

INDICE

I	STATO DELL'ARTE	1
1.1	Introduzione	1
1.2	Cenni di fisiologia del Sistema Vestibolare	1
1.3	Stato dell'arte sul dispositivo accelerometrico.....	3
1.3.1	Studio della cinematica della testa in clinica.....	3
1.3.1.1	Sistemi con riferimento fisso.....	4
1.3.1.2	Sistemi privi di riferimento fisso.....	6
1.3.2	Studi teorico/pratici per il rilievo della cinematica di un corpo rigido.....	14
1.4	Bibliografia	23
II	SVILUPPO DEL CASCO STRUMENTATO.....	25
2.1	Introduzione	25
2.2	Sviluppo del dispositivo	25
2.2.1	Prototipo α	26
2.2.2	Prototipo β	28
2.2.3	Prototipo γ	30
2.3	Determinazione delle grandezze cinematiche	35
2.3.1	Accelerazione lineare ed angolare.....	35
2.3.2	Velocità angolare	37
2.3.2.1	Prototipi α e β	37
2.3.2.2	Prototipo γ	38
2.3.3	Assetto.....	39

2.3.3.1	Rappresentazione dell'assetto di un corpo rigido.....	39
2.3.3.2	Relazione tra assetto e velocità angolare.....	45
2.3.3.3	Misura dell'assetto di un corpo rigido.....	46
2.3.3.4	Stima della rigidità λ in funzione dell'errore ε	52
2.4	Conclusioni	66
2.5	Bibliografia	68
III	DISPOSITIVI DI TARATURA E VERIFICA DEL CASCO.....	69
3.1	Introduzione	69
3.2	Sistema optoelettronico VICON	69
3.3	Sistema a pendolo	76
3.3.1	Utilizzo per la taratura del casco	76
3.3.2	Utilizzo per la verifica del casco	82
3.4	Sistema a doppio pendolo	88
3.4.1	Valutazione dell'incertezza	89
3.4.1.1	Encoder	89
3.4.1.2	Errori dovuti alla realizzazione del doppio pendolo	90
3.4.1.3	Errori dovuti al montaggio del casco sul doppio pendolo.....	90
3.4.1.4	Analisi e risultati della simulazione	90
3.4.2	Taratura del cluster accelerometrico	92
3.4.2.1	Procedura statica e dinamica (P-I)	92
3.4.2.2	Procedura dinamica (P-II)	93
3.4.2.3	Confronto tra le procedure P-I e P-II	93
3.4.3	Verifica del cluster accelerometrico.....	95
3.4.4	Taratura dei giroscopi	99
3.4.5	Verifica dei giroscopi.....	100
3.4.6	Determinazione assetto del casco.....	102
3.5	Conclusioni	104
3.6	Bibliografia	106
IV	UTILIZZO DEL PROTOTIPO γ IN PROVE DI POSTUROGRAFIA DINAMICA	107
4.1	Introduzione	107
4.2	Stato dell'arte	107
4.2.1	Traiettorie curvilinee.....	107
4.2.2	Rotazione della testa durante il cammino	108
4.2.3	Rotazione completa del corpo verso un target visivo.....	109
4.2.4	Perturbazione rotativa della base di appoggio.....	112
4.3	Perturbazione a gradino.....	114

4.3.1	Piattaforma di forza.....	114
4.3.2	Piattaforma 1 DOF	116
4.3.3	Protocollo di prova.....	118
4.3.4	Analisi dati	119
4.3.4.1	Angoli di rotazione.....	119
4.3.4.2	Velocità angolari	121
4.3.4.3	Accelerazioni angolari della testa	123
4.3.4.4	Centro di pressione (COP)	124
4.4	Perturbazione periodica.....	126
4.5	Conclusioni	136
4.6	Bibliografia	137
IV	CONCLUSIONI.....	139
	SOFTWARE REVIEW SHCT (Software Helmet Calibration and Testing)	140
	SHCT URD	A
	SHCT SSD	B
	SHCT SCDR.....	C
	SHCT SUM.....	D
	SHCT SVVP	E

INDICE FIGURE

Figura 1.1	(A) Disposizione anatomica delle suddivisioni vestibolare dell'orecchio e loro posizione rispetto al capo. (B) Sistema vestibolare	2
Figura 1.2	Organizzazione anatomica (A) e funzionale (B) delle ampolle nei canali semicircolari.....	3
Figura 1.3	Istogrammi dell'ampiezza degli spostamenti angolari (sinistra) e delle velocità angolari (destra) della testa in soggetti sani (in bianco) e con deficit vestibolari (in nero). In alto le prove sono state fatte in presenza di luce, in basso in assenza di questa	5
Figura 1.4	Orientazione angolare dei segmenti corporei (\square deviazione standard) per ogni tipologia di camminata. Differenze significative nell'orientazione dei segmenti tra la camminata su piano inclinato e quelle su piano orizzontale sono indicate con (*), mentre le differenze tra la salita e la discesa sono indicate con (\dagger)	5
Figura 1.5	Set-up sperimentale composto da un trasmettitore di campo magnetico e tre ricevitori posti sulla testa del soggetto	6
Figura 1.6	Segnali rappresentanti la rotazione della testa registrati tramite (a) potenziometro e (b) giroscopio a fibra ottica (integrazione del segnale relativo alla velocità angolare).....	7
Figura 1.7	Segnali rappresentanti la velocità angolare della testa registrati tramite (a) potenziometro (derivazione del segnale relativo allo spostamento angolare) e (b) giroscopio a fibra ottica.....	7
Figura 1.8	Andamento, in pazienti emiplegici, dell'accelerazione laterale, orizzontale e verticale della testa in funzione del tempo, durante il movimento compiuto per alzarsi dalla sedia a rotelle e per sedersi sul letto	8
Figura 1.9	Andamento, in soggetti giovani, dell'accelerazione laterale, orizzontale e verticale della testa in funzione del tempo, durante il movimento compiuto per alzarsi dalla sedia a rotelle e per sedersi sul letto	8

Figura 1.10	Andamento degli indici di Rom, Tonset e Trom nei soggetti studiati; in (b) è rappresentato l'andamento di Rom in funzione dello spostamento della base (F: in avanti; B: all'indietro).....	9
Figura 1.11	Apparato di misura e superficie irregolare	10
Figura 1.12	Componenti dell'accelerazione verticale, laterale e anteroposteriore al livello del bacino (sinistra) e della testa (destra). Le linee spezzate rappresentano il contatto del tallone con il suolo. Le accelerazioni sono misurate in g.....	11
Figura 1.13	Piano di Francoforte	12
Figura 1.14	Schema della distribuzione degli accelerometri e della posizione del vestibolo sinistro e destro. Il punto A rappresenta la loro proiezione esterna	12
Figura 1.15	Orientazione dei canali semicircolari nel sistema vestibolare sinistro	13
Figura 1.16	Configurazione degli accelerometri uniassiali nel caso di dispositivo a sei accelerometri in Morris [13].....	14
Figura 1.17	Configurazione degli accelerometri nel caso di dispositivo a nove accelerometri	15
Figura 1.18	Semplificazione nella disposizione degli accelerometri utilizzata nella simulazione	16
Figura 1.19	Stima dell'errore presente nella misurazione della velocità angolare. L'indice i rappresenta la componente della velocità angolare presa in considerazione.....	17
Figura 1.20	Stima dell'errore presente nella misurazione della velocità angolare utilizzando anche il sistema Shape-Tape	18
Figura 1.21	Esempio dell'errore di orientazione calcolato tramite integrazione del segnale derivante dal giroscopio (linea continua) e quello ottenuto dalla combinazione dei segnali derivanti dal giroscopio e dall'accelerometro (linea tratteggiata).....	18
Figura 1.22	Esempio della stima dell'orientazione tramite la combinazione delle informazioni derivanti dal giroscopio e dall'accelerometro (linea a tratto continuo). Dati ottenuti dal Vicon (linea tratteggiata).....	19
Figura 1.23	Errori sistematici che agiscono sulla posizione e sull'orientazione di ogni accelerometro.....	20
Figura 1.24	Sistema composto da sei accelerometri. Errore massimo angolare (a) e lineare (b) nella serie di prove RT2	22
Figura 1.25	Sistema composto da nove accelerometri. Errore massimo angolare (a) e lineare (b) nella serie di prove RT2	22
Figura 2.1	Accelerometro capacitivo modello ADXL 311 della Analog Devices.....	26
Figura 2.2	Caratteristiche metrologiche dell'accelerometro ADXL 311 della Analog Devices.....	27
Figura 2.3	Casco strumentato con otto accelerometri biassiali.....	28
Figura 2.4	Disposizione teorica (a) e reale (b) degli accelerometri sul casco.....	29

Figura 2. 5	Casco strumentato con dieci accelerometri lineari	29
Figura 2.6	Adxrs300 con la Evaluation Board.....	30
Figura 2.7	Caratteristiche metrologiche del giroscopio ADXRS 300 della Analog Devices	31
Figura 2.8	Schema elettrico dell'accelerometro LIS3L02AS4.....	32
Figura 2.9	Circuito contenente l'accelerometro ed i condensatori	32
Figura 2.10	Caratteristiche metrologiche del giroscopio LIS3L02AS4 della ST Microelectronics	33
Figura 2.11	Prototipo γ_1 del casco strumentato.....	34
Figura 2.12	Prototipo γ_2 del casco strumentato.....	34
Figura 2.13	Individuazione di un corpo rigido nello spazio	39
Figura 2.14	Rotazione intorno all'asse z (rotazione negativa).....	41
Figura 2.15	Rotazione intorno all'asse y'.....	41
Figura 2.16	Rotazione intorno all'asse x".....	42
Figura 2.17	Sono indicati i quadranti in cui viene riportata l'arcotangente principale in funzione dei segni di x e y.....	43
Figura 2.18	Algoritmo per la determinazione dell'assetto	47
Figura 2.19	Segnale simulato.....	47
Figura 2.20	Deriva di integrazione.....	48
Figura 2.21	Deriva di integrazione per 500 segnali	48
Figura 2.22	Individuazione della molla virtuale di rigidezza λ	50
Figura 2.23	Algoritmo per la determinazione dell'assetto	50
Figura 2.24	Errore ϵ introdotto con l'accelerazione inerziale limitata	51
Figura 2.25	Errore ϵ introdotto con l'accelerazione inerziale elevata	51
Figura 2.26	Angoli di rotazione della testa durante il cammino	54
Figura 2.27	Traslazioni del centro della testa durante il cammino	54
Figura 2.28	Velocità angolare della testa durante il cammino.....	55
Figura 2.29	(a_0-g) della testa durante il cammino.....	55
Figura 2.30	Accelerazione inerziale della testa durante il cammino.....	56
Figura 2.31	Andamento dell'errore in funzione del parametro λ	56
Figura 2.32	Diagramma del numero di osservazioni per ogni valore del parametro λ	57
Figura 2.33	Rotazioni del casco durante la rotazione della piattaforma	58
Figura 2.34	Traslazioni del centro della casco durante la rotazione della piattaforma.....	58
Figura 2.35	Velocità angolare del casco a causa del moto della piattaforma	59
Figura 2.36	(a_0-g) del casco a causa del moto della piattaforma	59

Figura 2.37	Accelerazione inerziale del casco a causa del moto della piattaforma	60
Figura 2.38	Andamento dell'errore in funzione del parametro λ	60
Figura 2.39	Diagramma del numero di osservazioni per ogni valore del parametro λ	61
Figura 2.40	Rotazioni del casco durante la rotazione tramite doppio pendolo	62
Figura 2.41	Traslazioni del centro della casco durante la rotazione tramite doppio pendolo	63
Figura 2.42	Velocità angolare del casco durante la rotazione tramite doppio pendolo	63
Figura 2.43	(a0–g) del casco durante la rotazione tramite doppio pendolo	64
Figura 2.44	Accelerazione inerziale del casco durante la rotazione tramite doppio pendolo	64
Figura 2.45	Andamento dell'errore in funzione del parametro λ	65
Figura 2.46	Diagramma del numero di osservazioni per ogni valore del parametro λ	66
Figura 3.1	Esempi di telecamere e marker utilizzati nel sistema di acquisizione optoelettronico Vicon ...	70
Figura 3.2	Ogni telecamera acquisisce immagini in due dimensioni ed il computer centrale ne elabora la rappresentazione in 3D.....	70
Figura 3.3	Campo di misura visto dalle telecamere.....	71
Figura 3.4	Bacchette per la taratura statica (a) e dinamica (b) del volume di misura.....	71
Figura 3.5	Procedura utilizzata nell'analisi del passo umano	72
Figura 3.6	Marker posizionati sul casco e su un crocetta di alluminio utile per individuare il sistema di riferimento solidale al casco	73
Figura 3.7	Determinazione della posizione degli accelerometri nel sistema di riferimento solidale con il casco (1).....	75
Figura 3.8	Sistema a pendolo per la taratura del casco	77
Figura 3.9	Sistema di riferimento del casco.....	78
Figura 3.10	Andamento dell'accelerazione angolare calcolata tramite pendolo e casco.....	79
Figura 3.11	Accelerazione angolare misurata con il pendolo in funzione dell'accelerazione angolare misurata con il casco.....	79
Figura 3.12	Medie e deviazioni standard dell'errore per le rotazioni intorno ai tre assi in termini di modulo dell'accelerazione angolare [1].....	80
Figura 3.13	Medie e deviazioni standard dell'errore per le rotazioni intorno ai tre assi in termini di sensibilità trasversale [1]	81
Figura 3.14	Errore commesso applicando alle prove di verifica la matrice di sensibilità calcolata lo stesso giorno della prova (yes) oppure quella calcolata in giorni differenti (no) [1].....	82
Figura 3.15	Errori tipici nella misura dell'accelerazione relativi ad una delle prove condotte: i dati non sono filtrati. Errori nell'accelerazione angolare usando (a) il cluster a 12 assi e (b)	

	quello a 20. Errori nella misura di (a-g)y usando (c) il cluster a 12 assi e (d) a 20 quello a venti [2].....	83
Figura 3.16	RMSE in funzione della frequenza di taglio utilizzata nel filtro passa basso applicato agli output degli accelerometri [2].....	84
Figura 3.17	Deriva nella misura della velocità angolare rispetto a tre configurazioni del cluster accelerometrico (12-16-20 accelerometri).....	85
Figura 3.18	Errori nella misura della velocità angolare usando 12 accelerometri (a) e 20 (b); errori nella velocità angolare usando la procedura di compensazione nel cluster a 12 accelerometri (c) e a 20 (d).....	86
Figura 3.19	Progetto del doppio pendolo.....	88
Figura 3.20	Doppio pendolo.....	89
Figura 3.21	Rappresentazione grafica dei parametri scelti per qualificare le due procedure di taratura.....	94
Figura 3.22	Differenti procedure utilizzate per tarare il dispositivo accelerometrico.....	95
Figura 3.23	Stima dell'errore nell'accelerazione lineare (a) ed in quella angolare (b) in funzione del numero di accelerometri presenti sul casco.....	97
Figura 3.24	Componente x della velocità angolare misurata con il casco e con il doppio pendolo.....	100
Figura 3.25	Componente y della velocità angolare misurata con il casco e con il doppio pendolo.....	101
Figura 3.26	Componente z della velocità angolare misurata con il casco e con il doppio pendolo.....	101
Figura 3.27	Angolo di rotazione φ	102
Figura 3.28	Angolo di rotazione θ	102
Figura 3.29	Angolo di rotazione ψ	103
Figura 3.30	Errore angolare che si ottiene facendo variare il parametro λ	103
Figura 4.1	Anticipo della traiettoria curva della testa rispetto al corpo.....	108
Figura 4.2	Percorso con bersagli visivi.....	109
Figura 4.3	Confronto tra le velocità angolari della testa in soggetti giovani e anziani. L'asterisco '*' ed il termine 'ns' indicano se è o non è presente una differenza significativa tra i dati.....	109
Figura 4.4	Sequenza durante la rotazione a corpo intero verso un bersaglio visuale.....	110
Figura 4.5	Angoli di rotazione e velocità angolari dei segmenti assiali durante la rotazione analizzata..	111
Figura 4.6	Confronto tra le velocità di testa e pelvi in condizioni di Visible Target (grigio) e Remembered Direction (nero).....	111
Figura 4.7	Modello tridimensionale ottenuto con il sistema optoelettronico VICON del soggetto posto sulla piattaforma.....	112
Figura 4.8	Guadagni e fase delle rotazioni dei segmenti corporei rispetto alla rotazione della piattaforma.....	113

Figura 4.9	Protocollo di prova	114
Figura 4.10	Piattaforma di forza AMTI OR6-6	115
Figura 4.11	Centralina estensimetrica AMTI MSA-6.....	115
Figura 4.12	Riferimento della piattaforma, con i versi positivi dei momenti	116
Figura 4.13	Piattaforma 1D.....	116
Figura 4.14	Cinghia di trasmissione del moto	117
Figura 4.15	Piattaforma 1D e piattaforma di forza	117
Figura 4.16	Schermo con il bersaglio visivo e soggetto con i marker	118
Figura 4.17	Rotazione della testa, del tronco e della pelvi nella situazione non perturbata	119
Figura 4.18	Rotazioni di testa tronco e pelvi con perturbazione equiversa	120
Figura 4.19	Rotazioni di testa tronco e pelvi nelle tre diverse situazioni	120
Figura 4.20	Confronto delle rotazioni della testa nelle tre diverse condizioni di perturbazione.....	121
Figura 4.21	Velocità angolare della testa nelle tre condizioni di perturbazione	122
Figura 4.22	Velocità angolare del tronco nelle tre condizioni di perturbazione	122
Figura 4.23	Velocità angolare della pelvi nelle tre condizioni di perturbazione	123
Figura 4.24	Accelerazioni angolari della testa nelle diverse condizioni di perturbazione.....	123
Figura 4.25	Statochinesigramma del COP in assenza di perturbazione.....	124
Figura 4.26	Statochinesigramma del COP in presenza di perturbazione equiversa.....	124
Figura 4.27	Statochinesigramma del COP in presenza di perturbazione equiversa	125
Figura 4.28	Soggetto sulla piattaforma 1D con indosso il casco	126
Figura 4.29	Rotazione impostata per il movimento della piattaforma.....	127
Figura 4.30	Rotazione della testa in presenza della rotazione a chirp della base di appoggio.....	128
Figura 4.31	Individuazione e interpolazione dei massimi.....	129
Figura 4.32	Definizione degli indici di valutazione.....	129
Figura 4.33	Deriva di rotazione della testa	130
Figura 4.34	Indice di stabilità I nella fase aumento della velocità.....	135
Figura 4.35	Indice di stabilità I nella fase diminuzione della velocità.....	135
Figura 4.36	Indice di deriva D	136

INDICE TABELLE

Tabella 1.1	Riassunto della prove effettuate.....	21
Tabella 2.1	Banda passante in funzione della capacità del condensatore a valle del segnale accelerometrico.....	27
Tabella 2.2	Banda passante in funzione della capacità del condensatore a valle dell'accelerometro LIS3L02AS4.....	32
Tabella 2.3	Rappresentazioni di una rotazione di un corpo rigido	44
Tabella 2.4	Errori introdotti nella simulazione.....	53
Tabella 2.5	Valori dei parametri caratteristici della simulazione. λ è la rigidezza della molla virtuale, $\varepsilon\varphi$, $\varepsilon\theta$ e $\varepsilon\psi$ sono gli errori angolari medi tra le simulazioni ed ε_{ax} , ε_{ay} e ε_{az} sono gli errori che si commettono ipotizzando agente sugli accelerometri unicamente l'accelerazione di gravità.....	57
Tabella 2.6	Valori dei parametri caratteristici della simulazione. λ è la rigidezza della molla virtuale, $\varepsilon\varphi$, $\varepsilon\theta$ e $\varepsilon\psi$ sono gli errori angolari medi tra le simulazioni ed ε_{ax} , ε_{ay} e ε_{az} sono gli errori che si commettono ipotizzando agente sugli accelerometri unicamente l'accelerazione di gravità.....	61
Tabella 2.7	Valori dei parametri caratteristici della simulazione. λ è la rigidezza della molla virtuale, $\varepsilon\varphi$, $\varepsilon\theta$ e $\varepsilon\psi$ sono gli errori angolari medi tra le simulazioni ed ε_{ax} , ε_{ay} e ε_{az} sono gli errori che si commettono ipotizzando agente sugli accelerometri unicamente l'accelerazione di gravità.....	65
Tabella 3.1	Sensibilità calcolata tramite sistema optoelettronico in cinque giorni differenti.....	75
Tabella 3.2	Scarto massimo percentuale della sensibilità calcolata in cinque giorni differenti	76

Tabella 3.3	Confronto tra gli errori nella misura dell'accelerazione angolare e lineare utilizzando un differente numero di accelerometri [2]. Gli apici indicano tra quali configurazioni di cluster esiste una differenza statisticamente significativa	87
Tabella 3.4	Confronto tra gli errori nella misura della velocità angolare utilizzando un differente numero di assi sensibili. NC è la velocità angolare non compensata, mentre C rappresenta la velocità angolare compensata [2]. Gli apici indicano tra quali configurazioni di cluster esiste una differenza statisticamente significativa	87
Tabella 3.5	Errori introdotti nella simulazione.....	90
Tabella 3.6	Incertezze stimate nella determinazione delle grandezze cinematiche del casco utilizzando il sistema a doppio pendolo.....	91
Tabella 3.7	Indici per la valutazione delle due procedure di taratura.....	94
Tabella 3.8	Medie degli errori calcolati nella determinazione delle accelerazione tramite le tre matrici MP-I, MP-II e MP-REF. Configurazione a 20 accelerometri.....	96
Tabella 3.9	Medie degli errori calcolati nella determinazione delle accelerazione tramite le tre matrici MP-I, MP-II e MP-REF. Configurazione a 12 accelerometri.....	97
Tabella 3.10	Valori della sensibilità dei giroscopi misurata in 5 giorni differenti	100
Tabella 3.11	Errori nella misura degli angoli di rotazione	104
Tabella 3.12	Incertezze associate agli angoli di rotazione.....	104
Tabella 4.1	Varianti di esecuzione del compito.....	119
Tabella 4.2	Scheda tecnica di Stefano Mauri	131
Tabella 4.3	Scheda tecnica di Massimo Zallocco.....	132
Tabella 4.4	Scheda tecnica di Iglı Tare	133
Tabella 4.5	Scheda tecnica di Gaby Mudingayi	134

NOMENCLATURA

\mathbf{a}_0	accelerazione dell'origine di SR_1
\mathbf{a}_p	accelerazione lineare del punto P in cui è presente l'accelerometro
COP	centro di pressione
D	angolo di deriva
${}^0\mathbf{d}$	distanza tra i due marker posti sulla bacchetta di puntamento nel SR_0
\mathbf{e}	parte immaginaria di un quaternioni generico
e_f	errore simulato dovuto alla variazione di dimensione dei fori dell'encoder
e_q	errore simulato a causa della quantizzazione dell'encoder
e_x	errore simulato tra il centro del casco e l'asse mobile del doppio pendolo
e_z	errore simulato dell'altezza del doppio pendolo
e_θ	errore simulato della rotazione intorno all'asse y del doppio pendolo
e_φ	errore simulato della rotazione intorno all'asse x del doppio pendolo
e_ψ	errore simulato della rotazione intorno all'asse z del doppio pendolo
F	forza applicata alla piattaforma di forza
$F(\mathbf{m})$	matrice di prodotto vettoriale
\mathbf{g}	vettore accelerazione di gravità
1H_0	matrice di rototraslazione tra SR_0 e SR_1
I	indice di instabilità
K	fattore di copertura
K	matrice rotazionale
M	matrice di sensibilità globale
\mathbf{M}_1	massima rotazione della testa

M₂	minima rotazione della testa
N	matrice versori degli assi sensibili
n^T	versore indicante la direzione dell'asse sensibile
O	offset
O	matrice degli offset
P-I	Procedura di taratura statica e dinamica
P-II	Procedura di taratura dinamica
P-REF	Procedura di taratura ottimale
⁰p_{Acc}	posizione dell'accelerometro in SR ₀
¹p_{Acc}	posizione dell'accelerometro in SR ₁
⁰p_A	posizione del marker generico A in SR ₀
⁰p_{ct}	posizione del centro del sistema di riferimento del casco in SR ₀
q	quaternione generico
q₀	parte reale del quaternione generico
R	matrice posizione degli accelerometri
r	vettore indicante la posizione dell'accelerometro rispetto all'origine
r_{ij}	termini della matrice di rotazione
¹R₀	matrice di rotazione tra SR ₀ e SR ₁
S	sensibilità
S	matrice diagonale della sensibilità
SNR	Rapporto di segnale rumore
SR₀	sistema di riferimento assoluto
SR₁	sistema di riferimento del casco
std	deviazione standard
T	soglia di instabilità
T_{tot}	tempo di durata della prova
V	uscita in volt degli accelerometri
V	matrice degli output
\hat{V}_s	stima della matrice degli output calcolata nella posizione di calibrazione
U	incertezza estesa
u	incertezza combinata standard
X_{COP}	coordinata x del centro di pressione

Y_{COP}	coordinata y del centro di pressione
α	primo prototipo del casco
β	secondo prototipo del casco
γ	terzo prototipo del casco
δ	angolo compreso tra i versori dell'asse z calcolati con i giroscopi e gli accelerometri
$ \Delta\dot{\omega} _{Max}$	intervallo massimo dell'accelerazione angolare
ϵ_{al}	errore dovuto alla variazione della tensione di alimentazione
$\epsilon_{ a_0-g }$	errore nel calcolo del modulo del vettore $(\mathbf{a}_0-\mathbf{g})$
$\epsilon_{ a_0-g t}$	errore nel calcolo di $(\mathbf{a}_0-\mathbf{g})$ trasversale
$\epsilon_{ax}, \epsilon_{ay}, \epsilon_{az}$	errori commessi ipotizzando come input solo l'accelerazione di gravità
ϵ_{ci}	errore sulle condizioni iniziali
ϵ_{dis}	errore di disallineamento
ϵ_{nl}	errore dovuto alla non linearità dei sensori
ϵ_{off}	errore dovuto alla variazione dell'offset
ϵ_r	errore casuale
$\epsilon_{ \dot{\omega} }$	errore nel calcolo del modulo dell'accelerazione angolare
$\epsilon_{ \dot{\omega} t}$	errore nel calcolo dell'accelerazione angolare trasversale
$\epsilon_{ \omega }$	errore nel calcolo del modulo della velocità angolare
$\epsilon_{ \omega t}$	errore nel calcolo della velocità angolare trasversale
θ	angolo di beccheggio
λ	costante di rigidezza della molla virtuale
φ	angolo di imbardata
ψ	angolo di rollio
$ \dot{\omega}_c $	modulo dell'accelerazione angolare misurata con il casco
$ \dot{\omega}_e $	modulo dell'accelerazione angolare misurata con l'encoder
ω	velocità angolare
$\dot{\omega}$	accelerazione angolare

RIASSUNTO

Il presente lavoro di tesi si basa sullo sviluppo di un dispositivo per l'analisi della cinematica della testa. La necessità di studiare tali grandezze dipende dal fatto che la testa è sede dei sistemi sensoriali quali il sistema visivo, uditivo e vestibolare e, in presenza di un disturbo di uno di essi, si può avere una destabilizzazione della testa con possibile perdita dell'equilibrio. Proprio per tali motivi il dispositivo sviluppato può servire sia come strumento di ricerca in campo biomeccanico sia, in campo riabilitativo, per monitorare in modo oggettivo i progressi fatti da pazienti durante la terapia esaminando come variano, nel tempo, alcune grandezze caratterizzanti la cinematica della testa. Il dispositivo sviluppato consiste in un casco da ciclista, scelto in quanto leggero e facile da adattare, su cui vengono montati dei sensori per la misura della velocità angolare, dell'accelerazione lineare e di quella angolare. I parametri che hanno discriminato la scelta dei sensori sono stati:

- dimensioni del sensore il più possibile ridotte: massimo 2 x 2 x 2 cm;
- massa contenuta: minore di 20 g;
- campo di misura della velocità angolare: ± 300 °/s (circa $\pm 5,24$ rad/s);
- campo di misura dell'accelerazione lineare: ± 2 g ($\pm 19,61$ m/s²);
- campo di misura dell'accelerazione angolare: ± 20 rad/s²;
- banda passante: da 0 Hz (DC) a 50 Hz;
- costo contenuto.

Inoltre si è deciso, in accordo con il personale medico dell'Ospedale Pediatrico Bambino Gesù di Palidoro (RM), che il dispositivo in esame dovesse comportare un'incertezza massima nella misura della velocità angolare e delle accelerazioni sia lineari che angolari non maggiore del 5% del valore massimo di ogni grandezza. Tale valore è stato stabilito tenendo conto che, nel previsto campo di applicazione del casco, non è richiesta una estrema precisione nella determinazione delle grandezze cinematiche da misurare in quanto, soprattutto in soggetti patologici, la limitata ripetibilità intrasoggettuale ed intersoggettuale del valore misurato può comportare variazioni superiori all'incertezza limite stabilita.

La progettazione e lo sviluppo del casco strumentato si è articolato in tre fasi in ciascuna delle quali è stato realizzato un prototipo. La motivazione risiede nella presenza sul mercato di una grande varietà di sensori e soprattutto dalle continue innovazioni prodotte dalle case costruttrici. Si pensi che, nel 2004, anno di inizio dottorato, i giroscopi avevano prezzi elevati (superiori a 100 €) e gli accelerometri di tipo triassiale erano ben pochi, di grandi dimensioni e, nella maggior parte dei casi, costruiti con due accelerometri biassiali posti ortogonalmente tra loro. Nel 2007, invece, i giroscopi e gli accelerometri costruiti con la tecnologia *MEMS* (Micro Electro Mechanical Systems) sono prodotti da diverse industrie in dimensioni ridotte (arrivano anche a 7 x 7 x 3 mm), i costi sono notevolmente diminuiti (pochi dollari per ogni sensore) e si iniziano a trovare sensori che integrano direttamente un accelerometro ed un giroscopio triassiale (ADIS16355), dotati di un termometro per correggere l'uscita (il costo aumenta però notevolmente).

La prima versione (denominata prototipo α) del casco strumentato è caratterizzata dall'utilizzo di otto accelerometri capacitivi biassiali di tipo lineare (ADXL311 della *Analog Devices*) fissati in modo casuale sia per quanto attiene la posizione che l'orientamento, sulla superficie esterna del casco. Per determinare l'accelerazione angolare di un corpo rigido bisogna conoscere le accelerazioni lineari di almeno dodici punti

e l'utilizzo, nel prototipo α , di sedici accelerazioni permette di avere una misura ridondante per il calcolo di tale grandezza.

La seconda versione (denominata prototipo β) è caratterizzata dall'utilizzo di 10 accelerometri lineari biassiali montati sul casco non più in modo casuale, ma seguendo i risultati di una simulazione numerica utilizzata per determinare quale miglioramento nell'accuratezza della misura si ottiene variando il numero e la tipologia di accelerometri applicati al casco.

Le differenze sostanziali tra le versioni β e α sono due:

1. l'aumento del numero di segnali accelerometrici (20 invece di 16) in modo da avere la misura dell'accelerazione angolare $\dot{\omega}$ e l'accelerazione lineare ($\mathbf{a-g}$) con un grado di ridondanza maggiore rispetto al prototipo α ;
2. il posizionamento degli accelerometri sul casco non più casuale; infatti tali sensori vengono montati sul casco cercando di seguire il più fedelmente possibile la configurazione ottimale trovata e testata tramite simulazione numerica descritta nel succitato articolo.
3. la tipologia di casco utilizzato: si è scelto infatti un casco da ciclista per bambini, in quanto l'obiettivo è quello di sviluppare un dispositivo di analisi per pazienti in età pediatrica.

La terza versione (denominata prototipo γ) è caratterizzata dall'utilizzo non solo di accelerometri lineari ma anche di giroscopi del tipo monoassiale per ottenere, con accuratezza maggiore, la misura della velocità angolare. Come prototipo γ sono stati sviluppati due diversi modelli, il primo (γ_1) costituito oltre che dai giroscopi anche da 10 accelerometri biassiali ADXL 311 ed il secondo (γ_2) caratterizzato dall'utilizzo di un accelerometro triassiale della *ST Microelectronics* modello LIS3L02AS4 al posto dei dieci biassiali. In entrambi i casi i giroscopi utilizzati sono il modello ADXRS300 dell'*Analog Devices*. Tramite γ_1 si riesce a determinare l'accelerazione angolare della testa utilizzando la ridondanza dei segnali accelerometrici, mentre tramite γ_2 questo non è più possibile ciò a vantaggio però di un minore numero di canali con conseguente diminuzione del peso e dell'ingombro del cavo di trasmissione del segnale che, per taluni esercizi, può risultare di intralcio allo spostamento del soggetto in esame. Inoltre nel modello γ_2 l'alimentazione è fornita tramite batteria montata direttamente sul casco in modo da diminuire ulteriormente il numero di cavi tra il casco e la scheda di acquisizione. Il numero di cavi passa così da ventisei nel primo modello a sette nel secondo, a scapito però della possibilità della determinazione diretta dell'accelerazione angolare. Le differenze sostanziali, quindi, tra la configurazione γ e le due precedenti sono:

1. l'utilizzo dei giroscopi per la misura della velocità angolare in modo da evitare la necessaria compensazione della deriva del segnale, causata dall'integrazione numerica, che risulta essere essenziale nelle configurazioni α e β per ottenere tale velocità dall'accelerazione angolare;
2. la possibilità, tramite integrazione dei segnali giroscopici, di stimare l'assetto del casco. Nelle precedenti versioni sarebbe stata richiesta una duplice integrazione dell'accelerazione angolare cosa che, per il suddetto fenomeno della deriva, avrebbe fornito errori non ammissibili.
3. l'utilizzo di un accelerometro triassiale e dell'alimentazione posta direttamente sul casco per diminuire il numero dei cavi in uscita dal casco.

Utilizzando i dati provenienti dagli accelerometri e dai giroscopi in un nuovo algoritmo di *data fusion* si riescono a stimare gli angoli di rotazione rendendo trascurabile la deriva di integrazione. L'algoritmo, sommariamente, si basa sull'integrazione dei dati giroscopici e sull'ipotizzare un errore in questi eliminabile conoscendo la direzione reale dell'asse verticale del casco ottenuta considerando gli accelerometri come inclinometri. Quest'ultima ipotesi si verifica maggiormente tanto la componente inerziale dell'accelerazione della testa risulta trascurabile rispetto a quella di gravità. Poiché tramite gli accelerometri è possibile determinare unicamente due angoli di rotazione su tre, l'algoritmo proposto non diminuisce l'errore presente nella stima dell'angolo intorno all'asse verticale. Sono state condotte diverse simulazioni per determinare se l'algoritmo proposto diminuisse realmente l'errore sulla misura degli angoli di rotazione. Si è visto che, scegliendo opportunamente il parametro λ , si riesce a contenere tale errore entro 3° anche nelle prove di durata pari a 60 s.

Per poter utilizzare il casco bisogna prima tararlo in modo da conoscere le posizioni, le sensibilità e le direzioni degli assi dei sensori. Per far questo si utilizzano tre differenti sistemi:

- Sistema optoelettronico VICON;
- Sistema a pendolo;
- Sistema a bipendolo.

Gli ultimi due sono stati progettati e realizzati *ad hoc* per l'utilizzo con il dispositivo sviluppato. Tramite sistema optoelettronico si riescono a determinare con piccola incertezza tutte le grandezze succitate, di contro gli svantaggi sono:

- tecnologia di elevato costo;
- utilizzo in laboratori progettati *ad hoc* per tale sistema.

Per questi motivi si è passato all'ideazione ed alla realizzazione di due dispositivi a pendolo per la taratura del casco. Il sistema a pendolo semplice risulta essere ovviamente meno costoso del precedente ma di contro presenta:

- la necessità di conoscere la posizione dei sensori prima di effettuare la taratura o tramite sistema optoelettronico o posizionando questi in punti la cui distanza dal centro del sistema di riferimento casco risulti misurabile con nota accuratezza;
- la necessità di effettuare una prima prova di rotazione posizionando il casco lungo un asse, poi scollegarlo dal sistema, ruotarlo di 90° e rimontarlo nuovamente per effettuare la seconda rotazione secondo un altro asse perpendicolare al primo.

Proprio a causa dell'impossibilità di determinare le posizioni dei sensori si è deciso di progettare un sistema a doppio pendolo che fornisca due rotazioni contemporanee del casco intorno a due assi mutuamente perpendicolari. Tramite tale sistema si determinano le posizioni degli accelerometri con un'incertezza teoricamente elevata (7 mm) ma trascurabile in fase di verifica del funzionamento del casco in quanto il numero ridondante di sensori comporta una compensazione di tale errore nella determinazione dell'accelerazione angolare e lineare. Oltre alla stima delle posizioni degli accelerometri il dispositivo a doppio pendolo viene utilizzato per determinare le incertezze combinate standard e le incertezze estese del casco strumentato nella misurazione dell'accelerazione angolare, dell'accelerazione lineare, della velocità angolare e degli angoli di rotazione. I valori ottenuti si ritengono validi nelle applicazioni cliniche e biomeccaniche in cui il casco verrà utilizzato. Solo per la misura degli angoli si ritiene che il sistema possa essere migliorato integrando un magnetometro triassiale o utilizzando sensori con migliori qualità metrologiche anche se questo comporterebbe un aumento del prezzo del dispositivo ideato.

Il casco realizzato è stato infine utilizzato in prove preliminari volte allo studio degli effetti indotti sulla stabilità della testa in presenza di differenti perturbazioni rotative della base di appoggio:

1. perturbazione a gradino: si fornisce una breve rotazione della base di appoggio al soggetto mentre sta compiendo una rotazione su se stesso di 90°. L'obiettivo è quello di vedere come la perturbazione si propaga attraverso il "sistema uomo" passando dal bacino fino ad arrivare alla testa;
2. perturbazione periodica: si fornisce al soggetto una rotazione della base di appoggio avente forma di chirp di ampiezza $\pm 40^\circ$ prima a frequenza crescente (0-1 Hz) e poi decrescente (1-0 Hz) in modo da poter studiare quando la testa risulta essere stabile.

I risultati ottenuti hanno una valenza unicamente qualitativa dato il numero esiguo delle prove condotte. Tali dati potranno servire come base per possibili lavori nel campo della posturografia dinamica.

SUMMARY

1.1 Introduction

The aim of the thesis is the development of a device to assess the kinematic of the head. The measurement of three-dimensional (3-D) kinematics of the head during different locomotor tasks represents a relevant research field in Biomechanics, because it allows the assessment of the dynamic inputs to the vestibula. Briefly, the vestibular system is a biological sensor capable of detecting the angular acceleration $\dot{\boldsymbol{\omega}}$ and the translational ($\mathbf{a}_0-\mathbf{g}$) component where \mathbf{a}_0 is the linear acceleration of the origin of the global reference frame and \mathbf{g} is the gravity vector. More specifically, $\dot{\boldsymbol{\omega}}$ is measured by vestibular canals, while ($\mathbf{a}_0-\mathbf{g}$) component by otolith organs. The developed device consists in a cyclist helmet equipped with inertial sensors to measure the angular velocity, the linear and angular acceleration and the attitude of the head. The planning constraints to choose the best sensors were:

- small dimensions: 2 x 2 x 2 cm;
- low weight: 20 g;
- measurement range of angular velocity: ± 300 deg/s
- measurement range of linear acceleration: ± 2 g
- measurement range of angular acceleration: ± 1200 deg/s²
- cut off frequency: 50 Hz;
- low cost;
- uncertainty: $< 5\%$ FS for angular and linear acceleration and angular velocity.

The thesis is subdivided in three parts:

1. development of three different prototypes of the instrumented helmet;
2. realization and use of different systems to calibrate the devices;
3. preliminary use of the developed device in the study of dynamic posturography in health subject.

The movement of the head can be used as an indicator of the individual's postural stability during perturbed movements of the body. Head stability, in fact, can provide useful information on the capability of the subject to maintain a stable platform for the visual and vestibular apparatus and for the organization of the segmental stabilization. Moreover, the developed device would be used in biomechanical researches based on the study of equilibrium control capability in health and pathological subjects.

1.2 Development of instrumented helmet

The development of the device is articulated in three different planning phases:

- α -prototype
- β -prototype
- γ -prototype

The first version of the helmet (α version) is characterized by using of eight b-iaxial linear accelerometers cemented randomly on a lightweight foam adult bicycle helmet (Figure 1).



Figure 1 α -prototype of the instrumented helmet

The chosen accelerometers are ADXL 311 produced by *Analog Devices*. This sensor is characterized by:

- weight < 1 g;
- dimensions: 5 x 5 x 2 mm;
- sensitivity: 167 mV/g (17 mV/ms⁻²);
- SNR: 0,01 g (0,098 m/s²);
- price: 10 €.

The second version (β version) is characterized by using ten bi-axial linear accelerometers fixed on a bicycle helmet (Figure 2).



Figure 2 β version of the instrumented helmet

The AC placement on the helmet is chosen following the outcomes of a numerical simulation conducted to determine if the helmet accuracy in the measurement of head kinematic improves changing positioning and orientation of each AC. The actual disposition, results slightly different from the theoretical one due to: (i) the different shape of the helmet with respect to the simulated hemispherical head form and (ii) the intrinsic errors induced by the manual AC mounting (Figure 3).

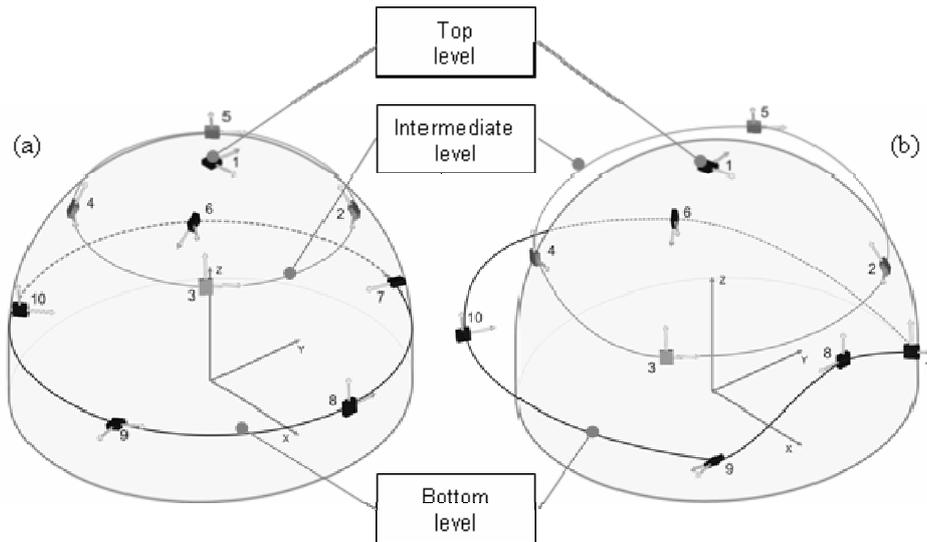


Figure 3 Theoretical (a) and actual (b) displacement of the AC on the helmet

The major differences between α and β versions are:

- number of the ACs (20 vs 16) to increase the accuracy of the helmet in evaluating linear and angular acceleration;
- the not randomly displacement of each AC;
- the bicycle helmet chosen has a small size since this device will use in clinical analysis on children patients.

The third version (γ version) is characterized by using linear accelerometers and three mono-axial gyroscopes to evaluate the angular velocity. Two different version of γ prototype are realized: the first version γ_1 (Figure 4) is constituted by three gyroscopes ADXRS300 and ten accelerometers ADXL311 produced by *Analog Devices*, instead, the second version γ_2 (Figure 5) is constituted by three gyroscopes ADXRS300 and only one tri-axial accelerometer LIS3L02AS4 of *ST Microelectronics*. Evaluating of angular acceleration is possible only with γ_1 configuration but the advantage of γ_2 is the decrease of signal's number and, consequently, the decrease of the dimension and weight of wire from helmet to PC. Moreover, in γ_2 configuration, the supply is given to each sensor by a light weight battery mounted directly on the helmet.

The major differences between γ and α/β versions are:

- presence of gyroscopes to measure the angular velocity;
- estimate of head attitude with a numerical integration of gyroscope outputs;
- decrease of dimension and weight of linking cable using the tri-axial linear accelerometer.

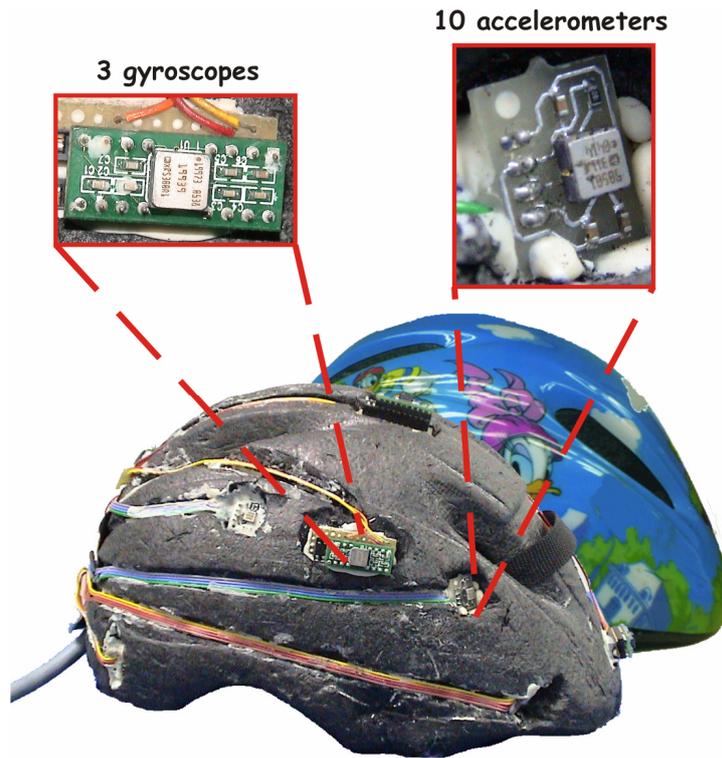


Figure 4 γ_1 version of instrumented helmet

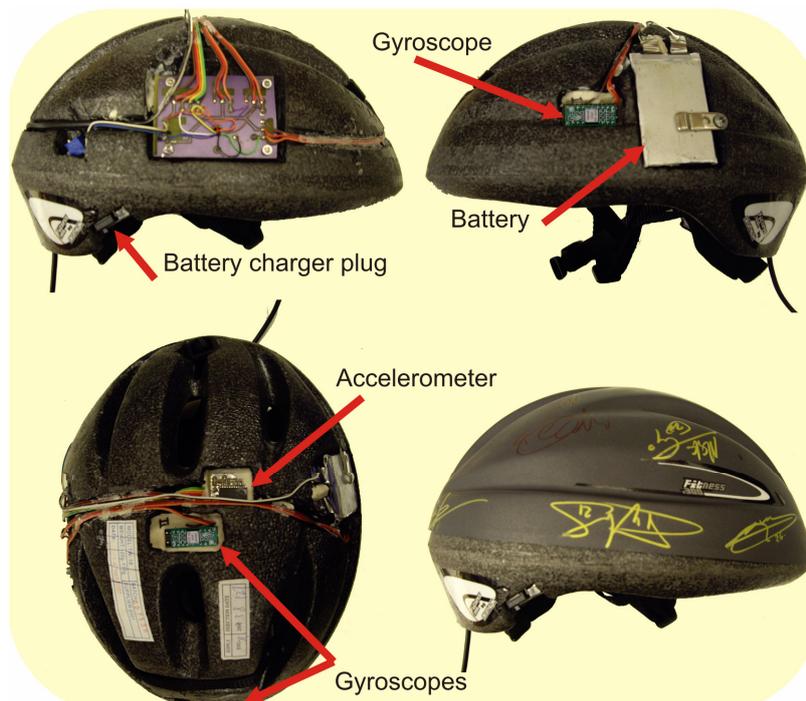


Figure 5 γ_2 version of instrumented helmet

To evaluate the attitude of the head using the helmet, a numerical integration of the gyroscope data is required. This operation involves a numerical drift in the measurement of the angles. A novel algorithm is introduced in the thesis to decrease the drift. It is based on a data fusion process that uses the output of the gyroscopes and the accelerometers together to reduce the drift. Summarily the novel algorithm is based on the integration of gyroscopes data and on the evaluation of the direction of the helmet vertical axis assuming that each AC works like inclinometers (inertial acceleration \mathbf{a} is negligible respect to gravity acceleration \mathbf{g}).

Since the accelerometer does not measure the angle along the vertical axis, by using this algorithm only two rotational angles are corrected. Different numerical simulations are conducted to determine if this algorithm improve the computation of rotational angle with the instrumented helmet. Each simulation consisted in:

1. identification of the sensor errors (offset, non linearity, etc);
2. identification of some typical movements of the helmet (kinematic of the head during gait, etc);
3. simulation of the sensor outputs (virtual sensors);
4. evaluation of angular velocity and accelerations obtained with the virtual sensors using the previously mentioned algorithm;
5. comparison between the rotational angles evaluated in 4 and the angles of the chosen helmet movement:

$$\begin{aligned}\varepsilon_\varphi &= \max(|\hat{\varphi}_i - \varphi_i|) \\ \varepsilon_\theta &= \max(|\hat{\theta}_i - \theta_i|) \quad i = 1 \dots N_f \\ \varepsilon_\psi &= \max(|\hat{\psi}_i - \psi_i|)\end{aligned}\tag{1.1}$$

This simulation is repeated for 1,000 times and the mean of previously parameters are evaluated. In each kind of helmet motion the obtained values of the errors are lower than 3 deg also for trial of about 60 s of time. These errors are lower than the same errors determined only with the numerical integration and without the algorithm previously mentioned.

1.3 Calibration and validation systems

The helmet calibration consists in evaluating position, sensitivity and axis unity vector of each sensor. Three different calibration system is used in this thesis:

- optoelectronic system (OS);
- pendulum system (PS);
- double pendulum system (DPS).

The pendulum systems were designed and realized *ad hoc* to calibrate the instrumented helmet. The previously mentioned parameters are obtained with less inaccuracy using OS but the disadvantages are:

- technology with high cost;
- use in laboratories designed *ad hoc* for OS.

For these reasons we decided to realize the pendulum and double pendulum system to calibrate and validate the helmet with low cost systems..

1.3.1 Pendulum system

The PS can impose to the helmet a rotation measurable with an high resolution encoder (5000 ppr 2x interpolation). The inaccuracy of the encoder can be neglected in the estimation of the pendulum rotation due to the high resolution of the chosen sensor. Only the sensitivity and axis unity vector of each sensor are evaluated with the pendulum, while the positions are obtained using the OS or a gauge. The helmet calibration consists in imposing two rotations along two perpendicular axes and, consequently, during the trial the helmet must be disconnected from the pendulum, rotated of 90 deg and reconnected to the pendulum. To evaluate the reproducibility of the calibration procedure nine trials (three trials in three different days) were conducted. The results demonstrated that errors in the measurement of angular and linear accelerations obtained using the PS calibration outputs are greater than the relative errors found with OS calibration parameters, but they are in each trial lower than 2% of maximum value. More details are reported in the thesis.

The PS are used also as validation system to study the effect induced by sensor redundancy in the metrological performances of the helmet and in the measurement of angular velocity using only the AC cluster. The helmet used was the β prototype. Each validation trial consisted of mounting the helmet on the PS and leaving it to oscillate for about eight periods (≈ 8 s) with an initial angle of about 45 deg. As regards velocity and acceleration obtained by means of encoder outputs, the law of variation as a function of time can be considered substantially a sinusoidal signal with a frequency of about 1 Hz, while the noise is clearly separated in the frequency domain. Hence, the noise induced by repeated differentiations can be reduced to negligible effect by low pass digital filtering with a cut-off frequency set to 10 Hz. A total of three trials for

each helmet axis (nine trials a day) were repeated in three days, for a total of 27 runs; the frequency of the imposed oscillations was of about 1-1.2 Hz. The aim in repeating the tests was to obtain a sufficient number of trials for evaluating also the reproducibility of sensor performance over time. The angular velocity was estimated by means of direct integration of angular acceleration. That calculation is however corrupted by a numerical drift mainly caused by the static and dynamic errors associated to AC systems. We also conducted a simple compensation procedure of the drift which requires that, at the beginning and at the end of each test, ω is imposed to be equal to zero. The procedure consisted of: (i) hypothesizing a linear tendency of the velocity drift between the start and the stop of the oscillations of the pendulum and (ii) removing the linear drift from the ω values obtained. Therefore, the testing procedure required that the experimenter stop the pendulum and hold it still for about 1 s to permit the off-line compensation of velocity drift.

As regards the acceleration measurement, what emerged is that AC redundancy contributes significantly to the decrease of overall sensitivity to the electrical noise floor generated by transducers equipping the helmet. The improvement, obtained by the increase of sensor numbers, is significant for the schemes with 12, 14 and 16 axes, while for clusters equipped with more sensing axes a saturation effect occurs and the minimum value of SNR is thus reached. Low pass filtering can reduce the negative effects induced by the noise level amplification, that is interpreted by the kinematic algorithm as an acceleration artifact, but, on the other hand, the low-pass filter causes the reduction of the bandwidth obtainable by the proposed device. Hence, the redundancy, since it determines the reduction of SNR, it can be considered a method capable of extending the acceleration bandwidth of the helmet. As far as the measurement of component ($\mathbf{a}_0\text{-g}$) is concerned, what emerged again is that without low pass filtering: (i) the overall accuracy is dependant on the numbers of sensible axes used and (ii) the clusters equipped by 16-20 axes behave similarly. However, after data smoothing, the redundancy becomes unnecessary, because the differences among the examined clusters resulted to be not significant. That occurrence can easily be justified considering that a single tri-axial AC is sufficient enough to accurately measure the linear acceleration of a single point.

Different considerations can be deduced on the accuracy in the estimation of ω . Angular velocity has been shown to be more influenced by the systematic part of the angular acceleration error, which is inherent to the specific input motion, rather than by the random component, i.e. the electrical noise level. What emerges is that the angular velocity error quickly decreases by using more redundant clusters. In addition, when ω is simply calculated by direct integration of angular acceleration, the estimation of the angular velocity is seriously corrupted by the drift error. Instead, the use of the simple procedure of drift compensation proposed in the paper, demonstrated that the maximum angular velocity error can be reduced globally.

1.3.2 Double pendulum system

The DPS is designed to evaluate the positions of each AC without the OS and to impose complex motion laws to the helmet. The helmet is mounted on the device and is constrained to rotate along a fixed axis and a mobile one. The first rotation is given by an electrical motor coupled with a harmonic steel platen, the second rotation by an extension spring. The maximum range of rotation was of about ± 40 deg and ± 60 deg for the fixed and the mobile axis, respectively. Both rotations were monitored with two high resolution optical encoders (5000 ppr 2x interpolation). The DPS is herewith utilized to present a novel calibration algorithm to be used with gyro-free inertial measurement unit (GF-IMU) based on the use of linear accelerometers (AC). The analytical approach can be implemented in two calibration procedures. The first procedure (P-I) is articulated in the conduction of a static trial, to compute the sensitivity and the direction of the sensing axis of each AC, followed by a dynamic trial, to determine the AC locations. By contrast, the latter procedure (P-II) consists in the calculation of the previously indicated calibration parameters by means of a dynamic trial only. P-I and P-II were compared to a calibration procedure used as reference (P-REF) which incorporates the AC positions measured with a OS. The static trial consisted of placing the instrumented helmet on the double pendulum with different attitudes in the gravity field, so the only force acting on the ACs was the gravity. The dynamic trial consisted of fixing the helmet on the double pendulum and imposing known rotational time laws on the AC cluster along the two perpendicular axes. The frequency of the imposed rotations was about 1 Hz for both axes, while the range of the amplitude rotation was coincident with the maximum range of rotations previously indicated. The maximum value of angular velocity was equal to ~ 300 deg/s, while the angular and linear accelerations were of $\sim 3,000$ deg/s² and ~ 10 m/s²; the kinematic variables of the imposed input were obtained by a numerical differentiation of the

encoder outputs, low pass filtered at 10 Hz. The cut-off frequency was selected on the basis of the frequency of the imposed rotation. The time length of each dynamic trial was ~ 20 seconds. To complete the P-I procedure and to entirely perform P-II, five dynamic trials were carried out. The data postprocessing, that focused on the assessment of metrological performances of P-I and P-II, was executed in two steps: (i) calibration tests finalized to the evaluation of the error associated in location, orientation and sensitivity for each AC; (ii) validation tests for the estimation of the error associated in the linear and angular acceleration values provided by the GF-IMU. The results relative to the discrepancies among the calibration procedures in the evaluation of positions, attitudes and sensitivities of the entire set of ten bi-axial ACs are summarized in table 1.

Table 1. Errors in the estimation of unity vector and sensitivity determined by means of P-II in respect to P-REF and in the evaluation of AC position computed by P-I and P-II in respect to P-REF.

Indices		mean	STD
α_{P-II}	[deg]	6	4
ΔS_{P-II}	$\left[\frac{\text{mV/V}}{\text{m/s}^2} \right]$	0.4	0.3
Δr_{P-I}	[mm]	7	3
Δr_{P-II}	[mm]	32	18

The error values inherent to P-II, α_{P-II} and ΔS_{P-II} , are noticeable and can significantly compromise the overall metrological performances of the GF-IMU. As concerns the error in the estimation of AC positions (Δr_{P-I}), P-I produced a value of 7 mm, thus the procedure exhibited an inaccuracy greater than that of the optoelectronic system which, is of ~ 1 mm. The value of Δr_{P-I} represents the intrinsic limit of the novel theoretical approach used in P-I. Moreover, P-II exhibited a sensible increase in the error associated with the estimation of the AC position with respect to P-I; in fact, Δr_{P-II} is about four-five times Δr_{P-I} . In general, from a comparative examination of the obtained data, it emerged that a feasible calibration procedure must include a static trial before the dynamic one to properly compute the AC parameters. Hence procedure P-I gave better metrological results than procedure P-II.

The results relative to the validation tests are summarized in table 2 for both the ten bi-axial and six bi-axial AC clusters.

Table 2. Root mean square error in the estimation of translational and rotational accelerations: (a) GF-IMU equipped with ten bi-axial ACs; (b) GF-IMU equipped with six bi-axial ACs. Statistical differences found among groups ($p < 0.05$) are indicated by a superscript.

(a)		Calibration Procedure		
		P-REF	P-I	P-II
$\varepsilon_{ \mathbf{a}_0-\mathbf{g} }$	[mm/s ²]	225 ^{P-II}	231 ^{P-II}	463
	% FS	2.2 ^{P-II}	2.3 ^{P-II}	4.6
$\varepsilon_{ \dot{\boldsymbol{\omega}} }$	[deg/s ²]	54 ^{P-II}	57 ^{P-II}	220
	% FS	1.8 ^{P-II}	1.9 ^{P-II}	7.7

(b)		Calibration Procedure		
		P-REF	P-I	P-II
$\varepsilon_{ \mathbf{a}_0-\mathbf{g} }$	[mm/s ²]	230 ^{P-II}	237 ^{P-II}	736
	% FS	2.3 ^{P-II}	2.4 ^{P-II}	7.4
$\varepsilon_{ \dot{\boldsymbol{\omega}} }$	[deg/s ²]	69 ^{P-II}	75 ^{P-II}	467
	% FS	2.3 ^{P-II}	2.5 ^{P-II}	15.6

As regards the $(\mathbf{a}_0-\mathbf{g})$ component and $\dot{\boldsymbol{\omega}}$ evaluated with the entire set of twenty ACs, see table 2.a, it emerges that P-I provided values that are close to the ones calculated by means of P-REF. Hence, the metrological performances of P-I (see table 1): (i) are worse than the ones of optoelectronic system in the determination of AC position, and (ii) do not significantly affect the RMSE of translational and rotational accelerations. Conversely, the comparative examination of P-II with P-REF showed a sensible worsening of the metrological performances; in fact the choice of P-II determined a doubling of $\varepsilon_{|\mathbf{a}_0-\mathbf{g}|}$ and a quadrupling of

$\varepsilon_{|\dot{\boldsymbol{\omega}}|}$.

The observed differences in the metrological quality of the computed parameters can be ascribed to the following reasons. The evaluation of the translational acceleration component is based on the postprocessing of the outputs of at least three linear ACs, while the estimation of rotational acceleration needs at least twelve linear ACs. Thus, taking into account that we elaborated ten bi-axial ACs, the estimation of $\dot{\boldsymbol{\omega}}$ is, in comparison with $(\mathbf{a}_0-\mathbf{g})$, intrinsically affected by a higher error due to a reduced redundancy. The ANOVA and the Tukey tests confirmed for both acceleration components that no significant differences were observed between P-I and P-REF while P-II is statistically different to P-REF and, consequently, to P-I.

The similar behaviour observed for P-I and P-REF with a ten bi-axial linear AC cluster was confirmed when the GF-IMU is constituted by six bi-axial linear ACs, see table 2b. Moreover, the significant worsening of metrological performances when P-II is used was also confirmed; in fact $\varepsilon_{|\mathbf{a}_0-\mathbf{g}|}$ and $\varepsilon_{|\dot{\boldsymbol{\omega}}|}$ are three and seven times the corresponding errors obtained with P-REF. The differences observed in the estimated errors can always be ascribed to the level of sensor redundancy. The differences that are statistically significant are always between P-II and P-REF. Therefore, a global analysis of the obtained data demonstrated that P-I, in

conjunction with redundant AC configurations, is comparable to the reference calibration procedure P-REF in the measurement of angular and translational acceleration.

1.4 Preliminary helmet uses

In the last part of the thesis the helmet is utilized in some preliminary trials to study the effects of support base perturbations on postural balance of standing healthy subjects. Two different kind of perturbations are analyzed:

- step perturbation: a short base rotation when a subject turns the whole body of about 90 deg;
- sinusoidal perturbation: sinusoidal chirp rotation of the support base.

1.4.1 Step perturbation

The trial consists in imposing a short rotation of the support base when a subject is turning the whole body of 90 deg. The platform rotation begins when the head passes the 30 deg. The aim of this study is to analyze how the perturbation changes while it passes from the pelvis to the head. The platform perturbations can have the same or opposite direction in respect to the head rotation. The analyzed parameters are the kinematic of the head, trunk and pelvis. The setup used in the preliminary trials are:

- rotational platform to impose the perturbations;
- γ prototype to measure the acceleration and velocity of the head and to trigger the rotational platform;
- optoelectronic system to evaluate the kinematic of whole body;
- force platform to measurement the CoP;

The conducted trials are three:

- without perturbation (NP)
- with perturbation towards in the same direction of the head rotation (SP)
- with perturbation towards in the opposite direction of the head rotation (OP)

The head angular velocity in the OP is higher (200 deg/s) than NP and SP. Moreover the forms of pelvis and trunk angular velocity are different in the three trials instead the form of head angular velocity holds nearly steady in NP, SP and OP. Therefore the perturbation decreases from pelvis to head in order that the head stability is kept. The results are qualitative due to the low number of trials and subjects.

1.4.2 Sinusoidal perturbation

The study of effects of horizontal oscillations on postural balance of standing healthy subjects was conducted with soccer players of S.S. Lazio. The γ prototype of the helmet was used to study the angular velocity and the rotational angle of the head when the support base rotates with a sinusoidal chirp with frequency range of 0-1-0 Hz. The trials were conducted with open and closed eyes. In the majority of soccer players the head and platform rotate in phase at the first part of trials (0 to about 0.6 Hz), then (0.6 to 1 and 1 to 0.6 Hz) the head keeps steady to avoid a loss of stability and in the end, it resumes to rotate in the same way of the beginning.

1.5 Conclusions

In the present thesis an instrumented helmet to measure the head kinematic was designed. Three prototype was developed: the first helmet is constituted of eight bi-axial linear accelerometers, the second one with ten accelerometers and, finally, the last one with one triaxial linear accelerometer and three gyroscopes to evaluate the angular velocity. The developed helmets can assess the angular velocity and the accelerations of the head with a low uncertainty, while to evaluate the rotational angles the committed errors are dependent by the length of trial time and by the amplitude of the head translational acceleration.

INTRODUZIONE

Il presente lavoro si colloca nell'ambito dell'analisi dell'equilibrio e del passo umano, che costituisce un settore di ricerca multidisciplinare in cui si fondono insieme sia conoscenze mediche che ingegneristiche. Cercare di correlare delle grandezze cinematiche misurabili in modo oggettivo a tali settori di ricerca è, infatti, di fondamentale importanza in ambito clinico. Ad esempio, nel campo della Neuroriabilitazione, si possono monitorare, in modo oggettivo, i progressi fatti da pazienti affetti da disturbi motori durante la terapia riabilitativa esaminando come variano, nel tempo, alcune grandezze fisiche prese come parametri di riferimento. Il cervello, affinché ogni individuo possa mantenere l'equilibrio sia statico che dinamico, deve integrare tra loro differenti informazioni aventi diversa origine:

- labirintica, ossia quelle relative alla posizione ed al movimento della testa nello spazio;
- visiva, relative alle caratteristiche dell'ambiente esterno;
- propriocettiva, relative alla posizione che ciascun muscolo ha rispetto al resto del corpo; queste informazioni derivano dai recettori localizzati nelle articolazioni, nei legamenti, nei tendini e nei muscoli.

Dette informazioni servono al cervello per modificare in tempo reale i comandi da fornire ai muscoli, adeguandosi il più rapidamente possibile alla situazione contingente. Tuttavia alcuni deficit cerebrali determinano l'incapacità di gestire queste informazioni causando così, in alcuni soggetti, perdita di equilibrio e problemi nella deambulazione. Ad esempio, in caso di lesione vestibolare, il disaccordo fra le diverse informazioni sensoriali può dare origine ad un'errata sensazione di orientamento spaziale. In particolare, il sistema vestibolare, ossia l'organo responsabile dell'equilibrio e di buona parte della stabilità del cammino, si trova nell'orecchio interno. Da questo motivo nasce l'importanza di monitorare le grandezze cinematiche della testa ed in particolare le accelerazioni lineari ed angolari che rappresentano gli input percepiti direttamente dal sistema vestibolare. Per controllare tali grandezze si è deciso di sviluppare un dispositivo per il rilievo della cinematica della testa costituito da un casco equipaggiato di sensori inerziali.

Nel primo capitolo della tesi si è analizzato lo stato dell'arte inerente a tale argomento. Numerosi sono gli articoli trovati nella letteratura scientifica che possono essere suddivisi in due categorie:

- studio della cinematica della testa in clinica tramite differenti tipologie di strumentazione;
- studi teorico/pratici per il rilievo della cinematica di un corpo rigido.

I primi sono caratterizzati da uno stampo prettamente fisiologico e trattano le varie strategie motorie scelte da una persona per affrontare movimenti tipici come il cammino su piani lisci o irregolari o più complessi come il mantenimento dell'equilibrio in presenza di perturbazioni esterne. Questi lavori sono centrati sul mettere in evidenza i diversi comportamenti sia tra soggetti sani e patologici che tra soggetti adulti e anziani. La seconda tipologia di articoli trovati è incentrata su come riuscire a determinare, tramite algoritmi matematici, la cinematica di un corpo rigido utilizzando sensori inerziali quali accelerometri e giroscopi. Il problema fondamentale che tutti trattano è l'eliminazione della deriva dovuta all'integrazione necessaria per ottenere sia la velocità angolare note le accelerazioni di un cluster accelerometrico sia gli angoli di rotazione noti i segnali provenienti da un cluster giroscopico.

Il secondo capitolo è incentrato sulle fasi di sviluppo e realizzazione del dispositivo per lo studio della cinematica della testa. Tale dispositivo è costituito da un semplice casco da ciclista caratterizzato dall'essere leggero e di costo contenuto su cui vengono fissati i sensori necessari per la determinazione delle accelerazioni, delle velocità e delle rotazioni della testa. Data la rapidità con cui, in questi tre anni, sono stati prodotti sempre nuovi e migliori sensori inerziali, in questa tesi sono stati sviluppati tre prototipi del casco

dotati i primi due unicamente di accelerometri lineari ed il terzo anche di tre giroscopi. Nella parte finale del secondo capitolo si centra l'attenzione sugli algoritmi necessari per ottenere le grandezze in esame noti i valori misurati dai sensori ponendo particolare attenzione sia alla determinazione della velocità angolare utilizzando unicamente un cluster accelerometrico sia al calcolo degli angoli di rotazione tramite un nuovo algoritmo di *data fusion* tra gli accelerometri ed i giroscopi.

I dispositivi sviluppati, prima di essere utilizzati, devono essere tarati e qualificati metrologicamente. Per questo motivo nel terzo capitolo sono descritti i vari dispositivi utilizzati per la taratura e la verifica del casco strumentato. I sistemi analizzati sono:

- Sistema optoelettronico VICON;
- Sistema a pendolo;
- Sistema a bipendolo.

Gli ultimi due sono stati progettati e realizzati *ad hoc* per l'utilizzo con il dispositivo sviluppato. Dopo aver tarato il dispositivo si è passati alla verifica del casco utilizzando sempre i due sistemi succitati. Si è determinata l'incertezza combinata standard e l'incertezza estesa nel calcolo dell'accelerazione lineare, dell'accelerazione angolare, della velocità angolare e degli angoli di rotazione.

Nell'ultimo capitolo si descrivono i primi utilizzi del casco strumentato condotti nello studio della posturografia dinamica. Le applicazioni svolte sono state:

1. perturbazione a gradino: si fornisce una breve rotazione della base di appoggio al soggetto mentre sta compiendo una rotazione su se stesso di 90°. L'obiettivo è quello di vedere come la perturbazione si propaga attraverso il "sistema uomo" passando dal bacino fino ad arrivare alla testa;
2. perturbazione periodica: si fornisce al soggetto una rotazione della base di appoggio avente forma di chirp di ampiezza $\pm 40^\circ$ prima a frequenza crescente (0-1 Hz) e poi decrescente (1-0 Hz) in modo da poter studiare quando la testa risulta essere stabile.

Quest'ultima prova è stata svolta presso il centro di Formello (RM) della Società Sportiva Lazio per fornire alla stessa un *report* dettagliato sul mantenimento dell'equilibrio di ogni giocatore.

I CAPITOLO

Stato dell'arte

1.1 Introduzione

Nel presente capitolo viene inizialmente riportata una breve descrizione della fisiologia del Sistema Vestibolare in modo tale da capire come mai tale sistema è considerato nella clinica come un accelerometro lineare ed angolare. Successivamente viene analizzato lo stato dell'arte inerente a tale argomento andando a suddividere i lavori trovati in due categorie:

1. studio della cinematica della testa in clinica tramite differenti tipologie di strumentazione;
2. studi teorico/pratici per il rilievo della cinematica di un corpo rigido.

Nei primi si studiano le grandezze cinematiche della testa quando un soggetto affronta dei movimenti tipici come il cammino su piani lisci o irregolari o più complessi come il mantenimento dell'equilibrio in presenza di perturbazioni esterne. I lavori in questione vengono a loro volta suddivisi in quelli in cui si utilizzano sistemi di misura dotati di riferimento fisso, quali i sistemi optoelettronici, sonori e magnetici, ed in quelli in cui si usano sensori privi di riferimento fisso come gli accelerometri ed i giroscopi. In tutti i casi esposti si mettono in evidenza i diversi comportamenti sia tra soggetti sani e patologici che tra soggetti adulti e anziani. La seconda tipologia di articoli trovati è di stampo più ingegneristico e si basa sugli algoritmi necessari per la determinazione della cinematica di un corpo rigido utilizzando sensori inerziali quali accelerometri e giroscopi. Il problema fondamentale che tutti trattano è l'eliminazione della deriva dovuta all'integrazione necessaria per ottenere sia la velocità angolare note le accelerazioni di un *cluster* accelerometrico sia gli angoli di rotazione noti i segnali provenienti da un *cluster* giroscopico.

1.2 Cenni di fisiologia del Sistema Vestibolare

Il Sistema Vestibolare è costituito da una serie di organi (Figura 1.1) sensibili ai diversi input cinematici della testa:

- l'*utricolo* ed il *sacculo* che rilevano l'accelerazione lineare cui è sottoposto il capo durante il movimento e la posizione di questo rispetto alla forza di gravità;
- tre *canali semicircolari*, disposti in tre diversi piani tra di loro perpendicolari, che, per effetto di tale posizione spaziale, rilevano l'accelerazione angolare del capo rispetto a ciascun piano. In base alla loro posizione all'interno della testa i canali semicircolari sono denominati anteriore (o superiore), posteriore (o verticale) e laterale (o orizzontale). Le estremità dei canali mostrano un allargamento denominato ampolla.

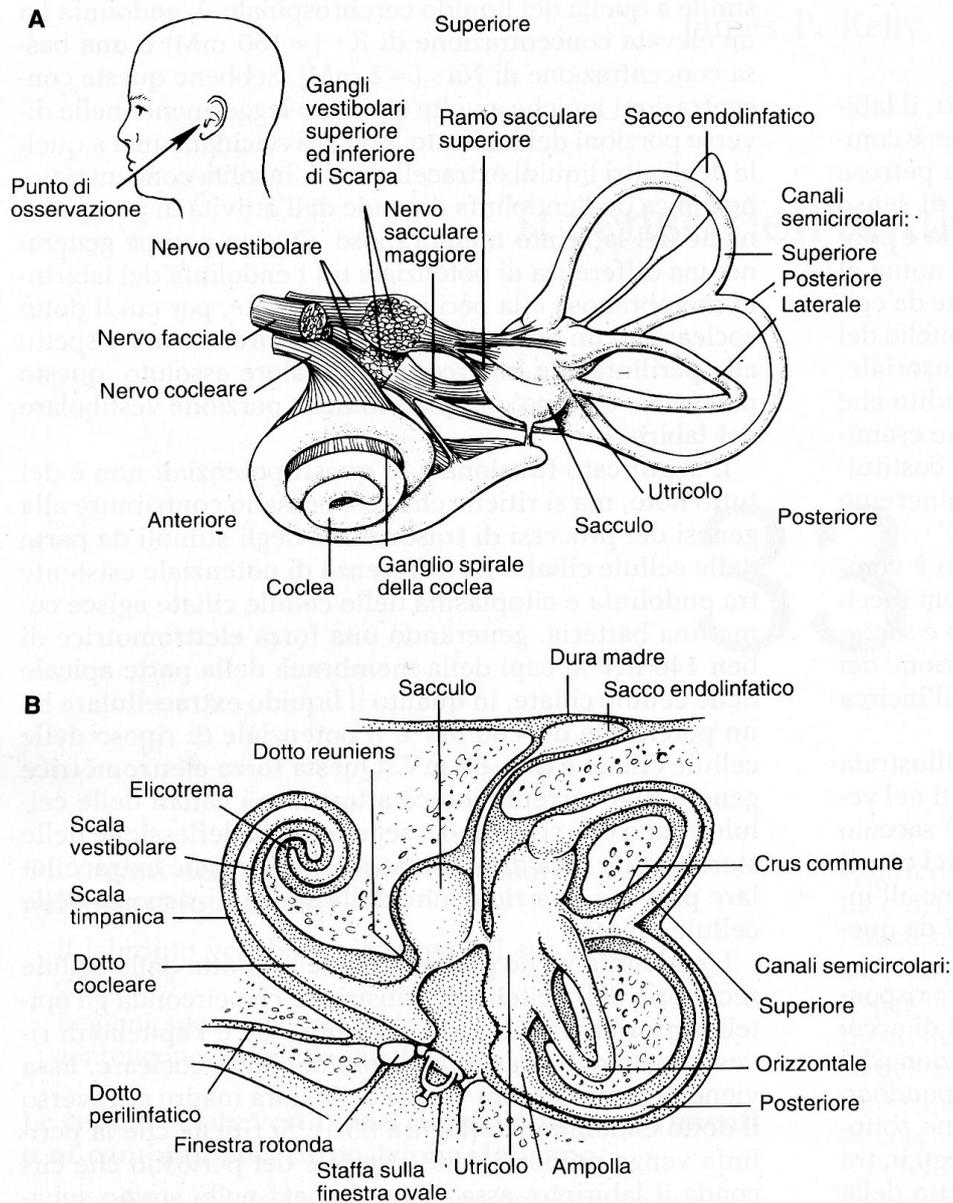


Figura 1.1 (A) Disposizione anatomica delle suddivisioni vestibolare dell'orecchio e loro posizione rispetto al capo. (B) Sistema vestibolare

All'interno degli organi vestibolari si trovano delle regioni specializzate nella ricezione degli stimoli. Queste regioni sono:

- le macule nell'utricolo e nel sacculo;
- le creste ampollari nei canali semicircolari.

In queste strutture avviene la traduzione sensoriale di uno stimolo fisico, come l'accelerazione, in un segnale biologico. L'elemento fondamentale di tali recettori è la cellula cigliata.

La macula dell'utricolo è posta all'incirca sul piano orizzontale, mentre quella sacculare sul piano verticale. La superficie delle macule è ricoperta dalla membrana otolitica che è una struttura gelatinosa che presenta una serie di cavità in cui alloggiavano le ciglia delle cellule sensoriali ed è ricoperta da un insieme di cristalli di carbonato di calcio detti otoliti.

La componente della forza di gravità, tangente alla superficie della macula, causa il piegamento delle ciglia stimolando così i recettori.

Data la diversa posizione delle macule del sacco e dell'utricolo ed il diverso orientamento delle cellule cigliate, la risposta dei recettori varia in rapporto alla diversa posizione assunta dalla testa nello spazio. Quando la testa è sottoposta ad un moto di traslazione, il labirinto e le macule si muovono solidalmente ad essa mentre l'endolinfa, contenuta al loro interno, rimane indietro a causa della forza di inerzia, producendo così un moto relativo dell'endolinfa rispetto al capo. Questo spostamento genera sulle ciglia, tramite gli otoliti, una forza tangenziale che si somma a quella di gravità. La componente sentita dagli organi otolitici risulta essere, quindi, (a-g).

Per i canali semicircolari il discorso è analogo. Nell'ampolla (Figura 1.2) di ciascun canale è presente un setto trasversale detto cresta ampollare. L'ampolla è sormontata dalla cupola in cui arrivano le cellule sensoriali. Questa è una massa gelatinosa che si trova tra la cresta ampollare ed il tetto dell'ampolla.

Nel corso di movimenti generici, la testa subisce accelerazioni angolari che si trasmettono alle pareti dei canali. Il liquido contenuto nei canali, l'endolinfa, si muove anch'esso longitudinalmente ma, a causa della sua inerzia, subisce uno spostamento relativo rispetto alle pareti del canale. Questo comporta un piegamento della cupola e, quindi, anche delle ciglia, in direzione opposta al movimento della testa.

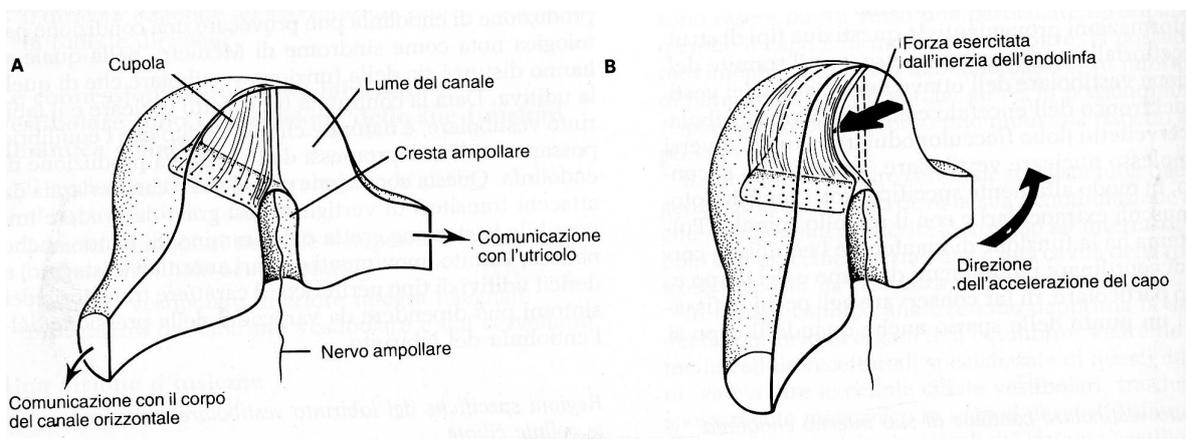


Figura 1.2 Organizzazione anatomica (A) e funzionale (B) delle ampolle nei canali semicircolari

Per concludere, quindi, si vede che il labirinto vestibolare svolge due funzioni reciprocamente correlate: la funzione dinamica, svolta principalmente dai canali semicircolari, permette di rilevare le rotazioni del capo nello spazio, e quella statica, effettuata principalmente dall'utricolo e dal sacco, permette di rilevare la posizione assoluta del capo nello spazio e quindi è di fondamentale importanza nel controllo della postura.

1.3 Stato dell'arte sul dispositivo accelerometrico

Gli articoli individuati in letteratura inerenti l'argomento oggetto della tesi possono essere suddivisi in due categorie:

1. studio della cinematica della testa in clinica tramite differenti tipologie di strumentazione;
2. studi teorico/pratici per il rilievo della cinematica di un corpo rigido.

1.3.1 Studio della cinematica della testa in clinica

Per poter calcolare la posizione e l'assetto di un corpo rigido nello spazio si possono utilizzare differenti tipi di strumentazione:

- sistemi con riferimento fisso;
- sistemi inerziali o privi di riferimento fisso.

Nel presente paragrafo detti sistemi verranno brevemente descritti ed esaminati comparativamente, mentre nel seguito saranno esaminati singolarmente fornendo una analisi della relativa bibliografia.

Tra i primi i più usati sono i sistemi optoelettronici i quali possono utilizzare sia marker attivi, ovvero emettitori di luce, che passivi, ossia che riflettono la luce proveniente dalle telecamere. Tali marker vengono posti in punti precisi del corpo umano per delimitare nello spazio i segmenti corporei di interesse quali, ad

esempio, la testa, il tronco o le gambe. Mediante una serie di telecamere si riesce a ricostruire tridimensionalmente il movimento di ogni segmento basandosi su tecniche fotogrammetriche. Gli output di questi sistemi di misura sono spostamenti angolari e lineari dai quali si deducono le velocità e le accelerazioni. Sempre facenti parte della prima categoria sono i sistemi sonori che utilizzano marker emettitori di ultrasuoni e dei microfoni. Un'ulteriore metodologia di misura con riferimento fisso consiste nell'utilizzare una serie di marker magnetici, composti da spire miniaturizzate, e connessi rigidamente al corpo in movimento. Il corpo viene immerso in un campo magnetico e produce dei segnali che descrivono gli spostamenti e le rotazioni di questo nello spazio. Le tecniche sopra citate hanno però una serie di svantaggi che possono essere così riassunti:

- hanno bisogno di un laboratorio progettato ad hoc per le misurazioni;
- il segnale dei marker possono non essere rilevate dai sensori a causa di una sovrapposizione di altri segmenti del corpo;
- nel caso dei marker magnetici, il campo è influenzato da oggetti metallici che si possono trovare nel laboratorio.

Per tali motivi è stato introdotto un diverso approccio allo studio dell'assetto di un corpo basato sull'utilizzo di accelerometri lineari e di particolari algoritmi di integrazione, in modo da poter ottenere i dati non necessariamente in un laboratorio, come succede per i sistemi ora descritti. Inoltre sono dispositivi caratterizzati da un minor costo e, se utilizzati per misure di accelerazione, da una maggiore accuratezza rispetto ai primi data la mancanza di doppia derivazione numerica a valle della misura della legge di moto. In più gli accelerometri sono piccoli e leggeri, cosicché viene minimizzato l'errore di inserzione dovuto alla presenza dell'attrezzatura di misura. Lo svantaggio derivante dall'utilizzo unicamente di accelerometri è dovuto alle necessarie operazioni di *post-processing*, come la doppia integrazione numerica necessaria per la determinazione dello spostamento di un corpo, che introducono, come noto, diversi errori in grado di inficiare la misura stessa. Per questo motivo in letteratura si è osservato l'utilizzo, insieme agli accelerometri, anche di giroscopi e magnetometri, che, tramite particolari algoritmi di *data fusion*, riescono a migliorare le misure dell'assetto e della posizione di un corpo nello spazio come esposto nel paragrafo (1.4).

1.3.1.1 Sistemi con riferimento fisso

Questi sistemi sono in grado di determinare la posizione di un oggetto, ad esempio la testa, nello spazio e forniscono le velocità e le accelerazioni tramite derivazioni dei dati di partenza. Per questo motivo vengono utilizzati maggiormente se le grandezze da esaminare sono lo spostamento e l'assetto. Come esempio si riportano gli articoli di Pozzo *et Al.* [1 - 3] dove si utilizza un sistema optoelettronico per studiare le rotazioni e le velocità della testa sul piano verticale, in una serie di prove con differente andatura: camminata in piano, camminata sul posto, corsa e salto. Le prove sono condotte in condizione di visibilità normale, al buio e con soggetti in salute o con patologie all'apparato vestibolare. Lo scopo è proprio quello di analizzare come variano le grandezze cinematiche correlate alla testa in condizione di deficit del sistema visivo e di quello vestibolare. Nella Figura 1.3 vengono riportate la velocità angolare massima e lo spostamento angolare massimo della testa durante le prove succitate. Dai grafici risulta che in presenza di luce, ossia delle informazioni visive, sia i soggetti sani che i pazienti si comportano in modo analogo mentre, nel caso di mancanza di luce, i soggetti con deficit vestibolare tendono ad aumentare l'ampiezza dello spostamento e della velocità della testa se il movimento è complesso come nel caso del salto. Viene quindi a diminuire l'effetto di stabilizzazione della testa.

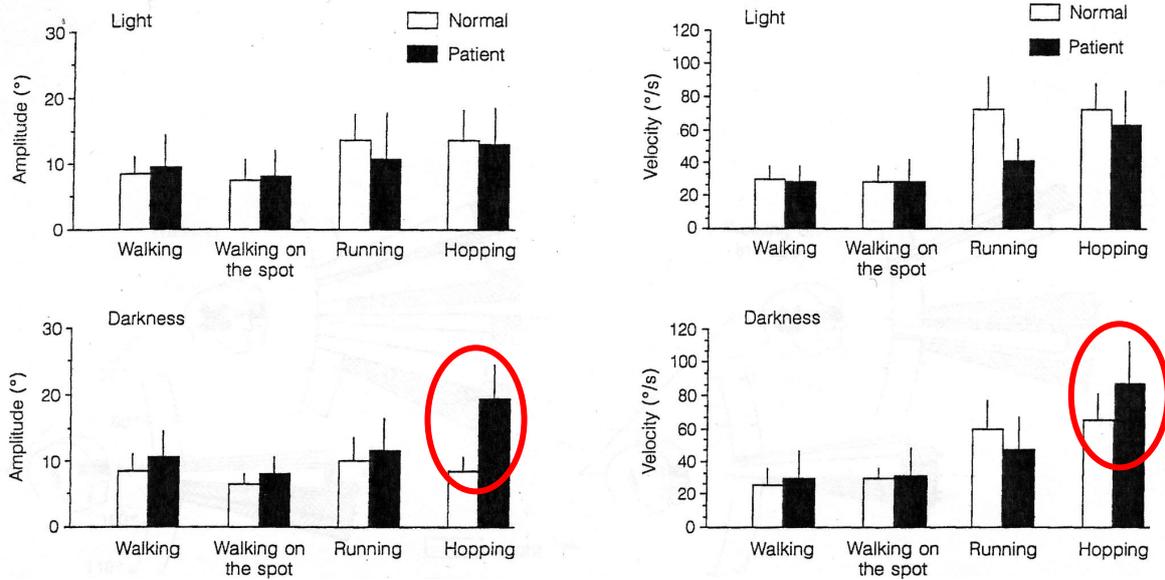


Figura 1.3 Istogrammi dell'ampiezza degli spostamenti angolari (sinistra) e delle velocità angolari (destra) della testa in soggetti sani (in bianco) e con deficit vestibolari (in nero). In alto le prove sono state fatte in presenza di luce, in basso in assenza di questa

Anche Cromwell [4] utilizza un sistema optoelettronico per studiare il cammino su di un piano inclinato. Vengono utilizzati undici soggetti giovani che devono camminare su di una superficie orizzontale e su di una inclinata, sia in salita che in discesa. I marker sono posti in modo da poter calcolare la posizione angolare della testa, del collo e del tronco rispetto ad un sistema di riferimento fisso. Durante la fase di salita e di discesa le orientazioni medie sia della testa che del collo risultano avere un angolo di flessione maggiore, calcolato a partire dall'asse verticale, rispetto alla condizione di cammino su di un piano orizzontale. Il tronco, invece, risulta più flesso solo nella fase di salita (Figura 1.4). Da ciò si evince che, affinché venga mantenuto l'equilibrio, il soggetto che affronta il piano inclinato deve necessariamente mantenere la testa flessa in avanti maggiormente rispetto al cammino su di una superficie orizzontale.

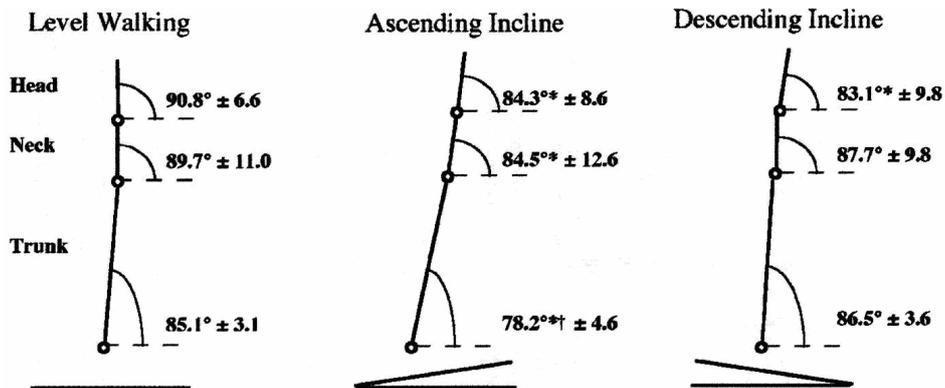


Figura 1.4 Orientazione angolare dei segmenti corporei (± deviazione standard) per ogni tipologia di camminata. Differenze significative nell'orientazione dei segmenti tra la camminata su piano inclinato e quelle su piano orizzontale sono indicate con (*), mentre le differenze tra la salita e la discesa sono indicate con (†)

I sistemi magnetici e ad ultrasuoni sono più recenti di quelli ottici e, per tale motivo, meno usati in ambito clinico.

Come esempio dei primi si può riportare un articolo di Carpaneto *et Al.* [5] in cui si valuta l'utilizzo di un sistema magnetico composto da un generatore di campo elettromagnetico, detto trasmettitore, e di antenne poste sul soggetto aventi la funzione di ricevitori. In questo articolo si valuta la bontà dell'utilizzo di questo sistema nella studio della distonia cervicale, storicamente valutata unicamente con scale mediche qualitative. Vengono posti tre sensori sulla testa del soggetto mentre il trasmettitore viene posto su di un tavolo in

corrispondenza del piano sagittale del soggetto (Figura 1.5). Viene valutata la ripetibilità della strumentazione, con un errore non significativo, registrando quattro serie di prove in un giorno, rimuovendo e ricollegando i sensori al paziente prima di ogni nuova prova. L'articolo quindi riporta le misure della cinematica della testa in modo da valutare il *range* di spostamento del cranio sia in soggetti sani che in soggetti affetti da tale patologia secondo una serie di rotazioni note della testa. Gli autori concludono che tale sistema può essere usato nella pratica clinica per valutare il decorso della malattia e l'efficacia di alcuni trattamenti terapeutici utilizzati.



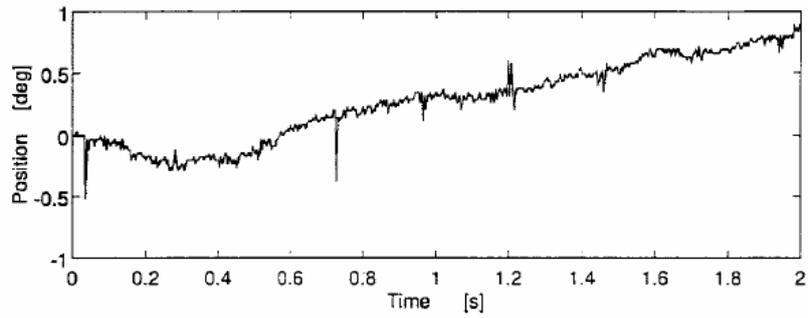
Figura 1.5 Set-up sperimentale composto da un trasmettitore di campo magnetico e tre ricevitori posti sulla testa del soggetto

Strimpakos *et Al.* [6] invece utilizzano un sistema ad ultrasuoni composto da tre microfoni fissi posizionati in una stanza e da una serie di tre trasmettitori miniaturizzati posti sia sulla testa e che sul tronco del soggetto. In ogni prova viene detto al paziente di quanto ruotare la testa rispetto al collo e, dopo aver misurato la rotazione effettivamente compiuta dal soggetto, viene calcolata la differenza tra l'angolo reale e quello suggerito dall'esaminatore. Le prove sono state condotte su 35 soggetti sani dando come risultato una bassa riproducibilità della prova sia per lo stesso soggetto che tra i soggetti. Questo risultato ha portato gli autori a considerare non adatto tale test per la valutazione della mancanza, in alcuni soggetti, dell'informazione propriocettiva relativa ai muscoli del collo.

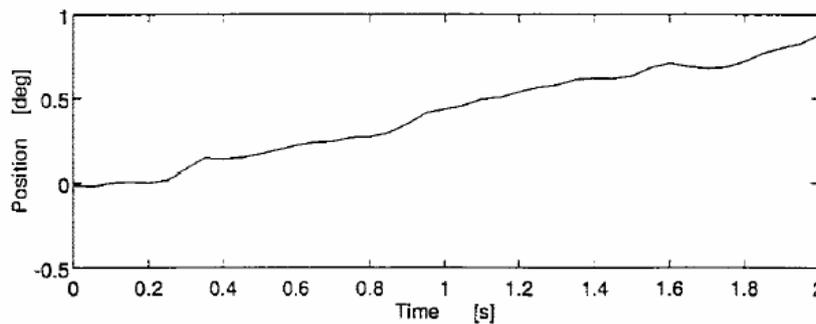
1.3.1.2 Sistemi privi di riferimento fisso

Di seguito vengono descritti alcuni articoli in cui si utilizzano giroscopi o accelerometri per lo studio della cinematica della testa.

Donati *et Al.* [7] misurano le rotazioni della testa con l'ausilio di un giroscopio a fibra ottica montato su di un casco. Il soggetto è seduto su di una sedia che può ruotare a differenti velocità rispetto all'asse verticale. Dalle velocità calcolate con tale strumento, tramite integrazione, si ottengono le rotazioni della testa. Sono messi a confronto i dati ottenuti con il giroscopio a fibra ottica e con un potenziometro montato anch'esso sul casco e avente la parte fissa bloccata su di una parete. I due segnali risultano essere coincidenti (Figura 1.6) ma quello relativo al giroscopio risulta meno affetto da rumore. Gli autori attribuiscono il comportamento peggiore del potenziometro all'effetto dei contatti striscianti; inoltre, dall'esame dei grafici relativi alla velocità (Figura 1.7) gli autori deducono la necessità di un filtraggio dei segnali potenziometrici. Gli autori suggeriscono per questa tipologia di esperimento una frequenza di taglio pari a 10 Hz, mentre il filtraggio non è necessario per il giroscopio. In conclusione il giroscopio ottico sembra essere un ottimo strumento per la misura della rotazione della testa a scapito però di un elevato costo.

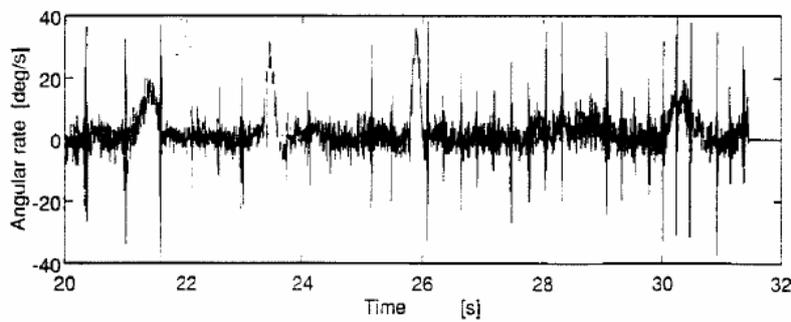


(a)

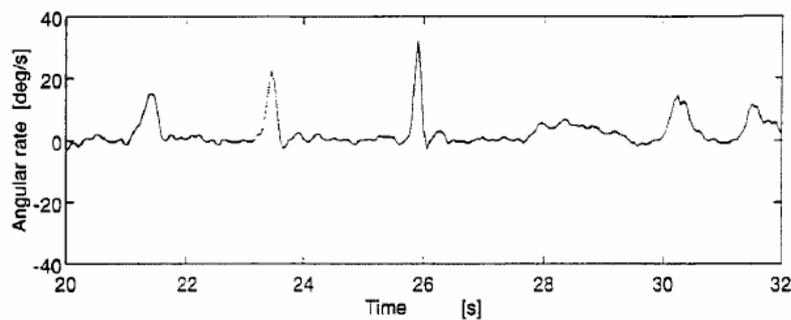


(b)

Figura 1.6 Segnali rappresentanti la rotazione della testa registrati tramite (a) potenziometro e (b) giroscopio a fibra ottica (integrazione del segnale relativo alla velocità angolare)



(a)



(b)

Figura 1.7 Segnali rappresentanti la velocità angolare della testa registrati tramite (a) potenziometro (derivazione del segnale relativo allo spostamento angolare) e (b) giroscopio a fibra ottica

In letteratura si trova un numero notevole di articoli in cui si usano accelerometri montati sui vari segmenti corporei per lo studio dei parametri correlati al passo umano ed al mantenimento dell'equilibrio. Per quanto riguarda lo studio delle accelerazioni relative alla testa, si possono studiare i seguenti articoli [8 - 12].

Higashi *et Al.* [8] analizzano un movimento tipico fatto da pazienti emiplegici, come l'alzarsi dalla sedia a rotelle ed il sedersi sul letto. Vengono posti due accelerometri tri-assiali uno al livello della testa e l'altro della vita. Si fa compiere il movimento suddetto a soggetti sani ed a pazienti emiplegici. Nei primi l'accelerazione della testa nella direzione verticale è più elevata e si osserva anche la flessione sia del tronco che del collo. Nei secondi, invece, c'è solo la flessione del tronco e si individuano due picchi nel segnale relativo all'accelerazione orizzontale (Figura 1.8); ciò sta a dimostrare che questi ultimi compiono due movimenti ben distinti, si alzano e poi si siedono, mentre nei soggetti sani il movimento è più dolce, producendo così un solo picco nel segnale dell'accelerazione orizzontale (Figura 1.9).

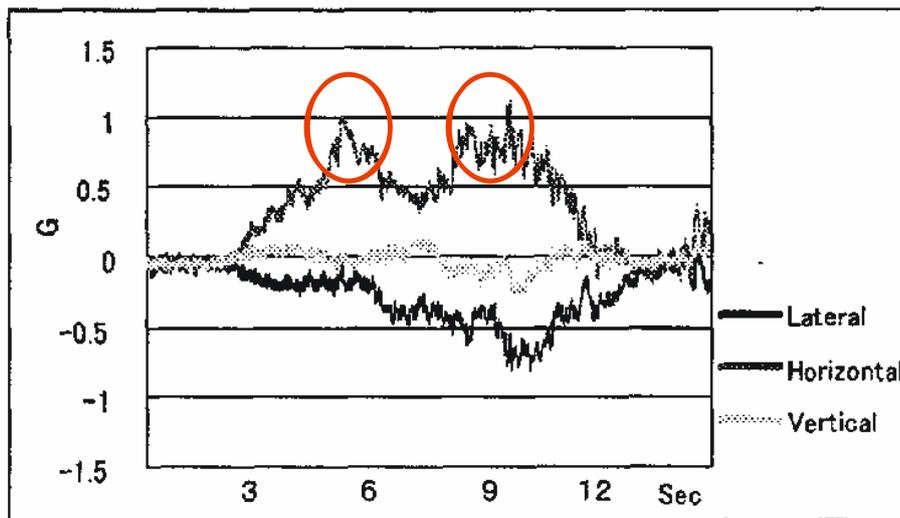


Figura 1.8 Andamento, in pazienti emiplegici, dell'accelerazione laterale, orizzontale e verticale della testa in funzione del tempo, durante il movimento compiuto per alzarsi dalla sedia a rotelle e per sedersi sul letto

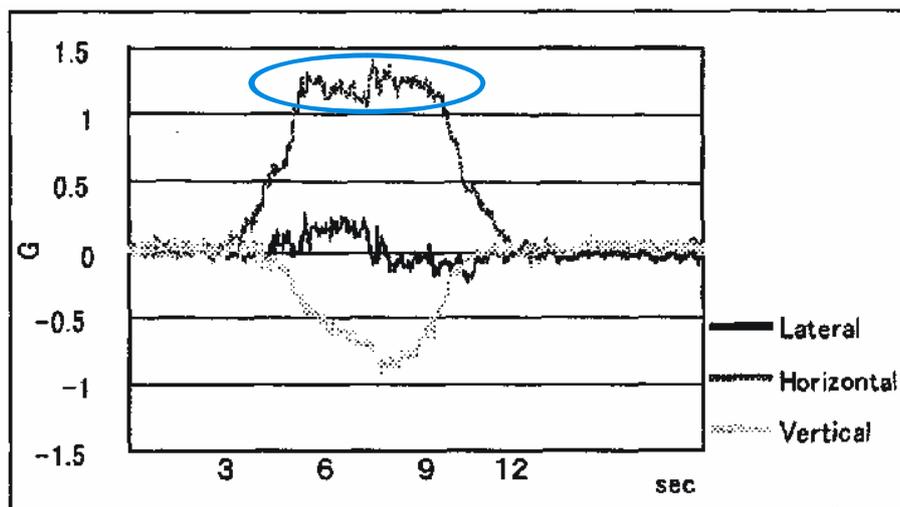


Figura 1.9 Andamento, in soggetti giovani, dell'accelerazione laterale, orizzontale e verticale della testa in funzione del tempo, durante il movimento compiuto per alzarsi dalla sedia a rotelle e per sedersi sul letto

Wu [9] valuta in che modo i movimenti della testa possono essere associati al rischio di caduta per le persone anziane. La strumentazione consiste in due accelerometri monoassiali, posti ortogonalmente l'uno con l'altro, ed un giroscopio. I dispositivi sono montati su di una comune cuffia audio. Vengono analizzati

giovani, anziani in salute ed affetti da insensibilità tattile della pianta del piede. I soggetti vengono posti su una piattaforma che subisce traslazioni improvvise e casuali. Vengono valutati diversi indici:

- *Rom*: ampiezza della rotazione della testa nel piano sagittale;
- *Tonset*: tempo che intercorre tra la traslazione della base ed il primo movimento della testa;
- *Trom*: tempo che intercorre tra i due punti di inversione della testa.

Dai grafici mostrati in Figura 1.10 si vede che gli spostamenti ed i tempi di reazione sono maggiori negli anziani ed ancora di più nei soggetti patologici rispetto ai giovani. Il Trom è minore per gli anziani, ciò comporta un movimento a scatti della testa. Questi risultati indicano che gli spostamenti del capo possono essere presi come parametro per la valutazione di un maggiore rischio di caduta per gli anziani.

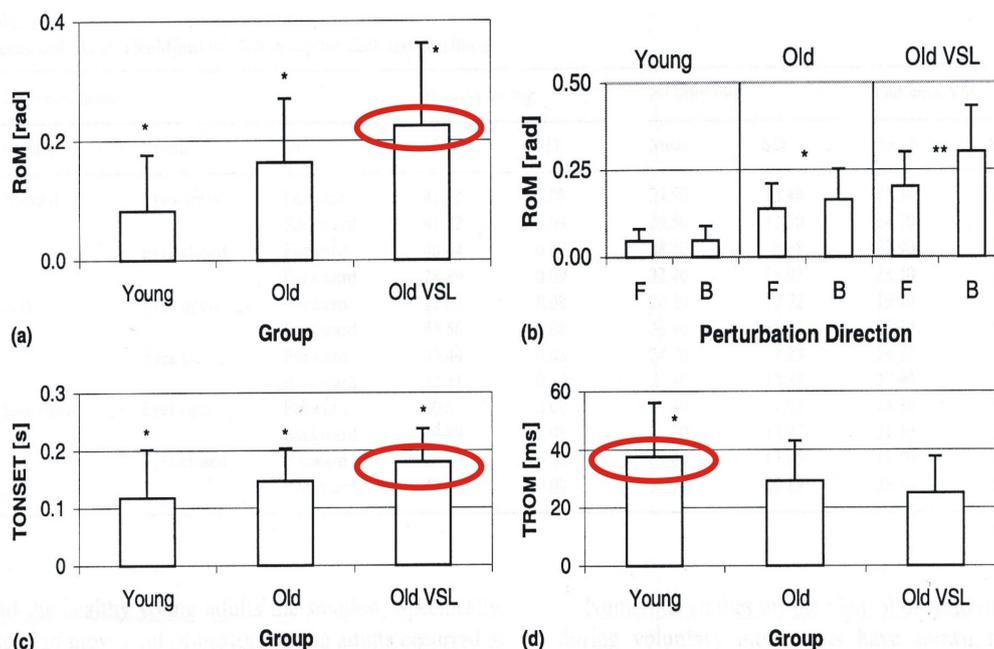


Figura 1.10 Andamento degli indici di Rom, Tonset e Trom nei soggetti studiati; in (b) è rappresentato l'andamento di Rom in funzione dello spostamento della base (F: in avanti; B: all'indietro)

In due articoli Menz *et Al.* analizzano le accelerazioni della testa e del tronco quando si cammina su di una superficie irregolare, sia nei giovani [10] che negli anziani [11], in modo da ricreare una condizione più simile alla camminata reale. Si utilizzano due accelerometri, uno montato su di un casco da ciclista, l'altro fissato ad una cintura a livello dell'osso sacro. La superficie irregolare viene costruita, come si vede in Figura 1.11, con uno strato di spessore pari a 5 mm di erba artificiale che ricopre due strati di 20 mm di gomma espansa in cui sono posti, in modo casuale, dei blocchetti di legno di diverse dimensioni. In questo modo si nascondono alla vista dei soggetti le irregolarità della superficie e così, questi, non sapendo l'esatta direzione e grandezza delle perturbazioni agenti sul piede d'appoggio, non possono utilizzare delle strategie, nel movimento, che permettano di evitare gli ostacoli.

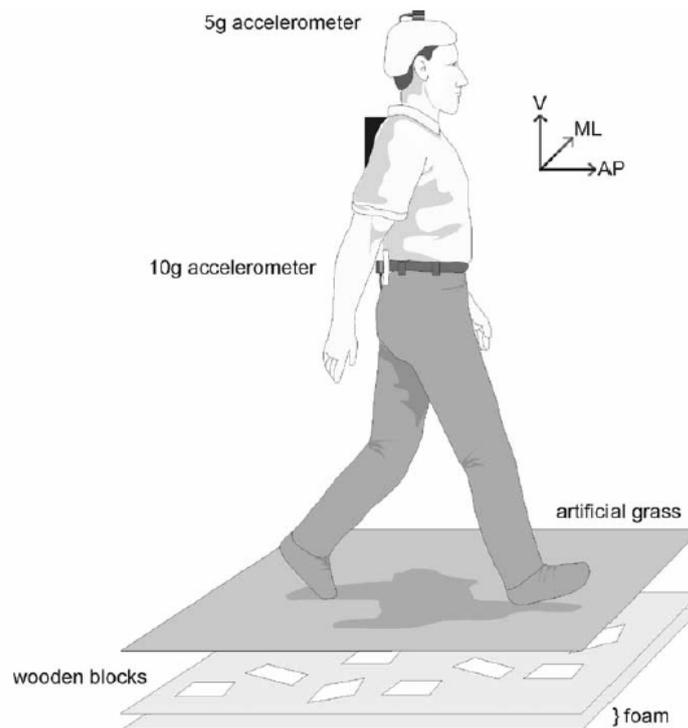


Figura 1.11 Apparato di misura e superficie irregolare

Viene chiesto ai soggetti di camminare prima su una superficie regolare e poi su quella irregolare con cinque diverse velocità in ordine crescente, dove la terza deve essere l'andatura normale.

Dalle accelerazioni verticali del bacino si vede che (Figura 1.12) al contatto con il tallone corrisponde un rapido aumento dell'accelerazione seguita poi da una diminuzione dovuta al caricamento del peso sul piede anteriore. Segue poi un altro picco ed una diminuzione dell'accelerazione finché il piede non si solleva sulla punta. Durante la fase di dondolio si nota un aumento seguito da una diminuzione del segnale analizzato. Le accelerazioni anteroposteriori del bacino sono di minor grandezza. Il contatto del tallone con il suolo determina una diminuzione dell'accelerazione. Appena questo si stacca dal terreno si osserva un graduale aumento del segnale che continua nella fase di dondolio. Le accelerazioni laterali del bacino aumentano rapidamente dopo il contatto del tallone ma, successivamente, non si riesce a trovare un schema ripetitivo durante i vari passi. Le accelerazioni della testa seguono lo stesso schema di quelle relative al bacino, ma con valori di picco minori. Dai risultati viene dedotto che quando si cammina su di una superficie irregolare le accelerazioni del bacino aumentano notevolmente rispetto al cammino su di una superficie regolare; questo non succede nelle accelerazioni agenti sulla testa. Tale situazione è dovuta al fatto che gli arti inferiori ed il tronco agiscono come smorzatori per non far compiere alla testa dei movimenti troppo bruschi in modo da non mettere a rischio la funzionalità ottimale sia dell'apparato vestibolare che visivo.

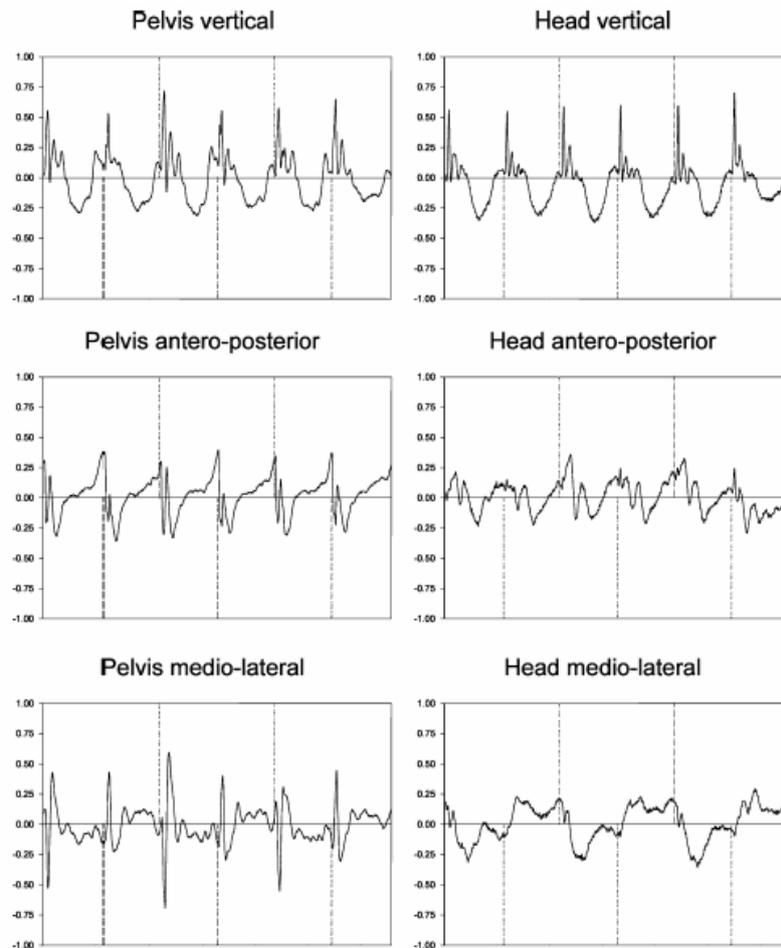


Figura 1.12 Componenti dell'accelerazione verticale, laterale e anteroposteriore al livello del bacino (sinistra) e della testa (destra). Le linee spezzate rappresentano il contatto del tallone con il suolo. Le accelerazioni sono misurate in g

L'articolo di Baselli *et Al.* [12] viene adesso ampiamente descritto poiché è di notevole rilevanza per questa tesi in quanto determina l'accelerazione angolare e lineare agente sul sistema vestibolare utilizzando quattro accelerometri triassiali montati sulla testa. Vengono fornite le relazioni per risalire dall'accelerazione misurata nel sistema di riferimento di ogni accelerometro a quella nel sistema di riferimento del sistema vestibolare. I quattro accelerometri sono posti su due fasce e fissati alla testa. Preliminarmente si definisce il piano di Francoforte come il piano passante per il trago sinistro e destro ed i punti suborbitali di entrambi gli occhi (Figura 1.13). Le loro posizioni, come si vede in Figura 1.14, individuano un piano parallelo al piano di Francoforte ed un altro ad esso perpendicolare. Il sistema di riferimento della testa si trova nel punto intermedio tra gli accelerometri P_2 e P_4 .

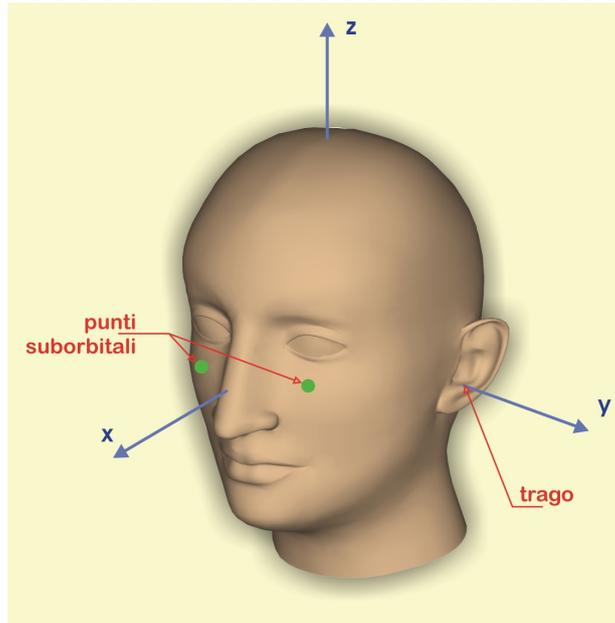


Figura 1.13 Piano di Francoforte

La posizione media del sistema vestibolare è assunta sul piano di Francoforte alla profondità di $d = 32$ mm dal punto A, che rappresenta il punto in cui è localizzato il canale uditivo esterno. Per ogni individuo Baselli misura il diametro temporale d_t , l'altezza h del piano xy rispetto a quello di Francoforte ed il valore a che rappresenta la distanza tra l'asse z del sistema di riferimento del vestibolo a quello della testa. L'input agente su ogni canale semicircolare è la proiezione dell'accelerazione angolare nel sistema di riferimento della testa sugli assi del sistema vestibolare. Come si vede nella Figura 1.15, gli assi del sistema vestibolare sono ruotati di -45° rispetto all'asse z e di -30° rispetto all'asse y .

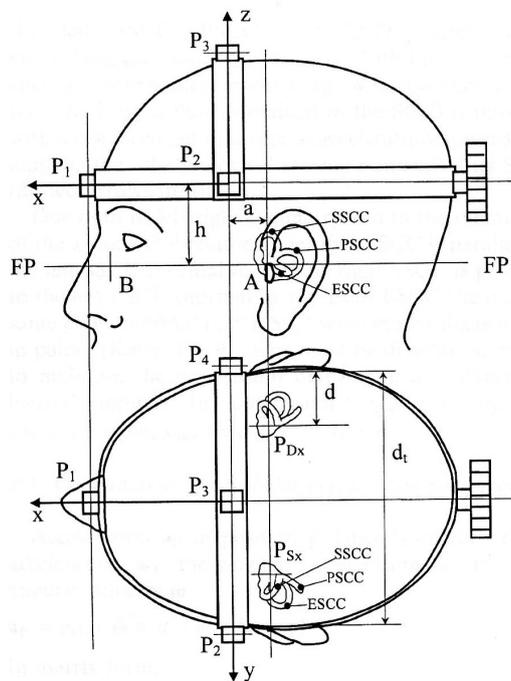


Figura 1.14 Schema della distribuzione degli accelerometri e della posizione del vestibolo sinistro e destro. Il punto A rappresenta la loro proiezione esterna

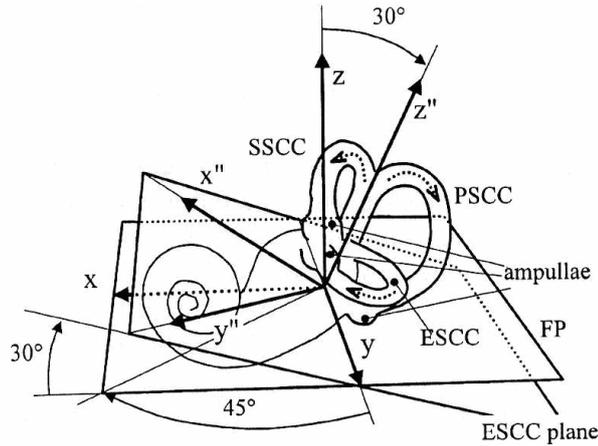


Figura 1.15 Orientazione dei canali semicirculari nel sistema vestibolare sinistro

Nota quindi la matrice di rotazione necessaria per passare dal sistema di riferimento relativo al piano di Francoforte a quello del sistema vestibolare si può calcolare direttamente l'accelerazione angolare agente su ogni canale semicirculari avendo precedentemente determinato l'accelerazione angolare della testa dai soli dati acquisiti dagli accelerometri lineari. Di seguito viene riportata la metodologia di calcolo:

$$a_p = a_0 + \dot{\omega} \times p + \omega \times [\omega \times p] \quad (1.1)$$

Dove:

p il vettore distanza tra l'origine O e l'accelerometro in esame,

ω e $\dot{\omega}$ sono rispettivamente la velocità e l'accelerazione angolare.

In forma matriciale diventa:

$$a_p = a_0 + Gp$$

$$a_p = a_0 + \begin{bmatrix} -\omega_y^2 - \omega_z^2 & \omega_x \omega_y - \dot{\omega}_z & \omega_x \omega_z + \dot{\omega}_y \\ \omega_x \omega_y + \dot{\omega}_z & -\omega_x^2 - \omega_z^2 & \omega_y \omega_z - \dot{\omega}_x \\ \omega_x \omega_z - \dot{\omega}_y & \omega_y \omega_z + \dot{\omega}_x & -\omega_x^2 - \omega_y^2 \end{bmatrix} \cdot p \quad (1.2)$$

Si prendono come punti in esame quelli relativi ai tre accelerometri P_1, P_2, P_3 con $a_0 = (a_2 + a_4)/2$ e si ottiene così la matrice G

$$G = \begin{bmatrix} \frac{a_{1x} - a_{0x}}{P_{1x}} & \frac{a_{2x} - a_{0x}}{P_{2y}} & \frac{a_{3x} - a_{0x}}{P_{3z}} \\ \frac{a_{1y} - a_{0y}}{P_{1x}} & \frac{a_{2y} - a_{0y}}{P_{2y}} & \frac{a_{3y} - a_{0y}}{P_{3z}} \\ \frac{a_{1z} - a_{0z}}{P_{1x}} & \frac{a_{2z} - a_{0z}}{P_{2y}} & \frac{a_{3z} - a_{0z}}{P_{3z}} \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

Per determinare le accelerazioni angolari basta mettere a confronto le due equazioni precedenti, ottenendo:

$$\dot{\omega} = \begin{bmatrix} \frac{a_{2z} - a_{0z}}{2p_{2y}} - \frac{a_{3y} - a_{0y}}{2p_{3z}} \\ \frac{a_{3x} - a_{0x}}{2p_{3z}} - \frac{a_{1z} - a_{0z}}{2p_{1x}} \\ \frac{a_{1y} - a_{0y}}{2p_{1x}} - \frac{a_{2x} - a_{0x}}{2p_{2y}} \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

Come esempio di utilizzo di questo dispositivo vengono misurate le accelerazioni della testa di tre soggetti sani durante tre movimenti tipici:

- Movimento del “sì”, ruotando la testa in avanti ed indietro;
- Movimento del “no”, ruotando la testa a destra e a sinistra;
- Camminata semplice partendo con la gamba sinistra.

Dai dati ottenuti si vede che ogni movimento comporta una serie complessa di input che agiscono, in modo differente, sul sistema vestibolare. La valutazione di questi input può servire sia per determinare l'efficacia di un'eventuale terapia di riabilitazione oppure, ad esempio, per capire l'origine degli attacchi di vertigine.

1.3.2 Studi teorico/pratici per il rilievo della cinematica di un corpo rigido

In questo paragrafo vengono analizzati quegli studi centrati sui dispositivi in grado di rilevare la cinematica di un corpo unicamente tramite accelerometri lineari. Gli articoli presi in esame hanno come obiettivo quello di ottimizzare il numero, la posizione e la tipologia (monoassiali, biassiali o triassiali) dei sensori in modo da misurare l'accelerazione lineare ed angolare del corpo con accuratezza sufficiente per gli scopi previsti.

L'idea di utilizzare unicamente accelerometri per determinare lo studio della cinematica della testa deriva dal fatto che il sistema vestibolare, come precedentemente spiegato, ha come input l'accelerazione angolare sui canali semicircolari e l'accelerazione lineare (a-g) sugli organi otolitici.

Il primo storicamente ad occuparsi di tale argomento è Morris nel 1973 [13] il quale riporta una particolare configurazione di un *cluster* accelerometrico costituita da sei sensori monoassiali posizionati come in Figura 1.16.

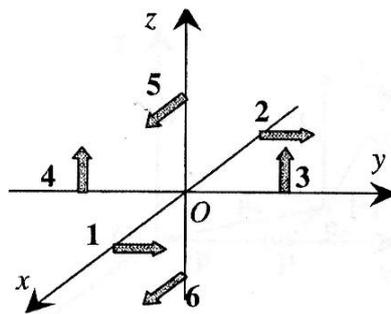


Figura 1.16 Configurazione degli accelerometri uniassiali nel caso di dispositivo a sei accelerometri in Morris [13]

Posizionando gli accelerometri secondo lo schema di Morris, l'equazione (1.2) può essere riscritta come:

$$\begin{aligned}
 \dot{\omega}_y &= \frac{a_5 - a_6}{r} - \omega_x \omega_z \\
 \dot{\omega}_x &= \frac{a_3 - a_4}{r} - \omega_y \omega_z \\
 \dot{\omega}_z &= \frac{a_1 - a_2}{r} - \omega_x \omega_y
 \end{aligned}
 \tag{1.5}$$

Dove r rappresenta la distanza tra due accelerometri aventi gli assi sensibili tra loro paralleli. Risolvendo l'equazione differenziale (1.5) si può ricavare l'accelerazione angolare del corpo. Il problema di questa configurazione è che anche piccoli errori nell'allineamento e nel posizionamento dei sensori rispetto alla situazione teorica possono portare ad una erronea misura di accelerazione angolare. Per risolvere questo problema gli studi seguenti hanno introdotto una ridondanza nel numero di sensori utilizzati.

Padgaonkar *et Al* [14] propongono un differente *cluster* accelerometrico (Figura 1.17) costituito da un sensore triassiale e 3 biassiali (schema noto come "3-2-2-2") con l'obiettivo di semplificare l'equazione (1.5) eliminando il contributo della velocità angolare.

L'equazione(1.2), in questo caso, può essere scritta come:

$$\begin{aligned}
 \dot{\omega}_x &= \frac{a_{3z} - a_{0z}}{2r} - \frac{a_{5y} - a_{0y}}{2r} \\
 \dot{\omega}_y &= \frac{a_{5x} - a_{0x}}{2r} - \frac{a_{1z} - a_{0z}}{2r} \\
 \dot{\omega}_z &= \frac{a_{1y} - a_{0y}}{2r} - \frac{a_{3x} - a_{0x}}{2r}
 \end{aligned}
 \tag{1.6}$$

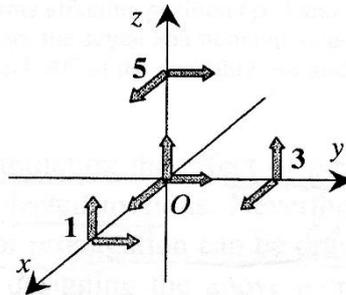


Figura 1.17 Configurazione degli accelerometri nel caso di dispositivo a nove accelerometri

In questo articolo vengono analizzate entrambe le configurazioni simulando oscillazioni sinusoidali e impatti ad elevata accelerazione considerando la presenza di un errore sistematico. I risultati indicano che la configurazione a sei accelerometri è instabile mentre quella a nove risulta essere poco sensibile all'errore introdotto grazie alla ridondanza dei sensori. L'instabilità della prima configurazione è dovuta, secondo Padgaonkar, alla presenza della velocità angolare nell'equazione (1.5) in quanto, se è presente un offset nei dati accelerometrici, si avrà una deriva di integrazione che inficerà la determinazione dell'accelerazione angolare. Per il calcolo della velocità angolare viene sconsigliato l'utilizzo diretto dell'equazione (1.2) in quanto c'è una relazione quadratica tra a_p e ω e rimarrebbe indeterminato il segno. Al contrario se il movimento in analisi è di breve durata si può ricorrere all'integrazione diretta dell'accelerazione angolare sempre che la presenza di deriva di integrazione non comprometta i dati.

Nusholtz nel 1993 [15] propone una diversa configurazione costituita da tre accelerometri triassiali (schema "3-3-3") posti sulla superficie di una sfera. Per determinare l'accelerazione angolare utilizza un algoritmo differente dal precedente basato sull'analisi tramite geometria sferica (SGA). Questa metodologia si basa sul

considerare ogni accelerometro triassiale come un punto in movimento sulla superficie della sfera. L'algoritmo utilizzato dall'autore è differente dal precedente che desunse l'accelerazione angolare dai dati accelerometrici e, tramite integrazione numerica, la velocità angolare. Questo metodo invece, si basa sulla determinazione della velocità lineare tramite integrazione dei dati accelerometrici e, noto il raggio della sfera, si riesce a calcolare la velocità angolare e l'accelerazione angolare tramite l'equazione (1.2). L'articolo prosegue con il confronto di questa configurazione con quella dovuta a Padgaonkar nello studio dei *crash test*. Vengono posizionati gli accelerometri sulla testa del manichino che viene spinto contro un *air bag* aperto 30 ms prima dell'impatto. Dai risultati si evince che questa configurazione riproduce in modo migliore la velocità angolare e lo spostamento della testa ma, come nel caso precedente, si ha una deriva di integrazione che inficia i dati già dopo 20 ms. Questa tecnica può quindi essere usata nello studio di impatti essendo questi caratterizzati da una breve durata mentre fallisce in tutti quei campi in cui la durata della prova risulta essere maggiore.

Zappa *et Al* [16] propongono in uno studio teorico, per diminuire l'errore nel calcolo della velocità angolare, l'utilizzo di 12 accelerometri o tutti triassiali ("3-3-3-3") o tutti monoassiali. L'algoritmo si basa sull'utilizzo dell'equazione (1.2) per il calcolo diretto della velocità angolare. La ridondanza dei sensori, secondo gli autori, risolve l'indeterminazione del segno succitata. Il problema è che per utilizzare l'algoritmo da loro sviluppato bisogna scegliere le posizioni e gli orientamenti dei sensori con elevata cura. Nella configurazione con accelerometri triassiali deve essere assicurata la perpendicolarità tra gli assi di ogni accelerometro ed in più i tre sensori non devono essere tra loro complanari. Nella configurazione con accelerometri monoassiali si devono suddividere i dodici sensori in tre gruppi, i sensori all'interno di ogni gruppo devono essere paralleli e tra di loro non complanari ed infine le direzioni dei tre gruppi devono essere tra loro perpendicolari.

Per diminuire l'incertezza nella misurazione delle accelerazioni a causa di errori nel posizionamento, nell'allineamento, nella sensibilità e nell'offset dei sensori Cappa *et Al* [17] propongono di aumentare il numero degli accelerometri. Gli autori sviluppano una simulazione numerica per determinare quale miglioramento nell'accuratezza della misura si ha variando il numero e la tipologia di accelerometri applicati ad un casco per la valutazione della cinematica della testa durante il cammino. Partendo dai risultati degli articoli precedentemente introdotti gli autori considerano una serie di caschi matematicamente simulati equipaggiati con accelerometri monoassiali, biassiali o triassiali, ed in numero variabile tra 12 e 24. Viene analizzata anche la configurazione "3-2-2-2" di Padgaonkar. Gli accelerometri sono posti su una superficie emisferica di raggio pari a 100 mm ed orientati su questa in modo casuale. Per ridurre la complessità della simulazione gli accelerometri possono trovarsi unicamente su tre livelli e possono essere orientati solo o tangenzialmente o radialmente alla superficie della sfera (Figura 1.18).

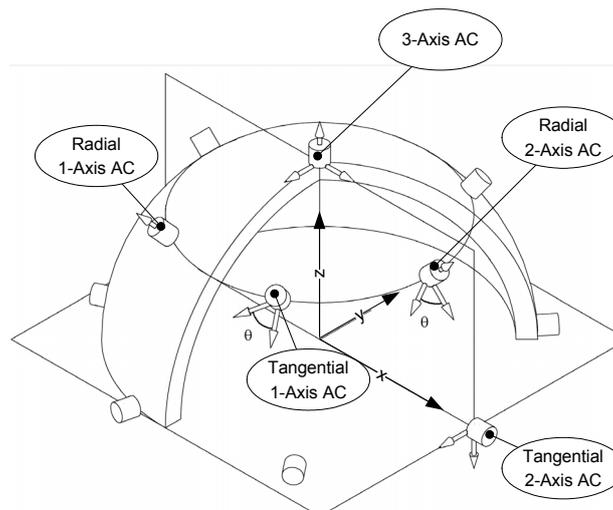


Figura 1.18 Semplificazione nella disposizione degli accelerometri utilizzata nella simulazione

Il moto simulato è quello del cammino di un soggetto sano. L'analisi viene fatta sull'accelerazione lineare (a_g), sull'accelerazione angolare $\dot{\omega}$ e sulla velocità angolare ω calcolata eliminando la deriva avendo ipotizzato il casco fermo all'inizio ed alla fine della prova. Dai risultati si evince che, per il calcolo dei succitati parametri, è analogo utilizzare accelerometri monoassiali o biassiali o triassiali a meno di non trovarsi nella configurazione a dodici sensori per la quale è consigliabile usare unicamente la configurazione triassiale. Dal confronto con la configurazione "3-2-2-2" non emerge differenza rispetto ad una configurazione a più accelerometri e, pertanto, è consigliabile la seconda poiché evita problemi di esatta collocazione ed orientazione dei sensori su di una superficie. Gli autori propongono come configurazione ottimale quella caratterizzata dall'utilizzo di nove o dieci accelerometri biassiali essendo un giusto compromesso tra costi e miglioramento nell'accuratezza del dispositivo a causa di un aumento del numero degli assi. Rimane però irrisolto il problema della determinazione della velocità angolare e dell'assetto di un corpo rigido utilizzando unicamente accelerometri lineari.

A tal proposito Parsa *et Al.* [18] analizzano un algoritmo in grado di stimare la posizione e la rotazione di un corpo rigido usando solo dati accelerometrici in numero ridondante senza considerare, in principio, altri sensori. Dai risultati si vede che, a causa degli errori di calibrazione e della doppia integrazione necessaria per poter stimare la posizione del corpo, il segnale in uscita è del tutto instabile (Figura 1.19).

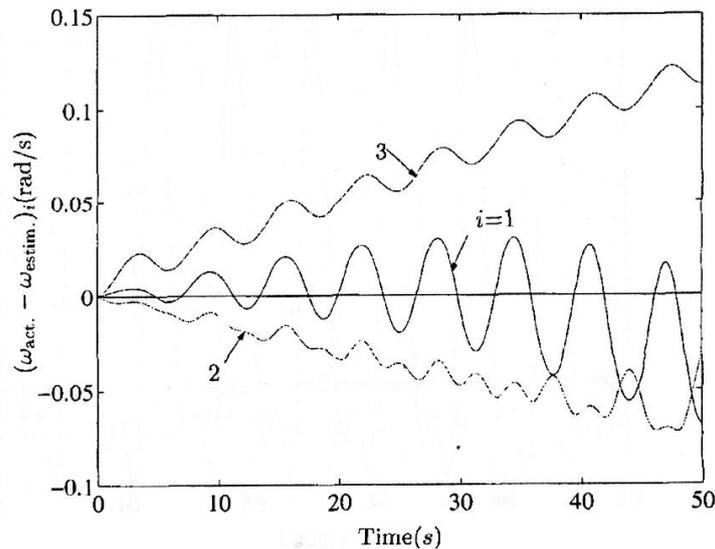


Figura 1.19 Stima dell'errore presente nella misurazione della velocità angolare. L'indice i rappresenta la componente della velocità angolare presa in considerazione

Per eliminare questa instabilità viene proposto di correlare i dati ottenuti con quelli prodotti da un sensore di posizione a fibra ottica chiamato Shape-Tape. Dal grafico nella Figura 1.20 si vede che tale tecnica produce un output stabile.

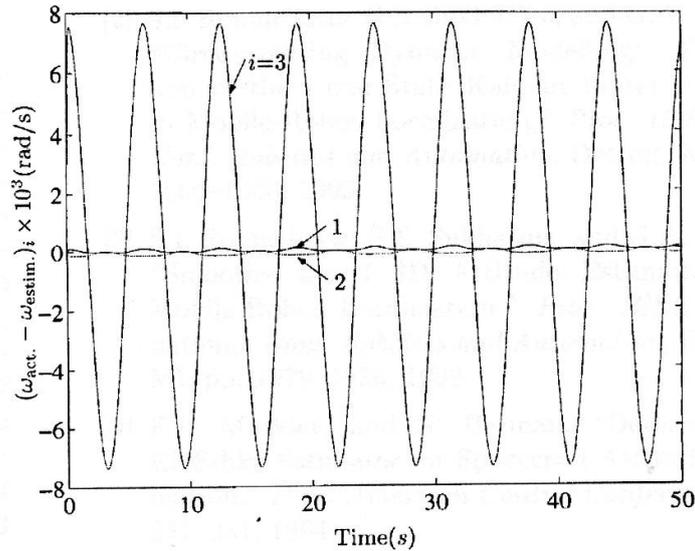


Figura 1.20 Stima dell'errore presente nella misurazione della velocità angolare utilizzando anche il sistema Shape-Tape

Il problema dovuto all'integrazione di un segnale viene trattato da Luinge *et Al.* [19] i quali studiano l'errore dovuto all'integrazione della velocità angolare, misurata con un giroscopio, per la determinazione dell'assetto di un corpo. Per diminuire tale errore utilizzano l'output di un accelerometro. In questo studio ci si avvale di un sensore composto da tre accelerometri e tre giroscopi. Viene integrato il segnale di questi ultimi. Gli accelerometri non solo misurano l'accelerazione del sensore, ma anche il vettore gravitazionale che è sempre diretto verso il basso. Tramite questo si può stimare l'angolo di inclinazione, definito come l'angolo tra l'asse del sensore e l'asse verticale. Questo calcolo non risulta essere molto preciso ma non soffre della deriva di integrazione. Dal grafico in Figura 1.21 si può vedere come questo processi di *data fusion* diminuisce sostanzialmente il valore dell'errore di orientazione calcolato. Il problema di questa procedura risiede nella componente inerziale del termine (a-g) misurato con gli accelerometri il quale deve essere trascurabile rispetto al valore di g.

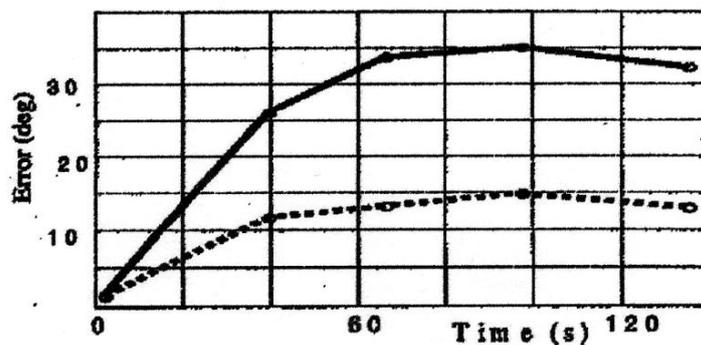


Figura 1.21 Esempio dell'errore di orientazione calcolato tramite integrazione del segnale derivante dal giroscopio (linea continua) e quello ottenuto dalla combinazione dei segnali derivanti dal giroscopio e dall'accelerometro (linea tratteggiata)

In uno studio analogo al precedente fatto da Veltink *et Al.* [20] viene costruito un sensore inerziale, di piccole dimensioni (3mm x 3mm x 3mm), composto da un accelerometro triassiale ed un giroscopio triassiale, da utilizzare per stimare l'orientazione di un corpo. Le velocità angolari misurate con il giroscopio vengono integrate prendendo come condizione iniziale l'inclinazione del corpo individuata tramite gli accelerometri. I dati ottenuti per la stima dell'orientazione vengono confrontati con quelli misurati con il sistema optoelettronico Vicon (Figura 1.22). Il problema della deriva del segnale integrato viene superata,

come spiega Veltink, grazie ad una continua ricalibrazione dei giroscopi durante la prova. Non viene spiegata la metodologia utilizzata per rendere questo possibile.

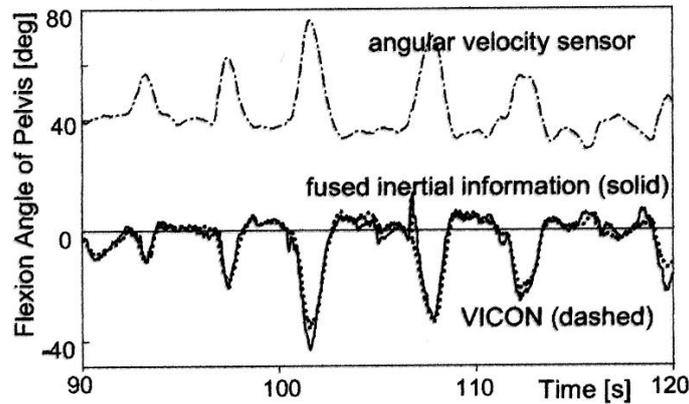


Figura 1.22 Esempio della stima dell'orientazione tramite la combinazione delle informazioni derivanti dal giroscopio e dall'accelerometro (linea a tratto continuo). Dati ottenuti dal Vicon (linea tratteggiata)

Anche nell'articolo di Giansanti *et Al* [21] si vuole valutare la propagazione degli errori di misurazione, di cui sono affetti gli accelerometri, quando questi sono utilizzati per stimare la posizione e l'orientazione di un corpo rigido. Vengono analizzate le configurazioni di cluster accelerometrici di Morris e di Padgaonkar. Si considera un sistema di riferimento solidale al corpo rigido (O, xyz). La posizione e l'orientazione del corpo sono definite dal vettore o che rappresenta l'origine del sistema di riferimento locale rispetto a quello assoluto e dalla matrice di rotazione R . La posizione di un accelerometro è definita dal vettore p e l'inclinazione dei suoi assi dal versore α . Durante il movimento l'accelerometro misura la proiezione a dell'accelerazione assoluta sull'asse sensibile.

$$a = u \cdot [a_0 + [\dot{\omega} \times p + \omega \times (\omega \times p)] + g] \quad (1.7)$$

La velocità angolare viene dedotta dalle equazioni (1.5) e (1.6), mentre tramite un'ulteriore integrazione si deduce la matrice di rotazione R . Per ottenere il vettore o bisogna integrare l'accelerazione dell'origine del sistema di riferimento locale:

$$a_0 = R \cdot a_{0S} - g \quad (1.8)$$

Il termine a_{0S} viene calcolato in base alla disposizione degli accelerometri. Nella configurazione di Morris (figura 1.16) a_{0S} è uguale a:

$$a_{0S} = \begin{bmatrix} \frac{a_{5x} + a_{6x}}{2} \\ \frac{a_{1y} + a_{2y}}{2} \\ \frac{a_{3z} + a_{4z}}{2} \end{bmatrix}$$

Mentre in quella di Padgaonkar (figura 1.17) è uguale a:

$$a_{0S} = \begin{bmatrix} a_{0x} \\ a_{0y} \\ a_{0z} \end{bmatrix}$$

Lo studio procede andando a considerare i possibili errori che agiscono sulla misurazione (Figura 1.23). Questi sono:

- p_e : differenza tra la posizione dell'accelerometro misurata e quella nominale;
- α_e : differenza tra l'orientazione del sensore misurata e quella nominale;
- e_0 : errore di offset;
- γ : errore di sensibilità;
- e_r : errore casuale dovuto, ad esempio, associato alla strumentazione oppure all'errore dovuto al campionamento;

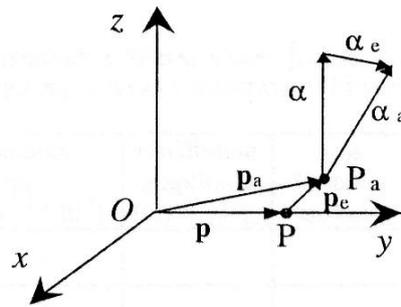


Figura 1.23 Errori sistematici che agiscono sulla posizione p_e e sull'orientazione α_e e di ogni accelerometro

Gli errori di offset e di sensibilità possono essere ridotti attraverso un'accurata taratura ed una compensazione termica. Si può così stimare l'errore sull'accelerazione:

$$a_e = a_m - a \tag{1.9}$$

Dove:

$$a_e = \{ \alpha_e \cdot [\dot{\omega} \times (p + p_e) + \omega \times [\omega \times (p + p_e)]] + \alpha \cdot [\dot{\omega} \times p_e + \omega \times (\omega \times p_e)] \} + \alpha_e \cdot a_0 + \alpha_e \cdot g + \gamma \cdot a_0 + e_0 + e_r$$

Si identificano così sei errori che dipendono ognuno:

- 1 dalla componente rotatoria del movimento a causa dell'errore di orientazione;
- 2 dalla componente traslatoria del movimento;
- 3 dalla accelerazione di gravità in presenza di rotazione;
- 4 dalla componente traslatoria del movimento a causa dell'errore di sensibilità dell'accelerometro;
- 5 dall'offset dello dell'accelerometro;
- 6 dall'errore casuale.

Per simulare e studiare la propagazione degli errori gli autori fissano dei valori di piccola entità per questi:

- errore di orientazione $\leq 0.1^\circ$
- incertezza nella distanza tra due accelerometri $\leq 10^{-4}$ m
- errore casuale = 10^{-2} m/s²
- errore di offset = $0,5 \cdot 10^{-2}$ m/s²

Vengono fatti compiere al corpo in esame dei movimenti sotto determinate condizioni, in modo che, in ogni prova, venga messo in evidenza una tipologia di errore diverso.

Nella Tabella 1.1 sono riassunte le prove effettuate.

Tabella 1.1 Riassunto della prove effettuate

Motion	Trial series code	Gravity	$ \mathbf{p}_e $ (m * 10 ⁻⁴)	$ \hat{\alpha}_e $ (deg)	Sensitivity error	Offset error (ms ⁻² * 10 ⁻²)	Random error (m s ⁻² * 10 ⁻²)	Oscillation amplitude (m) or (deg)	Axis direction cosines
Stationary	S1	0	0	0	0	0	1	-	-
	S2	0	0	0	0	0.5	0	-	-
	S3	g	0	0.1	0	0	0	-	-
Translation	T1	0	0	0.1	0	0	0	0.1	1, 0, 0
	T2	0	0	0	2*10 ⁻⁴	0	0	0.1	1, 0, 0
	T3	0	0	0.1	0	0	0	0.5	1, 0, 0
	T4	0	0	0	2*10 ⁻⁴	0	0	0.5	1, 0, 0
Rotation	R1	0	1	0	0	0	0	30	1, 0, 0
	R2	0	0	0.1	0	0	0	30	1, 0, 0
	R3	0	1	0	0	0	0	60	1, 0, 0
	R4	0	0	0.1	0	0	0	60	1, 0, 0
Rototranslation	RT1	g	1	0.1	2*10 ⁻⁴	0.5	1	0.1/30	1, 0, 0
	RT2	g	1	0.1	2*10 ⁻⁴	0.5	1	0.1/30	0, 1, 0
	RT3	g	1	0.1	2*10 ⁻⁴	0.5	1	0.1/30	0, 0, 1

Per ogni prova vengono calcolati il vettore di posizione \mathbf{o} e la matrice di rotazione R e vengono correlati con i valori stimati. Dai risultati si vede che gli errori angolari nella stima dell'orientazione del corpo sono proporzionali al tempo di osservazione. I due sistemi di accelerometri si comportano in modo simile, come si vede nelle Figure 1.24 e 1.25 relative alla prova RT2. Si vede, infine, che l'errore di orientazione degli assi sensibili e l'errore di offset sono la causa maggiore dell'inaccuratezza nella stima delle grandezze studiate. Questo studio arriva alla conclusione che, data il contenuto valore degli errori considerati, nessuno dei due sistemi di accelerometri trattati (ossia lo schema proposto da Morris [13] e da Padgankar [14]) è in grado di stimare la posizione e l'orientazione di un segmento del corpo umano, visto come corpo rigido, con l'accuratezza adeguata al campo clinico.

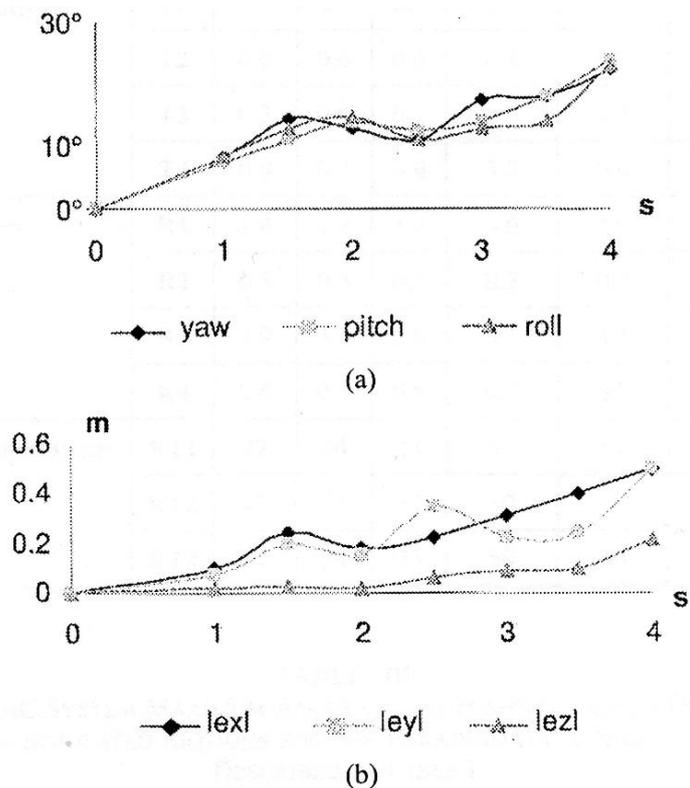


Figura 1.24 Sistema composto da sei accelerometri. Errore massimo angolare (a) e lineare (b) nella serie di prove RT2

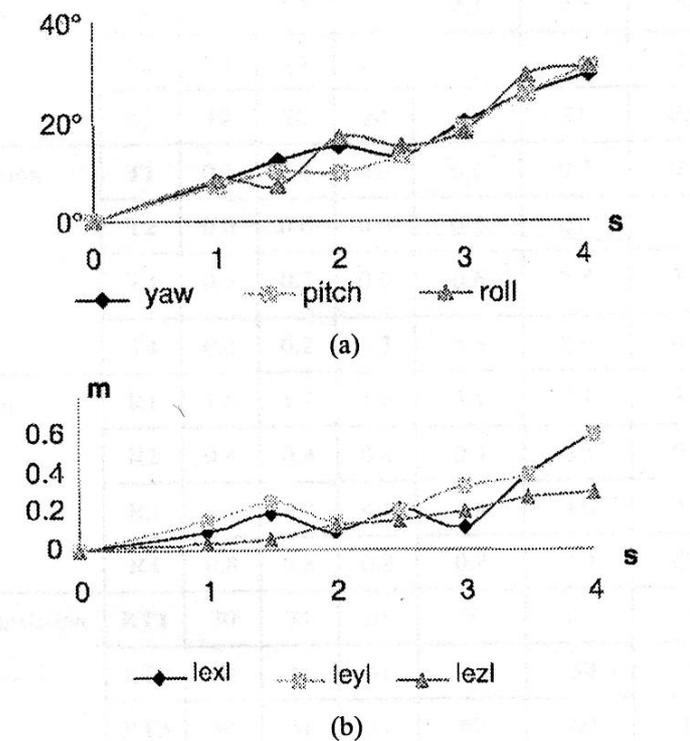


Figura 1.25 Sistema composto da nove accelerometri. Errore massimo angolare (a) e lineare (b) nella serie di prove RT2

1.4 BIBLIOGRAFIA

1. POZZO T, BERTHOZ A, LEFORT L. Head kinematic during various motor tasks in humans. *Progress in Brain Research* 1989; 80: 377-383
2. POZZO T, BERTHOZ A, LEFORT L. Head stabilization during various locomotor tasks in humans. (Normal Subjects). *Experimental Brain Research* 1990; 82: 97-106
3. POZZO T, BERTHOZ A, LEFORT L, VITTE E. Head stabilization during various locomotor tasks in humans. (Pazient with bilateral peripheral vestibular deficits). *Experimental Brain Research* 1991; 83: 208-217
4. CROMWELL RL, NEWTON RA, FORREST G, Influence of vision on head stabilization strategies in older adults during walking. *Journal of Gerontology: Medical Sciences* 2002; 57A: M442-M448
5. CARPANETO J., MICERA S., GALARDI G., MICHELI A., CARBONCINI M.C., ROSSI B., and DARIO P., 2004, "A protocol for the assessment of 3D movements of the head in persons with cervical dystonia" *Clinical Biomechanics*; 19: 659–663
6. STRIMPAKOS N., SAKELLARI V., GIOFTSOS G., KAPRELI E., and OLDHAM J., 2006, "Cervical joint position sense: an intra- and inter-examiner reliability study", *Gait and Posture*; 23(1):22-31
7. DONATI S, ANNOVAZZI-LODI, BOTTAZZI L, ZAMBARDIERI D. Pickup of head movement in vestibular reflex experiments with an optical fiber gyroscope. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics* 1996; 2: 890-893
8. HIGASHI Y, SEKIMOTO M, HORIUCHI F, KODAMA T, YUJI T, FUJIMOTO T, SEKINE M, TAMURA T. Monitoring rehabilitation training for hemiplegic patients by using a tri-axial accelerometer. 23rd Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society, 25-28 October, Istanbul, Turkey
9. WU G. Head movement during sudden base traslation as a measure of risks for falls in the elderly. *Clinical Biomechanics* 2001; 16: 199-206
10. MENZ HB, LORD SR, FITZPATRICK RC. Acceleration patterns of the head and pelvis when walking on level and irregular surfaces. *Gait&Posture* 2003; 18: 35-46
11. MENZ HB, LORD SR, FITZPATRICK RC. Acceleration patterns of the head and pelvis when walking are associated with risk of falling in community-dwelling older people. *Journal of Gerontology* 2003; 58A, 5: 446-452
12. BASELLI G, LEGNANI G, FRANCO P, BROGNOLI F, MARRAS A, QUARANTA F, ZAPPA B. Assessment of inertial and gravitational inputs to the vestibular system. *Journal of Biomechanics* 2001; 34: 821-826
13. MORRIS J.R., 1973, "Accelerometry-A technique for the measurement of human body movements," *Journal of Biomechanics*; 6: 729–736
14. PADGAONKAR A.J., KRIEGER K.W., and KING A.I., 1975, "Measurement of angular acceleration of a rigid body using linear accelerometers," *ASME Journal of Applied Mechanics*; 42: 552–558
15. NUSHOLTZ G.S., "Geometric methods in determining rigid-body dynamics," *Experimental Mechanics*, 1993, 33 (2), pp.153-158.

16. ZAPPA B., LEGNANI G., VAN DEN BOGERT A.J., and ADAMINI R., 2001, "On the number and placement of accelerometers for angular velocity and acceleration determination," *Transaction of ASME Journal of Dynamic Systems, Measurements, and Control*; 123: 552–554
17. CAPPÀ P, MASIA L, PATANÈ F, 2005, "Numerical validation of linear accelerometer systems for the measurement of head kinematics," *ASME Journal of Biomechanical Engineering*; 127: 919-928
18. PARSA K, ANGELES J, MISRA AK. Pose-and-twist estimation of a rigid body using accelerometers. *Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Robotics & Automation*, 21-26 May, Seoul, Korea
19. LUNGE HJ, VELTINK PH, BATEN CTM. Estimation of orientation with gyroscopes and accelerometers. *Proceeding of the First Joint BMES/EMBS Serving Humanity, Advancing Technology* October 13-16 1999, Atlanta, GA, USA
20. VELTINK PH, LUNGE HJ, KOOI BJ, BATEN CTM, SLYCKE P, OLTHUIS W, BERGVELD P. The artificial vestibular system design of a tri-axial inertial sensor system and its application in the study of human movement. *Symposium of the International Society for Postural and Gait Research* 2001
21. GIANCANTONI D, MACCELLARI V, MACCIONI G, CAPPOZZO A. Is it feasible to reconstruct body segment 3-D position and orientation using accelerometric data? *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* 2003; 50 NO. 4:476-483

II CAPITOLO

Sviluppo del casco strumentato

2.1 Introduzione

Il presente capitolo verte sulle fasi di sviluppo e realizzazione del dispositivo per lo studio della cinematica della testa. Tale dispositivo è costituito da un semplice casco da ciclista caratterizzato dall'essere leggero e di costo contenuto su cui vengono fissati i sensori necessari per la determinazione delle accelerazioni, delle velocità e delle rotazioni della testa.

Nella prima parte del capitolo vengono descritti i tre prototipi realizzati ponendo l'attenzione sui sensori scelti. L'elevato numero di dispositivi sviluppati deriva sia da continue innovazioni dei sensori presenti sul mercato sia da miglioramenti realizzativi studiati in fase di utilizzo del dispositivo.

Nella seconda parte invece sono riportati gli algoritmi necessari per ottenere le grandezze in esame noti i valori misurati dai sensori. Particolare attenzione viene posta sulla determinazione della velocità angolare utilizzando unicamente i dati provenienti dai sensori di accelerazione e della rotazione del corpo utilizzando un algoritmo di *data fusion* tra gli accelerometri ed i giroscopi.

2.2 Sviluppo del dispositivo

Il dispositivo ideato per l'analisi della cinematica della testa è costituito da un casco da ciclista, scelto in quanto leggero e facile da adattare, su cui vengono montati i sensori. Dato il continuo progresso della tecnologia di sviluppo e realizzazione dei trasduttori si è dovuto procedere con una attenta analisi dei sensori disponibili sul mercato avendo come obiettivo la misurazione della velocità angolare, dell'accelerazione lineare e di quella angolare.

I parametri che hanno discriminato la scelta sono stati:

- dimensioni del sensore il più possibile ridotte: massimo 2 x 2 x 2 cm;
- massa contenuta: minore di 20 g;
- campo di misura della velocità angolare: ± 300 °/s (circa $\pm 5,24$ rad/s);
- campo di misura dell'accelerazione lineare: ± 2 g ($\pm 19,61$ m/s²);
- campo di misura dell'accelerazione angolare: ± 20 rad/s²;
- banda passante: da 0 Hz (DC) a 50 Hz;
- tipologia del sensore, ossia monoassiale, biassiale o triassiale;
- costo contenuto.

Si è deciso, in accordo con il personale medico dell'Ospedale Pediatrico Bambino Gesù di Palidoro (RM), che il dispositivo da realizzare dovesse comportare un'incertezza massima nella misura della velocità angolare e delle accelerazioni sia lineari che angolari non maggiore del 5% del valore massimo di ogni grandezza. Si è stabilito tale valore tenendo conto che, nel previsto campo di applicazione del casco, non è richiesta una estrema precisione nella determinazione delle grandezze cinematiche da misurare in quanto, soprattutto in soggetti patologici, la limitata ripetibilità intrasoggettuale ed intersoggettuale del valore misurato può comportare variazioni superiori all'incertezza limite stabilita.

I trasduttori analizzati sono accelerometri, giroscopi e sensori inerziali. Questi ultimi sono dei dispositivi costituiti al loro interno sia di accelerometri e giroscopi che di magnetometri in grado di fornire, lungo tre assi mutuamente ortogonali, le velocità, le accelerazioni e l'assetto del corpo su cui il sensore inerziale viene posizionato. Grazie alla tecnologia *MEMS* (Micro Electro Mechanical Systems) si è riuscito a ridurre le dimensioni tipiche dei sensori inerziali prima utilizzati solo in campo aerospaziale ma il costo risulta ancora molto elevato (circa 10.000 € per il kit della *Xsens Motion Technologies*) data la commercializzazione relativamente recente di tali sensori. Bisogna osservare che il prezzo elevato dipende non dai trasduttori presenti all'interno del sensore inerziale, poiché il valore commerciale di questi non supera i 100 €, ma dipende dal *know how* sviluppato per poter determinare, note le uscite singole dei sensori, le grandezze cinematiche in esame con ridotta incertezza. Il prezzo aumenta se il dispositivo riesce a misurare le rotazioni del corpo riducendo il fenomeno della deriva di integrazione tipica di questa tipologia di sensori. Tale fenomeno verrà ampiamente descritto nel presente capitolo. I dispositivi realizzati sono tre:

- prototipo α
- prototipo β
- prototipo γ

2.2.1 Prototipo α

La prima versione (denominata prototipo α) del casco strumentato, già sviluppata precedentemente all'inizio del lavoro di dottorato, è caratterizzata dall'utilizzo di 8 accelerometri capacitivi biassiali di tipo lineare fissati in modo casuale sia per quanto attiene la posizione che l'orientamento, sulla superficie esterna del casco. Nel prototipo α è stato utilizzato un casco da ciclista per adulti. Gli accelerometri fissati sulla superficie del casco sono della *Analog Devices* modello ADXL 311 (Figura 2.1).

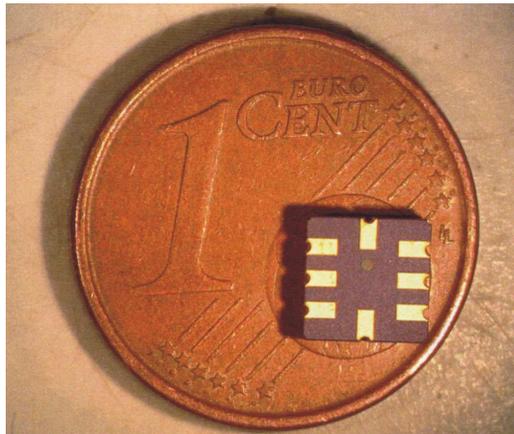


Figura 2.1 Accelerometro capacitivo modello ADXL 311 della Analog Devices

Il sensore in esame è caratterizzato da:

- massa: <1 g;
- dimensioni: 5 x 5 x 2 mm;
- uscita analogica;
- sensibilità: 167 mV/g (17 mV/ms⁻²);
- SNR: 0,01 g (0,098 m/s²);
- prezzo: 10 €.

La banda passante dell'accelerometro può essere decisa direttamente dall'utente in un campo di 1 Hz e 2 kHz in funzione dell'applicazione del sensore utilizzando degli opportuni condensatori. La presenza di un condensatore all'uscita dell'accelerometro è necessaria per evitare il fenomeno dell'*aliasing* e per ridurre il rumore. Di fatti il rumore è indicato sul *data sheet* essere di tipo gaussiano bianco e funzione della banda passante dell'accelerometro:

$$\text{Rumore} = \left(300 \frac{\mu\text{g}}{\sqrt{\text{Hz}}} \right) \quad (2.1)$$

Ossia è proporzionale alla radice della banda passante. Sul *data sheet* viene raccomandato di usare la minima banda passante utilizzabile nell'applicazione per massimizzare la risoluzione dell'accelerometro. In tabella 2.1 è riportata la capacità del condensatore da utilizzare in funzione della banda passante desiderata.

Tabella 2.1 Banda passante in funzione della capacità del condensatore a valle del segnale accelerometrico

Banda passante [Hz]	Capacità [μ F]
10	0,47
50	0,10
100	0,05
200	0,027
500	0,01
5000	0,001

Poiché le accelerazioni che subisce la testa durante il cammino e nello studio della posturografia dinamica risultano essere di pochi Hz si è deciso di limitare il segnale a 50 Hz montando sulle uscite degli accelerometri dei condensatori aventi capacità pari a 0,1 μ F.

Nel *data sheet* riportato in Figura 2.2 vengono riportate le caratteristiche metrologiche fornite dalla casa produttrice.

SPECIFICATIONS

Table 1. $T_A = 25^\circ\text{C}$, $V_{DD} = 3\text{ V}$, $R_{BIAS} = 125\text{ k}\Omega$, Acceleration = 0 g, unless otherwise noted.)

Parameter	Conditions	Min	Typ	Max	Units
SENSOR INPUT					
Measurement Range	Each Axis		± 2		g
Nonlinearity	Best Fit Straight Line		0.2		% of FS
Alignment Error ¹			± 1		Degrees
Alignment Error	X Sensor to Y Sensor		0.01		Degrees
Cross Axis Sensitivity ²			± 2		%
SENSITIVITY					
Sensitivity at X_{FLT} , Y_{FLT}	Each Axis $V_{DD} = 3\text{ V}$	140	167	195	mV/g
Sensitivity Change due to Temperature ³	Delta from 25°C		-0.025		%/ $^\circ\text{C}$
ZERO g BIAS LEVEL					
0 g Voltage X_{FLT} , Y_{FLT}	Each Axis $V_{DD} = 3\text{ V}$	1.2	1.5	1.8	V
0 g Offset vs. Temperature	Delta from 25°C		2.0		mg/ $^\circ\text{C}$
NOISE PERFORMANCE					
Noise Density	@ 25°C		300		$\mu\text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$ RMS
FREQUENCY RESPONSE					
3 dB Bandwidth	At Pins X_{FLT} , Y_{FLT}		6		kHz
Sensor Resonant Frequency			10		kHz
FILTER					
R_{FLT} Tolerance	32 k Ω Nominal		± 15		%
Minimum Capacitance	At Pins X_{FLT} , Y_{FLT}	1000			pF
SELF TEST					
X_{FLT} , Y_{FLT}	Self Test 0 to 1		45		mV
POWER SUPPLY					
Operating Voltage Range		2.7		5.25	V
Quiescent Supply Current			0.4	1.0	mA
Turn-On Time			$160 \times C_{FLT} + 0.3$		ms
TEMPERATURE RANGE					
Operating Range		0		70	$^\circ\text{C}$

Figura 2.2 Caratteristiche metrologiche dell'accelerometro ADXL 311 della Analog Devices

Mediante tali sensori si ottengono 16 accelerazioni lineari tramite le quali si determina la componente dell'accelerazione (**a-g**) dell'origine del sistema di riferimento del casco e l'accelerazione angolare $\dot{\omega}$ assoluta anche essa espressa in tale riferimento.

In Figura 2.3 si vede il prototipo α del casco su cui sono stati aggiunti quattro *marker* per la determinazione dell'assetto dello stesso tramite utilizzo del sistema optoelettronico VICON.



Figura 2.3 Casco strumentato con otto accelerometri biassiali

2.2.2 Prototipo β

La seconda versione (denominata prototipo β) è caratterizzata dall'utilizzo di 10 accelerometri lineari biassiali montati sul casco non più in modo casuale, ma seguendo le conclusioni dell'articolo di Cappa *et Al.* [1] ampiamente descritto nel precedente capitolo (§ 1.3.2). Le differenze sostanziali tra la versione β e α sono tre:

1. l'aumento del numero di segnali accelerometrici (20 invece di 16) in modo da avere la misura dell'accelerazione angolare $\dot{\omega}$ e l'accelerazione lineare (**a-g**) con un grado di ridondanza maggiore rispetto al prototipo α ;
2. il posizionamento degli accelerometri sul casco non più casuale; infatti tali sensori vengono montati sul casco cercando di seguire il più fedelmente possibile la configurazione ottimale trovata e testata tramite simulazione numerica descritta nel succitato articolo.
3. la tipologia di casco utilizzato: si è scelto infatti un casco da ciclista per bambini, in quanto l'obiettivo è quello di sviluppare un dispositivo di analisi per pazienti in età pediatrica.

Gli accelerometri montati sul casco sono gli stessi utilizzati nel prototipo α ossia gli ADXL 311 della *Analog Devices*. In Figura 2.4 si vede la disposizione teorica (a) e la disposizione reale (b) che risulta differente dato che la geometria del casco non è, evidentemente, emisferica.

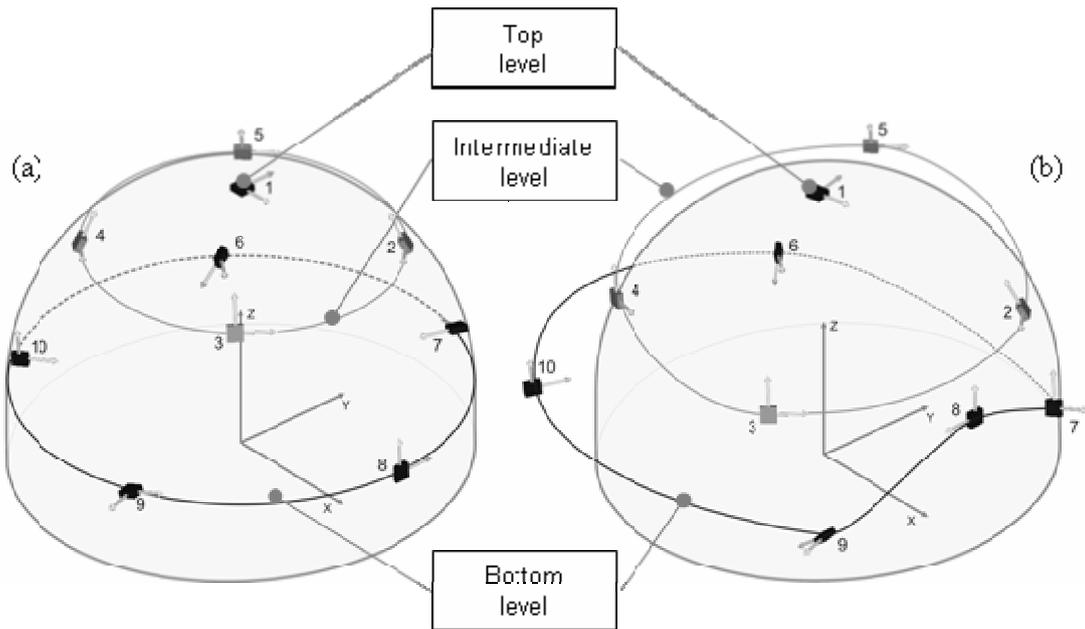


Figura 2.4 Disposizione teorica (a) e reale (b) degli accelerometri sul casco

In Figura 2. 5 si vede il casco da ciclista su cui sono stati montati i dieci accelerometri.



Figura 2. 5 Casco strumentato con dieci accelerometri lineari

2.2.3 Prototipo γ

La terza versione (denominata prototipo γ) è caratterizzata dall'utilizzo non solo di accelerometri lineari ma anche di giroscopi del tipo monoassiale per ottenere, con accuratezza maggiore, la misura della velocità angolare. Come prototipo γ sono stati sviluppati due diversi modelli, il primo (γ_1) costituito oltre che dai giroscopi anche da 10 accelerometri biassiali ADXL 311 ed il secondo (γ_2) caratterizzato dall'utilizzo di un accelerometro triassiale della *ST Microelectronics* modello LIS3L02AS4 al posto dei dieci biassiali. In entrambi i casi i giroscopi utilizzati sono il modello ADXRS300 dell'*Analog Devices*. Tramite γ_1 si riesce a determinare l'accelerazione angolare della testa utilizzando la ridondanza dei segnali accelerometrici, mentre tramite γ_2 questo non è più possibile ciò a vantaggio però di un minore numero di canali con conseguente diminuzione del peso e dell'ingombro del cavo di trasmissione del segnale che, per taluni esercizi, può risultare di intralcio allo spostamento del soggetto in esame. Inoltre nel modello γ_2 l'alimentazione è fornita tramite batteria montata direttamente sul casco in modo da diminuire ulteriormente il numero di cavi tra il casco e la scheda di acquisizione. Il numero di cavi passa così da ventisei nel primo modello a sette nel secondo, a scapito però della possibilità della determinazione diretta dell'accelerazione angolare.

I giroscopi utilizzati sono stati acquistati direttamente con una *Evaluation Board* in quanto prodotti unicamente con un *package* difficilmente saldabile con attrezzature non specialistiche (Figura 2.6). Tali sensori sono caratterizzati da:

- massa: <5 g;
- campo di misura: $\pm 300^\circ/\text{s}$;
- superficie: $\sim 260 \text{ mm}^2$;
- spessore: $\sim 3 \text{ mm}$;
- uscita analogica;
- sensibilità: $5 \text{ mV}/^\circ/\text{s}$;
- prezzo: 70 €;
- rumore: $0,1^\circ/\text{s}/\sqrt{\text{Hz}}$.

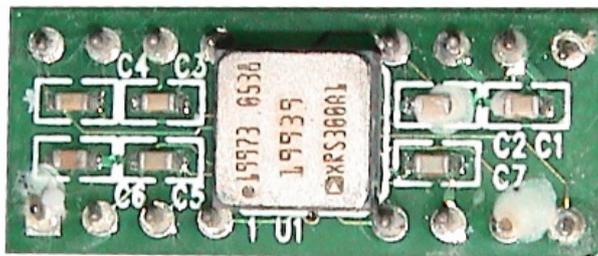


Figura 2.6 Adxrs300 con la Evaluation Board.

Anche per questi sensori come nel caso degli accelerometri è presente un condensatore da 22 nF utilizzato per delimitare la banda a 40 Hz. Tale valore nell'*evaluation board* non può essere variato. Noto il valore della banda passante si ottiene la risoluzione pari a $0,6^\circ/\text{s}$. In Figura 2.7 è riportato il *data sheet* del giroscopio.

Parameter	Conditions	ADXRS300ABG			Unit
		Min ¹	Typ	Max ¹	
SENSITIVITY	Clockwise rotation is positive output				
Dynamic Range ²	Full-scale range over specifications range	±300			°/s
Initial	@25°C	4.6	5	5.4	mV/°/s
Over Temperature ³	V _s = 4.75 V to 5.25 V	4.6	5	5.4	mV/°/s
Nonlinearity	Best fit straight line		0.1		% of FS
NULL					
Initial Null		2.3	2.50	2.7	V
Over Temperature ³	V _s = 4.75 V to 5.25 V	2.3		2.7	V
Turn-On Time	Power on to ±½°/s offinal		35		ms
Linear Acceleration Effect	Any axis		0.2		°/s/g
Voltage Sensitivity	V _{cc} = 4.75 V to 5.25 V		1		°/s/V
NOISE PERFORMANCE					
Rate Noise Density	@25°C		0.1		°/s/√Hz
FREQUENCY RESPONSE					
3 dB Bandwidth (User Selectable) ⁴	22 nF as comp cap (see the Setting Bandwidth section)		40		Hz
Sensor Resonant Frequency			14		kHz
SELF-TEST INPUTS					
ST1 RATEOUT Response ⁵	ST1 pin from Logic 0 to 1	-150	-270	-450	mV
ST2 RATEOUT Response ⁵	ST2 pin from Logic 0 to 1	+150	+270	+450	mV
Logic 1 Input Voltage	Standard high logic level definition	3.3			V
Logic 0 Input Voltage	Standard low logic level definition			1.7	V
Input Impedance	To common		50		kΩ
TEMPERATURE SENSOR					
V _{out} at 298°K			2.50		V
Max Current Load on Pin	Source to common			50	μA
Scale Factor	Proportional to absolute temperature		8.4		mV/°K
OUTPUT DRIVE CAPABILITY					
Output Voltage Swing	I _{out} = ±100 μA	0.25		V _s - 0.25	V
Capacitive Load Drive		1000			pF
2.5 V REFERENCE					
Voltage Value		2.45	2.5	2.55	V
Load Drive to Ground	Source		200		μA
Load Regulation	0 < I _{out} < 200 μA		5.0		mV/mA
Power Supply Rejection	4.75 V _s to 5.25 V _s		1.0		mV/V
Temperature Drift	Delta from 25°C		5.0		mV
POWER SUPPLY					
Operating Voltage Range		4.75	5.00	5.25	V
Quiescent Supply Current			6.0	8.0	mA
TEMPERATURE RANGE					
Specified Performance Grade A	Temperature tested to max and min specifications	-40		+85	°C

Figura 2.7 Caratteristiche metrologiche del giroscopio ADXRS 300 della Analog Devices

L'accelerometro lineare triassiale LIS3L02AS4 della ST Microelectronics è caratterizzato da:

- massa: <1 g;
- dimensioni: 10x15x3 mm;
- campo di misura: ±2 g;
- uscita analogica;
- sensibilità: 660 mV/g (67,3 mV/ms⁻²);
- SNR=0,01 g (0,098 m/s²);
- prezzo: 20 €;
- rumore $50 \mu\text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$.

Una caratteristica di questo sensore è la possibilità di far variare il campo di misura da ±2 g a ±6 g. Risulta necessario anche in questo caso scegliere degli opportuni condensatori per limitare il rumore dell'accelerometro (Figura 2.8).

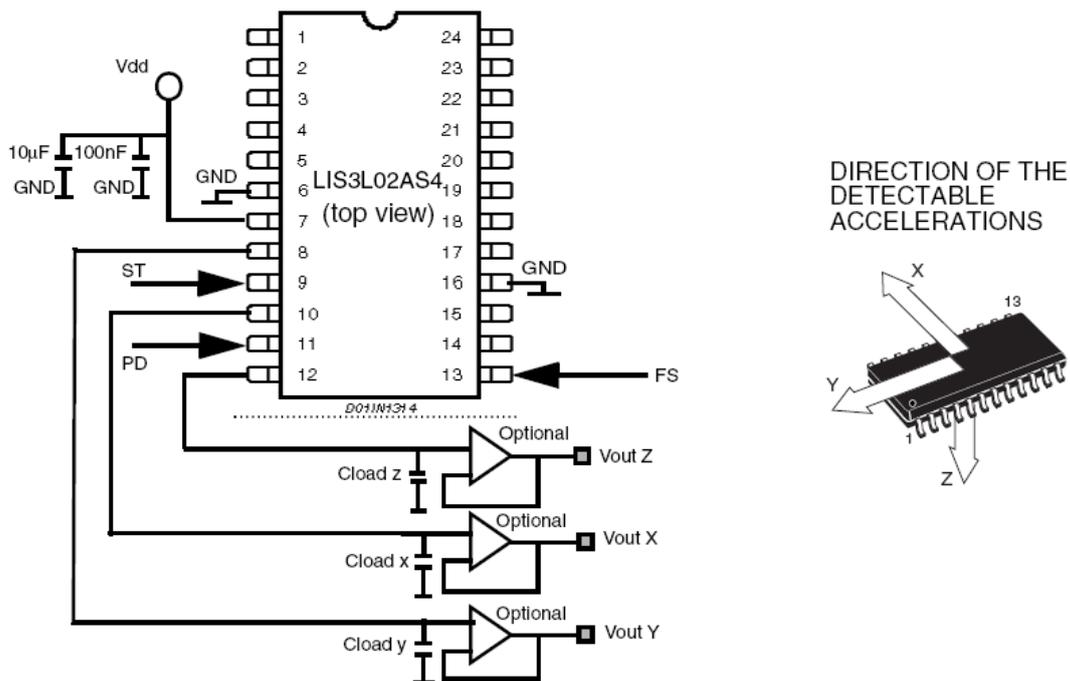


Figura 2.8 Schema elettrico dell'accelerometro LIS3L02AS4

Sono stati scelti dei condensatori aventi come capacità 30 nF in modo da avere una banda passante pari a 50 Hz (Tabella 2.2).

Tabella 2.2 Banda passante in funzione della capacità del condensatore a valle dell'accelerometro LIS3L02AS4

Banda passante [Hz]	Capacità [nF]
1	1500
10	150
50	30
100	15
200	6,8
500	3

In Figura 2.9 viene riportata la scheda realizzata dove si può vedere l'accelerometro triassiale ed i condensatori modello SMD.

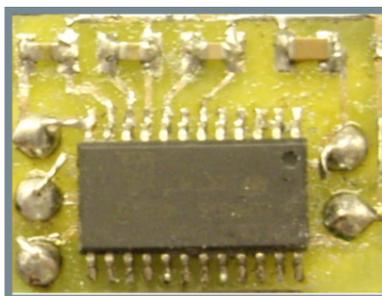


Figura 2.9 Circuito contenente l'accelerometro ed i condensatori

Per completezza viene riportato in Figura 2.10 il data sheet dell'accelerometro in esame.

Symbol	Parameter	Test Condition	Min.	Typ. ²	Max.	Unit
Ar	Acceleration Range ³	FS pin connected to GND	±1.8	±2.0		g
		FS pin connected to Vdd	±5.4	±6.0		g
So	Sensitivity ⁴	Full-scale = 2g	Vdd/5-10%	Vdd/5	Vdd/5+10%	V/g
		Full-scale = 6g	Vdd/15-10%	Vdd/15	Vdd/15+10%	V/g
SoDr	Sensitivity Change Vs Temperature	Delta from +25°C		±0.01		%/°C
Voff	Zero-g Level ⁴	T = 25°C	Vdd/2-10%	Vdd/2	Vdd/2+10%	V
OffDr	Zero-g level Change Vs Temperature	Delta from +25°C		±1.1		mg/°C
NL	Non Linearity ⁵	Best fit straight line Full-scale = 2g X, Y axis		±0.3	±1.5	% FS
		Best fit straight line; Full-scale = 2g Z axis		±0.6	±2	% FS
CrossAx	Cross-Axis ⁶			±2	±4	%
An	Acceleration Noise Density	Vdd=3.3V; Full-scale = 2g		50		µg/√Hz
Vt	Self test Output Voltage Change ^{7,8,9}	T = 25°C Vdd=3.3V Full-scale = 2g X axis	-20	-50	-100	mV
		T = 25°C Vdd=3.3V Full-scale = 2g Y axis	20	50	100	mV
		T = 25°C Vdd=3.3V Full-scale = 2g Z axis	20	50	100	mV
Fres	Sensing Element Resonance Frequency ¹⁰	all axes	1.5			KHz
Top	Operating Temperature Range		-40		+85	°C
Wh	Product Weight			0.6		gram

Figura 2.10 Caratteristiche metrologiche del giroscopio LIS3L02AS4 della ST Microelectronics

Il sensore appena esaminato risulta migliore rispetto al modello ADXL 311 in quanto risulta avere una sensibilità quadrupla ed un rumore sei volte minore.

La batteria utilizzata nel modello γ_2 è una batteria a polimeri di litio con tensione in uscita di 3,7 V (800 mAh). Per alimentare i sensori è stata progettata una scheda aggiuntiva che permette di alimentare gli accelerometri a 3,3 V tramite un regolatore di tensione (LM2936Z) ed i giroscopi a 5 V tramite un *charge pump* (LTC3200). Inoltre tramite connettore è possibile ricaricare la batteria.

Le differenze sostanziali, quindi, tra la configurazione γ e le due precedenti sono:

1. l'utilizzo dei giroscopi per la misura della velocità angolare in modo da evitare la necessaria compensazione della deriva del segnale dovuta all'integrazione numerica che risulta essere essenziale nelle configurazioni α e β [2] per ottenere tale velocità dall'accelerazione angolare;
2. la possibilità, tramite integrazione dei segnali giroscopici, di stimare l'assetto del casco. Nelle precedenti versioni sarebbe stata richiesta una duplice integrazione dell'accelerazione angolare cosa che, per il suddetto fenomeno della deriva, avrebbe fornito errori non ammissibili.
3. l'utilizzo di un accelerometro triassiale e dell'alimentazione posta direttamente sul casco. Questa soluzione permette di diminuire il numero dei cavi in uscita dal casco passando da 26 a 7. In tale modo si diminuisce l'errore di inserzione dovuto al peso del cavo di connessione che potrebbe perturbare il normale movimento del paziente.

In Figura 2.11 è riportato il modello γ_1 del casco strumentato, mentre in Figura 2.12 si può vedere il prototipo γ_2 .

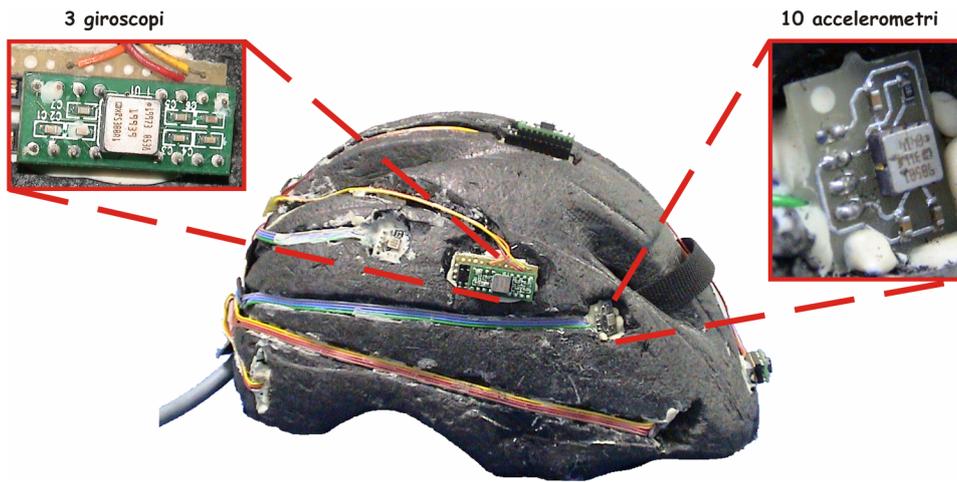


Figura 2.11 Prototipo γ_1 del casco strumentato

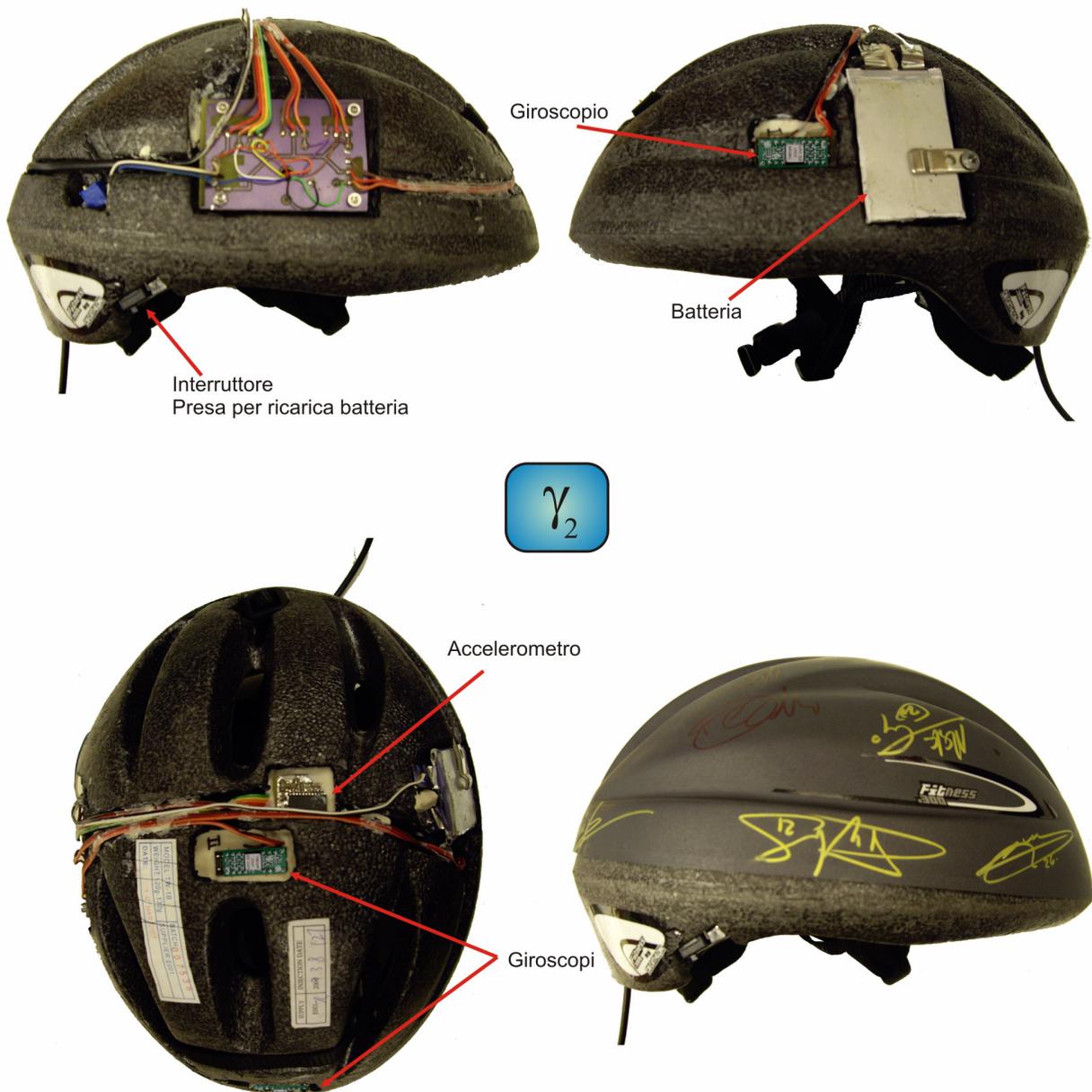


Figura 2.12 Prototipo γ_2 del casco strumentato

2.3 Determinazione delle grandezze cinematiche

Nel presente paragrafo vengono analizzati gli algoritmi necessari per la determinazione delle grandezze cinematiche della testa note le uscite dei sensori posti sui differenti prototipi del casco. Vengono analizzate le seguenti grandezze:

- accelerazione lineare ed angolare;
- velocità angolare;
- assetto.

2.3.1 Accelerazione lineare ed angolare

Di seguito viene esposto l'algoritmo necessario per determinare l'accelerazione angolare $\dot{\omega}$ e l'accelerazione lineare (a_0-g). L'accelerazione lineare di un punto può essere scritta come:

$$\mathbf{a}_p = \mathbf{a}_0 + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \quad (2.2)$$

Dove:

- \mathbf{a}_p : accelerazione lineare del punto P in cui è presente l'accelerometro;
- \mathbf{a}_0 : accelerazione dell'origine del sistema di riferimento degli accelerometri;
- \mathbf{r} : vettore indicante la posizione dell'accelerometro rispetto all'origine;
- $\boldsymbol{\omega}$: velocità angolare;
- $\dot{\boldsymbol{\omega}}$: accelerazione angolare.

Le incognite nella precedente equazione sono dodici, ossia:

- le tre componenti dell'accelerazione lineare \mathbf{a}_p ;
- le tre componenti dell'accelerazione lineare \mathbf{a}_0 ;
- le tre componenti della velocità angolare;
- le tre componenti dell'accelerazione angolare.

Si suppongono note le posizioni degli accelerometri sul casco e di conseguenza la distanza \mathbf{r} . L'equazione precedente può essere riscritta come:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_p &= \mathbf{a}_0 + \mathbf{F}(\dot{\boldsymbol{\omega}}) \times \mathbf{r} + \mathbf{F}(\boldsymbol{\omega})^2 \times \mathbf{r} \\ \mathbf{a}_p &= \mathbf{a}_0 + \mathbf{W} \times \mathbf{r} \end{aligned} \quad (2.3)$$

Dove F è una particolare matrice del tipo:

$$\mathbf{F}(\mathbf{m}) = \begin{bmatrix} 0 & -m_z & m_y \\ m_z & 0 & m_x \\ -m_y & m_x & 0 \end{bmatrix}$$

Mentre W è una matrice funzione sia della velocità che dell'accelerazione angolare:

$$\mathbf{W} = \mathbf{F}(\dot{\boldsymbol{\omega}}) + \mathbf{F}(\boldsymbol{\omega})^2 = \begin{bmatrix} -\dot{\omega}_y^2 - \dot{\omega}_z^2 & \omega_x \omega_y - \dot{\omega}_z & \omega_x \omega_z + \dot{\omega}_y \\ \omega_x \omega_y + \dot{\omega}_z & -\dot{\omega}_x^2 - \dot{\omega}_z^2 & \omega_y \omega_z - \dot{\omega}_x \\ \omega_x \omega_z - \dot{\omega}_y & \omega_y \omega_z + \dot{\omega}_x & -\dot{\omega}_x^2 - \dot{\omega}_y^2 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Si analizza dapprima l'uscita di ogni singolo asse sensibile degli accelerometri. Questa può essere scritta come:

$$V = S(\mathbf{n}^T (\mathbf{a} - \mathbf{g})) + O \quad (2.5)$$

Dove:

- V : uscita in volt degli accelerometri;
- S : sensibilità;
- \mathbf{n}^T : versore indicante la direzione dell'asse sensibile nel sistema di riferimento del casco;

\mathbf{g} : accelerazione di gravità;
 O : offset elettrico.

Sostituendo l'equazione (2.3) nella (2.5) si ottiene:

$$\frac{V - O}{S} = \mathbf{n}^T (\mathbf{a}_0 - \mathbf{g}) + \mathbf{n}^T \mathbf{W} \mathbf{r} \quad (2.6)$$

L'ultimo termine si può riscrivere come:

$$\mathbf{n}^T \mathbf{W} \mathbf{r} = \sum_{l,m} n_l r_m w_{lm} = \sum_{l,m} k_{lm} \cdot w_{lm} = (\mathbf{k}^*)^T \mathbf{w}^* \quad (2.7)$$

Dove:

$$\mathbf{k} = \mathbf{n} \cdot \mathbf{r}^T = \begin{bmatrix} n_1 r_{11} & n_1 r_{12} & n_1 r_{13} \\ n_2 r_{21} & n_2 r_{22} & n_2 r_{23} \\ n_3 r_{31} & n_3 r_{32} & n_3 r_{33} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

$$\mathbf{k}^* = [k_{11} \quad k_{12} \quad k_{13} \quad k_{21} \quad k_{22} \quad k_{23} \quad k_{31} \quad k_{32} \quad k_{33}]$$

$$\mathbf{w}^* = [w_{11} \quad w_{12} \quad w_{13} \quad w_{21} \quad w_{22} \quad w_{23} \quad w_{31} \quad w_{32} \quad w_{33}]$$

Si può quindi riscrivere l'equazione (2.5) in una forma più compatta:

$$\frac{V - O}{S} = \mathbf{n}^T (\mathbf{a}_0 - \mathbf{g}) + (\mathbf{k}^*)^T \mathbf{w}^* \quad (2.9)$$

Si considerano ora tutti gli assi sensibili di ogni accelerometro, in questo caso sono venti, e si introducono le seguenti matrici:

$\mathbf{R} = [\mathbf{r}_1 \quad \dots \quad \mathbf{r}_i \quad \dots \quad \mathbf{r}_n]$: Matrice posizione degli accelerometri [3x20];

$\mathbf{N} = [\mathbf{n}_1 \quad \dots \quad \mathbf{n}_i \quad \dots \quad \mathbf{n}_n]$: Matrice versori degli assi sensibili [3x20];

$\mathbf{O} = [O_1 \quad \dots \quad O_i \quad \dots \quad O_n]^T$: Matrice degli offset [20x1];

$\mathbf{V} = [V_1 \quad \dots \quad V_i \quad \dots \quad V_n]^T$: Matrice degli output [20x1];

$\mathbf{s} = \begin{pmatrix} s_{1,1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & s_{2,2} \end{pmatrix}$: Matrice diagonale della sensibilità [20x20];

$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_1^* \\ \vdots \\ \mathbf{k}_i^* \\ \vdots \\ \mathbf{k}_n^* \end{bmatrix}$: Matrice rotazionale [20x9];

$\mathbf{M} = \mathbf{S} \cdot [\mathbf{K} \quad \mathbf{N}^T]$: Matrice di sensibilità globale;

L'equazione (2.9), scritta per tutti gli accelerometri diviene:

$$\mathbf{S}^{-1}(\mathbf{V} - \mathbf{O}) = \mathbf{N}^T(\mathbf{a}_0 - \mathbf{g}) + \mathbf{K} \cdot \mathbf{w}^* \quad i = 1 \dots n \quad (2.10)$$

Ossia:

$$\mathbf{V} = \mathbf{S} \left[\begin{array}{c} \mathbf{K} \quad \mathbf{N}^T \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \mathbf{w}^* \\ \mathbf{a}_0 - \mathbf{g} \end{array} \right] + \mathbf{O} = \mathbf{M} \left[\begin{array}{c} \mathbf{w}^* \\ \mathbf{a}_0 - \mathbf{g} \end{array} \right] + \mathbf{O} \quad (2.11)$$

Per ricavare le accelerazioni angolari si risolve la precedente equazione:

$$\left[\begin{array}{c} \mathbf{w}^* \\ \mathbf{a}_0 - \mathbf{g} \end{array} \right] = \text{pinv}(\mathbf{M}) \cdot (\mathbf{V} - \mathbf{O}) \quad (2.12)$$

La funzione pinv è la matrice pseudoinversa di \mathbf{M} . Viene utilizzata quando non si può calcolare l'inversa di una matrice dato che, come in questo caso, la matrice in esame non è quadrata. Data la presenza di venti equazioni in dodici incognite, la soluzione finale sarà quella che minimizza, tramite la procedura ai minimi quadrati (*RMS*), il sistema lineare (2.11) in funzione della tensione \mathbf{V} . In questo modo si possono calcolare i termini della matrice \mathbf{W} e risalire all'accelerazione angolare tramite:

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \text{axialvect}(\mathbf{W}) \quad (2.13)$$

La matrice degli offset \mathbf{O} si calcola tramite una procedura di taratura statica iniziale ossia mantenendo per qualche istante il casco fermo su di una superficie perpendicolare al vettore gravità e acquisendo gli output degli accelerometri:

$$\begin{aligned} \mathbf{O} &= \mathbf{V}_s - \hat{\mathbf{V}}_s \\ \hat{\mathbf{V}}_s &= \mathbf{M} \left[\begin{array}{c} 0 \\ -\mathbf{g} \end{array} \right] \end{aligned} \quad (2.14)$$

$\hat{\mathbf{V}}_s$ rappresenta la stima della matrice degli output calcolata nella posizione di taratura statica.

Noto quindi il segnale degli accelerometri, dalle equazioni (2.12) e (2.13), si possono calcolare sia l'accelerazione angolare $\dot{\boldsymbol{\omega}}$ e l'accelerazione lineare ($\mathbf{a}_0 - \mathbf{g}$) della testa.

2.3.2 Velocità angolare

Per il calcolo della velocità angolare bisogna differenziare il caso in cui sul casco sono montati unicamente gli accelerometri (prototipi α e β) o quello in cui sono presenti anche i giroscopi (prototipo γ).

2.3.2.1 Prototipi α e β

Poiché nei caschi in questione non sono presenti sensori per la misura della velocità angolare, tale grandezza deve essere determinata utilizzando i dati ottenuti nel paragrafo 2.3.1. Un primo metodo di risoluzione consiste nell'applicare direttamente l'equazione (2.4), si dovrebbe risolvere un sistema di sei equazioni di secondo grado in tre incognite con un'ulteriore procedura di minimizzazione:

$$\begin{aligned}
-\omega_y^2 - \omega_z^2 &= w_{11} \\
-\omega_x^2 - \omega_z^2 &= w_{22} \\
-\omega_x^2 - \omega_y^2 &= w_{33} \\
\omega_x \omega_y &= w_{12} + w_{21} \\
\omega_x \omega_z &= w_{13} + w_{31} \\
\omega_y \omega_z &= w_{23} + w_{32}
\end{aligned} \tag{2.15}$$

Il precedente sistema di equazioni non è lineare e le tre componenti della velocità angolare risultano dipendere in modo iperbolico tra di loro. Questo legame fa sì che un piccolo errore sulla valutazione di una componente quando essa risulti di valore tendente a zero comporti un errore molto maggiore sulla determinazione delle altre due componenti. Utilizzando unicamente le prime tre equazioni della (2.15) si può stimare il valore delle componenti della velocità angolare senza però conoscere il segno in quanto ω_x , ω_y e ω_z sono determinate tramite radice quadrata di somme di termini diagonali della matrice \mathbf{W} . Inoltre, dato che i termini w_{ij} sono ottenuti tramite minimizzazione di un sistema sovradimensionato (2.12), può succedere che essi risultino essere maggiori di zero ottenendo così nelle prime tre relazioni del sistema (2.15) delle somme di termini al quadrato minori di zero. Infine, utilizzando questo sistema, si potrebbero ottenere risultati per la velocità non congruenti con le accelerazioni angolari determinate.

Il secondo metodo proposto consiste nell'integrare direttamente le accelerazioni angolari determinate con il precedente algoritmo in modo da ottenere le velocità angolari. Questo metodo comporta però il fenomeno della deriva di integrazione ossia un errore seppur contenuto nella misura dell'accelerazione determina un errore nella misura della velocità che dipende dal tempo di durata della prova. Ad esempio, in caso di accelerazione angolare nominalmente nulla, la presenza di errori dovuti a variazioni di temperatura, ad una variazione della tensione di alimentazione o al rumore di fondo che possiede ogni sensore, comportano una deriva nella velocità angolare. Per questo motivo si deve condurre un'operazione off-line in grado di eliminare la deriva. Tale operazione consiste nel mantenere la testa, ossia il casco, immobile sia all'inizio che alla fine della prova. In questo modo si conosce la velocità iniziale e finale della testa che risulta essere nulla. Si può così ipotizzare che la deriva di integrazione sia lineare in modo da poterla eliminare dalla velocità angolare ottenuta integrando l'accelerazione. L'ipotesi di linearità è pur sempre un'approssimazione come verrà ampiamente discusso nel prossimo capitolo.

2.3.2.2 Prototipo γ

Nel caso del prototipo γ si hanno i giroscopi montati sul casco e si può scrivere l'equazione:

$$V = S(\mathbf{n}^T \boldsymbol{\omega}) + O \tag{2.16}$$

Dove, come nel caso degli accelerometri si ha:

V = uscita in volt dei giroscopi;

S = sensibilità;

\mathbf{n}^T = versore indicante la direzione dell'asse sensibile nel sistema di riferimento del casco;

$\boldsymbol{\omega}$ = velocità angolare assoluta del casco espressa nel riferimento casco;

O = offset elettrico;

L'equazione (2.16) può essere riscritta considerando i tre giroscopi contemporaneamente:

$$\mathbf{V} = \mathbf{S}(\mathbf{N}^T \boldsymbol{\omega}) + O \tag{2.17}$$

Dove:

$\mathbf{N} = [\mathbf{n}_1 \quad \mathbf{n}_2 \quad \mathbf{n}_3]$: Matrice versori degli assi sensibili [3x3];

$\mathbf{O} = [O_1 \quad O_2 \quad O_3]^T$: Matrice degli offset [3x1];

$$\mathbf{V} = [V_1 \quad V_2 \quad V_3]^T :$$

Matrice degli output [3x1];

$$\mathbf{s} = \begin{pmatrix} s_1 & & 0 \\ & s_2 & \\ 0 & & s_3 \end{pmatrix} :$$

Matrice diagonale della sensibilità [3x3];

Per ricavare le velocità angolari si risolve la precedente equazione:

$$\boldsymbol{\omega} = (\mathbf{N}^T) \cdot \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{V} - \mathbf{O}) \quad (2.18)$$

La matrice degli offset \mathbf{O} si calcola ponendo inizialmente il casco in posizione ferma ed essendo $\boldsymbol{\omega}=0$ si ha dall'equazione (2.17):

$$\mathbf{O} = \hat{\mathbf{V}}_s \quad (2.19)$$

$\hat{\mathbf{V}}_s$ rappresenta la matrice degli output calcolata nella posizione iniziale quando il casco è fermo.

Noti quindi i segnali di giroscopi, dalle equazioni (2.18) e (2.19), si può calcolare la velocità angolare della testa.

2.3.3 Assetto

L'assetto di un corpo rigido può essere rappresentato in tre differenti metodi:

- Matrice di Rotazione
- Angoli di Eulero o angoli di *Roll-Pitch-Yaw*
- Quaternioni

Le precedenti tre espressioni sono tra loro formalmente analoghe e vengono brevemente riportate per rendere maggiormente comprensibile l'algoritmo per conoscere l'assetto della testa note le velocità angolari misurate con i giroscopi.

2.3.3.1 Rappresentazione dell'assetto di un corpo rigido

Matrice di Rotazione

La posizione di un corpo rigido nello spazio (Figura 2.13) è individuata dal vettore posizione \mathbf{p} di un punto ad esso solidale rispetto ad un sistema di riferimento $SR0$.

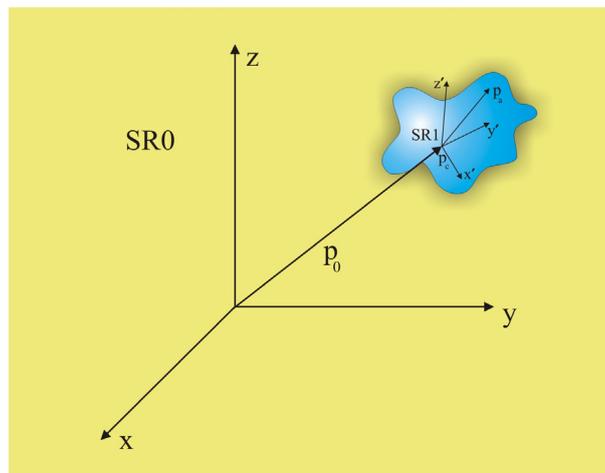


Figura 2.13 Individuazione di un corpo rigido nello spazio

Per descrivere l'orientamento del corpo rigido si associa a questo un sistema di riferimento solidale al corpo stesso SRI e si determina la matrice di rotazione 0R_1 che, applicata ad un vettore rappresentato in SRI lo riporta nelle coordinate espresse in $SR0$.

$${}^0\mathbf{p}_a = {}^0\mathbf{p}_c + {}^0\mathbf{R}_1 \cdot {}^1\mathbf{p}_a \quad (2.20)$$

Dove:

${}^0\mathbf{p}_a$: posizione del punto p_a espresso nel sistema di riferimento $SR0$

${}^0\mathbf{p}_c$: posizione del centro di SRI espresso nel sistema di riferimento $SR0$

${}^0\mathbf{R}_1$: matrice di rotazione di SRI rispetto a $SR0$

${}^1\mathbf{p}_a$: posizione del punto p_a espresso nel sistema di riferimento SRI

La matrice ${}^0\mathbf{R}_1$ può essere scritta come:

$${}^0\mathbf{R}_1 = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} = [\mathbf{s} \quad \mathbf{t} \quad \mathbf{n}] \quad (2.21)$$

Dove \mathbf{s} , \mathbf{t} e \mathbf{n} sono i versori degli assi del sistema SRI espressi nel sistema di riferimento $SR0$. I termini r_{ij} non sono tra loro indipendenti infatti affinché la matrice ${}^0\mathbf{R}_1$ rappresenti una rotazione esse deve essere ortonormale ossia devono valere le seguenti relazioni:

$$\begin{aligned} |\mathbf{n}| &= 1 \\ |\mathbf{t}| &= 1 \\ |\mathbf{s}| &= 1 \\ \mathbf{n} \times \mathbf{t} &= 0 \\ \mathbf{n} \times \mathbf{s} &= 0 \\ \mathbf{s} \times \mathbf{t} &= 0 \end{aligned} \quad (2.22)$$

Angoli di Eulero/Cardano e di Roll Pitch Yaw (RPY)

Per descrivere una matrice di rotazione servono quindi 9 parametri, che non sono indipendenti tra loro; infatti la matrice di rotazione è ortonormale fornendo sei vincoli al sistema lasciando solo tre gradi di libertà. Se l'utilizzo di una matrice di rotazione semplifica molto il formalismo, l'interpretazione geometrica diretta degli elementi che la costituiscono è limitata, in quanto non consente di individuare fisicamente, di primo impatto, le caratteristiche della rotazione. Per questo motivo per rappresentare le rotazioni di un corpo si predilige utilizzare gli angoli di Eulero/Cardano o gli angoli di *roll*, *pitch* e *yaw*. Entrambe le rappresentazioni risultano essere minimali, ossia sono individuate mediante soli tre parametri indipendenti e non nove come nel caso della matrice di rotazione. Si definiscono angoli di Eulero/Cardano, le serie di rotazioni eseguite intorno ad assi mobili. Più specificamente per gli angoli di Eulero l'asse relativo alla prima rotazione e l'asse relativo all'ultima sono gli stessi, ad esempio si possono avere rotazioni descritte da $xy'x''$, $yz'y''$ o $zx'z''$, mentre per Cardano gli assi sono tutti diversi ($xy'z''$, $yz'x''$, $zx'y''$). Ad esempio nelle figure 2.14–2.16 si può vedere una rotazione espressa tramite angoli di Cardano del tipo $zy'x''$.

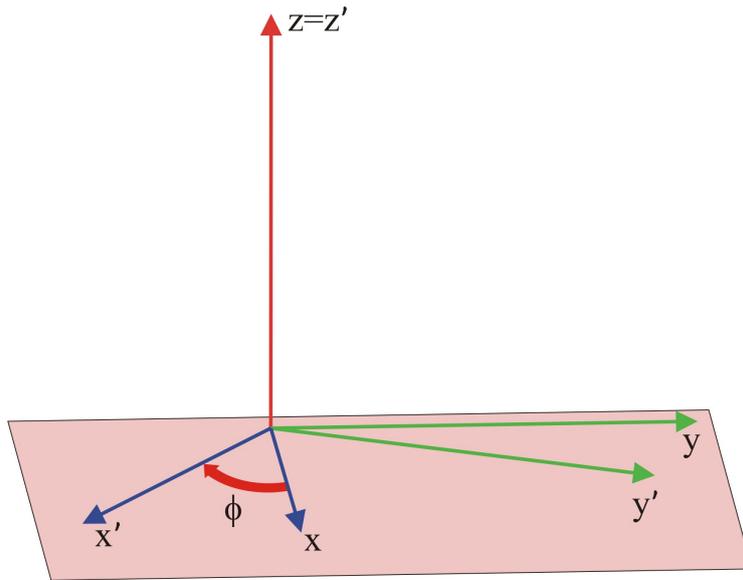


Figura 2.14 Rotazione intorno all'asse z (rotazione negativa)

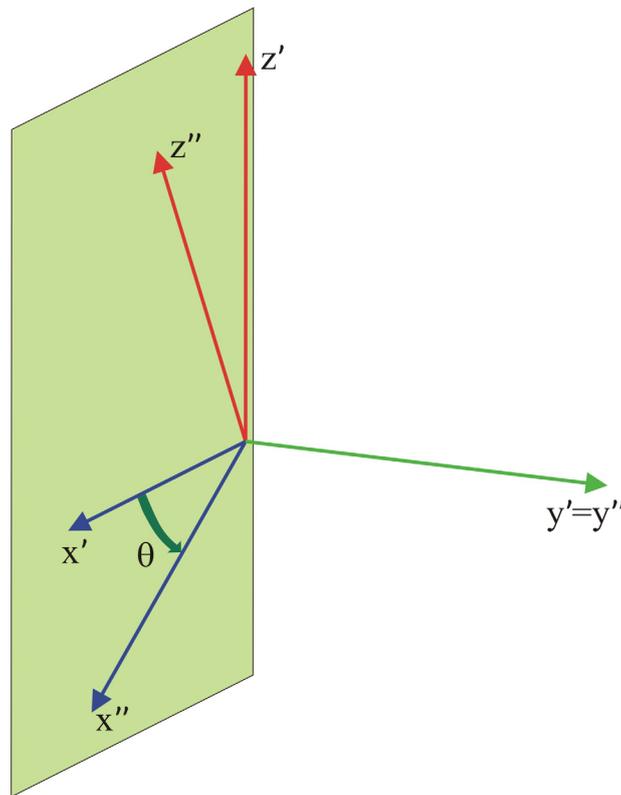


Figura 2.15 Rotazione intorno all'asse y'

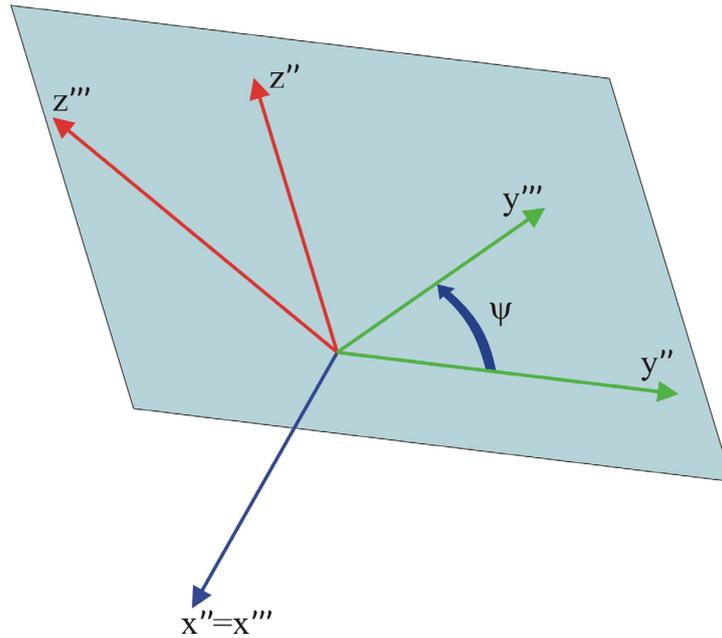


Figura 2.16 Rotazione intorno all'asse x''

La matrice di rotazione, noti gli angoli di Cardano, si ottiene componendo le rotazioni elementari intorno agli assi mobili:

$$\mathbf{R}_x(\varphi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ 0 & \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

$$\mathbf{R}_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

$$\mathbf{R}_z(\psi) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

La matrice di rotazioni risulta essere quindi:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_x(\varphi)\mathbf{R}_y(\theta)\mathbf{R}_z(\psi) = \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & s_\varphi s_\theta c_\psi + s_\psi & -c_\varphi s_\theta c_\psi + s_\varphi s_\psi \\ -c_\theta s_\psi & -s_\varphi s_\theta s_\psi + c_\varphi c_\psi & c_\varphi s_\theta s_\psi + s_\varphi c_\psi \\ s_\theta & -s_\varphi c_\theta & c_\varphi c_\theta \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Gli angoli di RPY, invece, si ottengono tramite rotazioni intorno ad assi fissi. La matrice di rotazione risulta essere pari a:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_z(\varphi)\mathbf{R}_y(\theta)\mathbf{R}_x(\psi) \quad (2.27)$$

In biomeccanica l'assetto della testa viene espresso tramite gli angoli RPY:

- *rollio* ψ : rotazione intorno all'asse sagittale
- *beccheggio* θ : rotazione intorno all'asse trasversale
- *imbardata* φ : rotazione intorno all'asse longitudinale

Nell'equazione (2.26) si è vista la relazione che permette di ottenere la matrice di rotazione noti gli angoli, allo stesso modo esistono analoghe relazioni che permettono di determinare gli angoli dalla conoscenza della matrice di rotazione.

Gli angoli si trovano con le seguenti equazioni:

$$\begin{aligned} \theta &= ATAN2\left\{-r_{31} \quad +\sqrt{r_{11}^2 + r_{21}^2}\right\} \\ \varphi &= ATAN2\left\{\frac{r_{21}}{\cos \theta} \quad \frac{r_{11}}{\cos \theta}\right\} \\ \psi &= ATAN2\left\{\frac{r_{32}}{\cos \theta} \quad \frac{r_{33}}{\cos \theta}\right\} \end{aligned} \quad (2.28)$$

La funzione ATAN2 è l'arcotangente a quattro quadranti:

$$ATAN2\{y \quad x\} = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) + \alpha \quad (2.29)$$

Dove α riporta il valore dell'arcotangente principale (compresa tra 0° e 90°) al quadrante opportuno, in funzione dei segni di x e y riportati in Figura 2.17.

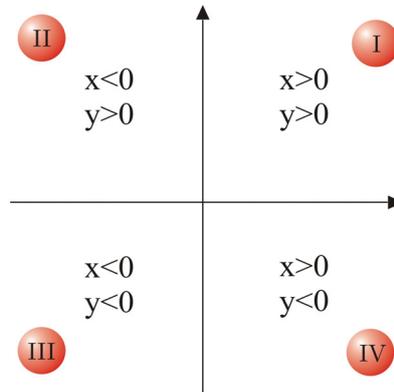


Figura 2.17 Sono indicati i quadranti in cui viene riportata l'arcotangente principale in funzione dei segni di x e y

Quaternioni

I quaternioni sono vettori costituiti da quattro elementi. Vennero introdotti nel 1843 da Sir William Hamilton ma poco utilizzati inizialmente fino a che si rivelarono utili a rappresentare i moti rotazionali dei corpi rigidi. Il quaternione è definito come una quaterna:

$$\mathbf{q} = [q_0 \quad \mathbf{e}] = q_0 + e_x \mathbf{i} + e_y \mathbf{j} + e_z \mathbf{k} \quad (2.30)$$

Dove q_0 è la parte reale ed $[e_x \ e_y \ e_z]$ rappresenta la parte immaginaria. Esiste una algebra dei quaternioni dove sono definite varie operazioni come il prodotto scalare, il prodotto vettoriale, la norma, ecc [3]. Si definisce \mathbf{q}^* il coniugato di \mathbf{q} come il quaternione avente stessa parte reale e parte immaginaria cambiata di segno:

$$\mathbf{q}^* = [q_0 \quad -\mathbf{e}] = q_0 - e_x \mathbf{i} - e_y \mathbf{j} - e_z \mathbf{k} \quad (2.31)$$

Preso un quaternione unitario \mathbf{q} ed un vettore da ruotare $\mathbf{p} = [p_x \ p_y \ p_z]$ che espresso sotto forma di quaternione diventa $[0 \ p_x \ p_y \ p_z]$ si può definire la trasformazione:

$$\mathbf{p}' = \mathbf{q}^* \otimes \mathbf{p} \otimes \mathbf{q} \quad (2.32)$$

Questa trasformazione mantiene la parte scalare di \mathbf{p} ed inoltre conserva la norma del vettore $[p_x \ p_y \ p_z]$. Tali proprietà bastano per affermare che il vettore \mathbf{p}' rappresenta il vettore \mathbf{p} ruotato. Si può dimostrare che il quaternione:

$$\mathbf{q} = [q_0 \quad \mathbf{e}] = \left[\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \quad v_x \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \quad v_y \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \quad v_z \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \right] \quad (2.33)$$

rappresenta una rotazione di un corpo di un angolo φ intorno ad un vettore unitario \mathbf{v} . Vale la condizione di norma unitaria ossia:

$$\sqrt{\|\mathbf{e}\|^2 + q_0^2} = 1 \quad (2.34)$$

Tramite i quaternioni si riesce ad individuare una rotazione utilizzando una rappresentazione non più minimale come nel caso degli angoli Eulero, ma composta da quattro elementi tra di loro collegati dalla condizione di norma unitaria. In Tabella 2.3 si riassumono i tre metodi utilizzati per la rappresentazione di una rotazione di un corpo rigido.

Tabella 2.3 Rappresentazioni di una rotazione di un corpo rigido

Rappresentazione	N. di parametri	N. di relazioni	N. di parametri indipendenti
Matrice di rotazione	9	6	3
Angoli di rotazione	3	0	3
Quaternioni	4	1	3

Il motivo per cui si introducono i quaternioni dipende da una semplificazione nei calcoli poiché non si hanno più equazioni trascendenti in seni e coseni a scapito di un aumento del numero di parametri. Come nel caso della matrice di rotazione, il quaternione è di difficile interpretazione geometrica diretta in quanto non si riesce facilmente ad individuare le caratteristiche della rotazione. Per questo motivo si predilige durante l'implementazione dei calcoli utilizzare il formalismo basato sui quaternioni ma, come risultato finale, esprimere tutto secondo angoli di rotazione. Come esistono delle relazioni che permettono di passare da angoli di Eulero a matrice di rotazione (2.26) e viceversa (2.28), esistono infatti anche una relazione tra i quaternioni e la matrice di rotazione:

$${}^0\mathbf{R}_1 = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_0^2 + e_x^2 - e_y^2 - e_z^2 & 2 \cdot e_x \cdot e_y - 2 \cdot q_0 \cdot e_z & 2 \cdot e_x \cdot e_z + 2 \cdot q_0 \cdot e_y \\ 2 \cdot e_x \cdot e_y + 2 \cdot q_0 \cdot e_z & q_0^2 - e_x^2 + e_y^2 - e_z^2 & 2 \cdot e_y \cdot e_z - 2 \cdot q_0 \cdot e_x \\ 2 \cdot e_x \cdot e_z - 2 \cdot q_0 \cdot e_y & 2 \cdot e_y \cdot e_z + 2 \cdot q_0 \cdot e_x & q_0^2 - e_x^2 - e_y^2 + e_z^2 \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

e viceversa:

$$\begin{aligned} q_0 &= \pm \frac{1}{2} \sqrt{1 + r_{11} + r_{22} + r_{33}} \\ e_x &= \frac{r_{32} - r_{23}}{4q_0} \\ e_y &= \frac{r_{13} - r_{31}}{4q_0} \\ e_z &= \frac{r_{21} - r_{12}}{4q_0} \end{aligned} \quad (2.36)$$

Dall'equazione (2.35) si può notare come una rotazione fornita dal quaternione \mathbf{q} o da $-\mathbf{q}$ porti sempre alla stessa matrice di rotazione. Tale mancanza di univocità è presente anche nel caso della rappresentazione tramite angoli di rotazione. Di fatti alla medesima configurazione ruotata di un vettore o di un corpo rigido si può giungere mediante set di rotazioni diversi. Ad esempio tre rotazioni intorno ad assi mobili xyz corrispondono ad una rotazione complessiva che può essere raggiunta mediante tre rotazioni, differenti dalle precedenti, intorno ad altri 3 assi mobili, ad esempio xyx. L'unico modo per rappresentare *univocamente* un orientamento *senza convenzioni aggiuntive* è infatti la matrice di rotazione \mathbf{R} . Altrimenti se si intende utilizzare una rappresentazione minimale dell'orientamento (3 grandezze, come per Eulero/Cardano) occorre

dire come sono state ottenute le rotazioni e, allo stesso modo, scegliendo la rappresentazione con i quaternioni bisogna dire il segno del versore su cui avviene la rotazione φ .

2.3.3.2 Relazione tra assetto e velocità angolare

Per determinare la relazione tra velocità angolare ed assetto di un corpo bisogna introdurre la velocità lineare di un punto \mathbf{p} (2.20) come la derivata temporale dello stesso:

$${}^0\mathbf{v}_a = {}^0\dot{\mathbf{p}}_a = \frac{d}{dt}({}^0\mathbf{R}_1 {}^1\mathbf{p}_a + {}^0\mathbf{p}_c) = {}^0\dot{\mathbf{R}}_1 {}^1\mathbf{p}_a + {}^0\mathbf{R}_1 {}^1\dot{\mathbf{p}}_a + {}^0\dot{\mathbf{p}}_c \quad (2.37)$$

L'equazione precedente corrisponde a:

$${}^0\mathbf{v}_a = \mathbf{v}_t + \mathbf{v}_r = \boldsymbol{\omega}_1 \times ({}^0\mathbf{p}_a - {}^0\mathbf{p}_c) + {}^0\dot{\mathbf{p}}_c + \mathbf{v}_r \quad (2.38)$$

Dove:

$\mathbf{v}_t = \boldsymbol{\omega}_1 \times ({}^0\mathbf{p}_a - {}^0\mathbf{p}_c) + {}^0\dot{\mathbf{p}}_c$: velocità di trascinamento

\mathbf{v}_r : velocità relativa

$\boldsymbol{\omega}_1$: velocità angolare

${}^0\dot{\mathbf{p}}_c$: velocità lineare dell'origine di *SRI*

È possibile allora identificare tutti i termini delle due equazioni precedenti:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\omega}_1 \times ({}^0\mathbf{p}_a - {}^0\mathbf{p}_c) &= \mathbf{S}({}^0\boldsymbol{\omega}_1)({}^0\mathbf{p}_a - {}^0\mathbf{p}_c) = \mathbf{S}({}^0\boldsymbol{\omega}_1) {}^0\mathbf{R}_1 {}^1\mathbf{p}_a = {}^0\dot{\mathbf{R}}_1 {}^1\mathbf{p}_a \\ \mathbf{S}({}^0\boldsymbol{\omega}_1) &= \text{axialvect}({}^0\boldsymbol{\omega}_1) \\ \mathbf{v}_r &= {}^0\mathbf{R}_1 {}^1\dot{\mathbf{p}}_a \end{aligned} \quad (2.39)$$

Il primo termine è stato riscritto adottando lo strumento assialvettore, da cui segue la relazione esistente tra matrice rotazione, derivata della matrice rotazione e assialvettore della velocità angolare:

$$\begin{aligned} {}^0\dot{\mathbf{R}}_1 &= \mathbf{S}({}^0\boldsymbol{\omega}_1) {}^0\mathbf{R}_1 \\ \mathbf{S}(\boldsymbol{\omega}) &= \dot{\mathbf{R}}\mathbf{R}' \end{aligned} \quad (2.40)$$

Nota la velocità angolare, per determinare la matrice di rotazione bisognerebbe risolvere l'equazione differenziale riportata in (2.40). Questa relazione, corretta da un punto di vista analitico, non è consigliabile dal punto di vista computazionale perché, risolvendo numericamente la precedente equazione si potrebbero perdere le relazioni di dipendenza tra i termini r_{ij} riportate nell'equazione (2.22).

Un altro modo per determinare la relazione tra velocità angolare ed assetto è utilizzare gli angoli di Eulero/Cardano. La relazione corrisponde ad una matrice di trasformazione funzione essa stessa dell'orientamento del corpo rigido. In generale la velocità angolare corrispondente ad una data sequenza φ, θ, ψ si scrive come:

$$\boldsymbol{\omega} = \mathbf{T}(\varphi, \theta, \psi) \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

Nel caso ad esempio di rotazione euleriana $zx'z'$ la matrice \mathbf{T} si ottiene quindi considerando $\boldsymbol{\omega}$ come la somma dei tre vettori $\boldsymbol{\omega}_\varphi, \boldsymbol{\omega}_\theta, \boldsymbol{\omega}_\psi$:

$$\boldsymbol{\omega}_\varphi = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\omega}_\theta = \mathbf{R}_z(\varphi) \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{\omega}_\psi = \mathbf{R}_z(\varphi)\mathbf{R}_{y'}(\theta) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_\varphi & -s_\varphi & 0 \\ s_\varphi & c_\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_\varphi & -s_\varphi & 0 \\ s_\varphi & c_\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_\theta & 0 & s_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_\theta & 0 & c_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} -s_\varphi \dot{\theta} + c_\varphi s_\theta \dot{\psi} \\ c_\varphi \dot{\theta} + s_\varphi s_\theta \dot{\psi} \\ \dot{\varphi} + c_\theta \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -s_\varphi & c_\varphi s_\theta \\ 0 & c_\varphi & s_\varphi s_\theta \\ 1 & 0 & c_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

Da cui risulta la matrice di trasformazione:

$$\mathbf{T}(\varphi, \theta, \psi) = \begin{bmatrix} 0 & -s_\varphi & c_\varphi s_\theta \\ 0 & c_\varphi & s_\varphi s_\theta \\ 1 & 0 & c_\theta \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Naturalmente per ogni rappresentazione minimale dell'orientamento esiste una diversa matrice di trasformazione. In questo caso per passare dalla velocità angolare misurata all'assetto bisognerebbe integrare delle equazioni dipendenti tra loro da seni e coseni. Proprio per evitare questa situazione sono stati introdotti i quaternioni.

La relazione tra quaternioni e velocità angolare risulta essere più semplice dal punto di vista computazionale: infatti scrivendo il quaternione \mathbf{q} nella forma:

$$\mathbf{q} = q_0 + e_x \mathbf{i} + e_y \mathbf{j} + e_z \mathbf{k} = \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_z \\ q_0 \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

Si può il sistema di equazioni differenziali [4]:

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \mathbf{q} \otimes \boldsymbol{\omega} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \omega_z & -\omega_y & \omega_x \\ -\omega_z & 0 & \omega_x & \omega_y \\ \omega_y & -\omega_x & 0 & \omega_z \\ -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z & 0 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{q} \quad (2.47)$$

Il sistema di equazioni differenziali da risolvere risulta notevolmente semplificato rispetto al sistema presente nell'equazione (2.44). Per questo motivo in ogni applicazione riguardante la dinamica di un corpo rigido si preferisce risolvere i problemi computazionali utilizzando i quaternioni per poi passare alla rappresentazione secondo angoli di rotazione per descrivere i risultati.

2.3.3.3 Misura dell'assetto di un corpo rigido

L'algoritmo risolutivo per la determinazione degli angoli di rotazione nota la velocità angolare misurata con i giroscopi si basa sulla risoluzione dell'equazione (2.47) e riportando i quaternioni così ottenuti in angoli di rotazione utilizzando le equazioni (2.28) e (2.36) (Figura 2.18).

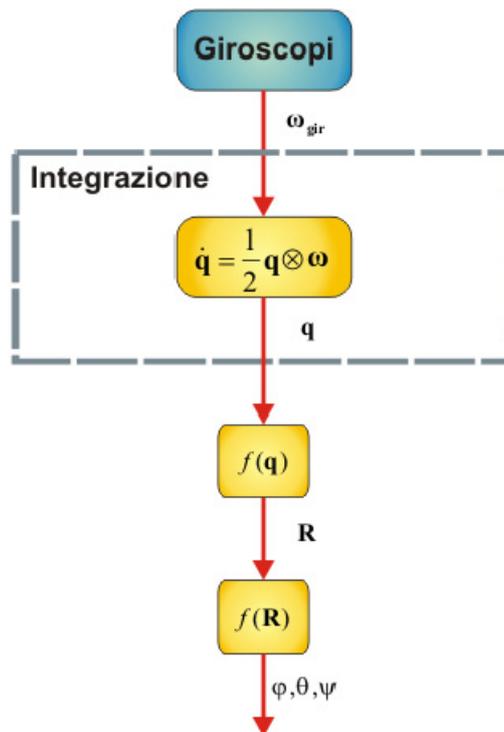


Figura 2.18 Algoritmo per la determinazione dell'assetto

Il problema della determinazione degli angoli di rotazione nota la velocità angolare è di difficile soluzione in quanto vi è la presenza della deriva di integrazione. Tale problema è stato ampiamente trattato in letteratura come descritto nel paragrafo (1.3.2). La deriva di integrazione può essere osservata con una semplice simulazione. Si prende un segnale nullo a cui si somma un errore casuale avente media nulla e deviazione standard unitaria (Figura 2.19):

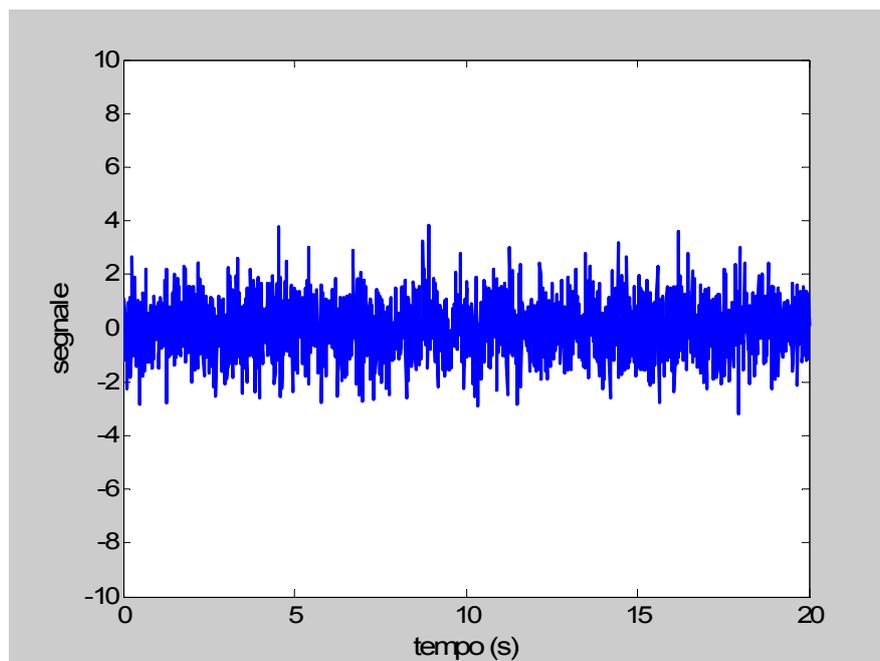


Figura 2.19 Segnale simulato

Il segnale integrato dovrebbe essere anch'esso pari a zero ma in realtà si può vedere la presenza di una deriva del segnale stesso (Figura 2.20):

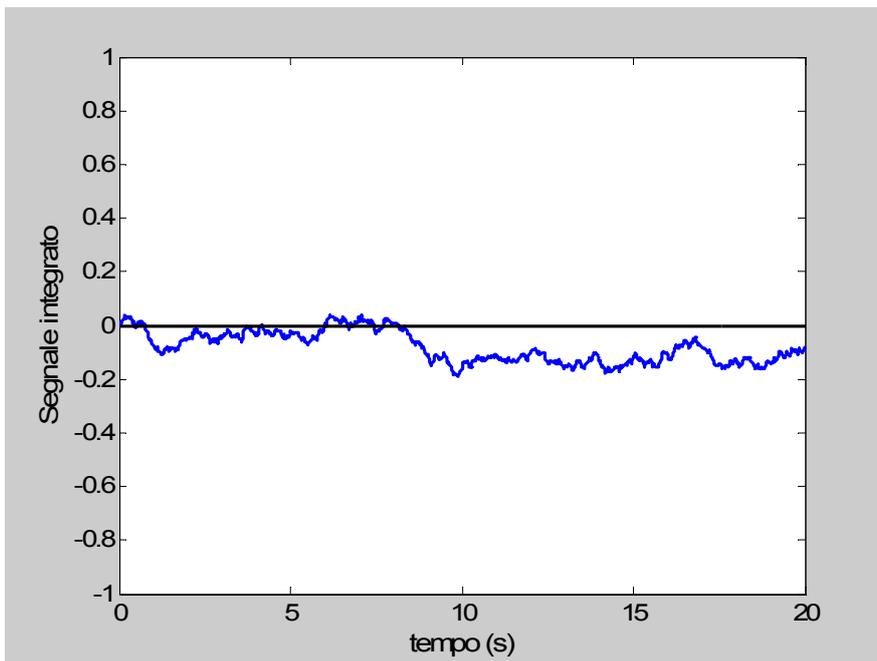


Figura 2.20 Deriva di integrazione

Tale deriva dipende dalla deviazione standard dell'errore ma risulta essere casuale, infatti, ripetendo l'integrazione per 500 segnali si ha il risultato riportato in Figura 2.21:

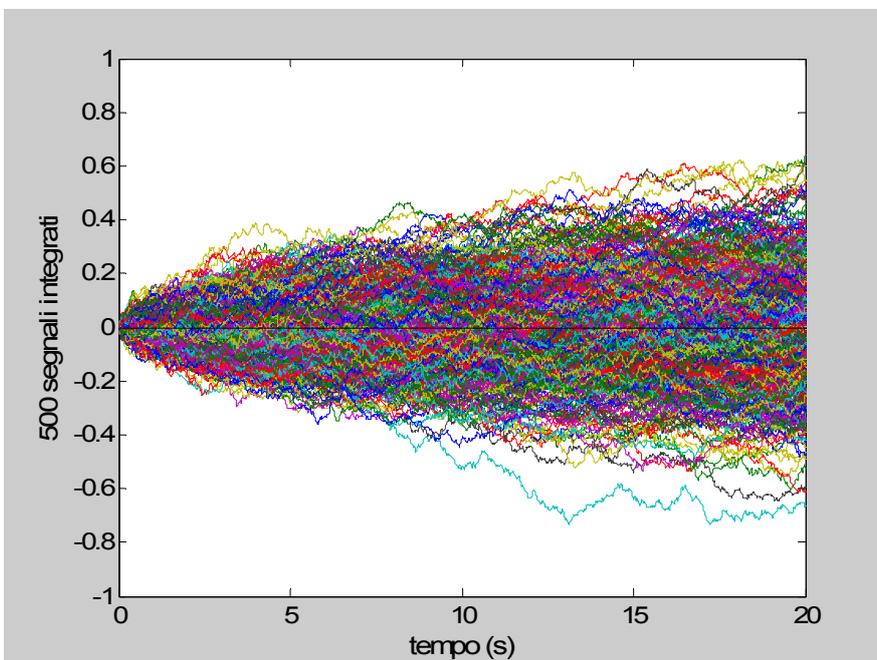


Figura 2.21 Deriva di integrazione per 500 segnali

Questo fenomeno noto come deriva di integrazione si ripercuote sul calcolo degli angoli di rotazione nota la velocità angolare misurata con i giroscopi. Per questo motivo è stato ideato un algoritmo risolutivo che tenga conto non solo dei dati provenienti dai giroscopi, ma anche di quelli accelerometrici. Come si vede dall'equazione (2.5) l'accelerometro è sensibile sia all'accelerazione inerziale che all'accelerazione di

gravità. Nel caso in cui il sensore è fermo esso risulta sensibile unicamente al vettore \mathbf{g} ossia possono essere stimati due angoli su tre relativi all'inclinazione del sensore. Infatti indicando con ${}^1\mathbf{a}$ l'accelerazione assoluta espressa nel sistema di riferimento del casco *SRI* e misurata dagli accelerometri e con ${}^0\mathbf{g}$ l'accelerazione assoluta nel sistema di riferimento assoluto *SR0* si può scrivere:

$$\begin{aligned} {}^1\mathbf{a} &= \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} \\ {}^0\mathbf{g} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \\ {}^1\mathbf{a} &= R_x(\varphi) \cdot R_y(\theta) \cdot {}^0\mathbf{g} \end{aligned} \quad (2.48)$$

Note le matrici di rotazione dalle equazioni (2.23) e (2.24) l'equazione precedente può essere riscritta come:

$${}^1\mathbf{a} = \begin{bmatrix} -\sin(\theta) \\ -\sin(\varphi) \cdot \cos(\theta) \\ -\cos(\varphi) \cdot \cos(\theta) \end{bmatrix} \cdot {}^0\mathbf{g} \quad (2.49)$$

Si possono così calcolare gli angoli di *Roll* e *Pitch*:

$$\begin{aligned} \theta &= \arcsin\left(-\frac{a_x}{g}\right) \\ \varphi &= \arctan\left(\frac{a_y}{a_z}\right) \end{aligned} \quad (2.50)$$

Nessuna informazione si può avere rispetto alla rotazione intorno all'asse verticale in quanto, se si ruotasse un accelerometro triassiale intorno a tale asse non si avrebbero variazioni nelle uscite in quanto le proiezioni di \mathbf{g} lungo i tre assi rimarrebbero costanti.

Questo risulta essere vero nel caso in cui il casco rimane fermo. In realtà durante l'utilizzo il casco è sottoposto ad un'accelerazione lineare complessiva pari a $(\mathbf{a}_0 - \mathbf{g})$ e non esclusivamente al vettore gravità. Per questo motivo stimare gli angoli con questo procedimento non risulta essere corretto. Si utilizzano però tali angoli ottenuti tramite l'equazione (2.50) per diminuire il fenomeno della deriva di integrazione.

L'algoritmo utilizzato è lo stesso introdotto precedentemente ma ad ogni passo di integrazione si svolgono questi ulteriori passaggi:

1. tramite gli accelerometri si stima la direzione dell'asse verticale del casco \mathbf{n}_{acc} (matrice presente nell'equazione (2.49))
2. tramite integrazione dei giroscopi si stima lo stesso asse verticale \mathbf{n}_{gir}
3. Si ipotizza un fattore di correzione per la velocità angolare linearmente dipendente, tramite fattore λ , all'angolo δ compreso tra i due versori appena individuati.

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_{acc} \times \mathbf{n}_{gir} &= |\mathbf{n}_{acc}| \cdot |\mathbf{n}_{gir}| \cdot \sin(\delta) = \sin(\delta) \\ \delta &= \arcsin(\mathbf{n}_{acc} \times \mathbf{n}_{gir}) \end{aligned} \quad (2.51)$$

4. Noto il fattore correttivo si calcola la nuova velocità angolare da utilizzare nell'iterazione successiva dell'integrazione:

$$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}_{gir} - \boldsymbol{\omega}_{cor} = \boldsymbol{\omega}_{gir} - \lambda \cdot \delta \cdot \mathbf{n}_{acc} \times \mathbf{n}_{gir} \quad (2.52)$$

Nel caso in cui l'accelerazione inerziale del casco è bassa si ha un vettore \mathbf{n}_{acc} circa parallelo alla reale direzione dell'asse verticale del casco \mathbf{n} ; in questo caso l'effetto del termine correttivo è quello di applicare una "molla virtuale" di rigidezza λ che tenda a bloccare la deriva di integrazione presente nella stima del vettore \mathbf{n}_{gir} (Figura 2.22). In caso di elevata accelerazione inerziale la stima \mathbf{n}_{acc} determinata tramite gli accelerometri risulta essere errata e ciò può comportare l'aumento nell'errore della stima degli angoli di rotazione. Il problema fondamentale risulta quindi l'individuazione del fattore moltiplicativo λ che consenta una correzione che non vada ad inficiare gli angoli stimati. Lo schema dell'algoritmo è riportato in Figura 2.23.

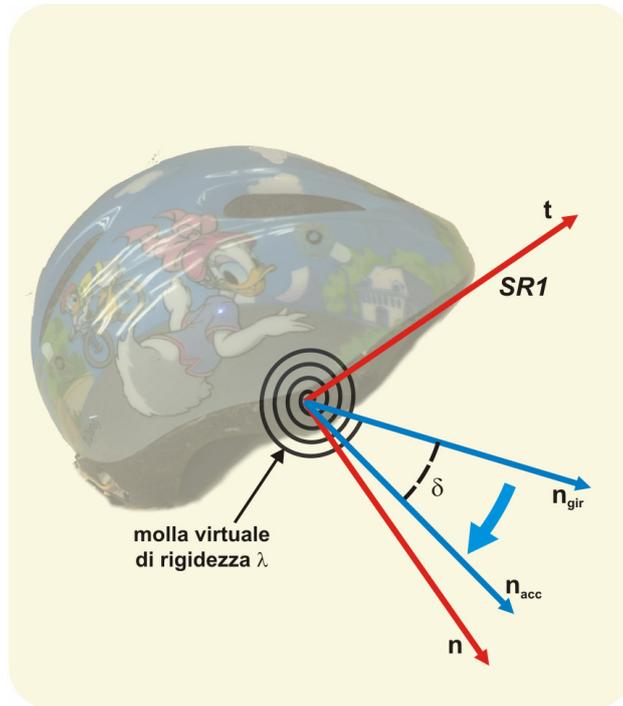


Figura 2.22 individuazione della molla virtuale di rigidezza λ

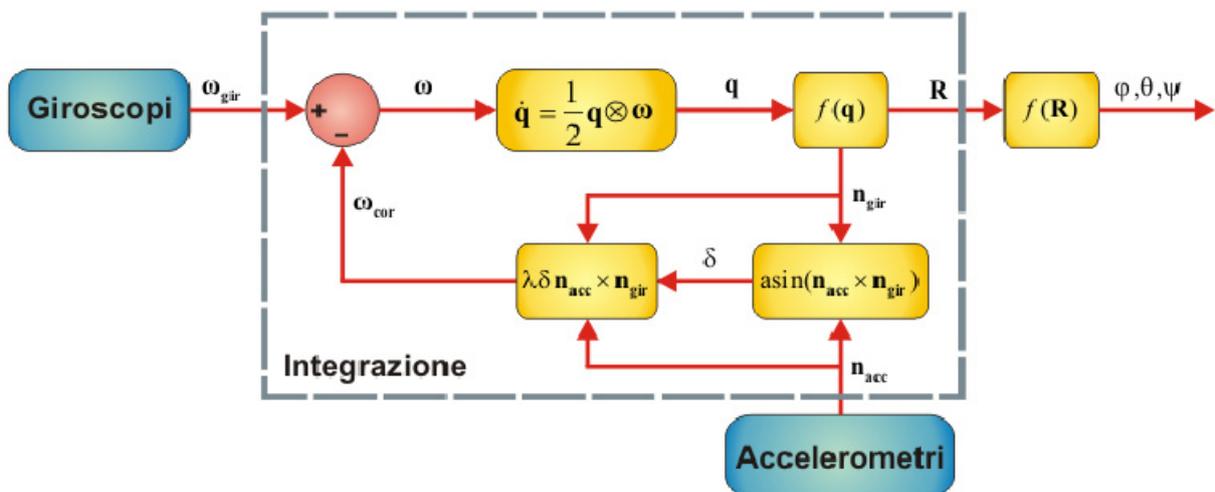


Figura 2.23 algoritmo per la determinazione dell'assetto

Gli elementi di criticità dell'algorithm introdotto sono due:

1. aver supposto di utilizzare gli accelerometri come inclinometri misurando gli angoli φ e θ (2.50) come se il casco fosse in condizione statica
2. la scelta arbitraria del valore della rigidità λ

Il primo punto comporta un errore rilevante nel caso in cui l'effettivo valore dell'accelerazione di inerzia \mathbf{a} subita dal casco strumentato risulti essere elevata o meglio, di quanto l'uscita reale del casco ($\mathbf{a}_0 - \mathbf{g}$) differisca dalla sola accelerazione di gravità \mathbf{g} . Infatti se l'accelerazione inerziale fosse limitata, il versore \mathbf{n}_{acc} risulterebbe prossimo alla reale direzione del versore \mathbf{n} rappresentante l'asse verticale del sistema di riferimento del casco (Figura 2.24). Nel caso in cui \mathbf{a} fosse invece paragonabile a \mathbf{g} si avrebbe un versore \mathbf{n}_{acc} avente direzione sensibilmente differente da \mathbf{n} (Figura 2.25).

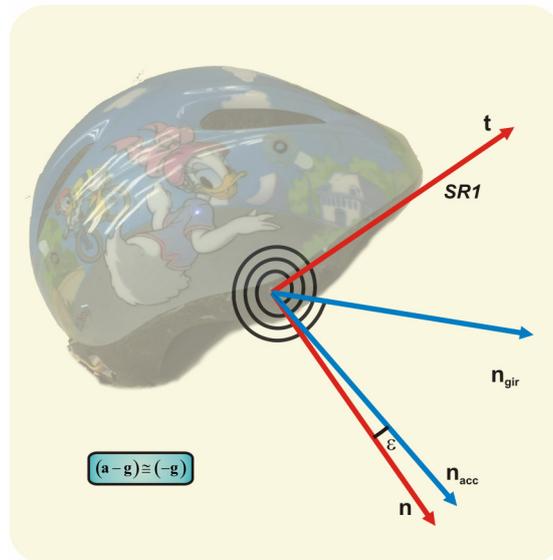


Figura 2.24 Errore ε introdotto con l'accelerazione inerziale limitata

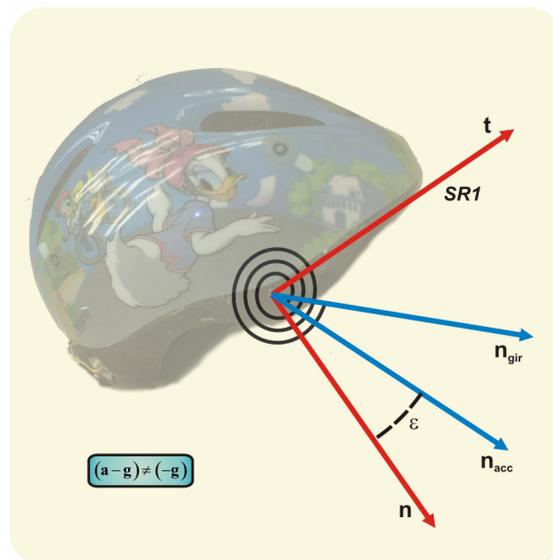


Figura 2.25 Errore ε introdotto con l'accelerazione inerziale elevata

Il valore della costante di rigidità λ deve essere:

- sufficientemente "grande" da compensare la deriva dell'integrazione numerica operata sulla velocità angolare determinata dai giroscopi

- sufficientemente “piccola” da non produrre un ulteriore errore sulla determinazione del versore \mathbf{n} nel caso in cui \mathbf{n}_{acc} sia diverso da \mathbf{n} .

2.3.3.4 Stima della rigidità λ in funzione dell'errore ε

Per poter determinare una stima di λ in funzione dell'errore angolare ε si procede tramite simulazione numerica dove viene creato un casco virtuale dotato di tre giroscopi e un accelerometro triassiale posto sull'origine del sistema di riferimento *SRI*. Il caso dell'utilizzo di più accelerometri biassiali non comporta alcuna differenza in quanto, come si vede dall'equazione (2.12), l'output del *cluster* accelerometrico sono, oltre l'accelerazione angolare, le tre componenti dell'accelerazione lineare del centro del sistema *SRI*. La simulazione consiste nei seguenti passi:

1. si individuano gli errori che introducono i sensori posti sul casco
2. si individuano dei movimenti del casco tipici per le applicazioni di tale strumento
3. si simulano le uscite dei sensori tenendo conto degli errori individuati nel primo punto
4. si determinano sia la velocità angolare che l'accelerazione lineare misurata dai sensori virtuali
5. si utilizza il precedente algoritmo di integrazione andando a far variare λ entro l'intervallo 0:10 con passo 0,1. Il caso di λ uguale a zero coincide con l'utilizzare l'algoritmo senza il fattore correttivo (Figura 2.18)
6. si confrontano gli angoli ottenuti dall'algoritmo di integrazione con gli angoli noti imposti dalla simulazione e si stimano gli errori ε_φ , ε_θ , ε_ψ dalle equazioni (N_f rappresenta il numero di *frame* di durata del movimento):

$$\begin{aligned}\varepsilon_\varphi &= \max(|\hat{\varphi}_i - \varphi_i|) \\ \varepsilon_\theta &= \max(|\hat{\theta}_i - \theta_i|) \\ \varepsilon_\psi &= \max(|\hat{\psi}_i - \psi_i|)\end{aligned}\quad i = 1 \dots N_f \quad (2.53)$$

7. si individua il valore di λ che minimizza la somma degli errori precedenti:

$$\lambda \rightarrow f(\min(\varepsilon_{\varphi\theta\psi})) = f(\min(\varepsilon_\varphi + \varepsilon_\theta + \varepsilon_\psi)) \quad (2.54)$$

Si ripetono le simulazioni 1000 volte per ogni tipologia di movimento e si rappresentano in un diagramma delle frequenze i valori di λ individuati.

Giroscopio e accelerometro virtuale

Di seguito si riportano gli errori considerati per entrambi i sensori virtuali tenendo conto che i dati scelti sono stati presi dal data sheet o da prove sperimentali:

1. Errore dovuto alla variazione dell'offset (ε_{off}).
Sono state acquisite le tensioni sia di 3 giroscopi che di 20 accelerometri fermi per un periodo di due ore. Si è visto che la deviazione standard dell'errore è pari a 2 mV per tutti i sensori. Si è considerata quindi per ε_{off} una distribuzione di probabilità gaussiana avente media nulla e deviazione standard 2 mV. Il valore ε_{off} varia per ogni simulazione.
2. Errore dovuto alla non linearità dei sensori (ε_{nl})
Dai *data sheet* dei sensori si vede un errore di non linearità pari a 0,2% FS per gli accelerometri e 0,1% FS per i giroscopi ossia circa 0,04 m/s² e 0.3 °/s. L'effetto della non linearità dei sensori si ritrova nell'ipotizzare non più una sensibilità costante ma bensì una sensibilità funzione dell'ingresso del sensore. In questo caso si è ipotizzato una sensibilità:

$$S = S_0 + S_1 \cdot input + S_2 \cdot input^2 \quad (2.55)$$

I valori di S_1 e S_2 si determinano ponendo come condizione che l'errore sia massimo al valore di +FS e -FS.

3. Errore dovuto alla variazione della tensione di alimentazione (ε_{al})
L'alimentatore utilizzato nella pratica sperimentale comporta un'incertezza sulla tensione generata dell'1%. Questo valore incide sul valore della costante S_0 nell'equazione (2.55) in quanto sia gli

accelerometri che i giroscopi sono sensori raziometrici ossia hanno l'uscita proporzionale alla tensione di alimentazione.

4. Errore di disallineamento (ϵ_{dis})

In fase di taratura dei sensori si determina la direzione degli assi sensibili. Si ipotizza un errore di $\pm 1^\circ$ tra tale direzione e quella reale.

5. Errore casuale (ϵ_r)

Si considera un errore casuale durante ogni singolo movimento in modo da tener presente eventuali errori non considerati come la variazione di temperatura, l'errore dovuto alla acquisizione tramite scheda A/D, ecc. Si considera per entrambi un errore con distribuzione gaussiana avente media nulla e deviazione standard pari a 2 mV

6. Errore sulle condizioni iniziali (ϵ_{ci})

Per utilizzare l'algoritmo di integrazione bisogna conoscere gli angoli di rotazione iniziali che possono essere determinati tenendo, all'inizio del movimento, il casco fermo. Bisogna considerare un errore maggiore per l'angolo ψ in quanto non è possibile determinarlo tramite i sensori presenti sul casco.

L'errore introdotto si ipotizza avere una distribuzione uniforme tra $\pm 0,5^\circ$ per ϕ e θ e tra $\pm 2,0^\circ$ per ψ .

Nella Tabella 2.4 vengono riportati gli errori appena introdotti indicando il valore, il tipo di distribuzione scelta e se l'errore varia solo tra le simulazioni oppure varia anche all'interno della singola simulazione, .

Tabella 2.4 Errori introdotti nella simulazione

Errore	Valore		Distribuzione	Variazione	
	Accelerometro	Giroscopio		Interna ad ogni simulazione	Tra le simulazioni
ϵ_{off}	2 mV	2 mV	Gaussiana	No	Sì
ϵ_{nl}	0,2% FS	0,1% FS		No	No
ϵ_{al}	1% Vd	1% Vd	Gaussiana	No	Sì
ϵ_{dis}	$\pm 1^\circ$	$\pm 1^\circ$	Uniforme	No	Sì
ϵ_r	2 mV	2 mV	Gaussiana	Sì	Sì
ϵ_{ci}	[$\pm 0,5^\circ \pm 0,5^\circ \pm 2,0^\circ$]		Uniforme	No	Sì

Movimenti simulati

I movimenti simulati sono di tre tipi, scelti in funzioni delle applicazioni sperimentali del casco che verranno trattate nei prossimi capitoli:

- Cammino: simula lo spostamento della testa durante una camminata
- Piattaforma: simula lo spostamento della testa durante una rotazione intorno all'asse verticale della base di appoggio di un soggetto (capitolo IV)
- doppio pendolo: simula lo spostamento del casco se montato su di un doppio pendolo che consente rotazioni lungo due assi perpendicolari (capitolo III)

Vengono ora mostrati i risultati delle simulazioni ottenute con i tre movimenti appena introdotti. Per ogni tipologia vengono riportati i grafici relativi alle grandezze cinematiche di interesse.

Cammino

Il presente movimento simula lo spostamento della testa durante una camminata. Tramite sistema optoelettronico è stato acquisito il tale movimento durante una serie di passi di durata pari a 5 s. Le posizioni dei marker acquisiti vengono approssimati con una *spline* in modo da poterne conoscere le derivate analitiche e poter calcolare le accelerazioni e la velocità angolare della testa. Nelle figure 2.26 e 2.27 si riportano gli andamenti degli angoli e gli spostamenti lineari.

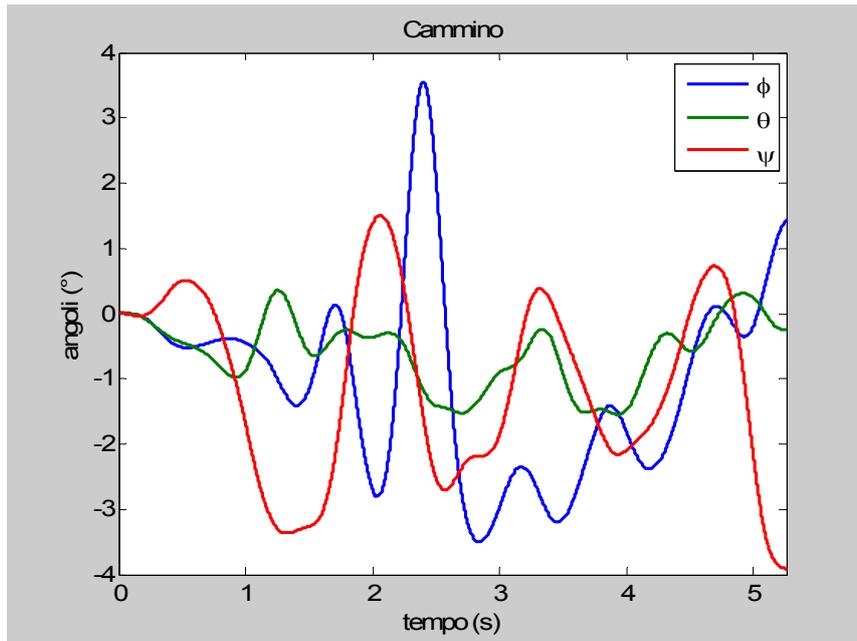


Figura 2.26 Angoli di rotazione della testa durante il cammino

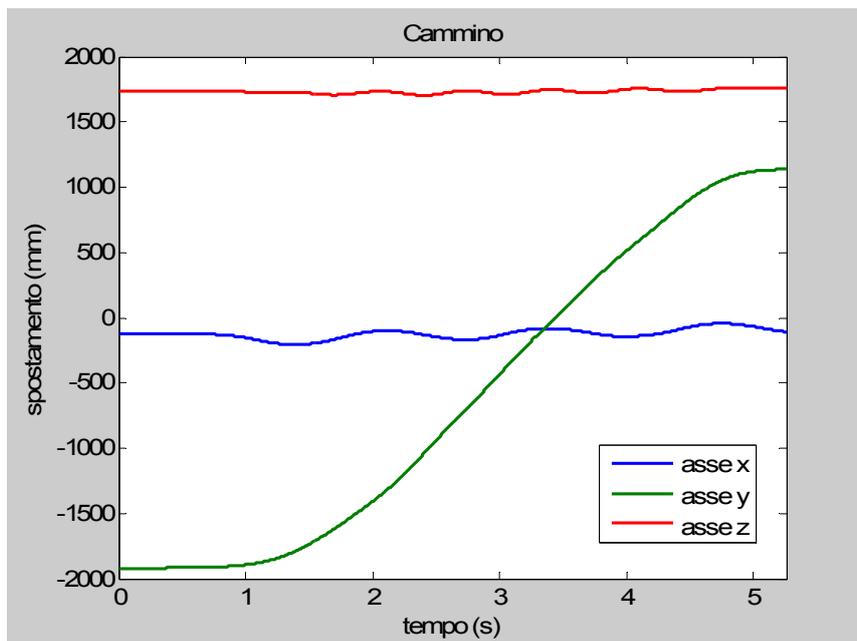


Figura 2.27 Traslazioni del centro della testa durante il cammino

Nelle figure 2.28 e 2.29 si riportano invece la velocità angolare ω e l'accelerazione lineare (\mathbf{a}_0-g) della testa. Tali grandezze rappresentano gli ingressi dei sensori posti sul casco.

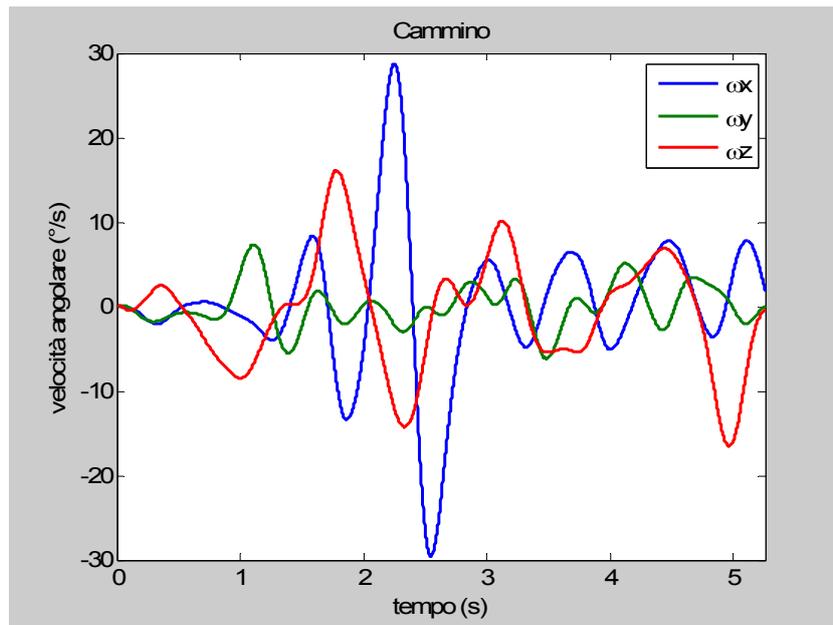


Figura 2.28 Velocità angolare della testa durante il cammino

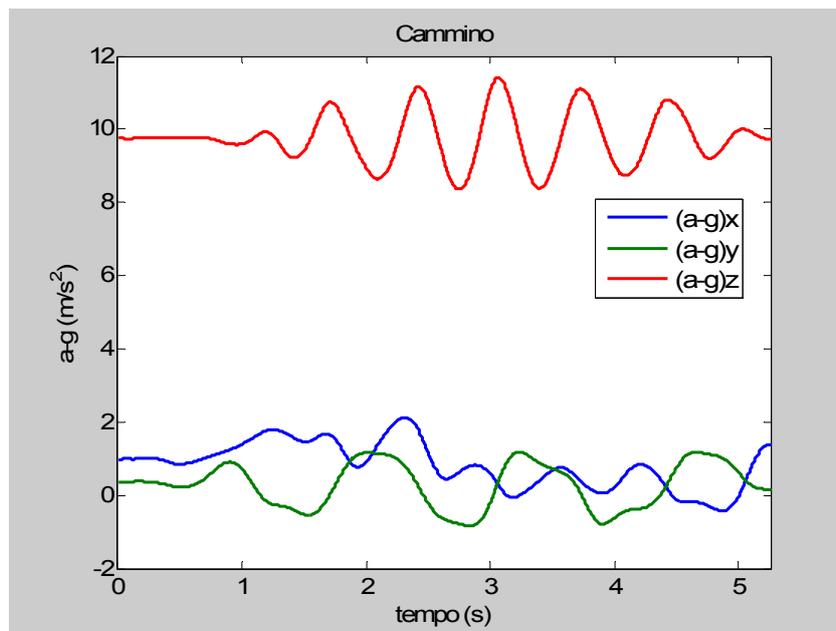


Figura 2.29 (a_0-g) della testa durante il cammino

Dal paragrafo precedente si è visto come il tipo di algoritmo abbia un elemento di criticità basato su quanto risulta essere differente la componente dell'accelerazione sentita dal casco (a_0-g) e il solo vettore gravità ($-g$). Per questo motivo si riporta in Figura 2.30 la componente inerziale dell'accelerazione lineare.

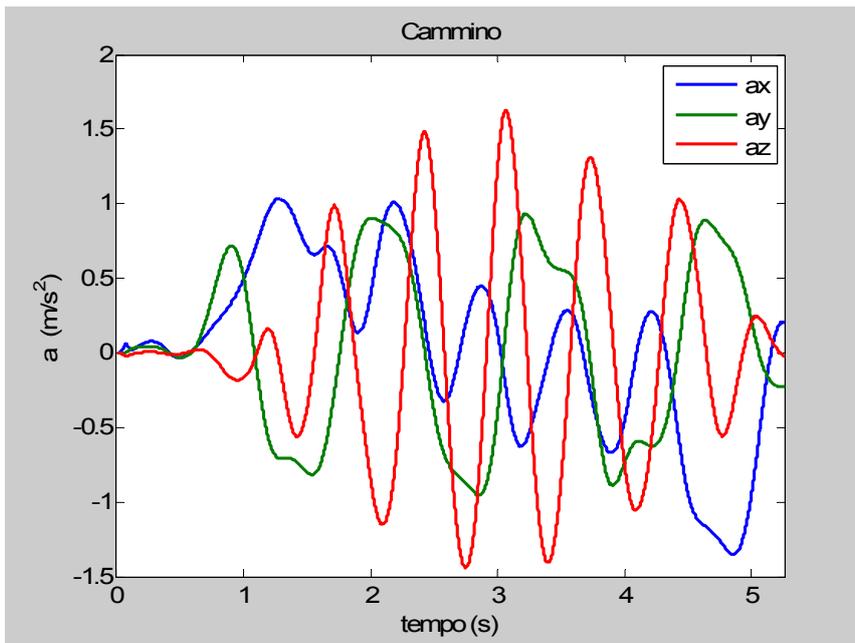


Figura 2.30 Accelerazione inerziale della testa durante il cammino

In Figura 2.31 si vede il risultato di una singola simulazione, ossia si rappresenta in funzione del valore di λ (variabile tra 0 e 10) l'errore angolare presente lungo i tre assi.

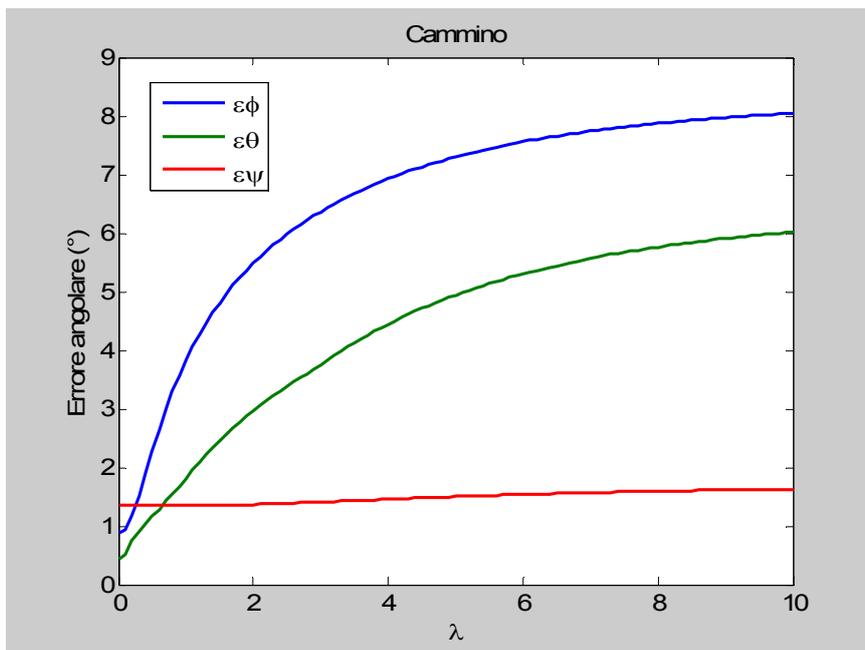


Figura 2.31 Andamento dell'errore in funzione del parametro λ

Si vede come gli errori minimi si hanno in corrispondenza di bassi valori di λ ossia senza il fattore correttivo aggiunto in fase di integrazione. I risultati delle 1000 simulazioni sono riassunti nella Tabella 2.5. Gli errori sugli angoli sono molto piccoli, infatti non superano i 2 °.

Tabella 2.5 Valori dei parametri caratteristici della simulazione. λ è la rigidezza della molla virtuale, ε_φ , ε_θ e ε_ψ sono gli errori angolari medi tra le simulazioni ed ε_{ax} , ε_{ay} e ε_{az} sono gli errori che si commettono ipotizzando agente sugli accelerometri unicamente l'accelerazione di gravità

<i>Simulazione Cammino</i>		
λ	media	0
	dev. standard	0,1
ε_φ (°)	media	0,6
	dev. standard	0,4
ε_θ (°)	media	0,7
	dev. standard	0,4
ε_ψ (°)	media	1,2
	dev. standard	0,6
ε_{ax} (m/s ²)	media	1,30
	dev. standard	0,10
ε_{ay} (m/s ²)	media	1,00
	dev. standard	0,05
ε_{az} (m/s ²)	media	1,60
	dev. standard	0,03

Il valore di λ per cui si minimizza l'equazione (2.54) risulta essere il valore nullo, ossia nel caso del cammino non si ha un miglioramento utilizzando l'algoritmo con il termine di correzione rispetto all'algoritmo di integrazione classico riportato in Figura 2.18. Il diagramma delle frequenze rappresentante le volte in cui si ottiene un determinato valore di λ nelle 1000 simulazioni è riportato in Figura 2.32. Anche da questo si vede come il valore $\lambda=0$ è quello che minimizza per la maggior parte delle volte l'errore commesso sugli angoli. La spiegazione di questo fenomeno è dovuta alla durata molto breve della prova (5 s) tale che non comporta una rilevante deriva di integrazione numerica.

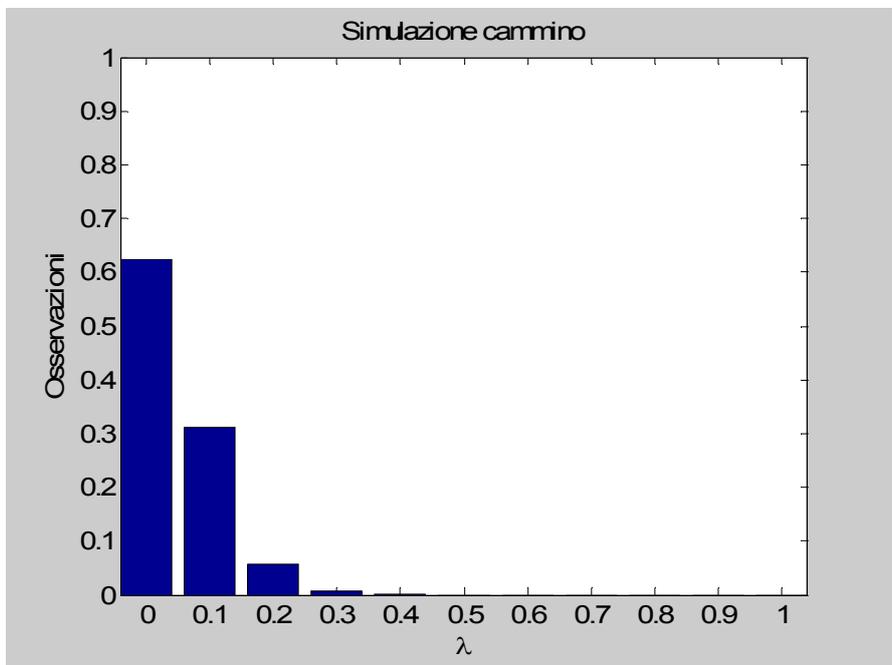


Figura 2.32 Diagramma del numero di osservazioni per ogni valore del parametro λ .

Piattaforma

Il presente movimento simula lo spostamento della testa durante una rotazione intorno all'asse verticale della base di appoggio di un soggetto. La base è una piattaforma che può ruotare unicamente intorno all'asse verticale. Si è scelto questo movimento in quanto, come si vedrà nel capitolo IV, rappresenta un'applicazione del casco strumentato, ossia per lo studio della stabilità della testa nel campo della posturografia dinamica. Come per il cammino, tramite sistema optoelettronico è stato acquisito il movimento della testa. La prova dura 60 s. Questo movimento è caratterizzato da ampie rotazioni intorno all'asse verticale (Figura 2.33) e a limitati spostamenti del centro del casco lungo tutti gli assi (Figura 2.34). Questo particolare movimento è dovuto al movimento della piattaforma, ossia una chirp di ampiezza 40° nel campo di frequenze 0-1-0 Hz, con velocità crescente da zero a 1 giro/s fino a metà della prova per poi diminuire progressivamente fino all'arresto della pedana nella stessa posizione di partenza.

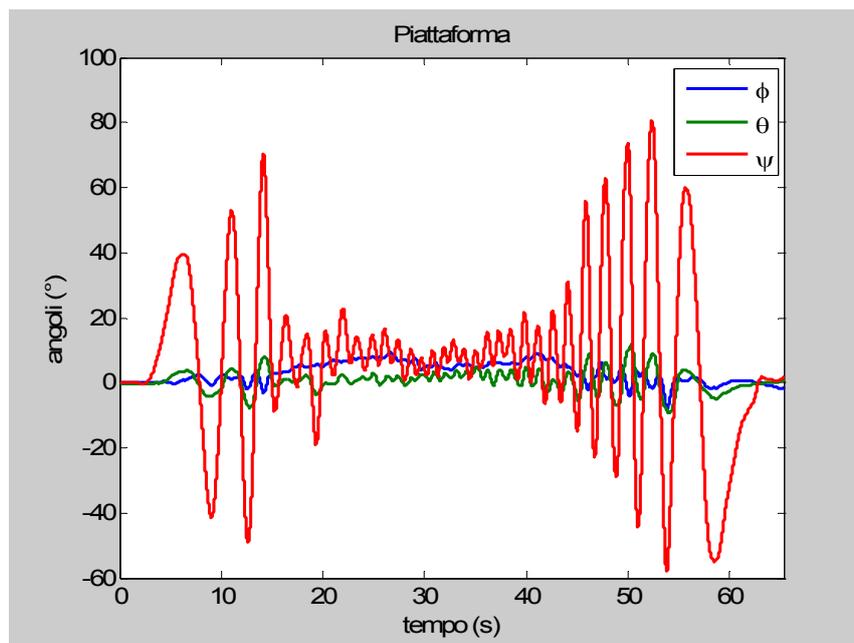


Figura 2.33 Rotazioni del casco durante la rotazione della piattaforma

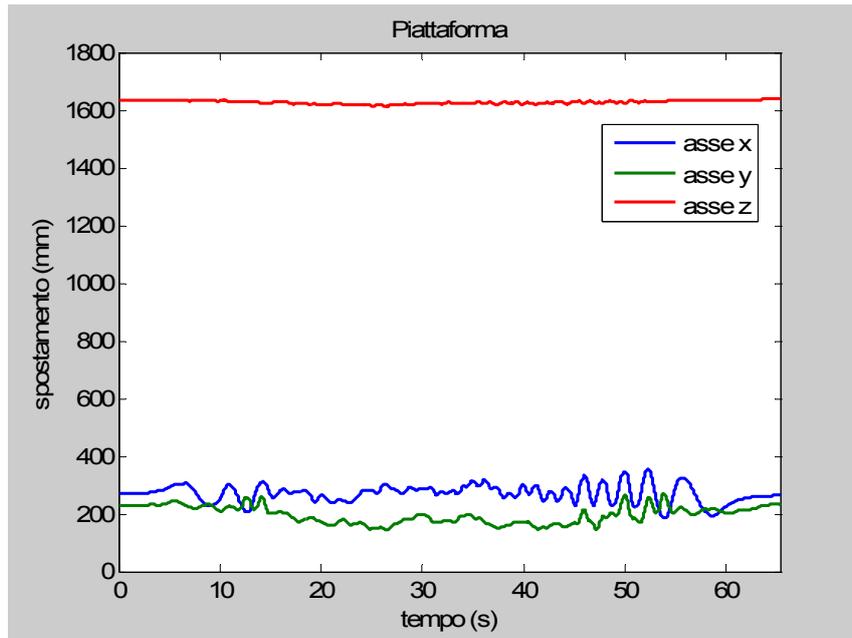


Figura 2.34 Traslazioni del centro della casco durante la rotazione della piattaforma

Di seguito si riportano gli andamenti della velocità angolare (Figura 2.35), dell'accelerazione lineare ($\mathbf{a}_0-\mathbf{g}$) (Figura 2.36) della componente inerziale dell'accelerazione lineare (\mathbf{a}_0) (Figura 2.37).

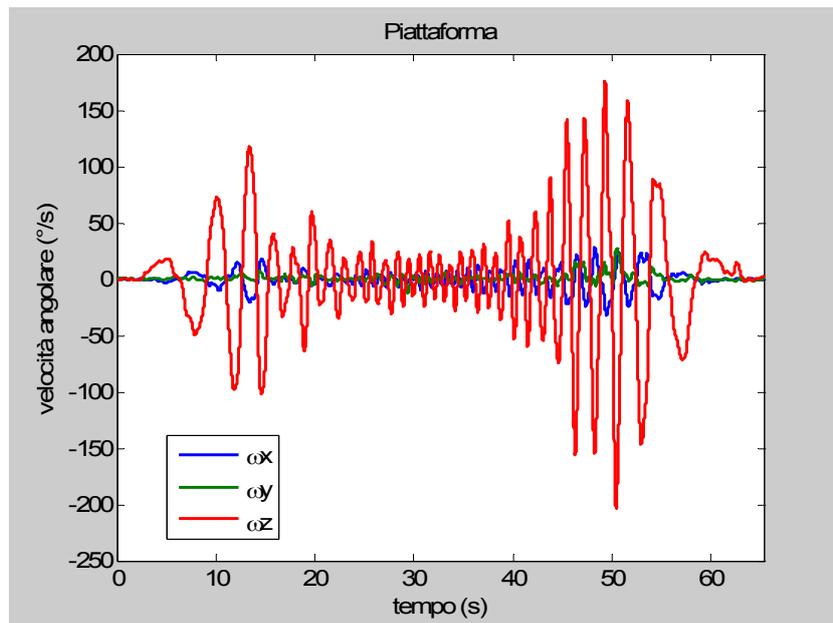


Figura 2.35 Velocità angolare del casco a causa del moto della piattaforma

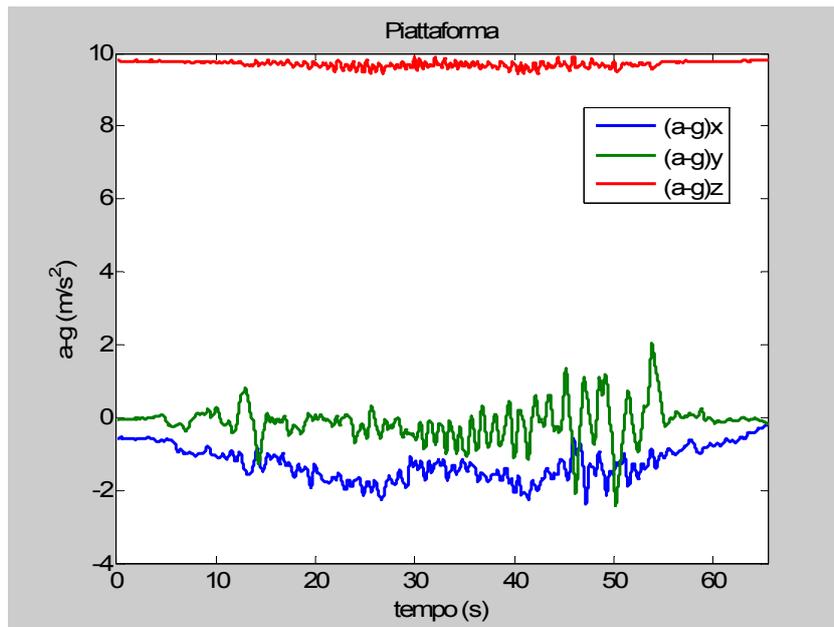


Figura 2.36 (a_0-g) del casco a causa del moto della piattaforma

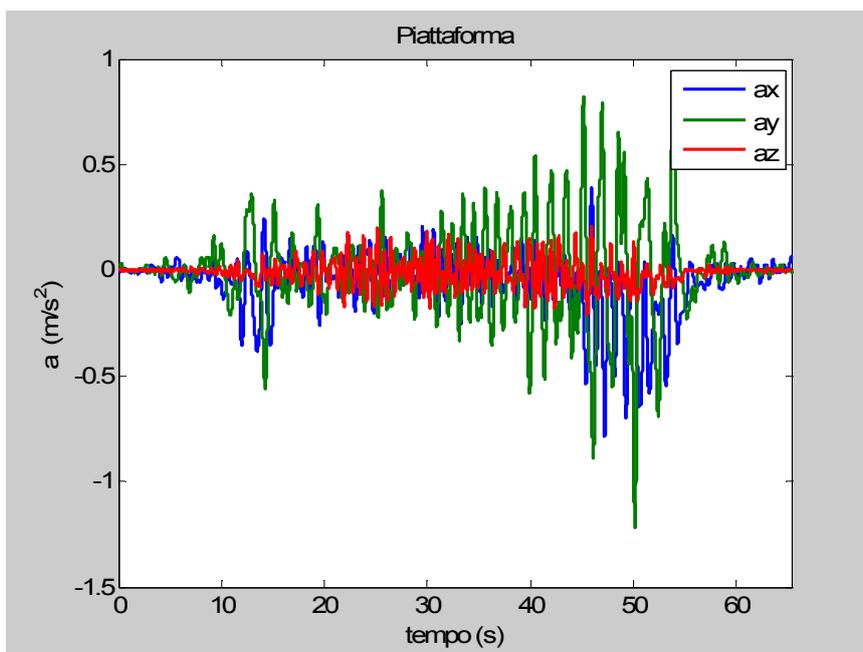


Figura 2.37 Accelerazione inerziale del casco a causa del moto della piattaforma

In Figura 2.38 si vede il risultato di una singola simulazione, ossia si rappresenta in funzione del valore di λ (variabile tra 0 e 10) l'errore angolare presente lungo i tre assi.

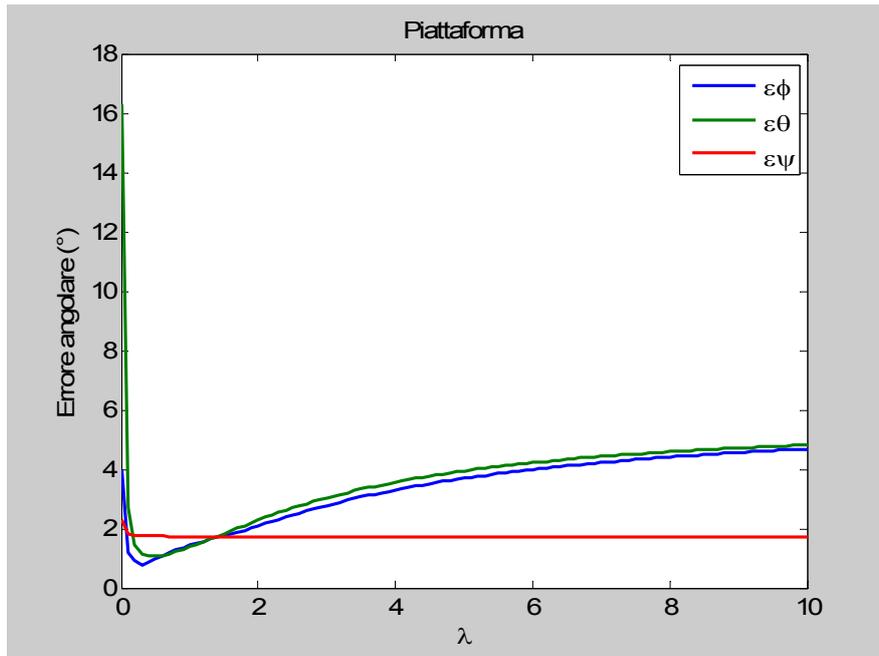


Figura 2.38 Andamento dell'errore in funzione del parametro λ

Si vede come gli errori minimi non si hanno più in corrispondenza di $\lambda=0$ dove è invece presente un elevato errore nel calcolo degli angoli di rotazione. In questa tipologia di movimento è necessario il fattore correttivo aggiunto in fase di integrazione. Se però tale fattore aumenta troppo si introduce ugualmente un errore che è proporzionale al valore di λ scelto. La differenza rispetto al caso precedente è dovuta al periodo di durata della prova che passa da 5 s per il cammino a 60 s per la piattaforma. La deriva di integrazione, come visto nel paragrafo precedente, dipende fortemente dal durata della prova. I risultati delle 1000 simulazioni sono riassunti nella Tabella 2.6. Gli errori sugli angoli grazie alla presenza del fattore λ risultano essere limitati ed inferiori a 4° .

Tabella 2.6 Valori dei parametri caratteristici della simulazione. λ è la rigidezza della molla virtuale, ϵ_ϕ , ϵ_θ e ϵ_ψ sono gli errori angolari medi tra le simulazioni ed ϵ_{ax} , ϵ_{ay} e ϵ_{az} sono gli errori che si commettono ipotizzando agente sugli accelerometri unicamente l'accelerazione di gravità

<i>Simulazione Piattaforma</i>		
λ	media	0,4
	dev. standard	0,2
ϵ_ϕ ($^\circ$)	media	2,8
	dev. standard	1,3
ϵ_θ ($^\circ$)	media	2,4
	dev. standard	1,1
ϵ_ψ ($^\circ$)	media	3,2
	dev. standard	1,4
ϵ_{ax} (m/s^2)	media	0,78
	dev. standard	0,11
ϵ_{ay} (m/s^2)	media	0,93
	dev. standard	0,10
ϵ_{az} (m/s^2)	media	0,27
	dev. standard	0,03

Il valore di λ migliore risulta essere 0,4, come si vede dal diagramma delle osservazioni riportato in Figura 2.39. Si vede come nelle 1000 simulazioni non avvenga mai che il valore di λ migliore risulti essere pari a

zero. Questa è una conferma della bontà dell'algoritmo. Allo stesso modo un valore di λ maggiore di 1 conduce sempre ad errori nel calcolo degli angoli elevati.

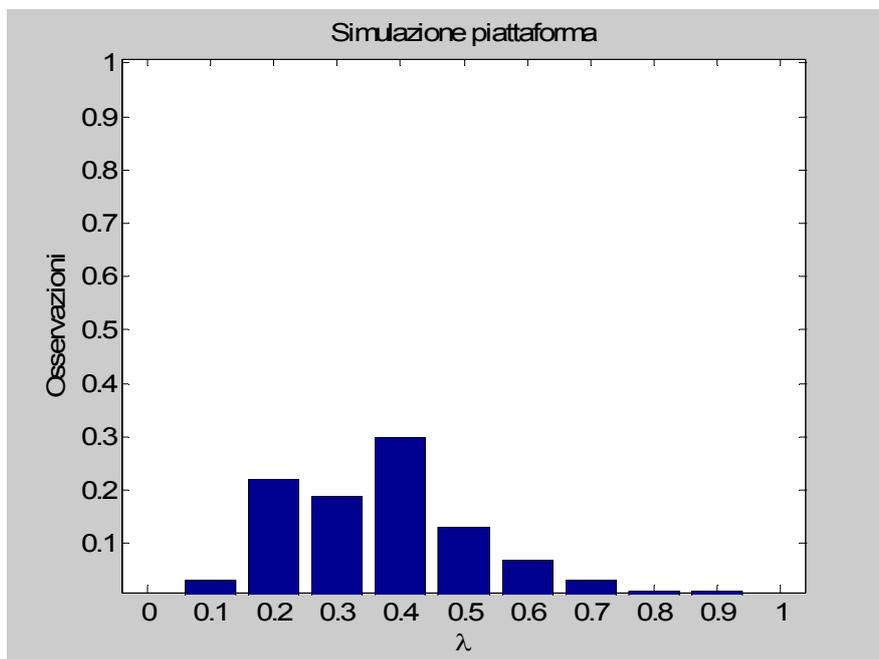


Figura 2.39 Diagramma del numero di osservazioni per ogni valore del parametro λ

Doppio pendolo

Il presente movimento simula lo spostamento del casco quando applicato su di un doppio pendolo costruito *ad hoc* per questa tesi. Il casco può ruotare intorno a due assi perpendicolari tra loro. Le rotazioni sono acquisite tramite due encoder posti lungo gli assi di rotazione. Per maggiori dettagli su tale dispositivo si rimanda al capitolo III. Il movimento in esame è caratterizzato sia da velocità angolari che da accelerazioni lineari maggiori rispetto ai casi precedenti. Lo spostamento del pendolo è stato condotto a mano, senza l'ausilio del motore.

Gli angoli acquisiti vengono approssimati con una somma di otto seni tramite le equazioni:

$$\begin{aligned}\hat{\varphi} &= \sum_{i=1}^8 a_i \cdot \sin(b_i \cdot \varphi + c_i) \\ \theta &= 0 \\ \hat{\psi} &= \sum_{i=1}^8 d_i \cdot \sin(e_i \cdot \psi + f_i)\end{aligned}\tag{2.56}$$

dove a_i , b_i , c_i , d_i , e_i e f_i sono i coefficienti ottenuti dall'approssimazione. Questa procedura è utile perché permette di conoscere le derivate analitiche delle rotazioni e di calcolare le accelerazioni e la velocità angolare del casco con maggiore accuratezza rispetto a quelle che si sarebbero calcolate conoscendo unicamente le derivate numeriche.

Di seguito si riportano le grandezze cinematiche tipiche di questo tipo di movimento (Figura 2.40 –Figura 2.44)

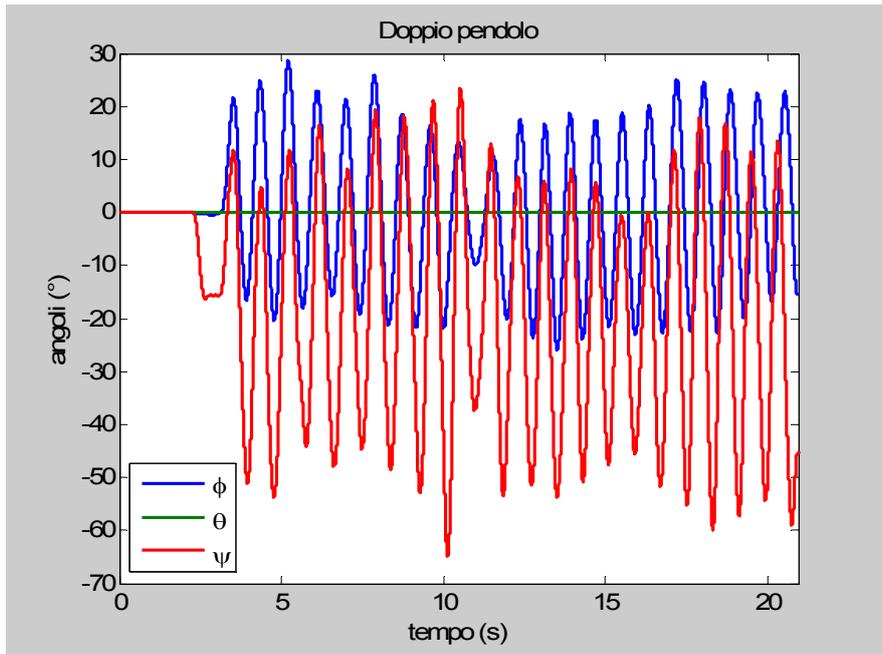


Figura 2.40 Rotazioni del casco durante la rotazione tramite doppio pendolo

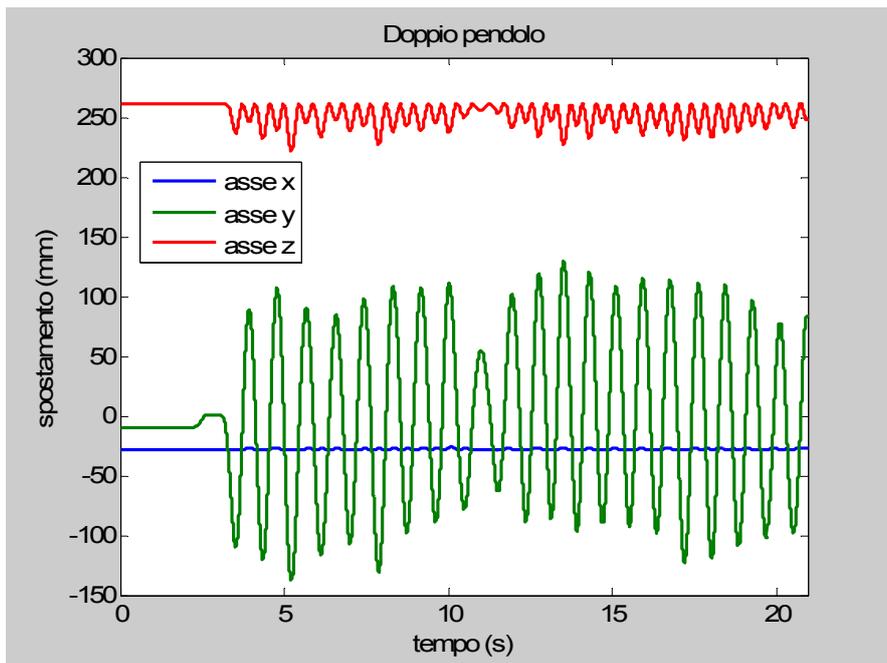


Figura 2.41 Traslazioni del centro della casco durante la rotazione tramite doppio pendolo

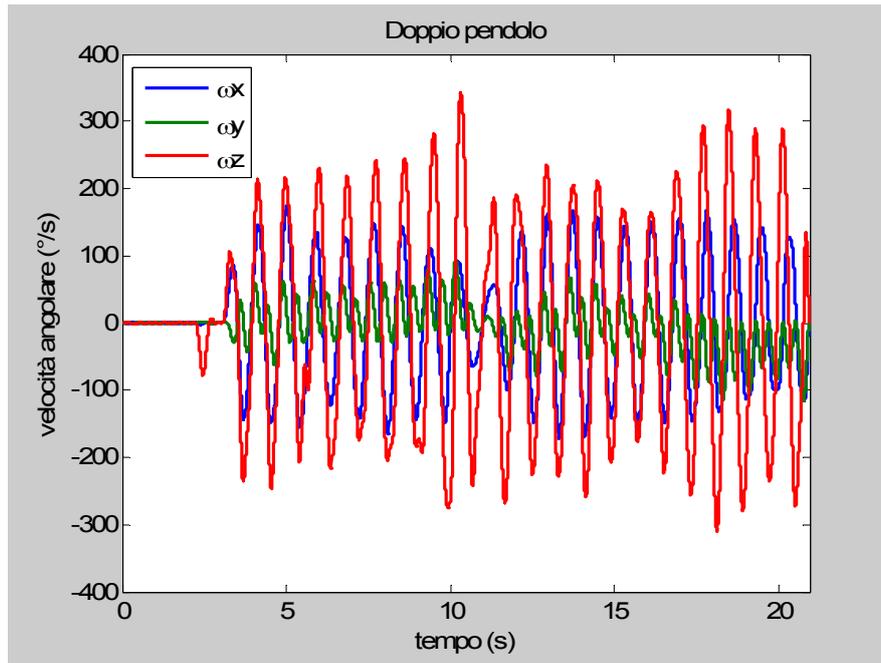


Figura 2.42 Velocità angolare del casco durante la rotazione tramite doppio pendolo

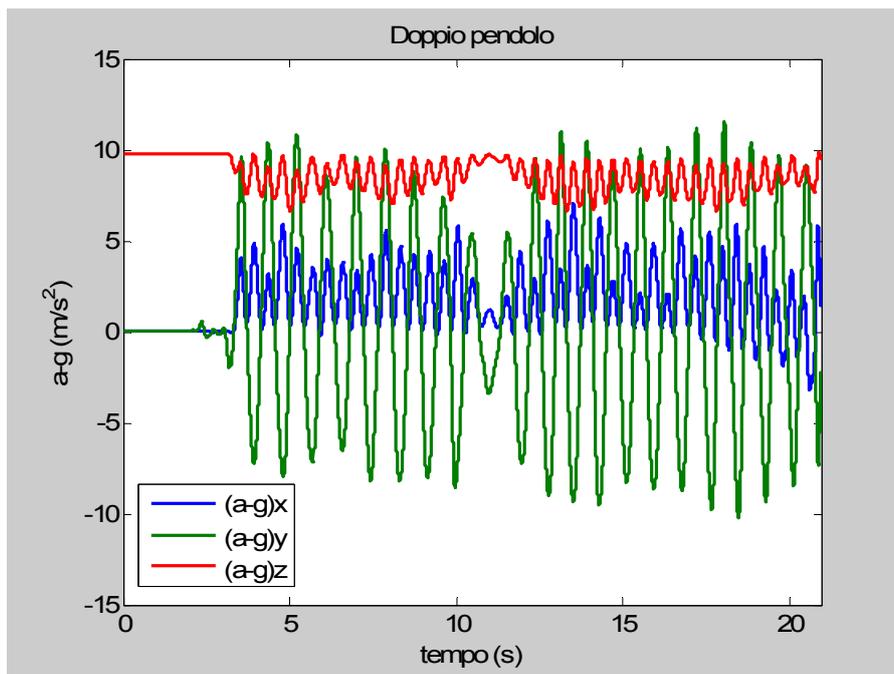


Figura 2.43 ($a-g$) del casco durante la rotazione tramite doppio pendolo

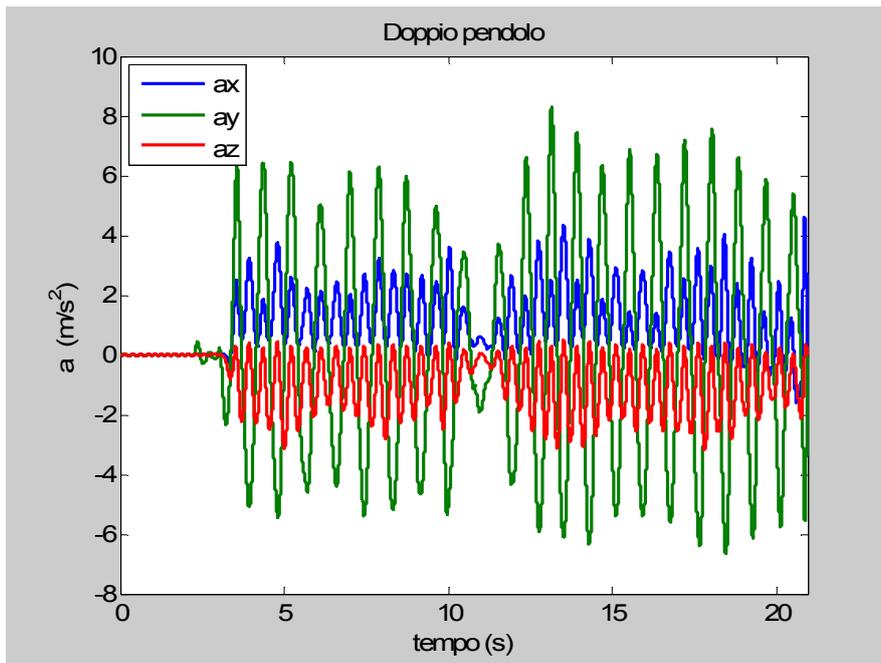


Figura 2.44 Accelerazione inerziale del casco durante la rotazione tramite doppio pendolo

In Figura 2.45 si vede il risultato di una singola simulazione, ossia si rappresenta in funzione del valore di λ (variabile tra 0 e 10) l'errore angolare presente lungo i tre assi.

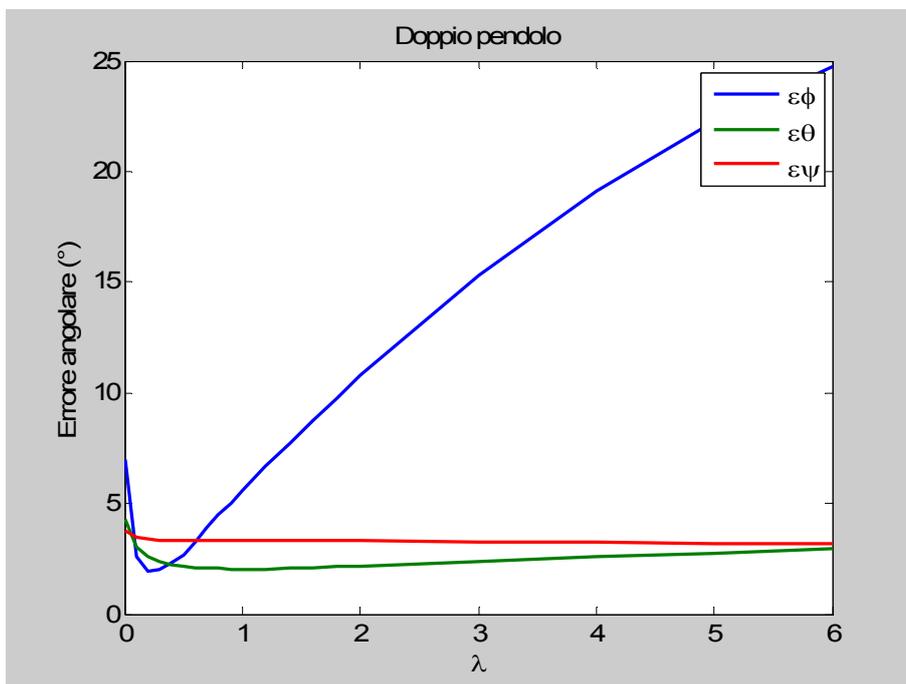


Figura 2.45 Andamento dell'errore in funzione del parametro λ

Anche in questo caso gli errori minimi non si hanno in corrispondenza di λ nullo. I risultati delle 1000 simulazioni sono riassunti nella Tabella 2.7. Gli errori sugli angoli grazie alla presenza del fattore λ risultano essere limitati ed inferiori a 4° . Si vede che l'andamento del grafico precedente risulta essere paragonabile con l'analogo relativo al movimento della piattaforma. In entrambi i casi al crescere di λ si ha prima una diminuzione dell'errore sul calcolo degli angoli in quanto il fattore correttivo tende a diminuire la deriva di integrazione e poi un aumento dell'errore a causa della presenza di un errore dovuto all'accelerazione inerziale elevata.

Tabella 2.7 Valori dei parametri caratteristici della simulazione. λ è la rigidezza della molla virtuale, ε_φ , ε_θ e ε_ψ sono gli errori angolari medi tra le simulazioni ed ε_{ax} , ε_{ay} e ε_{az} sono gli errori che si commettono ipotizzando agente sugli accelerometri unicamente l'accelerazione di gravità

<i>Doppio pendolo</i>		
λ	media	0,3
	dev. standard	0,1
ε_φ (°)	media	2,2
	dev. standard	0,8
ε_θ (°)	media	2,5
	dev. standard	0,9
ε_ψ (°)	media	4,3
	dev. standard	1,8
ε_{ax} (m/s ²)	media	4,65
	dev. standard	0,12
ε_{ay} (m/s ²)	media	6,32
	dev. standard	0,10
ε_{az} (m/s ²)	media	3,75
	dev. standard	0,02

Il valore di λ migliore risulta essere 0,3. Tale valore risulta paragonabile al valore trovato nel precedente movimento ciò a conferma che, anche se le due tipologie di movimenti sono tra loro differenti l'algoritmo introdotto comporta in entrambi i casi un miglioramento nella stima dell'assetto del casco. La presenza nel movimento del doppio pendolo di un'accelerazione inerziale elevata comporta, se scelto un valore di λ già maggiore di 2 un errore angolare per una componente maggiore di 10 °; nel caso della piattaforma si è visto invece che l'errore rimane sempre contenuto sotto i 5 ° qualunque sia λ in quanto l'accelerazione inerziale è limitata rispetto al caso del doppio pendolo. In Figura 2.46 si riporta il diagramma delle osservazioni. Si vede che, in questo caso, circa 80 volte su 1000 (0,8) il valore migliore da utilizzare è $\lambda=0$ ossia l'integrale senza correzione. Questo è spiegabile perché la durata della prova in questo caso è di 20 s che risulta maggiore della prova di cammino (5 s) ma minore rispetto al movimento della piattaforma (60 s). Risulta quindi evidente come in presenza di prove di breve durata si può non utilizzare l'algoritmo qui introdotto, mentre in prove di lunga durata risulti essere d'obbligo.

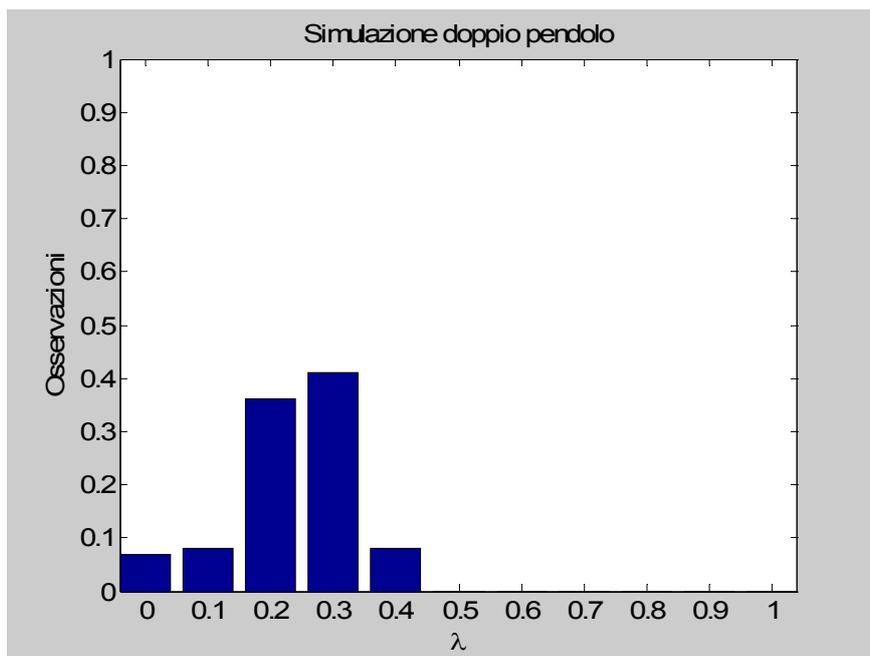


Figura 2.46 Diagramma del numero di osservazioni per ogni valore del parametro λ

In conclusione si è visto che l'utilizzo dell'algoritmo con compensazione risulta essere fondamentale se la durata della prova supera già i 20 s, mentre non appare necessario per prove di breve durata. Questo fenomeno è dovuto alla deriva di integrazione che dipende dalla durata dell'integrazione stessa. Inoltre si è visto che un valore di λ considerato accettabile oscilla tra 0,2 e 0,4 e comporta un errore tanto maggiore quanto la componente inerziale dell'accelerazione lineare risulti elevata. Nel caso del movimento con la piattaforma tale componente è sempre minore di 1 m/s^2 ed aumentando λ non si ha un aumento nell'errore angolare. Nel caso invece del doppio pendolo, l'accelerazione inerziale risulta essere maggiore di $3,5 \text{ m/s}^2$ ed un valore di λ già maggiore di 1 comporta un errore angolare non ammissibile.

2.4 Conclusioni

Nel presente capitolo sono stati presentati due aspetti fondamentali per lo sviluppo del casco strumentato:

1. i requisiti di progettazione;
2. gli algoritmi risolutivi della cinematica.

La progettazione e lo sviluppo di questo trasduttore è passato attraverso tre prototipi. La motivazione risiede nella presenza sul mercato di una grande varietà di sensori e soprattutto dalle continue innovazioni prodotte dalle case costruttrici. Si pensi che, nel 2004, anno di inizio dottorato, i giroscopi avevano prezzi elevati e gli accelerometri di tipo triassiale erano ben pochi, di grandi dimensioni e, nella maggior parte dei casi, costruiti con due accelerometri biassiali posti ortogonalmente tra loro. Dopo aver scelto i sensori da utilizzare che rispettassero i vincoli individuati (peso, dimensione, campo di misura, banda passante, ecc) si è passati alla fase realizzativa montando tali sensori su di un casco da ciclista. Nei primi due prototipi sviluppati sono stati utilizzati unicamente sensori accelerometrici, mentre nel prototipo γ sono stati montati anche tre giroscopi.

Nella seconda parte del capitolo sono stati descritti gli algoritmi necessari per determinare, note le uscite dei sensori posti sul casco, le grandezze cinematiche quali:

- accelerazione angolare
- accelerazione lineare
- velocità angolare
- assetto

Particolare attenzione è stata posta all'ultima grandezza cinematica, introducendo dapprima le varie rappresentazioni di questa (matrice di rotazione, angoli, quaternioni) e poi un innovativo algoritmo risolutivo che tiene conto oltre che dei dati provenienti dai giroscopi anche di quelli accelerometrici. Per verificare la bontà di tale algoritmo si è svolta una simulazione tenendo presente tre diversi movimenti a cui il casco può essere soggetto:

- movimento tipico della testa durante il cammino
- movimento della testa dato da una perturbazione della base di appoggio (studio della posturografia dinamica)
- movimento fornito da un sistema a doppio pendolo utilizzato nei prossimi capitoli come strumento di taratura e verifica.

Infine si è individuato un valido intervallo di valori della costante di rigidità λ presentata nel paragrafo 2.3.3.3 che permetta di ottenere gli angoli di rotazione rappresentativi dell'assetto del casco con un errore angolare contenuto.

L'algoritmo qui introdotto risulta migliore di un'integrazione brutale dei dati dei giroscopi in quanto si utilizzano anche conoscenze derivate dagli accelerometri. L'algoritmo funziona se durante il movimento non ci sono per lunghi tratti accelerazioni inerziali costanti che inficerebbero l'ipotesi a monte di utilizzare gli accelerometri come inclinometri.

2.5 BIBLIOGRAFIA

1. CAPPÀ P, MASIA L, PATANÈ F, 2005, "Numerical validation of linear accelerometer systems for the measurement of head kinematics" ASME Journal of Biomechanical Engineering; 127: 919-928
2. CAPPÀ P, PATANÈ F, ROSSI S. "A redundant accelerometric cluster for the measurement of translational and angular acceleration and angular velocity of the head" ASME Journal of Medical Devices 2007 1:14-22
3. JACK C, CHOU K. "Quaternion kinematic and dynamic differential equations" IEEE Transactions on Robotics and Automation 1992 8,1: 53-64
4. Appunti dal corso del prof. Sabatini: "Inertial/Magnetic sensing for human movement analysis" Roma 6-8 febbraio 2007

III CAPITOLO

Dispositivi di taratura e verifica del casco

3.1 Introduzione

In questo capitolo vengono descritti i vari dispositivi utilizzati per la taratura e la verifica del casco strumentato. I sistemi in esame sono:

- Sistema optoelettronico VICON;
- Sistema a pendolo;
- Sistema a bipendolo.

Gli ultimi due sono stati progettati e realizzati *ad hoc* per l'utilizzo con il dispositivo sviluppato.

Per ognuno dei precedenti dispositivi sono esaminati i pregi ed i difetti nell'utilizzo con il casco strumentato. Si riportano gli algoritmi necessari per la taratura ed i risultati raggiunti. I sistemi a pendolo ed a doppio pendolo vengono utilizzati anche come dispositivi di verifica potendo fornire al casco degli spostamenti, velocità ed accelerazioni misurabili con altre catene di misura. Inoltre per il sistema a doppio pendolo è stata condotta una simulazione atta a determinare l'incertezza associata a questo dispositivo in modo da poter caratterizzare l'incertezza associata alla misura delle accelerazioni angolari, accelerazioni lineari, velocità angolari ed angoli di rotazione ottenute con il casco strumentato.

3.2 Sistema optoelettronico VICON

Il Vicon è un sistema optoelettronico in grado di rilevare la posizione assunta da un corpo nello spazio tramite speciali videocamere a raggi infrarossi e marker riflettenti (Figura 3.1). I marker, aventi una forma sferica, sono posti sull'oggetto in esame. I raggi riflessi da questi sono visti dalle telecamere come dei punti luminosi. Il sistema optoelettronico riesce, tramite algoritmi matematici basati sulla stereometria, a combinare le immagini bidimensionali provenienti da ogni telecamera in modo da ottenerne una tridimensionale (Figura 3.2).

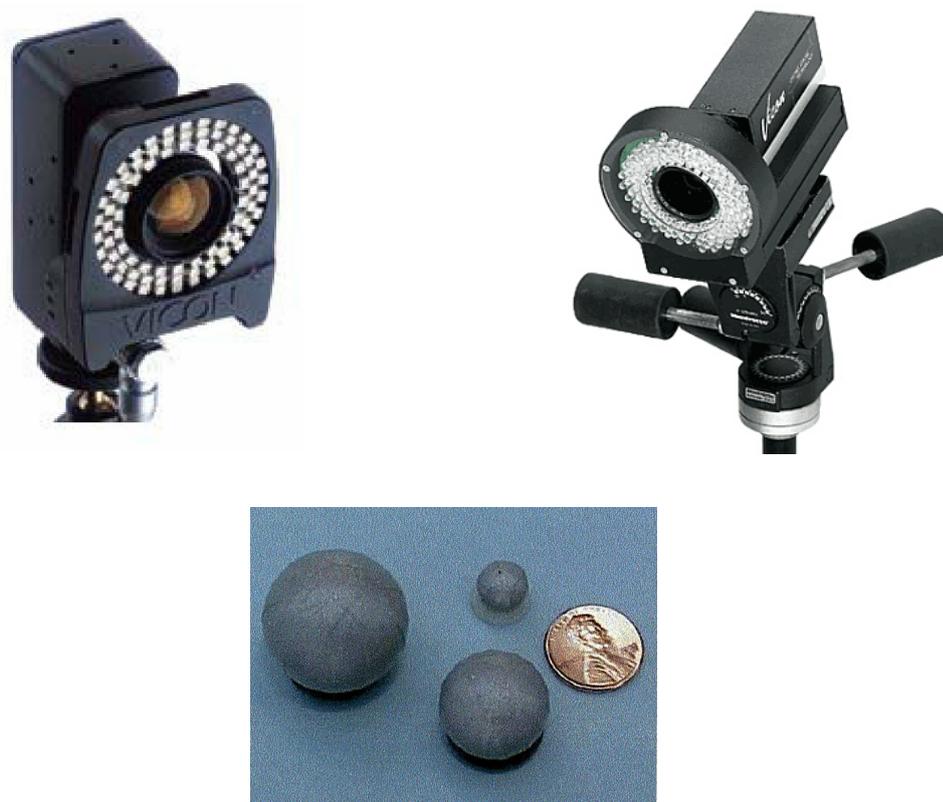


Figura 3.1 Esempi di telecamere e marker utilizzati nel sistema di acquisizione optoelettronico Vicon

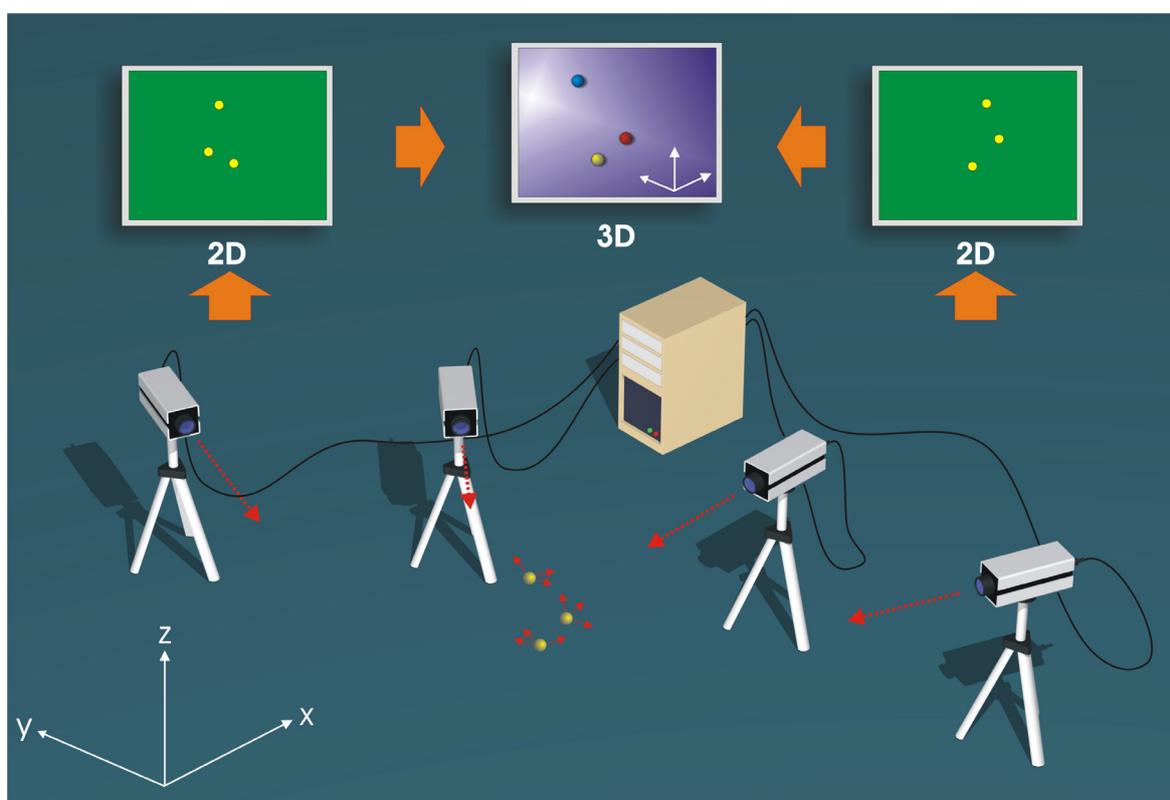


Figura 3.2 Ogni telecamera acquisisce immagini in due dimensioni ed il computer centrale ne elabora la rappresentazione in 3D

La frequenza di acquisizione del sistema utilizzato è programmabile fino a 1 kHz. Il sistema Vicon fornisce la posizione, espressa in millimetri, di ogni marker visibile dalle telecamere con un'accuratezza, dichiarata dal costruttore, di 1/3000 della diagonale di dimensione maggiore del volume di misura. Con volume di misura si intende lo spazio in cui viene effettuata la taratura dinamica del sistema e coincidente, nella maggior parte dei casi, con la zona centrale rispetto alla disposizione delle telecamere (Figura 3. 3).

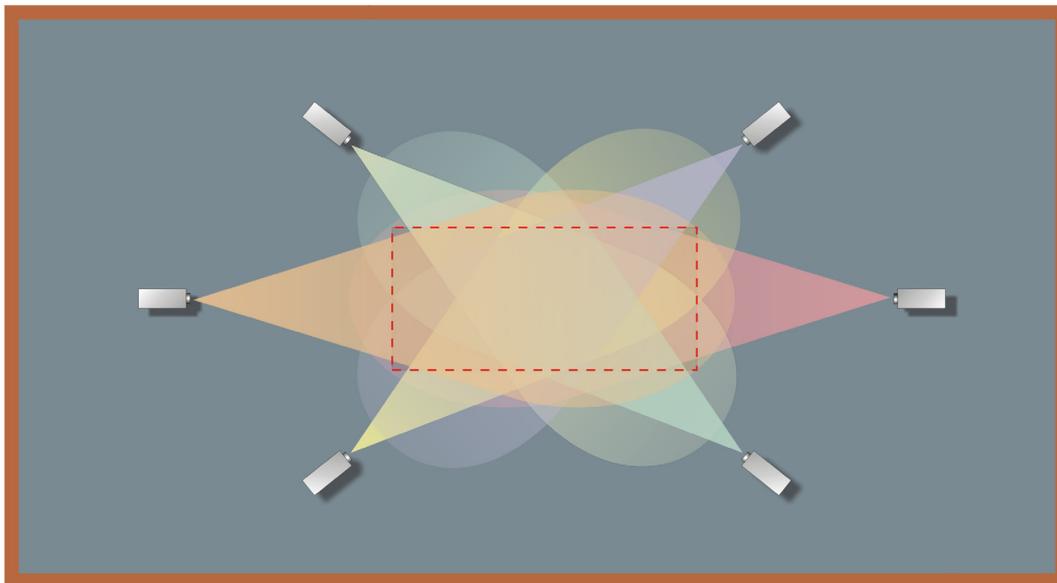


Figura 3. 3 Campo di misura visto dalle telecamere

Il protocollo di utilizzo del dispositivo consiste in:

- Taratura statica e dinamica del volume di misura. Tale operazione è necessaria affinché il software utilizzato permetta di determinare la posizione delle telecamere rispetto al laboratorio dove vengono fatte le misurazioni (taratura statica) e la loro posizione reciproca (taratura dinamica). La prima taratura avviene tramite un oggetto a forma di L posto dove si vuole l'origine del sistema di riferimento fisso *SRO*. Su di esso sono presenti dei marker che, tramite la loro individuazione da parte delle telecamere, determinano la posizione di queste nel laboratorio (Figura 3.4). La seconda consiste nel muovere all'interno del volume di misura desiderato una bacchetta su cui sono posizionati due o più marker e di cui si conoscono le distanze reciproche.



(a)



(b)

Figura 3.4 Bacchette per la taratura statica (a) e dinamica (b) del volume di misura.

- Si equipaggia l'oggetto di cui si vuole conoscere la cinematica con marker riflettenti.
 - Il sistema acquisisce la posizione dei marker in 2D per ogni telecamera, li elabora, e fornisce la posizione in 3D degli stessi.
 - Tramite software possono essere dedotte le altre grandezze cinematiche quali velocità e accelerazioni.
- La procedura appena descritta ed applicata allo studio del passo umano è riassunta nello schema a blocchi in Figura 3.5.

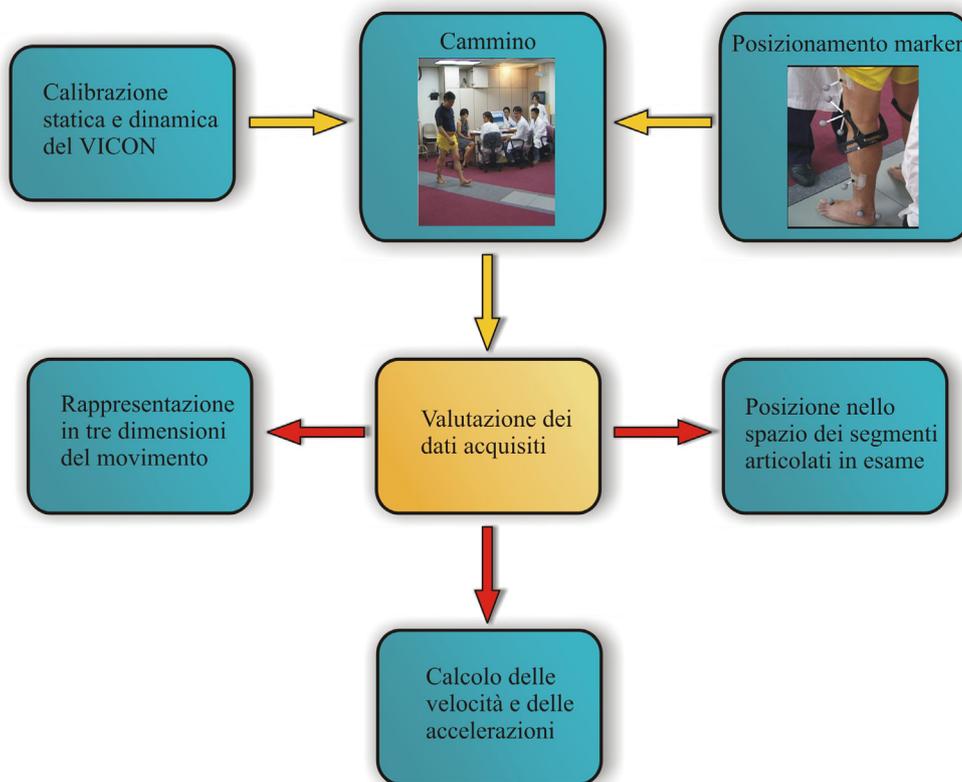


Figura 3.5 Procedura utilizzata nell'analisi del passo umano

Il sistema optoelettronico può quindi essere utilizzato per conoscere la posizione del casco strumentato nello spazio. Per l'operazione di taratura del casco il sistema viene configurato in modo da rilevare la posizione di un corpo in un volume di misura pari a 1 x 1 x 1 m, con un'accuratezza complessiva di $\pm 0,5$ mm. Vengono posti quattro marker sul casco in modo da poterne conoscere, istante per istante, la posizione rispetto al sistema di riferimento fisso. Inoltre si pongono tre marker su di una crocetta di alluminio in modo da individuare il sistema di riferimento solidale al casco (Figura 3.6).



Figura 3.6 marker posizionati sul casco e su un crocetta di alluminio utile per individuare il sistema di riferimento solidale al casco

La taratura del casco avviene con una procedura “quasi-statica”, ossia fornendo manualmente al dispositivo delle variazioni di assetto casuali e molto lente all’interno del campo di misura del sistema optoelettronico. Vengono acquisiti nel contempo gli output degli accelerometri fissati al casco. L’uscita di ogni sensore risulta essere:

$$V = S(\mathbf{n}^T (\mathbf{a} - \mathbf{g})) + O \quad (3.1)$$

Dove $(\mathbf{a} - \mathbf{g})$ è l’accelerazione assoluta espressa nel sistema di riferimento relativo al casco SRI . Del termine $(\mathbf{a} - \mathbf{g})$ può essere trascurata la componente inerziale dato che gli spostamenti del casco sono molto lenti. In tal modo si considera agente sul dispositivo unicamente l’accelerazione di gravità \mathbf{g} .

Per ogni asse sensibile degli accelerometri si può riscrivere l’equazione (3.1) come:

$$V = S(\mathbf{n}^T \cdot {}^1R_0 \cdot {}^0(-\mathbf{g})) + O \quad (3.2)$$

Dove 1R_0 rappresenta la matrice di rotazione che porta dal sistema di riferimento assoluto al sistema di riferimento del casco. Noto che il vettore \mathbf{g} è diretto secondo l’asse z del sistema fisso ed ha valore che può essere approssimato a -9810 mm/s^2 l’equazione precedente diventa:

$$V_{[1 \times N_f]} = [S\mathbf{n}^T \quad O]_{[1 \times 4]} \cdot \begin{bmatrix} {}^1R_0 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix}_{[4 \times N_f]} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

dove N_f rappresenta il numero di frame acquisiti durante la prova di taratura.

La precedente equazione può essere riscritta considerando tutti gli accelerometri presenti sul casco, ossia sedici nel caso del prototipo α e venti nel caso del prototipo β e γ :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_{N_a} \end{bmatrix}_{[N_a \times N_f]} = \begin{bmatrix} S_1 \mathbf{n}_1^T & O_1 \\ \vdots & \vdots \\ S_{N_a} \mathbf{n}_{N_a}^T & O_{N_a} \end{bmatrix}_{[N_a \times 4]} \cdot \begin{bmatrix} {}^1R_0 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix}_{[4 \times N_f]} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Dalla precedente equazione si ottiene la matrice di taratura:

$$\begin{bmatrix} S_1 \mathbf{n}_1^T & O_1 \\ \vdots & \\ S_{N_a} \mathbf{n}_{N_a}^T & O_{N_a} \end{bmatrix}_{[N_a \times 4]} = \begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_{N_a} \end{bmatrix}_{[N_a \times N_f]} \cdot \text{pinv} \left(\begin{bmatrix} {}^1R_0 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\mathbf{g} \end{pmatrix} \\ 1 \end{bmatrix} \right)_{[N_f \times 4]} \quad (3.5)$$

Per poter determinare, note le uscite del casco, le grandezze cinematiche della testa bisogna individuare la matrice di sensibilità globale \mathbf{M} , come riportato nell'equazione (2.12), ossia:

$$\mathbf{M} = \mathbf{S} \cdot [\mathbf{K} \quad \mathbf{N}^T] \quad (3.6)$$

La matrice diagonale di sensibilità \mathbf{S} e la matrice versori degli assi sensibili \mathbf{N} possono essere calcolate noti i risultati dell'equazione (3.5):

$$\mathbf{N} = [\mathbf{n}_1 \quad \dots \quad \mathbf{n}_i \quad \dots \quad \mathbf{n}_{N_a}]$$

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} S_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & S_{N_a} \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

Per poter conoscere la matrice rotazionale \mathbf{K} , definita dai prodotti tra le posizioni degli accelerometri ed i versori \mathbf{n} (2.8), bisogna determinare in altro modo le posizioni dei sensori rispetto al sistema di riferimento SRI . Si procede quindi, utilizzando sempre il sistema optoelettronico, con un'acquisizione in cui si pone il casco all'interno del volume di misura e si indicano, tramite una bacchetta equipaggiata con due marker, tutti gli accelerometri presenti sul dispositivo. La posizione di un generico sensore è (Figura 3.7):

$$\begin{aligned} {}^0\mathbf{p}_{Acc} &= {}^0\mathbf{p}_A + {}^0\mathbf{d} - {}^0\mathbf{p}_{cl} \\ {}^1\mathbf{p}_{Acc} &= {}^1\mathbf{H}_0 \cdot [{}^0\mathbf{p}_{Acc}] \end{aligned} \quad (3.8)$$

Dove:

- ${}^0\mathbf{p}_{Acc}$: è la posizione dell'accelerometro nel sistema di riferimento fisso;
- ${}^1\mathbf{p}_{Acc}$: è la posizione dell'accelerometro nel sistema di riferimento del casco;
- ${}^0\mathbf{p}_A$: è la posizione del marker A nel sistema di riferimento fisso;
- ${}^0\mathbf{p}_{cl}$: è la posizione del centro del sistema di riferimento del casco visto nel sistema di riferimento fisso;
- ${}^1\mathbf{H}_0$: è la matrice di rototraslazione tra il sistema di riferimento 0 ed 1;
- ${}^0\mathbf{d}$: è la distanza tra i due marker posti sulla bacchetta nel sistema di riferimento fisso.

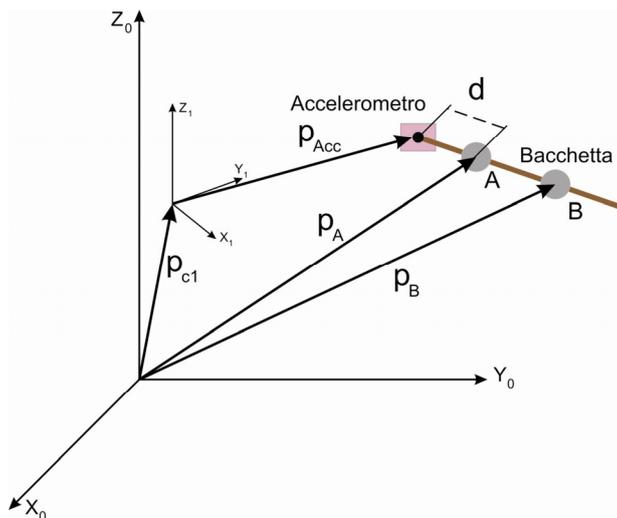


Figura 3.7 Determinazione della posizione degli accelerometri nel sistema di riferimento solidale con il casco (1)

Bisogna conoscere anche la posizione del marker B per sapere la direzione del vettore d . Note tutte le posizioni degli accelerometri, tramite le equazioni (2.8) e (3.6), si può calcolare la matrice di sensibilità globale M .

Con l'utilizzo del sistema optoelettronico per la taratura del casco si ha il vantaggio di poter determinare la posizione degli accelerometri montati sul casco con elevata accuratezza stimata in $\pm 0,5$ mm. Di contro gli svantaggi sono:

- tecnologia di elevato costo;
- utilizzo in laboratori progettati *ad hoc* per tale sistema.

Si riportano in Tabella 3.1 le sensibilità dei 16 accelerometri ottenute utilizzando questa procedura in cinque giorni differenti.

Tabella 3.1 Sensibilità calcolata tramite sistema optoelettronico in cinque giorni differenti

Sensibilità (mV/m/s ²)	Giorno				
	Primo	Secondo	Terzo	Quarto	Quinto
<i>N. asse sensibile</i>					
1	31,7	31,5	31,5	31,7	31,5
2	32,2	32,3	32,2	31,9	31,8
3	33,3	33,4	33,5	33,3	33,1
4	32,4	32,1	32,2	32,4	32,5
5	31,6	32,1	31,9	31,8	31,7
6	32,4	32,0	32,1	32,1	32,7
7	33,4	33,9	33,7	33,9	33,5
8	33,5	32,7	33,0	33,0	32,9
9	33,3	33,4	33,4	33,4	33,5
10	32,9	32,6	32,8	32,4	32,5
11	32,9	33,3	33,3	33,1	33,2
12	32,4	32,1	32,1	32,3	32,1
13	32,7	32,5	32,5	32,4	32,6
14	32,3	32,5	32,5	32,4	32,6
15	33,0	33,2	33,0	32,9	33,0
16	33,3	33,1	33,1	33,3	33,0

Nella Tabella 3.2 sono riportate le variazioni massime delle sensibilità per ogni accelerometro espresse in percentuale rispetto al valore medio.

Tabella 3.2 Scarto massimo percentuale della sensibilità calcolata in cinque giorni differenti

<i>N. asse sensibile</i>	<i>Scarto massimo (% media)</i>
1	0,6
2	1,5
3	1,2
4	1,2
5	1,6
6	2,1
7	1,5
8	2,4
9	0,6
10	2,1
11	1,2
12	0,9
13	0,9
14	0,9
15	0,9
16	0,9

Queste variazioni percentuali possono essere ascritte sia ad una variazione della temperatura che ad una variazione della tensione di alimentazione in quanto gli accelerometri sono sensori raziometrici. Una variazione del 2% sulla stima della sensibilità si ripercuote con un valore analogo sulla stima dell'accelerazione sentita da ogni asse del sensore. Per l'utilizzo in ambito clinico tale valore può ritenersi limitato, inoltre, poiché ci si avvale di un numero ridondante di sensori per la stima dell'accelerazione lineare ed angolare della testa, l'incertezza dovuta alla stima della sensibilità influisce in modo minore nella valutazione di tali grandezze.

Nel paragrafo seguente verrà confrontata questa metodologia di taratura con quella determinata tramite pendolo.

3.3 Sistema a pendolo

3.3.1 Utilizzo per la taratura del casco

Il sistema a pendolo (Figura 3.8) è un dispositivo in grado di imporre al casco una rotazione misurabile tramite encoder ad alta risoluzione (5000 ppr associato ad un decoder 4x).

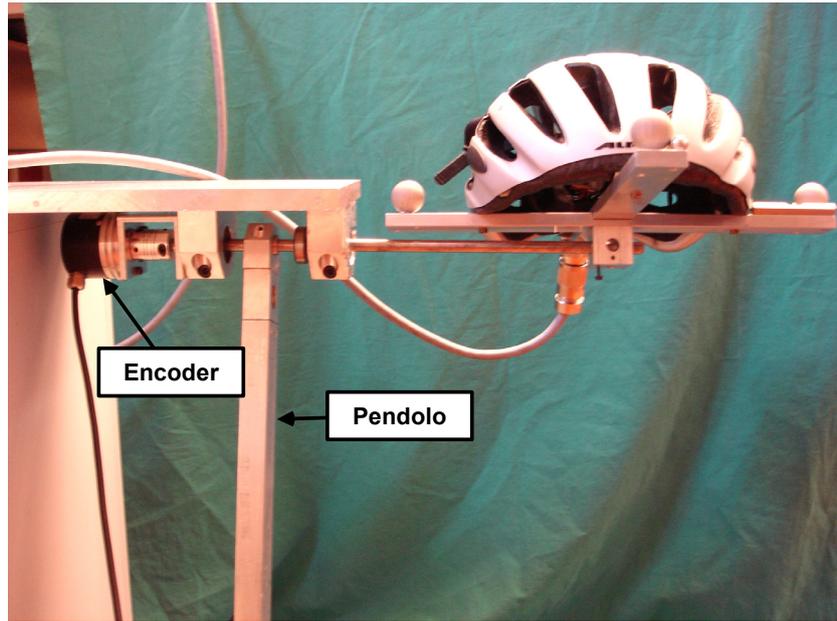


Figura 3.8 Sistema a pendolo per la taratura del casco

Per determinare la matrice di sensibilità e la direzione degli assi sensibili si procede in modo analogo all'utilizzo del sistema optoelettronico tenendo presente che, in questo caso, la componente inerziale del termine $(\mathbf{a}_0 - \mathbf{g})$ non è nulla. Per ogni accelerometro, dall'equazione (3.2), si può scrivere:

$$\begin{bmatrix} S_i \mathbf{n}_i^T & O_i \end{bmatrix}_{[1 \times 4]} = V_i_{[1 \times N_f]} \cdot pinv \left(\begin{bmatrix} {}^1R_0 \cdot {}^0(a_{Acc_i} - \mathbf{g}) \\ 1 \end{bmatrix} \right)_{[N_f \times 4]} \quad (3.9)$$

Con il termine a_{Acc_i} si indica l'accelerazione agente sull'accelerometro i . Questa si calcola dall'equazione (2.2) nota la velocità e l'accelerazione angolare tramite singola e doppia derivazione dei dati dell'encoder. Tramite tale trasduttore si determina anche la matrice di rotazione 1R_0 . Per ottenere la matrice di sensibilità globale \mathbf{M} bisogna conoscere la posizione degli accelerometri sul casco. Questa si ricava tramite una prova statica effettuata con il sistema optoelettronico già descritta nel paragrafo precedente ed utilizzando l'equazione (3.6).

Il casco viene montato sul pendolo con un asse parallelo all'asse di rotazione. Tramite un cubo di acciaio con dimensioni pari a 3 x 3 x 3 cm con foro passante di diametro 1 cm su di ogni faccia si può collegare il casco all'asse di rotazione del pendolo intorno agli assi x y e z . Il pendolo viene lasciato cadere da un'altezza nota in modo che oscilli per almeno cinque secondi. L'allineamento del casco viene controllato con livelle a bolla. In fase di collaudo del dispositivo è stata riscontrata una tolleranza di allineamento tra l'asse di rotazione del pendolo e l'asse del casco, a causa del sistema di afferaggio casco-pendolo, limitata (minore di 0,5 °) solo secondo gli assi x e y (Figura 3.9), mentre è risultata essere maggiore (1 °) secondo l'asse z a causa di un difetto nel succitato afferaggio. Pertanto le prove di taratura sono limitate a due prove di rotazione effettuate solo intorno agli assi x e y . Nell'intervallo temporale tra tali prove è necessario smontare il casco dal pendolo e ricollegarlo ponendo il secondo asse parallelo all'asse di rotazione. Sono necessarie almeno due rotazioni intorno a due assi perpendicolari in quanto se un asse di un accelerometro fosse diretto esattamente parallelo all'asse di rotazione, su di esso non agirebbe nessuna accelerazione poiché tutte le direzioni delle grandezze vettoriali dell'equazione (2.1) sarebbero perpendicolari a tale asse.

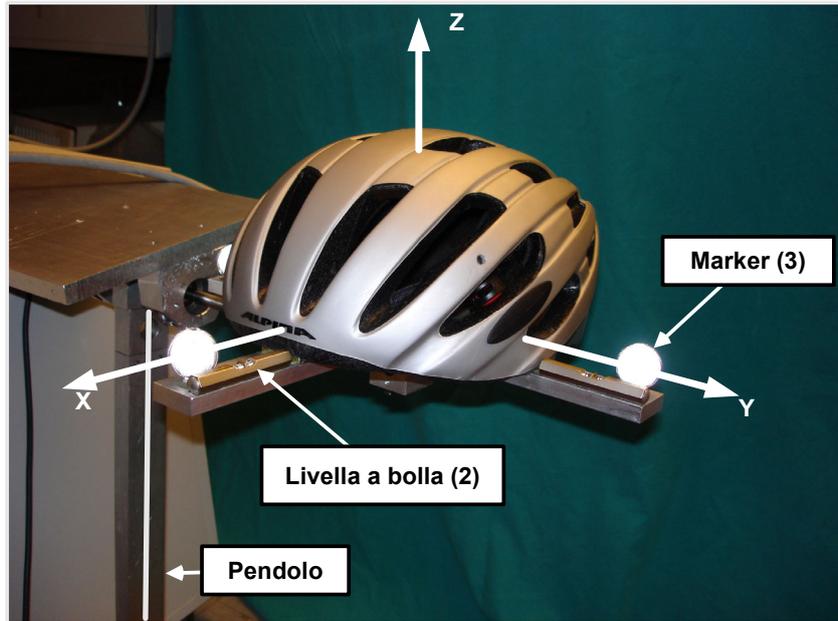


Figura 3.9 Sistema di riferimento del casco

Per valutare la riproducibilità del sistema a pendolo [1] sono state svolte tre operazioni di taratura in tre giorni differenti. Le posizioni degli accelerometri sono state determinate tramite il sistema optoelettronico seguendo la procedura riportata nel paragrafo 3.2. Si è utilizzato il prototipo α del casco strumentato, ossia quello su cui sono stati montati otto accelerometri biassiali. Sono state quindi condotte 9 prove di verifica (tre intorno ad ogni asse) e si è deciso di confrontare i risultati utilizzando separatamente le tre matrici di sensibilità globale (\mathbf{M}) ottenute durante i tre giorni. La verifica menzionata ha lo scopo di evidenziare la necessità o meno di effettuare la taratura del casco prima di ogni utilizzo. Il procedimento di ritaratura è analizzato in quanto i sistemi inerziali accelerometrici hanno una sensibilità variabile sia con la temperatura che con la tensione di alimentazione e questo può comportare una variazione nella sensibilità che può pregiudicare le misure effettuate con il dispositivo. Come indice di dispersione dei 27 casi analizzati (9 prove analizzate con le 3 tarature) vengono introdotti ed utilizzati due parametri.

Il primo rappresenta, in percentuale, l'errore che si commette nella misura del modulo dell'accelerazione angolare utilizzando il casco:

$$\varepsilon_{|\dot{\omega}|} = \frac{std(|\dot{\omega}_c| - |\dot{\omega}_e|)}{|\Delta\dot{\omega}|_{Max}} \cdot 100 \quad (3.10)$$

Dove:

$|\dot{\omega}_c|$: è il modulo dell'accelerazione angolare misurata con il casco;

$|\dot{\omega}_e|$: è il modulo dell'accelerazione angolare misurata con l'encoder;

$|\Delta\dot{\omega}|_{Max}$: è l'intervallo massimo dell'accelerazione angolare (30 rad/s²);

std: è la deviazione standard.

Per come è stato ideato il dispositivo a pendolo, si imprimono al casco tre oscillazioni intorno agli assi di riferimento (x, y e z). Per ogni rotazione, nel caso ideale, le accelerazioni angolari misurate lungo gli assi perpendicolari a quello di oscillazione sono nulle; per quantificare il caso effettivo si utilizza un secondo parametro che tenga conto della presenza di una accelerazione trasversale $\dot{\omega}_{ct}$ non nulla:

$$\varepsilon_{|\dot{\omega}_{ct}|} = \frac{std(|\dot{\omega}_{ct}|)}{|\Delta\dot{\omega}|_{Max}} \cdot 100 \quad (3.11)$$

Pertanto, mentre il primo parametro $\varepsilon_{|\dot{\omega}|}$ valuta la differenza tra il modulo dell'accelerazione angolare rispetto a quella determinata tramite encoder, il secondo $\varepsilon_{|\dot{\omega}_{ct}|}$ fornisce una indicazione della sensibilità trasversale del

casco. In Figura 3.10 viene riportata, per una singola prova, l'accelerazione angolare misurata con il pendolo e quella ottenuta tramite casco. Si può vedere come i tracciati risultano essere sovrapposti.

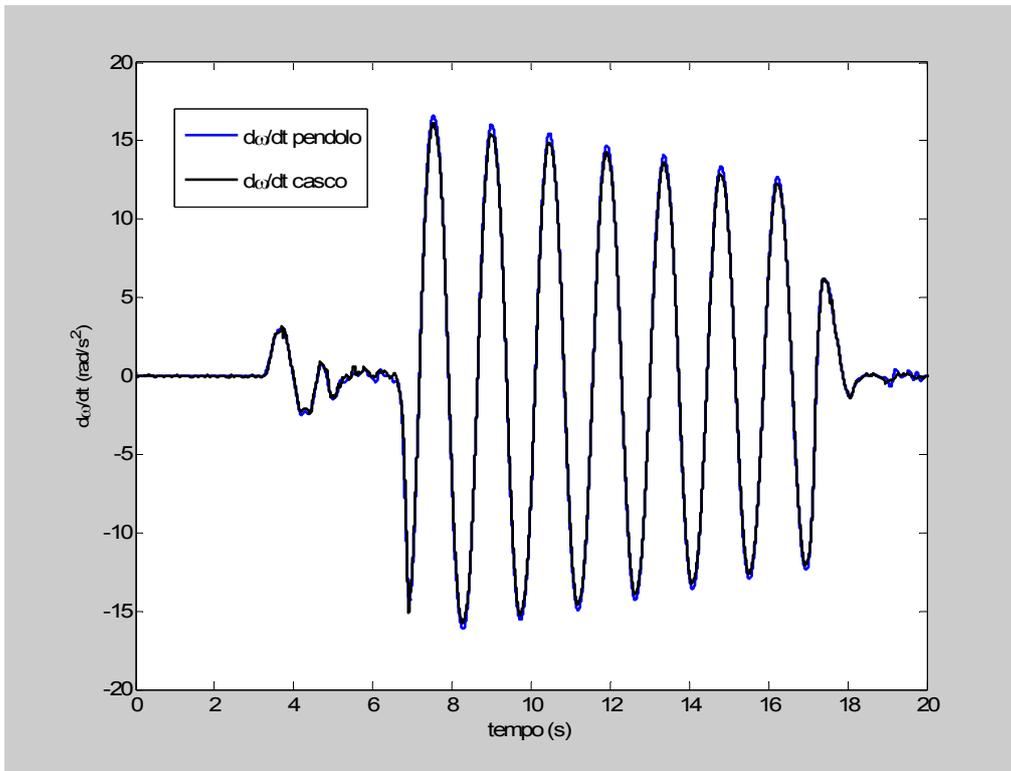


Figura 3.10 Andamento dell'accelerazione angolare calcolata tramite pendolo e casco

In Figura 3.11 è riportata l'accelerazione angolare del casco in funzione di quella misurata tramite pendolo. Si vede come la dispersione dei punti, in tutto l'intervallo di misura, sia piccola e concentrata intorno alla retta con coefficiente pari a 1.

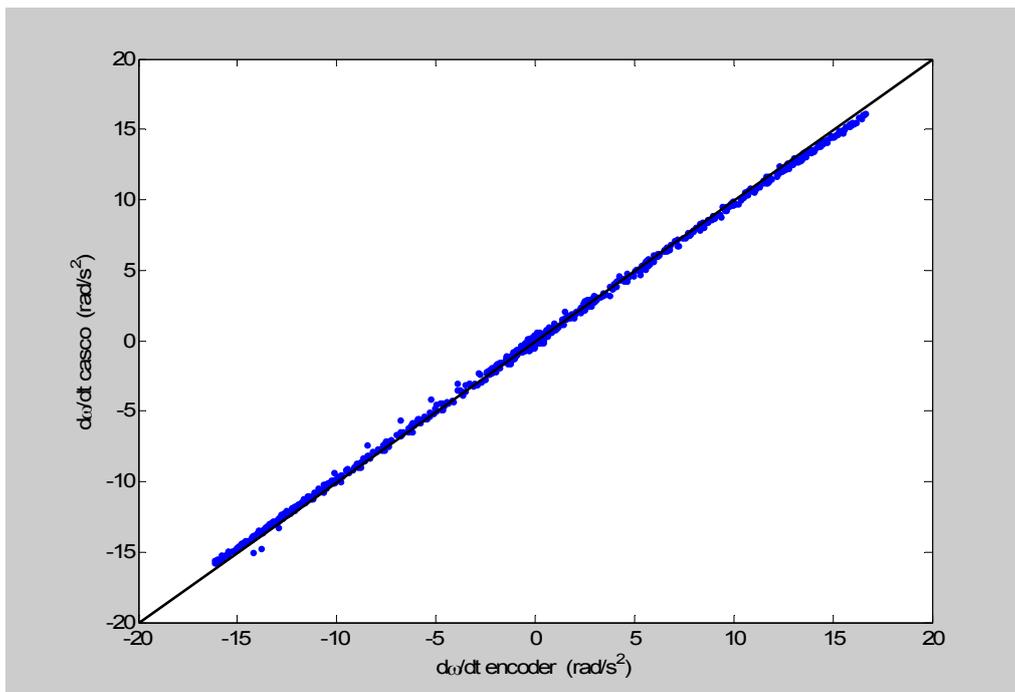


Figura 3.11 Accelerazione angolare misurata con il pendolo in funzione dell'accelerazione angolare misurata con il casco

Inoltre, allo scopo di verificare i risultati conseguiti con il pendolo, si è deciso di applicare alle prove di verifica anche la matrice di sensibilità (\mathbf{M}_{opt}) ottenuta con il sistema optoelettronico.

In Figura 3.12 vengono riportate le medie e le deviazioni standard dell'errore commesso nel calcolo del modulo dell'accelerazione angolare per le rotazioni intorno ai tre assi.

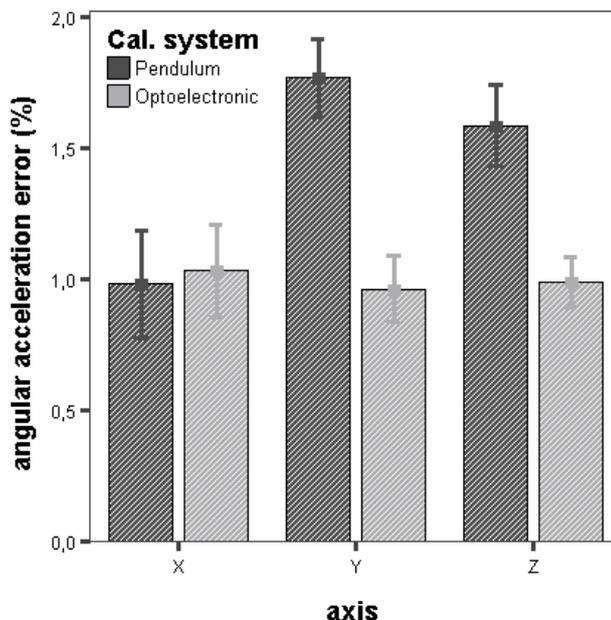


Figura 3.12 Medie e deviazioni standard dell'errore per le rotazioni intorno ai tre assi in termini di modulo dell'accelerazione angolare [1]

Limitando l'attenzione all'accelerazione angolare stimata tramite le matrici \mathbf{M} ottenute con il pendolo, è emerso un comportamento migliore del casco per le rotazioni intorno l'asse x , mentre i dati sono sostanzialmente equivalenti per gli assi y e z . Poiché le prove di taratura sono state effettuate sia intorno all'asse x che y , si prevedeva un analogo comportamento secondo detti assi, tuttavia tale circostanza non si è verificata. Per contro la taratura effettuata con il sistema optoelettronico per l'analisi del movimento ha mostrato che l'insieme pendolo-casco non possiede direzioni preferenziali in termini di caratteristiche metrologiche. Si osserva, infatti, un errore $\varepsilon_{|\dot{\omega}|} \leq 1,3\%$ per tutte e tre le direzioni di oscillazione. La spiegazione consiste nel fatto che, anche se un piccolo errore di allineamento del casco rispetto al piano di oscillazione del pendolo ($0,5^\circ$) si propaga in maniera trascurabile in sede di verifica di prestazioni, ovvero di utilizzo effettivo del casco, tuttavia esso si propaga in maniera più che proporzionale quando il pendolo è utilizzato per la taratura. Nel caso in questione, evidentemente il pendolo è caratterizzato da un errore di orientamento lungo l'asse y superiore a quello lungo l'asse x . Le prestazioni del sistema optoelettronico ($\varepsilon_{|\dot{\omega}|}$ medio rispetto ai tre assi pari a 1%) risultano essere leggermente superiori a quelle relative al sistema pendolo ($\varepsilon_{|\dot{\omega}|}$ pari a 1,4%). Poiché per le previste utilizzazioni del casco in ambito clinico possono essere ritenuti accettabili errori minori del 2%, la taratura del casco tramite sistema a pendolo è da considerarsi valida, anche se tale dispositivo comporta un errore superiore rispetto al sistema optoelettronico.

In Figura 3.13 si riportano le medie e le deviazioni standard dell'errore nella misura dell'accelerazione angolare dovuto alla sensibilità trasversale del casco strumentato.

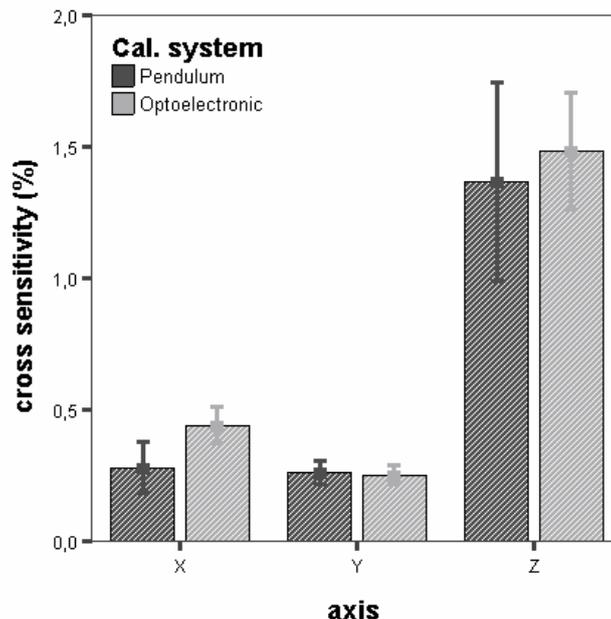


Figura 3.13 Medie e deviazioni standard dell'errore per le rotazioni intorno ai tre assi in termini di sensibilità trasversale [1]

Si osservano chiaramente gli effetti indotti dalla minore precisione nell'allineamento del casco secondo l'asse **z**. Detta osservazione è confermata anche dalle prove condotte con il sistema optoelettronico. In tutti i casi l'errore $\varepsilon_{|\omega|_t}$ risulta sempre essere inferiore al 2 %. Dal confronto tra le figure 3.4 e 3.5 è evidente che, nel caso della taratura effettuata tramite pendolo, per le rotazioni che avvengono lungo gli assi **x** e **y** l'errore è maggiore nel calcolo del modulo rispetto a quello dovuto alla sensibilità trasversale. Ciò implica che il casco fornisce in output una accelerazione angolare diretta secondo il reale asse di rotazione (errore sulla sensibilità trasversale compreso tra 0,2% e 0,3%) ma di intensità differente (errore sul modulo compreso tra 1 % e 2 %). Per quanto riguarda l'asse **z** si ha un errore della stessa entità (circa 1,5 %) per entrambi i parametri. Questo è spiegabile dato che, come precedentemente descritto, non è stato possibile, per le particolarità costruttive del pendolo, controllare in modo efficace l'allineamento del casco lungo l'asse **z**. Ciò ha comportato un evidente aumento dell'errore dovuto alla sensibilità trasversale, ovvero il casco, durante la prova, non oscilla esattamente intorno all'asse **z** del sistema di riferimento relativo al casco.

Per valutare la riproducibilità dell'operazione di taratura si riporta in Figura 3. 14 l'errore che si commette applicando alle prove di verifica la matrice di sensibilità calcolata (a) lo stesso giorno della prova oppure (b) in giorni differenti. Dal grafico è evidente come l'errore risulta essere sempre minore del 2 % e non ci siano differenze significative tra i due casi. Da ciò si evince come non sia necessario ogni volta procedere, prima dell'utilizzo del casco, ad una nuova taratura del dispositivo. Bisognerebbe testare la ritaratura del dispositivo anche per periodi maggiori dato che, in questo caso, le prove sono state condotte a distanza di una settimana una dall'altra.

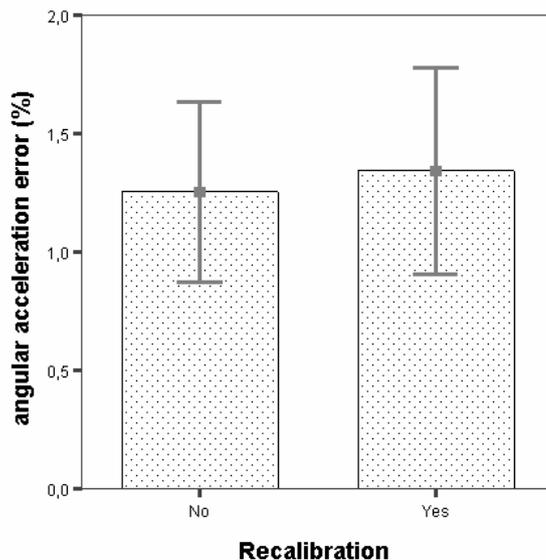


Figura 3. 14 Errore commesso applicando alle prove di verifica la matrice di sensibilità calcolata lo stesso giorno della prova (yes) oppure quella calcolata in giorni differenti (no) [1]

Il dispositivo di taratura a pendolo è quindi in grado di assicurare una taratura del dispositivo accelerometrico con un errore residuo minore del 2 %. Detto risultato è da ritenersi soddisfacente per gli utilizzi previsti in campo neuroriabilitativo. Le prestazioni del dispositivo di taratura proposto risultano inoltre confrontabili con quelle che si ottengono utilizzando un sistema ad alto costo quali sono i sistemi optoelettronici. I difetti di questo sistema sono:

- la necessità di conoscere la posizione dei sensori prima di effettuare la taratura o tramite sistema optoelettronico o posizionando questi in punti la cui distanza dal centro del sistema di riferimento casco risulti misurabile con nota accuratezza;
- la necessità di effettuare una prima prova lungo un asse, poi scollegare il casco dal sistema, ruotarlo di 90° e rimontarlo nuovamente per effettuare la seconda rotazione secondo l'altro asse.

3.3.2 Utilizzo per la verifica del casco

Come riportato precedentemente il pendolo è un dispositivo in grado di fornire una rotazione al casco secondo un asse parallelo al *SRI*. Per questo motivo può essere utilizzato come dispositivo di verifica delle qualità metrologiche del casco strumentato. Si è scelto di testare, tramite il pendolo semplice, il prototipo β del casco per la misura dell'accelerazione lineare ($\mathbf{a-g}$), dell'accelerazione angolare $\dot{\omega}$ e della velocità angolare ω . Non essendo montati nel prototipo β i giroscopi si valuta l'eliminazione della deriva di integrazione, presente poiché si ottiene la ω integrando direttamente la $\dot{\omega}$, utilizzando l'algoritmo presentato nel paragrafo 2.3.2. Si valuta infine l'effetto della ridondanza dei sensori nell'accuratezza delle misure succitate. Questo è possibile ottenerlo rimuovendo "virtualmente", ossia escludendo dalla fase di *post-processing*, da uno a quattro accelerometri biassiali, andando così ad analizzare anche le configurazioni a 12-14-16-18-20 assi.

Vengono imposte al dispositivo accelerometrico tre rotazioni intorno ad ogni asse \mathbf{x} , \mathbf{y} e \mathbf{z} , tramite il sistema a pendolo semplice, per un totale di nove prove. Tali prove sono state ripetute in tre giorni differenti in modo da averne a disposizione un totale di 27. Le oscillazioni imposte al casco sono di frequenza pari a circa 1-1.2 Hz. La velocità angolare si deduce direttamente integrando l'accelerazione angolare. Per eliminare la deriva di integrazione, altrimenti presente, si applica una procedura di compensazione la quale richiede che il casco sia fermo all'inizio ed alla fine della prova.

La procedura consiste così in:

- ipotizzare la linearità della deriva della velocità tra l'inizio e la fine dell'oscillazione, ossia quando il casco è fermo;
- calcolare la deriva nota la velocità misurata dal casco a fine prova;
- rimuovere dalla velocità angolare la deriva precedentemente individuata.

I parametri presi in esame per le accelerazioni sono quattro:

$$\varepsilon_{|\dot{\omega}|} = \sqrt{\frac{\sum (|\dot{\omega}_c| - |\dot{\omega}_e|)^2}{N_f}} \quad (3.12)$$

$$\varepsilon_{|\dot{\omega}_{ct}|} = \sqrt{\frac{\sum (|\dot{\omega}_{ct}|)^2}{N_f}} \quad (3.13)$$

$$\varepsilon_{|(\mathbf{a}_0 - \mathbf{g})|} = \sqrt{\frac{\sum (|(\mathbf{a}_0 - \mathbf{g})_c| - |(\mathbf{a}_0 - \mathbf{g})_e|)^2}{N_f}} \quad (3.14)$$

$$\varepsilon_{|(\mathbf{a}_0 - \mathbf{g})_t|} = \sqrt{\frac{\sum (|(\mathbf{a}_0 - \mathbf{g})_{ct}|)^2}{N_f}} \quad (3.15)$$

Avendo indicato, come nel paragrafo precedente, tramite i pedici:

‘c’: le grandezze misurate con il casco;

‘e’: le grandezze misurate con l’encoder;

‘t’: le componenti delle grandezze cinematiche trasversali al moto del pendolo.

Per la velocità angolare invece si prende in esame il massimo valore dell’errore introdotto dalla deriva, ossia:

$$\varepsilon_{|\omega|} = \max (|\omega_c| - |\omega_e|) \quad (3.16)$$

Dapprima si sono considerati i dati ottenuti dagli accelerometri non filtrati e si è visto che le differenze tra le accelerazioni angolari e lineari, misurate con il casco e con l’encoder, diminuiscono passando dalla configurazione a venti accelerometri a quella a dodici (Figura 3.15).

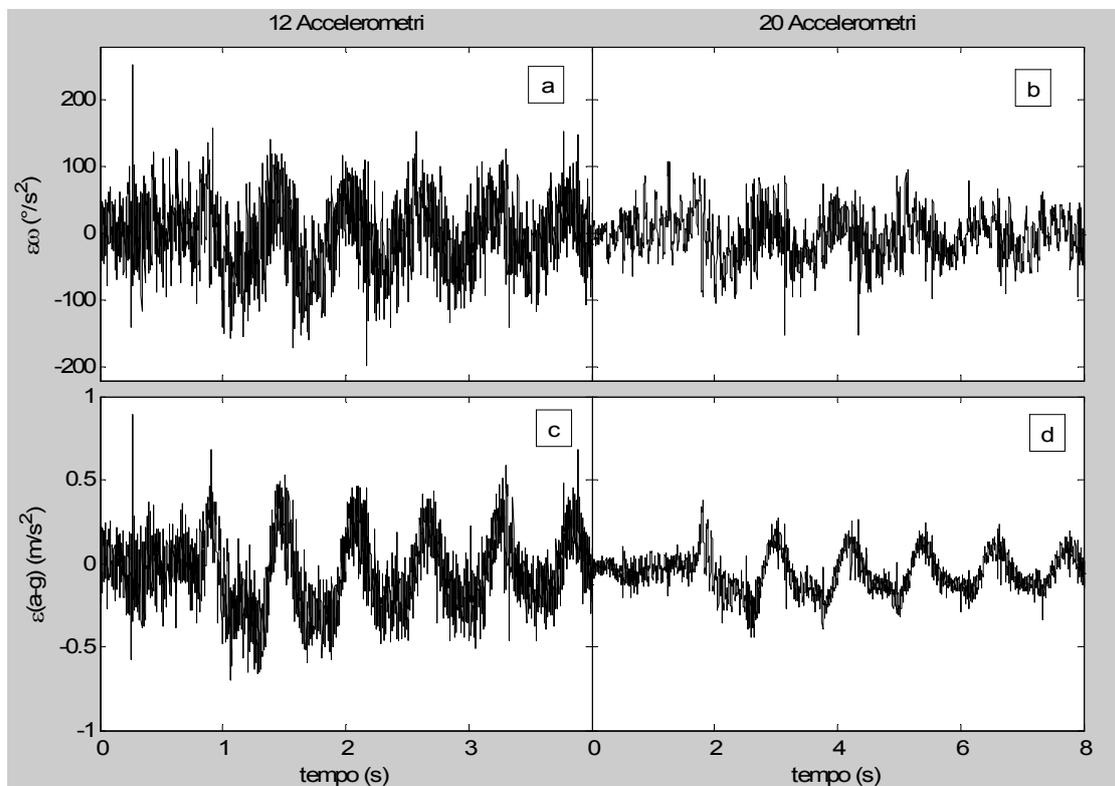


Figura 3.15 Errori tipici nella misura dell’accelerazione relativi ad una delle prove condotte: i dati non sono filtrati. Errori nell’accelerazione angolare usando (a) il cluster a 12 assi e (b) quello a 20. Errori nella misura di $(\mathbf{a}-\mathbf{g})_y$ usando (c) il cluster a 12 assi e (d) a 20 quello a venti

Per ridurre l'errore i dati vengono filtrati con un filtro Butterworth del secondo ordine. Si individuano due grandezze campione, $(a-g)_y$ e $\dot{\omega}_x$ e si filtrano con una frequenza di taglio variabile da 10 Hz fino a 450 Hz e con passo di 1 Hz. Viene calcolato il valore del RMSE per ogni frequenza di taglio sia per $(a-g)_y$ che per $\dot{\omega}_x$. In Figura 3.16 viene riportato l'andamento del RMSE in funzione della frequenza di taglio per le cinque configurazioni di accelerometri prese in esame. Dalla figura è evidente come sia necessario un filtro per eliminare la componente a 50 Hz e soprattutto come la ridondanza contribuisce alla diminuzione dell'errore nella misura delle accelerazioni. In più dalla figura 3.8 si evince che la ridondanza degli accelerometri non porta vantaggi se il numero passa da 16 a 20. Queste conclusioni sono importanti perché l'uso di un filtro passa basso limita, come noto, la frequenza massima del segnale da misurare cosicché, utilizzando un numero maggiore di accelerometri si può estendere la banda passante misurabile dal dispositivo accelerometrico.

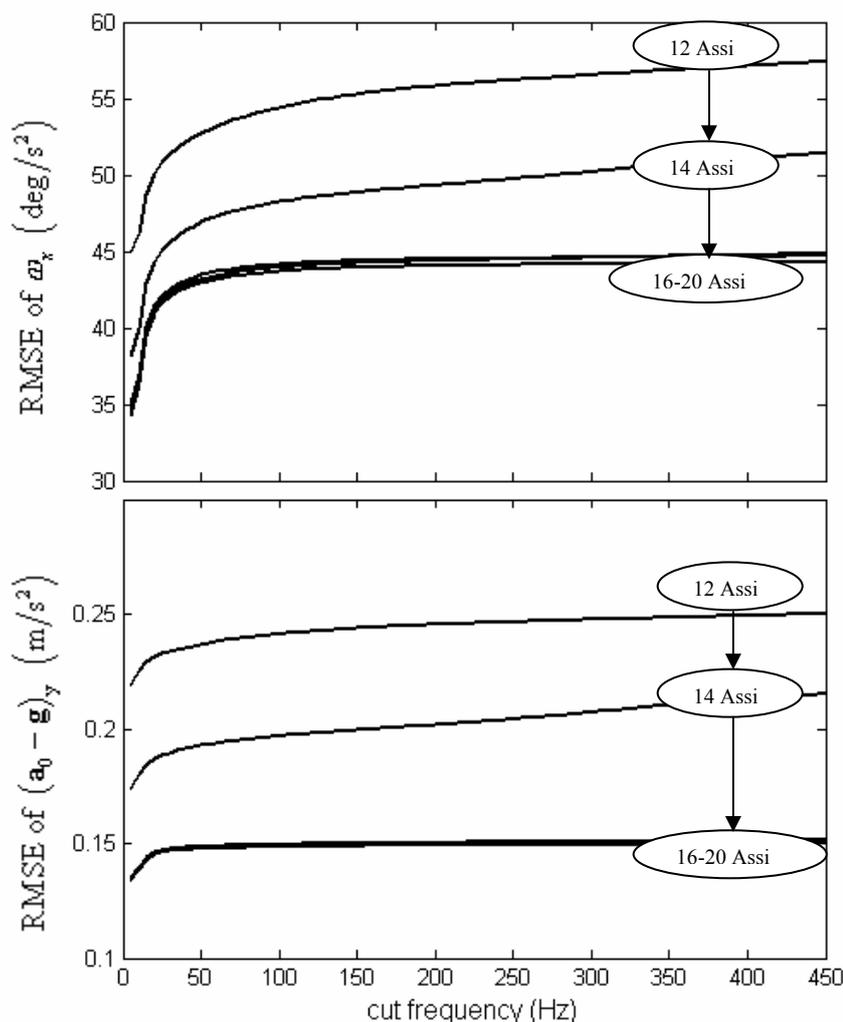


Figura 3.16 RMSE in funzione della frequenza di taglio utilizzata nel filtro passa basso applicato agli output degli accelerometri [2]

Nella Figura 3.17 si vede l'effetto della deriva sulla misura della velocità angolare rispetto a tre configurazioni del cluster accelerometrico (12-16-20 accelerometri).

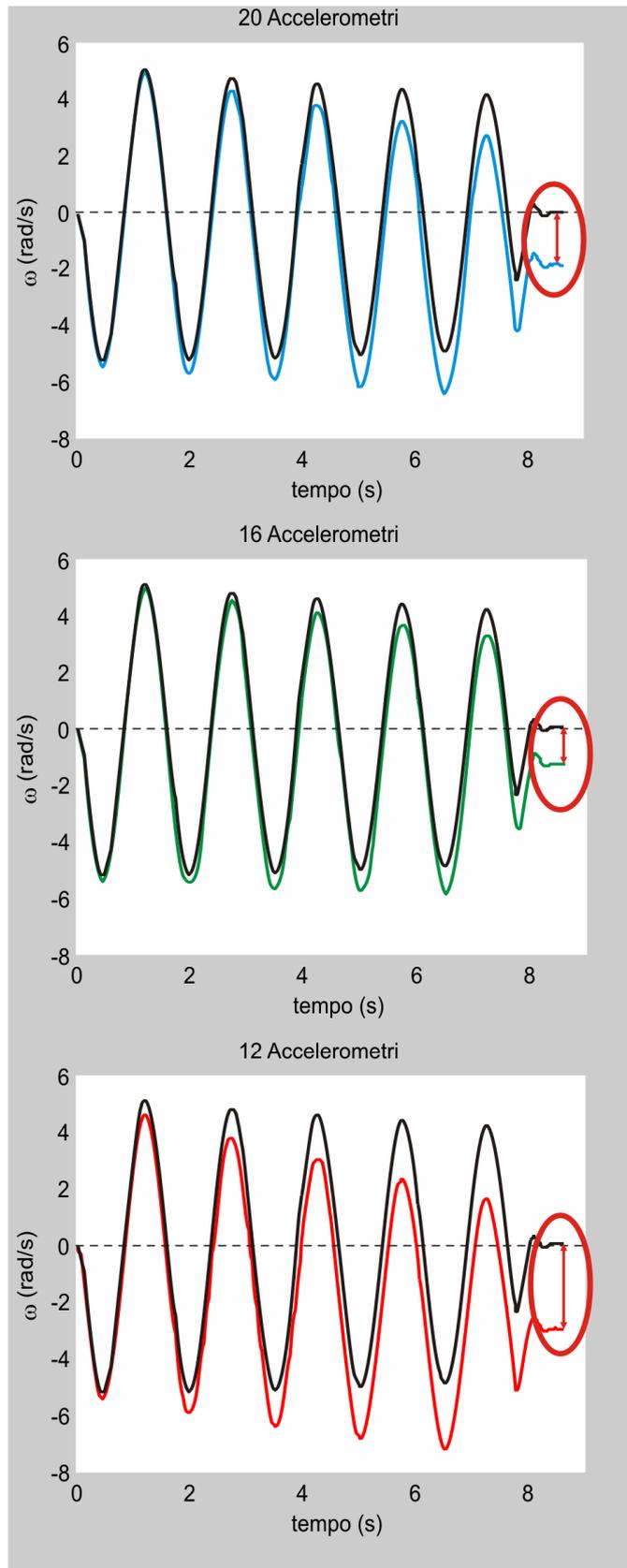


Figura 3.17 Deriva nella misura della velocità angolare rispetto a tre configurazioni del cluster accelerometrico (12-16-20 accelerometri)

Nella Figura 3.18 viene riportata l'errore sulla misura della velocità angolare calcolata in una singola prova. Il fenomeno di deriva dovuto all'integrazione è presente sia nella configurazione a venti accelerometri che a dodici, cosicché è necessaria in tutti i casi la procedura di compensazione. Nei grafici (c) e (d) sono riportate gli errori sulla misura della velocità angolare compensata per le due configurazioni in esame. È evidente come la ridondanza determina una diminuzione di tale errore.

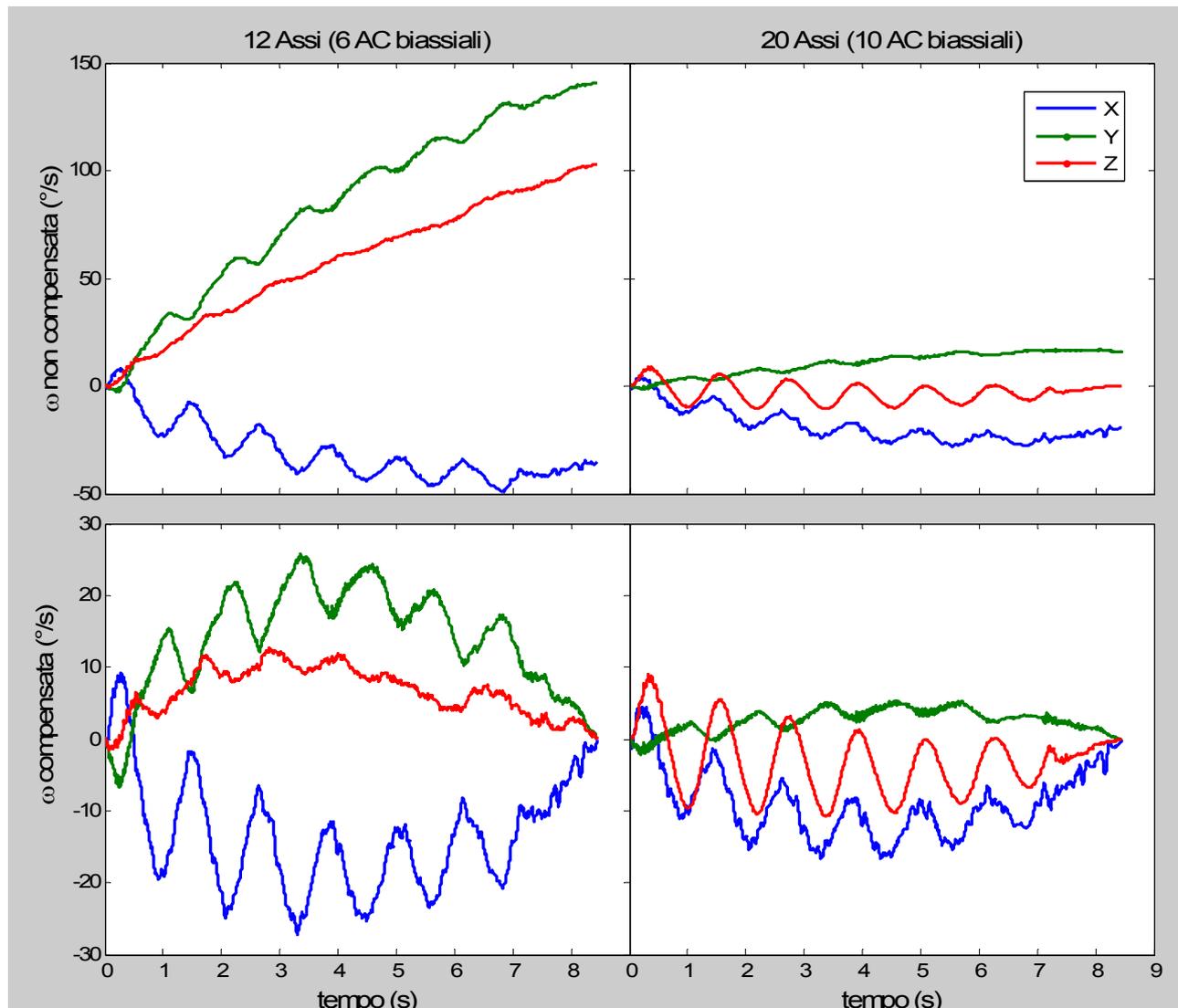


Figura 3.18 Errori nella misura della velocità angolare usando 12 accelerometri (a) e 20 (b); errori nella velocità angolare usando la procedura di compensazione nel cluster a 12 accelerometri (c) e a 20 (d)

Per l'analisi delle prestazioni del casco si filtrano gli output degli accelerometri a 10 Hz in quanto le oscillazioni imposte al casco sono di circa 1 Hz. Viene condotto uno studio statistico su tutte le variabile prima introdotte basato sull'ANOVA per determinare se ci sono differenze significative tra le cinque configurazioni accelerometriche. Se dall'ANOVA si deduce che ci sono differenze significative ($p < 0,01$) si procede con il test di Tukey ($p < 0,05$) per determinare tra quali cluster siano presenti tali differenze.

In

Tabella 3.3 sono riportati gli errori misurati per l'accelerazione angolare e quella lineare. Gli apici indicano i risultati del test di Tuckey ossia tra quali configurazioni di cluster esiste una differenza statisticamente significativa. Il valore medio su tutte le prove di $\varepsilon_{|a_0-g|}$ e di $\varepsilon_{|\dot{\omega}|}$ è rispettivamente di 140 mm/s^2 e $30 \text{ }^\circ/\text{s}^2$ rispetto ad un campo massimo di 7 m/s^2 e $1300 \text{ }^\circ/\text{s}^2$ per $|a_0-g|$ e $\dot{\omega}$. L'errore relativo al valore massimo risulta essere di circa il 2% per entrambe le variabili. Per la componente trasversale dell'accelerazione

lineare $\varepsilon_{|a_0-g|}$ il numero di assi non risulta essere significativo, mentre tali differenze sono presenti nell'accelerazione angolare trasversale. Questo deriva dal fatto che l'accelerazione lineare può essere ben misurata anche con un solo accelerometro triassiale, mentre come già detto, per determinare quella angolare bisogna conoscere almeno sei accelerazioni lineari del corpo rigido in esame.

Tabella 3.3 Confronto tra gli errori nella misura dell'accelerazione angolare e lineare utilizzando un differente numero di accelerometri [2]. Gli apici indicano tra quali configurazioni di cluster esiste una differenza statisticamente significativa

RMSE		Numero di assi				
		12	14	16	18	20
$\varepsilon_{ \omega }$	(°/s ²)	32	29	28	27	27
	% FS	2.5	2.2	2.1	2.1	2.1
$\varepsilon_{ \omega z}$	(°/s ²)	38 ^{16, 18, 20}	30 ^{16, 18, 20}	23 ^{12, 14}	21 ^{12, 14}	21 ^{12, 14}
	% FS	2.9	2.3	1.8	1.6	1.6
$\varepsilon_{ a_0-g }$	(mm/s ²)	144	136	139	136	135
	% FS	2.1	1.9	2.0	1.9	1.9
$\varepsilon_{ a_0-g z}$	(mm/s ²)	141	129	127	125	125
	% FS	2.0	1.8	1.8	1.8	1.8

In Tabella 3.4 sono riportati gli errori relativi alla velocità angolare ottenuta sia utilizzando che non il metodo di compensazione. Da questa tabella si evince che l'accuratezza associata alla misura di velocità è maggiore quando si usano almeno 16 assi sensibili. Dai dati numerici si vede che la compensazione riduce l'errore della velocità angolare di circa cinque volte (passando da 149 °/s a 30 °/s) nella configurazione a 12 assi, mentre di tre volte (da 45 °/s a 15 °/s) per le configurazioni da 16 a 20.

Tabella 3.4 Confronto tra gli errori nella misura della velocità angolare utilizzando un differente numero di assi sensibili. NC è la velocità angolare non compensata, mentre C rappresenta la velocità angolare compensata [2]. Gli apici indicano tra quali configurazioni di cluster esiste una differenza statisticamente significativa

MAX			Numero di assi				
			12	14	16	18	20
NC	$\varepsilon_{ \omega }$	(°/s)	149 ^{16, 18, 20}	115 ^{16, 18, 20}	55 ^{12, 14}	45 ^{12, 14}	45 ^{12, 14}
		% FS	49.8	38.4	18.3	15.0	15.0
	$\varepsilon_{ \omega z}$	(°/s)	120 ^{16, 18, 20}	93 ^{16, 18, 20}	43 ^{12, 14}	30 ^{12, 14}	27 ^{12, 14}
		% FS	40.1	31	14.3	10.0	9.0
C	$\varepsilon_{ \omega }$	(°/s)	30 ^{14, 16, 18, 20}	19 ¹²	15 ¹²	15 ¹²	15 ¹²
		% FS	10.0	6.3	5.0	5.0	5.0
	$\varepsilon_{ \omega z}$	(°/s)	30 ^{14, 16, 18, 20}	17 ¹²	11 ¹²	11 ¹²	11 ¹²
		% FS	10.0	5.7	3.6	3.6	3.6

In conclusione l'errore sulla misura della velocità angolare viene ridotto sia dalla compensazione che dall'aumento del numero di assi sensibili. Di contro bisogna tenere presente però che la procedura di compensazione può essere effettuata unicamente *offline* e per un tempo di pochi secondi. Infatti si ha nelle migliori condizioni un errore di 15 % per una prova di durata pari a otto secondi e con un movimento avente velocità massima di 300 °/s.

3.4 Sistema a doppio pendolo

Per ovviare ai difetti del sistema a pendolo riportati nel paragrafo 3.3.1, tra cui quello di aver bisogno della conoscenza a priori della posizione degli accelerometri per determinare la matrice di sensibilità globale \mathbf{M} , si è ricorsi all'ideazione di un sistema di taratura che garantisca due rotazioni contemporanee del casco intorno a due assi mutuamente perpendicolari (Figura 3.19).

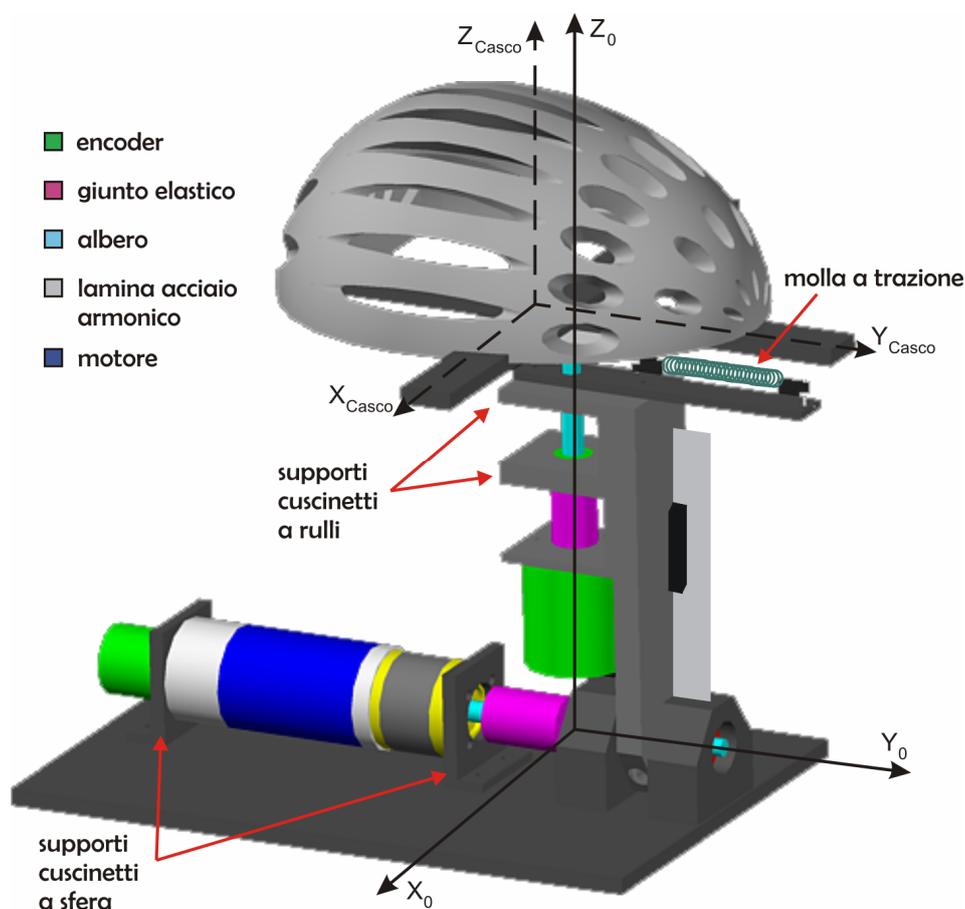


Figura 3.19 Progetto del doppio pendolo

Il sistema a doppio pendolo fa compiere al casco una rotazione intorno ad un asse fisso ed una intorno ad un asse mobile. Il dispositivo fornisce al casco la prima rotazione tramite un motore Parvex RX 120 mentre la seconda è ottenuta semplicemente grazie ad una molla a trazione. Affinché la potenza necessaria al motore per far ruotare il pendolo su cui viene montato il casco non sia elevata si è pensato di applicare un richiamo elastico sull'asse del motore tramite una lamina di acciaio armonico. Le due rotazioni vengono misurate tramite due encoder ad alta risoluzione (5000 ppr associato ad un decoder 4x) posti uno sull'asse fisso in corrispondenza del motore ed uno sull'asse mobile. Il centro del casco può essere spostato rispetto all'asse mobile in modo da aumentare o diminuire la trazione della molla così da far variare il moto imposto. Nella prima fase progettuale si erano utilizzati dei cuscinetti a sfera, oltre che per supportare la rotazione dell'albero intorno all'asse fisso, anche per quella intorno l'asse mobile. In fase di controllo delle prestazioni del doppio pendolo si è riscontrata la presenza di vibrazioni registrate nel segnale degli accelerometri

presenti sul casco. Si è deciso quindi di utilizzare dei cuscinetti a rulli conici contrapposti al posto di quelli a sfera in modo che supportino oltre le spinte radiali anche quelle assiali (Figura 3.20).

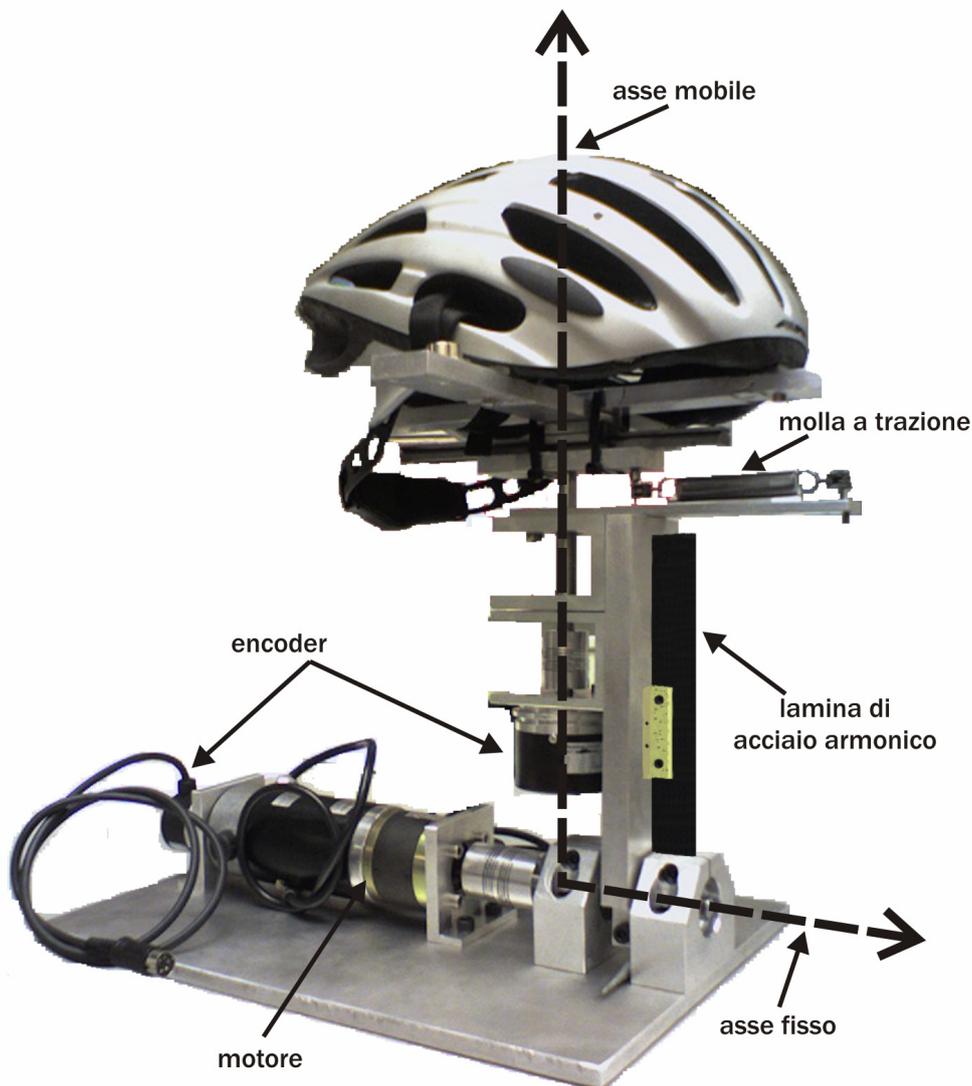


Figura 3.20 Doppio pendolo

3.4.1 Valutazione dell'incertezza

Per determinare l'incertezza associata al doppio pendolo nella valutazione delle rotazioni, della velocità angolare e delle accelerazioni sia angolari che lineari si è utilizzata una simulazione numerica Monte Carlo mettendo in evidenza i possibili errori presenti e la loro distribuzione di probabilità. Gli errori possibili possono essere suddivisi in tre categorie:

- relativi agli encoder
- dovuti alla realizzazione del sistema a doppio pendolo
- dovuti al montaggio ed all'utilizzo del dispositivo di taratura

3.4.1.1 Encoder

Gli encoder utilizzati sono di tipo incrementale con risoluzione 5000 passi a giro dotati di un decoder 4x. Per stimare l'errore di quantizzazione (e_q) si considera un intervallo di discretizzazione pari a:

$$d = 360 / (4 \cdot 5000) = 0,018 \text{ }^\circ \tag{3.17}$$

L'effetto della quantizzazione del segnale viene simulato matematicamente considerando una risoluzione pari a d . Inoltre si considera la possibilità che i fori non siano tutti uguali sommando al segnale in ingresso una variazione casuale massima (e_f) pari al 10 % della risoluzione dell'encoder:

$$e_f = \pm 0,05 \cdot 360 / (5000) = \pm 4 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ \quad (3.18)$$

3.4.1.2 Errori dovuti alla realizzazione del doppio pendolo

Il doppio pendolo è stato realizzato seguendo le tolleranze standard presenti nella norma UNI ISO 2768-m fornendo un grado maggiore di tolleranza per gli accoppiamenti albero-foro. Si è stabilito quindi un possibile errore e_z compreso tra $\pm 0,5$ mm dovuto alla distanza tra l'asse fisso di rotazione ed il centro del sistema di riferimento del casco. Un secondo errore è dato dalla mancanza di allineamento tra l'asse mobile del doppio pendolo e l'asse verticale del casco. Tale valore (e_θ) viene stimato essere $\pm 0,2$ °.

3.4.1.3 Errori dovuti al montaggio del casco sul doppio pendolo

Dopo aver montato il casco sul doppio pendolo si procede a posizionarlo mediante una bolla in modo da essere sicuri che l'asse del vettore gravità coincida con l'asse verticale del casco. La livella a bolla utilizzata è di tipo standard con un'incertezza stimata pari a $\pm 0,3$ °. Tale valore si prende come errore di rotazione intorno all'asse x (e_φ). L'angolo intorno l'asse z viene controllato manualmente e, per tale motivo, risulta maggiore rispetto agli errori presenti intorno agli altri due assi (e_ψ pari a ± 1 °). Inoltre la distanza tra l'asse mobile di rotazione ed il centro del sistema di riferimento del casco può essere variata, come descritto precedentemente, in modo da poter aumentare o diminuire l'accelerazione inerziale a cui il dispositivo è sottoposto. Tale fattore introduce un possibile errore dovuto alla misura della succitata distanza realizzata tramite scala metrica graduata. L'errore e_x introdotto è stimato pari a $\pm 0,5$ mm. In Tabella 3.5 sono riportati gli errori introdotti tramite la simulazione e le distribuzioni di probabilità scelte per ognuno.

Tabella 3.5 Errori introdotti nella simulazione

Errore	Valore	Distribuzione	Variazione	
			Interna ad ogni simulazione	Tra le simulazioni
e_q	Simulato			
e_f	$\pm 4 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ$	Gaussiana	Sì	Sì
e_z	$\pm 0,5 \text{ mm}$	Uniforme	No	Sì
e_θ	$\pm 0,2 \text{ }^\circ$	Uniforme	No	Sì
e_φ	$\pm 0,3 \text{ }^\circ$	Uniforme	No	Sì
e_ψ	$\pm 1 \text{ }^\circ$	Uniforme	No	Sì
e_x	$\pm 0,5 \text{ mm}$	Uniforme	No	Sì

3.4.1.4 Analisi e risultati della simulazione

La simulazione consiste nell'imporre al doppio pendolo virtuale un moto noto. Si è scelto di seguire la stessa procedura analizzata nel paragrafo 2.3.3.4 ossia:

- si conduce una rotazione manuale del doppio pendolo;
- si acquisiscono i dati forniti dagli encoder;
- si approssimano tali dati con una somma di otto seni tramite l'equazione:

$$\hat{\varphi} = \sum_{i=1}^8 a_i \cdot \sin(b_i \cdot \varphi + c_i)$$

$$\theta = 0 \quad (3.19)$$

$$\hat{\psi} = \sum_{i=1}^8 d_i \cdot \sin(e_i \cdot \psi + f_i)$$

dove a_i, b_i, c_i, d_i, e_i e f_i sono i coefficienti ottenuti dall'approssimazione

- si simula la quantizzazione degli encoder tenendo conto anche dell'errore casuale e_f
- si procede al calcolo delle grandezze cinematiche quali gli angoli di rotazione, la velocità angolare, l'accelerazione angolare e l'accelerazione lineare misurate dagli encoder tenendo conto degli ulteriori errori sia costruttivi che di montaggio;
- si confrontano le grandezze succitate con le analoghe ottenute dai dati iniziali;
- si stimano gli errori introdotti dall'utilizzo del doppio pendolo tramite le relazioni:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{|\varphi|} &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N_v} (\varphi_D - \varphi_R)_i^2}{N_f}} \\
 \varepsilon_{|\theta|} &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N_v} (\theta_D - \theta_R)_i^2}{N_f}} \\
 \varepsilon_{|\psi|} &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N_v} (\psi_D - \psi_R)_i^2}{N_f}} \\
 \varepsilon_{|\omega|} &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N_v} (|\omega|_D - |\omega|_R)_i^2}{N_f}} \\
 \varepsilon_{|\dot{\omega}|} &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N_v} (|\dot{\omega}|_D - |\dot{\omega}|_R)_i^2}{N_f}} \\
 \varepsilon_{|(\mathbf{a}_0 - \mathbf{g})|} &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N_v} (|(\mathbf{a}_0 - \mathbf{g})|_D - |(\mathbf{a}_0 - \mathbf{g})|_R)_i^2}{N_f}}
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

dove con il pedice R si è intende la grandezza reale mentre con il pedice D la relativa grandezza misurata con il doppio pendolo virtuale;

- si ripete la simulazione 10.000 volte e si calcolano le relative medie e deviazioni standard riportate in Tabella 3.6. Si prende la media come stima dell'incertezza associata ad ogni grandezza misurata con il doppio pendolo.

Tabella 3.6 Incertezze stimate nella determinazione delle grandezze cinematiche del casco utilizzando il sistema a doppio pendolo

<i>Simulazione Doppio pendolo</i>		
ε_{φ} (°)	media	0,3
	dev. standard	0,1
ε_{θ} (°)	media	0,3
	dev. standard	0,1
ε_{ψ} (°)	media	0,7
	dev. standard	0,2
$\varepsilon_{ \omega }$ (°/s ²)	media	0,9
	dev. standard	0,3
$\varepsilon_{ \dot{\omega} }$ (°/s ²)	media	8,2
	dev. standard	3,0
$\varepsilon_{ (\mathbf{a}_0 - \mathbf{g}) }$ (m/s ²)	media	0,03
	dev. standard	0,01

I valori ottenuti sono limitati e rispecchiano l'incertezza desiderata nella realizzazione del dispositivo di taratura. Infatti:

- le incertezze relative ai due angoli φ e θ sono sempre minori di $0,5^\circ$, mentre solo su ψ tale valore è maggiore in quanto il valore iniziale di tale angolo non può essere stimato tramite livella a bolla;
- l'incertezza associata alla velocità angolare è paragonabile alla risoluzione dei giroscopi utilizzati ($0,6^\circ/s$);
- l'incertezza rispetto all'accelerazione lineare è pari allo $0,15\%$ del fondo scala dei trasduttori utilizzati.

In conclusione il sistema doppio pendolo fornisce al casco strumentato un moto misurabile con un'incertezza che per gli scopi scelti si può considerare limitata. I valori appena calcolati saranno presi in considerazione nella valutazione dell'incertezza combinata associata al casco tarato tramite sistema a doppio pendolo.

3.4.2 Taratura del cluster accelerometrico

Come esposto nel paragrafo 2.3 per poter utilizzare il casco bisogna conoscere la matrice di sensibilità globale \mathbf{M} . Tramite il sistema a doppio pendolo qui presentato si può determinare tale matrice senza utilizzare il sistema optoelettronico per l'individuazione della posizione degli accelerometri [3]. Il casco strumentato può essere tarato tramite doppio pendolo seguendo due differenti approcci:

- Procedura statica e dinamica (**P-I**);
- Procedura dinamica (**P-II**).

Dopo aver descritto tali procedure si passa all'analisi delle prove effettuate.

3.4.2.1 Procedura statica e dinamica (P-I)

La procedura **P-I** consiste nel suddividere la prova di taratura in due sottoprove una statica ed una dinamica. Nella prima sottoprova si determina la sensibilità S ed il versore \mathbf{n} per ogni accelerometro utilizzando unicamente il vettore gravità \mathbf{g} . Per far questo basta posizionare il casco con differenti assetti all'interno del campo gravitazionale. Nell'equazione (2.5) il termine rappresentato dall'accelerazione inerziale risulta pari a zero e tale equazione può essere riscritta come:

$$V = \mathbf{S}\mathbf{n}^T(-\mathbf{g}) + O \quad (3.21)$$

$$V = \begin{bmatrix} \mathbf{S}\mathbf{n}^T & O \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\mathbf{g} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Affinché si riesca a determinare la sensibilità S , i tre termini di \mathbf{n} [n_x , n_y , n_z] e l'offset elettrico O bisogna conoscere almeno quattro equazioni poiché il versore \mathbf{n} ha modulo unitario. Per un generico numero di misure N_c l'equazione (3.22) diventa:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_{N_c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}\mathbf{n}^T & O \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\mathbf{g}_1 & \cdots & -\mathbf{g}_{N_c} \\ 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Mettendo in evidenza le incognite si ottiene:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S}\mathbf{n}^T & O \end{bmatrix} = \text{pinv} \left(\begin{bmatrix} -\mathbf{g}_1 & \cdots & -\mathbf{g}_{N_c} \\ 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \right) \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_{N_c} \end{bmatrix} \quad N_c \geq 4 \quad (3.24)$$

La seconda sottoprova consiste nel fornire al casco un movimento di cui si possono misurare le grandezze cinematiche. L'uscita di ogni accelerometro è pari (2.6) a:

$$V = S(\mathbf{n}^T(\mathbf{a}_0 - \mathbf{g} + \mathbf{n}^T \mathbf{W}\mathbf{r})) + O \quad (3.25)$$

ossia:

$$V - \mathbf{S}\mathbf{n}^T (\mathbf{a}_0 - \mathbf{g}) = \begin{bmatrix} \mathbf{S}\mathbf{n}^T \mathbf{W} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ O \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Anche in questo caso almeno quattro misure per ogni accelerometro sono necessarie per determinare la posizione \mathbf{r} e l'offset O .

$$\begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ O \end{bmatrix} = \text{pinv} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{S}\mathbf{n}_1^T \mathbf{W}_1 & 1 \\ \vdots & 1 \\ \mathbf{S}\mathbf{n}_{N_c}^T \mathbf{W}_{N_c} & 1 \end{bmatrix} \right) \cdot \left(\begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_{N_c} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (\mathbf{a}_0 - \mathbf{g})_1 & \cdots & (\mathbf{a}_0 - \mathbf{g})_{N_c} \end{bmatrix}^T \mathbf{S}\mathbf{n} \right) \quad N_c \geq 4 \quad (3.27)$$

I termini S e \mathbf{n} sono calcolati tramite la prima sottoprova. Una volta aver determinato le posizioni si può ricavare la matrice di sensibilità globale \mathbf{M} .

3.4.2.2 Procedura dinamica (P-II)

La seconda procedura non richiede una prova statica *a priori* ma si determinano tutte le grandezze necessarie al calcolo di \mathbf{M} utilizzando unicamente la prova dinamica. Considerando tutti gli accelerometri presenti sul casco si può scrivere l'equazione (2.11):

$$\mathbf{V} = \mathbf{S} \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{N}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ \mathbf{a}_0 - \mathbf{g} \end{bmatrix} + \mathbf{O} = \mathbf{M} \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ \mathbf{a}_0 - \mathbf{g} \end{bmatrix} + \mathbf{O} \quad (3.28)$$

Tenendo conto di un numero N_c di misure:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 & \cdots & \mathbf{V}_{N_c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{O} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1 & \cdots & \mathbf{w}_{N_c} \\ (\mathbf{a}_0 - \mathbf{g})_1 & \cdots & (\mathbf{a}_0 - \mathbf{g})_{N_c} \\ 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

ossia:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{O} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}\mathbf{K} & \mathbf{S}\mathbf{N}^T & \mathbf{O} \end{bmatrix} = \text{pinv} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{w}_1 & \cdots & \mathbf{w}_{N_c} \\ (\mathbf{a}_0 - \mathbf{g})_1 & \cdots & (\mathbf{a}_0 - \mathbf{g})_{N_c} \\ 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \right) \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 & \cdots & \mathbf{V}_{N_c} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

La sensibilità ed i versori degli assi sensibili di ogni accelerometro si ottengono estraendo e normalizzando le colonne $\mathbf{S}\mathbf{N}^T$ dalla precedente equazione. Le posizioni degli accelerometri si ottengono utilizzando \mathbf{S} e \mathbf{N}^T appena determinate nell'equazione (3.27).

3.4.2.3 Confronto tra le procedure P-I e P-II

Per poter confrontare le procedure tra di loro si è montato il casco sul doppio pendolo posizionandolo in differenti assetti nello spazio. Tramite i due encoder incrementali presenti sul dispositivo di taratura sono stati misurati gli angoli di rotazione. Sono state acquisite 15 differenti orientazioni in modo da poter risolvere l'equazione (3.24). La prova dinamica invece è consistita nell'imporre al casco montato sul doppio pendolo delle rotazioni, misurate dagli encoder, aventi frequenza di circa 1 Hz ed ampiezza massima pari a $\pm 40^\circ$ per l'asse fisso e $\pm 60^\circ$ per quello mobile. In questo modo i massimi valori della velocità angolare, dell'accelerazione angolare e dell'accelerazione lineare sono stati di $\sim 300^\circ/\text{s}$, $3000^\circ/\text{s}^2$ e 10 m/s^2 rispettivamente. Le variabili cinematiche appena introdotte sono state calcolate tramite derivazione numerica dei dati degli encoder opportunamente filtrati con frequenza di taglio pari a 10 Hz. Tale valore è stato scelto in funzione del valore della frequenza del moto imposto (1 Hz). La durata della prova è stata di 20 secondi. Sono state condotte un totale di 5 prove dinamiche. Sono state quindi svolte una prova statica composta di 15 acquisizioni di assetti differenti e cinque prove dinamiche. In questo modo si possono calcolare le posizioni \mathbf{r}_{P-I} e \mathbf{r}_{P-II} , le sensibilità S_{P-I} e S_{P-II} ed i versori \mathbf{n}_{P-I} e \mathbf{n}_{P-II} .

Per poter verificare le posizioni misurate tramite le procedure **P-I** e **P-II** si comparano i valori ottenuti (\mathbf{r}_{P-I} e \mathbf{r}_{P-II}) con quelli derivanti dal sistema optoelettronico \mathbf{r}_{OS} . Per quanto riguarda invece la stima della sensibilità e dei versori degli accelerometri si prendono come riferimento quelli calcolati tramite la procedura **P-I** dato che si ottengono conoscendo unicamente le rotazioni misurate dai due encoder in quanto l'accelerazione inerziale è nulla. La validazione della procedura **P-I** consiste unicamente nel porre a confronto le posizioni misurate con quelle ottenute dal sistema optoelettronico, mentre la validazione di **P-II** consiste anche nel confrontare le sensibilità ed i versori misurati con quelli ottenuti tramite **P-I**. Si introducono i seguenti parametri (Figura 3.21):

$$\alpha_{P-II} = \arccos(\mathbf{n}_{P-II} \cdot \mathbf{n}_{P-I}) \quad (3.31)$$

$$\Delta s_{P-II} = |s_{P-II} - s_{P-I}| \quad (3.32)$$

$$\Delta r_{P-I,P-II} = |\mathbf{r}_{P-I,P-II} - \mathbf{r}_{OS}| \quad (3.33)$$

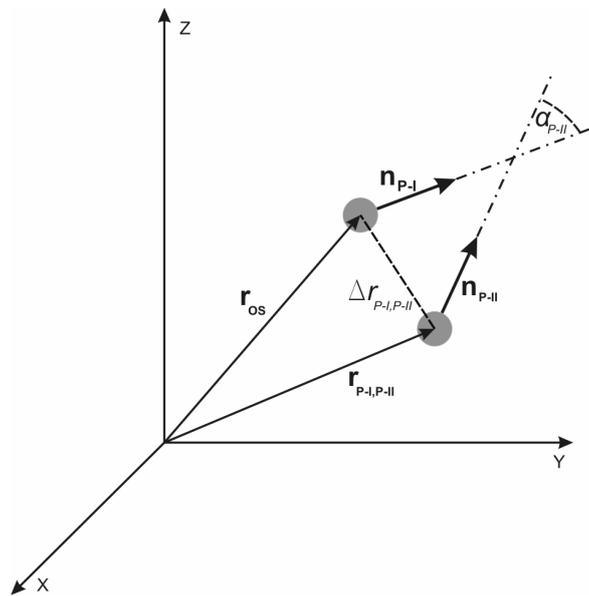


Figura 3.21 Rappresentazione grafica dei parametri scelti per qualificare le due procedure di taratura

Dei 100 valori ottenuti (20 accelerometri e 5 prove) si calcolano le medie e le deviazioni standard. I risultati sono riportati in Tabella 3.7.

Tabella 3.7 Indici per la valutazione delle due procedure di taratura

Indici		media	D.S.
α_{P-II}	[°]	6	4
Δs_{P-II}	[mV/V / m/s ²]	0.4	0.3
Δr_{P-I}	[mm]	7	3
Δr_{P-II}	[mm]	32	18

Gli errori trovati, utilizzando **P-II**, sulla misura angolare e sulla sensibilità (7 % della sensibilità nominale) sono rilevanti e potrebbero compromettere le qualità metrologiche del casco strumentato. Tali errori derivano

dal fatto che mentre con la procedura **P-I** il numero di incognite da determinare (quattro) è uguale al numero di parametri ottenuti tramite l'equazione (3.24), ossia si hanno un numero di incognite pari al numero di relazioni che intercorrono tra di esse, nel caso della procedura **P-II**, invece, si hanno un numero di incognite (sette) minore rispetto alle relazioni (tredici) che si ottengono dall'equazione (3.30). Non vengono in tal modo considerate le altre sette relazioni tra le grandezze ottenute nell'operazione di pseudoinversione presente nella medesima equazione. La procedura **P-II** risulta essere molto sensibile agli errori sperimentali ossia, in questo caso, alle operazioni di post-processing dei dati derivanti dagli encoder ed al rumore degli accelerometri.

Per quanto riguarda invece la stima tramite **P-I** delle posizioni degli accelerometri si osserva un errore medio pari a 7 mm maggiore dell'incertezza associata al sistema optoelettronico (~ 1 mm). Il valore trovato rappresenta il limite intrinseco sperimentale della teoria per cui si può determinare la posizione di un accelerometro sul casco conoscendone unicamente l'accelerazione. Affinché tale limite possa essere esteso al caso generico della valutazione della posizione di un punto su di un corpo rigido qualunque, bisognerebbe estendere le prove sperimentali a moti differenti dal doppio pendolo ed aventi accelerazioni lineari di ampiezza differente. Il valore Δr_{P-II} trovato risulta quattro o cinque volte maggiore di quello ottenuto tramite **P-I**. Tale differenza è dovuta alla propagazione dell'errore trovato nel calcolo delle sensibilità e dei versori degli assi sensibili. Quello che emerge dai dati presentati è che per tarare il casco strumentato tramite doppio pendolo bisogna prima condurre una taratura statica per il calcolo di **S** e **N^T** e poi, tramite una prova dinamica, si procede alla determinazione delle posizioni.

3.4.3 Verifica del cluster accelerometrico

Dopo aver confrontato le differenti procedure di taratura bisogna verificare se, applicando le matrici di sensibilità globale relative a **P-I** e **P-II** alle uscite dei sensori accelerometrici posti sul casco, si ottengano delle incertezze sulla misura delle accelerazioni lineari ed angolari accettabili. Applicando quindi i risultati ottenuti dagli algoritmi relativi alle procedure **P-I** e **P-II** si ottengono 5 matrici di sensibilità globale **M_{P-I}** e 5 matrici **M_{P-II}**. Inoltre per poter confrontare entrambe le procedure con una di riferimento si è scelto di calcolare una **M_{P-REF}** rappresentante la matrice di sensibilità globale ottenuta con le posizioni (**R_{OS}**) misurate tramite sistema optoelettronico (OS) e le sensibilità ed i versori misurati tramite la prova statica precedentemente spiegata. Un riepilogo delle matrici **M** ottenute è riportato in Figura 3.22.

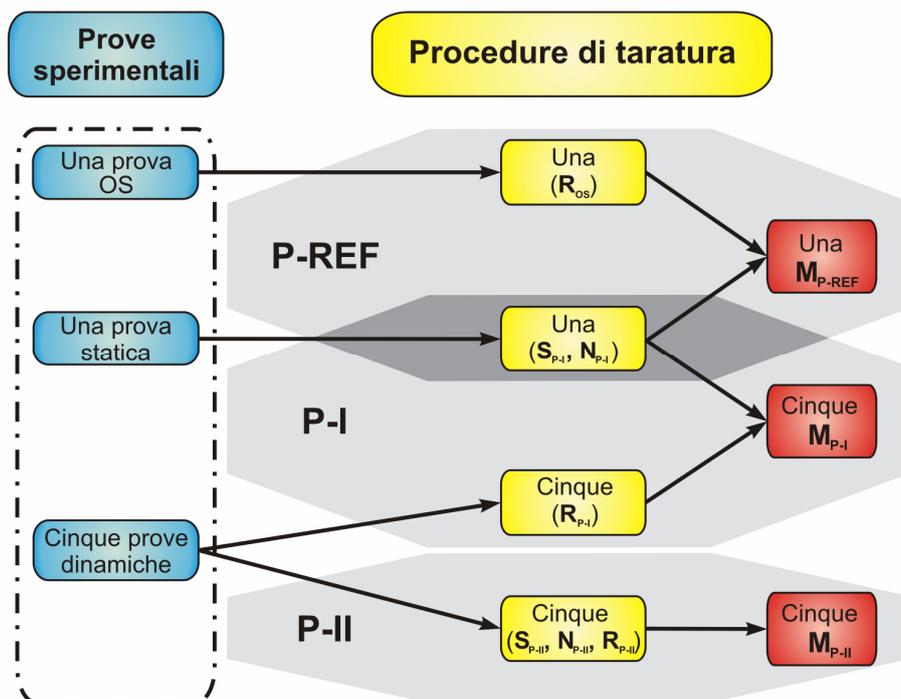


Figura 3.22 Differenti procedure utilizzate per tarare il dispositivo accelerometrico

Per valutare l'incertezza associata ad ogni procedura nella misura delle accelerazioni si conducono nuovamente altre cinque prove con il sistema a doppio pendolo e si confrontano i dati ottenuti applicando le undici matrici succitate con le grandezze cinematiche misurate tramite gli encoder. I parametri presi in considerazione sono:

$$\mathcal{E}_{|\dot{\omega}|^{P-I, P-II, P-REF}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N_f} (|\dot{\omega}|_{P-I, P-II, P-REF} - |\dot{\omega}|_E)_i^2}{N_f}} \quad (3.34)$$

$$\mathcal{E}_{|a_0-g|^{P-I, P-II, P-REF}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N_f} (|(a_0-g)|_{P-I, P-II, P-REF} - |(a_0-g)|_E)_i^2}{N_f}} \quad (3.35)$$

N_f rappresenta il numero di frame della prova. In questo modo si ottiene il seguente set di dati:

- 25 valori per $\mathcal{E}_{|\dot{\omega}|^{P-I}}$, $\mathcal{E}_{|\dot{\omega}|^{P-II}}$, $\mathcal{E}_{|a_0-g|^{P-I}}$, $\mathcal{E}_{|a_0-g|^{P-II}}$
- 5 valori per $\mathcal{E}_{|\dot{\omega}|^{P-REF}}$, $\mathcal{E}_{|a_0-g|^{P-REF}}$

Inoltre si è deciso di analizzare se la ridondanza del numero di sensori utilizzati determina una riduzione degli errori introdotti nel calcolo delle accelerazioni. Per far questo si è considerato un *cluster* accelerometrico costituito da 12 accelerometri (numero minimo necessario per risolvere la cinematica) ottenuto rimuovendo virtualmente quattro accelerometri biassiali dai dati acquisiti dal casco. Dei 210 possibili cluster ottenibili (4 accelerometri eliminabili su 10) si è scelto quello che massimizza l'indice c di pseudoinversione. Tale indice rappresenta una stima del reciproco del numero di condizionamento definito come:

$$C = \|\mathbf{M}\| \cdot \|\text{pinv}(\mathbf{M})\| \quad (3.36)$$

Se l'indice c tende a 1 la matrice \mathbf{M} si dice essere "ben condizionata" ossia c'è una minore sensibilità delle soluzioni delle equazioni in cui si usa la *pinv* a variazioni possibili dei termini noti. In altri termini il sistema è meno sensibile a variazioni casuali delle tensioni misurate dai sensori.

Le differenze tra le tre procedure di taratura sono analizzate tramite ANOVA ($p < 0,01$) e, nel caso esistano differenze significative, viene utilizzato il test di HSD (Honestly Significant Difference) ($p < 0,05$) per determinare tra quali procedure esistano tali differenze. Nelle tabelle 3.8 e 3.9 vengono riportati i risultati dei test statistici.

Tabella 3.8 Medie degli errori calcolati nella determinazione delle accelerazione tramite le tre matrici \mathbf{M}_{P-I} , \mathbf{M}_{P-II} e \mathbf{M}_{P-REF} . Configurazione a 20 accelerometri

		Calibration Procedure		
		P-I	P-II	P-REF
$\mathcal{E}_{ a_0-g }$	[mm/s ²]	231 ^{P-II}	463	225 ^{P-II}
	% FS	2.3 ^{P-II}	4.6	2.2 ^{P-II}
$\mathcal{E}_{ \dot{\omega} }$	[°/s ²]	57 ^{P-II}	220	54 ^{P-II}
	% FS	1.9 ^{P-II}	7.7	1.8 ^{P-II}

Tabella 3.9 Medie degli errori calcolati nella determinazione delle accelerazione tramite le tre matrici M_{P-I} , M_{P-II} e M_{P-REF} . Configurazione a 12 accelerometri

		Calibration Procedure		
		P-I	P-II	P-REF
$\varepsilon_{ a_0-g }$	[mm/s ²]	237 ^{P-II}	736	230 ^{P-II}
	% FS	2.4 ^{P-II}	7.4	2.3 ^{P-II}
$\varepsilon_{ \dot{\omega} }$	[°/s ²]	75 ^{P-II}	467	69 ^{P-II}
	% FS	2.5 ^{P-II}	15.6	2.3 ^{P-II}

Come si vede (Tabella 3.8) nella configurazione a 20 accelerometri l'utilizzo della procedura **P-I** comporta un errore paragonabile a quello che si commette utilizzando la matrice ottenuta considerando le posizioni degli accelerometri misurate tramite sistema optoelettronico. Al contrario la seconda procedura **P-II** comporta errori elevati che risultano essere doppi, per l'accelerazione lineare, e quadrupli, per quella angolare, rispetto agli analoghi errori ottenuti tramite **P-I**. Il motivo di questo risiede nel fatto che per il calcolo di (a_0-g) bisogna conoscere minimo tre uscite degli accelerometri, mentre per l'accelerazione angolare ne servono almeno dodici. Nel cluster accelerometrico a venti sensori si ha, quindi, una maggiore ridondanza per l'accelerazione lineare rispetto a quella angolare cosicché errori di taratura di ogni sensore vengono sentiti maggiormente durante il calcolo dell'accelerazione angolare. L'ANOVA conferma che **P-I** è statisticamente differente da **P-II** ma non da **P-REF**. Stesse considerazioni possono essere fatte nel calcolo delle accelerazioni utilizzando un casco su cui vengono montati unicamente dodici accelerometri (Tabella 3.9). Infatti è possibile vedere dai risultati il peggioramento degli errori utilizzando la procedura **P-II**. Anche in questo caso esistono differenze significative tra **P-I** e **P-II** ma non tra **P-I** e **P-REF**. In Figura 3.23 si mettono in relazione le due configurazioni di *cluster* (12 e 20 accelerometri).

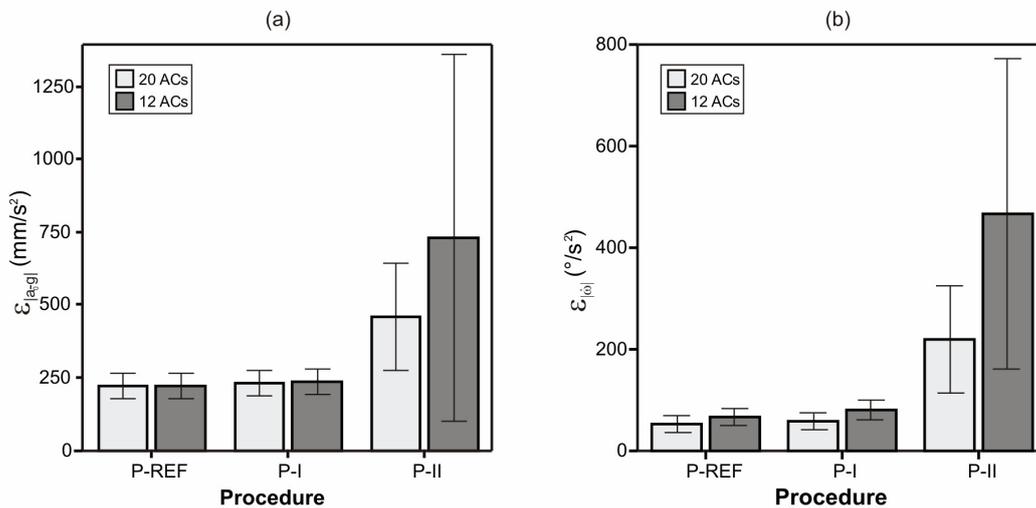


Figura 3.23 Stima dell'errore nell'accelerazione lineare (a) ed in quella angolare (b) in funzione del numero di accelerometri presenti sul casco

Sia nel calcolo di $\varepsilon_{|a_0-g|}$ che di $\varepsilon_{|\dot{\omega}|}$ non ci sono differenze apprezzabili tra le due configurazioni quando esse vengono determinate tramite M_{P-I} che M_{P-REF} . Al contrario la procedura **P-II** è dipendente dal grado di ridondanza visto un aumento quasi del doppio per gli errori calcolati ed un aumento della deviazione standard relativa ad essi.

Dai dati analizzati si desume quindi come il doppio pendolo sia uno strumento di taratura ottimale in quanto non necessita di conoscere le posizioni degli accelerometri per poter tarare il casco strumentato. Risulta però

evidente come la procedura di taratura non possa essere condotta tramite un'unica prova dinamica, ma bisogna sempre condurre prima una prova statica per la determinazione della sensibilità e della direzione di ogni asse sensibile degli accelerometri e poi una prova dinamica per il calcolo delle posizioni dei sensori sul casco. Il doppio pendolo risulta quindi, al contrario del sistema a pendolo semplice, uno strumento in grado di tarare da solo il casco strumentato. Infatti se si utilizzasse l'equazione (3.27) con il sistema a pendolo semplice la maggior parte dei termini all'interno della matrice da invertire sarebbero nulli rendendo non determinabile con accuratezza ($c \ll 1$) l'inversione della matrice. Infatti riscrivendo la matrice nel dettaglio si ha:

$$\begin{bmatrix} w \\ a_0 - g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\omega_y^2 - \omega_z^2 \\ \omega_x \omega_y - \dot{\omega}_z \\ \omega_x \omega_z + \dot{\omega}_y \\ \omega_x \omega_y + \dot{\omega}_z \\ -\omega_x^2 - \omega_z^2 \\ \omega_y \omega_z - \dot{\omega}_x \\ \omega_x \omega_z - \dot{\omega}_y \\ \omega_y \omega_z + \dot{\omega}_x \\ -\omega_x^2 - \omega_y^2 \\ (a_0 - g)_x \\ (a_0 - g)_y \\ (a_0 - g)_z \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

Nel caso del pendolo semplice, essendo la rotazione intorno ad un unico asse (ad esempio x) si avrebbe:

$$\begin{bmatrix} w \\ a_0 - g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\omega_x^2 \\ -\dot{\omega}_x \\ 0 \\ \dot{\omega}_x \\ -\omega_x^2 \\ (a_0 - g)_x \\ (a_0 - g)_y \\ (a_0 - g)_z \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

Si avrebbero così cinque termini su dodici uguali a zero. Nel caso della taratura del dispositivo tramite sistema optoelettronico, essendo trascurabili le componenti inerziali, si avrebbero addirittura i primi nove termini nulli.

Si possono ora determinare l'incertezza combinata standard e l'incertezza estesa con fattore di copertura pari a 3 sia dell'accelerazione angolare che di quella lineare. Tenendo presente (Tabella 3.6) i valori delle incertezze associate al doppio pendolo ($\varepsilon_{\dot{\omega}_{DP}} = 8,2 \text{ } ^\circ/\text{s}^2$ e $\varepsilon_{(a_0-g)_{DP}} = 30 \text{ mm/s}^2$) e le incertezze calcolate con le matrici MP-I e MP-REF si ha:

$$\begin{aligned}
 u_{\dot{\omega}_{P-1}} &= \sqrt{\varepsilon_{\dot{\omega}_{P-1}}^2 + \varepsilon_{\dot{\omega}_{DP}}^2} = 58 \text{ } ^\circ/\text{s}^2 \\
 U_{\dot{\omega}_{P-1}} &= K \cdot u_{\dot{\omega}_{P-1}} = 174 \text{ } ^\circ/\text{s}^2 \\
 u_{\dot{\omega}_{P-REF}} &= \sqrt{\varepsilon_{\dot{\omega}_{P-REF}}^2 + \varepsilon_{\dot{\omega}_{DP}}^2} = 55 \text{ } ^\circ/\text{s}^2 \\
 U_{\dot{\omega}_{P-REF}} &= K \cdot u_{\dot{\omega}_{P-REF}} = 165 \text{ } ^\circ/\text{s}^2 \\
 u_{(a_0-g)_{P-1}} &= \sqrt{\varepsilon_{(a_0-g)_{P-1}}^2 + \varepsilon_{(a_0-g)_{DP}}^2} = 0,23 \text{ m/s}^2 \\
 U_{(a_0-g)_{P-1}} &= K \cdot u_{(a_0-g)_{P-1}} = 0,69 \text{ m/s}^2 \\
 u_{(a_0-g)_{P-REF}} &= \sqrt{\varepsilon_{(a_0-g)_{P-REF}}^2 + \varepsilon_{(a_0-g)_{DP}}^2} = 0,22 \text{ m/s}^2 \\
 U_{(a_0-g)_{P-REF}} &= K \cdot u_{(a_0-g)_{P-REF}} = 0,66 \text{ m/s}^2
 \end{aligned} \tag{3.39}$$

Dai dati ottenuti si vede che utilizzare il doppio pendolo per tarare il cluster accelerometrico non comporta un elevato aumento dell'incertezza che si sarebbe ottenuta misurando le posizioni degli accelerometri tramite sistema optoelettronico. Tenendo conto dei massimi valori raggiunti nelle prove ($\sim 3000 \text{ } ^\circ/\text{s}^2$ e $\sim 10 \text{ m/s}^2$) si può stimare che l'incertezza combinata standard relativa e l'incertezza estesa relativa, ottenute tarando il cluster accelerometrico con la procedura **P-I**, sono uguali a 1,9 % e 5,7 % per l'accelerazione angolare e 2,2 % e 6,6 % per l'accelerazione lineare.

3.4.4 Taratura dei giroscopi

Il procedimento di taratura dei giroscopi con il doppio pendolo consiste nel determinare tramite gli encoder le velocità angolari imposte al casco. L'uscita di un encoder è (2.16):

$$V = S(n^T \omega) + O \tag{3.40}$$

L'equazione precedente può essere riscritta nella forma:

$$V_{[1 \times N_f]} = \begin{bmatrix} S \mathbf{n}^T & O \end{bmatrix}_{[1 \times 4]} \cdot \begin{bmatrix} \omega \\ 1 \end{bmatrix}_{[4 \times N_f]} \tag{3.41}$$

N_f rappresenta il numero di frame acquisiti durante la prova di taratura.

Considerando i tre giroscopi presenti sul casco si ha:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}_{[3 \times N_f]} = \begin{bmatrix} S_1 \mathbf{n}_1^T & O_1 \\ S_2 \mathbf{n}_2^T & O_2 \\ S_3 \mathbf{n}_3^T & O_3 \end{bmatrix}_{[3 \times 4]} \cdot \begin{bmatrix} \omega \\ 1 \end{bmatrix}_{[4 \times N_f]} \tag{3.42}$$

La matrice di taratura risulta essere::

$$\begin{bmatrix} S_1 \mathbf{n}_1^T & O_1 \\ S_2 \mathbf{n}_2^T & O_2 \\ S_3 \mathbf{n}_3^T & O_3 \end{bmatrix}_{[3 \times 4]} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}_{[3 \times N_f]} \cdot \text{pinv} \left(\begin{bmatrix} \omega \\ 1 \end{bmatrix} \right)_{[N_f \times 4]} \tag{3.43}$$

Sono state condotte 5 prove in cinque giorni differenti per stimare la matrice di taratura dei giroscopi e se la taratura può essere considerata ripetibile. Vengono calcolate le sensibilità S ed i versori \mathbf{n} per ogni giroscopio. In Tabella 3.10 si riportano i valori di sensibilità trovati. Risulta chiaro dai dati ottenuti come la sensibilità rimanga costante in ogni prova. Si è espressa la sensibilità utilizzando un'unica cifra decimale significativa come riportato nel *data sheet* del giroscopio.

Tabella 3.10 Valori della sensibilità dei giroscopi misurata in 5 giorni differenti

Sensibilità (mV/°/s)	Giorno				
	<i>Primo</i>	<i>Secondo</i>	<i>Terzo</i>	<i>Quarto</i>	<i>Quinto</i>
<i>N. giroscopio</i>					
1	4,9	4,9	4,9	4,9	4,8
2	4,9	4,9	4,9	4,8	4,9
3	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0

3.4.5 Verifica dei giroscopi

Le cinque matrici di sensibilità calcolate in precedenza sono state applicate a cinque prove di verifica (25 prove totali) in modo da determinare l'incertezza nella misura della velocità angolare utilizzando il casco strumentato. Nelle figure 3.24-3.26 si riportano le componenti della velocità angolare misurata con il casco e con il doppio pendolo.

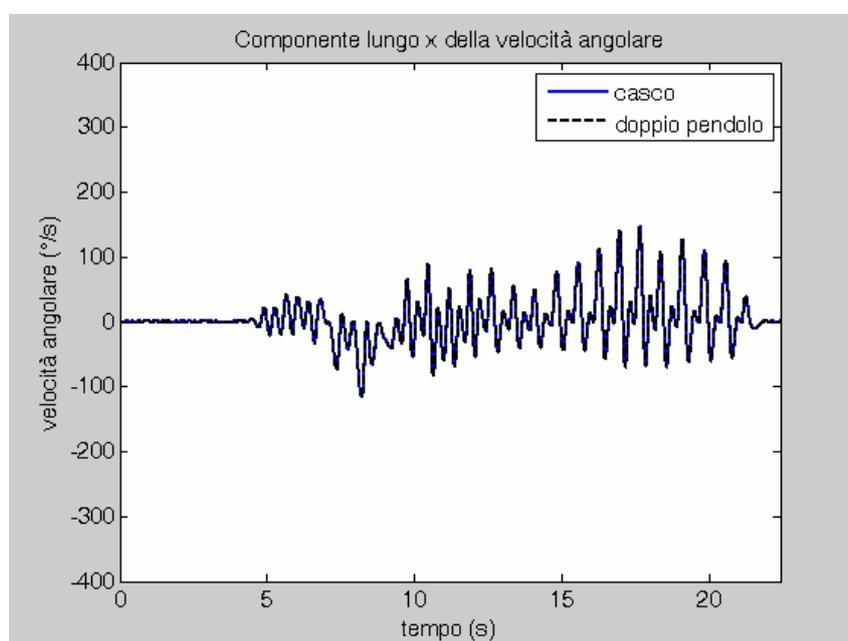


Figura 3.24 Componente x della velocità angolare misurata con il casco e con il doppio pendolo

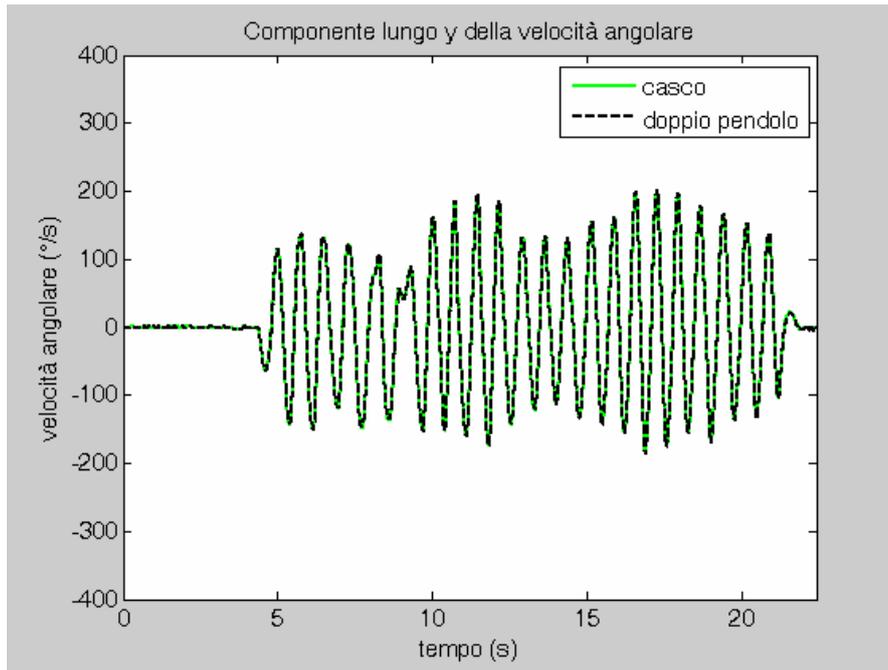


Figura 3.25 Componente y della velocità angolare misurata con il casco e con il doppio pendolo

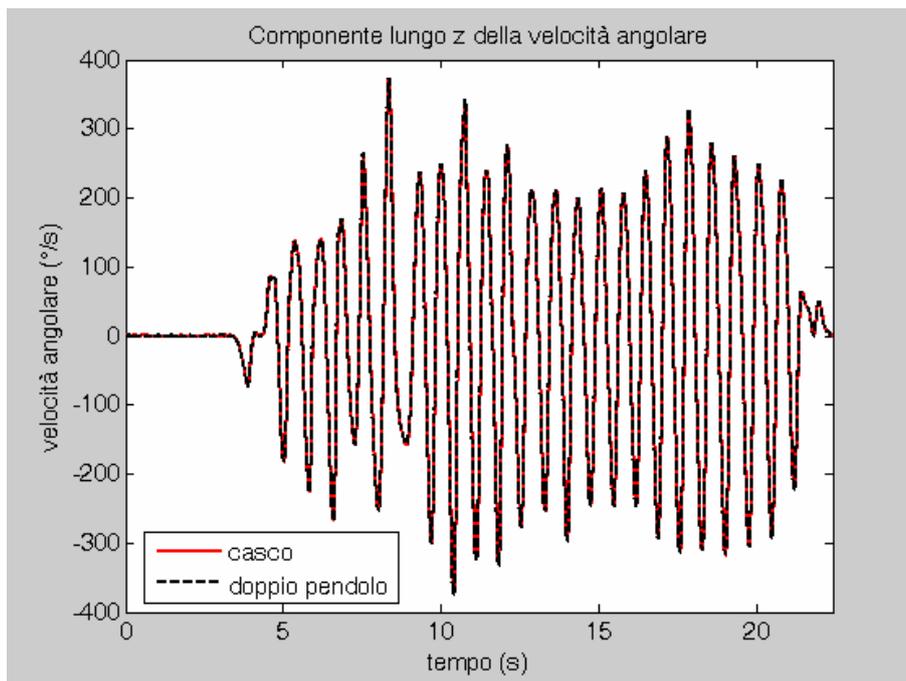


Figura 3.26 Componente z della velocità angolare misurata con il casco e con il doppio pendolo

Il valore ottenuto mediato nelle 25 prove risulta essere $4,1 \pm 0,3 \text{ } ^\circ/\text{s}$. Conoscendo l'incertezza associata al doppio pendolo riguardo alla misura della velocità angolare ($\varepsilon_{\omega_{dp}} = 0,9 \text{ } ^\circ/\text{s}$) si può determinare l'incertezza combinata standard e l'incertezza estesa con fattore di copertura pari a 3:

$$\begin{aligned}
 u_{\omega} &= \sqrt{\varepsilon_{\omega_c}^2 + \varepsilon_{\omega_{dp}}^2} = 4,2 \text{ } ^\circ/\text{s} \\
 U_{\omega} &= K \cdot u_{\omega} = 12,6 \text{ } ^\circ/\text{s}
 \end{aligned}
 \tag{3.44}$$

Tenendo conto che il fondo scala dei giroscopi è di $300 \text{ } ^\circ/\text{s}$ l'incertezza estesa relativa è del 4%.

3.4.6 Determinazione assetto del casco

Come visto nel paragrafo 2.3.3.3, per stimare gli angoli di rotazione si utilizza un algoritmo di *data fusion* in cui si utilizzano i dati integrati provenienti dai giroscopi per determinare gli angoli e i dati degli accelerometri per cercare di compensare la deriva di integrazione. Dai risultati ottenuti al termine della simulazione si è ottenuto un valore della costante di rigidità λ della molla virtuale compresa tra 0,2 e 0,4. Più specificatamente nella simulazione del moto del doppio pendolo si è ottenuto un valore $\lambda=0,3$. Tale valore è stato considerato nel calcolo degli angoli di rotazione durante cinque prove di verifica. Nelle figure 3.27–3.29 sono riportati i grafici dei tre angoli di rotazione ottenuti.

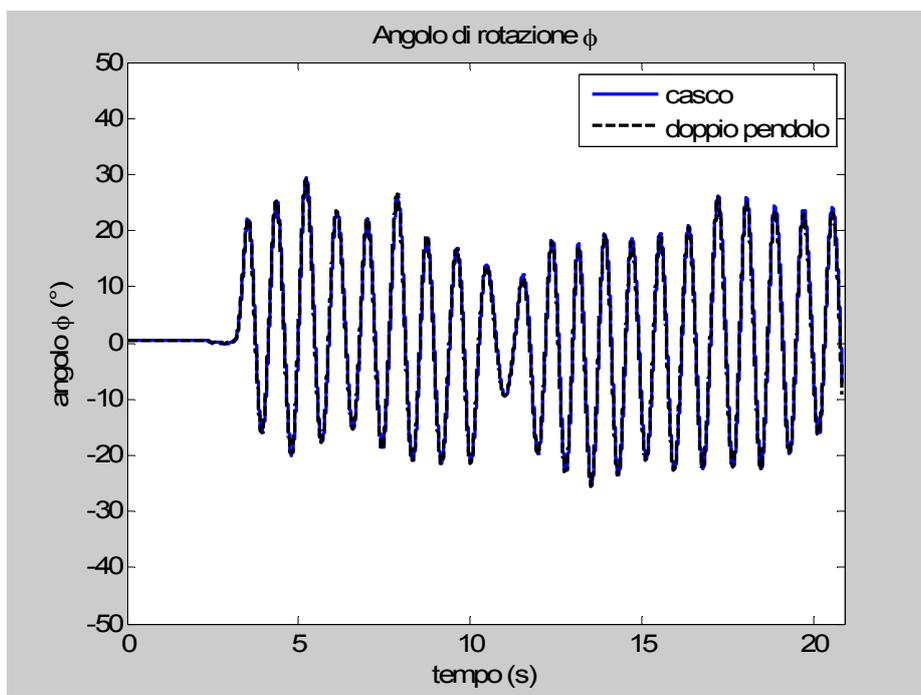


Figura 3.27 Angolo di rotazione ϕ

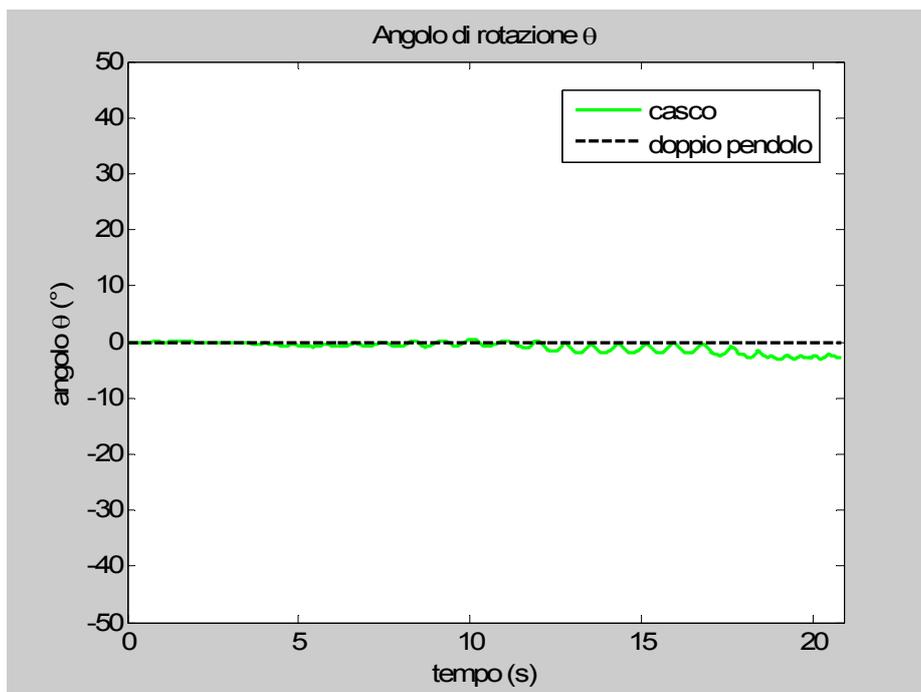


Figura 3.28 Angolo di rotazione θ

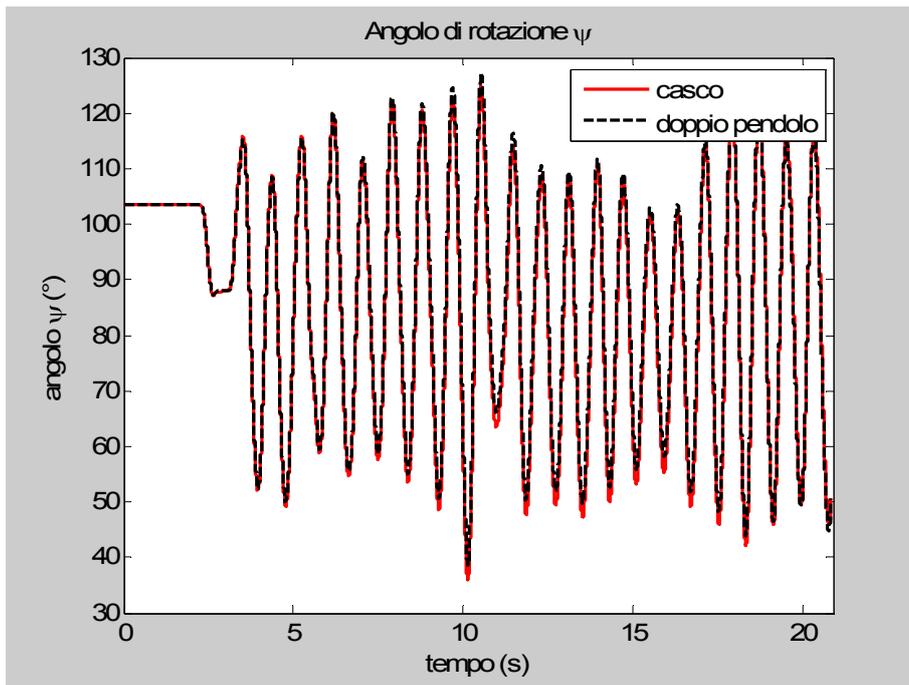


Figura 3.29 Angolo di rotazione ψ

A conferma che il valore di λ scelto in base alla simulazione sia anche nella realtà quello ottimale si riportano in Figura 3.30 gli errori angolari che si commettono facendo variare λ nell'intervallo [0:10] con passo 0,1.

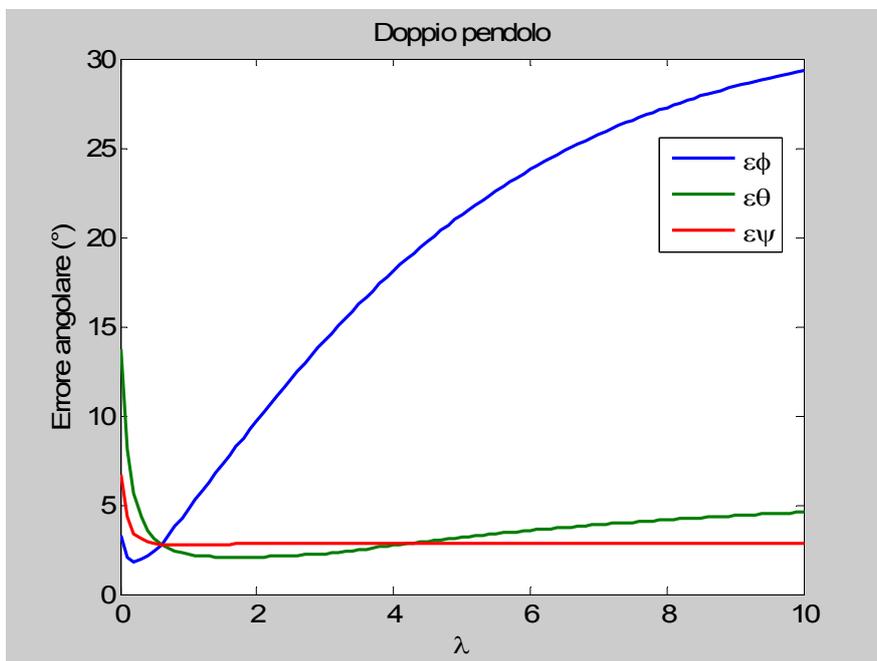


Figura 3.30 Errore angolare che si ottiene facendo variare il parametro λ

Si vede che al crescere di λ gli errori angolari aumentano tranne che per $\varepsilon\psi$ in quanto l'errore intorno all'asse z non può essere compensato dagli accelerometri come ampiamente riportato nel capitolo II.

Nella Tabella 3.11 si riportano le medie e le deviazioni standard degli errori angolari calcolati nelle cinque prove di verifica.

Tabella 3.11 Errori nella misura degli angoli di rotazione

<i>Errori angolari</i>		
ε_ϕ (°)	media	2,7
	dev. standard	1,4
ε_θ (°)	media	2,5
	dev. standard	1,0
ε_ψ (°)	media	4,1
	dev. standard	2,6

I valori sono confrontabili con quelli della simulazione (Tabella 2.7). Si vede come l'errore maggiore risulta essere sempre ε_ψ in quanto tale valore non può essere compensato. Non è possibile stimare l'incertezza in quanto tale valore dipende fortemente dal tipo di movimento imposto, dalla durata di integrazione e dal valore scelto per la costante di rigidezza λ . Si possono però stimare le incertezze combinate standard in funzione dei parametri succitati tenendo conto dei risultati delle simulazioni e delle incertezze associate allo strumento doppio pendolo ($\varepsilon_\phi = 0,3^\circ$, $\varepsilon_\theta = 0,3^\circ$, $\varepsilon_\psi = 0,7^\circ$). I valori ottenuti sono riportati in Tabella 3.12.

Tabella 3.12 Incertezze associate agli angoli di rotazione

Movimento	Doppio pendolo	Piattaforma	Cammino
<i>Durata prova [s]</i>	20	60	5
<i>Costante λ</i>	0,3	0,4	0,0
ε_ϕ [°]	2,2	2,8	0,6
ε_θ [°]	2,5	2,4	0,7
ε_ψ [°]	4,3	3,2	1,2
u_ϕ [°]	2,2	2,8	0,7
u_θ [°]	2,5	2,4	0,8
u_ψ [°]	4,4	3,3	1,4
U_ϕ [°]	6,6	8,4	1,8
U_θ [°]	7,5	7,2	2,1
U_ψ [°]	13,2	9,9	4,2

E incertezze minori si hanno nel caso della cammino in quanto il tempo di integrazione è breve rispetto alle altre prove e la deriva di integrazione può essere trascurata. Aumentando la durata della prova aumenta anche l'incertezza associata. In definitiva si può dire che le incertezze combinate standard hanno valori contenuti per il tipo di applicazioni a cui il casco è rivolto. Per diminuire il valore dell'incertezza associata alla rotazione intorno all'asse verticale z si potrebbe pensare in un eventuale sviluppo del lavoro di utilizzare anche un magnetometro triassiale.

3.5 Conclusioni

Nella prima parte del capitolo sono state introdotte le metodologie di taratura del casco strumentato che utilizzano o il sistema optoelettronico o un pendolo semplice. Si è visto che il primo fornisce dei risultati ottimi ma ha lo svantaggio di avere un costo elevato e di aver bisogno di uno spazio costruito *ad hoc* per funzionare. Il secondo strumento, invece, fornisce valori paragonabili al sistema optoelettronico nella misura della sensibilità e della direzione degli assi sensibili degli accelerometri ma, utilizzando il pendolo semplice, non si riescono a determinare le posizioni degli accelerometri che devono essere calcolate in altro modo.

Nella seconda parte del capitolo è stato descritto il sistema di taratura a doppio pendolo in grado di fornire tutti i parametri necessari per determinare sia la matrice di sensibilità globale del cluster accelerometrico che la matrice di taratura dei giroscopi. Prima di procedere all'utilizzo del sistema è stata condotta una

simulazione individuando gli errori di misura, di realizzazione e di utilizzo del doppio pendolo in modo da determinare le incertezze di taratura associate alla misura degli angoli di rotazione, della velocità angolare e delle accelerazioni. Tramite il sistema a doppio pendolo è stato sia tarato che verificato il corretto funzionamento del prototipo γ del casco strumentato. Note quindi sia le incertezze nella misura delle grandezze cinematiche ottenute sperimentalmente che le incertezze sul sistema di taratura determinate tramite simulazione, è stato possibile calcolare le relative incertezze combinate standard ed incertezze estese con fattore di copertura pari a 3. Dai risultati ottenuti emerge che tramite il dispositivo realizzato si possono calcolare sia le accelerazioni lineari ed angolari che la velocità angolare della testa con un'incertezza accettabile per l'utilizzo clinico del dispositivo, mentre la bontà nella determinazione degli angoli dipende dal tipo e soprattutto dalla durata dell'esercizio che il soggetto deve compiere.

3.6 BIBLIOGRAFIA

1. CAPPÀ P, PATANÈ F, ROSSI S “Sviluppo di un dispositivo a basso costo per la taratura di un casco strumentato con accelerometri di tipo lineare per il rilievo di accelerazioni angolari” VI Congresso Nazionale di Misure Meccaniche e Termiche, Desenzano del Garda, 12 - 14 Settembre 2005.
2. CAPPÀ P, PATANÈ F, ROSSI S “A redundant accelerometric cluster for the measurement of translational and angular acceleration and angular velocity of the head”. ASME Journal of Medical Devices, 1 (2007) 14-22
3. CAPPÀ P, PATANÈ F, ROSSI S “Two calibration procedures for gyroscope-free inertial measurement system based on a double pendulum apparatus” submitted to Measurement Science and Technology (September 2007)

IV CAPITOLO

Utilizzo del prototipo γ in prove di posturografia dinamica

4.1 Introduzione

Nel presente capitolo si riportano due utilizzi preliminari del casco strumentato con sensori inerziali nello studio della posturografia dinamica. Si è integrato l'utilizzo del casco con una piattaforma ad un grado di libertà che può ruotare intorno al proprio asse verticale. Le applicazioni svolte sono state:

1. perturbazione a gradino: breve rotazione della base di appoggio mentre un soggetto compie una rotazione su se stesso di 90° in modo da vedere come la perturbazione si propaghi attraverso il “sistema uomo” passando dal bacino fino ad arrivare alla testa;
2. perturbazione periodica: rotazione della base di appoggio con una forma *chirp* prima a frequenza crescente (0-1 Hz) e poi decrescente (1-0 Hz) in modo da poter studiare il conseguente moto della testa.

Quest'ultima prova è stata utilizzata presso la Società Sportiva Lazio per fornire un *report* dettagliato sul mantenimento dell'equilibrio di ogni giocatore professionista.

Nella prima parte viene riportato un breve descrizione della letteratura pertinente e riguardanti lavori aventi come obiettivo lo studio della cinematica della testa in condizioni di perturbazioni esterne. Nella seconda parte si riportano i protocolli di prova realizzati ed i primi risultati ottenuti per entrambi i compiti succitati.

4.2 Stato dell'arte

Per stabilità posturale si intende la capacità di controllare l'insieme reciproco di posizioni di tutti i segmenti del corpo al fine di mantenere un assetto bilanciato ed ottimizzato rispetto all'ambiente e all'attività che si sta svolgendo. Le strategie che possono essere attuate al fine di mantenere la stabilità posturale dipendono da vari fattori quali l'età del soggetto, il tipo di attività che si sta svolgendo, l'abilità e prestanza atletica, il sesso, ecc. Un ruolo fondamentale hanno anche le masse dei diversi segmenti articolari in gioco, in relazione alle oscillazioni imposte da perturbazioni esterne o da movimenti volontari [1]. Per il mantenimento dell'equilibrio riuscire a stabilizzare la testa è di fondamentale importanza in quanto è sede del sistema visivo, uditivo e vestibolare. Per questo motivo in letteratura sono presenti numerosi articoli dove viene studiata la cinematica della testa sia quando il soggetto deve compiere movimenti tipici della normale attività quotidiana come (1) percorrere traiettorie curvilinee, (2) camminare, (3) ruotare il corpo verso un *target* visivo, sia quando l'equilibrio del soggetto è sottoposto a perturbazioni della base di appoggio (4).

I parametri cinematici misurati, sia della testa che di altri segmenti corporei, servono per comprendere quali siano i meccanismi di integrazione tra i vari sistemi sensoriali che permettono il raggiungimento della stabilità posturale sia in soggetti sani che in quelli patologici. I dati ottenuti possono essere confrontati per la definizione di protocolli riabilitativi o per supportare indagini diagnostiche.

4.2.1 Traiettorie curvilinee

Nell'articolo di Hicheur *et Al.* [2], si analizzano le traiettorie del corpo e della testa durante il cammino lungo un percorso curvilineo a forma di otto (Figura 4.1), al fine di analizzare il processo cognitivo-motorio che

sovrintende a questa attività. I soggetti sani devono percorrere questa traiettoria sia ad occhi aperti (*EO*, *eyes open*) che bendati (*BF*, *blind folded*). Gli autori hanno utilizzato un sistema optoelettronico per il rilevamento delle posizioni dei *marker* posizionati sui soggetti e su di un casco da ciclista allacciato alla testa.

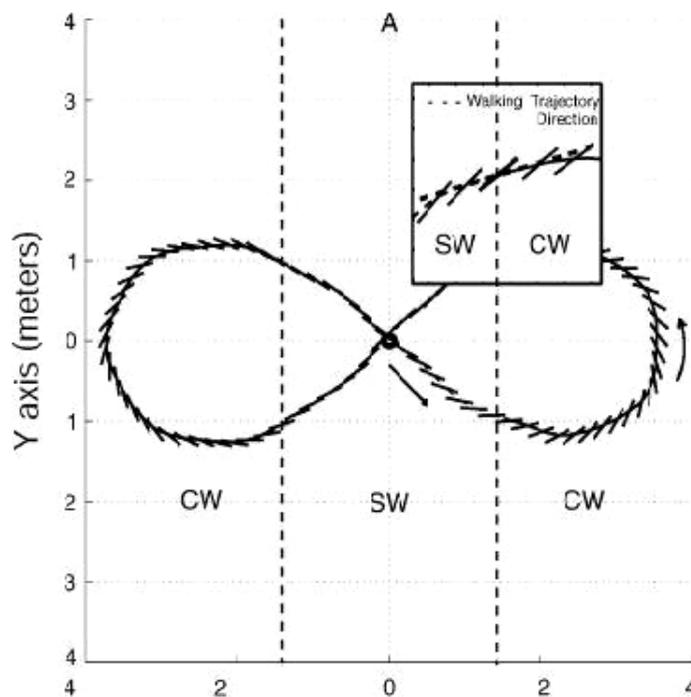


Figura 4.1 Anticipo della traiettoria curva della testa rispetto al corpo

Dai risultati si vede che l'orientamento della testa sul piano frontale sembra legato alla variazione della direzione del vettore ($\mathbf{a-g}$) agente sulla testa. Infatti, durante la descrizione del percorso ad otto, l'inclinazione della testa verso l'interno della curva tende ad allineare l'asse verticale della testa proprio con la direzione del vettore ($\mathbf{a-g}$). Tale comportamento risulta più accentuato quanto la traiettoria dell'otto ha raggio di curvatura minore. Inoltre si vede che la vista non influenza l'inclinazione della testa come dimostrano le prove eseguite sui soggetti bendati i quali mostrano unicamente una maggiore incertezza nel seguire la traiettoria e una minore velocità di esecuzione.

4.2.2 Rotazione della testa durante il cammino

In numerosi lavori viene studiata la coordinazione dei segmenti assiali del corpo durante il cammino di soggetti sani e patologici ai quali viene chiesto di ruotare il capo verso bersagli visivi. Una buona coordinazione di testa, torace e bacino contribuisce al mantenimento dell'equilibrio durante il cammino. D'altronde è importante che il soggetto possa ruotare la testa in direzione diversa da quella di avanzamento al fine di poter osservare l'ambiente circostante. Questo tipo di attività perturbativa volontaria dell'equilibrio viene svolta egregiamente da individui sani e giovani, mentre vi è un generale peggioramento del mantenimento della stabilità posturale in caso di soggetti anziani o patologici.

Nell'articolo di Paquette *et Al.* [3] si propone a soggetti giovani e anziani di camminare lungo un percorso rettilineo in fondo al quale è posta una freccia luminosa in grado di indicare una direzione (destra, sinistra, alto, basso) dove è posto un *led*; al momento dell'accensione i soggetti devono ruotare la testa verso la direzione indicata e continuare a camminare mantenendo il torace diretto nel verso del passo. Entrambi i segnali (ossia freccia e bersaglio) vengono azionati dal piede del soggetto al passaggio sulla pedana che svolge le funzioni di *trigger* (Figura 4.2). Al soggetto è richiesto di reagire più rapidamente possibile. Lo stesso tipo di prova viene effettuata sul soggetto fermo in posa eretta. Le posizioni dei segmenti assiali e articolari vengono rilevate mediante sistema optoelettronico e marker riflettenti.

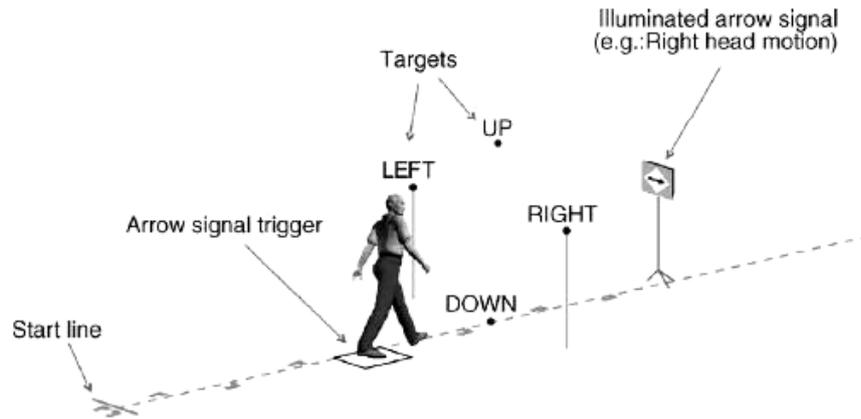


Figura 4.2 Percorso con bersagli visivi

Vengono calcolati gli angoli tra i segmenti corporei presi in esame (testa, torace e pelvi) e, tramite filtraggio e derivazione numerica, si determina anche la velocità angolare della testa. Dall'analisi dei dati (Figura 4.3) si vede una generale tendenza dei soggetti anziani a limitare le escursioni e le velocità angolari dei segmenti superiori del corpo (testa e torace) al fine di non perdere l'equilibrio. Si osserva quindi una generale cautela da parte dei soggetti anziani nell'eseguire movimenti che possano perturbare l'equilibrio.

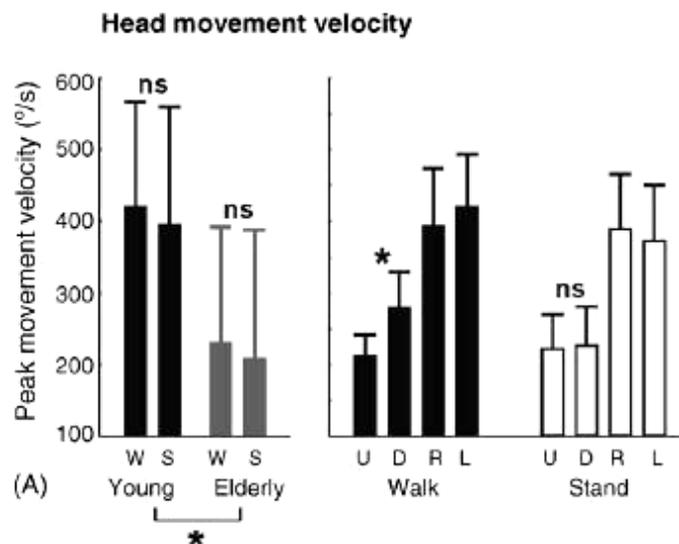


Figura 4.3 Confronto tra le velocità angolari della testa in soggetti giovani e anziani. L'asterisco "*" ed il termine 'ns' indicano se è o non è presente una differenza significativa tra i dati

Lo studio effettuato da Lamontagne *et Al.* [4] è simile a quello di Paquette ma è effettuato su soggetti sia sani che emiparetici. I dati cinematici dell'assetto e delle velocità angolari dei segmenti corporei vengono calcolati utilizzando un sistema optoelettronico. Nei soggetti emiparetici si riscontra una generale mancanza di fluidità del movimento rispetto a soggetti sani.

4.2.3 Rotazione completa del corpo verso un target visivo

Solomon *et Al.* [5] pongono l'attenzione sull'atto di eseguire una rotazione a corpo intero partendo da fermi. Per l'individuazione dell'assetto dei segmenti corporei viene utilizzato, come negli altri casi, un sistema optoelettronico. Il compito da svolgere consiste nell'eseguire una rotazione del corpo partendo dalla posizione eretta con occhi torace e pelvi diretti verso un bersaglio visivo (VT, *Visible Target*) posto di fronte al soggetto a livello degli occhi ad una distanza di 4 m. La nuova direzione verso cui rivolgere l'intero corpo

è fornita da un secondo bersaglio visivo, posto lateralmente ad un angolo di 75° o 90° rispetto al primo (Figura 4.4).

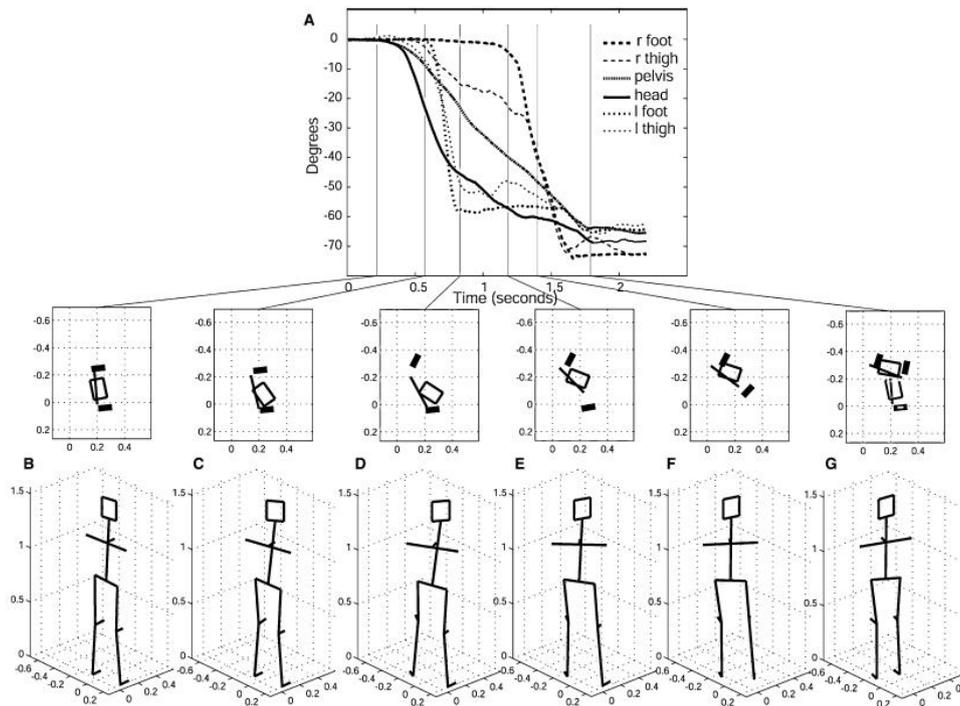


Figura 4.4 Sequenza durante la rotazione a corpo intero verso un bersaglio visuale

I soggetti vengono distinti in due gruppi in base al lato dell'arto inferiore dominante mediante appositi *test* preliminari. I ricercatori si propongono infatti di analizzare le differenze tra la rotazione verso il lato dominante e non. Al soggetto viene richiesto di eseguire una rotazione verso destra o verso sinistra in corrispondenza di un comando sonoro da parte dello sperimentatore. La prova viene effettuata in condizioni di bersaglio visibile (VT, *visible target*) e di direzione solamente ricordata (RD, *remembered direction*) verso il bersaglio visto in precedenza. Dai dati di posizione dei *marker* viene ricavata la rotazione e la velocità angolare di testa e pelvi sul piano orizzontale. Le grandezze analizzate sono:

- Angoli assoluti della testa e della pelvi (H_s, P_s)
- Angolo relativo tra testa e pelvi (H_p)
- Velocità assolute della testa e della pelvi (\dot{H}_s, \dot{P}_s)
- Velocità angolare relativa tra testa e pelvi \dot{H}_p
- Velocità di picco della testa e della pelvi ($peak H_s, peak P_s$)
- Velocità della pelvi all'istante della velocità di picco della testa ($\dot{P}_s @ peak \dot{H}_s$)

Nell'esecuzione del compito assegnato possono essere individuate tre fasi principali (Figura 4.5):

1. La testa e la pelvi ruotano nella stessa direzione verso il bersaglio e la testa supera in velocità angolare la pelvi ($\dot{H}_p > 10 \text{deg} \cdot \text{s}^{-1}$);
2. Il movimento procede in blocco (cioè testa e pelvi ruotano alla stessa velocità, con la testa che precede);
3. La testa viene stabilizzata nello spazio prima che la pelvi abbia terminato il movimento. Questo indica una velocità maggiore della pelvi e quindi una contro-rotazione della testa relativamente ad essa.

In entrambe le condizioni di VT o RD si nota lo stesso *pattern* motorio: la testa raggiunge velocità di picco più elevate della pelvi, precedendo prima la pelvi e rallentando dopo una fase di movimento in blocco con essa.

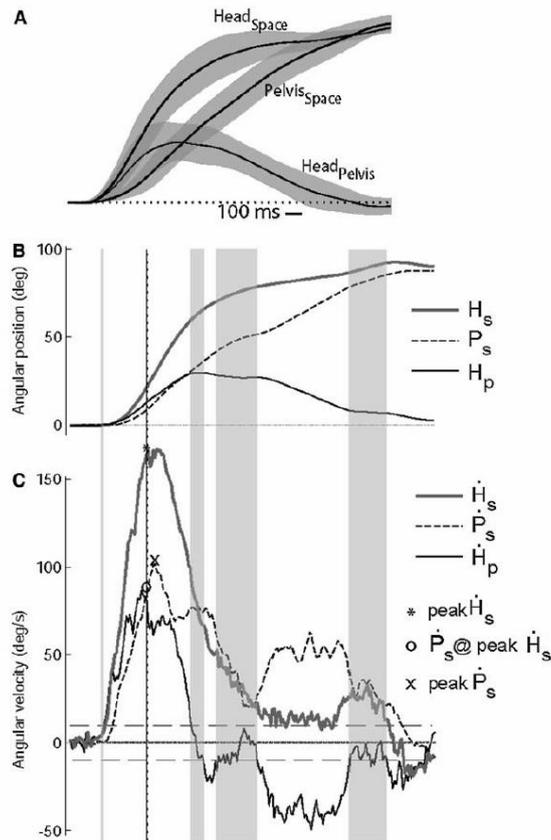


Figura 4.5 Angoli di rotazione e velocità angolari dei segmenti assiali durante la rotazione analizzata

La velocità di picco raggiunta dalla pelvi (Figura 4.6) non varia in condizioni di occhi aperti od alla ricerca della direzione ricordata, mentre la testa rallenta significativamente in quest'ultimo caso.

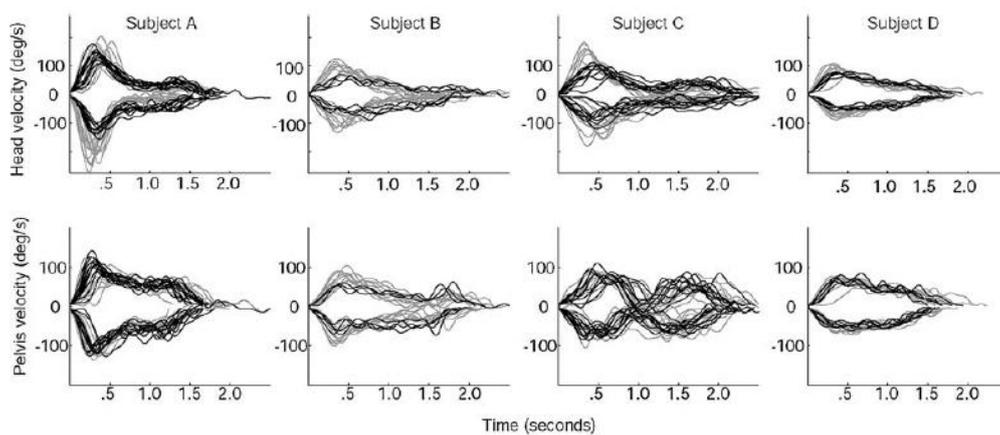


Figura 4.6 Confronto tra le velocità di testa e pelvis in condizioni di *Visible Target* (grigio) e *Remembered Direction* (nero)

Questo schema motorio ha origine nella necessità di compiere un movimento rotatorio mantenendo nel contempo la massima stabilità posturale e in particolare della testa. A proposito di questo gli autori suggeriscono uno studio da effettuarsi a mezzo di una perturbazione della velocità di rotazione della pelvi per determinare se tale perturbazione fa variare lo schema motorio suscitato. Proprio alla luce di questo suggerimento si è deciso di approntare nel presente lavoro di dottorato un *setup* sperimentale al fine di analizzare il compito di rotazione a corpo intero verso un bersaglio, con l'applicazione di una perturbazione a livello dei piedi.

4.2.4 Perturbazione rotativa della base di appoggio

Lo studio dell'effetto di perturbazioni periodiche della base di appoggio sulla stabilità sia della pelvi che del tronco e della testa è stato analizzato dal presente gruppo di ricerca [6] applicando tre diverse rotazioni sinusoidali [0,20; 0,50; 0,75 Hz] intorno all'asse verticale della base di appoggio rappresentata da una piattaforma motorizzata che verrà descritta nel prossimo paragrafo. Nel presente articolo si è utilizzato come strumento di misura unicamente il sistema optoelettronico VICON (Figura 4.7).

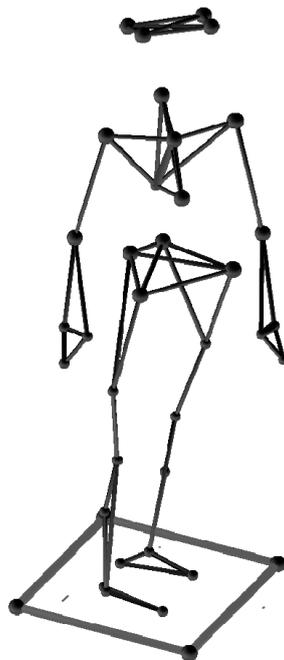


Figura 4.7 Modello tridimensionale ottenuto con il sistema optoelettronico VICON del soggetto posto sulla piattaforma

I soggetti coinvolti hanno eseguito le prove sia fissando con lo sguardo un punto di fronte a loro sia, tenendo gli occhi chiusi, immaginando di fissare il punto suddetto. Vengono analizzati i guadagni e le fasi delle rotazioni del bacino, del tronco, della testa e delle braccia nelle diverse condizioni di rotazione (Figura 4.8). Dai risultati si vede che i guadagni diminuiscono il loro valore passando dal bacino alla testa poiché i soggetti cercano di stabilizzare quest'ultima. Inoltre, aumentando la velocità di rotazione della pedana, i guadagni del tronco e del bacino diminuiscono come se, aumentando la perturbazione, il soggetto tenda a stabilizzare anche questi ultimi a scapito però della rotazione delle braccia che cresce. Dall'analisi delle fasi emerge che tutti i segmenti corporei analizzati hanno una fase positiva tranne le braccia che si muovono in controfase con la piattaforma proprio per assicurare la stabilità posturale del soggetto. Nella condizione di assenza di *input* visivo si nota, al termine della prova e solo in alcuni soggetti, una deriva della rotazione della testa rispetto al punto che il soggetto avrebbe dovuto immaginare di fissare. Alcuni soggetti tendono, al termine della prova, a recuperare la posizione iniziale della testa altri invece non si accorgono di essere ruotati. Il valore della deriva varia da soggetto a soggetto, sia in ampiezza che nel tempo necessario per riportare la testa nella condizione iniziale. Il fenomeno della deriva dipende da una errata integrazione dei sistemi sensoriali quali gli organi vestibolari ed i muscoli del collo che, in assenza dell'input visivo, non riescono a determinare correttamente la posizione della testa nello spazio. Da questo si può capire come la dipendenza della deriva sia un parametro intrasoggettivo e difficilmente generalizzabile.

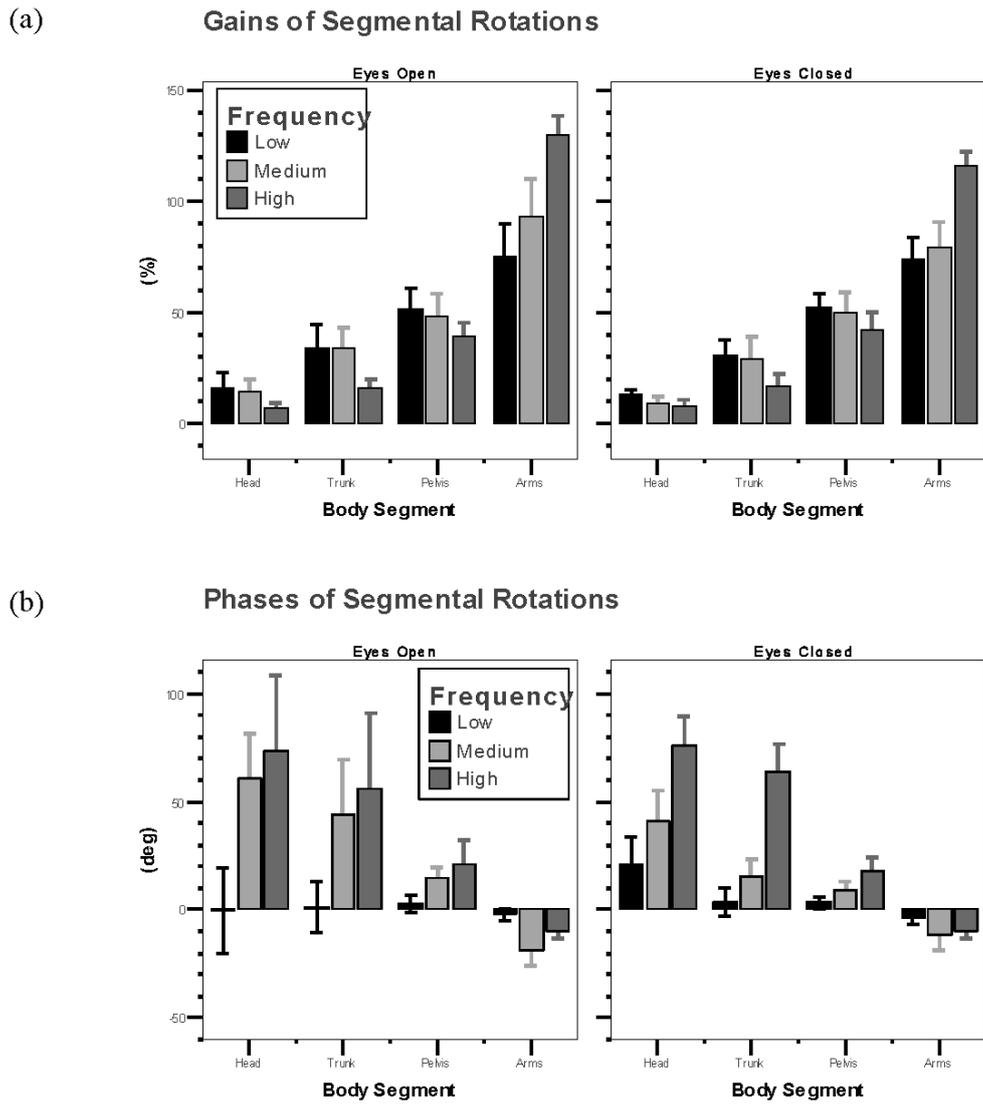


Figura 4.8 Guadagni e fase delle rotazioni dei segmenti corporei rispetto alla rotazione della piattaforma

4.3 Perturbazione a gradino

La prova in esame consiste nell'imporre delle brevi rotazioni della base di appoggio mentre il soggetto ruota il corpo in modo da poter guardare un *target* visivo posto a 90° dal punto di partenza (Figura 4.9). Le rotazioni imposte dalla base di appoggio iniziano quando l'angolo di rotazione della testa, durante la rotazione del soggetto, supera i 30° . Le perturbazioni possono essere equiverse alla rotazione della base o avere verso opposto.

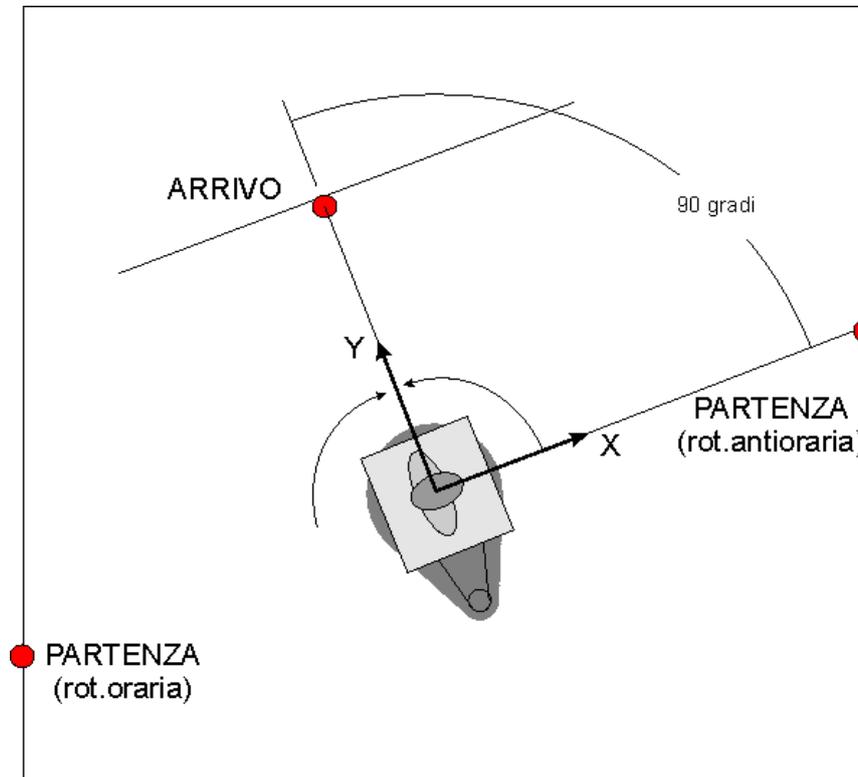


Figura 4.9 Protocollo di prova

I parametri da analizzare sono la cinematica della testa, del tronco e del bacino e lo spostamento del centro di pressione durante la prova. Gli strumenti utilizzati per il presente protocollo sono:

- Prototipo γ del casco;
- Sistema optoelettronico;
- Piattaforma di forza;
- Piattaforma 1 DOF (degree of freedom);

Tramite il sistema optoelettronico vengono acquisite le posizioni della testa, del tronco, del bacino e delle gambe in modo da poter calcolare gli angoli relativi tra tali segmenti. La piattaforma di forza viene utilizzata per calcolare l'interazione dinamica tra il soggetto e la base di appoggio ed avere una stima della posizione del centro di pressione. Il casco strumentato viene utilizzato sia per misurare la cinematica della testa che come trigger per l'inizio della perturbazione della base di appoggio.

Vengono ora descritte sia la piattaforma utilizzata che la piattaforma 1 DOF mentre per dettagli maggiori sul casco e sul sistema optoelettronico si rimanda ai precedenti capitoli.

4.3.1 Piattaforma di forza

Per misurare l'interazione del soggetto con la base viene utilizzata una piattaforma di forza multicomponente in grado di rilevare le tre componenti sia delle forze che dei momenti applicati su di essa. La piattaforma di forza utilizzata è il modello OR6-6 (Figura 4.10), prodotta dalla AMTI (*Advanced Mechanical Technology, Inc.*) con fondo scala di 8900 N.



Figura 4.10 Piattaforma di forza AMTI OR6-6

Tale piattaforma utilizza quattro elementi elastici, le deformazioni dei quali sono rilevate attraverso estensimetri elettrici a resistenza collegati internamente in configurazione a ponte di Wheatstone, in modo tale da fornire come segnale in tensione le forze e i momenti applicati sul piatto superiore. Insieme alla piattaforma di forza viene fornita la centralina estensimetrica AMTI MSA-6 (Figura 4.11), che provvede, come ovvio, all'eccitazione dei ponti di Wheatstone e all'amplificazione in tensione delle uscite.



Figura 4.11 Centralina estensimetrica AMTI MSA-6

Tramite la piattaforma di forza si può determinare il centro di pressione (COP), ossia il punto del piano di appoggio intersezione con il vettore della forza ad esso applicata. Considerato il sistema di riferimento relativo alla piattaforma (Figura 4.12) e data una forza \mathbf{F} , applicata ad una distanza $\mathbf{b}=(b_x, b_y, b_z)$ dal centro del dinamometro, il vettore dei momenti \mathbf{M} è dato da:

$$\begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix} = \det \begin{bmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ b_x & b_y & b_z \\ F_x & F_y & F_z \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} F_z b_y - F_y b_z \\ F_x b_z - F_z b_x \\ F_y b_x - F_x b_y \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

Le componenti del momento intorno agli assi x e y sono quindi:

$$\begin{aligned} M_x &= F_z b_y - F_y b_z \\ M_y &= F_x b_z - F_z b_x \end{aligned} \quad (4.2)$$

da cui si ricava:

$$\begin{aligned} -F_z b_x &= M_y + F_x b_z \\ F_z b_y &= M_x - F_y b_z \end{aligned} \quad (4.3)$$

La quantità b_z è nota in quanto corrisponde al valore della coordinata z di intersezione tra l'asse verticale e il piano d'appoggio. Tale valore è fornita con la documentazione della piattaforma essendo stata ricavata in

sede di taratura. Le distanze b_x e b_y sono invece le coordinate incognite del COP, che possono essere ricavate dall'equazione (4.3):

$$\begin{aligned} X_{COP} = b_x &= -\frac{M_y + F_x b_z}{F_z} \\ Y_{COP} = b_y &= \frac{M_x - F_y b_z}{F_z} \end{aligned} \quad (4.4)$$

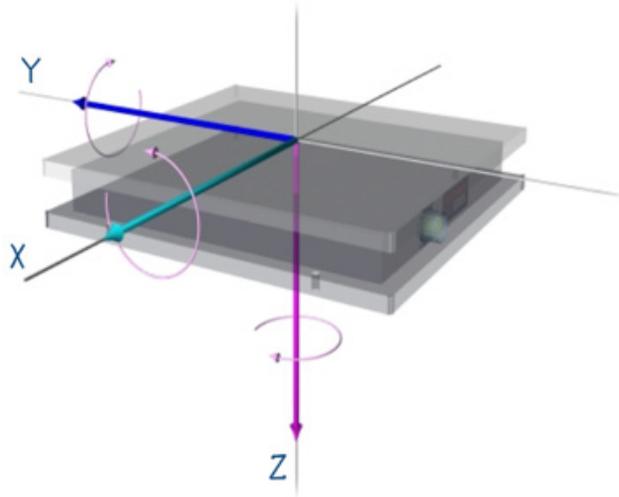


Figura 4.12 Riferimento della piattaforma, con i versi positivi dei momenti

4.3.2 Piattaforma 1 DOF

Per produrre la perturbazione della base di appoggio si è utilizzata una piattaforma ad un grado di libertà (Figura 4.13) in grado di ruotare intorno all'asse verticale. Una caratteristica di tale piattaforma, oltre alla compattezza, è la possibilità di compiere rotazioni maggiori di 360°.

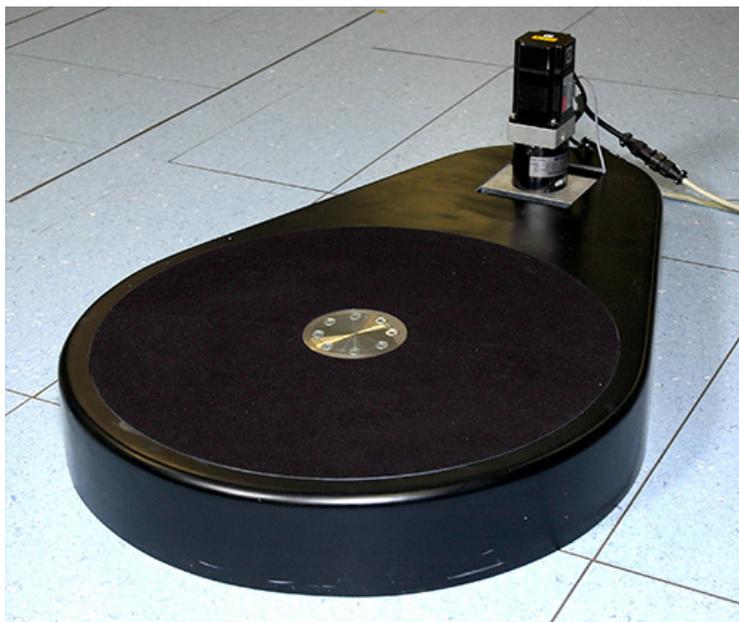


Figura 4.13 Piattaforma 1D

Su una base in alluminio è montato un disco in polietilene ad alta densità rotante intorno all'asse verticale. L'accoppiamento avviene a mezzo di un cuscinetto a rulli incrociati in grado di sostenere sia la spinta assiale che quella radiale. La rotazione è fornita tramite un motore elettrico SANYO DENKI in grado di erogare una potenza di 200 W. La coppia viene trasmessa per mezzo di una cinghia dentata (Figura 4.14). Tramite l'elettronica di controllo è possibile pilotare la piattaforma imponendo una rotazione, che può essere ritenuta attendibile nei limiti dell'errore di inseguimento desiderato. Se tale errore supera il valore tollerato l'elettronica entra in blocco, altrimenti può ritenersi correttamente portato a termine il compito assegnato in termini di moto angolare.

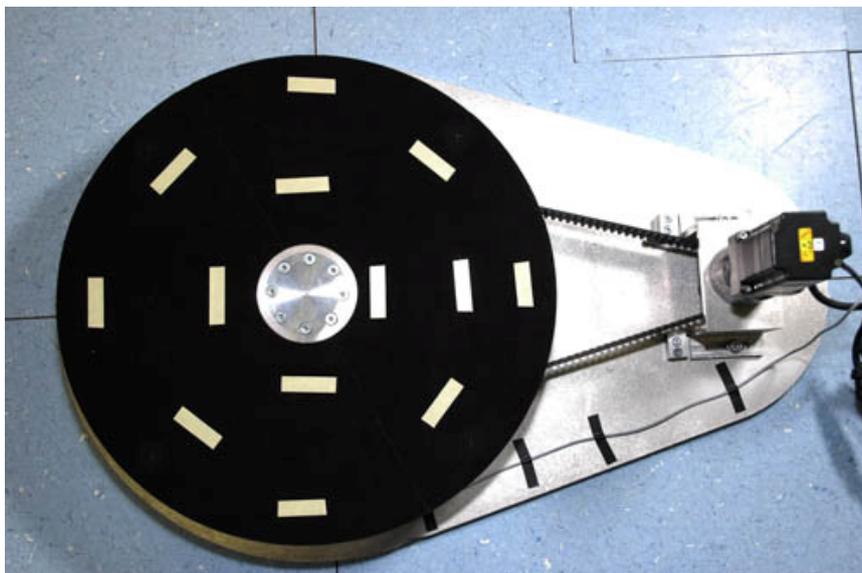


Figura 4.14 Cinghia di trasmissione del moto

Sulla piattaforma 1D è stata posizionata e fissata, mediante nastro biadesivo, la piattaforma di forza descritta precedentemente (Figura 4.15).



Figura 4.15 Piattaforma 1D e piattaforma di forza

4.3.3 Protocollo di prova

Il soggetto deve ruotare il proprio corpo in modo da poter fissare un punto posto a 90° rispetto alla posizione iniziale. Affinché altri input visivi non distraessero il soggetto si è utilizzato uno schermo bianco posto a tre metri dalla piattaforma. Su tale schermo sono stati fissati i target visivi di inizio e fine prova. La piattaforma rotante è stata posta all'interno del volume di misura del sistema optoelettronico. Sono stati posizionati i *marker* sul soggetto in modo da poter individuare i vari segmenti corporei (Figura 4.16).

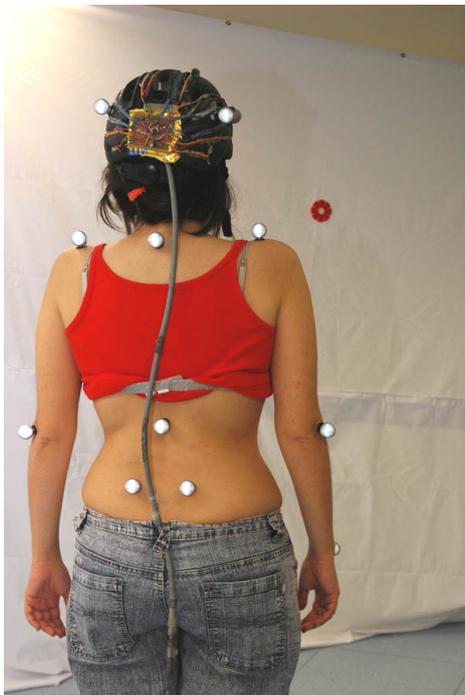


Figura 4.16 Schermo con il bersaglio visivo e soggetto con i marker

Inoltre il soggetto indossa il casco strumentato sul quale sono stati fissati i *marker* per individuare la posizione della testa. Il cavo di collegamento del casco è stato assicurato alla vita con un apposito nastro adesivo per evitare interferenze durante il movimento.

Il compito assegnato è stato così formulato:

1. fissare con lo sguardo il bersaglio di partenza con il corpo orientato nella stessa direzione;
2. eseguire una rotazione sul posto per allineare il corpo con la direzione del bersaglio di arrivo fissando lo sguardo su quest'ultimo;
3. alla fine della prova continuare a fissare il bersaglio di arrivo.

Durante il compito la piattaforma poteva quindi ruotare nello stesso verso o in verso opposto alla rotazione del soggetto oppure non ruotare affatto. In Tabella 4.1 si riportano i casi possibili. Il soggetto non viene preventivamente informato sulla presenza della perturbazione e sul suo verso. L'entità della rotazione della piattaforma è stata determinata da test preliminari in modo da evitare sbilanciamenti eccessivi del corpo ed assicurare il mantenimento dell'equilibrio. La perturbazione consiste in una rotazione sinusoidale con ampiezza 45° e della durata di 1,2 s. L'inizio della rotazione è regolato dal *trigger* basato sulla misura della rotazione della testa tramite casco strumentato. La piattaforma comincia la sua perturbazione quando la testa ruota, rispetto all'angolo iniziale, di 30° . Da quanto esposto nel capitolo 3 si è visto che il casco strumentato stima gli angoli di rotazione con un'incertezza che aumenta se aumenta la durata della prova in esame. Per ovviare a questo problema si è provvisto il software di controllo e acquisizione di un tasto che permetta di calcolare gli *offset* dei sensori inerziali in modo da annullare la deriva di integrazione. Condizione per far questo è che il casco risulti fermo nel momento in cui si procede a tale operazione.

Tabella 4.1 Varianti di esecuzione del compito

<i>Soggetto</i>	<i>Piattaforma</i>
Rotazione oraria	Senza perturbazione
	Con perturbazione nello stesso verso
	Con perturbazione in verso opposto
Rotazione antioraria	Senza perturbazione
	Con perturbazione nello stesso verso
	Con perturbazione in verso opposto

4.3.4 Analisi dati

Per effettuare l'analisi dei dati sono stati scelti alcuni parametri di confronto:

- Angolo di rotazione della testa, del tronco e della pelvi intorno all'asse verticale;
- Velocità di rotazione della testa, del tronco e della pelvi intorno all'asse verticale;
- Accelerazione angolare della testa intorno all'asse verticale.

Vengono riportati i grafici relativi alle tre prove di rotazione in verso antiorario effettuate in condizione non perturbata e perturbata con entrambi i versi di rotazione della piattaforma. Le prove sono state sincronizzate utilizzando come riferimento l'evento di *trigger* che viene originato dal superamento della soglia di rotazione della testa di 30 ° dalla posizione iniziale.

4.3.4.1 Angoli di rotazione

In Figura 4.17 sono riportate le rotazioni della testa, del tronco e della pelvi nella situazione imperturbata. Si può notare che la testa è in anticipo rispetto al tronco e alla pelvi. Essa raggiunge il bersaglio prima del tronco e della pelvi, superandolo e raggiungendo, contemporaneamente agli altri due segmenti, la posizione finale dopo 2 s dall'inizio del movimento.

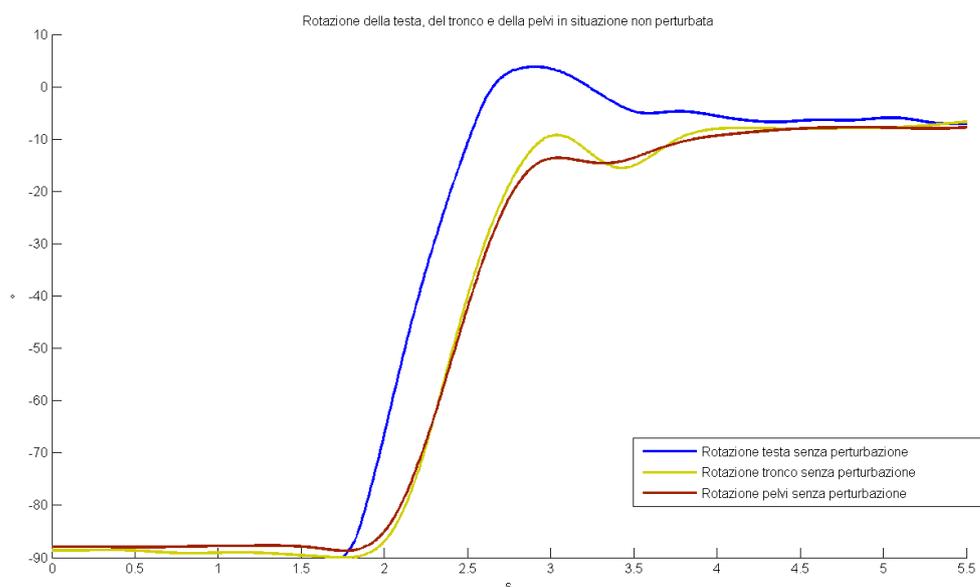


Figura 4.17 Rotazione della testa, del tronco e della pelvi nella situazione non perturbata

In Figura 4.18 sono riportati i tracciati relativi alla prova con perturbazione equiversa. La testa, già dopo 0,5 s dall'inizio della perturbazione, raggiunge l'equilibrio che mantiene nella restante parte. Il tronco e la pelvi si fermano solo dopo che la perturbazione è terminata.

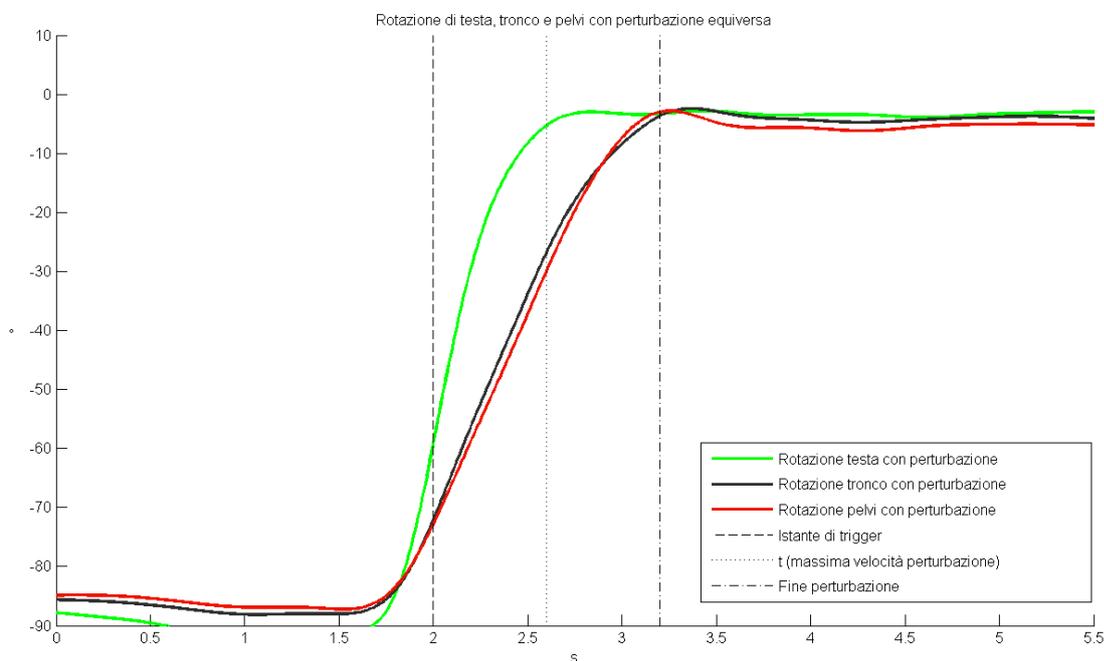


Figura 4.18 Rotazioni di testa tronco e pelvi con perturbazione equiversa

In Figura 4.19, dove sono graficati i risultati ottenuti con la rotazione contro-versa, si può vedere come le rotazioni di tutti e tre i segmenti corporei sono meno regolari rispetto ai casi precedenti. La testa raggiunge dopo 0,5 s l'obiettivo ma lo supera per poi recuperare la posizione corretta. Inoltre, come nei casi precedenti, è sempre la testa che inizia e termina prima il movimento rispetto agli altri due.

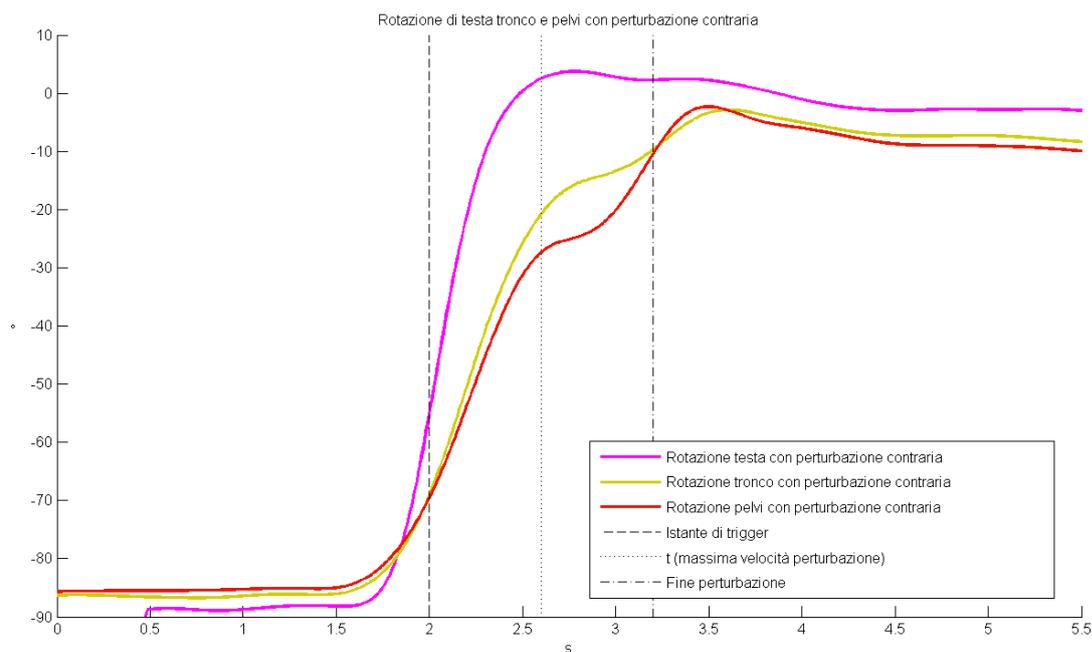


Figura 4.19 Rotazioni di testa tronco e pelvi nelle tre diverse situazioni

In Figura 4.20 si concentra l'attenzione sulla rotazione della testa nelle varie condizioni di perturbazione. Si vede come, pur nella limitatezza delle prove effettuate, la testa ruota pressoché nello stesso modo sia nel caso di assenza che di presenza della perturbazione.

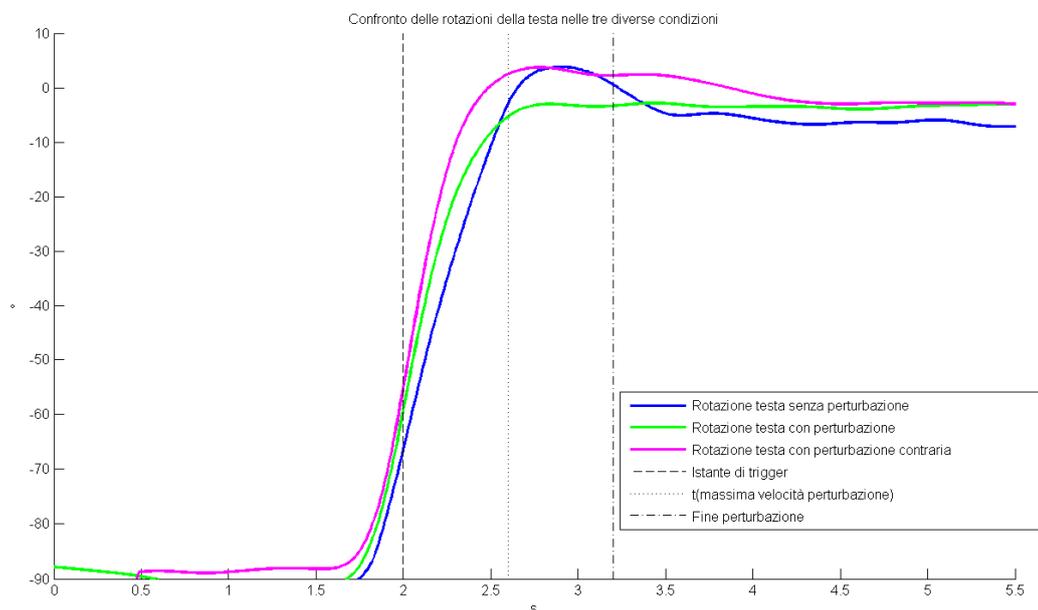


Figura 4.20 Confronto delle rotazioni della testa nelle tre diverse condizioni di perturbazione

4.3.4.2 Velocità angolari

Dal confronto (Figura 4.21) tra le velocità angolari si vede come la testa raggiunge valori maggiori nel caso di perturbazione controversa ($200\text{ }^\circ/\text{s}$) e minimi nel caso di assenza di perturbazione ($150\text{ }^\circ/\text{s}$). Tale valore rimane però sempre maggiore delle velocità del tronco e della pelvi. Dal confronto tra le figure 4.19, 4.20 e 4.21 si vede che, sia nel caso della pelvi che del tronco il profilo di velocità angolare risulta differente in assenza o in presenza di perturbazioni mentre rimane pressoché uguale per la testa. Tale fatto comporta che la perturbazione indotta dal basso verso l'alto sul soggetto si riduce passando dalla pelvi al tronco fino ad essere minima al livello della testa. Tale segmento corporeo risulta essere così il meno perturbato ossia il soggetto tende a variare la posizione del bacino e del tronco in modo da non far variare la naturale rotazione della testa. I segmenti pelvi e tronco, quindi, tendono a compensare la perturbazione indotta dalla base di appoggio in modo che la testa non ne risenta.

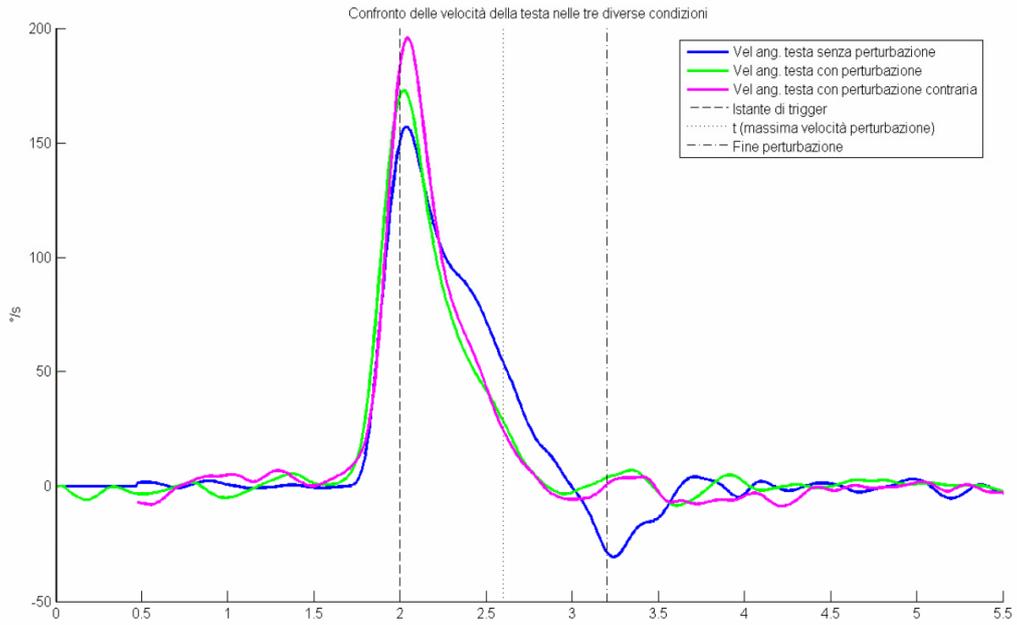


Figura 4.21 Velocità angolare della testa nelle tre condizioni di perturbazione

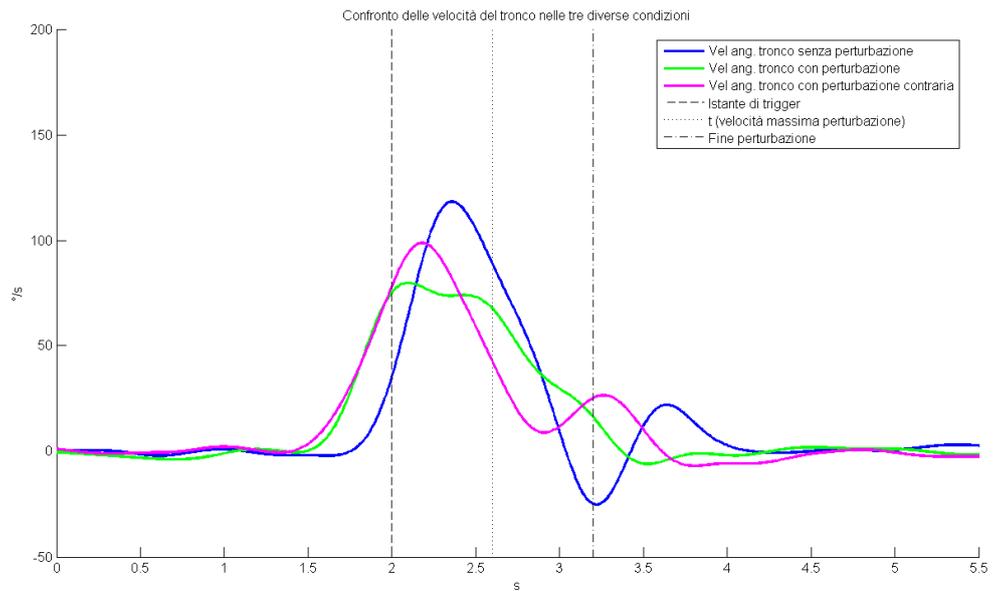


Figura 4.22 Velocità angolare del tronco nelle tre condizioni di perturbazione

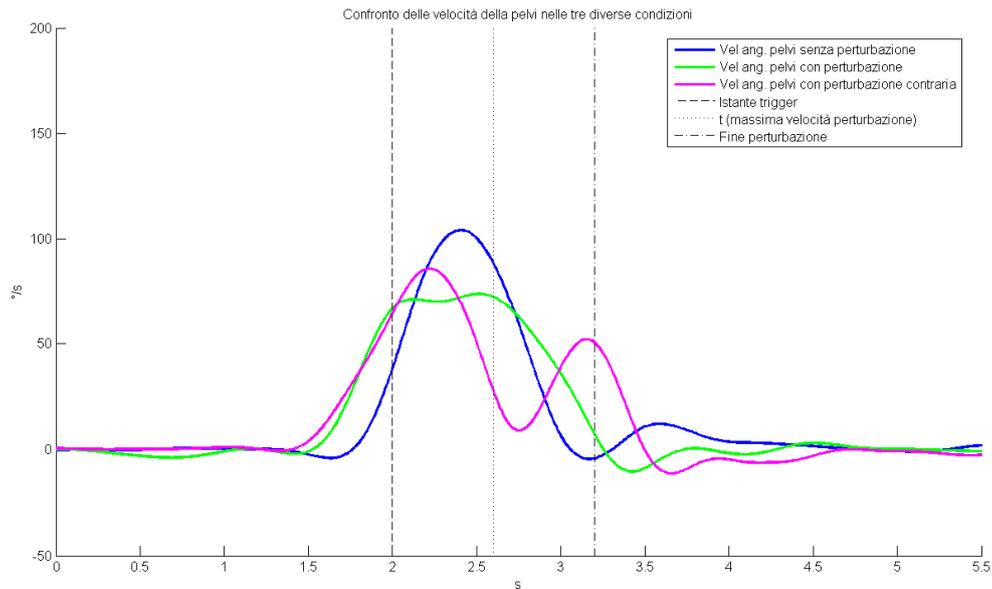


Figura 4.23 Velocità angolare della pelvi nelle tre condizioni di perturbazione

4.3.4.3 Accelerazioni angolari della testa

In Figura 4.24 vengono riportate le componenti verticali delle accelerazioni angolari ottenute in assenza di perturbazione ed in presenza di una perturbazione equi-versa o contro-versa. Tali grandezze sono misurate utilizzando il prototipo γ del casco strumentato. Si può notare dalla figura in esame come la testa subisca una repentina accelerazione ed una successiva decelerazione al fine di raggiungere velocemente il nuovo punto di stabilità. Inoltre si può notare come le accelerazioni angolari, analogamente a quanto osservato con le velocità e le rotazioni, risultano essere tra loro simili nelle tre condizioni di perturbazione. Difatti, il tracciato dell'accelerazione non viene sostanzialmente modificato dalla presenza della perturbazione, ossia la testa esegue il suo movimento indipendentemente da ciò che succede al livello della base di appoggio; saranno gli altri segmenti corporei a destabilizzarsi affinché la perturbazione non “pervenga” al livello della testa.

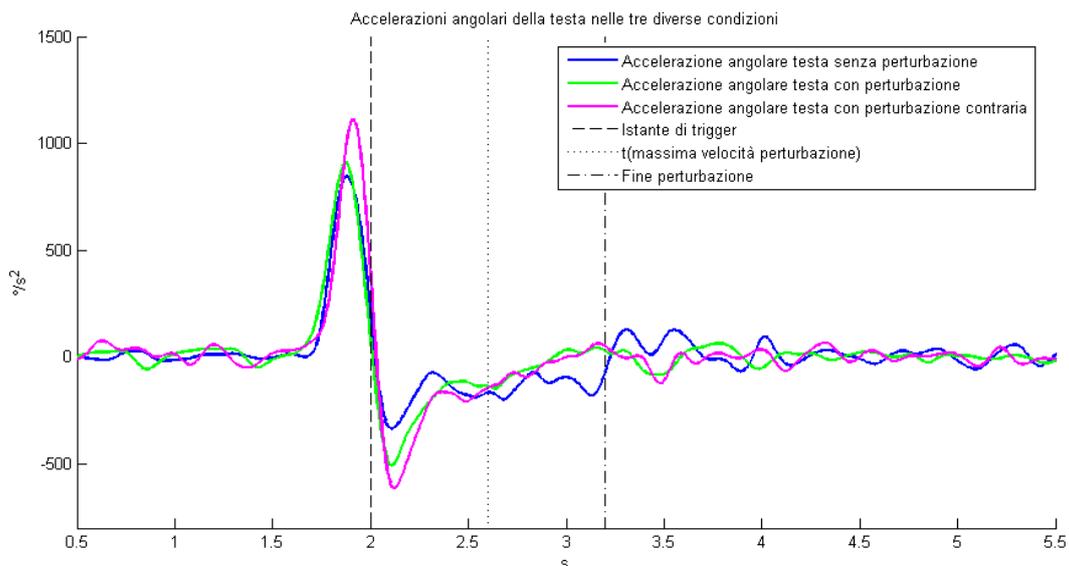


Figura 4.24 Accelerazioni angolari della testa nelle diverse condizioni di perturbazione

4.3.4.4 Centro di pressione (COP)

Nelle figure 4.23, 4.24 e 4.25 si riporta lo statochinesigramma: definito come l'andamento in funzione del tempo della posizione istantanea del COP. Nel caso di perturbazione contro-versa è evidente la destabilizzazione del corpo dato che il centro di pressione percorre, durante la rotazione, un'area maggiore rispetto alle altre due condizioni. Nei grafici sono riportati i punti di partenza (P) e di arrivo (A) della rotazione e, con tratto maggiore, il percorso compiuto dal COP durante la perturbazione. L'area coperta dal COP durante la perturbazione a favore sembrerebbe essere di minore estensione anche rispetto a quella senza perturbazione, questo poiché la rotazione del soggetto viene "accompagnata" dal movimento della piattaforma ed il soggetto tende a rimanere maggiormente fermo.

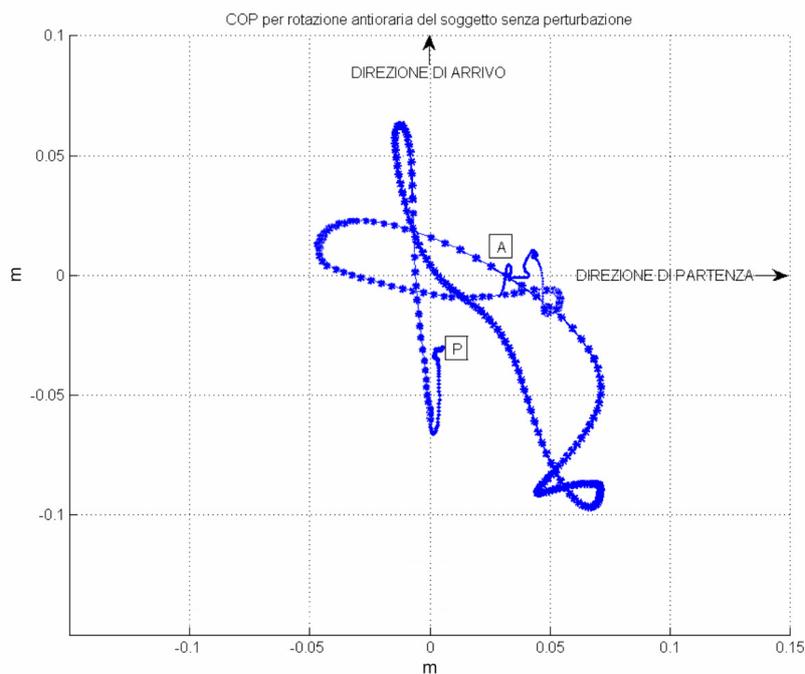


Figura 4.25 Statochinesigramma del COP in assenza di perturbazione

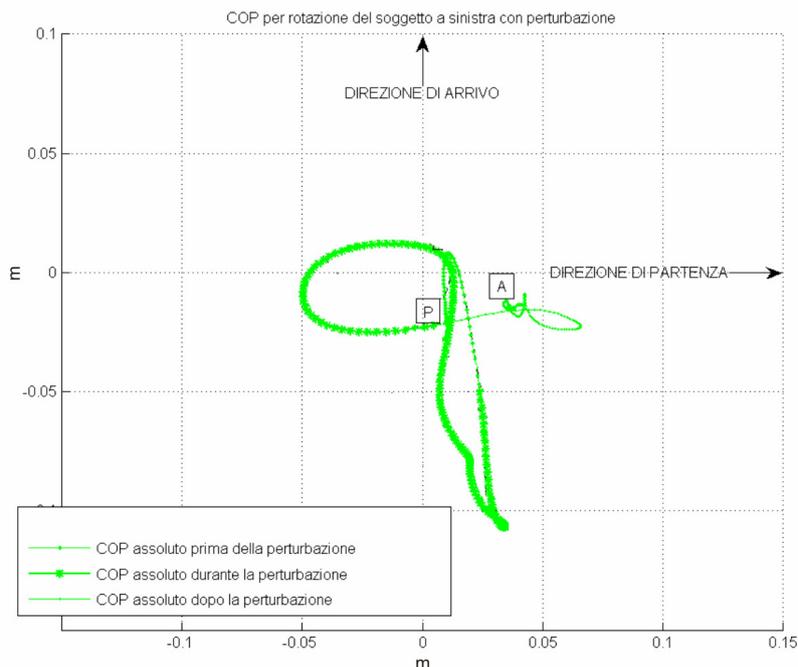


Figura 4.26 Statochinesigramma del COP in presenza di perturbazione equiversa

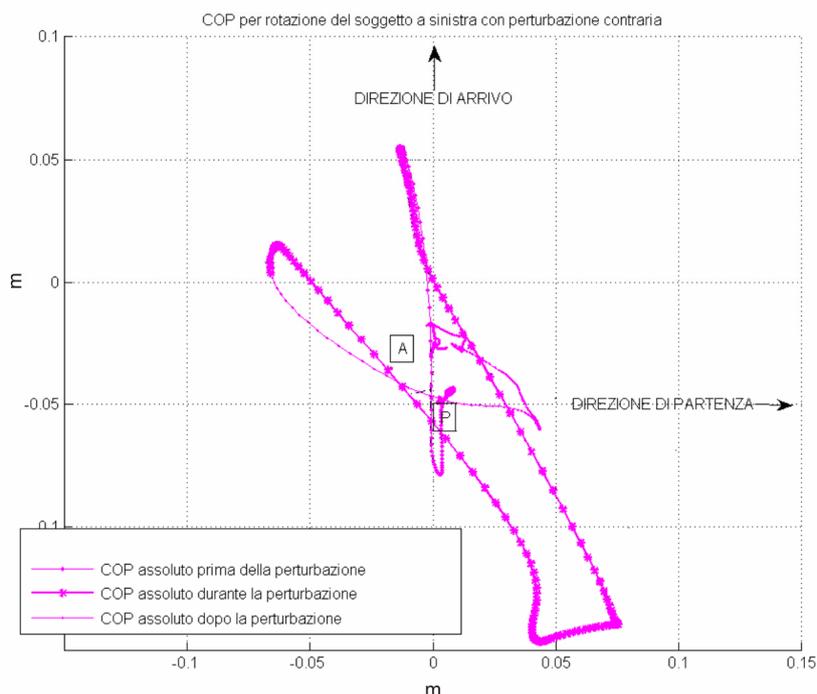


Figura 4. 27 Statochinesigramma del COP in presenza di perturbazione equiversa

Tutti i grafici riportati in precedenza sono trattati unicamente dal punto di vista qualitativo e non viene considerato alcun parametro quantitativo dato che le prove sono una per ogni rotazione e sono condotte su di un solo soggetto. Da questi primi risultati emerge comunque che la testa non varia il modo di ruotare in presenza di perturbazioni sia equi-verse che contro-verse al contrario della pelvi e del tronco. Questo può essere spiegato dal fatto che il “sistema uomo” tende a far variare la posizione dei segmenti corporei in modo da smorzare il segnale della perturbazione che arriva alla testa.

4.4 Perturbazione periodica

Lo studio dell'effetto di perturbazioni periodiche della base di appoggio sulla stabilità della testa è stato condotto su commissione della Società Sportiva Lazio sui propri atleti. Data l'assenza di un sistema per l'analisi del movimento nella struttura della Società Sportiva si è utilizzato il prototipo γ del casco strumentato per lo studio delle velocità angolari e delle rotazioni della testa quando il soggetto è sottoposto a particolari perturbazioni della base di appoggio (Figura 4.28). Il movimento impostato per la piattaforma è una *chirp* nel campo di frequenze 0-1-0 Hz (Figura 4.29), che corrisponde a un movimento armonico con velocità crescente da zero a 1 giro/s fino a metà della prova, e poi con velocità decrescente fino all'arresto della pedana nella stessa posizione di partenza. Ogni atleta è stato sottoposto a tre prove ad occhi aperti e tre prove ad occhi chiusi in modo da poter valutare la possibile deriva della rotazione della testa a fine prova e quindi l'apporto del sistema vestibolare alla capacità di controllo dell'equilibrio con e senza ingresso visivo. Prima del set di prove è stata condotta una prova sia ad occhi aperti che ad occhi chiusi per "allenare" il soggetto all'esercizio proposto.



Figura 4.28 Soggetto sulla piattaforma 1 DOF con indosso il casco

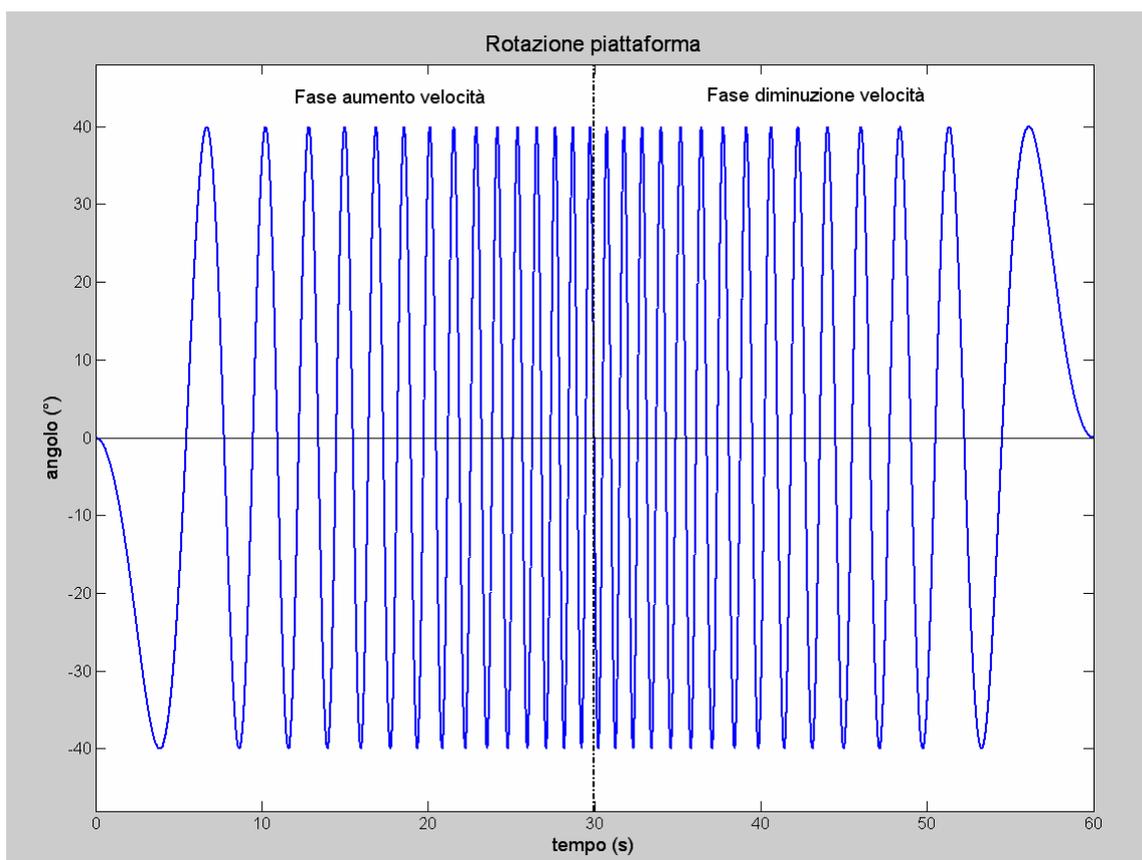


Figura 4.29 Rotazione impostata per il movimento della piattaforma

Tramite le uscite del casco strumentato si è presa in considerazione unicamente la rotazione della testa intorno all'asse verticale (Figura 4.30) in quanto le altre rotazioni risultano essere trascurabili data la tipologia di movimento imposto. Da ogni prova sono stati eliminati i primi e gli ultimi 5 secondi in modo da escludere la rotazione transitoria di inizio e fine prova. Si è studiato il diverso comportamento della testa in fase di aumento (A.V.) e di diminuzione (D.V.) della velocità di rotazione della piattaforma. Nella maggior parte dei casi analizzati la testa inizia a ruotare in fase con la piattaforma percorrendo un angolo elevato; all'aumentare della velocità si raggiunge un punto in cui la testa diminuisce drasticamente la rotazione in modo da diminuire le variazioni degli ingressi visivi e del sistema vestibolare che potrebbero far perdere l'equilibrio al soggetto; infine, al diminuire della velocità, si torna a ruotare con la testa solidalmente alla piattaforma in quanto le variazioni degli *input* dei sistemi sensoriali non sono più così elevate da poter causare la caduta del soggetto.

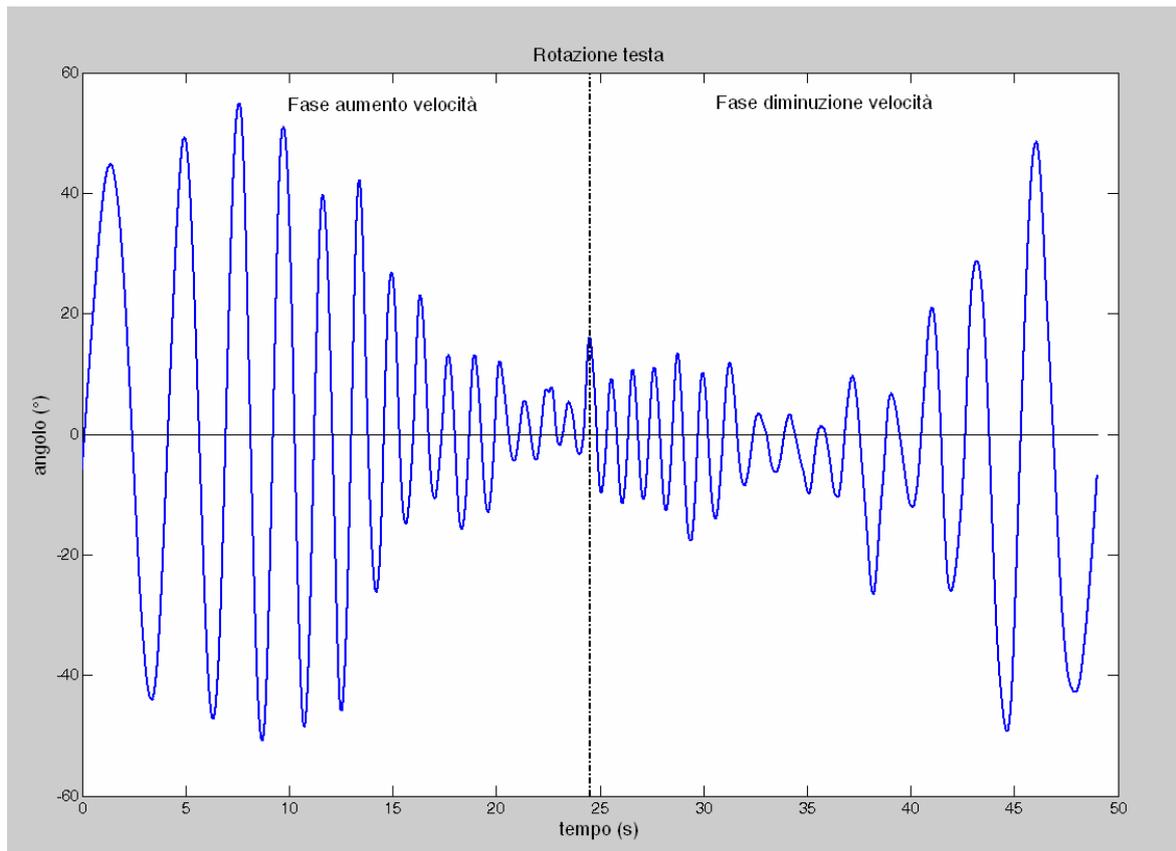


Figura 4.30 Rotazione della testa in presenza della rotazione a chirp della base di appoggio

Per individuare dei parametri validi per lo studio della stabilità è stata necessaria la seguente procedura:

- 1) individuazione ed interpolazione dei massimi del valore assoluto della rotazione precedente (Figura 4.31)
- 2) determinazione dei seguenti parametri nella fase di aumento e diminuzione della velocità (Figura 4.32):
 - **Soglia di instabilità T:** coincidente con il tempo necessario affinché la rotazione della testa sia minore di 15° . Tale angolo è stato scelto insieme alla parte medica come valore soglia di stabilità della testa. Maggiore è il valore di **T** minore è la necessità dell'atleta di utilizzare la testa per il mantenimento dell'equilibrio.
 - **Indice di stabilità I:** $I = \frac{T_{tot} - T}{T_{tot}}$. Più l'indice **I** si avvicina a 1 e maggiore sarà la stabilità della testa (**T** piccolo), più **I** tende a 0 e minore sarà la stabilità ($T=T_{tot}$).
 - **Massima rotazione M_1**
 - **Minima rotazione M_2**
 - **Deriva D:** deriva di rotazione della testa a fine prova (Figura 4.33).

Sul calcolo della deriva pesa l'errore che commette il casco nel determinare l'angolo di rotazione dall'integrazione dei dati dei giroscopi. Si è stimata l'incertezza combinata standard essere limitata a $3,3^\circ$ (paragrafo 3.4.6) nel caso di un movimento della testa analogo a quello in esame. Un valore della deriva minore è da considerarsi come assenza di deriva della testa in quanto non si è in grado di stimare se tale valore dovuto ad una rotazione dell'atleta o alla deriva dei sensori giroscopici. Se il parametro **D**, invece, risulta maggiore di $3,3^\circ$ può essere preso in considerazione come indice della mancanza di stabilità della testa.

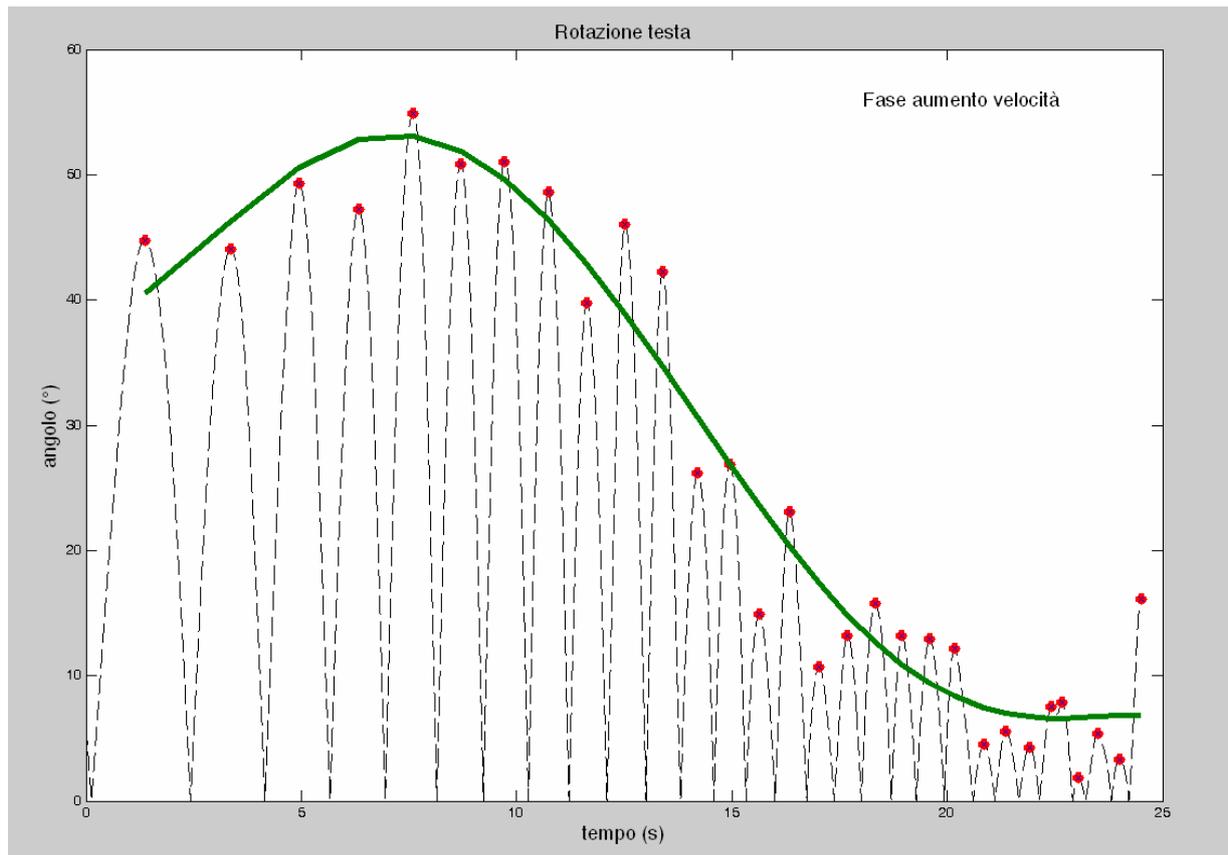


Figura 4.31 Individuazione e interpolazione dei massimi

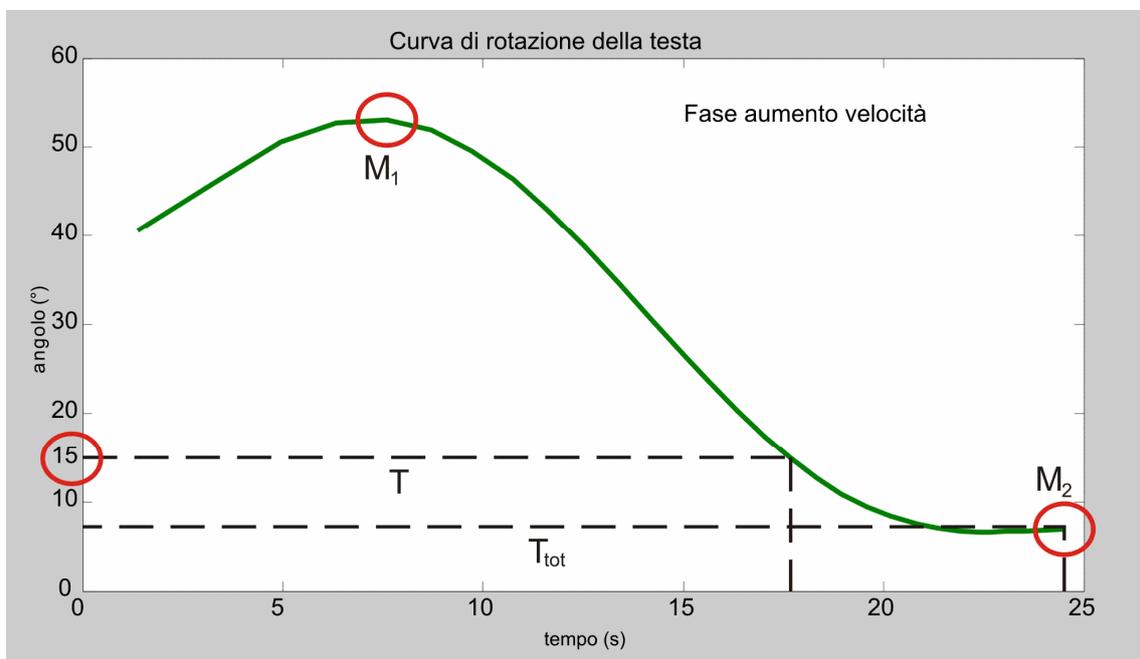


Figura 4.32 Definizione degli indici di valutazione

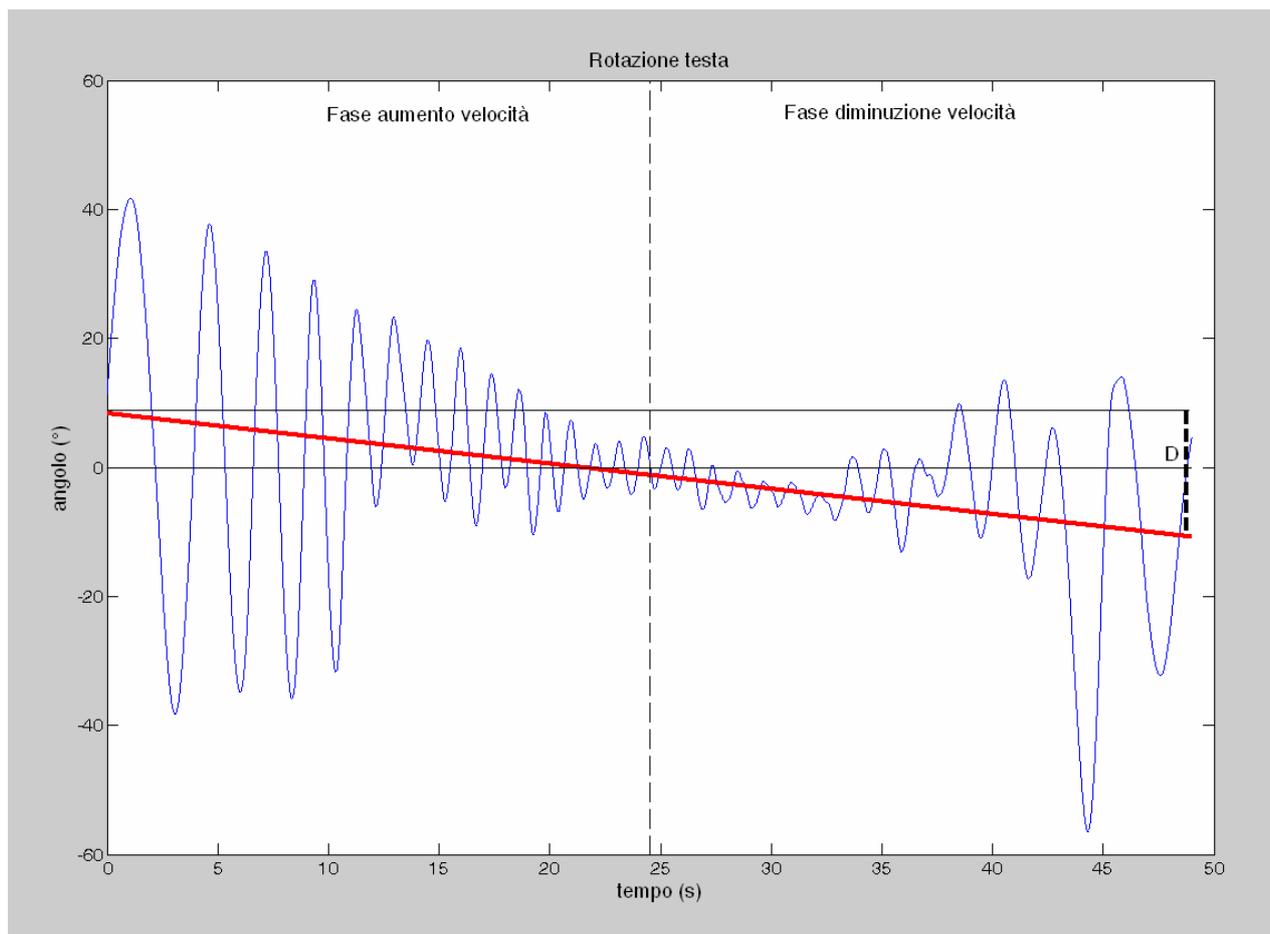


Figura 4.33 Deriva di rotazione della testa

La Società Sportiva Lazio ha richiesto un report in cui, per ogni giocatore, venissero calcolati i suddetti parametri. A titolo di esempio si riportano alcune schede tecniche di giocatori che hanno manifestato comportamenti differenti. Nella prima è riportato il calciatore Stefano MAURI (Tabella 4.2) dove si può vedere il comportamento “tipo” della rotazione della testa. Il comportamento risulta speculare nella fase di aumento e in quella di diminuzione della velocità di rotazione della pedana. Nel caso di Massimo ZALLOCCO (Tabella 4.3) si nota come gli angoli di rotazione risultano essere molto piccoli e la testa è stabilizzata dall’inizio alla fine della prova. Un comportamento del tutto particolare rispetto agli altri osservati lo ha Igli TARE (Tabella 4.4) in cui la rotazione della testa risulta aumentare all’aumentare della velocità della piattaforma. In più nella prima prova ad occhi chiusi di “allenamento” alla perturbazione il soggetto ha mostrato una deriva pari a circa 90°. Questi valori sono indice di scarsa capacità di mantenimento dell’equilibrio posturale. Infine si riporta la scheda di Gaby MUDINGAYI (Tabella 4.5) le cui rotazioni ad occhi aperti sono difficilmente paragonabili agli altri atleti e non sono quantizzabili con i parametri stabiliti inizialmente. Tali differenze possono essere ascritte ai numerosi infortuni avuti dal giocatore nella sua storia calcistica che hanno comportato la riduzione di una frattura scomposta della caviglia ed un intervento di ricostruzione del gomito.

Tabella 4.2 Scheda tecnica di Stefano MAURI

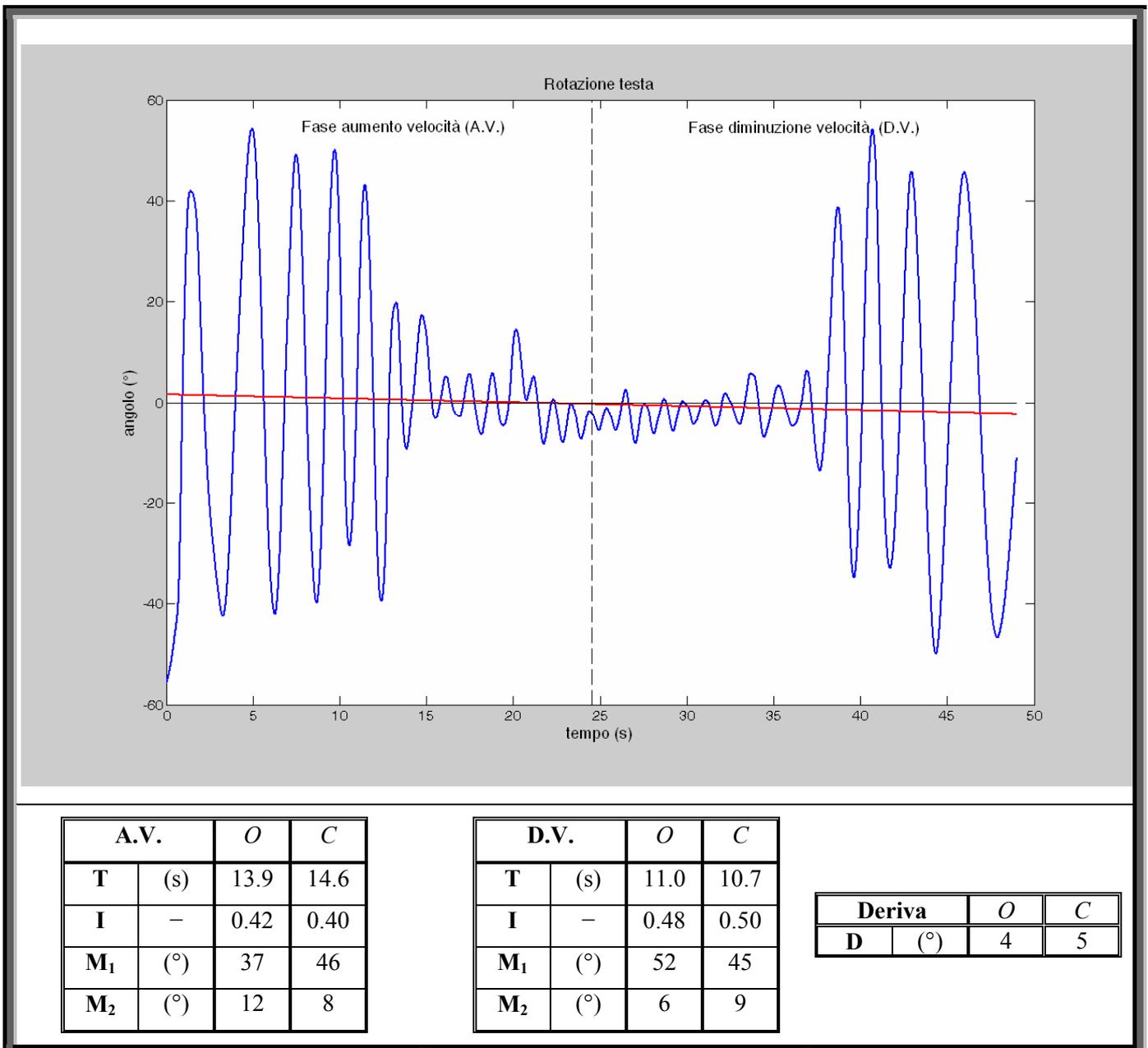
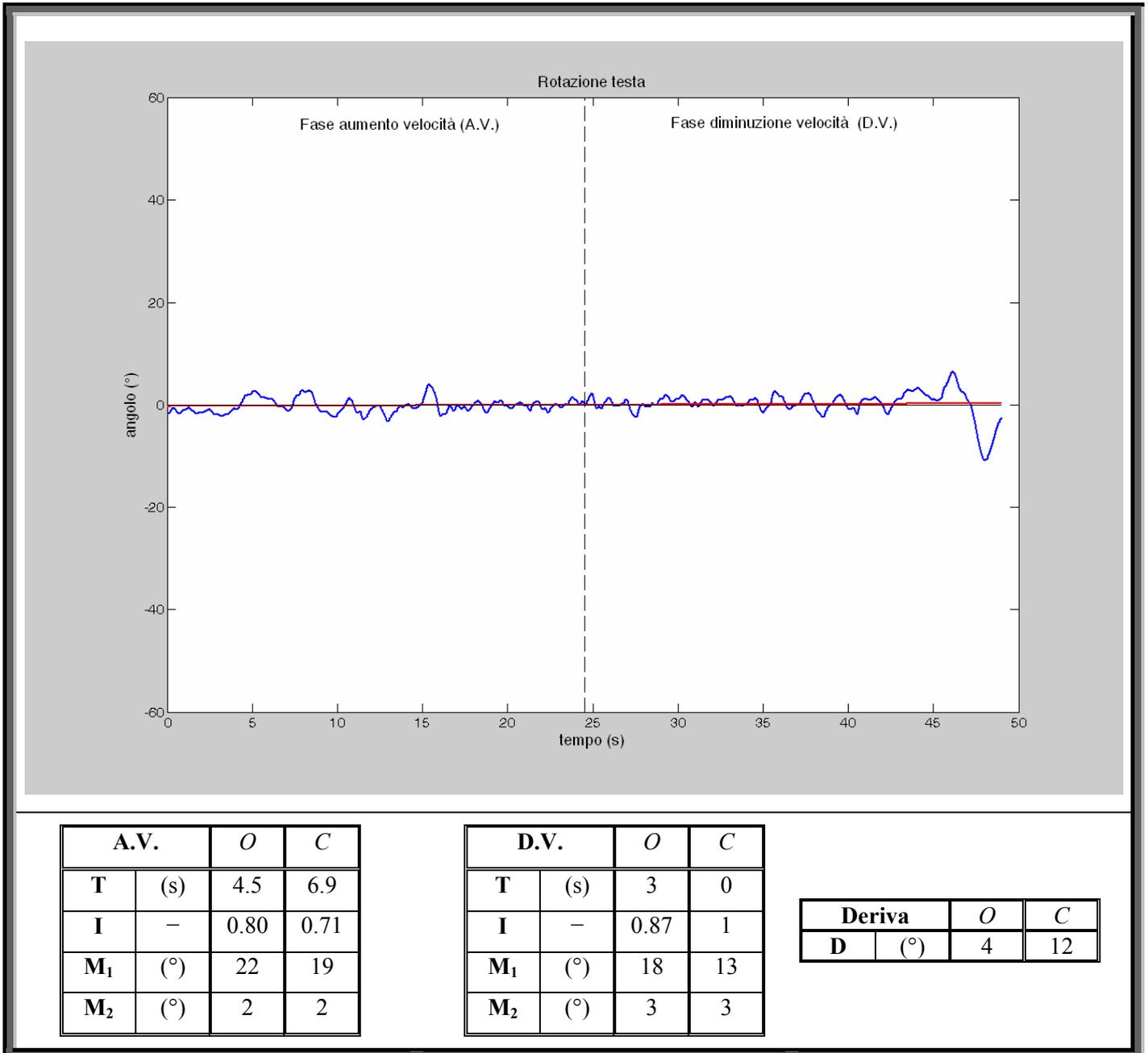


Tabella 4.3 Scheda tecnica di Massimo ZALLOCCO

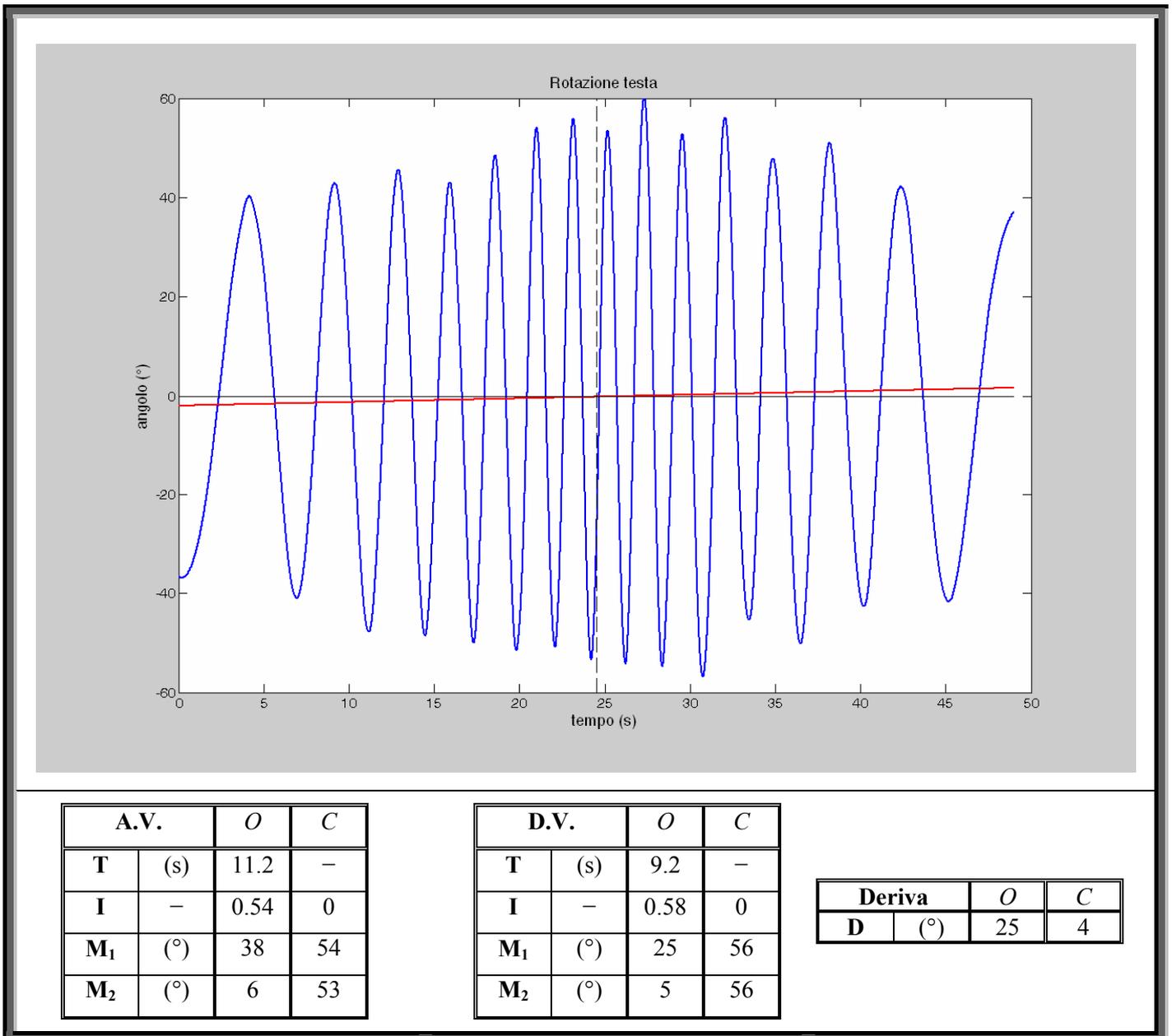


A.V.		O	C
T	(s)	4.5	6.9
I	-	0.80	0.71
M ₁	(°)	22	19
M ₂	(°)	2	2

D.V.		O	C
T	(s)	3	0
I	-	0.87	1
M ₁	(°)	18	13
M ₂	(°)	3	3

Deriva		O	C
D	(°)	4	12

Tabella 4.4 Scheda tecnica di Iglu TARE

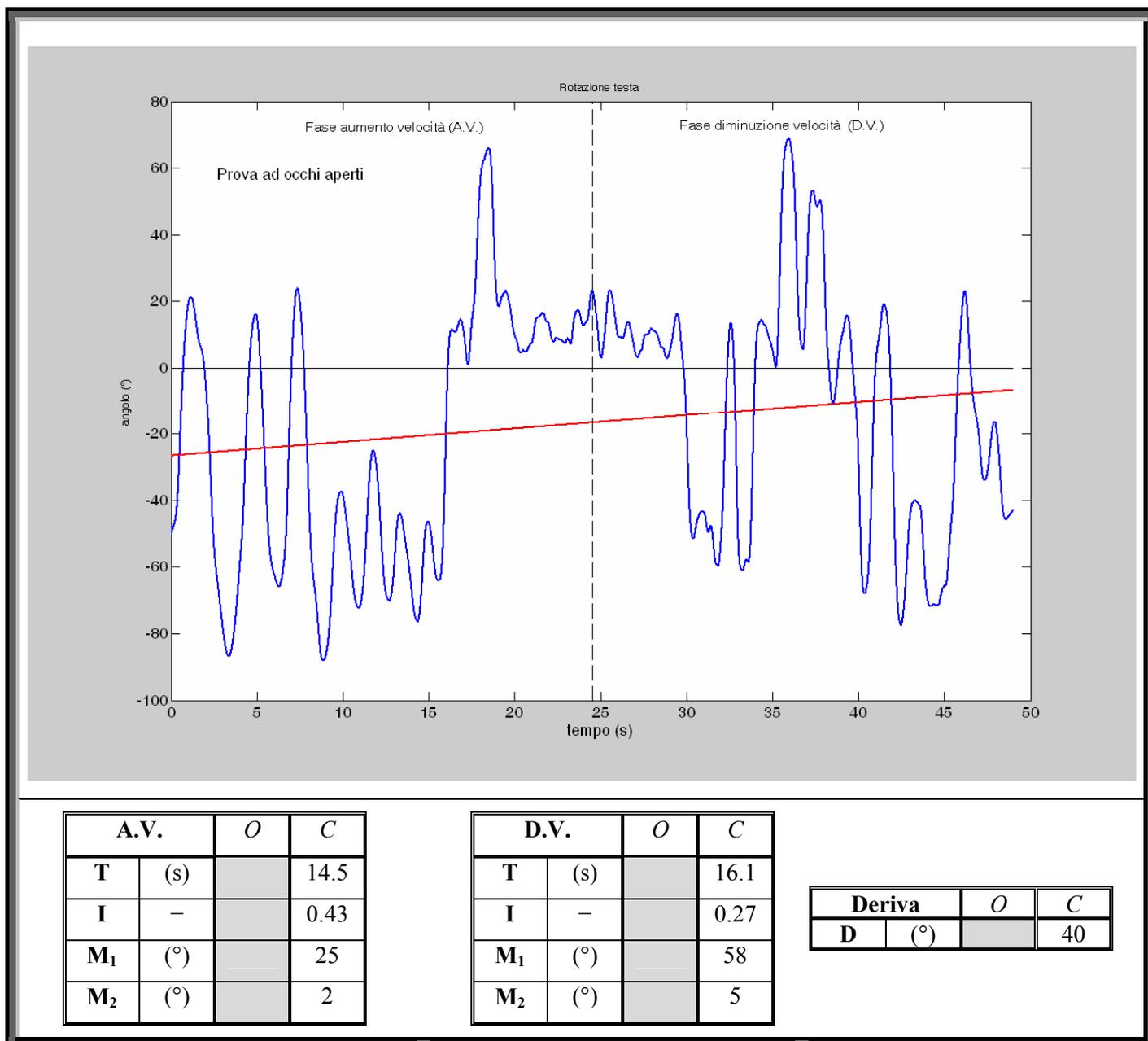


A.V.		O	C
T	(s)	11.2	-
I	-	0.54	0
M₁	(°)	38	54
M₂	(°)	6	53

D.V.		O	C
T	(s)	9.2	-
I	-	0.58	0
M₁	(°)	25	56
M₂	(°)	5	56

Deriva		O	C
D	(°)	25	4

Tabella 4.5 Scheda tecnica di Gaby MUDINGAYI



Nelle figure 4.34, 4.35 e 4.36 sono riportati gli indici di stabilità e di deriva calcolati per tutti i calciatori. Una maggiore stabilità posturale si ha in presenza di alti valori dell'indice **I** per le due tipologie di prove, sia in fase di aumento che di diminuzione della velocità della pedana.

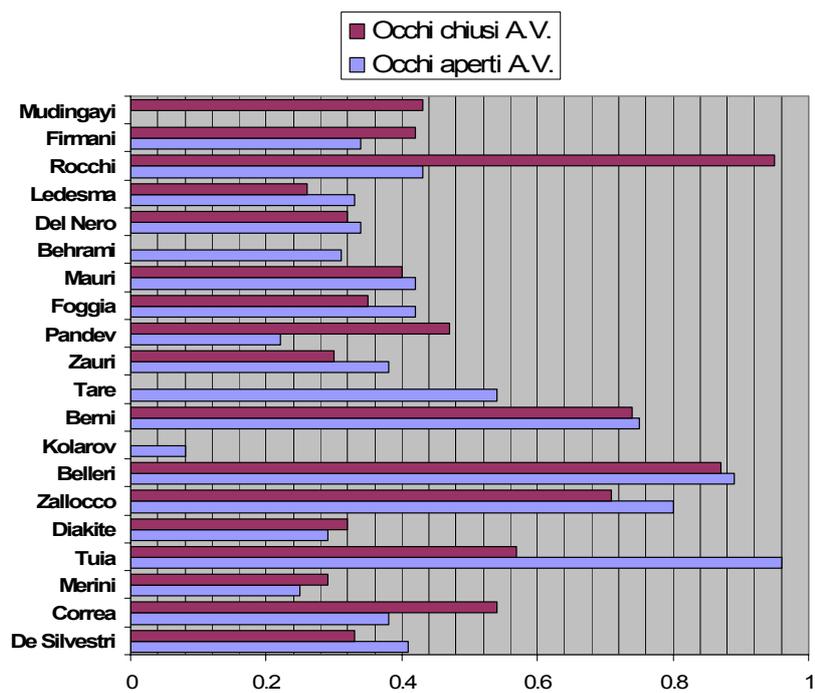


Figura 4.34 Indice di stabilità I nella fase aumento della velocità

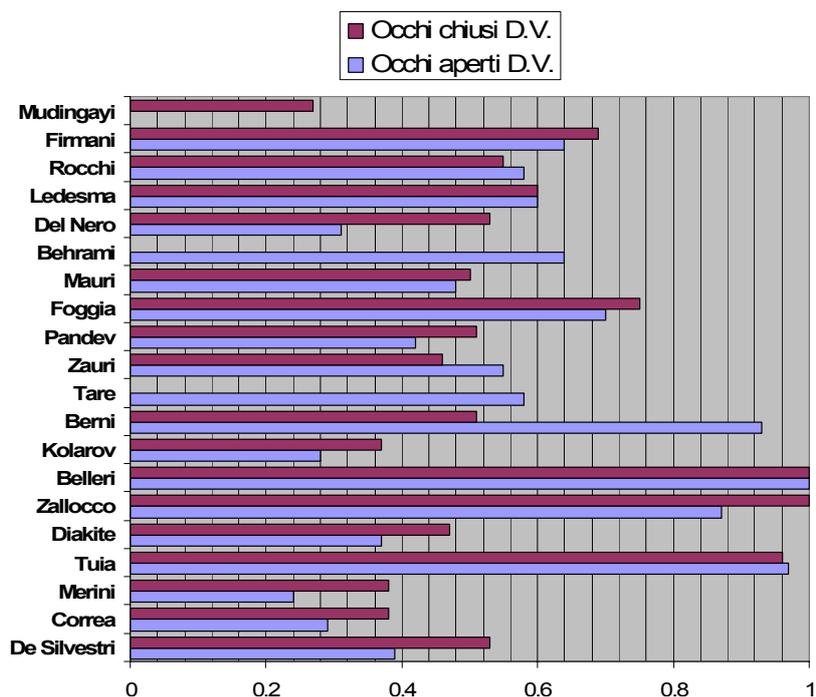


Figura 4.35 Indice di stabilità I nella fase diminuita della velocità

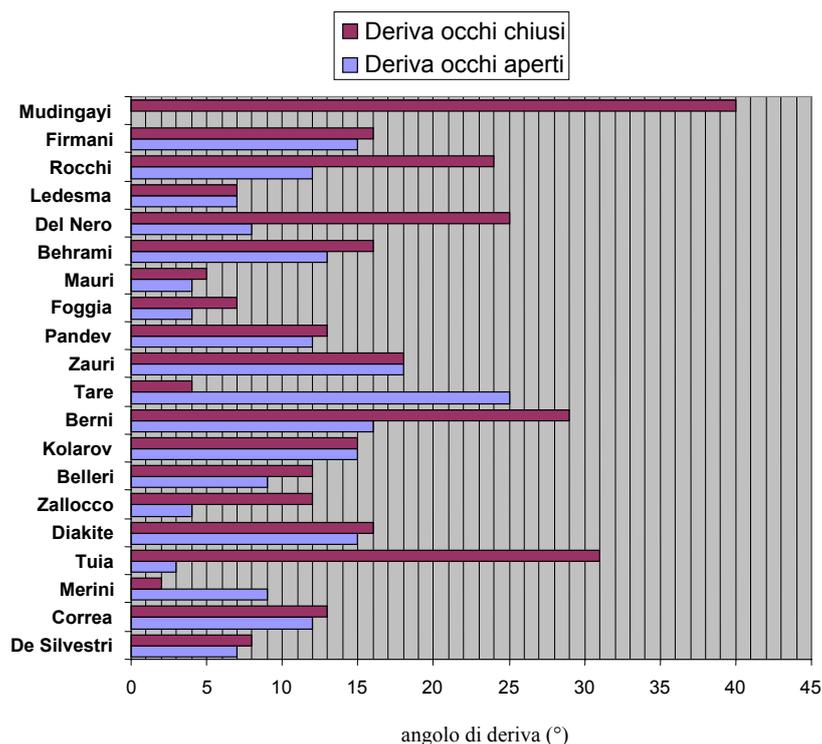


Figura 4.36 Indice di deriva D

Dalla figura precedente si vede che alcuni atleti hanno un elevata differenza dell'angolo di deriva tra la prova effettuata ad occhi aperti e quella ad occhi chiusi (i.e. TUIA passa da 3 ° a 31 °); un valore elevato è indice di una scarsa azione sia vestibolare che propriocettiva relativa ai muscoli del collo. Gli atleti in questo caso, evidentemente, compensano tali mancanze utilizzando il segnale visivo.

Gli indici determinati saranno messi in correlazione con altre prove che la Società Sportiva conduce in modo da avere un ampio quadro clinico degli atleti.

4.5 Conclusioni

Nel presente capitolo sono state presentate le prime applicazioni del casco strumentato ideato e sviluppato nella presente tesi. Tale dispositivo è stato utilizzato per lo studio della cinematica della testa in analisi di posturografia dinamica. Sono state condotte le prove utilizzando una piattaforma 1 DOF per provocare una destabilizzazione dell'equilibrio. Tali prove sono state di due tipi:

- brevi rotazioni della piattaforma durante una rotazione di 90 ° del soggetto
- rotazioni con chirp di frequenza variabile da 0 Hz a 1 Hz e da 1 Hz a 0 Hz.

Il casco sviluppato è servito in entrambi i casi per registrare la cinematica della testa in presenza delle suddette perturbazioni, mentre solo nelle prove del primo tipo è stato utilizzato anche come trigger di avvio della piattaforma. I risultati ottenuti sono mostrati unicamente da un punto di vista qualitativo dato il numero esiguo di prove condotte. Tali dati serviranno per correggere i protocolli indicati e poter condurre una campagna di misura volta ad avvalorare o meno le ipotesi di controllo dell'equilibrio qui riportate.

4.6 BIBLIOGRAFIA

1. GDOWSKI GT and MCCREA RA. "Integration of vestibular and head movement signals in the vestibular nuclei during whole-body rotation". *J Neurophysiol*, 82 (1999) 436–449
2. HICHEUR H., VIEILLEDENT S., BERTHOZ A. "Head motion in humans alternating between straight and curved walkingpath: Combination of stabilizing and anticipatory orienting mechanisms". *Neuroscience Letters* 383 (2005) 87–92
3. PAQUETTE, C., PAQUET, N. AND FUNG, J., "Aging affects coordination of rapid head motions with trunk and pelvis movements during standing and walking". *Gait and Posture*, 24-1 (2006), 62-69
4. LAMONTAGNE A, PAQUETTE C, FUNG J."Stroke affects the coordination of gaze and posture during preplanned turns while walking". *Neurorehabil Neural Repair*. (2007) Jan-Feb 21(1):62-7
5. SOLOMON D, VIJAY KUMAR, JENKINS RA, JEWELL J. "Head control strategies during whole-body turns". *Exp Brain Res*. (2006) Aug 173(3) 475-86
6. CAPPÀ P, PATANÈ F, ROSSI S, PETRARCA M, CASTELLI E, BERTHOZ A "Effect of changing visual condition and frequency of horizontal oscillations on postural balance of standing healthy subjects". Submitted to *Gait & Posture* (June 2007)

CONCLUSIONI

Nel presente lavoro si è sviluppato un dispositivo per l'analisi della cinematica della testa. Il dispositivo è costituito da un casco da ciclista su cui sono montati dei sensori inerziali. Di caschi strumentati ne sono stati ideati e realizzati tre prototipi, il primo caratterizzato dall'utilizzo di otto accelerometri biassiali lineari, il secondo dall'aggiunta di altri due accelerometri, mentre il terzo è caratterizzato dall'introduzione dei giroscopi e di un unico accelerometro lineare triassiale. L'obiettivo della tesi è stato quello di poter misurare le accelerazioni, la velocità angolare e gli angoli di rotazione della testa cercando di minimizzare l'incertezza relativa a tali grandezze.

La prima parte del lavoro è consistita nello studio dei sistemi composti unicamente da accelerometri. Si è visto che per determinare l'accelerazione angolare di un corpo bisogna conoscere almeno dodici accelerazioni lineari. Grazie alla ridondanza dei sensori utilizzati l'incertezza associata al calcolo di tale grandezza diminuisce. Si è poi studiato un metodo per la determinazione della velocità angolare utilizzando unicamente le uscite di un *cluster* accelerometrico. Il problema di integrare direttamente l'accelerazione angolare misurata può essere superato cercando di stimare la deriva di integrazione, ossia ipotizzando il casco fermo all'inizio ed alla fine della prova ed ipotizzando ulteriormente la linearità della deriva, in modo da correggere i dati integrati. L'ipotesi di linearità è però restrittiva soprattutto se aumenta la durata della prova in esame. Inoltre l'operazione di correzione non può essere fatta in *real time*. L'effetto della deriva di integrazione sul calcolo della velocità angolare è stato osservato imponendo al casco delle rotazioni intorno ad un asse tramite un pendolo semplice munito di encoder. Dal confronto tra le uscite del casco e dell'encoder si è visto inoltre che diminuendo il grado di ridondanza dei sensori l'errore sul calcolo della velocità angolare tende ad aumentare. Infatti la compensazione riduce tale errore di circa cinque volte (passando da 149 °/s a 30 °/s) nella configurazione a 12 assi, e di tre volte (da 45 °/s a 15 °/s) per le configurazioni da 16 a 20. L'utilizzo di più sensori (da 12 a 16) garantisce delle incertezze minori sul calcolo delle grandezze cinematiche anche se, aumentando da 16 a 20 il numero di accelerometri, non si hanno diminuzioni significative degli errori.

Nella seconda parte del lavoro si è studiata l'integrazione di un cluster accelerometrico con tre giroscopi monoassiali. Tramite tali sensori si ha un miglioramento notevole nella stima della velocità angolare. Inoltre utilizzando un nuovo algoritmo di *data fusion* qui introdotto si possono stimare gli angoli di rotazione del casco utilizzando sia i dati dei giroscopi che quelli degli accelerometri. L'algoritmo è basato sull'integrazione dei dati giroscopici e sull'ipotesi che l'errore dovuto a tale operazione sia eliminabile conoscendo la direzione reale dell'asse verticale del casco ottenuta considerando gli accelerometri come inclinometri. Poiché tramite gli accelerometri è possibile determinare unicamente due angoli di rotazione su tre, l'algoritmo proposto non diminuisce l'errore presente nella stima dell'angolo intorno all'asse verticale.

Sono state condotte diverse simulazioni imponendo degli errori sui sensori utilizzati, ad esempio l'errore di non linearità o l'errore dovuto a variazioni nel calcolo dell'offset delle uscite dei sensori, per determinare se l'algoritmo proposto diminuisse realmente l'errore sulla misura degli angoli di rotazione. I movimenti impostati sono stati quelli caratterizzanti l'utilizzo in ambito clinico del casco, ossia il movimento della testa dovuto al cammino o al movimento della testa dovuto a perturbazioni rotative della base di appoggio. Si è visto che, scegliendo opportunamente un parametro arbitrario presente nell'algoritmo suddetto (λ), è possibile contenere tale errore entro 3 ° anche nelle prove di durata pari a 60 s.

Per verificare la misura delle grandezze cinematiche con il casco si è ideato e costruito un sistema a doppio pendolo che fornisca due rotazioni contemporanee del casco intorno a due assi mutuamente perpendicolari. Con questo sistema è possibile stimare la posizione degli accelerometri sul casco utilizzando unicamente dati accelerometrici. L'incertezza nella misura ottenuta è teoricamente elevata (7 mm) ma trascurabile in fase di verifica del funzionamento del casco in quanto il numero ridondante di sensori comporta una compensazione di tale errore nella determinazione dell'accelerazione angolare e lineare. Oltre alla stima delle posizioni degli accelerometri il dispositivo a doppio pendolo è stato utilizzato anche per determinare le incertezze combinate standard e le incertezze estese del casco strumentato nella misurazione dell'accelerazione angolare, dell'accelerazione lineare, della velocità angolare e degli angoli di rotazione. Noti i valori delle incertezze associate a tali grandezze cinematiche si è passati ad un utilizzo preliminare del casco nello studio della posturografia dinamica. Le prove effettuate sono state di due tipi:

1. il soggetto posto su di una piattaforma rotativa ruota il corpo di 90° mentre la base di appoggio ruota a sua volta di 40° in 1,2 s nello stesso verso od in verso opposto rispetto alla sua rotazione. L'obiettivo è quello di vedere se il movimento della testa varia in presenza o assenza di perturbazione;
2. il soggetto deve rimanere in equilibrio su di una piattaforma mossa tramite una rotazione a *chirp* di ampiezza $\pm 40^\circ$ e frequenza da 0 Hz a 1 Hz e poi da 1 Hz a 0 Hz in modo da poter studiare il conseguente moto della testa. Inoltre la prova è stata condotta sia ad occhi aperti che ad occhi chiusi per determinare la presenza o meno di deriva nella rotazione della testa.

Il casco sviluppato è servito in entrambi i casi per registrare la cinematica della testa in presenza delle suddette perturbazioni, mentre solo nelle prove del primo tipo è stato utilizzato anche come trigger di avvio della piattaforma. I risultati ottenuti sono stati mostrati unicamente da un punto di vista qualitativo dato il numero esiguo di prove condotte.

Rispetto al primo esercizio si è visto che il tracciato delle grandezze cinematiche della testa non varia in presenza o in assenza della perturbazione, ossia la testa esegue il suo movimento indipendentemente da ciò che succede al livello della base di appoggio. Le variazioni sono risultate invece evidenti nei tracciati relativi al movimento della pelvi e del tronco. Risultano quindi essere gli altri segmenti corporei a destabilizzarsi affinché la perturbazione non "pervenga" al livello della testa. Tali dati serviranno per correggere i protocolli indicati e poter condurre una campagna di misura volta ad avvalorare o meno l'ipotesi di controllo dell'equilibrio appena introdotta.

Il secondo esercizio è stato svolto da calciatori professionisti tesserati presso la Società Sportiva Lazio. Il comportamento della maggior parte degli atleti sottoposti a rotazione a forma di *chirp* della base di appoggio è quello di iniziare a ruotare la testa in fase con la piattaforma percorrendo un angolo elevato. Successivamente, all'aumentare della velocità della piattaforma, si diminuisce drasticamente la rotazione della testa in modo da diminuire le variazioni degli ingressi visivi e del sistema vestibolare che potrebbero far perdere l'equilibrio al soggetto. Infine, al diminuire della velocità, si torna a ruotare con la testa solidalmente alla piattaforma in quanto le variazioni degli *input* dei sistemi sensoriali non sono più così elevate da poter causare la caduta del soggetto. Gli indici di stabilità calcolati saranno messi in correlazione con altre prove che la Società Sportiva conduce in modo da avere un ampio quadro clinico degli atleti.