o il condensatore (durante la stagione estiva), previsti dal ciclo inverso.

Tale tecnologia in particolare può essere considerata rinnovabile, grazie alla quota di energia scambiata con il terreno, e ad elevata efficienza, per il ridotto salto di temperatura imposto alla pompa di calore. La temperatura del sottosuolo, all'aumentare della profondità, diventa sempre meno variabile e prossima alla temperatura media annuale della località.

Gli scambiatori geotermici operano sfruttando queste due caratteristiche del sottosuolo. Durante l'inverno, l'ambiente viene riscaldato trasferendo energia dal terreno all'edificio, mentre, nel periodo estivo, il sistema inverte il suo funzionamento, estraendo calore dall'ambiente interno e trasferendolo al terreno. Ne consegue, pertanto, come il sottosuolo risulti essere, per questa tipologia impiantistica, una fonte di energia più efficiente rispetto all'aria, possedendo una temperatura che, oltre ad essere meno soggetta a variazioni, è più prossima a quella richiesta per il condizionamento di un edificio.

La riduzione delle emissioni, connessa all'adozione di tale sistema, comporta un azzeramento locale del rilascio in atmosfera ed una quota "esterna", correlata alle modalità

di produzione dell'energia elettrica utilizzata dalla pompa di calore per far fronte al salto termico dal livello del serbatoio sotterraneo a quello dell'edificio.

La conoscenza della conduttività termica dei materiali utilizzati per sigillare i fori di alloggiamento delle sonde geotermiche, è di fondamentale importanza per aumentare le prestazioni termiche delle pompe di calore con cui sono connesse.

Diventa quindi essenziale, per un ottimale sfruttamento di questa tecnologia, l'utilizzo di materiali di *grouting* caratterizzati da un'elevata conduttività termica, in modo tale da minimizzarne la resistenza termica e favorire lo scambio di calore tra sonda e terreno.

La miscela cementizia-bentonitica usata per rivestire gli scambiatori di calore assicura un contatto termico efficiente del terreno alla parete delle sonde, favorendo in tal modo lo scambio energetico tra di essi. La presenza di interstizi nella miscela cementizia, dovuti ad una eventuale difettosa immissione del materiale di riempimento, riduce anche considerevolmente lo scambio termico. I valori della resistenza termica di una sonda geotermica dipendono, quindi, non solo dal materiale con cui è realizzata, ma anche dal materiale di riempimento [43].

I materiali di riempimento si possono classificare in due grandi categorie: miscele a base bentonitica e miscele a base cementizia.

La conduttività termica di questi composti è funzione della percentuale di sabbia, delle dimensioni delle sue particelle, del rapporto fra quantità di acqua e quantità di cemento, della concentrazione del materiale di riempimento, della porosità e della presenza di disomogeneità presenti in essi.

L'indagine sperimentale eseguita ha avuto come obiettivo l'analisi da un punto di vista termico delle malte sigillanti impiegate nel settore geotermico.

In particolare, sono state effettuate serie di misure di conduttività termica e diffusività termica sui vari materiali disponibili avvalendosi dell'apparecchiatura Hot Disk.

8.3.1 Scambio termico sonda – terreno: metodo analitico

Nella progettazione delle pompe di calore geotermiche è di fondamentale importanza la corretta modellazione dello scambio termico tra sonda e terreno al fine di valutare in modo corretto l'ammontare di energia termica che può essere estratta/ceduta dalle sonde.

Per la sigillatura dei fori di alloggiamento delle sonde nel terreno, sono di comune impiego prodotti costituiti da miscele a base di bentonite e cemento additivate con sabbia.

Per valutare il processo di scambio termico tra il fluido vettore entro la sonda, a temperatura t_f , ed il terreno indisturbato, a temperatura t_g , si utilizza la relazione:

$$q(t) = \frac{t_f - t_g}{R(t)} \quad (8.5)$$

dove $q(t)$ è la potenza termica per metro lineare di scambiatore ceduta o ricevuta dal terreno all'istante t .

$R(t)$ indica la resistenza termica complessiva che, per tempi sufficientemente lunghi in modo da considerare il regime pressoché stazionario, è espressa come:

$$R(t) = R_g + R_M + R_p \quad (8.6)$$

dove

R_g è la resistenza del terreno;

R_M è la resistenza della malta di sigillatura del foro;

R_p è la resistenza totale conduttiva/convettiva tra tubo e fluido.

Per la valutazione della resistenza del terreno si ricorre al risultato riportato in [40] per un mezzo indefinito a contorno cilindrico. Per tempi sufficientemente lunghi, la resistenza termica si esprime:

$$R_g(t) = \frac{1}{4\pi\lambda_g \left[\frac{1}{\ln(4Fo) - 2\gamma} - \frac{\gamma}{(\ln(4Fo) - 2\gamma)^2} - \dots \right]} \quad (8.7)$$

dove

$Fo = (a t) / d^2$ numero di Fourier;

$\gamma = 0.57722$ costante di Eulero;

a diffusività termica del terreno;

d raggio del foro.

La resistenza termica dello strato della malta di riempimento può essere stimata, nel caso di scambiatore con tubo singolo ad U, con la relazione [44]:

$$R_M = \frac{\cosh^{-1} \left[\frac{D_M + D_p - 4l^2}{2D_M D_p} \right]}{2\pi\lambda_M} \quad (8.8)$$

Nel caso di scambiatore con doppio tubo ad U si utilizza la relazione [44]:

$$R_M = \frac{\ln \left(\frac{D_M}{2l} \right) - \frac{1}{4} \ln \left(\frac{4D_p}{2l} \right)}{2\pi\lambda_M} \quad (8.9)$$

dove D_M , D_p ed l sono le dimensioni geometriche indicate in Figura 8.6 e 8.7 e λ_M è la conduttività termica del materiale utilizzato per la sigillatura del foro.

Per la resistenza R_p si è assunto il valore 0.05 (m K)/W.

Le relazioni precedenti sono state utilizzate per valutare la potenza termica per metro lineare q scambiata con il terreno dalle sonde a singolo e doppio tubo ad U.

Nei grafici delle Figure 8.8 e 8.9 sono riportati i valori di q al variare della conduttività termica λ_M della malta utilizzata per la cementazione del foro per una differenza di temperatura $t_f - t_g = 10^\circ\text{C}$, dopo 90 giorni e per diversi valori della conduttività del terreno (1 W/(mK), 2 W/(mK), 3 W/(mK)) per sonde a singolo e doppio tubo ad U. I risultati ottenuti e rappresentati sono relativi a:

$$D_M = 0.15 \text{ m}$$

$$D_p = 0.032 \text{ m}$$

$$L = 0.0375 \text{ m}$$

Nei grafici delle Figure 8.8 e 8.9 è stato inoltre rappresentato il confronto tra i valori di q ottenuti tramite il metodo analitico e quelli calcolati con il metodo agli elementi finiti, di seguito descritto.

8.3.2 Scambio termico sonda – terreno: metodo agli elementi finiti

In una successiva fase dell'analisi, la potenza termica è stata valutata mediante lo studio della trasmissione di calore in 2D nel piano perpendicolare al foro utilizzando, per l'integrazione dell'equazione della conduzione, il metodo agli elementi finiti.

Il programma utilizzato per tale scopo è Straus7: un sistema che opera in un ambiente unitario per la costruzione di modelli ad elementi finiti, la loro analisi e l'estrazione dei risultati.

Questo programma è stato utilizzato per studiare quanto la conduttività del terreno, delle malte sigillanti e la tipologia di sonda influenzassero il rendimento del sistema "sonda geotermica".

La simulazione è stata effettuata discretizzando la sezione orizzontale con una mesh bidimensionale utilizzando elementi finiti isoparametrici a 8 nodi, a causa della geometria cilindrica della sonda. A mano a mano che le zone da studiare risultavano più piccole e complesse, le dimensioni degli elementi sono state ridotte, così da calcolare le loro interazioni con una maggiore precisione (Figure 8.10 e 8.11).

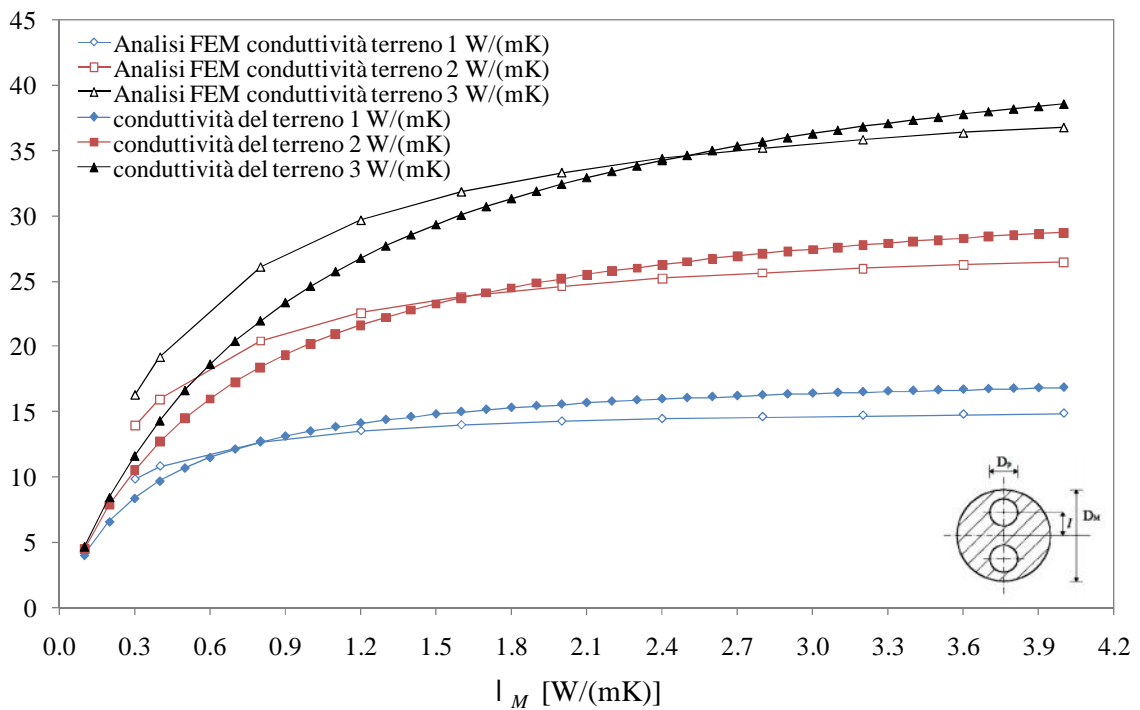


Figura 8.8 Potenza termica scambiata tra sonda e terreno in funzione della conduttività termica della malta sigillante per una differenza di temperatura $t_f - t_g = 10^\circ\text{C}$. Sonda a singolo tubo ad U.

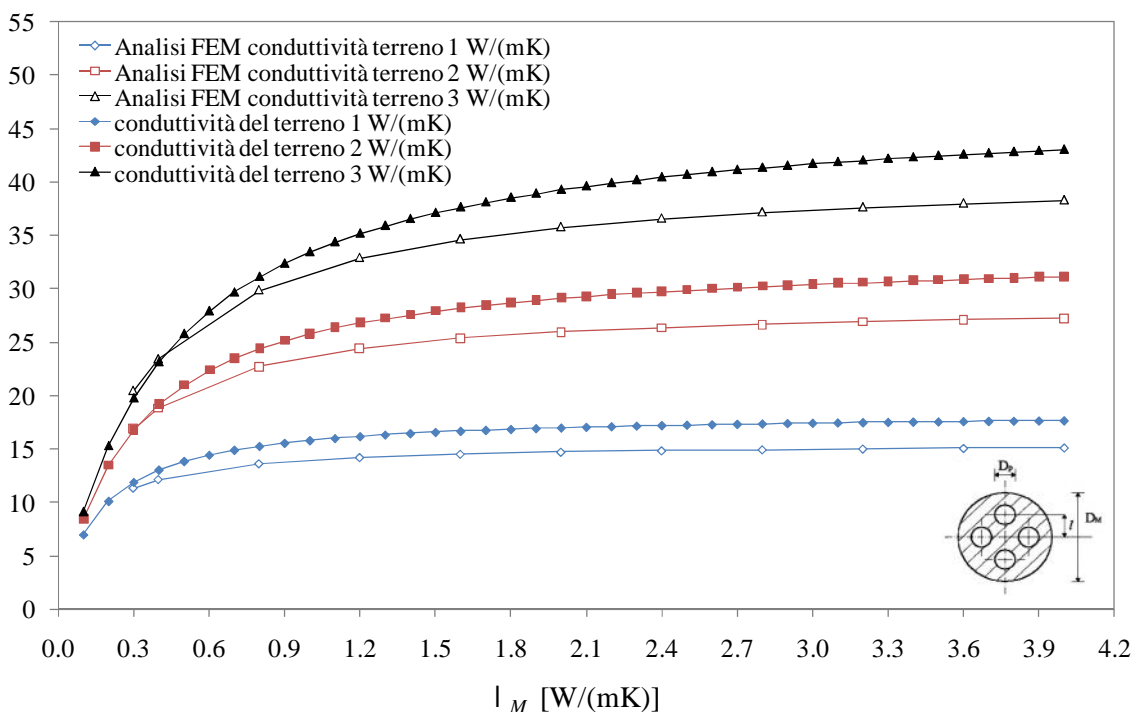


Figura 8.9 Potenza termica scambiata tra sonda e terreno in funzione della conduttività termica della malta sigillante per una differenza di temperatura $t_f - t_g = 10^\circ\text{C}$. Sonda a doppio tubo ad U.

È stato inoltre assegnato un passo temporale variabile da 1800 s a 86400 s in funzione dello stadio di evoluzione del processo.

Per l'assegnazione delle condizioni al contorno utilizzate nei calcoli, si è supposta isoterma, con temperatura pari a 15°C, la superficie cilindrica posta a 20 m dal centro dell'asse dello scavo e pari a 5°C la temperatura della superficie esterna dei tubi della sonda. Dopo aver creato il modello sono state assegnate le proprietà dei materiali: strutturali (densità), di trasferimento del calore (conduttività e calore specifico), geometriche (profondità della sonda).

Per la simulazione, si è scelta l'opzione "*transient heat analysis*", in modo da poter studiare l'andamento del flusso termico nel tempo fino al raggiungimento del regime stazionario. L'analisi è stata programmata per un periodo di 90 giorni a step giornalieri.

I risultati ottenuti con i due procedimenti sono riassunti nelle Tabelle 8.4 e 8.5. Essi dimostrano come il valore della conduttività termica della malta sigillante influenzi in modo notevole lo scambio termico del terreno. In particolare, se la conduttività del materiale di *grouting* è inferiore alla metà di quella del terreno, la potenza termica per metro lineare si riduce del 20% rispetto al valore asintotico.

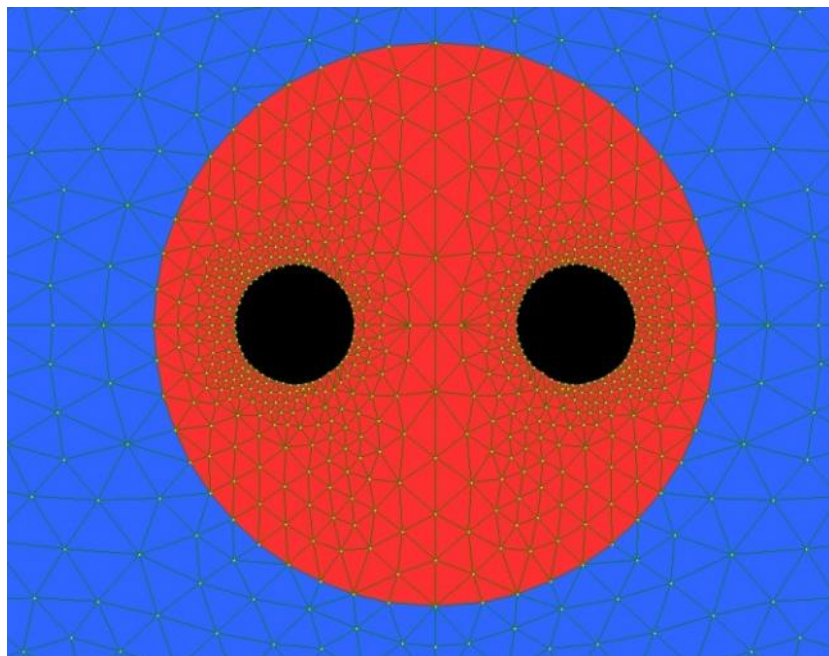


Figura 8.10 Modello sonda a singolo tubo ad U suddiviso agli elementi finiti.

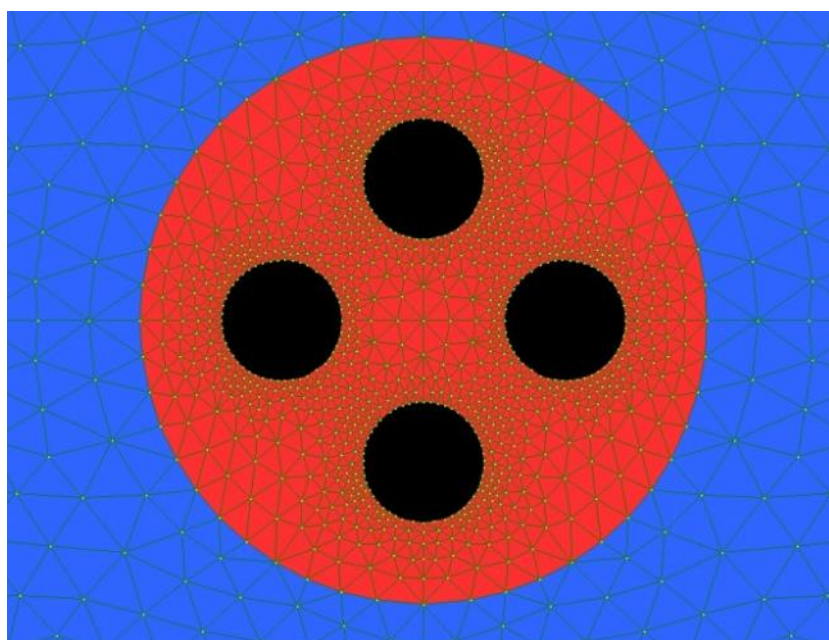


Figura 8.11 Modello sonda a doppio tubo ad U suddiviso agli elementi finiti.

Tabella 8.4 Confronto tra i valori del flusso termico, scambiato tra sonda e terreno, ottenuti tramite il metodo analitico ed il metodo agli elementi finiti per sonda a singolo tubo ad U.

| $\lambda_{grouting}$ [W/mK] | $\lambda_{ground} = 1$ W/(mK) | | $\lambda_{ground} = 2$ W/(mK) | | $\lambda_{ground} = 3$ W/(mK) | |
|--------------------------------|-------------------------------|----------------------|-------------------------------|----------------------|-------------------------------|----------------------|
| | q [W/m] analitico | q [W/m] Straus7 | q [W/m] analitico | q [W/m] Straus7 | q [W/m] analitico | q [W/m] Straus7 |
| 0,3 | 7,7734 | 9,8106 | 10,0181 | 13,8688 | 11,1790 | 16,2708 |
| 0,4 | 8,9074 | 10,7974 | 11,9846 | 15,9052 | 13,6846 | 19,1506 |
| 0,8 | 11,4028 | 12,7013 | 16,9859 | 20,3980 | 20,6156 | 26,0654 |
| 1,2 | 12,5772 | 13,5026 | 19,7304 | 22,5258 | 24,8030 | 29,6348 |
| 1,6 | 13,2601 | 13,9465 | 21,4645 | 23,7720 | 27,6067 | 31,8192 |
| 2 | 13,7067 | 14,2293 | 22,6594 | 24,5926 | 29,6154 | 33,2963 |
| 2,4 | 14,0214 | 14,4255 | 23,5328 | 25,1750 | 31,1251 | 34,3646 |
| 2,8 | 14,2553 | 14,5698 | 24,1990 | 25,6102 | 32,3013 | 35,1733 |
| 3,2 | 14,4358 | 14,6803 | 24,7240 | 25,9481 | 33,2435 | 35,8075 |
| 3,6 | 14,6964 | 14,7678 | 25,4984 | 26,2182 | 34,0152 | 36,3186 |
| 4 | 14,5795 | 14,8387 | 25,1483 | 26,4391 | 34,6588 | 36,7394 |

Tabella 8.5 Confronto tra i valori del flusso, scambiato tra sonda e terreno, ottenuti tramite il metodo analitico ed il metodo agli elementi finiti per sonda a doppio tubo ad U.

| $\lambda_{grouting}$ [W/mK] | $\lambda_{ground} = 1$ W/(mK) | | $\lambda_{ground} = 2$ W/(mK) | | $\lambda_{ground} = 3$ W/(mK) | |
|--------------------------------|-------------------------------|----------------------|-------------------------------|----------------------|-------------------------------|----------------------|
| | q [W/m] analitico | q [W/m] Straus7 | q [W/m] analitico | q [W/m] Straus7 | q [W/m] analitico | q [W/m] Straus7 |
| 0,3 | 10,7743 | 11,2800 | 15,6280 | 16,8188 | 18,6490 | 20,4248 |
| 0,4 | 11,7107 | 12,0911 | 17,6782 | 18,7673 | 21,6444 | 23,3831 |
| 0,8 | 13,4660 | 13,5959 | 22,0091 | 22,6972 | 28,5142 | 29,8474 |
| 1,2 | 14,1742 | 14,1825 | 23,9663 | 24,3930 | 31,8879 | 32,8628 |
| 1,6 | 14,5570 | 14,4950 | 25,0814 | 25,3379 | 33,8930 | 34,6075 |
| 2 | 14,7967 | 14,6891 | 25,8018 | 25,9403 | 35,2218 | 35,7448 |
| 2,4 | 14,9610 | 14,8214 | 26,3054 | 26,3431 | 36,1671 | 36,5450 |
| 2,8 | 15,0806 | 14,9174 | 26,6774 | 26,6646 | 36,8740 | 37,1386 |
| 3,2 | 15,1715 | 14,9903 | 26,9634 | 26,8993 | 37,4225 | 37,5965 |
| 3,6 | 15,2431 | 15,0474 | 27,1900 | 27,0847 | 37,8606 | 37,9605 |
| 4 | 15,3007 | 15,0935 | 27,3742 | 27,2349 | 38,2185 | 38,2568 |

Allo scopo di identificare le caratteristiche termiche di interesse delle malte utilizzate per la sigillatura dei fori di alloggiamento delle sonde sono state eseguite una serie di misure di conduttività termica su varie miscele sigillanti mediante l'utilizzo dell'apparecchiatura Hot Disk.

8.3.3 Condizioni sperimentali

I materiali idonei alla sigillatura presi in considerazione sono di natura porosa e, se utilizzati in presenza di falde acquifere, presentano gradi diversi di imbibizione. Si tratta del PCM (*Portland Cement Mortar*, miscela a base di cemento Portland, usata come riferimento standard) e del GM, *Grouting Material*, miscela sperimentale costituita da cemento, bentonite e sabbia quarzifera, cui è stato aggiunto un quantitativo pari all'1% in peso di grafite, allo scopo di accrescere la conduttività termica della matrice solida.

Si è ritenuto quindi rilevante conoscere il comportamento termico di tali materiali a vari contenuti d'acqua.

Una prima serie di misure è stata eseguita, tramite l'apparecchiatura Hot Disk, sul materiale non imbibito in equilibrio con l'ambiente esterno (Laboratorio dell'Università degli Studi di Padova, $T = 23^{\circ}\text{C}$, $RH = 50\%$); in un secondo momento, i provini sono stati portati in condizione di saturazione per imbibizione capillare di contatto con uno strato di cotone idrofilo imbevuto d'acqua (Figure 8.12 e 8.13).

L'imbibizione per capillarità, si basa sul principio di capillarità dell'acqua, fenomeno connesso con la tensione superficiale che prende forma dalla combinazione delle forze di coesione (che tengono unite le particelle del liquido) e delle forze di adesione (che si stabiliscono tra le particelle del liquido e la superficie solida con cui esse sono in contatto).

L'imbibizione consiste nell'assorbimento capillare delle molecole d'acqua all'interno dei materiali porosi (nel nostro caso materiali cementizi) che, conseguentemente, aumentano di peso e volume, essendo che l'acqua si sostituisce ai vuoti interstiziali presenti nel materiale.



Figura 8.12 Provino PCM in fase di imbibizione.



Figura 8.13 Provino PCM imbibito.

La capacità di un materiale di saturarsi d'acqua in misura più o meno rilevante dipende dal grado di porosità e può essere misurato tramite il coefficiente di imbibizione, dato dal rapporto tra l'incremento di peso subito dal provino saturo e il suo peso allo stato secco.

8.3.4 Analisi dei dati sperimentali

Il processo di determinazione della conduttività termica dei provini saturi risulta essere critico rispetto al medesimo procedimento applicato ai provini non imbibiti. Per i campioni secchi, infatti, i risultati ottenuti nelle diverse prove non differiscono molto tra loro e la deviazione standard risulta minima. Nei provini imbibiti, invece, la determinazione della conduttività termica corretta risulta più difficoltosa.

Questo accade perché, durante la misurazione, l'evaporazione dell'acqua, contenuta nei provini, coinvolge inizialmente le superfici esterne dei campioni e, solo successivamente, interessa la zona interna. Ciò comporta una eterogeneità delle condizioni di umidità dell'elemento in esame, rendendo i valori della conduttività assai dispersi.

Le prove di conduttività termica realizzate hanno permesso di constatare come il comportamento termico dei provini analizzati sia sostanzialmente determinato dalla densità e dal contenuto in acqua del materiale.

Gli incrementi di temperatura Δt , rilevati durante il riscaldamento delle superfici attive del campione, come conseguenza della potenza generata dal sensore Hot Disk, posti in relazione con la funzione adimensionale del tempo, σ , sono rappresentati nella Figura 8.14 per il provino PCM. E' proprio a partire da questa risposta termica che è possibile valutare la conduttività, λ_M del materiale di prova.

E' stato rilevato che, in condizioni non imbibite, il materiale di *grouting* di conduttività termica maggiore risulta essere quello confezionato con cemento Portland, $\lambda_M = 0.51$ W/(mK) in confronto al valore $\lambda_M = 0.38$ W/(mK) della miscela a base bentonitica. Il valore del cemento Portland è da attribuire alla maggiore densità del provino PCM (1647 kg/m³) rispetto al campione GM (1289 kg/m³).

In condizioni di saturazione, al contrario, si è constatato che la conduttività termica della miscela bentonitica risulta essere maggiore rispetto a quella della miscela a base cementizia.

Tale comportamento è motivato dal minor quantitativo d'acqua all'interno del PCM. Il GM, infatti, essendo più poroso rispetto al campione di cemento Portland, presenta internamente

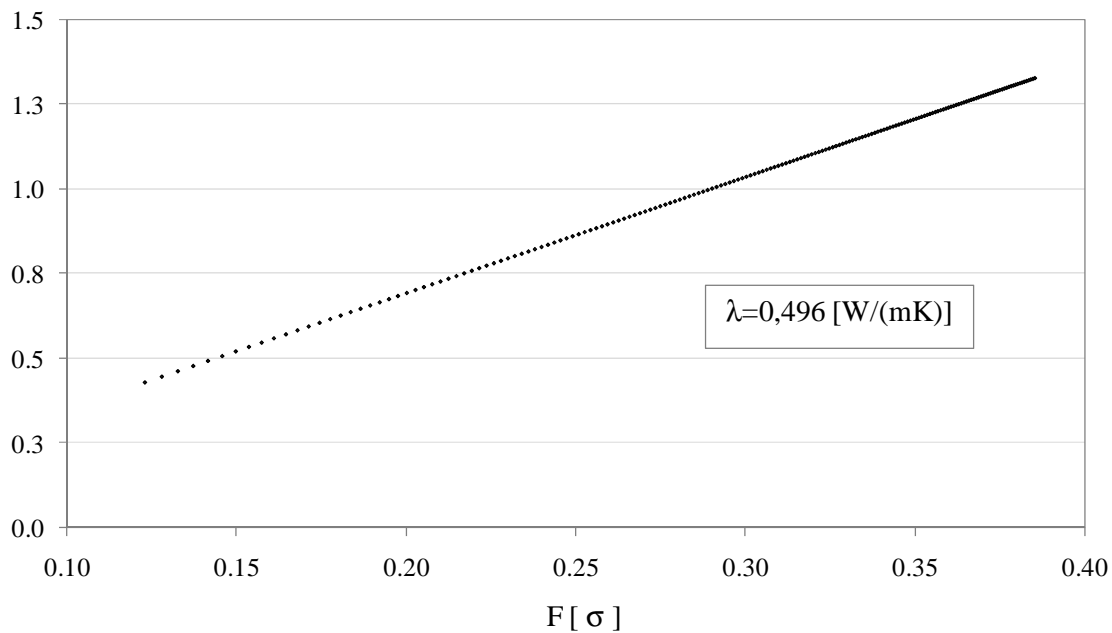


Figura 8.14 Risposta termica nelle misure di conduttività termica con metodo Hot Disk per il provino PCM.

un maggior numero di interstizi e, in condizioni di saturazione d'acqua, tali vuoti vengono completamente riempiti di liquido. Essendo la conduttività dell'acqua superiore di circa 20 volte rispetto a quella dell'aria, ne deriva che la conduttività termica del GM risulta essere maggiore se confrontata con quella del PCM (1.210 W/(mK) rispetto a 0.949 W/(mK)).

In Figura 8.15 sono rappresentati graficamente i risultati del confronto, riportati anche in Tabella 8.6.

8.3.5 Conclusioni

La conduttività termica del materiale di *grouting* può influenzare sensibilmente l'efficacia dello scambio termico tra sonda e terreno.

Si è visto attraverso simulazioni numeriche che il materiale di riempimento limita lo scambio termico quando la sua conduttività termica è inferiore a quella del terreno; l'incremento del flusso termico risulta inoltre modesto quando i valori della stessa superano di una volta e mezza il valore della conduttività termica del terreno, rendendo quindi poco efficace ogni ulteriore aumento della conduttività termica della malta sigillante.

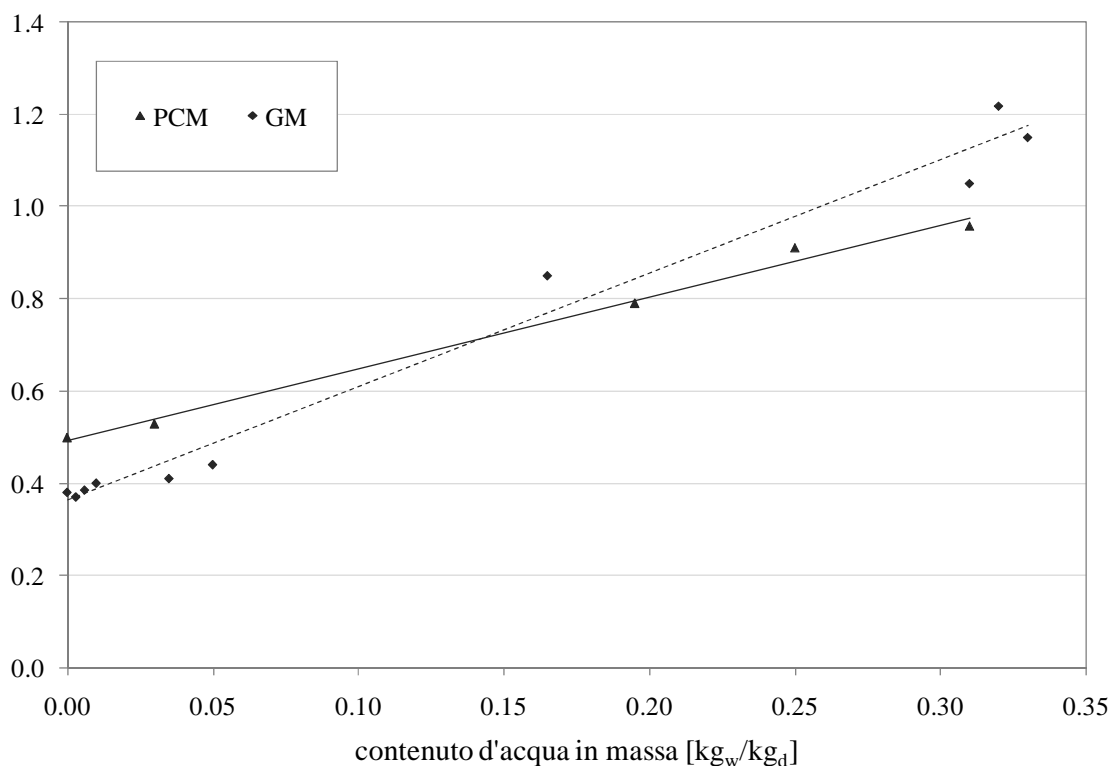


Figura 8.15 Confronto tra conduttività termica del PCM e del GM a diversi contenuti d'acqua.

I materiali analizzati sono di costituzione porosa e, dovendo lavorare nel sottosuolo in presenza di falde acquifere, presenteranno elevati valori di contenuto d'acqua. In ogni caso, il contenuto d'acqua è un fattore variabile nel tempo e dipende dalla presenza di falde acquifere, dall'evaporazione, dalla natura del suolo e dalla differenza di temperatura presenti nel terreno stesso.

I materiali allo studio hanno manifestato un incremento della conduttività termica di due/tre volte il valore del materiale non imbibito. Questo comportamento è da attribuire alla sostituzione dell'aria con l'acqua all'interno dei pori presenti nel materiale.

I valori della conduttività termica dei materiali allo studio e la dipendenza marcata dalle condizioni di imbibizione suggeriscono quindi una maggiore attenzione all'influenza sulla conduttività e diffusività termiche di proprietà delle malte cementizie quali la porosità, l'impermeabilità all'acqua e la composizione, ai fini di preparare miscele idonee ad ottimizzare l'efficienza dell'impianto geotermico.

Tabella 8.6 Misure di conduttività termica per i provini PCM e GM, effettuate con l'apparecchiatura Hot Disk a diversi contenuti d'acqua.

| Provino GM | | Provino PCM | |
|---|--------------------|---|--------------------|
| Contenuto d'acqua [kg _w /kg _d] | λ_M [W/mK] | Contenuto d'acqua [kg _w /kg _d] | λ_M [W/mK] |
| 0 | 0.38 | 0 | 0.5 |
| 0.003 | 0.37 | 0.03 | 0.53 |
| 0.006 | 0.385 | 0.195 | 0.79 |
| 0.01 | 0.4 | 0.25 | 0.91 |
| 0.035 | 0.41 | 0.31 | 0.957 |
| 0.05 | 0.44 | | |
| 0.165 | 0.85 | | |
| 0.31 | 1.05 | | |
| 0.32 | 1.218 | | |
| 0.33 | 1.15 | | |

CAPITOLO 9

PROCEDURA SPERIMENTALE

APPARECCHIATURA A TERMOFLUSSIMETRI HFM

9.1 Introduzione

Le misure di conduttività termica in regime stazionario sono state effettuate su provini di diverso spessore, diverse densità, diversi contenuti di umidità, in modo tale da avere dati sufficienti per poter eseguire la validazione del modello teorico.

Ogni provino è stato sottoposto alla misura dei lati, dello spessore e della massa, prima di proseguire con la valutazione della sua conduttività termica.

9.2 Procedura sperimentale

Di seguito verrà descritta la procedura sperimentale, seguita nel Laboratorio di Fisica Tecnica del Dipartimento di Ingegneria Industriale dell'Università degli Studi di Padova, per la misura dei lati, dello spessore, della massa e della conduttività termica dei provini in esame.

I provini utilizzati nelle prove sperimentali sono realizzati in calcestruzzo aerato autoclavato (AAC) con densità secca pari a 350 kg/m^3 e 450 kg/m^3 , lunghezza e larghezza

0.5 m e spessore 0.06 m e 0.08 m rispettivamente (Appendice B). I campioni, inoltre, sono stati indicati con le sigle 350A, 350B, 350C, 350D, 450A, 450B, 450C, 450C.

9.2.1 Misura della massa del provino

La massa del provino costituisce la misurazione più accurata nella valutazione della densità apparente del campione. La precisione della misura è legata a più fattori: primo fra tutti la sensibilità della bilancia elettronica; in questo caso, trattandosi di pannelli del peso di diversi chilogrammi, si è utilizzata una bilancia dotata di accuratezza 1 g.

9.2.2 Misura dello spessore del provino

Per misurare con accuratezza lo spessore dei provini, si utilizza l'apparecchiatura rappresentata in Figura 9.1. Essa si compone di un piatto metallico delle stesse dimensioni dei provini da misurare. Sui quattro angoli sono posti dei comparatori di risoluzione 0.01 mm.

Una volta collocato il provino sul piano di appoggio, si fa scendere su di esso il piatto metallico; quest'ultimo, appoggiandosi sul provino, esercita su di esso, a causa del proprio peso, una pressione di circa 1000 Pa, la stessa pressione a cui è sottoposto il campione all'interno dell'apparecchiatura a termoflussimetri HFM. Tramite dei blocchetti di riscontro posizionati tra il piano di appoggio e i comparatori, si misurano gli spessori ai quattro angoli. Dalla loro media si ottiene, infine, lo spessore medio del provino.

9.2.3 Misura dei lati del provino

Anche la misura dei lati del provino deve raggiungere un'elevata accuratezza, in modo da ridurre gli errori che si ripercuoterebbero nel calcolo della densità apparente dello stesso. L'apparecchiatura utilizzata per tale scopo è rappresentata in Figura 9.2.

Il campione viene posto su una piastra di supporto (2) portando uno dei suoi bordi a contatto con un regolo fisso, in grado di ruotare solamente intorno al proprio asse (3). Il piano di supporto può traslare verticalmente: in questo modo, il piano medio del provino

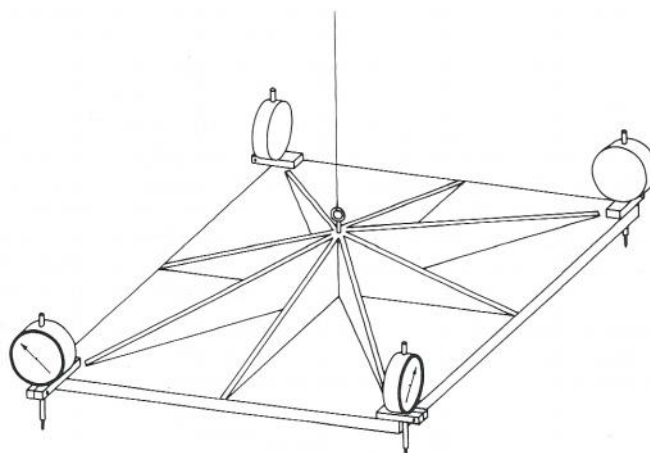


Figura 9.1 Piatto rigido per la determinazione dello spessore del provino, presente nel Laboratorio di Fisica Tecnica dell'Università degli Studi di Padova.

contiene l'asse di rotazione del regolo; quest'ultimo, a sua volta, è dotato di linee di riferimento per facilitare l'operazione di centratura. Un secondo regolo (6) può essere portato a contatto con il bordo opposto del provino. Il regolo è montato su due ruote, (5) e (7), e può spostarsi orizzontalmente: il regolo (6) può, quindi, adattarsi al bordo del campione. Su ogni lato del banco di misura è posto un regolo graduato in millimetri (11) a cui è collegato un nonio (10) con precisione pari a 0.05 mm. I noni sono solidali ad una guida (9) che sostiene due comparatori (8) di accuratezza 0.01 mm. Ciascuno di essi esercita, attraverso la punta, una pressione sul regolo mobile (6), che a sua volta spinge il provino sulla piastra di supporto (2) ad aderire contro il regolo fisso (3). In fase di posizionamento del campione, le aste dei comparatori sono ritratte. Per misurare i lati del provino, si portano i regoli a contatto con i bordi del provino stesso, causando il sollevamento dei pesi (13) in modo che la punta dei comparatori eserciti tutta la pressione sul regolo mobile.

Una volta posizionato il regolo mobile (6), si leggono sui comparatori le due misure relative alla lunghezza dei lati.

A questo punto, il campione viene tolto e riposizionato capovolto in modo che tale che il bordo, che prima era a contatto con il regolo fisso (3), ora sia a contatto con quello mobile

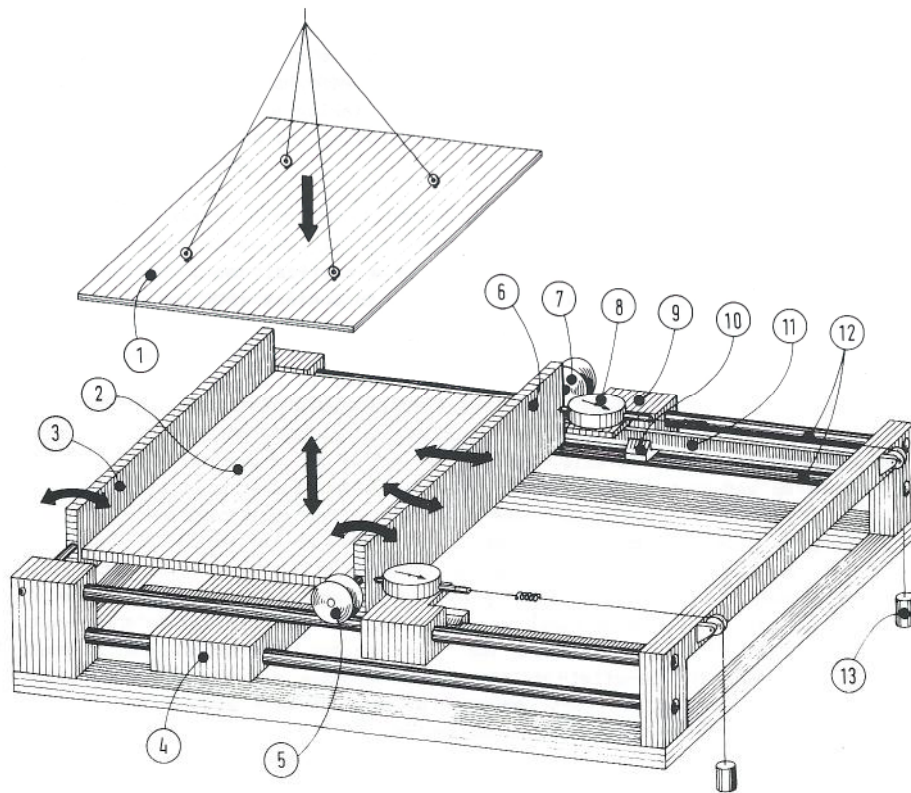


Figura 9.2 Apparecchiatura per la determinazione delle dimensioni dei lati del provino, presente nel Laboratorio di Fisica Tecnica dell'Università degli Studi di Padova.

(6). Si procede, quindi, con la lettura degli altri due lati. La distanza tra i due regoli (cioè la misura del lato) si ottiene dalla media delle quattro misure.

La fase successiva vede il provino nuovamente rimosso e riposizionato nell'apparecchiatura ruotato di 90° sul piano orizzontale rispetto alla posizione iniziale, così che si misuri il secondo lato. Come fatto in precedenza, infine, il campione viene nuovamente capovolto e le misure ripetute: dalla media delle quattro misure si ottiene la dimensione media del secondo lato.

Per definire l'accuratezza con cui sono eseguite le misure dei lati del provino, si devono considerare gli errori legati alla risoluzione dei noni e dei comparatori e quelli legati alla planarità dei regoli; bisogna, inoltre, valutare la riproducibilità delle operazioni eseguite dall'operatore. Tenuto conto di questi fattori, si può stimare che le misure siano affette da un errore massimo pari allo 0.05%.



Figura 9.3 Camera Climatica presente nel Laboratorio di Fisica Tecnica dell'Università degli Studi di Padova.

9.2.4 Preparazione del provino

Nella prima fase dello studio, si è utilizzata la camera climatica, presente nel Laboratorio di Fisica Tecnica dell'Università degli Studi di Padova (Figura 6.3), per condizionare i provini alla temperatura costante $T = 20^{\circ}\text{C}$ e a diversi contenuti di umidità relativa RH . La camera climatica ha lo scopo di mantenere costante la temperatura e l'umidità relativa dell'aria; quest'ultima, per tutti i provini in esame, è stata fissata, di volta in volta, su valori pari al 50%, 80%, 91% e 98%.

Ogni due giorni i provini sono stati pesati e si sono considerate raggiunte le condizioni di equilibrio quando la differenza tra due pesate successive è risultata inferiore all'1% della massa del provino in esame.

Al termine del condizionamento, una volta raggiunto l'equilibrio con le condizioni imposte e come previsto dalla norma ISO 10051 [14], i provini sono stati sottoposti alle operazioni di misurazione (massa, spigoli, spessore) e racchiusi entro buste termosaldate impermeabili al

vapor d'acqua in modo da mantenere costante il loro contenuto di umidità e, successivamente, introdotti nell'apparecchiatura a termoflussimetri per la misura della conduttività termica.

Le buste sono costituite da fogli di polietilene spessi 0.1 mm che garantiscono un passaggio di umidità inferiore a $0.01 \text{ kg}/(\text{m}^3 \text{ h})$.

Nella seconda fase della sperimentazione, terminato il ciclo di prove con i vari contenuti di umidità, al fine di determinare la conduttività termica del materiale secco λ_d , si è proceduto ad essiccare i provini nella stufa ventilata, situata nello stesso Laboratorio dell'Università degli Studi di Padova, alla temperatura di $103 \pm 2 \text{ }^\circ\text{C}$ (come richiesto dalla UNI EN 13183-1) [45]. Al termine del processo di essiccazione, i provini sono stati nuovamente sottoposti alle operazioni di misurazione (massa, spigoli, spessore), imbustati ed introdotti nell'apparecchiatura a termoflussimetri per essere sottoposti a misura di conduttività termica.

Tutte le misure di conduttività termica sono state effettuate imponendo:

- temperatura media, tra le due piastre (calda e fredda) dell'apparecchiatura HFM, $T_m = 10^\circ\text{C}$;
- differenza di temperatura tra le due piastre $\Delta T = 10^\circ\text{C}$;
- pressione totale p_g uguale alla pressione atmosferica standard ($p_g = 101325 \text{ kPa}$).

9.3 Isoterme di equilibrio

Le isoterme di equilibrio sono state ottenute condizionando i provini di AAC in camera climatica con temperatura costante $T = 20^\circ\text{C}$ e diversi valori di umidità relativa (50%, 80%, 91% e 98%). Ogni due giorni i provini sono stati pesati e si sono considerate raggiunte le condizioni di equilibrio quando la differenza tra due pesate successive è risultata inferiore all'1%.

Il contenuto di umidità in massa su base secca u [kg/kg_d] e quello in massa per unità di volume w [kg/m^3] possono essere espressi nel modo seguente:

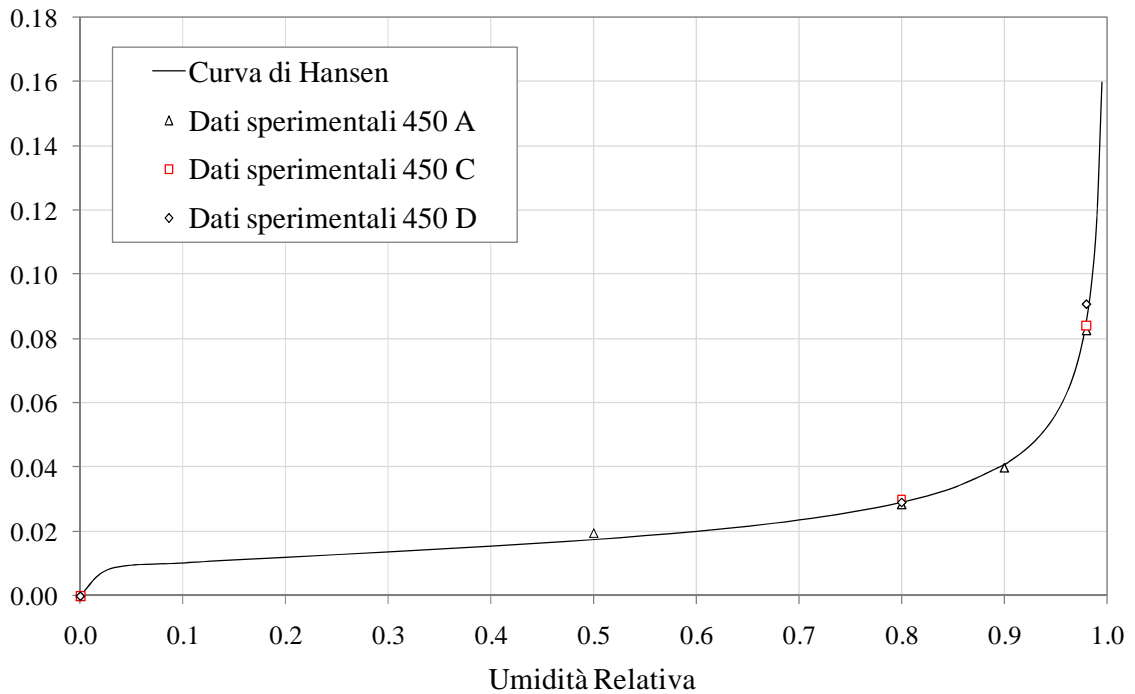


Figura 9.4 Confronto tra dati sperimentali e valori calcolati secondo il modello di Hansen dell'isoterma di equilibrio per AAC 450.

$$u = \frac{m - m_d}{m_d} \quad (9.1)$$

$$w = \frac{m - m_d}{m_d} \rho_d \quad (9.2)$$

dove m è la massa del provino umido, m_d e ρ_d sono la massa e la densità del provino in condizioni secche.

Tramite l'Equazione 3.34, si sono messi in relazione i contenuti di umidità u con l'umidità relativa RH ; i coefficienti A , B ed n , presenti nella medesima Equazione 3.34, sono stati determinati interpolando ai minimi quadrati i dati sperimentali.

Le Figure 9.4 e 9.5 mostrano il confronto tra i dati sperimentali e la curva teorica del modello di Hansen per i provini AAC 450 ed AAC 350.

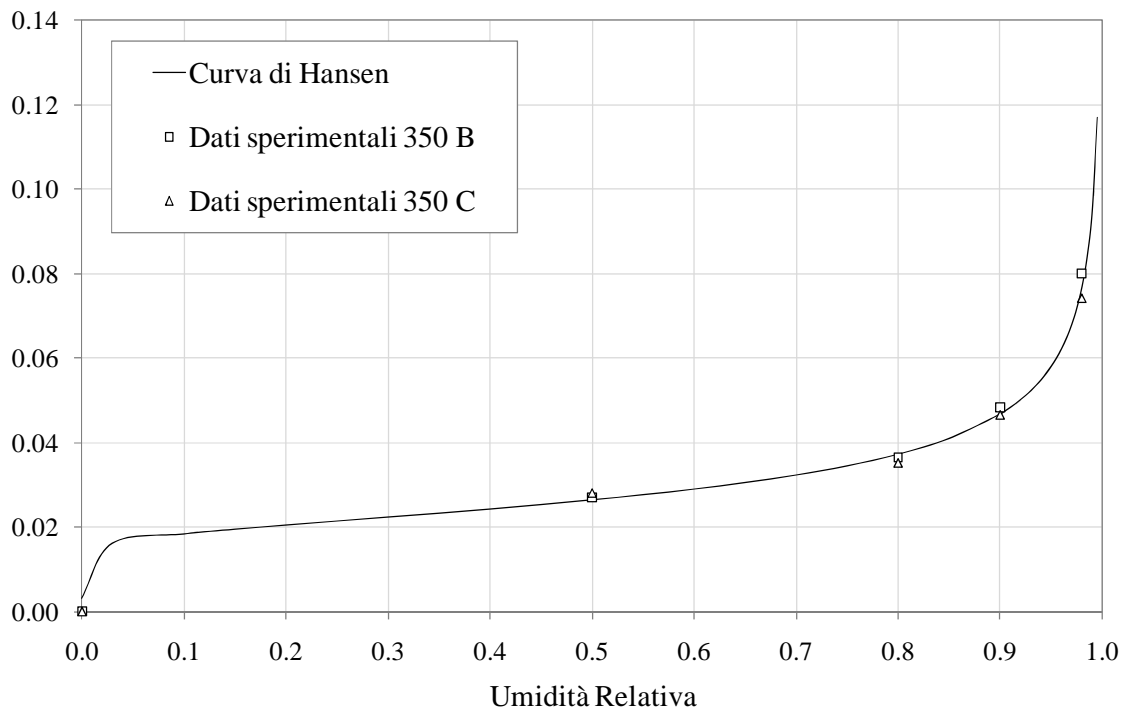


Figura 9.5 Confronto tra dati sperimentali e valori calcolati secondo il modello di Hansen dell'isoterma di equilibrio per AAC 350.

9.4 Misure di conduttività termica

Per le misure di conduttività termica, si è utilizzata l'apparecchiatura HFM a configurazione orizzontale di tipo simmetrico a due termoflussimetri e singolo provino, le cui facce si trovano in contatto con due piastre isoterme: la piastra calda (inferiore) e la piastra fredda (superiore). Il valore di conduttività termica viene determinato utilizzando la media dei flussi registrati dai due flussimetri.

Tutte le misure sono state effettuate alla temperatura media $T_m = 10^\circ\text{C}$ e con differenza di temperatura $\Delta T = 10^\circ\text{C}$ (sulla piastra calda la temperatura è stata impostata a $T = 15^\circ\text{C}$, sul lato freddo la temperatura è $T = 5^\circ\text{C}$).

In Figura 9.6 sono riportate le conduttività termiche determinate per i singoli provini con i valori di flusso termico registrati a regime stazionario in funzione del contenuto di umidità (corrispondente all'equilibrio in camera climatica con aria a temperatura 20°C e umidità relative 80%, 91% e 98%).

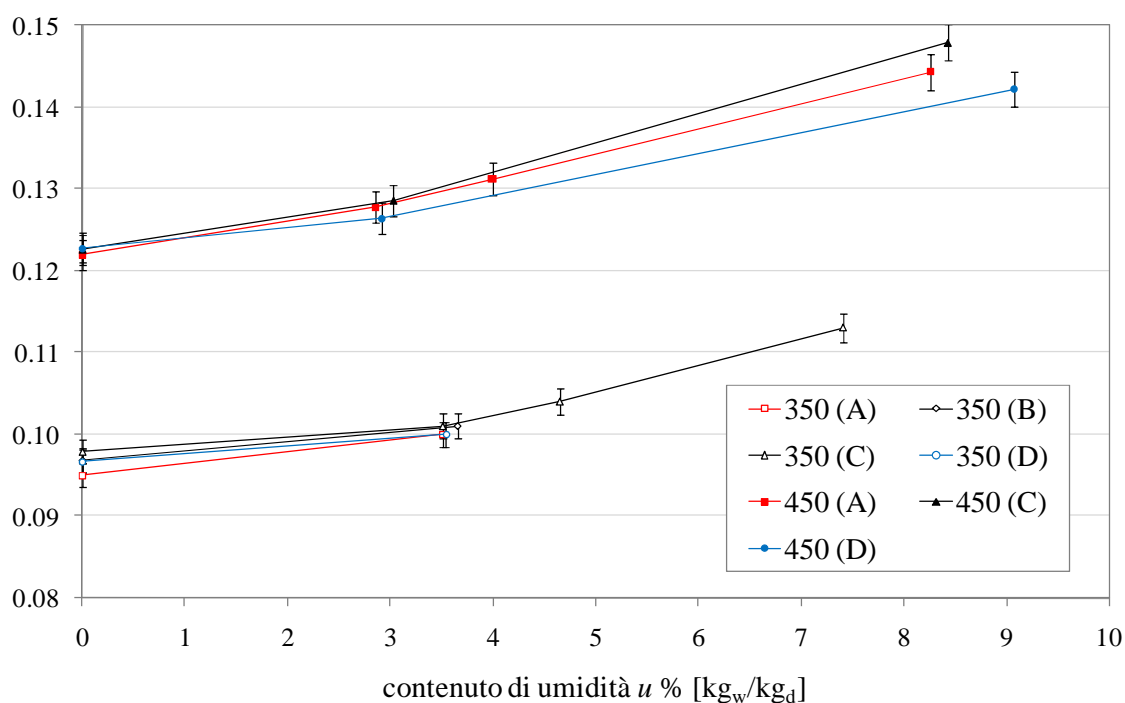


Figura 9.6 Valori di conduttività termica per AAC 450 e AAC 350 in funzione del contenuto di umidità.

La figura rivela l'andamento crescente della conduttività termica rispetto al contenuto di umidità: è possibile visualizzare una pendenza più ripida della curva per contenuti di umidità superiori al 3% circa. Questo comportamento, come discusso successivamente, è dovuto al contributo del flusso termico latente, che risulta essere non trascurabile a causa dei cambiamenti di fase che si attuano ai più alti contenuti di umidità.

I risultati delle misure sperimentali sono riportati in Tabella 9.1.

Nelle Figure 9.7 e 9.8 viene riportata la variazione della conduttività termica registrata dall'apparecchiatura HFM in funzione del tempo per provini secchi e condizionati all'equilibrio con tre diversi valori di umidità relativa (80%, 90% e 98%).

Il tempo richiesto per il raggiungimento delle condizioni stazionarie aumenta all'aumentare del contenuto di umidità: da 7h, per i provini in condizioni secche, fino a circa 20 giorni per i provini di AAC 450 condizionati in camera climatica con $T = 20^{\circ}\text{C}$ ed $RH = 98\%$.

Si può notare che la conduttività termica misurata quando l'umidità sta migrando è maggiore rispetto al valore ottenuto a regime stazionario.

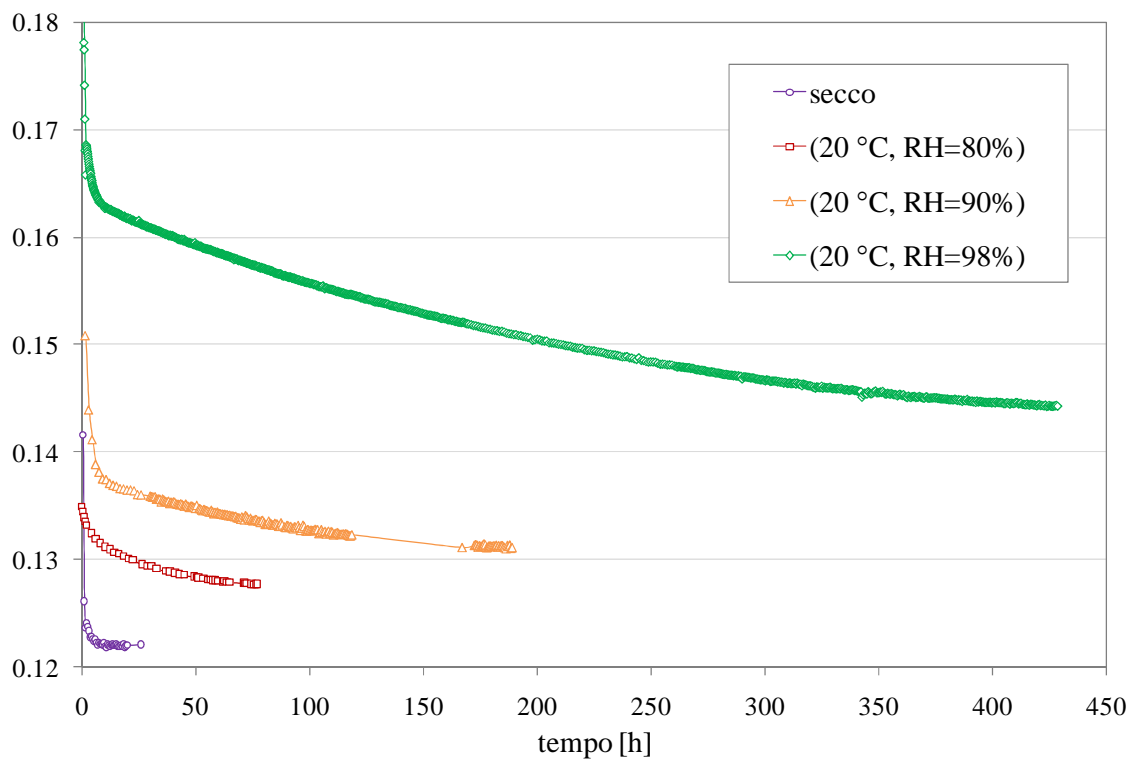


Figura 9.7 Valori sperimentali di conduttività termica in funzione del tempo per diversi contenuti di umidità per AAC 450.

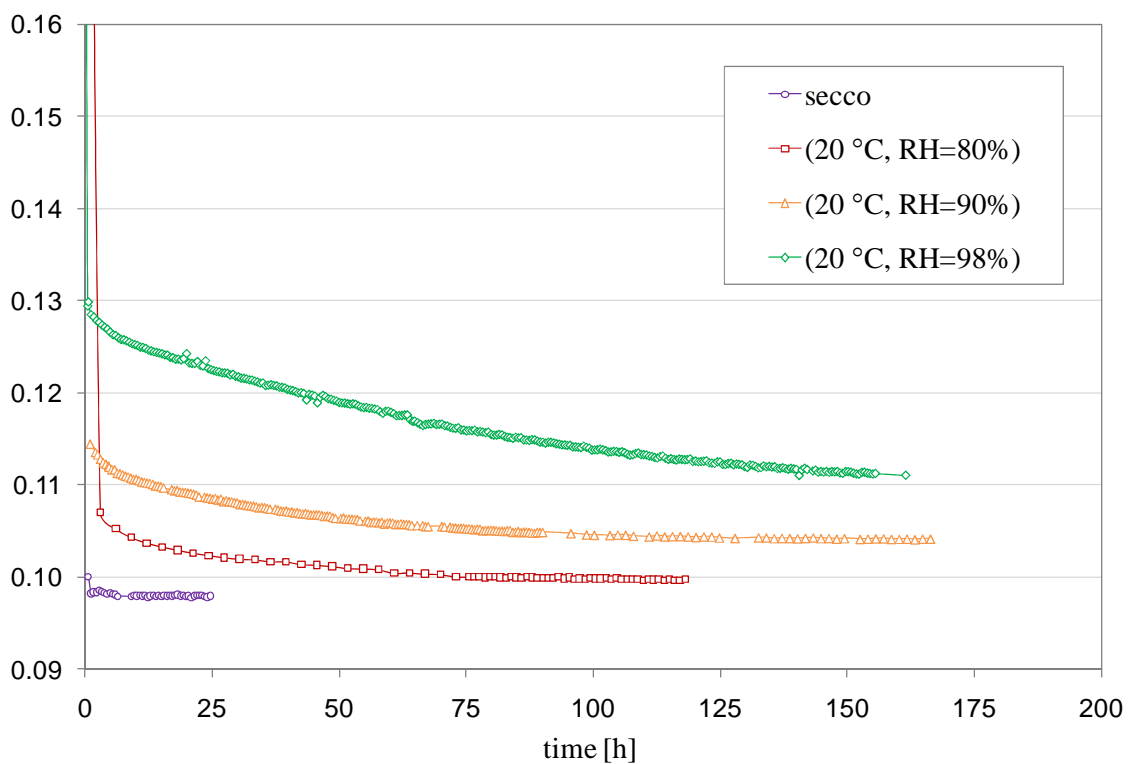


Figura 9.8 Valori sperimentali di conduttività termica in funzione del tempo per diversi contenuti di umidità per AAC 350.

Tabella 9.1 Risultati delle misure sperimentali.

| provino | spessore | densità | condizionamento | contenuto di umidità | temperatura media | differenza di temperatura | conduttività termica |
|---------|----------|----------------------|-----------------|-------------------------------------|-------------------|---------------------------|----------------------|
| | s | ρ | | $u \%$ | T_m | ΔT | λ |
| | [m] | [kg/m ³] | | [kg _w /kg _d] | [°C] | [°C] | [W/(m K)] |
| 350 (A) | 0.0600 | 349.20 | dry (103°C) | 0.00 | 10.11 | 10.20 | 0.0950 |
| 350 (A) | 0.0600 | 361.44 | (20°C, 80%) | 3.51 | 9.94 | 10.07 | 0.1000 |
| 350 (B) | 0.0602 | 348.92 | dry (103°C) | 0.00 | 10.08 | 10.01 | 0.0968 |
| 350 (B) | 0.0602 | 361.65 | (20°C, 80%) | 3.65 | 9.98 | 9.65 | 0.1003 |
| 350 (C) | 0.0598 | 352.56 | dry (103°C) | 0.00 | 10.07 | 9.71 | 0.0979 |
| 350 (C) | 0.0598 | 364.95 | (20°C, 80%) | 3.51 | 9.94 | 9.67 | 0.1013 |
| 350 (C) | 0.0598 | 368.95 | (20°C, 90%) | 4.65 | 9.97 | 9.59 | 0.1041 |
| 350 (C) | 0.0598 | 378.67 | (20°C, 98%) | 7.41 | 9.93 | 9.78 | 0.1113 |
| 350 (D) | 0.0601 | 346.72 | dry (103°C) | 0.00 | 9.97 | 9.34 | 0.0967 |
| 350 (D) | 0.0601 | 358.99 | (20°C, 80%) | 3.54 | 9.92 | 9.72 | 0.1000 |
| 450 (A) | 0.0802 | 453.26 | dry (103°C) | 0.00 | 9.97 | 10.06 | 0.1220 |
| 450 (A) | 0.0802 | 466.18 | (20°C, 80%) | 2.85 | 9.99 | 9.79 | 0.1278 |
| 450 (A) | 0.0802 | 471.34 | (20°C, 90%) | 3.99 | 10.09 | 10.31 | 0.1312 |
| 450 (A) | 0.0802 | 490.72 | (20°C, 98%) | 8.26 | 10.04 | 9.58 | 0.1443 |
| 450 (C) | 0.0802 | 453.45 | dry (103°C) | 0.00 | 9.96 | 10.01 | 0.1226 |
| 450 (C) | 0.0802 | 467.20 | (20°C, 80%) | 3.03 | 9.99 | 9.68 | 0.1286 |
| 450 (C) | 0.0802 | 491.67 | (20°C, 98%) | 8.43 | 9.96 | 9.65 | 0.1479 |
| 450 (D) | 0.0709 | 454.01 | dry (103°C) | 0.00 | 9.97 | 10.01 | 0.1228 |
| 450 (D) | 0.0709 | 467.22 | (20°C, 80%) | 2.91 | 9.99 | 9.68 | 0.1264 |
| 450 (D) | 0.0709 | 495.17 | (20°C, 98%) | 9.07 | 10.02 | 9.47 | 0.1412 |

CAPITOLO 10

SIMULAZIONI NUMERICHE (HMTra) ED ANALISI DEI DATI SPERIMENTALI (HFM)

10.1 Introduzione

Le equazioni differenziali che governano il trasporto simultaneo di calore e di massa sono state risolte utilizzando il codice di calcolo agli elementi finiti HMTra sviluppato presso il Dipartimento di Fisica Tecnica dell'Università di Padova [46-47]. In questo codice, le equazioni di conservazione, le condizioni al contorno e le altre relazioni, che regolano il fenomeno del trasporto di calore e di massa nei mezzi porosi umidi, sono discretizzate nello spazio attraverso il metodo degli elementi finiti e la discretizzazione temporale è effettuata alle differenze finite con schema completamente implicito.

Il codice richiede in ingresso la geometria del sistema, le condizioni iniziali e le condizioni al contorno; esso, inoltre, usa, come variabili dipendenti del mezzo, la pressione del gas p_g , la pressione capillare p_c e la temperatura T . Le condizioni al contorno da imporre riguardano la temperatura sulle due superfici estreme, il flusso termico imposto sulle superfici laterali (sistema dal contorno adiabatico), i flussi di massa sull'intero contorno del provino (contorno impermeabile). Il modello richiede, in aggiunta, le equazioni costitutive del materiale.

Il sistema di equazioni non-lineari completamente accoppiate risultante dalla procedura di discretizzazione è stato risolto usando lo schema di Newton Raphson.

10.2 Modifica apportata al modello di calcolo HMTra

Per il caso in esame, si è dimostrato necessario apportare una modifica all'espressione che viene utilizzata dal codice di calcolo HMTra per descrivere l'andamento del coefficiente di diffusione efficace D_{eff} .

L'espressione che meglio descrive il comportamento del fenomeno diffusivo all'interno del materiale oggetto dello studio (calcestruzzo aerato autoclavato) risulta essere:

$$D_{eff} = \xi D_a tort \frac{M_w M_a}{R} (1 - S) \left(D_1 + D_2 e^{D_3 B_2 \left(1 - \left(\frac{S}{B_1} \right)^{-B_3} \right)} \right) \quad (10.1)$$

dove

ξ è la porosità;

D_a è il coefficiente di diffusività termica del vapore in aria e vale $2.58 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$;

$tort$ è la tortuosità (termine che tiene conto della forma delle porosità presenti all'interno del provino);

M_w è la massa molare del vapor d'acqua e vale 18.015 kg/mol;

M_a è la massa molare dell'aria secca e vale 28.964 kg/mol;

R è la costante universale dei gas e vale 8314.41 J/(mol K);

S è la saturazione.

I coefficienti numerici valgono rispettivamente:

$$D_1 = 0.293$$

$$D_2 = 1.130$$

$$D_3 = 20.273$$

$$B_2 = 0.123 \cdot 10^{-3}$$

$$B_3 = 2.211$$

Il coefficiente B_I è rappresentato dall'espressione:

$$B_1 = C_1 \rho_s \frac{1-\xi}{\xi \rho_w} \quad (10.2)$$

con

ρ_s densità matrice solida;

ρ_w densità dell'acqua e vale 1000 kg/m^3 ;

$$C_I = 1.044.$$

10.3 Simulazioni numeriche

Si sono effettuate varie simulazioni numeriche utilizzando il codice di calcolo HMTra su provini di calcestruzzo aerato autoclavato, di densità secca 350 kg/m^3 e 450 kg/m^3 , con vari contenuti di umidità, per determinare il profilo del contenuto di umidità ed il flusso termico dovuto al movimento dell'umidità durante le misure di conduttività termica.

I calcoli sono stati effettuati con i contenuti di umidità, corrispondenti all'equilibrio con aria alla temperatura $T = 20^\circ\text{C}$ e umidità relative rispettivamente 80%, 90% e 98%.

Le simulazioni numeriche sono state effettuate con il coefficiente $a = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \text{ W} / (\text{kg K})$, valore ottenuto dalle misure sui provini secchi e con contenuti di umidità di equilibrio con aria a $T = 20^\circ\text{C}$ ed $RH = 80\%$, dove è possibile ammettere trascurabile la redistribuzione di umidità e assente il movimento di liquido (si considera perciò trascurabile il termine $\rho_v v_v (h_v - h_l)$).

Nelle Figure 10.1, 10.2, 10.3, 10.4 sono rappresentati i confronti tra i dati sperimentali e quelli ottenuti attraverso l'applicazione del modello HMTra per diversi valori del coefficiente di tortuosità *tort*.

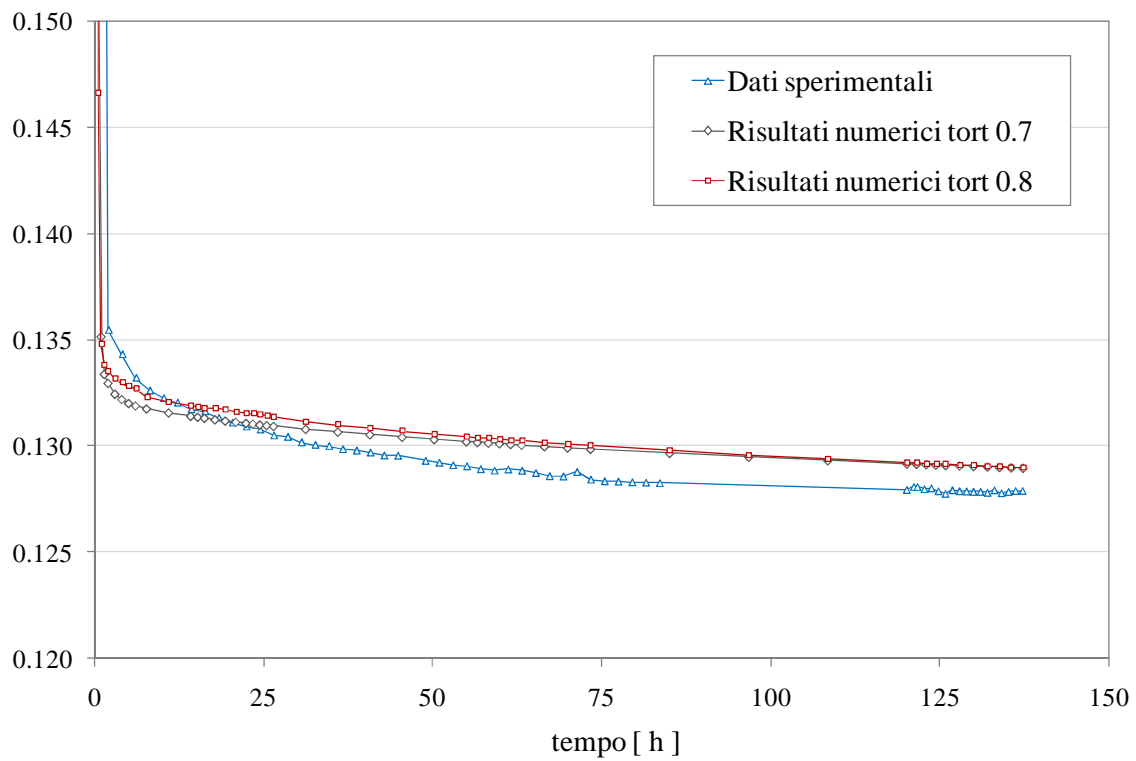


Figura 10.1 Confronto tra i valori di conduttività termica ottenuti sperimentalmente e computazionalmente per AAC 450 con $w = 13.21 \text{ kg/m}^3$ ($T = 20^\circ\text{C}$, $RH = 0.80$).

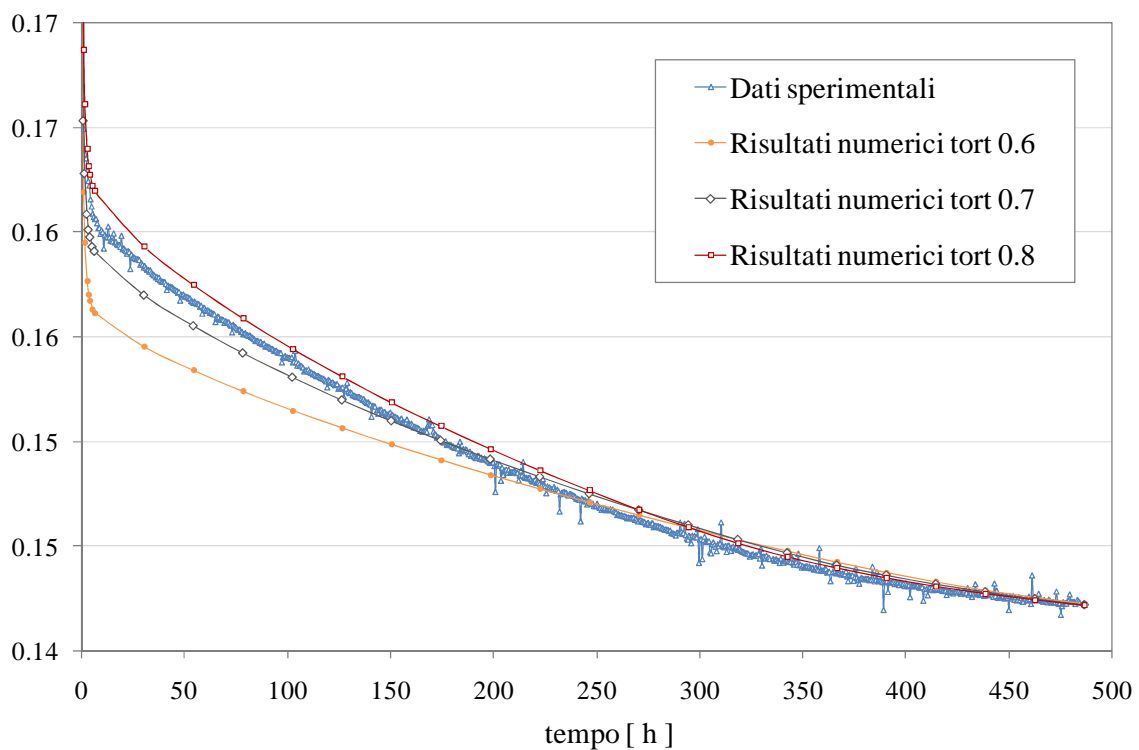


Figura 10.2 Confronto tra i valori di conduttività termica ottenuti sperimentalmente e computazionalmente per AAC 450 con $w = 41.16 \text{ kg/m}^3$ ($T = 20^\circ\text{C}$, $RH = 0.98$).

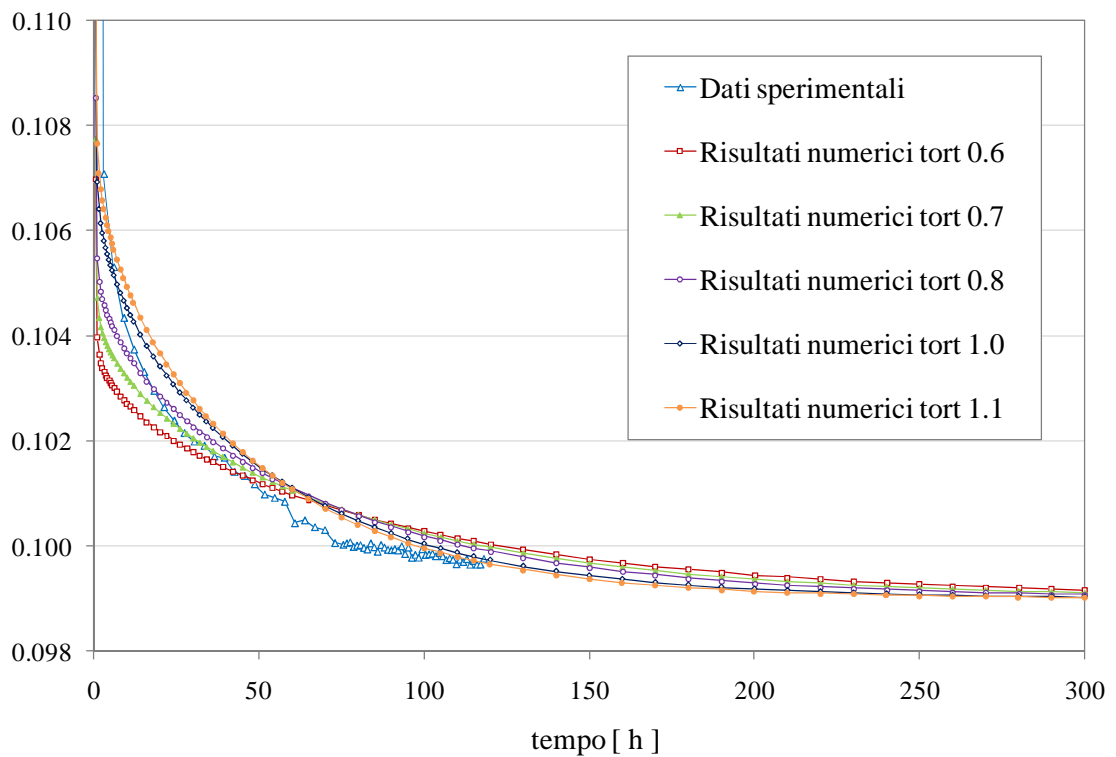


Figura 10.3 Confronto tra i valori di conduttività termica ottenuti sperimentalmente e computazionalmente per AAC 350 con $w = 12.39 \text{ kg/m}^3$ ($T = 20^\circ\text{C}$, $RH = 0.80$).

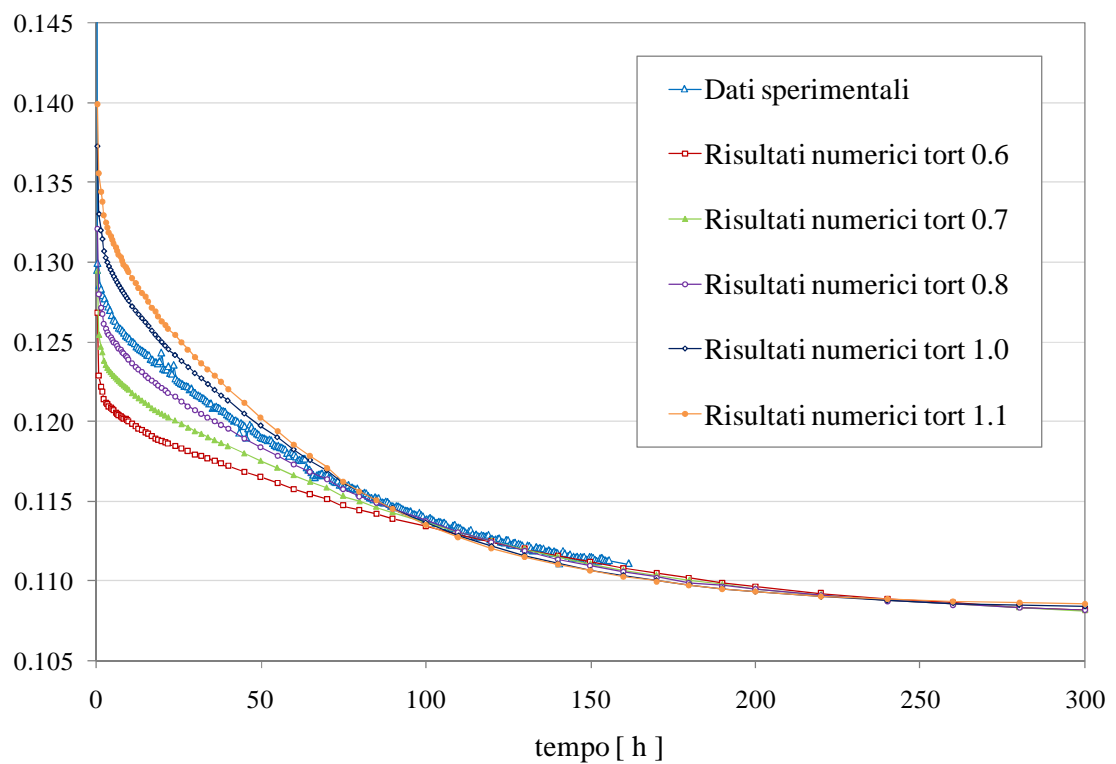


Figura 10.4 Confronto tra i valori di conduttività termica ottenuti sperimentalmente e computazionalmente per AAC 350 con $w = 26.11 \text{ kg/m}^3$ ($T = 20^\circ\text{C}$, $RH = 0.98$).

Si può notare come il miglior accordo con i dati misurati si abbia con valori della tortuosità $tort = 0.7$. Nel caso di provini condizionati alle condizioni $T = 20^{\circ}\text{C}$ ed $RH = 80\%$, i dati sperimentali hanno una più “morbida” transizione tra la fase iniziale, dove il fenomeno è regolato da capacità termica e conduttività termica e la seconda fase in cui il fenomeno è governato anche dagli scambi termici latenti indotti dal movimento dell’umidità (meccanismo che si attua in modo più lento). Tale fenomeno è dovuto principalmente al tipo di equazione costitutiva scelta per il coefficiente di diffusione efficace D_{eff} . Infatti, per questi contenuti di umidità (al di sotto del campo igroscopico), D_{eff} risulta essere il parametro che governa il trasporto di umidità.

Sfortunatamente i dati sperimentali reperibili in letteratura sono scarsi e a volte appaiono contraddittori, soprattutto per quanto riguarda il coefficiente di tortuosità [48].

10.4 Profili di umidità

I risultati delle simulazioni numeriche sono stati utilizzati per valutare i profili di umidità che si sviluppano durante le prove di conduttività termica.

Nelle Figure 10.5, 10.6, 10.7, 10.8 sono riportate le distribuzioni di umidità in funzione del tempo trascorso dall’inizio della prova. Si può notare come, durante la misura, l’umidità presente all’interno del provino migri dalla zona più calda verso quella più fredda. Questa migrazione porta ad una redistribuzione dell’umidità con conseguente formazione, una volta raggiunto il regime stazionario, di una zona quasi asciutta in vicinanza del lato caldo ed un accumulo di umidità nella zona adiacente al lato freddo. Le Figure 10.5 e 10.7 si riferiscono alle prove di conduttività termica sul provino in equilibrio con aria a $T = 20^{\circ}\text{C}$ ed $RH = 80\%$.

Le Figure 10.6 e 10.8 si riferiscono alla prove di conduttività termica sul provino con contenuto di umidità più alto, relativo all’equilibrio con aria a $T = 20^{\circ}\text{C}$ ed $RH = 98\%$. In questi casi, ad un certo istante, in prossimità del lato freddo, si verifica il superamento del valore della saturazione irriducibile S_{irr} e si manifesta, di conseguenza, il movimento di umidità in fase liquida.

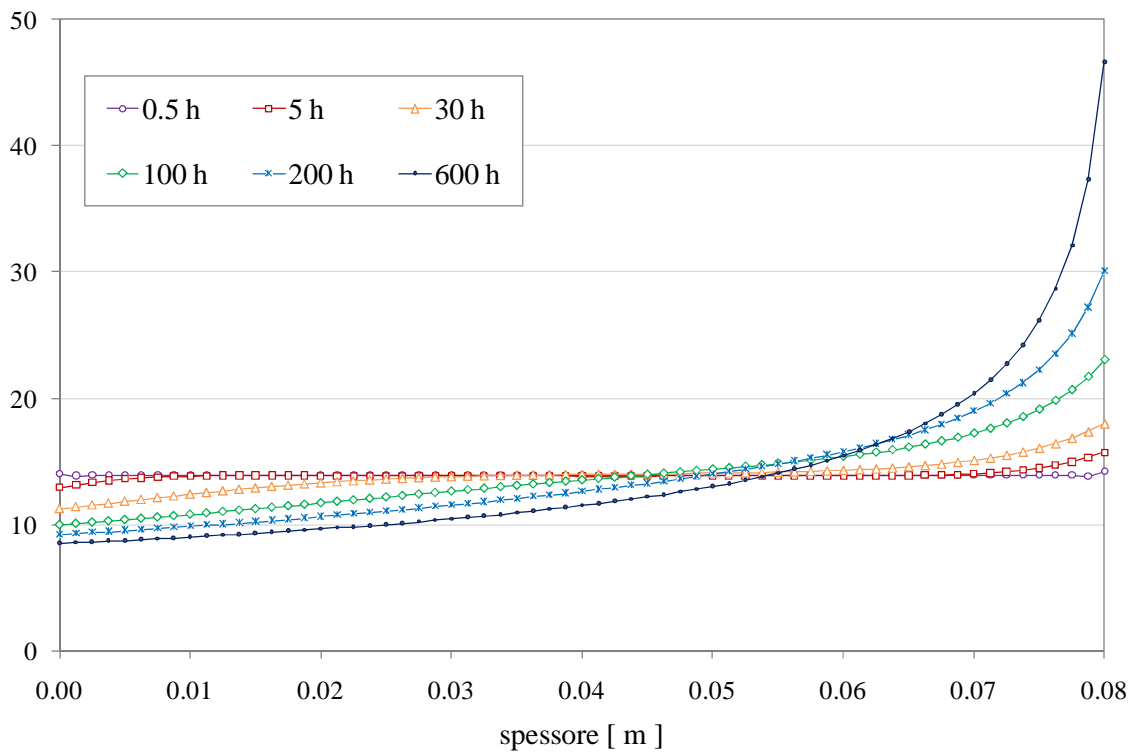


Figura 10.5 Ridistribuzione dell'umidità durante la prova di conduttività termica per AAC 450 con $w = 13.21 \text{ kg/m}^3$ ($T = 20^\circ\text{C}$, $RH = 0.80$).

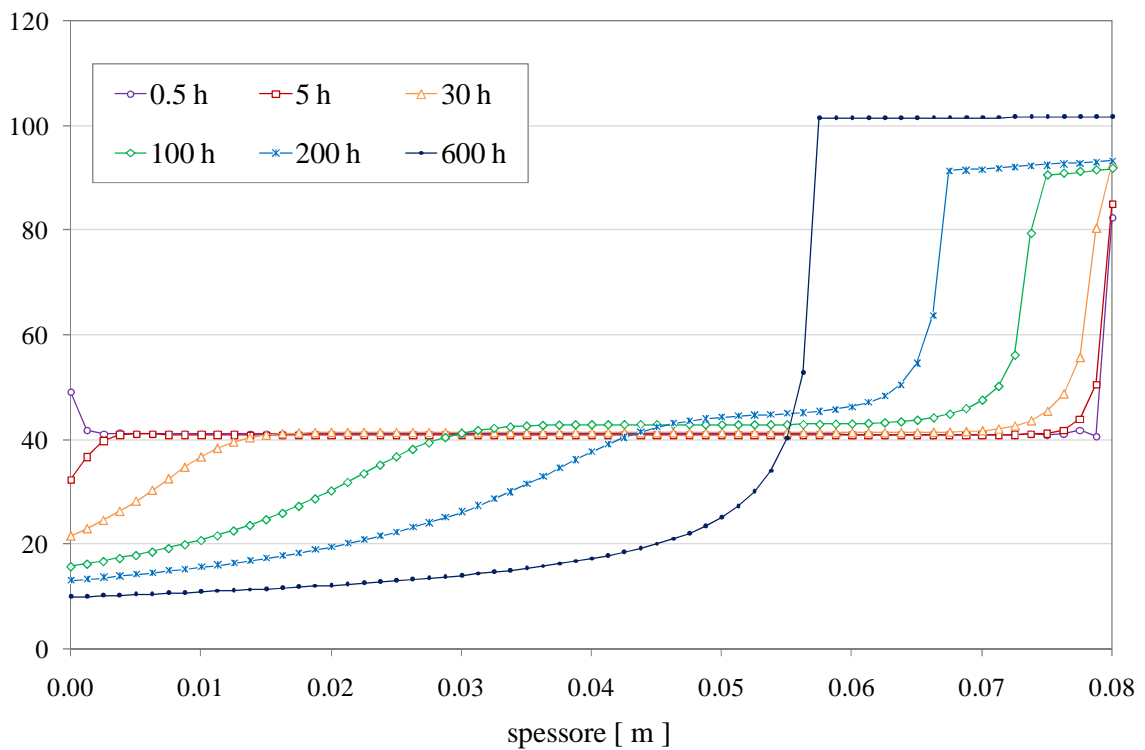


Figura 10.6 Ridistribuzione dell'umidità durante la prova di conduttività termica per AAC 450 con $w = 41.16 \text{ kg/m}^3$ ($T = 20^\circ\text{C}$, $RH = 0.98$).

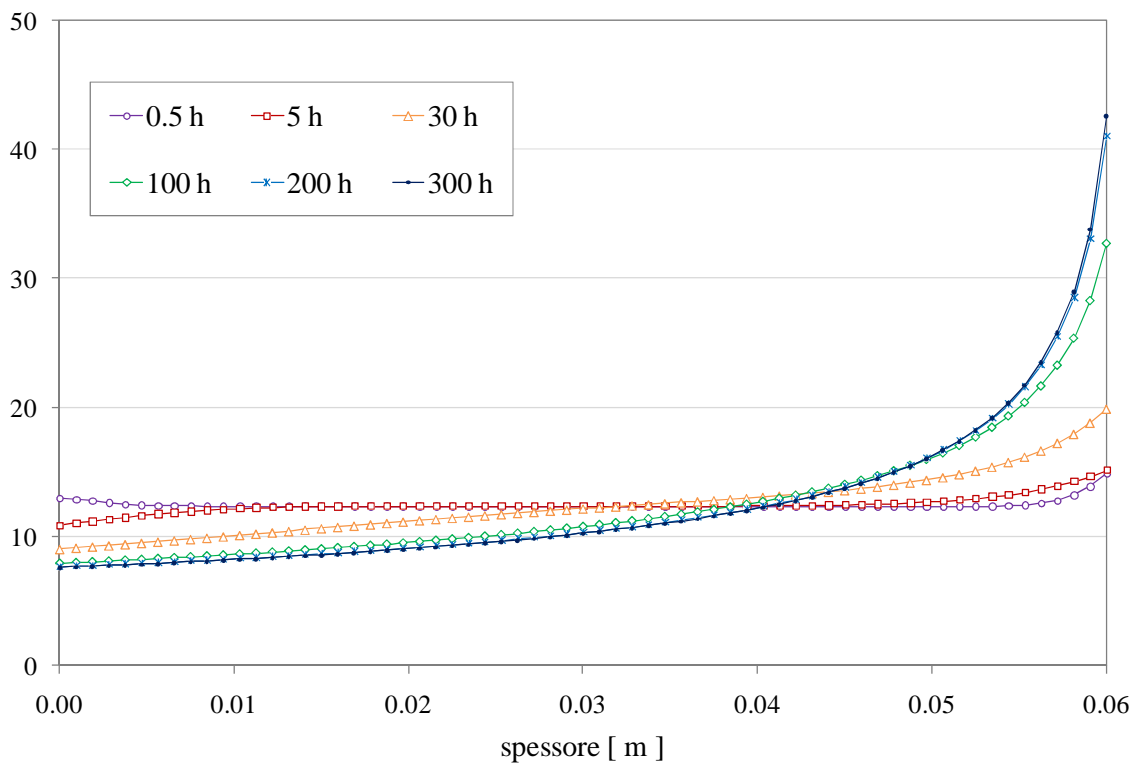


Figura 10.7 Ridistribuzione dell'umidità durante la prova di conduttività termica per AAC 350 con $w = 12.39 \text{ kg/m}^3$ ($T = 20^\circ\text{C}$, $RH = 0.80$).

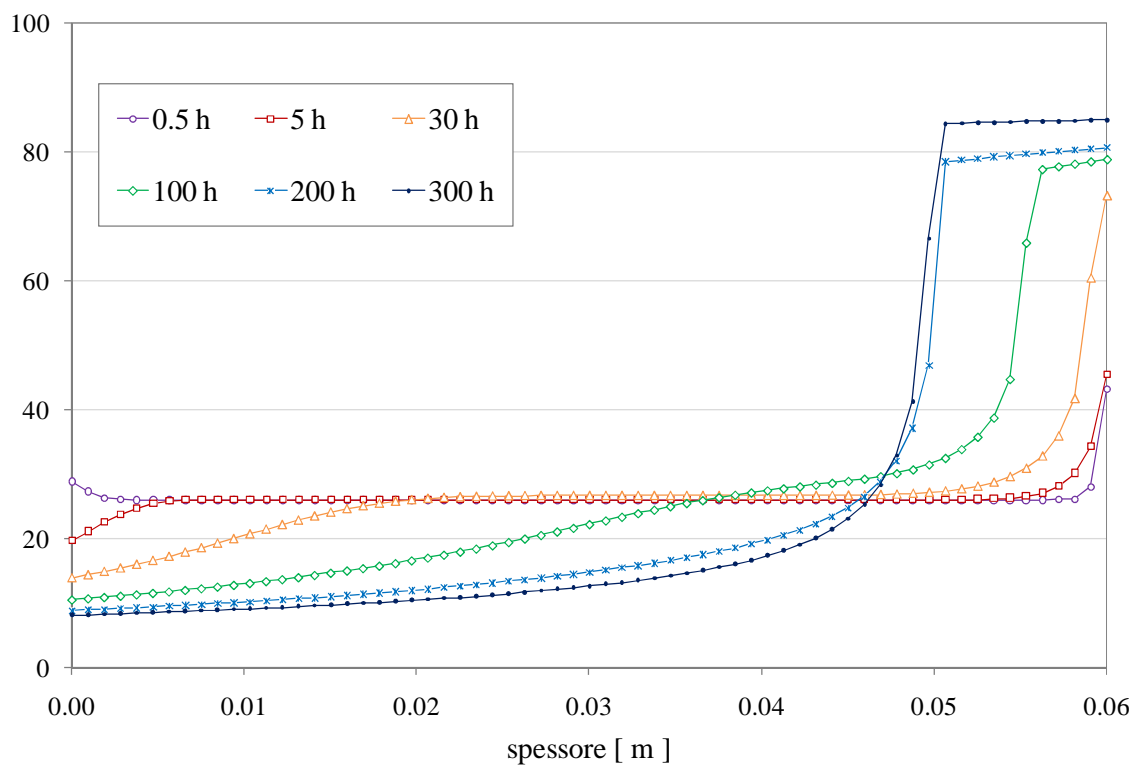


Figura 10.8 Ridistribuzione dell'umidità durante la prova di conduttività termica per AAC 350 con $w = 26.11 \text{ kg/m}^3$ ($T = 20^\circ\text{C}$, $RH = 0.98$).

E' significativo evidenziare, nella fase iniziale delle prove, i repentini cambiamenti di pendenza delle curve viola, che rappresentano la distribuzione dell'umidità all'interno del provino dopo 0.5 h. Questo comportamento può essere così spiegato: il provino, condizionato alla temperatura $T = 20^{\circ}\text{C}$, è improvvisamente soggetto, quando viene inserito nell'apparecchiatura HFM, ad uno sbalzo di temperatura sulle superfici esterne a contatto con la piastra calda (15°C) e con la piastra fredda (5°C) dell'apparato HFM. Conseguentemente, si verifica una breve fase iniziale in cui il gradiente di temperatura nel campione (Figura 10.9) induce flussi di vapore rivolti sia verso il lato caldo che verso quello freddo, provocando un aumento del contenuto di umidità su entrambi i lati (Figura 10.5, 10.6, 10.7, 10.8). Il gradiente di temperatura, dopo 1 h di prova, diventa negativo in ogni punto del campione, provocando un flusso di vapore diretto solamente verso il lato freddo; per questo motivo il lato caldo comincia ad asciugare.

Una volta raggiunto il regime stazionario, si stabilisce una zona a contatto con il lato freddo, estesa circa 0.025 m per il provino AAC 450 e circa 0.01 m per il provino AAC 350, in cui il flusso di vapore verso il medesimo lato è bilanciato dal flusso di liquido diretto nel verso opposto. In queste situazioni operative, per la corretta valutazione della conduttività termica è indispensabile considerare la redistribuzione di umidità e scorporare dal flusso misurato dal termoflussimetro il termine $\rho_v v_v \Delta h_{vap}$ dovuto al movimento dell'umidità (non più trascurabile).

10.5 Errori dovuti al flusso termico latente e alla redistribuzione dell'umidità

I risultati delle simulazioni numeriche sono stati utilizzati per determinare l'entità degli errori dovuti al flusso termico latente e alla redistribuzione dell'umidità.

La conduttività termica misurata dall'apparecchiatura HFM al tempo t è:

$$\lambda(t) = \frac{q_m(t) L}{\Delta T} \quad (10.3)$$

dove q_m è il flusso termico medio dei due termoflussimetri ed L è lo spessore del provino.

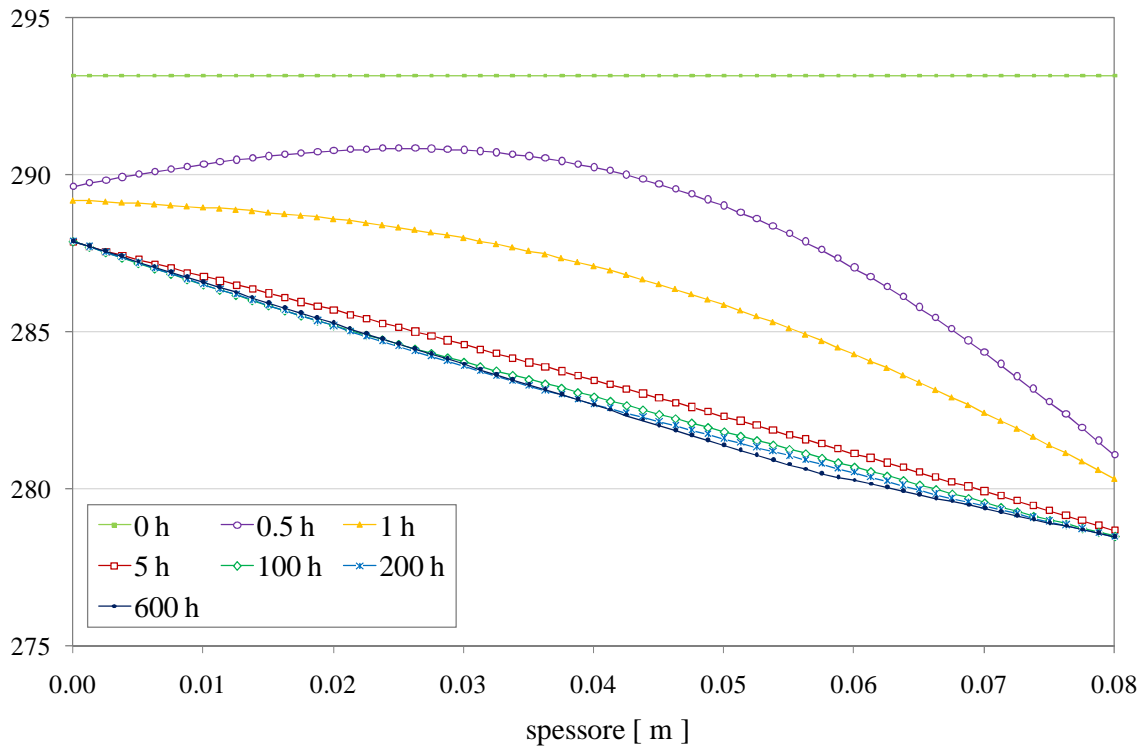


Figura 10.8 Gradiente di temperatura all'interno del provino durante le misure di conduttività termica per AAC 450 con $w = 41.16 \text{ kg/m}^3$ ($T = 20^\circ\text{C}$, $RH = 0.98$).

La conduttività termica “vera” λ_w è definita come il valore misurato su un provino umido quando l’umidità è uniformemente distribuita ed è assente il trasporto di massa [14, 46-49].

Si può allora definire l’errore totale E_{tot} dovuto alla redistribuzione dell’umidità ed ai cambiamenti di fase come:

$$E_{tot}(t) = \frac{\lambda(t) - \lambda_w}{\lambda_w} \tag{10.4}$$

dove λ_w è la conduttività termica “vera” con il contenuto di umidità w .

Si definisce l’errore dovuto alla non uniforme distribuzione dell’umidità E_I come:

$$E_1(t) = \frac{L/R^*(t) - L/R}{L/R} = \frac{L/R^*(t) - \lambda_w}{\lambda_w} \quad (10.5)$$

dove:

$R = L/\lambda_w$ è la resistenza termica specifica con l'umidità uniformemente distribuita nel provino;

$R^*(t) = \int_0^l dx / (\lambda_d + a w(x))$ è la resistenza termica specifica del provino con la distribuzione di

umidità $w(x)$ al tempo t .

È possibile anche definire l'errore dovuto al flusso termico latente indotto dai cambiamenti di fase come:

$$E_2(t) = \frac{\lambda(t) - L/R^*(t)}{L/R^*(t)} \quad (10.6)$$

Nelle Figure 10.9, 10.10, 10.11, 10.12 viene riportato lo sviluppo nel tempo degli errori a partire dall'inizio della prova.

Si evidenzia che l'errore dovuto ai cambiamenti di fase è rilevante nella fase iniziale per poi decrescere con il procedere della prova.

L'errore dovuto alla non uniforme distribuzione dell'umidità ha segno negativo ed aumenta in valore assoluto nel tempo. Questo fenomeno dipende dal fatto che la migrazione di umidità produce una estesa zona "asciutta" a contatto con il lato caldo ed il deposito di un sottile strato di acqua in fase liquida a contatto con il lato freddo, con il risultato complessivo di causare un aumento della resistenza del provino, nonostante il contenuto di umidità all'interno del provino rimanga invariato.

I due errori si elidono parzialmente e, per il provino AAC 450, dopo 600 h, l'errore totale diventa minore dello 0.05%, per condizionamento a $T = 20^\circ\text{C}$ ed $RH = 80\%$, e uguale al 2.4% per condizionamento a $T = 20^\circ\text{C}$ ed $RH = 98\%$.

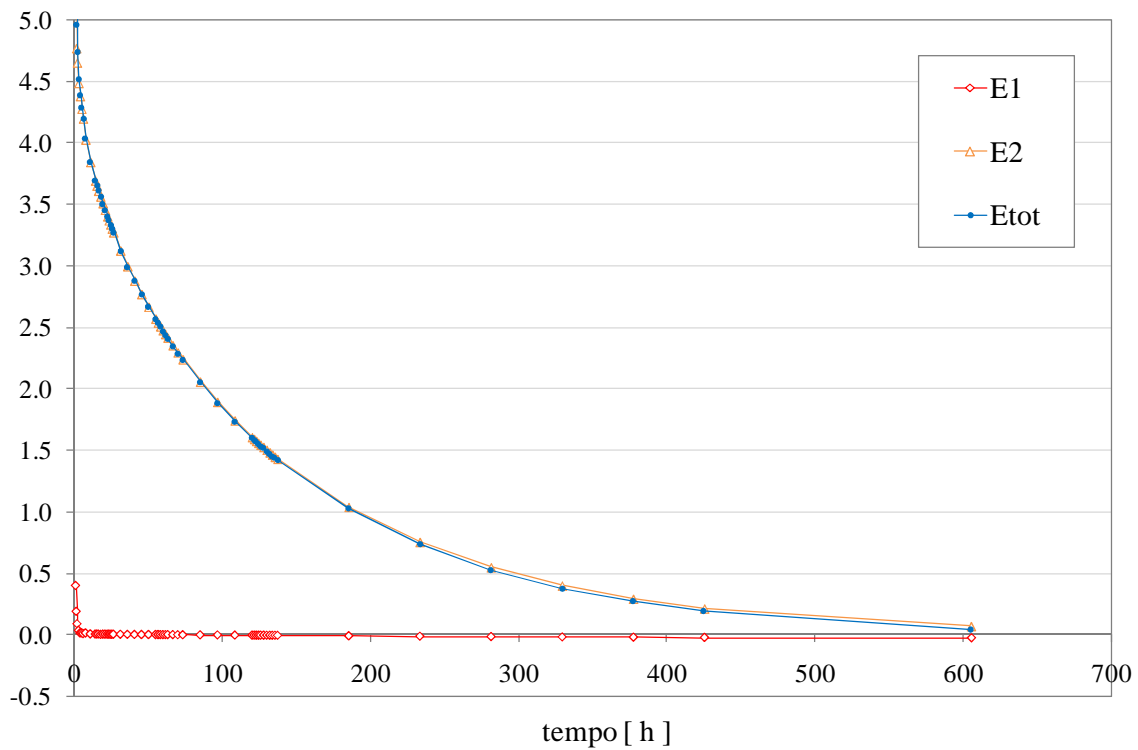


Figura 10.9 Errore totale E_{tot} , errore dovuto alla non uniforme distribuzione E_1 , errore dovuto ai cambiamenti di fase E_2 per AAC 450 con $w = 13.21 \text{ kg/m}^3$ ($T = 20^\circ\text{C}$, $RH = 0.80$).

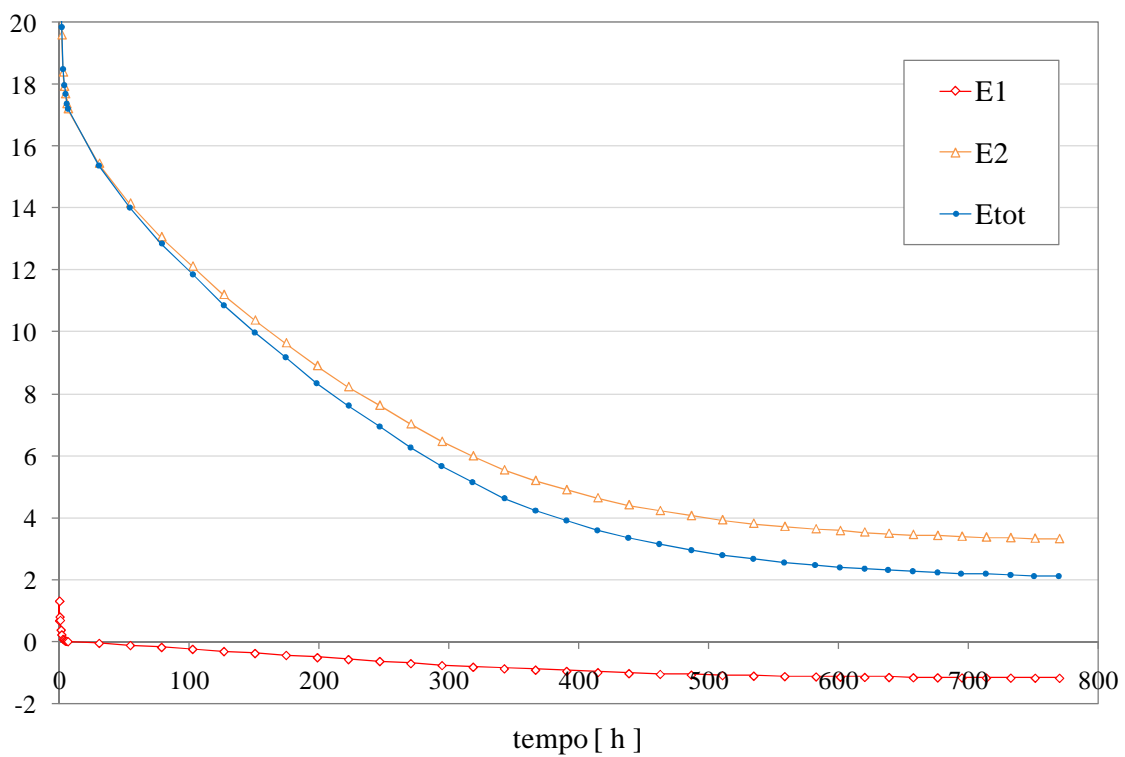


Figura 10.10 Errore totale E_{tot} , errore dovuto alla non uniforme distribuzione E_1 , errore dovuto ai cambiamenti di fase E_2 per AAC 450 con $w = 41.16 \text{ kg/m}^3$ ($T = 20^\circ\text{C}$, $RH = 0.98$).

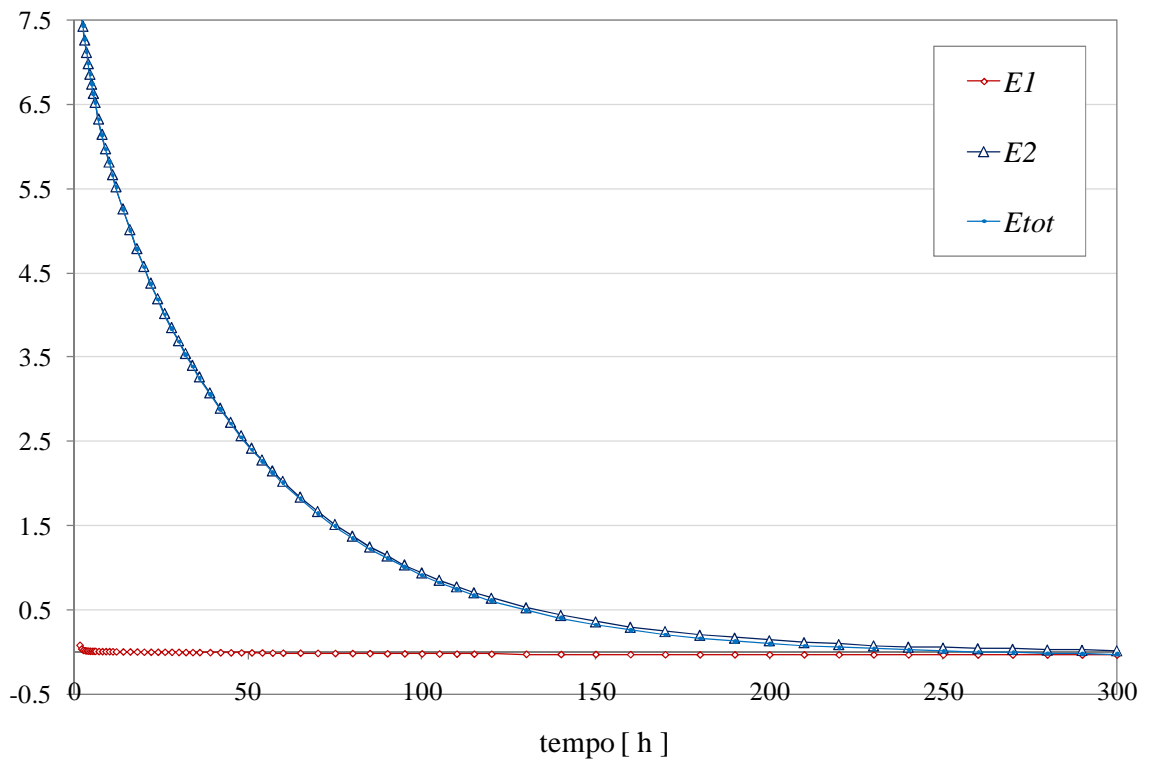


Figura 10.11 Errore totale E_{tot} , errore dovuto alla non uniforme distribuzione E_1 , errore dovuto ai cambiamenti di fase E_2 per AAC 350 con $w = 12.39 \text{ kg/m}^3$ ($T = 20^\circ\text{C}$, $RH = 0.80$).

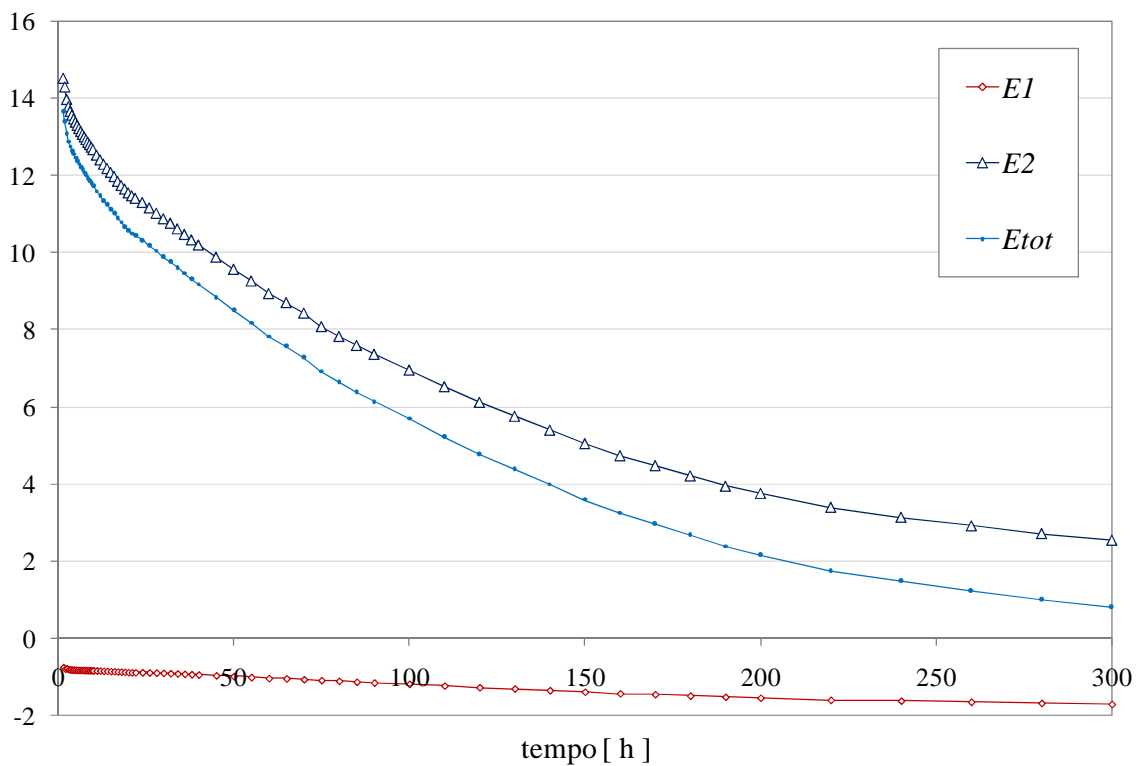


Figura 10.12 Errore totale E_{tot} , errore dovuto alla non uniforme distribuzione E_1 , errore dovuto ai cambiamenti di fase E_2 per AAC 350 con $w = 26.11 \text{ kg/m}^3$ ($T = 20^\circ\text{C}$, $RH = 0.98$).

Per quanto riguarda il provino AAC 350, l'errore totale, dopo 300 h di prova, è circa 0.01%, per condizionamento a $T = 20^{\circ}\text{C}$ ed $RH = 80\%$, e circa 0.8% $T = 20^{\circ}\text{C}$ ed $RH = 98\%$.

Gli errori dovuti ai cambiamenti di fase, alla non uniforme distribuzione e l'errore totale ricavati con il metodo sopra descritto sono riportati nelle Tabelle 10.1 e 10.2.

Tabella 10.1 Errore totale E_{tot} , errore dovuto alla non uniforme distribuzione E_1 , errore dovuto ai cambiamenti di fase E_2 in funzione del tempo per AAC 450.

| | | tempo [h] | | | |
|---------------|-----------------------------|-----------|--------|--------|--------|
| Errori | w [kg/m ³] | 5 | 100 | 400 | 600 |
| E_1 [%] | 13.21 | 0.011 | -0.007 | -0.026 | -0.029 |
| | 41.16 | 0.016 | -0.245 | -0.994 | -1.143 |
| E_2 [%] | 13.21 | 4.27 | 1.74 | 0.211 | 0.068 |
| | 41.16 | 17.36 | 12.11 | 4.64 | 3.583 |
| E_{tot} [%] | 13.21 | 4.28 | 1.73 | 0.18 | 0.038 |
| | 41.16 | 17.38 | 11.84 | 3.599 | 2.398 |

Tabella 10.2 Errore totale E_{tot} , errore dovuto alla non uniforme distribuzione E_1 , errore dovuto ai cambiamenti di fase E_2 in funzione del tempo per AAC 350.

| | | tempo [h] | | | |
|---------------|-----------------------------|-----------|--------|--------|--------|
| Errori | w [kg/m ³] | 5 | 100 | 200 | 300 |
| E_1 [%] | 12.39 | 0.005 | -0.027 | -0.038 | -0.015 |
| | 26.11 | -0.817 | -1.184 | -1.546 | -1.709 |
| E_2 [%] | 12.39 | 6.74 | 0.939 | 0.135 | 0.016 |
| | 26.11 | 13.38 | 6.96 | 3.768 | 2.556 |
| E_{tot} [%] | 12.39 | 6.74 | 0.912 | 0.097 | 0.001 |
| | 26.11 | 12.46 | 5.693 | 2.163 | 0.804 |

10.6 Validazione del modello di calcolo

Sulla base di quanto già effettuato da Kumaran [49] su campioni in fibra di vetro, è stata svolta un'ulteriore indagine teorico-sperimentale su un provino di AAC, in cui l'umidità è stata introdotta solo in una parte di esso, immergendolo in acqua per uno spessore di 1 cm per un tempo pari a 5 minuti.

In seguito al processo di imbibizione per immersione, il provino è stato racchiuso entro una busta in polietilene termosaldato impermeabile al vapor d'acqua in modo da mantenere costante il contenuto di umidità al suo interno e, successivamente, introdotto nell'apparecchiatura a termoflussimetri per la misura della conduttività termica.

E' importante sottolineare che il provino è stato inserito nell'apparecchiatura HFM con la parte umida a contatto con la piastra calda. Questa prova (a differenza dei casi precedenti, in cui la temperatura media era stata fissata a 10°C) è stata effettuata alla temperatura media $T_m = 20^\circ\text{C}$, imponendo un gradiente di temperatura $\Delta T = 10^\circ\text{C}$ (piastra calda alla temperatura di 25°C e piastra fredda alla temperatura di 15°C).

La Figura 10.13 mostra un confronto tra la conduttività termica misurata dall'apparecchiatura a termoflussimetri e quella ottenuta attraverso simulazioni con il codice di calcolo HMTra al variare del coefficiente di tortuosità. Anche in questo caso, il miglior accordo con i dati sperimentali, si è ottenuto con un valore della tortuosità pari a $tort = 0.7$.

A differenza dei casi precedenti, è evidente che, dopo un breve transitorio, dove il profilo delle temperature all'interno del provino si adegua alle temperature imposte sulle facce, segue una fase caratterizzata da un regime "quasi stazionario" in cui la conduttività termica rimane pressoché costante. Questo fenomeno è reso possibile dal fatto che il contenuto di umidità in prossimità del lato caldo è al di sopra del campo igroscopico (w_{irr} , S_{irr}); si può, quindi, manifestare una vaporizzazione dell'acqua con velocità costante. Il regime "quasi stazionario" si mantiene fino a che si rimane al di sopra del campo igroscopico, dopodiché la conduttività termica diminuisce gradualmente sino a raggiungere il definitivo regime

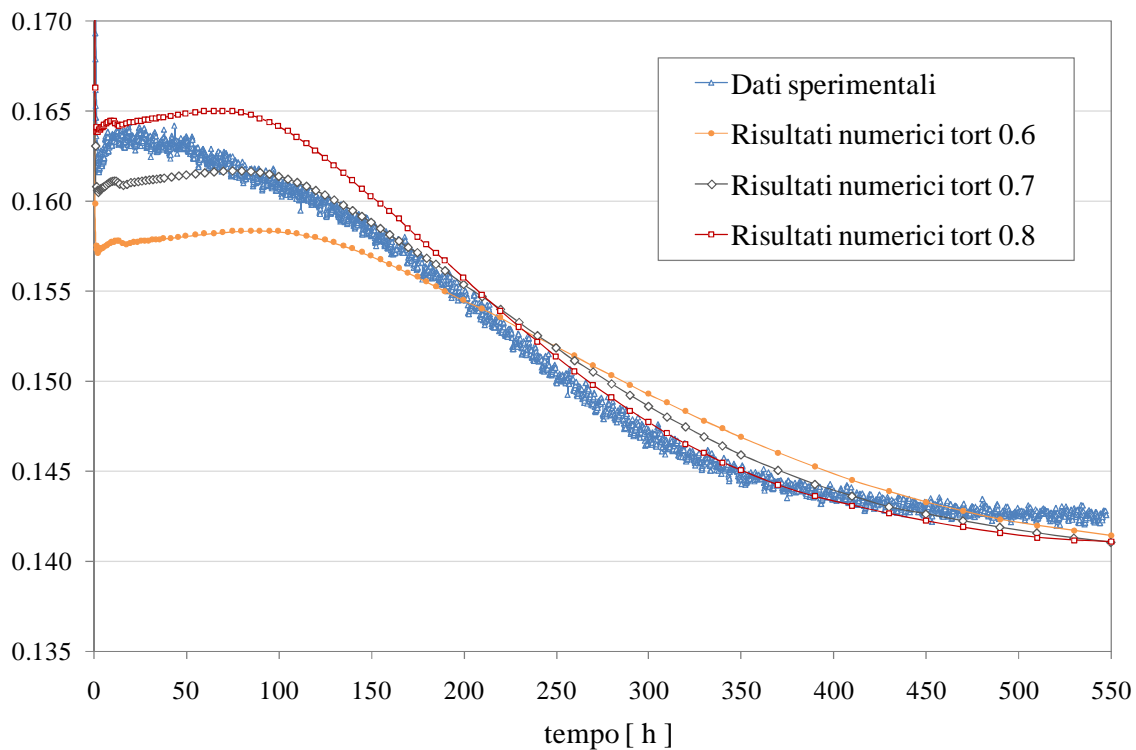


Figura 10.13 Confronto tra i valori di conduttività termica ottenuti sperimentalmente e computazionalmente per AAC 450 dopo aver immerso il provino in acqua.

stazionario (in perfetto accordo con il modello previsionale descritto nel paragrafo 4.1, Fase A, B, C di Figura 4.1).

In Figura 10.14 viene riportata la distribuzione di umidità all'interno del provino in funzione del tempo. Si può notare come, anche in questo caso, sebbene le condizioni iniziali prevedessero un notevole contenuto di umidità sul lato caldo, con il procedere della prova l'acqua si vada ad accumulare sul lato freddo.

In Figura 10.15 è riportato un confronto tra la distribuzione di umidità e l'andamento della temperatura all'interno del provino in funzione del tempo. Si può vedere che, all'inizio della prova, il contenuto di umidità sul lato caldo, non era omogeneo bensì stratificato (a causa della processo di imbibizione per immersione). Durante la fase di regime quasi-stazionario, si evidenzia ancora un elevato tasso di umidità in prossimità del lato caldo del provino ed il profilo di temperatura è ancora in fase di adeguamento alle condizioni imposte.

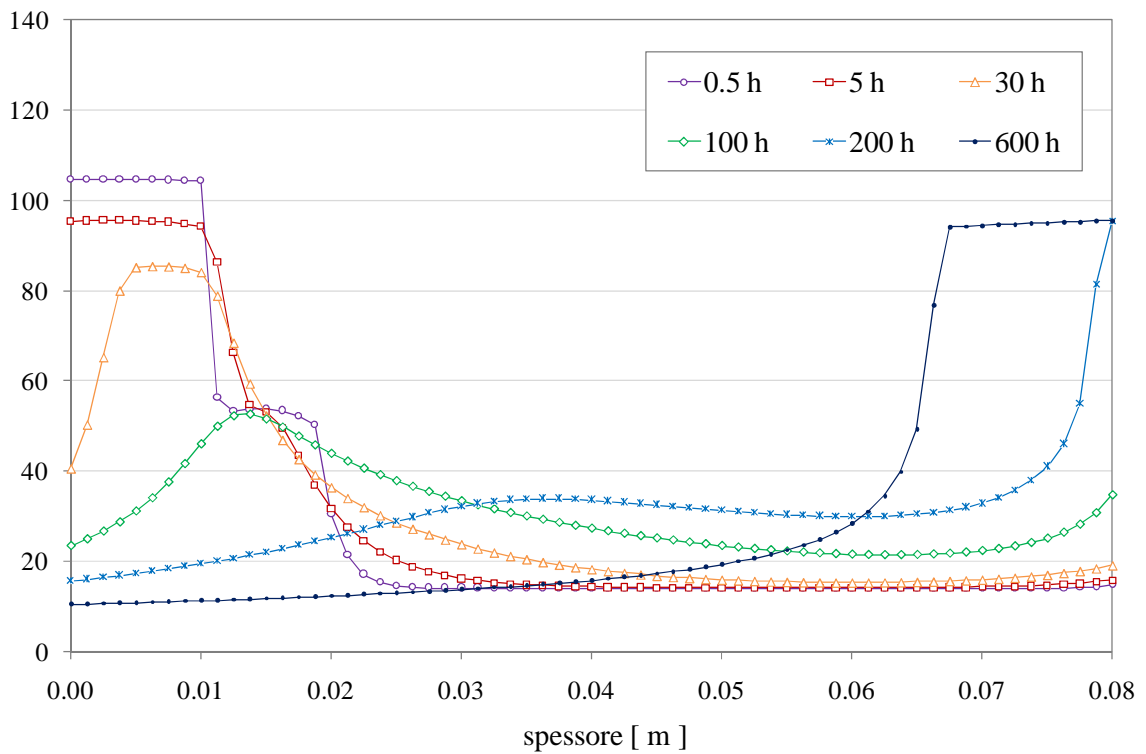


Figura 10.14 Ridistribuzione dell'umidità durante la prova di conduttività termica per AAC 450 dopo aver immerso il provino in acqua.

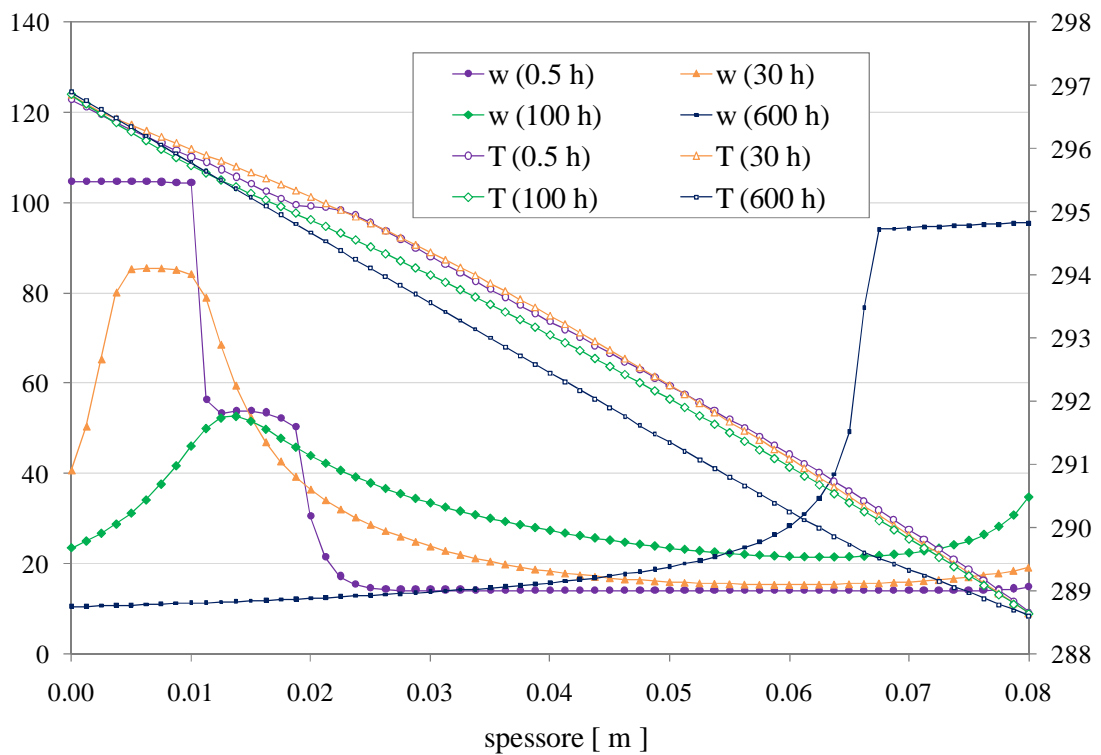


Figura 10.15 Confronto tra la variazione della distribuzione di umidità e l'andamento della temperatura in funzione del tempo per AAC 450 dopo aver immerso il provino in acqua.

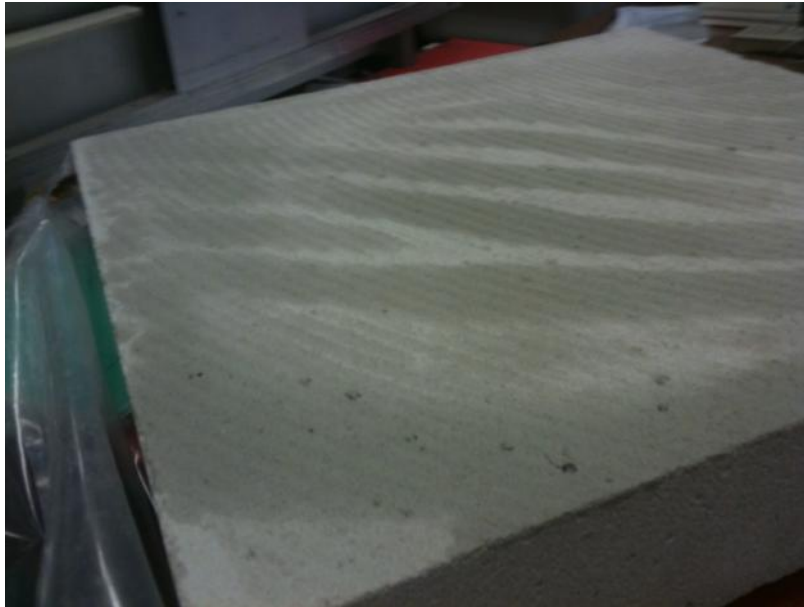


Figura 10.16: Acqua in fase liquida affiorata, al termine della misura, sul lato freddo del provino.

Il grafico, inoltre, mostra come la temperatura all'interno del campione assuma un comportamento lineare al termine della prova e come il contenuto di umidità si sia gradualmente trasferito sul lato freddo fino al raggiungimento del regime stazionario finale.

Le Figure 10.16 e 10.17 sono delle fotografie scattate al termine della prova e mostrano come l'umidità si sia effettivamente e visivamente accumulata sul lato freddo fino ad affiorare significativamente sulla superficie del provino.

10.7 Conclusioni

Le misure in regime stazionario della conduttività termica dei materiali porosi umidi richiedono la valutazione quantitativa del trasporto di calore e di massa all'interno del sistema. Tramite il modello precedentemente descritto, note le isoterme di equilibrio del materiale ed alcune proprietà di trasporto, quali il coefficiente di diffusione efficace, il coefficiente di permeabilità di Darcy, il contenuto di umidità irriducibile, è possibile determinare i profili termici e l'andamento del contenuto di umidità all'interno del materiale, nonché l'estensione della zona sede di movimento di umidità. È possibile in tal modo



Figura 10.17: Umidità in fase liquida, al termine della prova, sulla busta contenente il provino provino.

conoscere il contributo al flusso termico misurato dello scambio termico “latente” presente nella zona di accumulo dell’umidità, una volta raggiunto il regime stazionario, adiacente al lato freddo e conseguentemente l’errore totale E_{tot} dovuto alla redistribuzione dell’umidità ed ai cambiamenti di fase.

CAPITOLO 11

CONCLUSIONI

Lo studio svolto durante questo Dottorato di Ricerca ha trattato la valutazione teorico sperimentale del comportamento termico di alcuni materiali utilizzati in ambito edilizio, con particolare attenzione nei riguardi del loro comportamento alle alte temperature, in condizioni di saturazione e per diversi contenuti di umidità.

Nelle verifiche computazionali di resistenza al fuoco, infatti, risulta necessario determinare attraverso la risoluzione delle equazioni differenziali di trasmissione del calore, l'evoluzione del campo termico del materiale nel tempo. La corretta integrazione delle equazioni richiede la conoscenza delle proprietà termiche, quali la conducibilità e il calore specifico del materiale in funzione della temperatura. I metodi più idonei per misurare queste proprietà alle alte temperature sono quelli in regime transitorio.

Partendo da questi presupposti, la prima fase dell'attività di ricerca è stata indirizzata allo studio delle tecniche di misura in regime transitorio concentrandosi, in particolar modo, sul metodo di misura della sorgente piana TPS (*Transient Plane Source*). Tale scelta è stata favorita dalla presenza dell'apparecchiatura Hot Disk, in dotazione nel Laboratorio di Fisica Tecnica del Dipartimento di Ingegneria Industriale dell'Università degli Studi di Padova. L'utilizzo di questa apparecchiatura prevede la generazione di una potenza termica costante in un sensore discoidale (Hot Disk) composto da un certo numero di spire elicoidali e posto a

contatto con due provini dello stesso materiale. Durante la prova, il sensore dell' Hot Disk esplica una duplice funzione: genera la potenza necessaria e, contemporaneamente, misura gli incrementi di temperatura delle superfici attive dei provini. Se le misurazioni vengono effettuate secondo tempi di prova sufficientemente piccoli da rendere trascurabili l'influenza delle condizioni al contorno applicate su provini di dimensioni finite, la soluzione del problema di trasmissione del calore può essere ricondotta a quella di mezzo infinitamente esteso. La regressione ai minimi quadrati dei dati sperimentali degli incrementi di temperatura in funzione del tempo con quelli della soluzione teorica di mezzo indefinito permette allora di risalire in modo indipendente alla conduttività e diffusività termica. Le misure sperimentali di conduttività termica sono state effettuate su provini di calcestruzzo aerato autoclavato di densità nominale 350 kg/m^3 e 450 kg/m^3 . Dai risultati delle misure sperimentali, è stato possibile notare come la conduttività termica cresca con la temperatura, raggiungendo, alla temperatura di 600°C , circa il doppio del valore della conduttività termica registrato a temperatura ambiente.

Il comportamento termico del calcestruzzo aerato al variare della temperatura risulta, pertanto, in controtendenza rispetto al calcestruzzo ordinario, per il quale la conduttività termica decresce.

Tale fenomeno è spiegabile nel seguente modo: sebbene la conduttività termica della pasta cementizia decresca con la temperatura, la conduttività termica del calcestruzzo aerato cresce con la temperatura a causa dell'aumento della conduttività termica dell'aria e, principalmente, per effetto dell'incremento dello scambio termico radiativo all'interno delle cavità. Infatti, mentre a temperatura ambiente lo scambio termico radiativo presente nei pori del materiale è una piccola frazione (<5%) dello scambio termico complessivo, all'aumentare della temperatura cresce secondo la quarta potenza della temperatura assoluta, diventando, alla temperatura di 600°C circa il 55% del totale.

Inoltre, è stato effettuato un confronto con i valori di conduttività termica suggeriti dalla normativa europea EN 12602, valori che sono riportati in funzione della temperatura e per varie densità. Questa norma è documento di riferimento per i valori di conduttività termica da

utilizzare per la determinazione dell'evoluzione del campo termico nel tempo nelle verifiche computazionali di resistenza al fuoco delle strutture: è stato di immediata evidenza che i valori riportati dalla norma sono sensibilmente inferiori rispetto a quelli misurati con l'apparecchiatura Hot Disk, risultando, perciò, poco cautelativi ai fini dei calcoli di resistenza al fuoco.

Una seconda tipologia di materiale studiato è costituita dalle malte cementizie impiegate per sigillare i fori di alloggiamento nel sottosuolo delle sonde geotermiche. La conoscenza della conduttività termica di tali materiali è di fondamentale importanza per aumentare le prestazioni termiche delle pompe di calore con cui le sonde sono connesse.

I materiali idonei alla sigillatura presi in considerazione sono il PCM (*Portland Cement Mortar*, miscela a base di cemento Portland, usata come riferimento standard) e il GM, *Grouting Material*, miscela sperimentale costituita da cemento, bentonite e sabbia quarzifera, cui è stato aggiunto un quantitativo pari all'1% in peso di grafite, allo scopo di accrescere la conduttività termica della matrice solida.

Si è ritenuto quindi rilevante conoscere il comportamento termico di tali materiali a vari contenuti d'acqua. Una prima serie di misure è stata eseguita su materiale non imbibito a temperatura ambiente; nel seguito i provini sono stati gradualmente portati in condizione di saturazione per imbibizione capillare a contatto con uno strato di cotone idrofilo imbevuto d'acqua.

Avvalendosi dell'apparecchiatura Hot Disk, le prove di conduttività termica realizzate hanno permesso di constatare come il comportamento termico dei provini analizzati sia sostanzialmente determinato dalla densità e dal contenuto d'acqua del materiale.

Pertanto, per migliorare il funzionamento della tecnologia, denominata geotermia a bassa entalpia, è fondamentale l'utilizzo di materiale di *grouting* caratterizzato da un'elevata conduttività termica, in modo da minimizzare la resistenza termica e favorire lo scambio di calore tra sonda e terreno.

Grazie allo studio analitico e alla simulazione eseguita con Straus7 si è visto che il materiale di riempimento limita lo scambio termico nel momento in cui la sua conduttività

termica è inferiore a quella del terreno; l'incremento del flusso termico risulta inoltre modesto quando i valori della conduttività termica del materiale di *grouting* superano di una volta e mezza il valore della conduttività termica del terreno, rendendo quindi poco efficace ogni ulteriore aumento della conduttività termica della malta sigillante.

Tra i materiali analizzati, è stato rilevato che, in condizioni non imbibite, il materiale di *grouting* di conduttività termica maggiore risulta essere quello confezionato con cemento Portland, fenomeno da attribuire alla maggiore densità del provino PCM rispetto al campione GM.

In condizioni di saturazione si è constatato, al contrario, che la conduttività termica della miscela bentonitica risulta essere maggiore rispetto a quella della miscela a base cementizia. Tale comportamento è motivato dal minor quantitativo d'acqua all'interno del PCM.

I valori della conduttività termica dei materiali allo studio e la dipendenza marcata dalle condizioni di saturazione suggeriscono quindi di dare una maggiore attenzione all'influenza sulla conduttività e diffusività termiche di proprietà quali la porosità, il coefficiente di imbibizione e la composizione, ai fini di preparare miscele idonee ad ottimizzare l'efficienza dell'impianto geotermico.

La seconda fase dell'attività di ricerca si è basata sulla caratterizzazione teorico/sperimentale del comportamento termico dei materiali porosi, con particolare attenzione nei riguardi del loro comportamento in presenza di diversi contenuti di umidità.

Lo studio sperimentale è stato svolto nel Laboratorio di Fisica Tecnica del Dipartimento di Ingegneria Industriale dell'Università degli Studi di Padova servendosi dell'apparecchiatura a termoflussimetri HFM. Il materiale oggetto di studio è il calcestruzzo aerato autoclavato di densità nominale allo stato secco 350 kg/m^3 e 450 kg/m^3 . Questo materiale è stato scelto per l'ampio impiego che ne fa in campo edile e per la sua naturale attitudine ad assorbire l'umidità a causa del suo elevato grado di porosità.

Le misure di conduttività termica con l'apparecchiatura a termoflussimetri implicano l'applicazione di un gradiente termico che induce una migrazione dell'umidità, con conseguente redistribuzione della stessa all'interno del materiale, e un flusso termico latente.

Pertanto, quella che si misura è una proprietà che si discosta dalla proprietà intrinseca, denominata “conduttività vera”. Infatti, la “conduttività vera” del materiale umido è definita come quel valore che si misurerebbe se l’umidità fosse distribuita uniformemente e non ci fosse il trasporto di massa.

Allo scopo di valutare i sopra citati effetti del movimento dell’umidità e poterli poi scorporare dalle misure di conduttività termica, sono state eseguite varie serie di misure sperimentali.

Inizialmente, l’attività sperimentale è stata dedicata alla determinazione delle isoterme di equilibrio del materiale, ossia la determinazione del contenuto di umidità di equilibrio al variare dell’umidità relativa. Per fare questo, si è utilizzato la camera climatica del Dipartimento di Ingegneria Industriale dell’Università degli Studi di Padova. Successivamente, si è provveduto alle misure di conduttività termica. La procedura sperimentale seguita è stata quella di condizionare i provini in camera climatica fino al raggiungimento dell’equilibrio con aria a $T = 20^{\circ}\text{C}$ e vari contenuti di umidità relativa (80%, 90%, 98%). Una volta raggiunto l’equilibrio, i provini sono stati racchiusi entro una busta impermeabile in modo da mantenere costante il contenuto di umidità totale al loro interno e, poi, posti nell’apparecchiatura a termoflussimetri. I flussi termici misurati dai due termoflussimetri a contatto, rispettivamente, con il lato caldo e il lato freddo del provino sono stati registrati dall’inizio del test in modo da poter monitorare il processo di trasporto di calore e massa durante tutta la prova sino al raggiungimento del regime stazionario.

Si è potuto così notare come, a causa del movimento dell’umidità, il tempo necessario per il raggiungimento del regime stazionario cresca all’aumentare del contenuto di umidità stessa, arrivando ad oltre 25 giorni per i provini condizionati con umidità relativa pari al 98%.

Parallelamente all’attività sperimentale, è stato approfondito lo studio teorico dei meccanismi di scambio di calore e di massa nei mezzi porosi. In particolare, sono stati studiati gli aspetti teorici dei meccanismi di trasporto dell’umidità in presenza di gradienti termici e delle equazioni differenziali che descrivono il fenomeno. A tale proposito, sono state apportate alcune modifiche al codice di calcolo agli elementi finiti HMTr, sviluppato

precedentemente nel Dipartimento di Fisica Tecnica dell'Università di Padova, in modo tale che potesse essere applicato per la simulazione del comportamento dei provini di calcestruzzo aerato autoclavato durante le prove di conduttività termica. Attraverso questo codice è stato possibile studiare in modo accoppiato il fenomeno del trasporto di calore e di massa, tenendo conto oltre che della redistribuzione dell'umidità anche del trasporto di calore latente dovuto alla successione di fasi di condensazione e rievaporazione che hanno luogo nei capillari interni al materiale.

Scegliendo accuratamente i valori dei parametri da impiegare nel codice, si è proceduto ad eseguire una serie di simulazioni numeriche. Per poter ottenere una migliore stima dei valori di alcuni parametri i risultati delle simulazioni numeriche ottenuti al variare di questi parametri, sono stati confrontati con quelli delle misure sperimentali.

In particolare, si è accertata l'influenza significativa del coefficiente di tortuosità (parametro che tiene conto della forma dei pori all'interno del materiale) e, quindi, del coefficiente di diffusione efficace del vapore sul comportamento termico del materiale poroso umido durante il periodo che precede il regime stazionario delle misure.

Una volta calibrato il modello è allora stato possibile attraverso i risultati delle simulazioni numeriche determinare l'entità degli errori dovuti al flusso termico latente e alla non uniforme distribuzione dell'umidità e, in definitiva, identificare il corretto valore della conduttività termica.

Si evidenzia che l'errore dovuto ai cambiamenti di fase è rilevante nella fase iniziale per poi decrescere con il procedere della prova.

L'errore dovuto alla non uniforme distribuzione dell'umidità ha segno negativo ed aumenta in valore assoluto nel tempo. Questo fenomeno dipende dal fatto che la migrazione di umidità produce una estesa zona "asciutta" a contatto con il lato caldo ed il deposito di un sottile strato di acqua in fase liquida a contatto con il lato freddo, con il risultato complessivo di causare un aumento della resistenza del provino, nonostante il contenuto di umidità all'interno del provino rimanga invariato.

I due errori si elidono parzialmente e, per il provino AAC 450, dopo 600 h, l'errore totale diventa minore dello 0.05%, per condizionamento a $T = 20^{\circ}\text{C}$ ed $RH = 80\%$, e uguale al 2.4% per condizionamento a $T = 20^{\circ}\text{C}$ ed $RH = 98\%$. Per quanto riguarda il provino AAC 350, l'errore totale, dopo 300 h di prova, è circa 0.01%, per condizionamento a $T = 20^{\circ}\text{C}$ ed $RH = 80\%$, e circa 0.8% $T = 20^{\circ}\text{C}$ ed $RH = 98\%$.

Successivamente, per ottenere un'ulteriore validazione del modello utilizzato è stato svolto uno studio su un provino in cui l'umidità è stata introdotta solo in una parte di esso, immergendolo in acqua per uno spessore di 1 cm. Dopo essere stato imbustato, il provino è stato inserito nell'apparecchiatura HFM con la parte umida a contatto con il lato caldo. Anche per questo caso i flussi termici misurati dai due termoflussimetri sono stati registrati fin dall'inizio della prova. A differenza dei casi precedenti, questa volta è stato possibile notare, dopo un breve transitorio in cui il profilo della temperatura all'interno del provino si adegua alle temperature imposte sulle facce, una fase caratterizzata da un regime "quasi stazionario" in cui la conduttività termica rimane pressoché costante seguita da una fase in cui i flussi termici scendono gradualmente sino a raggiungere il definitivo valore costante di regime stazionario. Il migliore accordo tra i dati sperimentali e quelli ottenuti dalle simulazioni numeriche è stato trovato con l'utilizzo dei valori dei parametri ottenuti con lo studio dei casi precedenti.

Pertanto, la dettagliata conoscenza dei meccanismi di trasporto di calore e di massa nei materiali porosi umidi durante le misure della conduttività termica apparente consente la corretta identificazione della proprietà intrinseca "conduttività termica vera" e la valutazione dei flussi termici realmente presenti nelle strutture edilizie che fanno ricorso a tali materiali.

APPENDICE A

REPRESENTATIVE ELEMENTARY VOLUME (REV)

Scopo dell'Appendice A è di esplicitare alcuni concetti e definizioni introdotte nella presente tesi. In particolare, si farà riferimento al modello proposto da Whitaker [19].

A.1 Il livello microscopico

Prima di affrontare il problema da un punto di vista macroscopico, si parta dal livello microscopico. Si può considerare la materia come costituita da molecole, assimilabili a sfere rigide. Un fluido che appaia macroscopicamente fermo, in realtà a livello microscopico è contraddistinto da un moto molecolare disordinato e caotico, in tutte le direzioni.

Se si volesse analizzare il moto del fluido a livello molecolare, si dovrebbero scrivere le equazioni del moto per ciascuna delle molecole, con enormi difficoltà di calcolo derivanti dal numero elevato delle molecole, nonché dalla natura delle forze di interazione molecolare. Peraltro, non si è interessati al moto di ogni singola molecola, bensì al moto di insieme del fluido, ed in particolare a valori medi di grandezze di interesse (calcolati su un numero elevato di molecole), ed alla loro variazione spaziale e temporale. Il problema consiste nell'avere delle medie statisticamente significative.

Si voglia, ad esempio, determinare una certa proprietà in un punto P all'interno del fluido. Si consideri un volume di fluido V_i , centrato attorno al punto P , e sia m_i la massa di fluido

in esso contenuto. In tale volume, la densità sarà $\rho_i = \Delta m_i / \Delta V_i$. Appare evidente che il valore della ρ_i dipenderà dalla scelta di ΔV_i . Se tale volume fosse troppo grande, cioè dello stesso ordine di grandezza dell'intera regione interessata dal flusso, non sarebbe significativo assegnare il valore di ρ_i al punto P , per descrivere la densità del fluido nelle sue vicinanze, ancor di più se il fluido non fosse omogeneo. Per risolvere il problema si ricorre, allora, ad un procedimento dovuto a Prandtl (1952) [50].

Si consideri una serie decrescente di volumi $\Delta V_1 \supset \Delta V_2 \supset \dots \supset \Delta V_i \supset \Delta V_{i+1}$, tutti centrati in P . Se per ciascuno di questi valori venisse calcolata la densità ρ_i e si rappresentasse graficamente il risultato, si otterrebbe un andamento simile a quello rappresentato in Figura A.1:

Se il fluido esaminato non fosse omogeneo, al decrescere di ΔV_i (partendo da valori sufficientemente elevati), si osserverebbe inizialmente una graduale diminuzione di ρ_i . Successivamente, vi sarebbe un intervallo di valori di ΔV_i nel quale non si osserverebbero variazioni di ρ_i , e continuando nella diminuzione di ΔV_i , si raggiungerebbe una condizione per la quale il numero di molecole in esso racchiuse sarebbe talmente esiguo da rendere apprezzabile ogni minima variazione di $\Delta m_i / \Delta V_i$. Perché ciò accada basterebbe che la dimensione lineare caratteristica del volume ΔV_i divenisse paragonabile al libero cammino

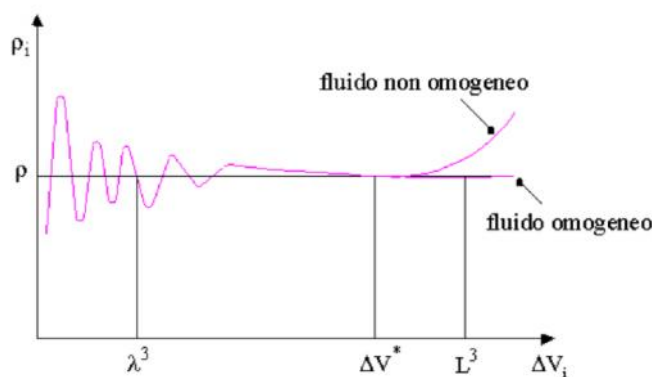


Figura A.1 Definizione del punto materiale.

medio molecolare. In sintesi, per $\Delta V_i \rightarrow 0$, si osserverebbero continue oscillazioni del valore della densità. Come conseguenza di quanto detto si può porre:

$$\rho(\mathbf{P}) = \lim_{\Delta V_i \rightarrow \Delta V^*} \left(\frac{\Delta m_i}{\Delta V_i} \right) \quad (\text{A.1})$$

Ripetendo lo stesso ragionamento per ogni punto dello spazio, si riuscirebbe a definire una funzione continua $\rho = \rho(x_1, x_2, x_3)$ delle coordinate spaziali, che è la densità cercata. Operando in questo modo, è come se si sostituisse il materiale reale, costituito da molecole e spazi vuoti, con un sistema continuo che riempie tutto lo spazio. E' questo l'approccio del continuo a livello microscopico.

La validità di tale approccio, ampiamente usato in molti settori dell'ingegneria e della fisica, consiste nell'opportuna scelta del volume V^* . Le dimensioni di V^* devono essere estremamente piccole se raffrontate con quelle del campo di flusso (il volume V^* viene infatti detto punto materiale corrispondente al punto matematico P) e, allo stesso tempo, sufficientemente grandi da contenere un numero così elevato di molecole da garantire una media significativa.

A.2 Il livello macroscopico

La descrizione del passaggio dal livello molecolare al livello microscopico, descritto precedentemente, rappresenta un anello fondamentale per procedere nel successivo passaggio a livello macroscopico.

Si consideri un dominio Ψ . Ad ogni suo punto si associ un volume sul quale effettuare la media delle proprietà microscopiche. Tale volume è designato in letteratura [51], quasi universalmente, come REV (*Representative Elementary Volume*). Il problema della determinazione del REV è simile a quello affrontato in precedenza circa V^* . Il volume deve essere “*elementary*”, cioè molto piccolo rispetto alle dimensioni del dominio Ψ , ma

contemporaneamente sufficientemente grande da garantire una media statistica significativa delle proprietà microscopiche, cioè “*representative*”. Per individuare le dimensioni del REV, si può pertanto seguire la stessa procedura usata per la definizione della densità in un punto. Per prima cosa, però, si deve scegliere una proprietà in base alla quale definire il REV. Seguendo il Bear ed altri autorevoli studiosi [51], si sceglie di definire il REV in base alla porosità, che pare essere la proprietà fondamentale della matrice porosa.

Si consideri un punto $P \in \Psi$, ed un volume V_i , centrato in P e sufficientemente grande da includere parte dello spazio vuoto e parte della matrice porosa. In termini matematici, se si indica con V_i il dominio spaziale occupato da tale volume, oltre che la sua misura, e con Σ la matrice porosa si ha:

$$V_i \cap \Sigma \neq \emptyset \quad (\text{A.2a})$$

$$V_i \cap (\Psi \setminus \Sigma) \neq \emptyset \quad (\text{A.2b})$$

Per poter procedere, è opportuno definire una “lunghezza caratteristica” L del mezzo poroso. Si ponga L pari al raggio della sfera di volume massimo, tutta contenuta nella matrice solida. In termini matematici, indicando con S tale sfera si ha:

$$S \subset \Sigma \quad (\text{A.3a})$$

$$S \cap (\Psi \setminus \Sigma) \neq \emptyset \quad (\text{A.3b})$$

Relativamente al volume V_i , è possibile calcolare il rapporto $\phi_i = (V_v)_i / V_i$, dove $(V_v)_i$ è il volume dello spazio vuoto contenuto all’interno di V_i . Per quanto precedentemente detto sul volume V_i , si ha che $0 < \phi_i < 1$.

Appare evidente che il valore di ϕ_i dipende fortemente dalla scelta di V_i , soprattutto se il mezzo non è omogeneo. Se si considerasse una serie di volumi decrescente $V_1 \supset V_2 \supset \dots \supset V_i \supset V_{i+1}$, sempre rispettando la condizione che ciascun volume sia centrato in P , e se per ognuno si calcolasse il rapporto ϕ_i , si otterrebbe il grafico in Figura A.2.

Partendo da grandi valori di V_i , si nota come il rapporto ϕ_i subisca una graduale diminuzione al ridursi di V_i .

Scendendo al di sotto di un certo valore di V_i , dipendente dalla distanza del punto P dalle superfici di interfaccia, questa diminuzione si arresta, osservando solo fluttuazioni di ampiezza trascurabile, dovute alla distribuzione casuale dello spazio vuoto nell'intorno di P . Continuando a diminuire il valore di V_i , improvvisamente si osservano delle fluttuazioni di ampiezza crescente per ϕ_i , poiché la dimensione lineare caratteristica di V_i diviene dello stesso ordine di grandezza di L .

Quando poi $\Delta V_i \rightarrow 0$, ϕ_i assume valore 1 o 0, a seconda che il punto P si trovi all'interno dello spazio vuoto o della matrice solida.

Il ragionamento effettuato, giustifica la seguente definizione di porosità media volumetrica $\phi(P)$ nel punto P :

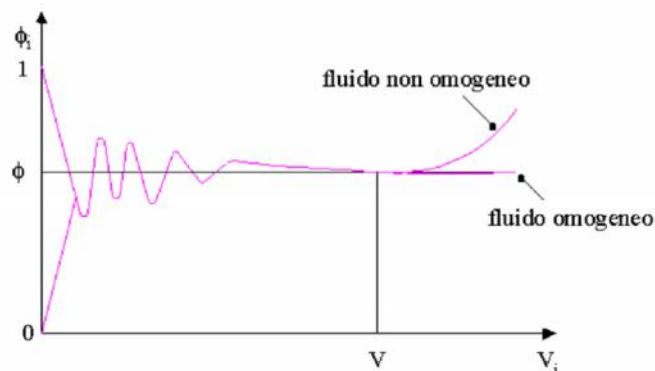


Figura A.2 Definizione del REV.

$$\phi(P) = \lim_{V_i \rightarrow V^*} \frac{(V_V)_i}{V_i} \tag{A.4}$$

Per valori di $V_i < V$, bisogna considerare l'effettiva distribuzione, random, dello spazio vuoto e della matrice solida all'interno del mezzo.

In questo campo non esistono valori singoli che possano rappresentare la porosità nel punto P . Il volume V è pertanto un volume rappresentativo elementare (REV) o il punto materiale del mezzo poroso corrispondente al punto matematico P .

Poiché sembra lecito ritenere che lo spazio vuoto $(V_V)_i$ abbia variazioni graduali nell'intorno del punto P , si ammette la seguente definizione:

$$\phi(P) = \lim_{P' \rightarrow P} \phi(P') \tag{A.5}$$

nella quale P' è un qualunque punto appartenente al suddetto intorno. La porosità è, quindi, una funzione continua delle coordinate spaziali, definita all'interno del dominio Ψ .

Con l'introduzione del concetto di porosità e la definizione del REV, si è operata la sostituzione del mezzo effettivo con un continuo fittizio, nel quale è possibile assegnare i valori di ogni proprietà, sia della matrice solida che del fluido che riempie lo spazio vuoto, ad ogni punto matematico. E' evidente come tale tipo di approccio permetta di superare le difficoltà connesse con la descrizione microscopica. Infatti, il continuo fittizio non presenta le discontinuità (superfici di interfaccia) del dominio reale occupato dal mezzo poroso. In realtà, come apparirà chiaro in seguito, tali ostacoli sono solo stati aggirati. Bisogna nuovamente ribadire che la validità dell'approccio è subordinata alla scelta di un idoneo volume V per il REV. Infatti, è necessario che la dimensione lineare caratteristica del REV sia piccola se confrontata con quella del dominio Ψ , in modo tale che il REV possa essere considerato un punto materiale e, contemporaneamente, sufficientemente grande rispetto alla dimensione caratteristica del mezzo poroso, in modo tale da garantire medie statistiche significative.

Pertanto se si indicasse con L la dimensione caratteristica del dominio Ψ e con r_0 quella del REV ($V \approx r_0^3$), si ammetterebbe che sia sempre soddisfatta la seguente disuguaglianza:

$$1 \ll r_0 \ll L \quad (\text{A.6})$$

che assicura la possibilità di poter associare ad ogni punto del dominio Ψ un opportuno volume di media. D'ora in poi con V si indicherà sia il volume del REV sia il dominio spaziale da esso occupato. In definitiva:

$$\forall P \in \Psi \exists \text{REV}: V_i \cap \Sigma \neq \emptyset, V_i \cap (\Psi \setminus \Sigma) \neq \emptyset, 1 \ll r_0 \ll L \quad (\text{A.7})$$

A.3 Geometria del REV e relativa notazione

Per semplificare alcune dimostrazioni, è opportuno definire una geometria del REV.

L'assegnazione di una particolare geometria, pur consentendo notevoli semplificazioni, non limita affatto la generalità della teoria di seguito affrontata.

Si assuma che:

- il REV sia una sfera di raggio r_0 e volume V ;
- sia S la superficie chiusa che delimita V : $S \equiv \partial V$, dove ∂V indica la frontiera di V ;
- sia \mathbf{n} il versore normale a tale superficie orientato positivamente verso l'esterno.

A.4 Sistema di riferimento

Fissato un sistema di riferimento $\Lambda = \{0, x_1, x_2, x_3\}$, secondo la Figura A.3, fisso ed inerziale, sia \mathbf{e}_i ($i=1,2,3$) il versore di x_i . Di seguito, salvo diversa precisazione, si adotterà sempre la convenzione di Einstein, somma ad indici ripetuti. Ogni punto $P \in \Psi$ di coordinate (x_1, x_2, x_3) sarà individuato per mezzo di un vettore posizione, rispetto all'origine:

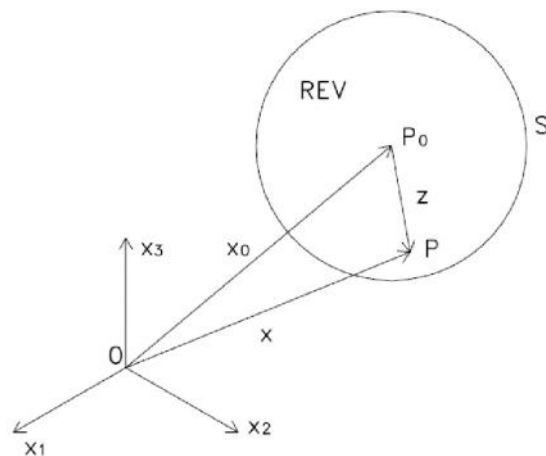


Figura A.3 REV e sistema di riferimento ad esso associato.

$$\mathbf{x}(P) = P - O = x_i \mathbf{e}_i \tag{A.8}$$

Fissando un punto $P \in \Psi$ ed il REV ad esso associato, un generico punto P all'interno di tale REV, può essere individuato assegnando il suo vettore posizione rispetto al punto P_0 :

$$\mathbf{z}(P) = P - P_0 = z_i \mathbf{e}_i \quad \text{tale che } \|\mathbf{z}\| \leq r_0 \tag{A.9}$$

I due vettori posizione sono legati dalla seguente relazione:

$$\mathbf{x}(P) = \mathbf{x}_0 + \mathbf{z}(P) \tag{A.10}$$

nella quale $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(P_0)$, vettore posizione del punto P_0 .

Poiché il REV è stato fissato, tale vettore sarà costante, mentre il vettore \mathbf{x} varierà al variare della posizione del punto P all'interno del REV.

A.5 Proprietà termofluidodinamiche delle fasi

Si supponga che all'interno del dominio Ψ siano presenti N fasi distinte, delle quali una è la matrice solida, e le restanti $N-1$ riempiono gli spazi vuoti. Siano V_α e S_α rispettivamente la parte del volume V e della superficie S occupata dalla generica fase α ($\alpha = 1, 2, \dots, N$). Saranno sempre valide le seguenti relazioni:

$$V_\alpha < V \quad (\alpha = 1, 2, \dots, N) \quad (\text{A.11a})$$

$$\sum_{\alpha=1}^N V_\alpha < V \quad (\text{A.11b})$$

$$S_\alpha < S \quad (\alpha = 1, 2, \dots, N) \quad (\text{A.12a})$$

$$\sum_{\alpha=1}^N S_\alpha < S \quad (\text{A.12b})$$

Operate queste premesse, si possono definire le seguenti grandezze.

Frazione volumetrica della fase α

$$\varepsilon_\alpha(\mathbf{P}_0, \theta) = \frac{V_\alpha}{V} \quad (\text{A.13})$$

che rappresenta la frazione del volume V occupata dalla fase α ed è una funzione delle coordinate spaziali del punto \mathbf{P}_0 e del tempo θ .

Come conseguenza delle (A.11), ε_α rispetta i seguenti vincoli:

$$\varepsilon_\alpha < 1 \quad (\text{A.14a})$$

$$\sum_{\alpha=1}^N \varepsilon_{\alpha} = 1 \quad (\text{A.14b})$$

Frazione areale della fase α

$$\bar{\varepsilon}_{\alpha}(P_0, \theta) = \frac{S_{\alpha}}{S} \quad (\text{A.15})$$

che rappresenta la frazione della superficie S occupata dalla fase α ed è una funzione delle coordinate spaziali del punto P_0 e del tempo θ .

Per le (A.12) deve essere:

$$\bar{\varepsilon}_{\alpha} < 1 \quad (\text{A.16a})$$

$$\sum_{\alpha=1}^N \bar{\varepsilon}_{\alpha} = 1 \quad (\text{A.16b})$$

In generale non è detto che ε_{α} ed $\bar{\varepsilon}_{\alpha}$ siano uguali.

Generica proprietà Ψ

La generica proprietà Ψ_{α} , relativa allo stato termodinamico della fase α nell'intorno del punto P , che è una funzione delle coordinate spaziali di tale punto e del tempo θ , è definita nel seguente modo:

$$\Psi_{\alpha}(P, \theta) = \begin{cases} \Psi_{\alpha} & \text{per } P \in V_{\alpha} \\ 0 & \text{per } P \notin V_{\alpha} \end{cases} \quad (\text{A.17})$$

Detta $S_{\alpha\beta}$ la superficie di interfaccia tra le due fasi:

$$S_{\alpha\beta} = \partial V_\alpha \cap \partial V_\beta \quad (\text{A.18})$$

si ritiene che la funzione $\Psi_\alpha(P, \theta)$ non sia definita se $P \in S_{\alpha\beta}$, ma che esista sempre il limite di tale funzione quando il punto P tende all'interfaccia. Inoltre si assume che tale funzione sia derivabile all'interno di V_α .

A.6 Le medie di volume

La media di una proprietà microscopica può essere effettuata in modi differenti, ad ognuno dei quali corrisponde un differente operatore matematico che permette di correlare la quantità media a quella microscopica. Per i presenti scopi sarà sufficiente introdurre i seguenti tre operatori di media [16, 17]:

La **media spaziale** di una funzione $f(P, \theta)$ che sia ovunque definita nel dominio Ψ .

$$\langle f \rangle(P_0, \theta) = \frac{1}{V} \int_V f(P, \theta) dV \quad (\text{A.19})$$

La **media di fase** di una proprietà Ψ_α .

$$\langle \Psi_\alpha \rangle(P_0, \theta) = \frac{1}{V} \int_V \Psi_\alpha(P, \theta) dV \quad (\text{A.20})$$

La **media intrinseca di fase** di una proprietà Ψ_α :

$$\langle \Psi_\alpha \rangle^\alpha(P_0, \theta) = \frac{1}{V_\alpha} \int_{V_\alpha} \Psi_\alpha(P, \theta) dV \quad (\text{A.21})$$

La (A.20) e la (A.21), ricordando il modo in cui si è definita la funzione Ψ_α , possono anche scriversi come:

$$\langle \Psi_\alpha \rangle (P_0, \theta) = \frac{1}{V} \int_{V_\alpha} \Psi_\alpha (P, \vartheta) dV \quad (A.22a)$$

$$\langle \Psi_\alpha \rangle^\alpha (P_0, \theta) = \frac{1}{V_\alpha} \int_{V_\alpha} \Psi_\alpha (P, \vartheta) dV \quad (A.22b)$$

La media di fase e la media intrinseca di fase sono legate dalla seguente relazione:

$$\langle \Psi_\alpha \rangle = \varepsilon_\alpha \langle \Psi_\alpha \rangle^\alpha \quad (A.23)$$

Quest'ultima relazione permette di comprendere bene la differenza tra i due tipi di media.

Ipotizzando che la Ψ_α sia costante all'interno della fase α , si ha:

$$\langle \Psi_\alpha \rangle^\alpha = \langle \Psi_\alpha \rangle \quad (A.24)$$

ovvero la media intrinseca di fase coincide con il valore costante assunto dalla proprietà, mentre in base alla (A.24) si ha:

$$\langle \Psi_\alpha \rangle = \varepsilon_\alpha \langle \Psi_\alpha \rangle \quad (A.25)$$

Quindi, se una proprietà è costante, la sua media di fase non solo viene ad assumere un valore differente da quello della grandezza stessa, ma in generale è anche una grandezza variabile nel tempo e nello spazio, poiché tale è ε_α .

Si può pertanto affermare che la media intrinseca di fase è più rappresentativa della media di fase.

In taluni casi non si è interessati al valore medio delle proprietà sul volume V , ma al loro valore medio sulla superficie esterna del REV.

Per questo scopo si definisce l'operatore **media superficiale intrinseca** di una proprietà Ψ_α :

$$\bar{\Psi}_\alpha = \frac{1}{S_\alpha} \int_{S_\alpha} \Psi_\alpha \mathbf{n} dS \quad (\text{A.26})$$

A.7 Media di un prodotto

Per le considerazioni successive è necessario esprimere il valore che una proprietà di fase assume in un certo punto, come somma di un valore medio e di una deviazione. Usando il metodo proposto da Gray (1975) [16], si ottiene:

$$\Psi_\alpha = \langle \Psi_\alpha \rangle^\alpha + \tilde{\Psi}_\alpha \quad \text{nella fase } \alpha \quad (\text{A.27a})$$

$$\Psi_\alpha = \tilde{\Psi}_\alpha = 0 \quad \text{nelle altre fasi} \quad (\text{A.27b})$$

Nelle applicazioni, frequentemente occorre esprimere la media di un prodotto in funzione dei prodotti delle medie. A tal fine, è molto utile la decomposizione precedente:

$$\begin{aligned} \langle \omega_\alpha \cdot \Psi_\alpha \rangle &= \langle (\omega_\alpha)^\alpha + \tilde{\omega}_\alpha \rangle (\langle \Psi_\alpha \rangle^\alpha + \tilde{\Psi}_\alpha) = \\ &= \langle \omega_\alpha \rangle^\alpha \cdot \langle \Psi_\alpha \rangle^\alpha + \langle \omega_\alpha \rangle^\alpha \cdot \tilde{\Psi}_\alpha + \langle \tilde{\omega}_\alpha \rangle \cdot \langle \Psi_\alpha \rangle^\alpha + \langle \tilde{\omega}_\alpha \rangle \cdot \tilde{\Psi}_\alpha = \\ &= \varepsilon_\alpha \cdot \langle \omega_\alpha \rangle^\alpha \cdot \langle \Psi_\alpha \rangle^\alpha + \varepsilon_\alpha \cdot \langle \omega_\alpha \rangle^\alpha \cdot \langle \tilde{\Psi}_\alpha \rangle^\alpha + \varepsilon_\alpha \cdot \langle \tilde{\omega}_\alpha \rangle^\alpha \cdot \langle \Psi_\alpha \rangle^\alpha + \langle \tilde{\omega}_\alpha \rangle \cdot \tilde{\Psi}_\alpha \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

e poiché la media delle deviazioni in base alle (A.27) è nulla, si ha:

$$\langle \omega_\alpha \cdot \Psi_\alpha \rangle = \varepsilon_\alpha \cdot \langle \omega_\alpha \rangle^\alpha \cdot \langle \Psi_\alpha \rangle^\alpha + \langle \tilde{\omega}_\alpha \rangle \cdot \tilde{\Psi}_\alpha \quad (\text{A.29})$$

Ricordando la (A.23) è possibile scrivere la (A.29) nella seguente forma:

$$\langle \omega_\alpha \cdot \Psi_\alpha \rangle^\alpha = \langle \omega_\alpha \rangle^\alpha \cdot \langle \Psi_\alpha \rangle^\alpha + \langle \tilde{\omega}^\alpha \cdot \tilde{\Psi}_\alpha \rangle^\alpha \quad (\text{A.30})$$

La media intrinseca di fase del prodotto di due grandezze è uguale alla somma di due termini: il prodotto delle medie intrinseche più la media intrinseca del prodotto delle deviazioni.

Poiché la media del prodotto delle deviazioni è la covarianza delle due grandezze:

$$\langle \tilde{\omega}_\alpha \cdot \tilde{\Psi}_\alpha \rangle = \text{cov}(\omega_\alpha, \Psi_\alpha) \quad (\text{A.31})$$

è chiaro che, se non esistesse una relazione “forte” tra le due grandezze, si può scrivere:

$$\langle \omega_\alpha \cdot \Psi_\alpha \rangle^\alpha \cong \langle \omega_\alpha \rangle^\alpha \cdot \langle \Psi_\alpha \rangle^\alpha + \text{cov}(\omega_\alpha, \Psi_\alpha)^\alpha \quad (\text{A.32})$$

Al limite, se le due grandezze sono completamente indipendenti (covarianza nulla), si ha:

$$\langle \omega_\alpha \cdot \Psi_\alpha \rangle^\alpha \cong \langle \omega_\alpha \rangle^\alpha \cdot \langle \Psi_\alpha \rangle^\alpha \quad (\text{A.33})$$

A.8 Il teorema della media

Gli operatori matematici definiti precedentemente consentono di effettuare la media delle proprietà microscopiche all'interno del REV. Si può pertanto sostituire l'effettiva distribuzione spaziale di una proprietà generica $\Psi_\alpha(P, \theta)$ con il suo valore medio nel REV assegnato al punto P_0 . Questa operazione può ripetersi per ogni punto P_0 appartenente al dominio Ψ ,

ottenendo una distribuzione spaziale dei valori medi $\Psi_\alpha(P, \theta)$, che prende il nome di *campo macroscopico della proprietà* Ψ_α .

La determinazione di tale campo richiede generalmente la soluzione di un certo numero di equazioni differenziali (equazioni macroscopiche), soddisfacendo a determinate condizioni al contorno. Sebbene le equazioni macroscopiche possano essere ottenute tramite considerazioni di bilancio, è preferibile ottenerle operando la media spaziale di ciascun termine che compare nelle analoghe equazioni microscopiche. Tale procedimento conduce ad equazioni nelle quali compaiono termini che sono medie spaziali di operatori differenziali, cioè equazioni integro-differenziali, la cui soluzione è praticamente impossibile. Al fine di risolvere questo inconveniente alcuni studiosi (Anderson e Jackson, 1967; Slattery, 1967; Whitaker, 1967; Bachmat, 1972; Gray e Lee, 1977) hanno dimostrato la validità di un teorema che permette di porre in relazione la media di un operatore differenziale con l'operatore differenziale della media.

Tale risultato, di fondamentale importanza, è noto come teorema della media spaziale [52]. La forma più comune di tale teorema è la seguente:

$$\langle \nabla \Psi_\alpha \rangle = \nabla \langle \Psi_\alpha \rangle + \sum_{\beta=1}^N \frac{1}{V} \int_{S_{\alpha\beta}} \Psi_\alpha \mathbf{n}_{\alpha\beta} (1 - \delta_{\alpha\beta}) dS \quad (\text{A.34})$$

Per una corretta interpretazione della (A.34) sono indispensabili le seguenti precisazioni:

- non si è usata la notazione di Einstein;
- $\mathbf{n}_{\alpha\beta}$ è il versore normale alla superficie di interfaccia $S_{\alpha\beta}$ con verso uscente dalla fase α ed entrante nella fase β ;
- $\delta_{\alpha\beta}$ è il simbolo di Kronecker.

Se con \mathbf{b}_α e con \mathbf{B}_α si indicano rispettivamente una proprietà vettoriale e tensoriale della fase α , come conseguenza della (A.34) si ha:

$$\langle \nabla \mathbf{b}_\alpha \rangle = \nabla \langle \mathbf{b}_\alpha \rangle + \sum_{\beta=1}^N \frac{1}{V} \int_{S_{\alpha\beta}} \mathbf{b}_\alpha \otimes \mathbf{n}_{\alpha\beta} (1 - \delta_{\alpha\beta}) dS \quad (\text{A.35})$$

$$\langle \nabla \cdot \mathbf{b}_\alpha \rangle = \nabla \cdot \langle \mathbf{b}_\alpha \rangle + \sum_{\beta=1}^N \frac{1}{V} \int_{S_{\alpha\beta}} \mathbf{b}_\alpha \cdot \mathbf{n}_{\alpha\beta} (1 - \delta_{\alpha\beta}) dS \quad (\text{A.36})$$

$$\langle \nabla \cdot \mathbf{B}_\alpha \rangle = \nabla \cdot \langle \mathbf{B}_\alpha \rangle + \sum_{\beta=1}^N \frac{1}{V} \int_{S_{\alpha\beta}} \mathbf{B}_\alpha \mathbf{n}_{\alpha\beta} (1 - \delta_{\alpha\beta}) dS \quad (\text{A.37})$$

A.9 Il teorema del trasporto generalizzato

Un altro risultato di fondamentale importanza è il teorema del trasporto generalizzato la cui formulazione originaria è dovuta a Gray (1975), ma che di seguito è riportato nella forma di Whitaker (1980) [53] :

$$\left\langle \frac{\partial \Psi_\alpha}{\partial \vartheta} \right\rangle = \frac{\partial \langle \Psi_\alpha \rangle}{\partial \vartheta} - \sum_{\beta=1}^N \frac{1}{V} \int_{S_{\alpha\beta}} \Psi_\alpha \mathbf{w}_{\alpha\beta} \cdot \mathbf{n}_{\alpha\beta} (1 - \delta_{\alpha\beta}) dS \quad (\text{A.38})$$

Sempre con le seguenti precisazioni:

- non si è usata la notazione di Einstein;
- $\mathbf{n}_{\alpha\beta}$ è il versore normale alla superficie di interfaccia $S_{\alpha\beta}$ con verso uscente dalla fase α ed entrante nella fase β ;
- $\delta_{\alpha\beta}$ è il simbolo di Kronecker;
- $\mathbf{w}_{\alpha\beta}$ è la velocità superficiale dell'interfaccia $S_{\alpha\beta}$, nulla se tale superficie delimita la superficie solida.

Il teorema del trasporto generalizzato pone in relazione la media della derivata temporale di una grandezza con la derivata temporale della media della grandezza stessa.

A.10 Il teorema delle deviazioni

Sempre a Gray (1975) si deve la dimostrazione del seguente teorema:

$$\langle \Psi_\alpha \rangle^\alpha \nabla \varepsilon_\alpha = \sum_{\beta=1}^N \frac{1}{V} \int_{S_{\alpha\beta}} (\tilde{\Psi}_\alpha - \Psi_\alpha) \mathbf{n}_{\alpha\beta} dS \quad (\text{A.39})$$

A tale risultato si perviene combinando in maniera opportuna la (A.27a), la (A.25) e la (A.23).

APPENDICE B

CARATTERISTICHE FISICHE DEI MATERIALI POROSI

OGGETTO DELLE PROVE DI MISURA

DI CONDUTTIVITÀ TERMICA

Sono di seguito elencate le caratteristiche fisiche dei materiali porosi oggetto delle prove di misura di conduttività termica.

Densità materiale secco AAC 450: $\rho_d = 450 \text{ kg/m}^3$

Densità materiale secco AAC 350: $\rho_d = 350 \text{ kg/m}^3$

Conduttività termica materiale secco AAC 450: $\lambda_d = 0.122 \text{ W/(m K)}$

Conduttività termica materiale secco AAC 350: $\lambda_d = 0.097 \text{ W/(m K)}$

Saturazione irriducibile: $S_{irr} = 0.09$

Porosità AAC 450: $\xi = 0.8$

Porosità AAC 350: $\xi = 0.843$

Calore specifico: $c_{ps} = 850 \text{ J/(kg K)}$

$A = 0.920 \text{ kg}_w/\text{kg}_d$

$$a = 0.0004 \text{ Wm}^2/(\text{kg K})$$

$$B_2 = 0.123 \cdot 10^{-3}$$

$$D_a = 2.58 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$K = 10^{-12} \text{ m}^2$$

$$B_3 = 2.211$$

$$D_1 = 0.293$$

$$D_2 = 1.131$$

$$D_3 = 20.273$$

BIBLIOGRAFIA

- [1] Woodside, W., Messmer, J.H., "Thermal Conductivity of Porous Media. I. Unconsolidated Sands", Journal of Applied Physics, **32**-9, pp. 1688-1692 (1961).
- [2] Hadley, G.R., "Thermal conductivity of packed metal powders", International Journal of Heat and Mass Transfer, **29**-6, pp. 909-920 (1986).
- [3] Rohsenow, W.M., Hartnett, J.P., Ganic, E.N., "Handbook of Heat Transfer Fundamentals", Hill (1985).
- [4] *Gas Encyclopedia*. Elsevier / L'Air Liquide, (1976).
- [5] Isberg, J., "The Thermal Conductivity of Polyurethane Foam", PhD Thesis, Chalmers University of Technology, Goteborg, Sweden (1988).
- [6] Bonacina, C., Cavallini, A., Mattarolo, L., "Trasmissione del Calore", CLEUP (1991).
- [7] Bankwall, C., "Natural Convection in Vertical Permeable Space", *Warme und Stoffubertragung* 7, by Sprinter Verlag, pp. 22-30 (1974).
- [8] Bankvall, C, "Heat Transfer in fibrous materials", Journal of Testing and Evaluation, JTEVA, **1**-3, pp. 235-243 (May 1973).
- [9] Sparrow ,E.M., Cess, R.D. "Radiation Heat Transfer". HemispherePublishing Corporation (1978).
- [10] Deissler, R., "Diffusion Approximation for Thermal Radiation in Gases with Jump boundary condition" Int. Heat Transfer, **86**- 2, pp. 240-246 (1964).
- [11] Russel H.W., "Principles of Heat Flow in Porous Insulators". Journal of the American Ceramic Society. **18**-1, pp.1-5 (1935).
- [12] Kaviany, M., *Principles of Heat Transfer in Porous Media*, 2nd ed., Springer Verlag, New York (1995).
- [13] Nozad, S., Carbonell, R.G., and Whitaker, S., *Chem. Eng. Sci.*, **40**, pp. 843-855 (1955).
- [14] ISO/TC 163/SC 1/WG 9 N 23 = REVISED ISO/DIS 10051, *Thermal insulation - Moisture Effect on Heat Transfer - Determination of Thermal Transmissivity of a Moist Material* (1993).
- [15] CEN/TC/89/WG8, CEN TECHNICAL REPORT. *Building Materials and Building Components-Principles for the Determination of Thermal Conductivity of Moist Materials and Thermal Resistance of Moist Components* (August 1997).
- [16] Hassanizadeh, M., Gray, W.G., "General conservation equations for multiphase systems: 1 Averaging technique", *Adv. Water Res.*, **2**, pp. 131-144 (1979).
- [17] Hassanizadeh, M., Gray, W.G., "General conservation equations for multiphase systems: 2 Mass, momenta, energy and entropy equation"s, *Adv. Water Res.*, **2**, pp. 191-203 (1979).
- [18] Hassanizadeh, M., Gray, W.G., "General conservation equations for multiphase systems: 3 Constitutive Theory for Porous Media Flow", *Adv. Water Res.*, **3**, pp. 25-40 (1980).
- [19] Whitaker, S., "Simultaneous Heat Mass and Momentum Transfer in Porous Media: A Theory of Drying", *Advances in Heat Transfer*, **13**, pp. 119 – 203, Academic Press, New York, (1977).
- [20] Whitaker, S., "Heat and Mass Transfer in Granular Porous Media", *Advances in Drying*, **1**, pp. 23 – 61, Hemisphere, New York, (1980).
- [21] Degiovanni, A., Moyne, C., "Conductivité thermique de matériaux poreux humides: évaluation théorique et possibilité de mesure", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **30**-11, pp. 2225-2245 (1987).

-
- [22] De Groot, S.R., Mazur, P., "Non – Equilibrium Thermodynamics", Dover, New York (1984).
- [23] Prigogine, L., "Thermodynamics of Irreversible Process", 2d. Ed., Wiley, New York (1961).
- [24] Hansen, K.K., "Sorption Isotherms, a Catalogue", Building Materials Laboratory, Department of Civil Engineering, The Technical University of Denmark (1986).
- [25] Reid, R.C., Praunsnitz, J.M., Bruce, E.P., "The Properties of Gases & Liquids", 4th ed., McGraw-Hill, New York (1987).
- [26] Daian, J. F., "Condensation and Isothermal Water Transfer in Cement Mortar Part I:-Pore Size Distribution, Equilibrium, Water Condensation and Imbibition", Transport in Porous Media, **3**, pp. 563-589 (1988).
- [27] Ilic, M., Turner, I.W., "Convective drying of a consolidated slab of wet porous material", Int. J. Heat Mass Transfer, **32-12**, pp. 957-967 (1989).
- [28] Galbraith, G.H., Mclean, R.C., Guo, J., Kelly, D., Lee, C., "The use of differential permeability in moisture transport modelling", Proceedings of Building Performance Simulation, Kyoto, **1**, pp. 271-267 (1999).
- [29] Luikov, A.V., "Heat and Mass Transfer in Capillary – porous Bodies", Pergamon Press, London (1966).
- [30] Cammerer, W.F., "Warme – und Kaltesschutz in Bauwesen und in der Industrie", Springer, Verlag Berlin Heidelberg (1995).
- [31] Jones, T.T., "The effect of Thickness and Temperature on Heat Transfer Through Foamed Polymers", Seventh Conference on Thermal Conductivity, National Bureau of Standards, Washington D.C. (1968).
- [32] Assael, M.J., Papadaki, M., Dix, M., [et al.], "An absolute vibrating-wire viscometer for liquids at high pressures", International Journal of Thermophysics, **12**, pp. 231-244 (1991).
- [33] Gustafsson S.E., "Transient plane source techniques for thermal conductivity and thermal diffusivity measurements of solid materials". Review of Scientific Instruments, **62**, pp. 797-804 (1991).
- [34] Gustavsson, M., Karawacki, E., Gustafsson, S.E., "Thermal conductivity, thermal diffusivity and specific heat of thin samples from transient measurements with hot disk sensors". Review of Scientific Instruments, **65**, pp. 3856-3859 (1994).
- [35] Parker, W.J., Jenkins, W.J., Butler, C.P., Abbott, G.L., "Flash method of determining thermal diffusivity, heat capacity and thermal conductivity", J. App. Physics, **32-9**, pp. 1679-1684 (1961).
- [36] Sheffield, G.S., Schorr, J.R., "Comparison of thermal diffusivity and thermal conductivity methods", Ceram. Bull., **70**, p. 102 (1991).
- [37] Log, T., Gustafsson, S.E., "Transient Plane Source (TPS) Technique for Measuring Thermal Transport Properties of Building Materials", Fire and Materials, **19-1**, pp. 43-49 (1995).
- [38] ISO 8301: 1991, "Thermal Insulation – Determination of steady state thermal resistance and related properties. Heat flow meter apparatus".
- [39] Campanale, M., Moro, L., "Misure di conduttività e resistenza termica", Quaderno dell'Istituto di Fisica Tecnica N° 154, Padova (1994).
- [40] Carslaw, H.S., Jaeger, J.C., "Conduction of heat in solids", Oxford University Press (1959).
- [41] Kodur, V.K.R., Wang, T.C., Cheng, F.P., "Predicting the fire resistance behaviour of high strength columns", Cement and Concrete Composites, **26**, pp. 141-153 (2004).
- [42] CSN EN 12602: 2008, "Prefabricated reinforced components of autoclaved aerated concrete".

-
- [43] Tinti, F., "*Geotermia per la climatizzazione*", Dario Flaccovio Editore (2009).
- [44] Hahne, E., Grigull, U., "*Formfaktor und formwiderstand der stationären mehrdimensionalen wärmeleitung*", Journal of heat and mass transfer, **18**, pp. 751-767, Pergamon Press, GB (1975).
- [45] UNI EN 13183-1:2003, "*Umidità di un pezzo di legno segato - Determinazione tramite il metodo per pesata*".
- [46] Baggio, P., Maiorana, C.E., Schrefler, B.A., "*Thermo-Hygro-Mechanical Analysis of Concrete*", International Journal for Numerical Methods in Fluids, **20**, pp. 573-595 (1995).
- [47] Baggio, P., Campanale, M., Moro, L., "*Analytical and experimental investigations on the transient heat transfer process in moist wood wool slab*"s, Journal of Thermal Envelope and Building Science, **24**, (2001).
- [48] Roels, S., Carmeliet, J., Hens, H., Adan, O., Brocken, H., Cerny, R., Pavlik, Z., Hall, C., Kumaran, K., Pel, L., Plagge, R., "*Interlaboratory Comparison of Hygric Properties of Porous Building Materials*", Journal of Thermal Envelope and Building Science, **27**, pp. 307-325 (2004).
- [49] Kumaran, M.K., "*Moisture Transport Trough Glass-Fibre Insulation in the Presence of a Thermal Gradient*", Journal of Thermal Insulation, **10**, pp. 243-255 (1987).
- [50] Prandtl, L., "*Essentials of Fluid Mechanics*", Blackie, London, Hist. Rev., 21, 22, 24 (1952).
- [51] Bachmat, Y., Bear, J., "*On the Concept and Size of a Representative Elementary Volume (Rev)*", Advances in Transport Phenomena in Porous Media, **128**, pp. 3-20 (1987).
- [52] Slattery, J.C., "*Momentum, Energy and Mass Transfer in Continua*", McGraw-Hill (1972).
- [53] Whitaker, S., "*Radiant energy transport in porous media*", Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals, **19**, pp. 210-218 (1980).