

*Ai miei genitori...*

*A Federico...*

## Sommario

Lo scopo di questo lavoro consiste nel verificare la possibilità di utilizzare le vibrazioni meccaniche come strumento utile per effettuare test non distruttivi su solidi continui, al fine di individuare cricche e discontinuità, adottando una strumentazione adatta ad ambienti debolmente controllati come cave e cantieri, partendo dal principio intuitivamente semplice che un qualsiasi oggetto ha delle frequenze proprie alle quali vibra se sollecitato e che tali frequenze cambiano se, nello stesso oggetto, intervengono delle discontinuità. La finalità è quella di indagare la possibilità di rendere oggettivo e standardizzato questo metodo intuitivo.

Per far ciò si è deciso di operare per confronto, passando attraverso la definizione, validazione e scelta di un modello, reale o virtuale (FEM - *Finite Element Method*), per ottenere una funzione di risposta in frequenza campione, da utilizzare come riferimento e termine di paragone.

Il passo successivo consiste nel confronto fra modello fisico, preferito al FEM, e dei blocchi con fratture evidenti, per identificare le differenze fra i diversi tipi di provini e riconoscere la presenza della frattura.

Infine, si sono confrontati modello fisico e blocchi con discontinuità evidenti, per localizzare la posizione della frattura.

## Abstract

This study considers the possibility to assess quality and structural health of the block by vibration measurements. The aim is to make the method and the acquisition system suitable to be used in a weakly controlled environment, such as a quarry.

The adopted methodology is based on operational modal analysis techniques, in particular on the frequency response function of an impulse excitation, which is achieved by hitting the blocks with a mallet or with an impact hammer and then measuring the vibrations in specific points on the block faces. The frequency response function is needed to define a physical model, then also a virtual FEM model has been performed and compared to the physical one, in order to choose which one was better for the proposed methodology.

The physical model has been chose and its frequency response function has been compared to the one of a damaged block in order to find the differences between the two examined blocks and to identify the fracture. Then a new comparison between physical model and damaged block has been performed in order to identify the position of the fracture.

# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Attività sperimentale</b>	<b>5</b>
2.1	Tipologia delle prove . . . . .	5
2.2	Tipologie di provini . . . . .	9
2.3	Disposizione dei trasduttori . . . . .	11
2.4	Analisi dell'incertezza della catena di misura . . . . .	16
<b>3</b>	<b>Definizione e scelta del modello</b>	<b>21</b>
3.1	Determinazione delle frequenze sperimentali . . . . .	21
3.2	Determinazione delle frequenze FEM . . . . .	25
3.3	Correlazione fra frequenze ottenute per via sperimentale e per mezzo di simulazione FEM . . . . .	26
<b>4</b>	<b>Determinazione dello stato di integrità del blocco</b>	<b>41</b>
4.1	Blocchi di marmo da laboratorio . . . . .	42
4.2	Blocchi di alluminio . . . . .	72
4.3	Blocchi di marmo da cantiere . . . . .	82
<b>5</b>	<b>Individuazione della posizione della discontinuità</b>	<b>99</b>
5.1	Blocchi di alluminio . . . . .	99
5.2	Blocchi di marmo per prove in laboratorio . . . . .	113
5.3	Caso del blocco 149-5C da marmette . . . . .	125
<b>6</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>133</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>136</b>
<b>A</b>	<b>Disegni esecutivi</b>	<b>141</b>
<b>B</b>	<b>Documentazione tecnica</b>	<b>143</b>



# Capitolo 1

## Introduzione

Nella storia secolare della lavorazione del “Marmo Botticino Classico”, l’evoluzione dei sistemi di coltivazione delle cave, dell’estrazione e della lavorazione di questa pregiata materia si è limitata sostanzialmente alla qualità tecnica degli strumenti impiegati a questo scopo. Difatti si è passati dall’estrazione con il taglio manuale dei blocchi all’estrazione con taglio a filo diamantato e dinamite, dalla loro movimentazione con corde e pali insaponati alla movimentazione con argani, gru e camion. Del resto però la qualità di questa roccia è sempre stata definita dalla Natura con il suo susseguirsi di processi diagenetici<sup>1</sup>, e ai cavaatori esperti è sempre stato lasciato il difficile compito di distinguere la materia eccellente da quella discreta e da quella mediocre. È da sempre la tradizione dell’esperienza del cavatore che governa questa fase della lavorazione. Il suo “tocco” su un blocco di pietra, con una semplice martellata, si trasforma nel futuro che quel blocco avrà: nel caso in cui il capocantiere esprima un giudizio positivo allora subirà il trattamento che ne valorizza maggiormente l’estetica, cioè il taglio in lastre, ponendolo nelle fasce di mercato più elevate.

Il taglio in lastre avviene grazie al telaio di segatura, con un ciclo di lavoro di circa un giorno, ottenendo lastre delle dimensioni circa di  $(1500 \times 3000)$  mm<sup>2</sup>, con uno spessore che può essere deciso e che può variare da 20 mm a 50 mm. La diagnosi preventiva del materiale si è rivelata affidabile se le lastre rimangono pressoché intatte o al più subiscono qualche rottura sui bordi.

---

<sup>1</sup>La diagenesi è un processo tipico delle rocce sedimentarie ed è definito come un qualsiasi cambiamento chimico-fisico che subisce un sedimento dopo la sua deposizione iniziale, durante e dopo la sua trasformazione in roccia coerente, ad esclusione dell’alterazione superficiale (erosione). Il marmo di Botticino non è una roccia metamorfica, bensì sedimentaria, in particolare è un calcare fine e compatto, quasi puro, ma prende comunque il nome di marmo perché le sue caratteristiche fisico-meccaniche sono paragonabili a quelle dei migliori marmi in commercio.

L'approccio del cavatore necessita di forte esperienza e sicura abilità, poiché una imprecisione può portare alla rottura anche di tutte le lastre, infatti può bastare una discontinuità ortogonale al verso di segazione perché tutte le lastre risultino fratturate nettamente in due parti. Questo risulta essere un inconveniente di non poco conto, sia dal punto di vista economico, sia dal punto di vista dello spreco di materiale.

La filiera di una lastra di marmo si completa poi con le fasi di essiccazione, resinatura, levigatura e lucidatura.

Nel caso in cui il capocantiere abbia dubbi circa la qualità del blocco o sulla presenza di discontinuità che possano pregiudicare la riuscita del taglio in lastre o nel caso in cui il blocco non presenti dimensioni standard, cioè circa  $(2000 \times 1500 \times 3000) \text{ mm}^3$ , la lavorazione sarà orientata verso un prodotto più economico, di solito il taglio in marmette, piastrelle di marmo di dimensioni varie, da  $(300 \times 300) \text{ mm}^2$  a  $(400 \times 400) \text{ mm}^2$ .

L'idea di questo lavoro di tesi dunque nasce dalla necessità esplicita della realtà produttiva dei cavaatori di *botticino classico*, con la totale disponibilità della Cooperativa Cava Valverde, di possedere uno strumento semplice, economico, oggettivo e utilizzabile in cava ed in cantiere che permetta di distinguere, senza alterarne l'integrità, la qualità del blocco, ma soprattutto la presenza di fratture strutturali all'interno del blocco stesso, che comprometterebbero la successiva, costosa, lavorazione di taglio in lastre.

Quello di cui si ha l'esigenza è quindi un controllo non distruttivo (CND), infatti i CND sono finalizzati alla identificazione ed alla caratterizzazione di discontinuità e difetti potenzialmente in grado di compromettere le prestazioni nel componente testato, senza influenzare in alcun modo le caratteristiche chimiche, fisiche e funzionali dell'oggetto analizzato. Inoltre, un importante vantaggio dei CND è quello di poter essere estesi anche a tutti i pezzi, riuscendo così a prevenire incidenti e disgrazie. Questi sono i motivi della loro enorme diffusione e dell'importanza che hanno assunto soprattutto in settori come le costruzioni aeronautiche, spaziali, automobilistiche e ferroviarie, nei quali più gravi sarebbero le conseguenze delle rotture in esercizio. Inoltre, se collocati in opportuni punti del ciclo di fabbricazione, i CND permettono di individuare i difetti, consentendo l'eventuale scarto di un pezzo, prima che esso sia gravato dalle spese delle ulteriori lavorazioni. Le prove non distruttive possono anche essere molto opportunamente impiegate nel controllo periodico di quegli organi di macchine nei quali vi è il pericolo di nascita di cricche per fatica.

La necessità di sviluppare una metodologia non distruttiva, semplice, rapida, efficace e, possibilmente, poco costosa, per controllare l'integrità strutturale di ciascun pezzo, oltre che da motivi economici legati al costo del processo produttivo, deriva anche dal fatto che la qualità rappresenta un

aspetto di primaria importanza per la competitività delle industrie di ogni settore produttivo: poter estendere il controllo ad ogni pezzo della produzione potrebbe costituire un valore aggiunto non trascurabile.

Esistono già diverse metodologie, anche standardizzate in norme UNI ISO, per effettuare controlli non distruttivi, ad esempio le radiografie con raggi X o raggi  $\gamma$ , i controlli magnetoscopici, con ultrasuoni, con correnti indotte, con liquidi penetranti, emissione acustica e controlli ad infrarossi, tuttavia, quando sia presente una produzione in serie di cui si vogliono controllare tutti i pezzi, o in ambienti debolmente controllati, come una cava o una catena di montaggio, tali metodi sono difficilmente applicabili, o per le condizioni ambientali poco adatte a svolgere i controlli, o per la necessità di effettuare le prove in un tempo troppo breve, o per il costo troppo elevato.

L'obiettivo principale di questa ricerca è quello di valutare la possibilità di utilizzare le vibrazioni meccaniche come strumento utile per effettuare test non distruttivi su solidi continui, al fine di individuare cricche e discontinuità, adottando una strumentazione adatta ad ambienti debolmente controllati come cave e cantieri, partendo dal principio intuitivamente semplice che un qualsiasi oggetto ha delle frequenze proprie alle quali vibra se sollecitato e che tali frequenze cambiano se, nello stesso oggetto, intervengono delle discontinuità. L'esempio tipico è quello della campana, che, se crepata, diventa stonata, cioè perde la nota a cui dovrebbe suonare. Il capo cantiere utilizza lo stesso principio; infatti dà una martellata al blocco, *ascolta* la risposta e basandosi sulla propria esperienza decide a quale lavorazione destinare il blocco stesso.

Ciò che questo lavoro si propone di fare è indagare la possibilità di rendere oggettivo e standardizzato questo metodo intuitivo, per supportare il capo cantiere nella sua decisione.

L'attività sperimentale è consistita in più di cento prove, sia in cantiere sia in laboratorio, su blocchi in scala 1 : 10 di marmo e di alluminio, raccogliendo una statistica abbastanza numerosa, sia su blocchi che presentavano discontinuità e fratture evidenti sia su blocchi che non li presentavano.

L'elaborazione dei dati, svolta nel dominio delle frequenze, calcolando quindi trasformate di Fourier (FFT - *Fast Fourier Transform*) e/o risposte in frequenza (FRF - *Frequency Response Function*), si è sviluppata in tre fasi principali:

1. la definizione e la scelta del modello, reale o virtuale (FEM - *Finite Element Method*), per ottenere una funzione di risposta in frequenza campione, da utilizzare come riferimento e confronto;
2. il confronto fra modello fisico e blocchi con fratture evidenti, per identificarne le differenze e riconoscere la presenza della frattura;

3. il confronto fra modello fisico e blocchi con fratture evidenti, per localizzare la posizione della frattura.



# Capitolo 2

## Attività sperimentale

L'obiettivo principale di questa ricerca è quello di valutare la possibilità di utilizzare le vibrazioni meccaniche come strumento utile per effettuare test non distruttivi su solidi continui, al fine di individuare cricche e discontinuità, adottando una strumentazione adatta ad ambienti debolmente controllati come cave e cantieri, partendo dal principio intuitivamente semplice che un qualsiasi oggetto ha delle frequenze proprie alle quali vibra se sollecitato e che tali frequenze cambiano se, nello stesso oggetto, intervengono delle discontinuità.

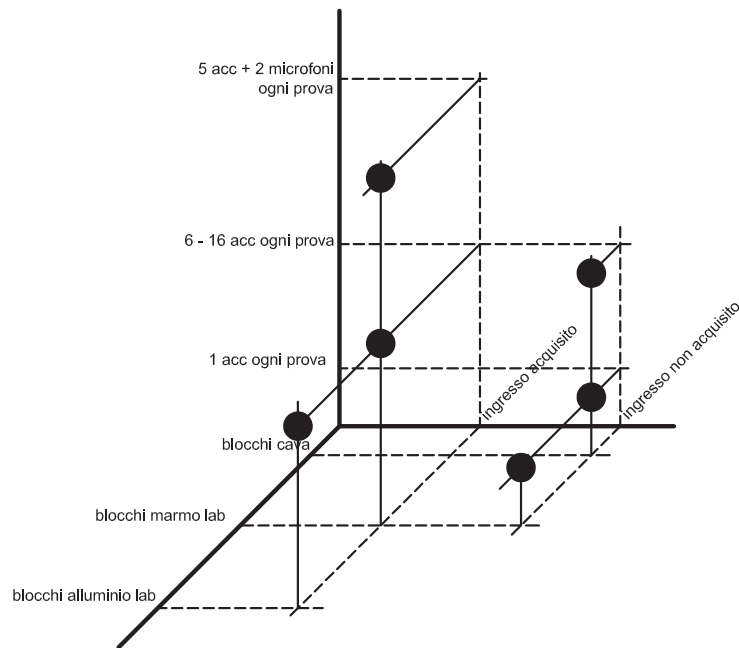
### 2.1 Tipologia delle prove

Le prove sperimentali effettuate consistono nell'eccitare il blocco tramite una martellata, che può anche essere acquisita, qualora venga utilizzato un martello strumentato. Il segnale in uscita dagli accelerometri, incollati al blocco in punti ben definiti, viene acquisito e rappresenta la risposta del sistema in quel punto.

L'attività sperimentale svolta può essere riassunta nel seguente modo, che descrive quanto mostrato in Figura 2.1.

#### 1. prove in laboratorio

- prove su blocchi di marmo in scala 1 : 10 delle dimensioni di  $(200 \times 150 \times 300) \text{ mm}^3$ , appoggiati su blocchetti di legno
  - eccitazione del blocco prima per mezzo di un martello (non strumentato), poi per mezzo di un pendolo, senza acquisizione dell'ingresso e utilizzando un solo accelerometro che in ciascuna prova è stato spostato in una posizione predefinita;

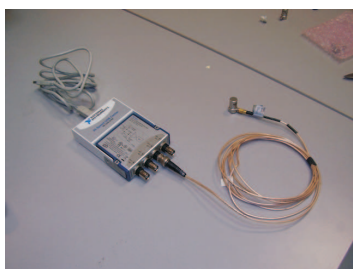


**Figura 2.1:** Schema riassuntivo della tipologia di prove effettuate.

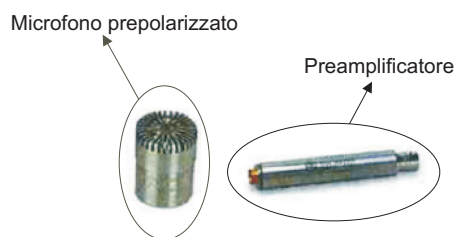
- eccitazione del blocco per mezzo di un martello strumentato, con acquisizione dell'ingresso e utilizzando sei accelerometri contemporaneamente, incollati in posizioni predefinite;
- eccitazione del blocco per mezzo di un martello strumentato, con acquisizione dell'ingresso e utilizzando cinque accelerometri e due microfoni contemporaneamente, posizionati in modo predefinito;
- prove su blocchi di alluminio delle dimensioni di  $(200 \times 150 \times 300)$  mm<sup>3</sup>, appoggiati su gommapiuma
  - eccitazione del blocco per mezzo di un martello strumentato, con acquisizione dell'ingresso e utilizzando sei accelerometri contemporaneamente, incollati in posizioni predefinite

## 2. prove in cantiere

- prove su blocchi delle dimensioni circa di  $(2000 \times 1500 \times 3000)$  mm<sup>3</sup>, appoggiati su blocchi di legno
  - eccitazione del blocco per mezzo di una mazza da muratore, senza acquisizione dell'ingresso e utilizzando un solo accelero-



**Figura 2.2:** Scheda di acquisizione, dotata di condizionatore IEPE, collegata ad un accelerometro piezoelettrico.



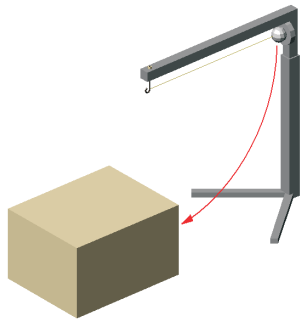
**Figura 2.3:** I due microfoni utilizzati per le prove sperimentali in laboratorio sono dello stesso modello, prepolarizzati e preamplificati.

metro che in ciascuna prova è stato spostato in una posizione predefinita;

- eccitazione del blocco per mezzo di una mazza da muratore, senza acquisizione dell'ingresso e utilizzando sedici accelerometri incollati in posizioni predefinite

Gli strumenti utilizzati durante le fasi sperimentali sono stati i seguenti, rappresentati in Figura:

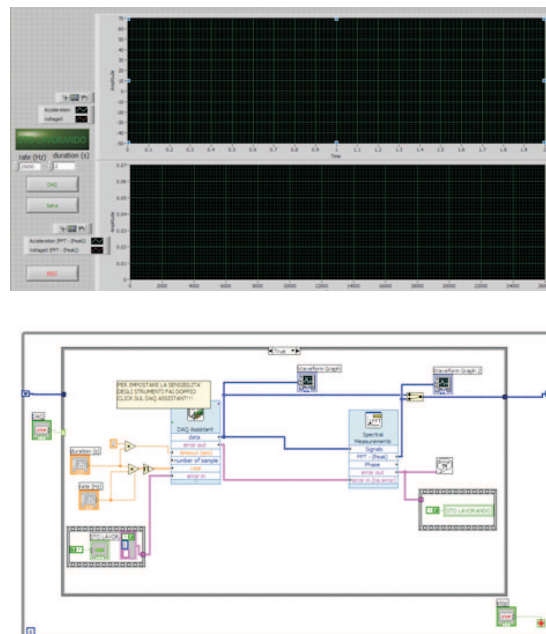
- accelerometri piezoelettrici (IEPE - *Integrated Electronics Piezo Electric*, Wilcoxon 732A con sensibilità statica nominale di  $1 \text{ mV/ms}^{-2}$  e Wilcoxon 736 con con sensibilità statica nominale di  $10 \text{ mV/ms}^{-2}$ ;
- scheda di acquisizione NI USB 9233, dotata di condizionatore IEPE e di filtro anti-aliasing, mostrata in Figura 2.2 assieme ad uno degli accelerometri utilizzati;
- martello strumentato IEPE PCB - 086C03, con sensibilità statica nominale di  $2.25 \text{ mV/N}$ , mostrato in Figura 2.5;
- microfoni prepolarizzati e preamplificati, visibili in Figura 2.3;
- pendolo, per le prove in laboratorio, mostrato in Figura 2.4;
- mazza da muratore, per le prove in cantiere;
- PC portatile;
- software di acquisizione dedicato, appositamente scritto in ambiente LabView, mostrato in Figura 2.6.



**Figura 2.4:** Pendolo appositamente realizzato per standardizzare l'eccitazione del blocco, durante le prove sperimentali in laboratorio.



**Figura 2.5:** Martello strumentato utilizzato durante le prove in laboratorio su blocchi sia di marmo, sia di alluminio.



**Figura 2.6:** Software di acquisizione, scritto in ambiente LabView.

Per ogni prova effettuata è stata salvata la storia temporale della risposta all'impulso rilevata da ciascun accelerometro e, dove possibile, anche quella del segnale di eccitazione generato per mezzo del martello strumentato.

Nei casi in cui non è stato possibile acquisire il segnale d'ingresso, in modo da poter ottenere, nella fase di elaborazione, la risposta in frequenza del sistema nei punti in cui erano incollati gli accelerometri, si è presentato il problema di standardizzare il colpo, al fine di fornire al sistema, in ogni prova, almeno approssimativamente, la stessa quantità di energia, così che le misure e le frequenze da esse ottenute potessero comunque venire messe in relazione fra loro e confrontate.

Per quanto concerne i blocchi in cantiere, si è constatato che, benché l'energia di eccitazione fornita al sistema dall'operatore per mezzo di una mazza da muratore potesse non essere la stessa per ogni prova, le dimensioni dei blocchi erano tali da poter trascurare questo aspetto. Si è invece cercato di eccitare il blocco colpendolo sempre nello stesso punto, scelta la faccia, per ogni serie di prove ripetute.

Per quanto riguarda, invece, i blocchi in laboratorio, le cui dimensioni sono ridotte di dieci volte rispetto a quelli in cantiere, si è pensato di ovviare il problema utilizzando un pendolo, appositamente realizzato, per eccitare il sistema e mostrato in Figura 2.4. Si tratta di un piccolo telaio regolabile in altezza provvisto di una mensola: al culmine di questa è applicato un gancio con un cordino a cui è attaccata una sfera metallica. Con una calamita toroidale che trattiene la sfera, il cordino viene mantenuto in tensione in posizione orizzontale fino a quando la calamita viene sganciata. La sfera comincia la sua corsa verso il blocchetto di prova e lo colpisce quando il cordino si trova in posizione verticale. Questo metodo consente anche di eccitare il sistema sempre dallo stesso punto per ogni serie di prove ripetute.

## 2.2 Tipologie di provini

Volendo capire se fosse possibile distinguere la presenza di una frattura all'interno di un blocco, l'approccio scelto è stato quello di confrontare blocchi privi di discontinuità con blocchi che presentassero discontinuità evidenti.

Di seguito sono descritti i vari tipi di provini studiati:

- blocchi di marmo in laboratorio, delle dimensioni di  $(200 \times 150 \times 300)$  mm<sup>3</sup>, mostrati in Figura 2.7
  - blocco privo di discontinuità che ne comprometterebbero la fase di taglio in lastre, indirizzandolo verso la lavorazione in marmette;



**Figura 2.7:** Blocchi, di marmo e di alluminio, utilizzati per le prove sperimentali in laboratorio. Di questi, uno di marmo e uno di alluminio sono integri, mentre gli altri presentano, per natura (quelli di marmo) o per costruzione (quelli di alluminio) discontinuità evidenti.

- blocchi con discontinuità evidenti;
- blocchi di alluminio, delle dimensioni di  $(200 \times 150 \times 300) \text{ mm}^3$ 
  - blocco di alluminio intero;
  - blocco di alluminio ottenuto da due semiblocchi interi, ciascuno delle dimensioni di  $(100 \times 150 \times 300) \text{ mm}^3$ , incollati per mezzo di colla cianoacrilica (Super Attack);
  - blocco di alluminio ottenuto da due semiblocchi interi, ciascuno delle dimensioni di  $(100 \times 150 \times 300) \text{ mm}^3$ , su uno dei quali è stata ricavata, per mezzo di fresa verticale, una cava circolare della profondità di 0.3 mm e del diametro di 50 mm. I due semiblocchi sono stati incollati per mezzo di colla cianoacrilica (Super Attack);
- blocchi di marmo in cantiere, delle dimensioni medie di  $(2000 \times 1500 \times 3000) \text{ mm}^3$ 
  - blocchi destinati alla lavorazione di taglio in lastre, quindi giudicati dal capocantiere privi di discontinuità macroscopiche che ne determinerebbero la rottura, mostrati in Figura 2.8;



**Figura 2.8:** Uno dei blocchi destinati al taglio in lastre, quindi giudicato privo di discontinuità, utilizzato per le prove in cantiere.



**Figura 2.9:** Uno dei blocchi destinati al taglio in marmette, quindi con discontinuità evidenti, utilizzato in cantiere per le prove sperimentali.

- blocchi destinati alla lavorazione in marmette, che presentano discontinuità evidenti, mostrati in Figura 2.9.

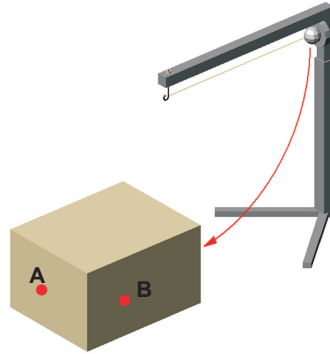
Nell'Appendice A sono proposti i disegni esecutivi dei blocchi di alluminio utilizzati in laboratorio.

## 2.3 Disposizione dei trasduttori

Di seguito vengono presentate le posizioni predefinite nelle quali sono stati posti i trasduttori in ciascuna prova effettuata. Essi sono stati posizionati in direzioni fra loro perpendicolari, in modo da poter rilevare il maggior numero di modi di frequenze proprie, corrispondenti a modi di vibrare.

**Prove in laboratorio, su blocchi di marmo, utilizzando un accelerometro, senza acquisire il segnale in ingresso.** L'accelerometro è stato posizionato in due punti, mostrati in Figura 2.10: il primo è sulla faccia A, opposta rispetto a quella su cui il blocco riceve la sollecitazione impulsiva; tali facce sono le più piccole del campione. Il secondo punto in cui viene incollato l'accelerometro è sulla faccia B laterale, perpendicolare rispetto a quella su cui il blocco viene eccitato. Per ogni punto sono state effettuate diverse misure.

**Prove in laboratorio su blocchi sia di marmo sia di alluminio, sia integri sia con discontinuità evidenti, misurando contemporaneamente il segnale in ingresso e quello rilevato da sei accelerometri.**



**Figura 2.10:** L'accelerometro viene prima incollato sulla faccia A, eseguendo prove ripetute, poi sulla faccia B, ripetendo più volte le misure.

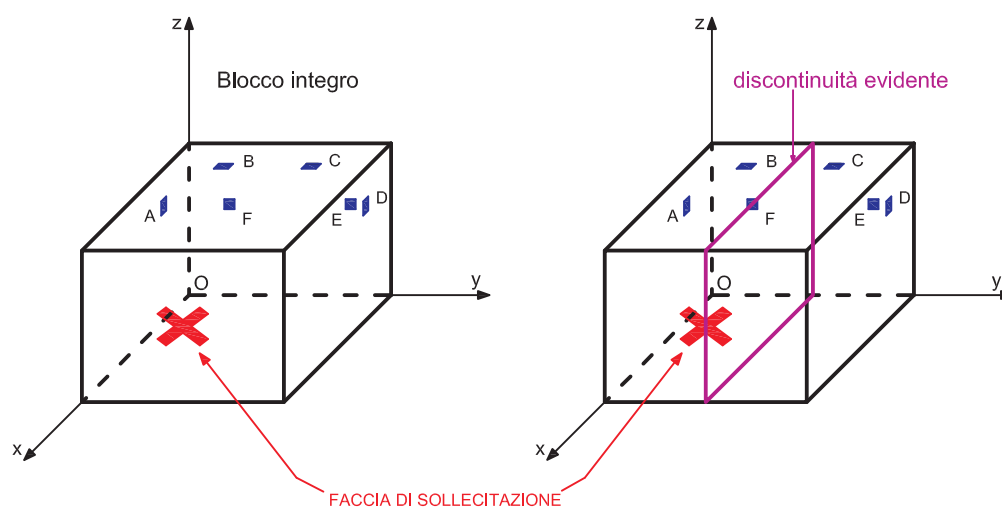
Punto	x [mm]	y [mm]	z [mm]
A	50	0	80
B	45	40	150
C	45	160	150
D	50	200	80
E	0	160	90
F	0	40	90

**Tabella 2.1:** Coordinate dei punti di incollaggio degli accelerometri sui blocchi utilizzati in laboratorio.

Il colpo viene dato, per mezzo del martello strumentato, su una delle facce piccole del blocco campione esaminato. Gli accelerometri sono incollati sulle facce laterali, su quella superiore e sulla faccia opposta rispetto a quella da cui viene sollecitato il campione. Scelto un sistema di riferimento  $Oxyz$ , mostrato in Figura 2.11, centrato nel vertice del blocco in basso a sinistra rispetto alla faccia su cui viene data la martellata, le coordinate dei punti in cui è stata rilevata l'accelerazione sono elencate in Tabella 2.1 e i punti di incollaggio sono mostrati nella stessa Figura 2.11, dove sono presentati sia nel caso in cui il blocco sia integro, sia che esso presenti discontinuità evidenti.

**Prove in laboratorio su blocchi di marmo sia integri sia con discontinuità evidenti, misurando contemporaneamente il segnale in ingresso e quello rilevato da cinque accelerometri e da due microfoni.** Il colpo viene dato, per mezzo del martello strumentato, su una delle





**Figura 2.11:** Posizioni di incollaggio degli accelerometri per tutti i blocchi campione utilizzati in laboratorio.

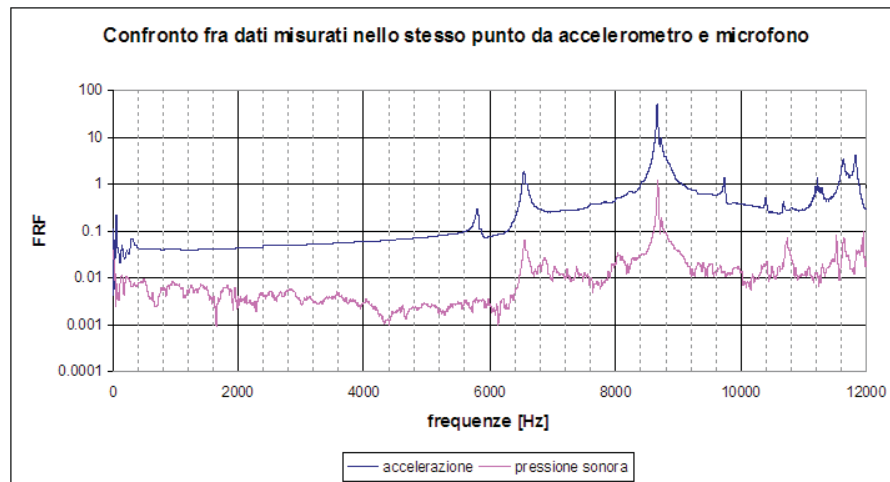
facce piccole del blocco campione esaminato. Gli accelerometri e i microfoni sono posizionati sulle facce laterali, su quella superiore e sulla faccia opposta rispetto a quella da cui viene sollecitato il campione. Per lo stesso sistema di riferimento  $Oxyz$ , mostrato in Figura 2.11, centrato nel vertice del blocco in basso a sinistra rispetto alla faccia su cui viene data la martellata, le coordinate dei punti in cui è stata rilevata l'accelerazione sono le stesse elencate in Tabella 2.1 e i punti di incollaggio quelli mostrati sempre in Figura 2.11, a cui si devono aggiungere le coordinate dei punti in cui si sono realizzate le misure di pressione sonora. Tali punti sono i seguenti:

M92, di coordinate (250; 160; 0) mm;

M69, di coordinate (0; 20; 0) mm.

In una prova, uno dei microfoni è stato posizionato nel punto F, al posto di un accelerometro.

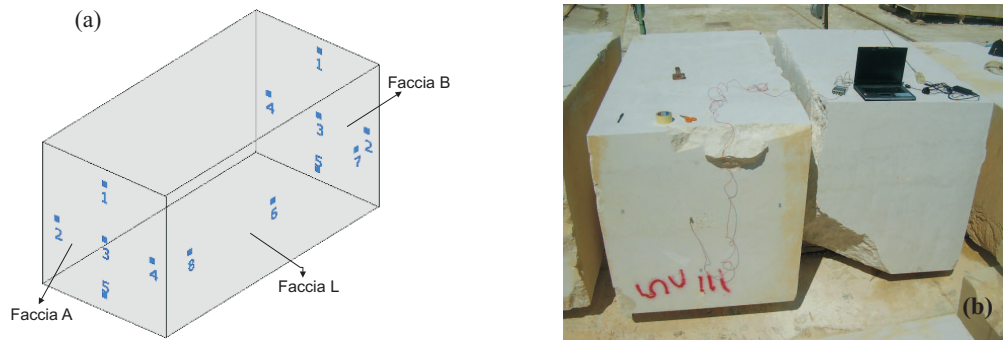
Si anticipa qui che le prove acustiche sono state abbandonate, in questo lavoro, perché dal confronto dei dati forniti dai microfoni e quelli forniti dagli accelerometri, nello stesso punto, quelli dagli accelerometri sono migliori, come si evince da Figura 2.12, in cui sono rappresentate la risposta in frequenza dell'accelerometro e quella del microfono. Entrambe individuano picchi alle stesse frequenze, ma la curva relativa all'accelerometro è meglio definita ed i picchi sono più pronunciati, quindi individuabili distintamente dalle altre frequenze.



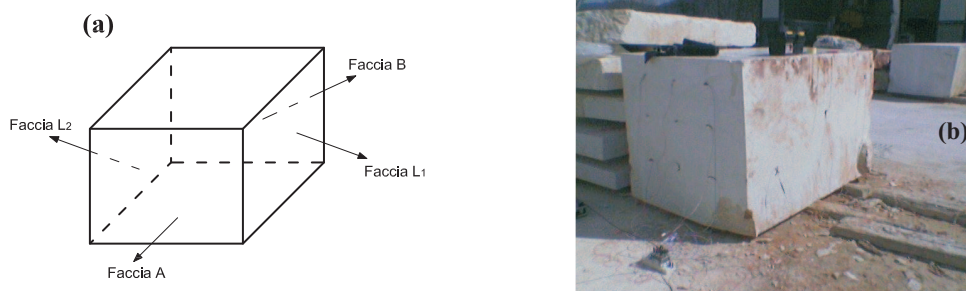
**Figura 2.12:** Confronto fra funzioni di risposta in frequenza di un accelerometro e di un microfono, relative allo stesso punto di misura.

**Prove in cantiere, su blocchi di marmo sia destinati al taglio in lastre che al taglio in marmette, acquisendo un punto di misura alla volta.** Le posizioni in cui si sono incollati gli accelerometri sono state scelte a priori: a croce sulle facce più piccole dei blocchi, dette A e B secondo la Figura 2.13 e in linea sulle due facce laterali (facce L). Non si sono incollati gli accelerometri sulla faccia superiore dei blocchi poiché, essendo resinata, avrebbe comportato l'introduzione di frequenze di taglio incognite, che avrebbero potuto falsare i risultati. Non potendo girare i blocchi a piacimento non si sono effettuate misurazioni neanche sulle facce inferiori. In base all'osservazione diretta del blocco, in alcune prove si è deciso di inserire altri punti di misura, oltre a quelli standard, nei pressi delle singolarità. Le posizioni da 1 a 5 sono state rilevate su entrambe le facce sollecitando quella opposta. Le posizioni da 6 a 8 sono state rilevate solo su un lato ma sollecitando entrambe le facce A e B; in questo modo per la posizione 6, come per la 7 e la 8, si hanno un'acquisizione con sollecitazione in A e un'acquisizione con sollecitazione in B. In generale anche per le posizioni aggiuntive si è seguita questa procedura.

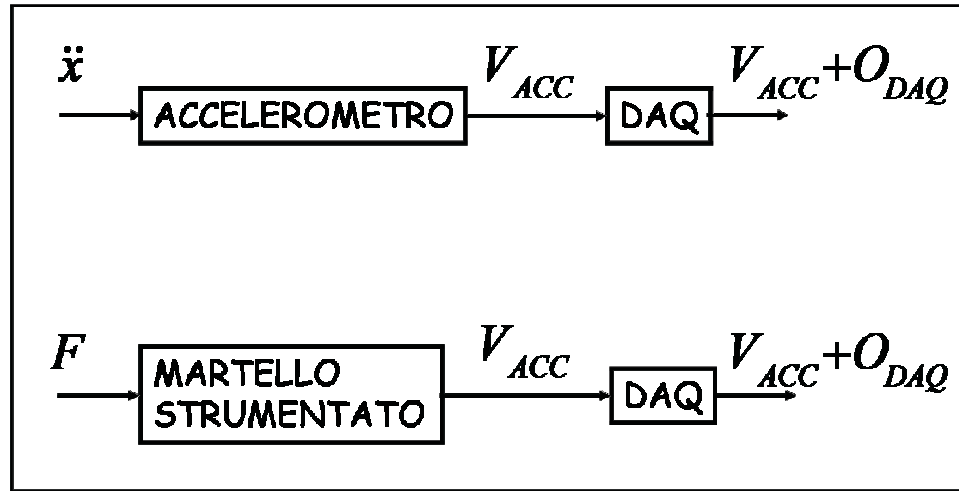
**Prove in cantiere, su blocchi sia destinati al taglio in lastre che al taglio in marmette, acquisendo sedici punti di misura contemporaneamente.** I punti di misura sono stati posizionati, seguendo la nomenclatura di Figura 2.14, su entrambe le facce  $L_1$  e  $L_2$  laterali e sulla faccia B se si colpisce il blocco sulla faccia A o sulla faccia A se si è assestata la martellata sulla faccia B.



**Figura 2.13:** (a). Punti di misura predefiniti per le acquisizioni su ogni blocco in cantiere. Quando la martellata veniva data sulla faccia A, gli accelerometri si trovavano sulle facce E e L, mentre quando veniva colpita la faccia B, gli accelerometri erano sulle facce B e L. (b). Fotografia che mostra un accelerometro incollato in un punto di misura, su un blocco in cantiere.



**Figura 2.14:** (a). Nomenclatura delle facce nel caso di prove che prevedano l'acquisizione di sedici punti di misura. (b). Fotografia nella quale sono mostrati dodici dei sedici accelerometri incollati ai punti di misura.



**Figura 2.15:** Schema a blocchi della catena di misura accelerometrica e di quella del martello strumentato.  $\ddot{x}$  e  $F$  sono i misurandi, cioè rispettivamente, l'accelerazione e la forza;  $V_{ACC}$  è la tensione in uscita dal trasduttore e  $O_{DAQ}$  è l'*offset* introdotto dalla scheda di acquisizione.

## 2.4 Analisi dell'incertezza della catena di misura

Si è valutata l'incertezza associata alla catena di misura utilizzata per le acquisizioni, secondo quanto proposto dalla GUM [CITAZIONE], utilizzando i dati reperibili dal certificato di taratura degli strumenti a disposizione. Tali certificati sono allegati in Appendice B.

La catena di misura può essere schematizzata in due macroblocchi, mostrati in Figura 2.15, il primo rappresenta il trasduttore, quindi l'accelerometro IEPE o il martello strumentato IEPE, il secondo rappresenta la scheda di acquisizione dotata di condizionatore IEPE.

Se si suppone che il misurando in ingresso sia un'accelerazione ( $\ddot{x}$ ), il trasduttore, cioè l'accelerometro, avrà come uscita una tensione ( $V_{ACC}$ ), che sarà letta dalla scheda di acquisizione, la quale introdurrà uno scostamento costante ( $O_{DAQ}$ , *offset*) sulla lettura della tensione finale in uscita, nell'ipotesi che la scheda abbia solo un effetto interferente.

La tensione finale letta,  $V$ , può essere pensata quindi come la tensione in uscita dall'accelerometro sommata all'*offset* introdotto dalla scheda di acquisizione.

Ipotizzando che la tensione  $V$  sia espressa come nell'Equazione 2.1,

$$V = \ddot{x}K_{ACC} + O_{DAQ} \quad (2.1)$$

dove per  $K_{ACC}$  si intende la sensibilità statica dell'accelerometro, si può ricavare l'accelerazione come nell'Equazione 2.2,

$$\ddot{x} = \frac{V}{K_{ACC}} - \frac{O_{DAQ}}{K_{ACC}} \quad (2.2)$$

Utilizzando la GUM, si può propagare l'incertezza,  $u_{\ddot{x}}^2$ , come mostrato nell'Equazione 2.3:

$$\begin{aligned} u_{\ddot{x}}^2 = & \left( \frac{1}{K_{ACC}} \right)^2 u_V^2 + \left( -\frac{V}{K_{ACC}^2} \right)^2 u_{ACC}^2 + \\ & + \left( \frac{1}{K_{ACC}} \right)^2 u_{O_{DAQ}}^2 + \left( \frac{O_{DAQ}}{K_{ACC}^2} \right)^2 u_{ACC}^2 \end{aligned} \quad (2.3)$$

Supponendo, per semplicità di calcolo, che  $O_{DAQ} = 0 V$ , l'incertezza sulla lettura di accelerazione può essere scritta come nell'Equazione 2.4

$$u_{\ddot{x}}^2 = \frac{u_V^2}{K_{ACC}^2} + \frac{V^2}{K_{ACC}^2} \frac{u_{ACC}^2}{K_{ACC}^2} + \frac{u_{O_{DAQ}}^2}{K_{ACC}^2} \quad (2.4)$$

dove

$u_V$  è l'incertezza complessiva all'uscita della scheda di acquisizione;

$u_{ACC}$  è l'incertezza complessiva sull'uscita dell'accelerometro e deriva dalla combinazione dell'incertezza sulla sensibilità statica con l'incertezza della risposta in frequenza;

$u_{O_{DAQ}}$  è il contributo complessivo di non linearità.

Si è seguito lo stesso tipo di trattazione anche per propagare l'incertezza della catena di misura basata sul martello strumentato.

In Tabella 2.2 sono riportati i valori utili alla propagazione dell'incertezza, ricavati dai certificati di taratura dei trasduttori utilizzati e in Tabella 2.3 sono riportati i valori di incertezza della catena di misura ottenuti tramite la propagazione.

Visti i risultati relativi all'incertezza complessiva della catena di misura, si sono analizzati i singoli contributi, in particolare si è valutato quanto ciascuno di essi pesasse ( $p_i$ ) rispetto al valore misurato, calcolando il rapporto scritto nell'Equazione 2.5,

$$p_i = \left( \frac{\partial \ddot{x}}{\partial z_i} u_{z_i} \right) \cdot \frac{1}{FS} \cdot 100 \quad (2.5)$$

dove

	accuratezza complessiva DAQ [dB]	sensibilità %	risposta in frequenza %	non linearità %
scheda di acquisizione	$\pm 0.1$			
accelerometri		$\pm 5$	$\pm 5$	$\pm 1$
martello strumentato		$\pm 15$		$\pm 1$

**Tabella 2.2:** Contributi all'incertezza della catena di misura, ricavati dai certificati di taratura dei trasduttori e della scheda di acquisizione.

catena di misura basata su	incertezza	Fondo Scala FS	% incertezza su FS
Accelerometro 736	35 m/s <sup>2</sup>	500 m/s <sup>2</sup>	7.0%
Accelerometro 732A	360 m/s <sup>2</sup>	5000 m/s <sup>2</sup>	7.2%
Martello strumentato	335 N	2200 N	15.2%

**Tabella 2.3:** Incertezza della catena di misura, calcolata seguendo l'Equazione 2.4.

l'accelerazione  $\ddot{x}$  dell'Equazione 2.2 è intesa come funzione delle variabili generiche  $z_i$ ;

$u_{z_i}$  è l'incertezza associata alla grandezza  $z_i$ ;

$\frac{\partial \ddot{x}}{\partial z_i} u_{z_i}$  è il contributo all'incertezza complessiva, dovuto all'incertezza della singola grandezza  $z_i$ ;

$FS$  è il fondo scala della catena di misura, ottenuto dividendo il fondo scala della scheda di acquisizione per la sensibilità statica del trasduttore su cui la catena di misura considerata è basata;

il tutto moltiplicato per 100, per ottenere il valore percentuale.

I valori ottenuti sono mostrati in Tabella 2.4, ed evidenziano come il contributo maggiore all'incertezza complessiva della catena di misura sia da attribuire alle caratteristiche del trasduttore utilizzato; in particolare l'incertezza dichiarata sulla sensibilità statica ed il valore di quest'ultima esercitano un ruolo determinante.

Se lo scopo delle prove fosse la determinazione dell'accelerazione assoluta nei punti di misura, l'analisi dell'incertezza suggerirebbe di utilizzare altri trasduttori, poiché un'incertezza relativa del 7% o, ancor peggio, del 15%, sono molto elevate. Questa ricerca, però, è stata sviluppata basandosi su misure relative, confrontando ampiezze amplificate o attenuate nello stesso modo; quindi il contributo che maggiormente affligge l'incertezza della catena

	accuratezza complessiva DAQ %	sensibilità + risposta in frequenza %	non linearità %
Accelerometro 736	1.2	6.9	0.98
Accelerometro 732A	1.2	6.9	0.98
Martello Strumentato	1.2	15	1.0

**Tabella 2.4:** Contributi all'incertezza complessiva della catena di misura, valutati rispetto al fondo scala, cioè rispetto alla misura massima possibile, calcolati utilizzando l'Equazione 2.5.

di misura è anche quello che conta meno per il tipo di analisi dei dati su cui questo lavoro si basa.





# Capitolo 3

## Definizione e scelta del modello

Per determinare l'integrità del blocco si è deciso di operare per confronti, dunque si è reso necessario determinare un modello con cui comparare i blocchi che, di volta in volta si sono esaminati.

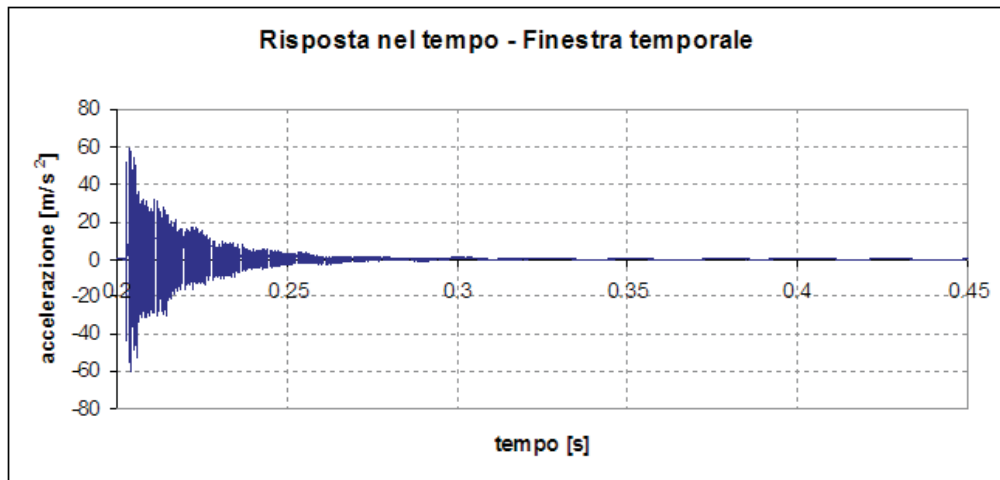
In generale, il modello può essere sia fisico sia virtuale.

Per scegliere quale dei due utilizzare si sono confrontate le frequenze proprie ottenute dall'analisi in frequenza di un blocco integro con quelle ricavate per mezzo di un'analisi agli elementi finiti (FEM) utilizzando il software commerciale COSMOSWorks.

Per validare il modello FEM si è verificato che la correlazione fra i valori delle frequenze ottenuti per via sperimentale e quelli ottenuti per via simulata fosse lineare, in particolare coincidesse con la bisettrice del I e III quadrante, cioè con la retta di equazione  $y = x$ , ciò infatti significherebbe che per ogni frequenza propria sperimentale è stata trovata una identica frequenza con la simulazione FEM, quindi che quest'ultima spiega in modo soddisfacente la realtà.

### 3.1 Determinazione delle frequenze sperimentali

Con le prove sperimentali si è ottenuta la storia temporale della risposta all'impulso di ciascun punto su cui si era fissato un accelerometro e, nei casi in cui si è utilizzato il martello strumentato, anche la storia temporale del segnale in ingresso. Dopo aver selezionato un'opportuna finestra temporale, mostrata in Figura 3.1, su quest'ultima si è calcolata la Trasformata di Fourier Discreta (FDT - *Fourier Discrete Transform*) e, dove possibile, si è calcolata anche la Funzione di Risposta in Frequenza (FRF - *Frequency Response Function*). Avendo effettuato prove ripetute si è calcolata una FRF



**Figura 3.1:** Finestra temporale su cui si è calcolata la FFT. Il fenomeno del Leakage è comunque ridotto per la risposta all'impulso, in quanto il fenomeno è un transitorio in cui è difficile individuare periodicità, quindi si è scelta una finestra lunga quanto il transitorio stesso.

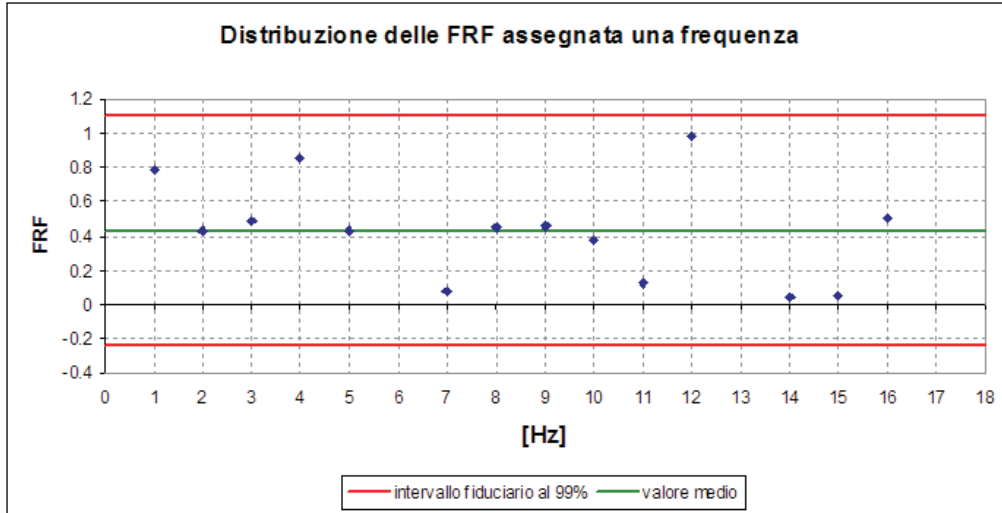
media, cioè si è considerato il valore FRF di ciascuna frequenza come una variabile casuale da cui è stato estratto un campione di numerosità pari al numero di prove.

Tale variabile casuale risulta distribuita normalmente attorno alla media, come si evince dalla Figura 3.2, che però è frutto di una procedura ricorsiva che elimina quelle prove il cui valore di FRF non è contenuto nell'intervallo fiduciario al 99% della media campionaria della variabile casuale. Infatti, la distribuzione originaria della FRF era quella presentata in Figura 3.3. Si può notare come il valore del campione relativo alla prova 13 sia esterno all'intervallo fiduciario; si è dunque escluso tale elemento dal campione.

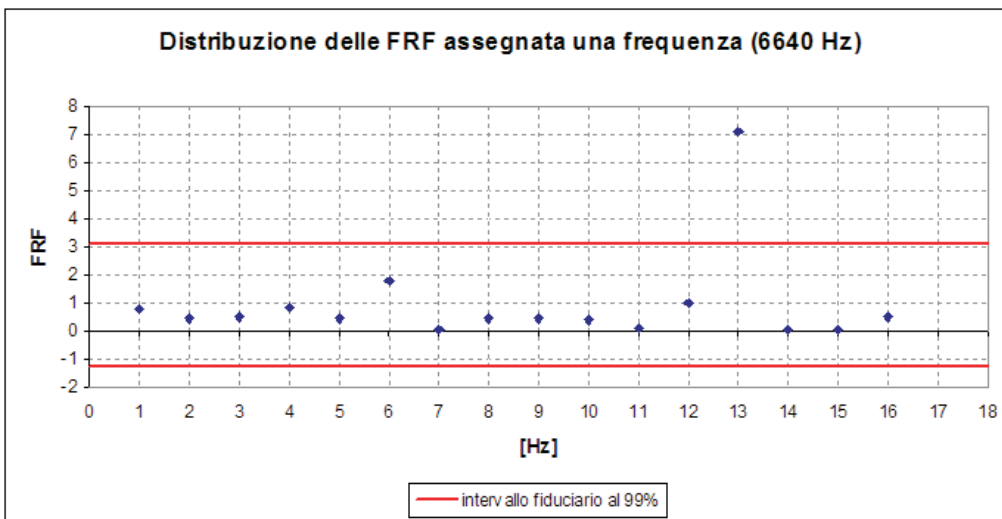
Alla seconda iterazione, la distribuzione degli elementi del campione attorno al valore medio si è presentata come in Figura 3.4, dalla quale appare come, benché la distribuzione si sia ristretta, un elemento del campione, quello relativo alla prova 6, risulti esterno all'intervallo fiduciario al 99% costruito per la media campionaria. Si è dunque proceduto con una terza iterazione, successiva all'esclusione dal campione dell'elemento della prova 6, ottenendo il risultato mostrato in Figura 3.2.

La procedura fin qui descritta come esempio è stata implementata per tutte le frequenze.

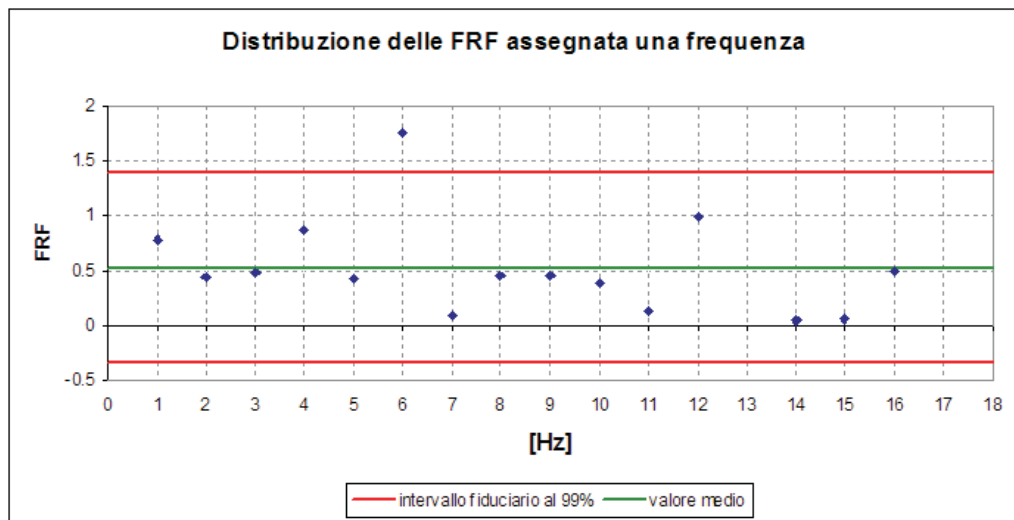
Ciò che ne risulta è una funzione di risposta in frequenza epurata da eventuali picchi fasulli, come si può notare in Figura 3.5, dove sono evidenziati i punti in cui l'ampiezza della FRF è cambiata in seguito alla procedura



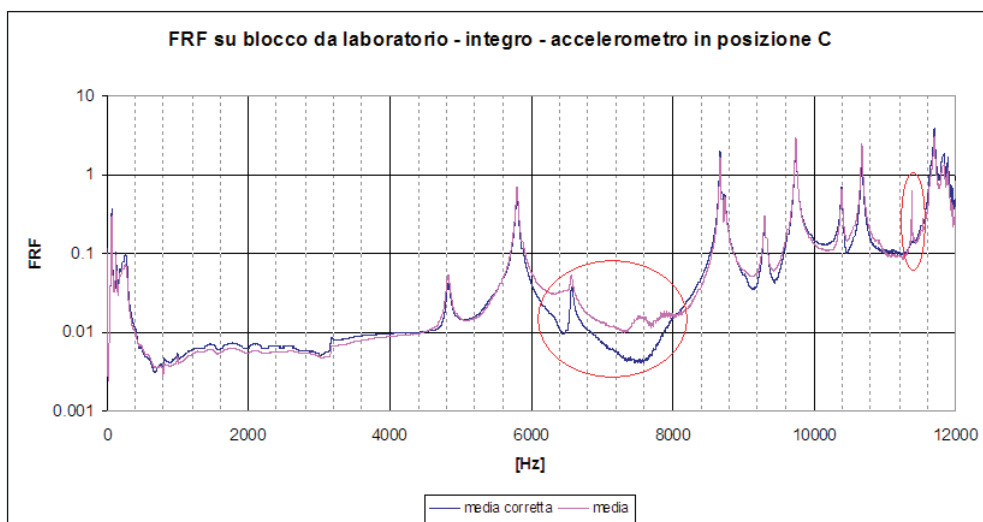
**Figura 3.2:** Gli elementi che costituiscono il campione estratto per rappresentare la variabile casuale FRF si distribuiscono in modo aleatorio attorno al loro valore medio, all'interno di un intervallo di semiampiezza  $\approx 3s_n/\sqrt{n}$ , dove  $s_n$  è la deviazione standard campionaria e  $n$  è la numerosità del campione.



**Figura 3.3:** Distribuzione attorno al valor medio di tutti gli elementi che costituiscono il campione estratto per rappresentare la variabile casuale FRF. Si può notare come il valore relativo alla prova 13 sia esterno all'intervallo fiduciario. Tale valore è stato escluso dal campione.



**Figura 3.4:** La distribuzione attorno al valore medio si è ristretta, rispetto alla situazione presentata in Figura 3.3, ma il valore di FRF relativo alla prova 6 è esterno all'intervallo fiduciario al 99% della media campionaria, quindi si è proceduto con una terza iterazione eliminando anche il valore della prova 6.



**Figura 3.5:** Confronto fra ampiezza della funzione di risposta in frequenza prima (in rosa) e dopo (in blu) il processo iterativo che prevede l'eliminazione degli elementi esterni all'intervallo fiduciario al 99%, costruito per il valore della media campionaria, considerando il campione costituito dai valori dell'ampiezza di FRF per ciascuna prova, fissata la frequenza. Si nota come alcuni picchi vengano attenuati una volta compiuta la procedura iterativa.

iterativa illustrata: una frequenza è diventata più riconoscibile, altre due sono scomparse, ma l'andamento generale delle FRF non è cambiato e la maggior parte delle frequenze proprie è rimasta invariata, dunque si è ottenuto l'effetto desiderato di escludere frequenze false.

Si è utilizzata la procedura iterativa descritta sia per i blocchi in laboratorio sia per i blocchi in cantiere, con la puntualizzazione che in laboratorio si aveva un unico campione integro di marmo e di alluminio, dunque su ciascuno di essi si sono svolte prove ripetute, dalle quali si sono ricavate le frequenze proprie mediando le FRF ricavate per ciascuna prova ed eliminando quelle esterne al campione secondo la procedura illustrata.

In cantiere invece si sono avuti a disposizione più campioni di blocco integro, di dimensioni attorno a quelle standard e soprattutto non si è avuta la possibilità di acquisire la martellata, perciò si è scelto di calcolare la FRF nei punti in cui si sono fissati gli accelerometri, utilizzando come ingresso il segnale acquisito dall'accelerometro in posizione 1, secondo la nomenclatura illustrata al Paragrafo 2.3. Nei casi in cui si è utilizzato solo un accelerometro per prova i segnali di ingresso e uscita risultano sfasati, dunque, in tutti questi casi, si considera significativo solo il grafico dell'ampiezza della FRF.

Al fine di ottenere un modello fisico del blocco integro in cantiere, si sono intese come elementi di una stessa variabile casuale le FRF associate alla stessa posizione su campioni analizzati diversi. A tale variabile casuale è stata applicata la procedura iterativa. In questo modo si sono ottenute le FRF in ciascuna posizione, calcolate per un blocco medio, adottato come modello fisico del blocco integro in cantiere. L'operazione si è resa possibile perché le dimensioni di tutti i blocchi studiati non differivano molto l'una dall'altra.

Calcolate le FRF, la ricerca delle frequenze proprie è avvenuta per mezzo della tecnica di ricerca dei picchi.

## 3.2 Determinazione delle frequenze FEM

Si sono calcolate le frequenze del modello agli elementi finiti mediante una simulazione FEM utilizzando un applicativo del *software* COSMOSWorks, per la determinazione delle frequenze proprie. L'analisi FEM che si è svolta su blocchi integri disegnati in SolidWorks e con le stesse dimensioni dei blocchi reali, quindi  $(200 \times 150 \times 300)$  mm<sup>3</sup> per la simulazione dei blocchi di marmo e di alluminio da laboratorio, e  $(1800 \times 1400 \times 2850)$  mm<sup>2</sup> per la simulazione del blocco di marmo da cantiere. Le dimensioni di quest'ultimo, che si discostano poco da quelle standard, sono la media di quelle di ciascun blocco integro su cui si sono effettuate prove.

	Marmo	Alluminio
<b>Modulo elastico</b> N/m <sup>2</sup>	$7.36 \cdot 10^{10}$	$6.90 \cdot 10^{10}$
<b>Coefficiente di Poisson</b>	0.25	0.33
<b>Densità di massa</b> kg/m <sup>3</sup>	2710	2700

**Tabella 3.1:** Caratteristiche dei materiali necessarie per l'analisi agli elementi finiti dei blocchi campione. I blocchi di alluminio sui quali si sono svolte le prove di laboratorio sono del tipo *Anticorodal*, nome commerciale della Serie 6000, in cui i principali elementi di lega sono silicio e magnesio.

Il *software* di simulazione FEM lavora nell'ipotesi materiale isotropo, elastico e lineare. Per compiere l'analisi si sono inseriti i valori di rigidità, coefficiente di Poisson e densità di massa propri dei materiali utilizzati, dunque del marmo o dell'alluminio. Tali caratteristiche sono riportate in Tabella 3.1.

### 3.3 Correlazione fra frequenze ottenute per via sperimentale e per mezzo di simulazione FEM

Grazie al calcolo FEM si ottengono un numero a piacere di frequenze proprie. Grazie all'impulso, mostrato in Figura 3.6, però, sperimentalmente, con gli strumenti a disposizione, si riescono ad eccitare al più frequenze fino a 10000 Hz, se ci si riferisce al blocco di marmo da laboratorio, come si vede in Figura 3.7. Si arriva a frequenze un po' più elevate, se ci si riferisce al blocco di alluminio, come mostrato in Figura 3.8.

Per quanto riguarda i blocchi di marmo da cantiere, non si è acquisito il segnale d'ingresso, quindi non si ha a disposizione il grafico della FDT che fornisce informazioni sulle frequenze eccitate. Si conosce però la teoria della trave snella: né i blocchi da laboratorio né quelli da cantiere soddisfano l'ipotesi di snellezza, che prevede il rapporto  $h/L > 5$  (dove  $h$  è l'altezza della sezione e  $L$  la lunghezza della trave), ma si vuol solo avere un'indicazione dell'ordine di grandezza delle frequenze che si possono eccitare con la mazza, quindi anche un calcolo approssimativo può essere sufficiente.

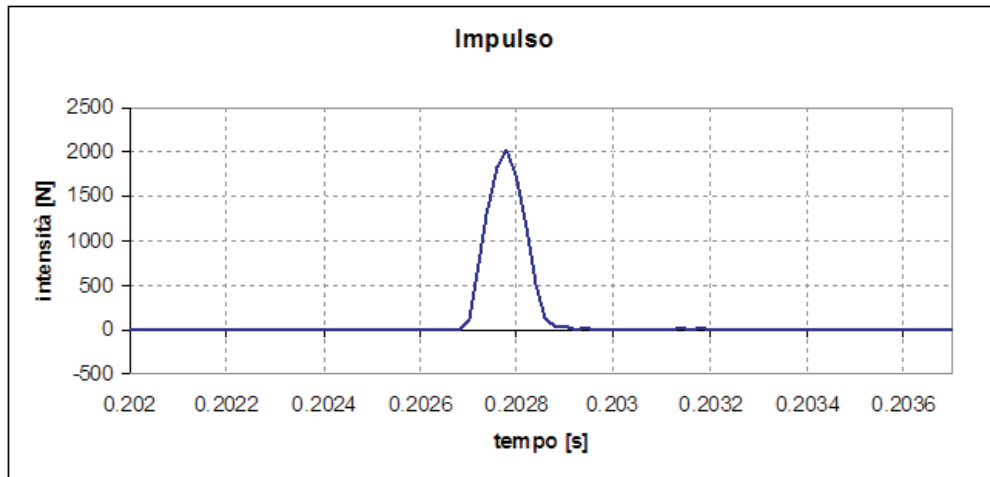


Figura 3.6: Grafico della storia temporale di un impulso generato per mezzo di una martellata su un blocco di marmo da laboratorio.

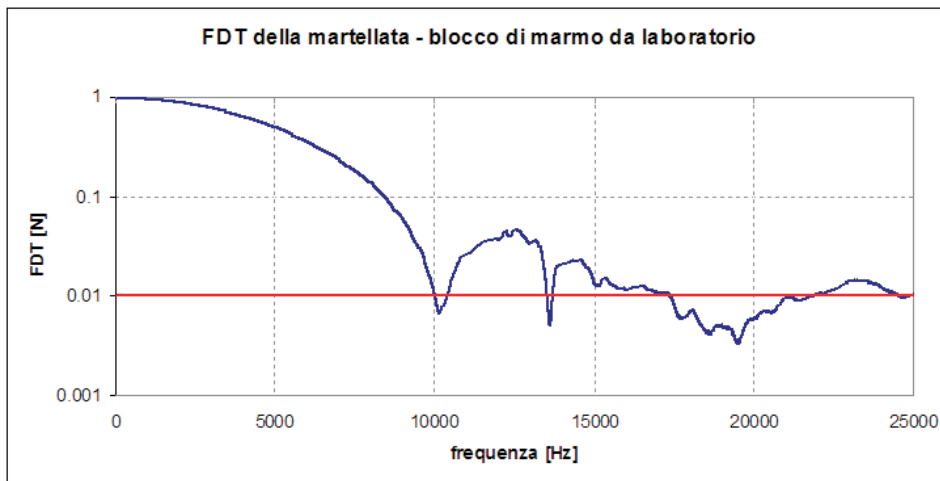
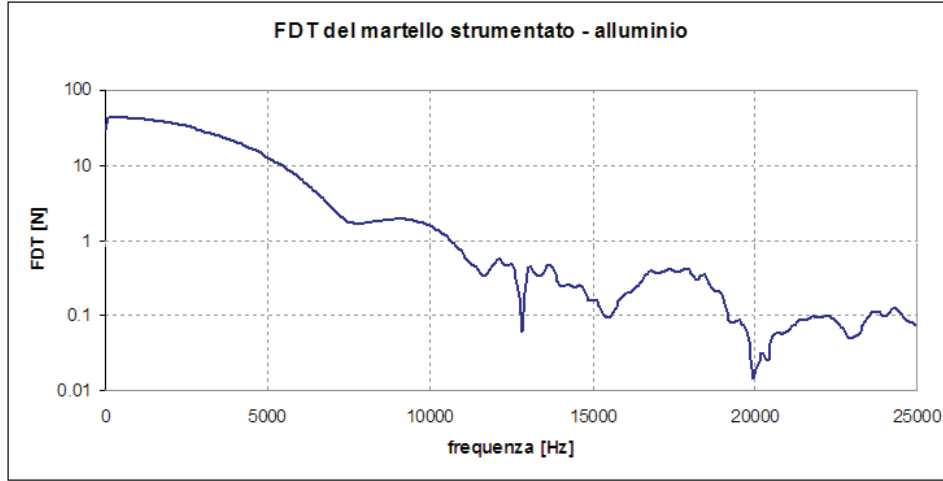


Figura 3.7: Grafico della FDT di una martellata, data ad un blocco di marmo da laboratorio. Fornisce un'informazione circa le frequenze che si riescono ad eccitare per mezzo di quell'impulso.



**Figura 3.8:** Grafico della FDT di una martellata, data ad un blocco di alluminio da laboratorio. Fornisce un'informazione circa le frequenze che si riescono ad eccitare per mezzo di quell'impulso.

La frequenza propria  $\omega$ , per ciascun grado di libertà è espressa come

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad (3.1)$$

dove  $k$  è la rigidezza del sistema e  $m$  è la sua massa.

Se la trave fosse snella, l'Equazione 3.1 diventerebbe

$$\omega = \sqrt{\frac{3EJ}{L^3} \frac{1}{\rho hbL}} = \sqrt{\frac{3E bh^3}{L^3} \frac{1}{12 \rho hbL}} = \sqrt{\frac{Eh^2}{4\rho L^4}} = \frac{h}{2L^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (3.2)$$

dove,  $E$  è il modulo di Young del marmo,  $J$  è il momento d'inerzia del blocco,  $\rho$  è la densità di massa del marmo,  $h$  è l'altezza della sezione del blocco,  $b$  la base della sezione del blocco,  $L$  è la lunghezza del blocco.

Indicando con pedice  $l$  le dimensioni del blocco da laboratorio e con pedice  $c$  quelle del blocco da cantiere, sapendo che  $E$  e  $\rho$  sono, in prima approssimazione, le stesse per tutti i blocchi di marmo e utilizzando l'Equazione 3.2, si ottiene che

$$\frac{\omega_l}{\omega_c} = \frac{h_l L_c^2}{L_l^2 h_c} = \frac{h_l}{L_l^2} \frac{100L_l^2}{10h_l} = 10, \quad (3.3)$$

cioè, ci si aspetta che le frequenze alle quali il blocco da cantiere possa venire eccitato siano ridotte di un fattore dieci rispetto a quelle del blocco da laboratorio, quindi si considerano significative frequenze fino a circa 1000 Hz.



Definito il limite entro il quale considerare significative le frequenze proprie ottenute per via sia sperimentale sia simulata, si sono confrontate le FRF, sperimentali, calcolate in tutti i punti dello stesso blocco, in modo da non escludere nessuna frequenza. Come si è visto, infatti, gli accelerometri sono stati fissati sui blocchi in direzioni fra loro perpendicolari, per poter rilevare il maggior numero possibile di frequenze proprie.

A questo punto si è cercata la correlazione fra frequenze proprie ottenute dalla simulazione FEM e frequenze proprie ricavate per via sperimentale, per blocchi integri.

Si è costruito un grafico che vede in ascissa le frequenze ricavate con la simulazione ed in ordinata le frequenze ricavate sperimentalmente. Si sono poi interpolati i punti ottenuti con una retta di regressione lineare, stimata utilizzando il metodo dei minimi quadrati e si sono calcolate le bande di incertezza al 95% per la curva di regressione e per la previsione, nel caso in cui si volesse utilizzare la retta ai minimi quadrati per estrapolare dei valori. Si è anche costruito un grafico dei residui, ottenuti come differenza fra il valore sperimentale e il valore della regressione, a parità di frequenza FEM.

Si è scelto come modello di regressione una retta di equazione

$$\hat{y}_i = \alpha'_0 \varphi'_0(x_i) + \alpha'_1 \varphi'_1(x_i) \quad , \quad (3.4)$$

dove, per comodità,  $\varphi'_0$  e  $\varphi'_1$ , che sono funzioni dei valori di frequenza  $x_i$  calcolati col FEM, sono già ortogonalizzati e scelti rispettivamente

$$\varphi'_0 = 1 \quad \varphi'_1 = x_i - \bar{x} \quad , \quad (3.5)$$

intendendo con  $\bar{x}$  la media degli  $x_i$ .

Detto  $y_i$  ciascuno degli  $n$  valori di frequenza ricavati sperimentalmente, si sono stimati i due parametri  $\alpha'_0$  e  $\alpha'_1$  nel seguente modo:

$$\alpha'_0 = \frac{\sum_{i=1}^n [\varphi'_0(x_i) \cdot y_i]}{\|\varphi'_0\|} \quad (3.6)$$

$$\alpha'_1 = \frac{\sum_{i=1}^n [\varphi'_1(x_i) \cdot y_i]}{\|\varphi'_1\|} \quad (3.7)$$

Si sono calcolati gli scarti  $\epsilon_i$  intesi come differenza fra il valore sperimentale,  $y_i$ , della frequenza e il valore  $\hat{y}_i$ , corrispondenti allo stesso valore di frequenza FEM:

$$\epsilon_i = y_i - \hat{y}_i \quad . \quad (3.8)$$

Si è quindi calcolato il valore di  $\sigma_0^2$ , grazie all'Equazione 3.9:

$$\sigma_0^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \epsilon_i^2}{n - 2} \quad , \quad (3.9)$$

dove  $n$  è il numero di punti da interpolare e 2 è il numero di parametri calcolati, quindi  $(n-2)$  rappresenta il numero di gradi libertà;  $\sigma_0^2$  rappresenta la variabilità del modello, ovvero spiega quanto, in generale, il modello si discosta dai dati da interpolare.

Il valore di  $\sigma_0^2$  è indispensabile per poter calcolare l'incertezza,  $\sigma_{\alpha'_0}$  e  $\sigma_{\alpha'_1}$ , dei parametri  $\alpha'_0$  e  $\alpha'_1$ :

$$\sigma_{\alpha'_0} = \frac{\sigma_0}{\sqrt{\|\varphi'_0\|}} \quad (3.10)$$

$$\sigma_{\alpha'_1} = \frac{\sigma_0}{\sqrt{\|\varphi'_1\|}} ; \quad (3.11)$$

quindi si è calcolata l'incertezza del modello associata a ciascun  $x_i$  propagando, per mezzo della GUM, l'incertezza dei parametri, ottenendo che

$$\sigma_{y_i} = \sqrt{(\varphi'_0)^2 \sigma_{\alpha'_0}^2 + (\varphi'_1)^2 \sigma_{\alpha'_1}^2} \quad (3.12)$$

Inoltre si è calcolata l'incertezza legata ad una eventuale previsione. Ovvero quell'incertezza da associare ad un valore di  $y$  calcolato per mezzo del modello lineare stimato, per un qualsiasi valore di  $x$ , cioè per un valore che non sia stato utilizzato per calcolare i parametri della regressione.

Tale incertezza si ricava nel seguente modo:

$$\sigma_y = \sqrt{(\varphi'_0)^2 \sigma_{\alpha'_0}^2 + (\varphi'_1)^2 \sigma_{\alpha'_1}^2 + \sigma_0^2} . \quad (3.13)$$

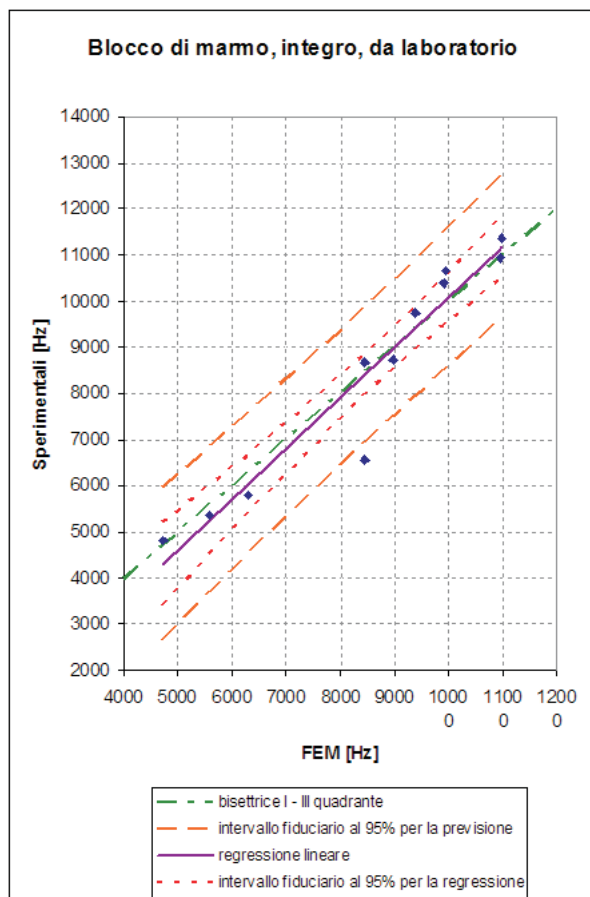
Si sono infine estese tutte le incertezze calcolate, al fine di ottenere degli intervalli fiduciarci ad un livello di fiducia del 95%.

Per controllare l'adeguatezza del modello si è anche valutata la dispersione dei residui  $\epsilon_i$ , definiti nell'Equazione 3.8, attorno allo zero, controllando che quest'ultimo sia realmente il valore medio e che i residui si distribuiscano attorno ad esso in modo casuale, in modo da poter essere considerati una variabile casuale distribuita normalmente, con media nulla e varianza  $\sigma_0^2$ .

Un altro parametro con cui si è valutata l'adeguatezza del modello è il coefficiente di correlazione lineare  $r$ , ovvero

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n \epsilon_i \cdot \varphi'_1(x_i)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \epsilon_i^2 \cdot \sum_{i=1}^n (\varphi'_1(x_i))^2}} . \quad (3.14)$$

**Correlazione fra frequenze ottenute per mezzo di simulazione FEM e frequenza ottenute per via sperimentale nel caso del blocco di marmo integro da laboratorio.** In Tabella 3.2 sono riportati i parametri



**Figura 3.9:** Modello di regressione lineare, nel caso di blocco di marmo integro da laboratorio, per cercare la correlazione fra frequenze ottenute per via sperimentale e frequenze ricavate dalla simulazione FEM. Nel grafico, oltre ai punti interpolati e alla curva di regressione, sono riportate anche le bande di incertezza al 95% e la bisettrice del I-III quadrante.

parametro	valore	intervallo fiduciario al 95%
$\alpha'_0$ [Hz]	8460	$7980 \leq \alpha'_0 \leq 8940$
$\alpha'_1$	1.10	$0.86 \leq \alpha'_1 \leq 1.33$
$\sigma_0$ [Hz]	710	
$\sigma_{\alpha'_0}$ [Hz]	211	
$\sigma_{\alpha'_1}$	0.11	
$r$	0.9560	

**Tabella 3.2:** Parametri del modello di regressione lineare stimati per il blocco di marmo, integro, da laboratorio. Il modello di regressione è il seguente:  $y = \alpha'_1 x + (\alpha'_0 - \alpha'_1 \bar{x})$ , dove  $\alpha'_0$  e  $\alpha'_1$  sono calcolati come mostrato rispettivamente nelle equazioni 3.6 e 3.7;  $\sigma_{\alpha'_0}$  e  $\sigma_{\alpha'_1}$  sono le loro incertezze, definite rispettivamente nelle equazioni 3.10 e 3.11;  $\sigma_0$  è l'incertezza del modello ed è calcolata secondo l'Equazione 3.9;  $r$  è il coefficiente di correlazione lineare, definito nell'Equazione 3.14.

stimati della regressione e, dove possibile, il loro intervallo fiduciario esteso al 95% e in Figura 3.9 sono mostrati i punti da interpolare, il modello di regressione lineare stimato e le bande di incertezza. È anche rappresentata la bisettrice del I-III quadrante, sulla quale dovrebbero giacere i punti di coordinate (frequenza FEM; frequenza sperimentale), se vi fosse correlazione fra tali frequenze.

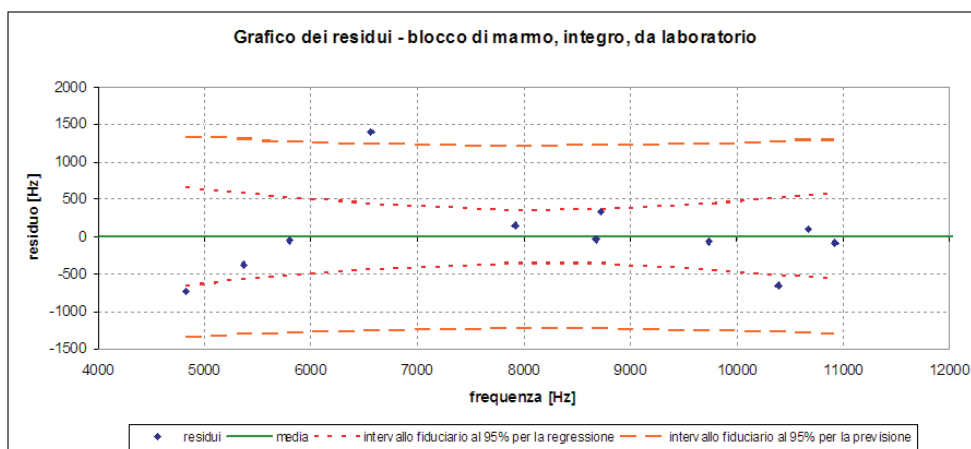
Sia dalla Figura 3.9 che dal confronto fra l'intervallo fiduciario per  $\alpha'_1$ , che rappresenta il coefficiente angolare della retta di regressione

$$\hat{y} = \alpha'_1 x + (\alpha'_0 - \alpha'_1 \bar{x}) , \quad (3.15)$$

riportato in Tabella 3.2 con il coefficiente angolare della retta  $y = x$ , bisettrice del I-III quadrante, si vede come quest'ultima sia compatibile con il modello di regressione stimato. Anche il coefficiente di correlazione lineare in Tabella 3.2 pari a 0.9560 conferma che la stima della correlazione fra frequenze FEM e sperimentali che fornisce il modello è abbastanza buona; quindi si potrebbe affermare che la simulazione col FEM fornisce una buona approssimazione del blocco fisico e delle sue caratteristiche.

Tale affermazione può essere confermata osservando la Figura 3.10, dove è presentato il grafico dei residui  $\epsilon_i$ , definiti nell'Equazione 3.8, fra le frequenze calcolate per mezzo del modello di regressione lineare nell'Equazione 3.15 e le frequenze ottenute sperimentalmente, a parità di ascissa, cioè di frequenza calcolata col FEM.

La Figura 3.10, però, mostra anche che un punto della distribuzione è

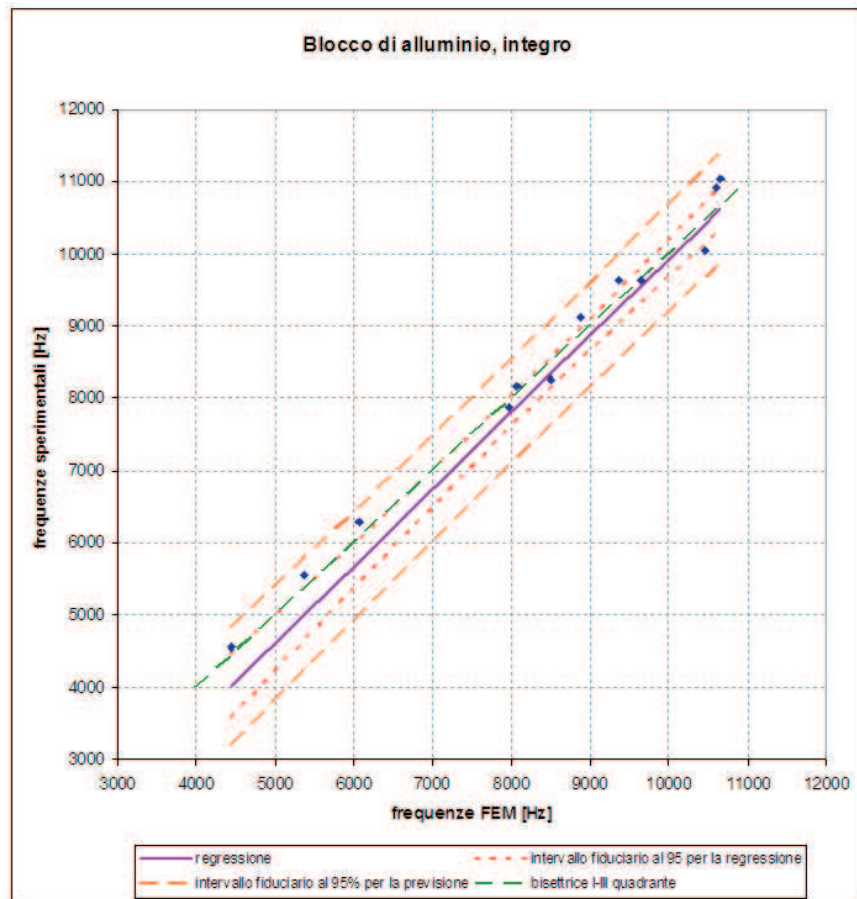


**Figura 3.10:** Grafico dei residui, nel caso di blocco di marmo integro da laboratorio, calcolati come differenza fra le frequenze calcolate per mezzo del modello di regressione lineare nell'Equazione 3.15 e le frequenze ottenute sperimentalmente, a parità di di frequenza calcolata col FEM. La media dei residui è nulla e nel grafico sono riportate anche le bande di incertezza.

esterno rispetto alle bande di tolleranze. Questo significa che, per quella particolare frequenza il modello FEM non è validato dalle prove sperimentali, cioè, per quella frequenza (5654 Hz) il modello FEM non riesce a spiegare il modello fisico. Questo è un limite, poiché la frequenza in questione compare in modo evidente e ben definito nelle prove sperimentali, se quindi si utilizzasse il modello FEM fin qui implementato come confronto per determinare la presenza di discontinuità, si potrebbe incorrere in una diagnosi sbagliata, vedendo comparire sperimentalmente una frequenza che basandosi sul FEM non sarebbe dovuta esserci.

**Correlazione fra frequenze ottenute per mezzo di simulazione FEM e frequenza ottenute per via sperimentale nel caso del blocco integro di alluminio.** In Tabella 3.3 sono riportati i parametri stimati della regressione e, dove possibile, il loro intervallo fiduciario esteso al 95% e in Figura 3.11 sono mostrati i punti da interpolare, il modello di regressione lineare stimato e le bande di incertezza. È anche rappresentata la bisettrice del I-III quadrante, sulla quale dovrebbero giacere i punti di coordinate (frequenza FEM; frequenza sperimentale), se vi fosse correlazione fra tali frequenze.

In Figura 3.12 è presentato il grafico dei residui, calcolati secondo l'Equazione 3.8, fra le frequenze calcolate per mezzo del modello lineare di Equazione 3.15 e le frequenze sperimentali a parità di ascissa, intesa come in



**Figura 3.11:** Modello di regressione lineare, nel caso di blocco di alluminio, per cercare la correlazione fra frequenze ottenute per via sperimentale e frequenze ricavate dalla simulazione FEM. Nel grafico, oltre ai punti interpolati e alla curva di regressione, sono riportate anche le bande di incertezza al 95% e la bisettrice del I-III quadrante.

parametro	valore	intervallo fiduciario al 95%
$\alpha'_0$ [Hz]	8200	$7900 \leq \alpha'_0 \leq 8400$
$\alpha'_1$	1.065	$0.952 \leq \alpha'_1 \leq 1.177$
$\sigma_0$ [Hz]	350	
$\sigma_{\alpha'_0}$ [Hz]	100	
$\sigma_{\alpha'_1}$	0.051	
$r$	0.9933	

**Tabella 3.3:** Parametri del modello di regressione lineare stimati per il blocco di alluminio, integro. Il modello di regressione è il seguente:  $y = \alpha'_1 x + (\alpha'_0 - \alpha'_1 \bar{x})$ , dove  $\alpha'_0$  e  $\alpha'_1$  sono calcolati come mostrato rispettivamente nelle equazioni 3.6 e 3.7;  $\sigma_{\alpha'_0}$  e  $\sigma_{\alpha'_1}$  sono le loro incertezze, definite rispettivamente nelle equazione 3.10 e 3.11;  $\sigma_0$  è l'incertezza del modello ed è calcolata secondo l'Equazione 3.9;  $r$  è il coefficiente di correlazione lineare, definito nell'Equazione 3.14.

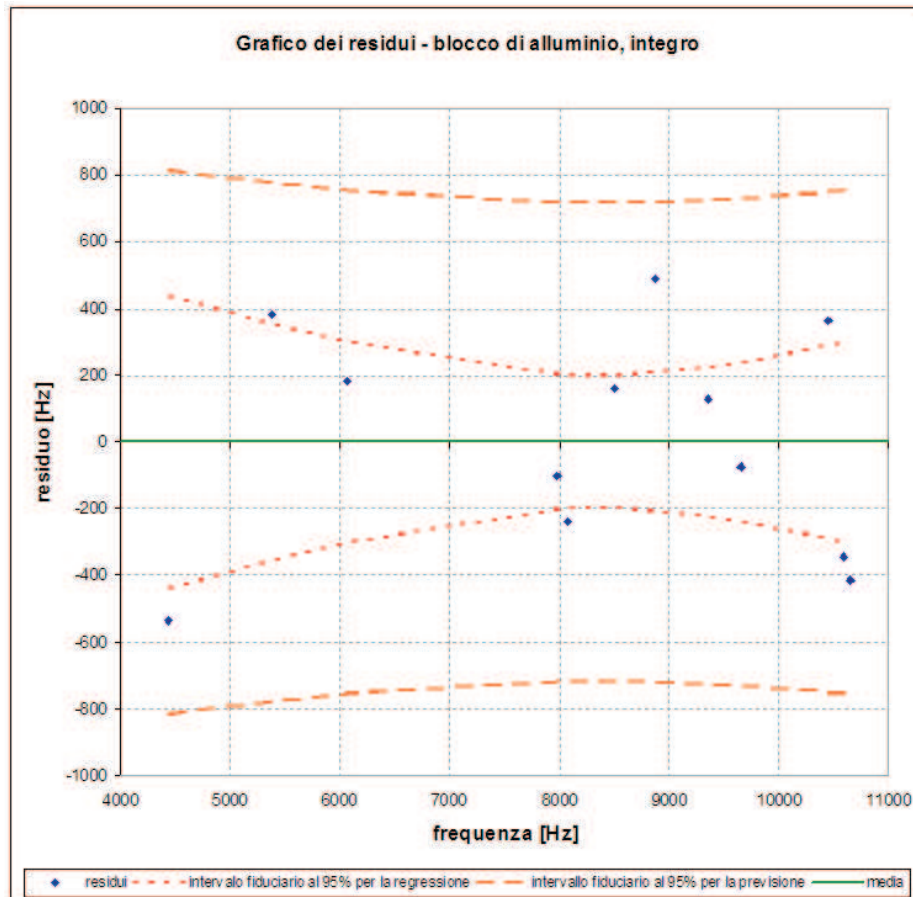
Figura 3.11, dove le  $x$  sono le frequenze ottenute dalla simulazione FEM.

Utilizzando le informazioni provenienti dalla Tabella 3.3 e dai grafici in Figura 3.11 ed in Figura 3.12, si può affermare che nel caso del blocco di alluminio il modello FEM spiega meglio i valori di frequenza ricavati sperimentalmente rispetto a quanto non abbia fatto nel caso del blocco di marmo, integro, da laboratorio. Osservando il grafico in Figura 3.12, si può notare che molti punti, che pure sono distribuiti in modo casuale attorno alla media nulla, sono esterni alla banda di incertezza della regressione, con livello di fiducia del 95%, benché siano ampiamente contenuti in quella di previsione.

Va anche notato che, saper riconoscere una frequenza con un'incertezza di 700 Hz, quando la frequenza massima misurata è di 10000 Hz non può essere considerato soddisfacente.

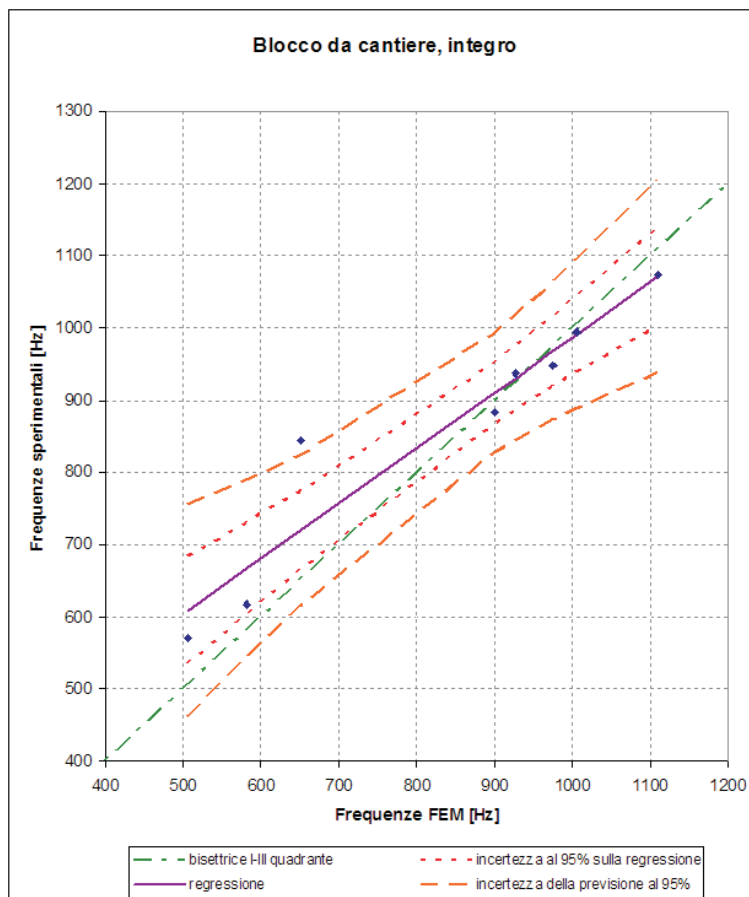
**Correlazione fra frequenze ottenute per mezzo di simulazione FEM e frequenza ottenute per via sperimentale nel caso del blocco di marmo integro da cantiere.** In Tabella 3.4 sono riportati i parametri stimati della regressione e, dove possibile, il loro intervallo fiduciario esteso al 95%.

In Figura 3.13 sono mostrati i punti da interpolare, il modello di regressione lineare stimato e le bande di incertezza. È anche rappresentata la bisettrice del I-III quadrante, sulla quale dovrebbero giacere i punti di coordinate (frequenza FEM; frequenza sperimentale), se vi fosse correlazione fra tali frequenze e in Figura 3.14 è presentato il grafico dei residui, calcolati



**Figura 3.12:** Grafico dei residui, nel caso di blocco di alluminio, calcolati come differenza fra le frequenze calcolate per mezzo del modello di regressione lineare nell'Equazione 3.15 e le frequenze ottenute sperimentalmente, a parità di di frequenza calcolata col FEM. La media dei residui è nulla e nel grafico sono riportate anche le bande di incertezza.





**Figura 3.13:** Modello di regressione lineare, nel caso di blocco di marmo integro da cantiere, per cercare la correlazione fra frequenze ottenute per via sperimentale e frequenze ricavate dalla simulazione FEM. Nel grafico, oltre ai punti interpolati e alla curva di regressione, sono riportate anche le bande di incertezza al 95% e la bisettrice del I-III quadrante.

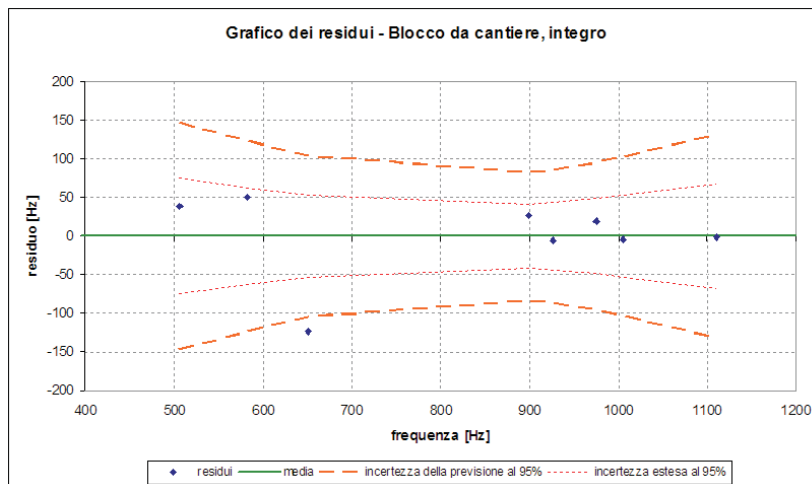
parametro	valore	intervallo fiduciario al 95%
$\alpha'_0$ [Hz]	858	$810 \leq \alpha'_0 \leq 907$
$\alpha'_1$	0.766	$0.532 \leq \alpha'_1 \leq 1.001$
$\sigma_0$ [Hz]	58	
$\sigma_{\alpha'_0}$ [Hz]	21	
$\sigma_{\alpha'_1}$	0.099	
$r$	0.8978	

**Tabella 3.4:** Parametri del modello di regressione lineare stimati per il blocco di marmo, integro, da cantiere. Il modello di regressione è il seguente:  $y = \alpha'_1 x + (\alpha'_0 - \alpha'_1 \bar{x})$ , dove  $\alpha'_0$  e  $\alpha'_1$  sono calcolati come mostrato rispettivamente nelle equazioni 3.6 e 3.7;  $\sigma_{\alpha'_0}$  e  $\sigma_{\alpha'_1}$  sono le loro incertezze, definite rispettivamente nelle equazione 3.10 e 3.11;  $\sigma_0$  è l'incertezza del modello ed è calcolata secondo l'Equazione 3.9;  $r$  è il coefficiente di correlazione lineare, definito nell'Equazione 3.14.

secondo l'Equazione 3.8, fra le frequenze calcolate per mezzo del modello di regressione lineare di Equazione 3.15 e frequenze ottenute sperimentalmente, a parità di frequenza calcolata per mezzo della simulazione FEM.

Dalla valutazione dei dati riportati in Tabella 3.4 e dall'osservazione dei grafici in Figura 3.13 ed in Figura 3.14, benché la bisettrice sia compresa nell'intervallo fiduciario della previsione e l'intervallo fiduciario al 95% del coefficiente angolare  $\alpha'_1$  comprenda il valore 1, si può notare che il valore medio del coefficiente angolare del modello di regressione si discosta abbastanza dal valore ideale 1. Inoltre, un punto è sicuramente esterno alle bande di incertezza, quindi, il modello FEM non riproduce i dati sperimentali per quella frequenza e se lo si volesse utilizzare nel confronto con lo spettro di un blocco di cui si volesse diagnosticare lo stato di integrità, questa discrepanza del modello FEM dal modello fisico potrebbe indurre in errori di valutazione.

Alla luce delle considerazioni esposte sopra, si è deciso di proseguire le analisi dei dati utilizzando come termine di confronto il contenuto spettrale del modello fisico. Dunque si sono cercate differenze fra il modello fisico, che per ciascuna categoria è rappresentato dal blocco integro; in particolare dal blocco integro medio nel caso dei campioni da cantiere, come si è spiegato nel Paragrafo 3.1.



**Figura 3.14:** Grafico dei residui, nel caso di blocco di marmo integro da cantiere, calcolati come differenza fra le frequenze calcolate per mezzo del modello di regressione lineare nell'Equazione 3.15 e le frequenze ottenute sperimentalmente, a parità di di frequenza calcolata col FEM. La media dei residui è nulla e nel grafico sono riportate anche le bande di incertezza.



## Capitolo 4

# Determinazione dello stato di integrità del blocco

Nel Capitolo 3 si è stabilito di utilizzare il modello fisico, intendendo con esso le frequenze proprie del campione integro, o meglio le sue FRF, per ogni categoria di blocchi considerati, cioè per i blocchi di marmo da laboratorio, per i blocchi di alluminio da laboratorio e per i blocchi di marmo da cantiere, tipologie già descritte nel Paragrafo 2.2.

Per verificare se sia effettivamente possibile partire da una semplice martellata per identificare se in un blocco vi sia una discontinuità tale da comprometterne la lavorazione di taglio in lastre, si è proceduto col confronto del modello fisico con blocchi in cui la discontinuità cercata fosse evidente.

Si sono operati confronti fra FRF medie, ottenute come spiegato nel Paragrafo 3.1 e per controllare che le eventuali differenze fossero significative si sono calcolati i residui  $\delta_i$  fra le FRF del blocco con discontinuità e quella del blocco integro, per ogni posizione in cui è stato incollato un accelerometro, secondo l'Equazione 4.1

$$\delta_i = FRF_{d_i} - FRF_{m_i} , \quad (4.1)$$

dove  $FRF_{d_i}$  è la FRF per l' $i$ -esima frequenza del blocco con discontinuità evidente e  $FRF_{m_i}$  è la FRF per l' $i$ -esima frequenza del blocco considerato come modello fisico, cioè quello integro.

Si è quindi calcolato, per ogni frequenza, il rapporto  $d$  fra il valore del residuo  $\delta$  e l'incertezza associata alla media per quella frequenza,  $u_{FRF_i}$ , come nell'Equazione 4.2,

$$d_i = \frac{\delta_i}{u_{FRF_i}} , \quad (4.2)$$

dove  $u_{FRF_i}$  è calcolata secondo l'Equazione 4.3

$$u_{FRF_i} = \frac{s_{FRF_i}}{\sqrt{n}}, \quad (4.3)$$

dove  $s_{FRF_i}$  è la deviazione standard della distribuzione dei valori di FRF, fissata la frequenza  $i$ -esima, e  $n$  è la numerosità del campione su cui si è calcolata la media.

Si è quindi valutata la significatività dell'eventuale differenza fra le FRF controllando se il rapporto  $d$  fosse maggiore di un certo valore limite  $L$ , scelto pari a 2 in modo che l'incertezza sul valor medio della FRF del campione fisico, integro, fosse estesa al 95%. Nel caso di verifica positiva, cioè  $d > 2$ , si sono considerate diverse le FRF, per quella determinata frequenza.

Va anche osservato che, a volte, il rapporto  $d$  tende ad essere nullo: questo avviene alle frequenze in cui le FRF che si stanno confrontando possiedono valori molto prossimi e si intersecherebbero, se fossero funzioni continue.

Come mostrato nel Paragrafo 3.1, a volte capita che, nella singola prova vi siano picchi di frequenza fasulli, per questo si è scelto, almeno in questa fase di validazione del metodo, di confrontare entrambe le FRF medie, in cui questi effetti sono attenuati.

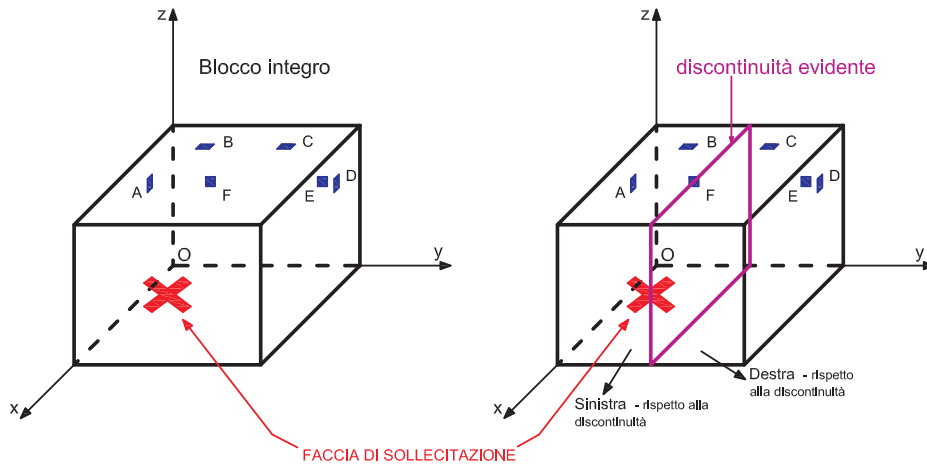
Di seguito verranno illustrati i risultati ottenuti dai confronti, utilizzando la nomenclatura relativa alla posizione dei trasduttori sui blocchi esposta nel Paragrafo 2.3. Per facilità di esposizione si ripropongono la Figura 2.11 e la Figura 2.13. Nella prima è illustrata la disposizione degli accelerometri sul blocco da laboratorio, sia esso di marmo o di alluminio, ed è indicata la faccia da cui il blocco viene eccitato; nella seconda è illustrata la posizione degli accelerometri durante le prove svolte in cantiere.

## 4.1 Blocchi di marmo da laboratorio

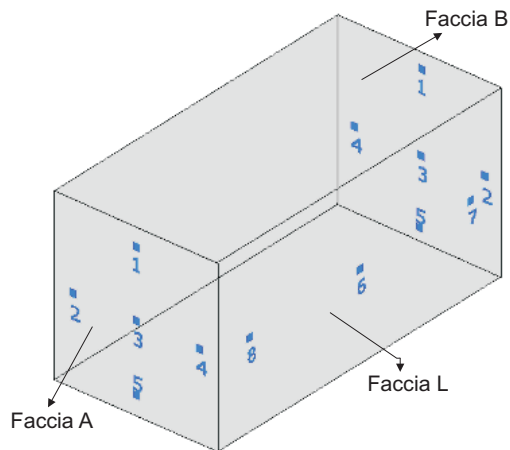
In laboratorio si hanno a disposizione tre blocchi di marmo di dimensioni  $(200 \times 150 \times 300)$  mm<sup>3</sup> di cui uno integro, che rappresenta il modello fisico e due con discontinuità evidente, che verranno chiamati semplicemente **blocco1** e **blocco2**.

La discontinuità è posizionata longitudinalmente lungo entrambi i blocchi, come mostrato in Figura 4.1 e, nel caso del blocco1 non affiora sulla faccia da cui viene fornita l'eccitazione, ma è visibile sulla faccia superiore, come si nota in Figura 4.3; invece, nel caso del blocco2 sembra dividere a metà la faccia dal quale il provino viene colpito, come si vede in Figura 4.4.

Sui blocchi a disposizione si sono effettuate prove sperimentali acquisendo contemporaneamente i segnali provenienti dal martello strumentato e dagli



**Figura 4.1:** Disposizione degli accelerometri incollati sui blocchi da laboratorio, sia di marmo sia di alluminio, durante le prove sperimentali (Figura 2.11).



**Figura 4.2:** Disposizione degli accelerometri incollati sui blocchi da cantiere, durante le prove sperimentali (Figura 2.13).



**Figura 4.3:** Uno dei blocchi di marmo da laboratorio con discontinuità evidente. Si può notare quest'ultima che affiora sulla faccia superiore.



**Figura 4.4:** Uno dei blocchi di marmo da laboratorio con discontinuità evidente. Quest'ultima affiora sulla superficie frontale, da cui viene sollecitato il blocco.

accelerometri e si è calcolata la FRF del segnale acquisito da ciascun accelerometro, rispetto al segnale d'ingresso del martello.

Si sono effettuate prove ripetute, in particolare:

- 11 prove per il blocco integro;
- 11 prove per il blocco1;
- 7 prove per il blocco2, dando la martellata nella parte di faccia a destra della discontinuità, come mostrato in Figura 4.1;
- 7 prove per il blocco2, dando la martellata nella parte di faccia a sinistra della discontinuità, come mostrato in Figura 4.2;

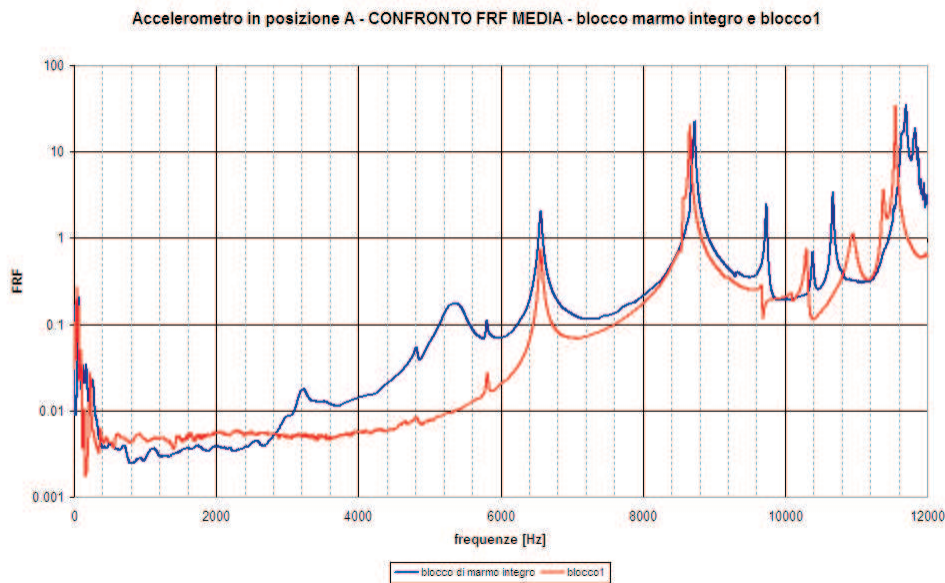
e si è applicata la procedura descritta nel Paragrafo 3.1, al fine di ottenere delle FRF medie da poter confrontare.

Di seguito si riportano i risultati ottenuti confrontando le FRF medie del blocco integro e del blocco con discontinuità per ciascun accelerometro nella medesima posizione.

**Accelerometro in posizione A** La posizione A è mostrata in Figura 4.1.

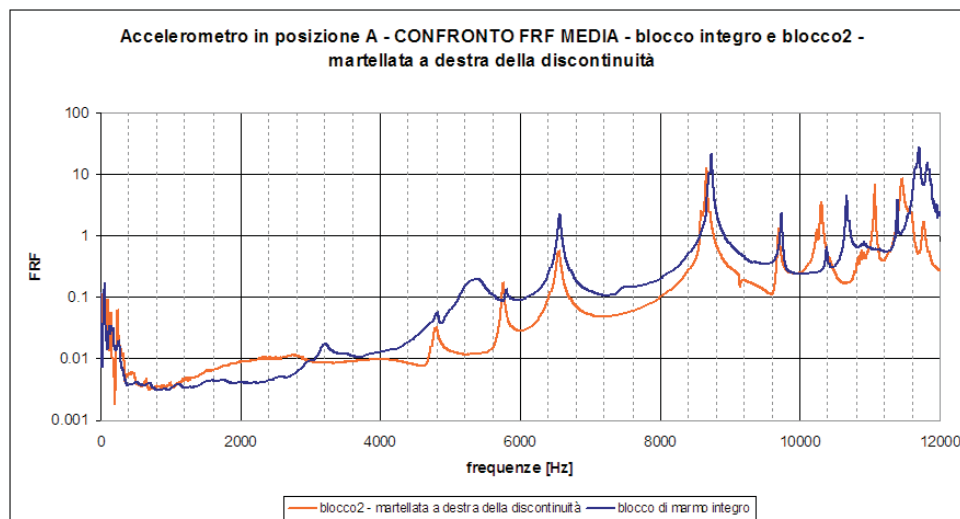
In Figura 4.5, Figura 4.6 e in Figura 4.7 si può notare una evidente diversità di comportamento fra blocco integro e blocchi con discontinuità. In particolare si nota come le FRF di questi ultimi si mantengano piatte fino a 4400 Hz, mentre quella del blocco integro cominci a salire attorno ai 2800 Hz.



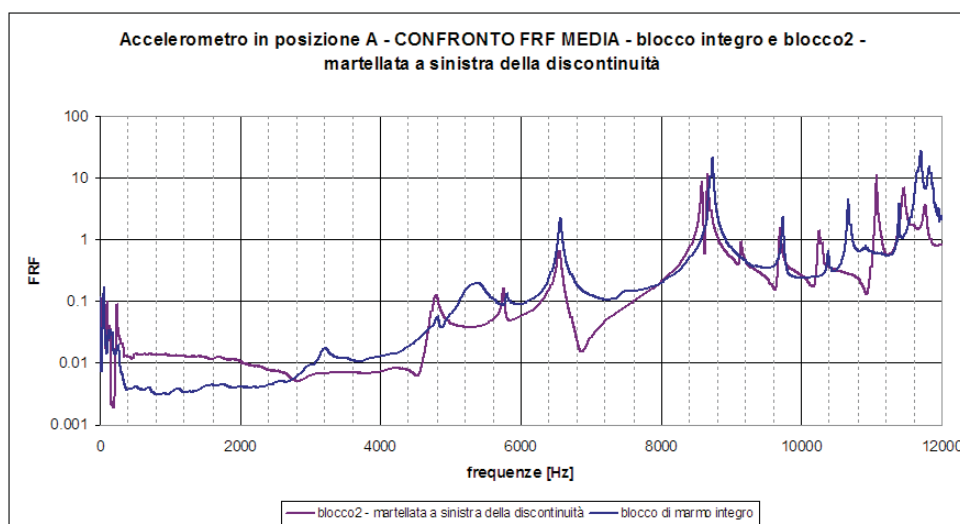


**Figura 4.5:** Confronto fra FRF del blocco da laboratorio, di marmo, integro col blocco1, con discontinuità evidente.

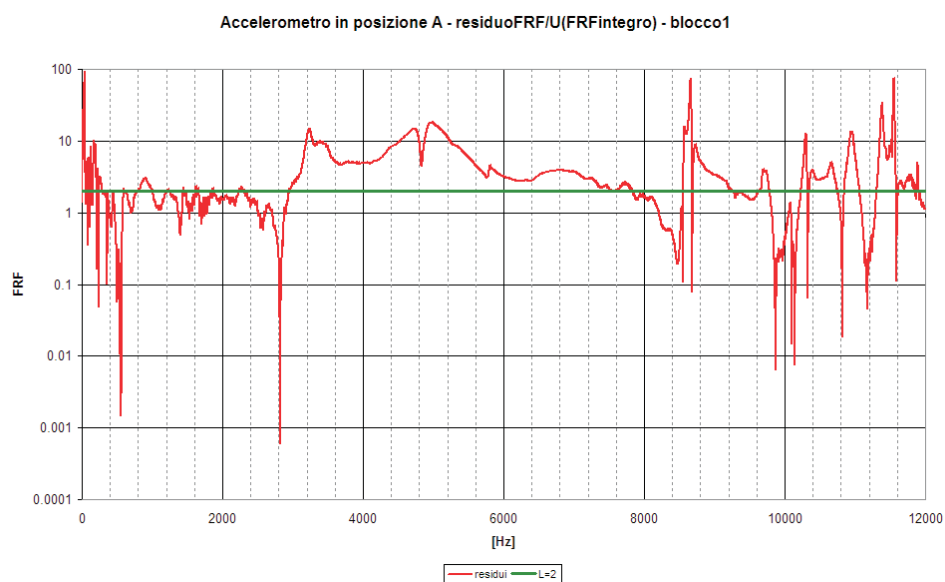
Inoltre, sempre in tutti e tre i grafici si può osservare come la frequenza propria che il blocco integro possiede attorno ai 5200 Hz scompaia in entrambi i blocchi in cui è presente la discontinuità. I grafici in Figura 4.8, in Figura 4.9 ed in Figura 4.10, mostrano la significatività di queste differenze di comportamento, che quindi potrebbero essere imputate alla presenza di discontinuità, essendo tale andamento comune alle FRF del blocco1 e del blocco2, come si vede anche dal grafico in Figura 4.11, in cui sono rappresentate le FRF di tali blocchi, che seguono, almeno fino a circa 10000 Hz, lo stesso andamento.



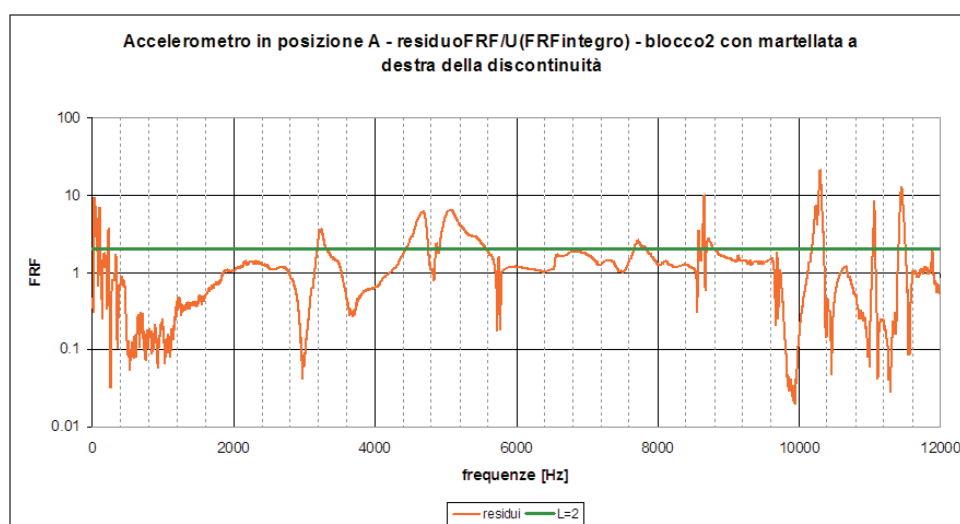
**Figura 4.6:** Confronto fra FRF del blocco da laboratorio, di marmo, intero, col blocco2, con discontinuità evidente, nel caso in cui la mertellata sia data colpendo la faccia a destra della discontinuità, come mostrato in Figura 4.1.



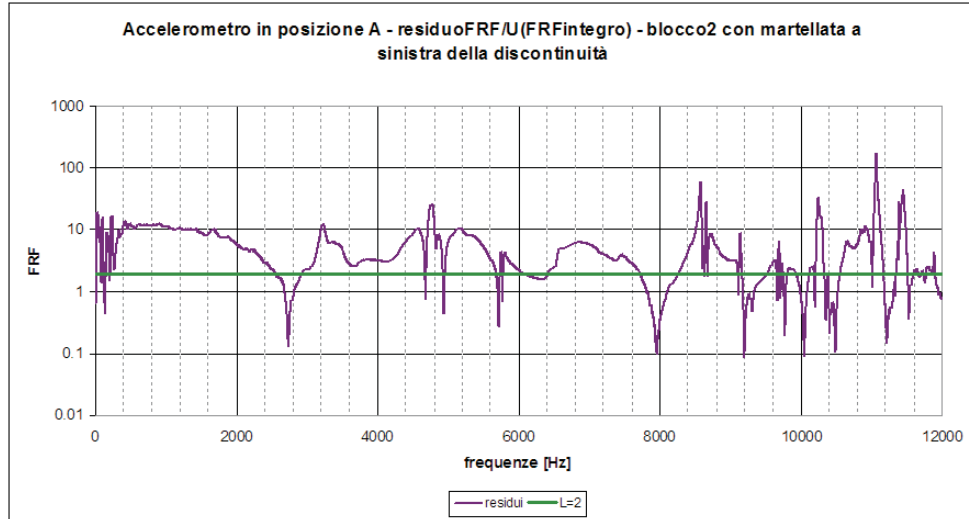
**Figura 4.7:** Confronto fra FRF del blocco da laboratorio, di marmo, intero, col blocco2, con discontinuità evidente, nel caso in cui la mertellata sia data colpendo la faccia a sinistra della discontinuità, come mostrato in Figura 4.1.



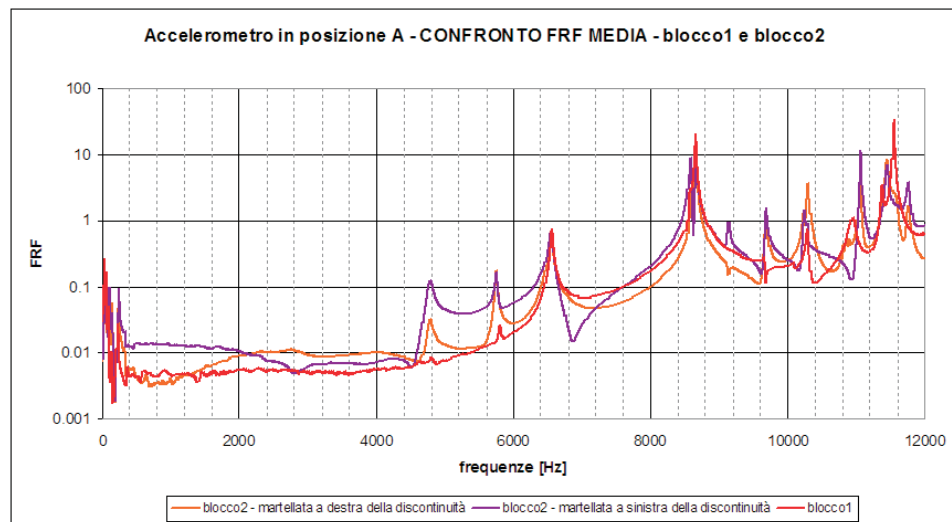
**Figura 4.8:** Grafico del rapporto  $d$ , di Equazione 4.2, per quanto riguarda il confronto fra FRF del campione fisico, per il marmo da laboratorio, e il blocco1 con discontinuità evidente.



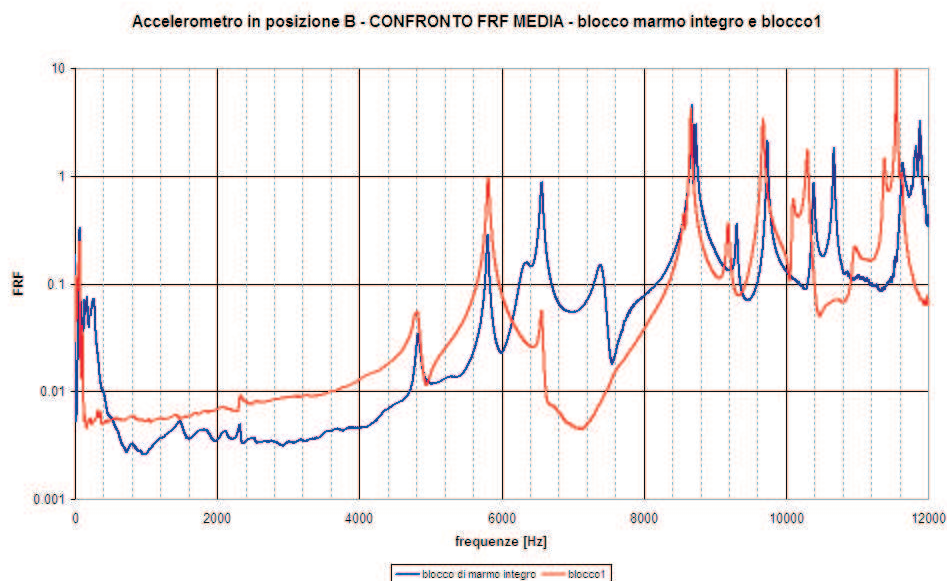
**Figura 4.9:** Grafico del rapporto  $d$ , di Equazione 4.2, per quanto riguarda il confronto fra FRF del campione fisico, per il marmo da laboratorio, e il blocco2 con discontinuità evidente, nel caso in cui il colpo di eccitazione sia assestato a destra della discontinuità, come mostrato in Figura 4.1.



**Figura 4.10:** Grafico del rapporto  $d$ , di Equazione 4.2, per quanto riguarda il confronto fra FRF del campione fisico, per il marmo da laboratorio, e il blocco2 con discontinuità evidente, nel caso in cui il colpo di eccitazione sia assestato a sinistra della discontinuità, come mostrato in Figura 4.1.



**Figura 4.11:** Confronto delle FRF medie del blocco1 e del blocco2. Le FRF di blocchi diversi con lo stesso tipo di discontinuità hanno comportamento analogo su un intervallo abbastanza ampio di frequenze.

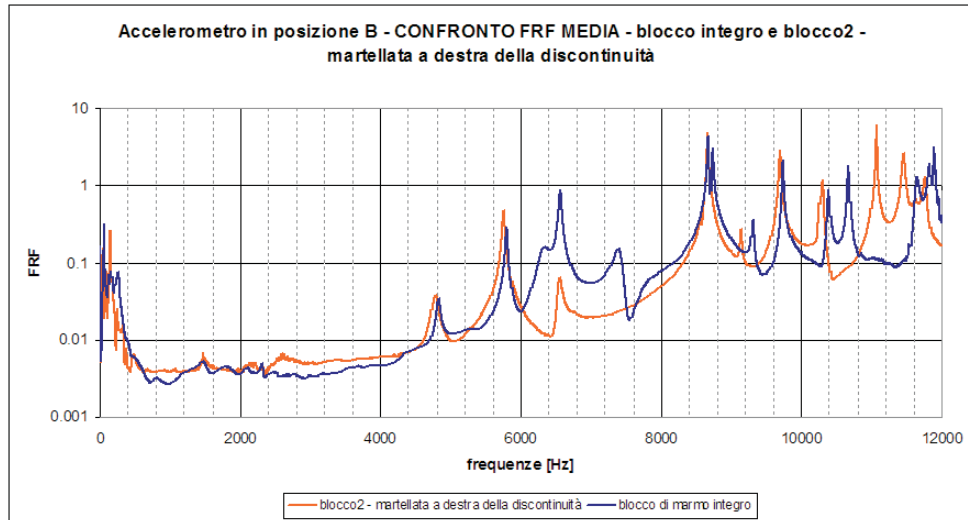


**Figura 4.12:** Confronto fra FRF del blocco da laboratorio, di marmo, integro col blocco1, con discontinuità evidente.

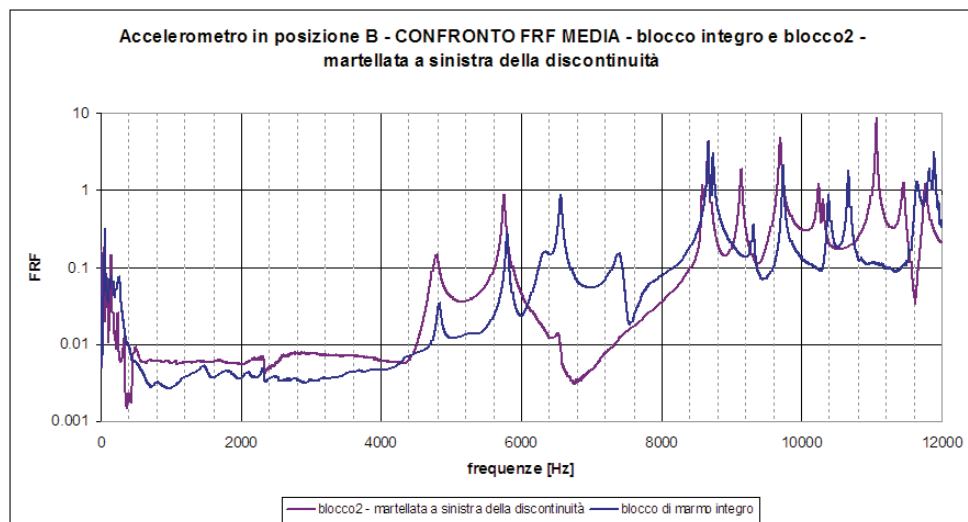
**Accelerometro in posizione B** La posizione B è mostrata in Figura 4.1.

Dall'osservazione dei grafici in Figura 4.12, 4.13 e 4.14 si può notare come nelle FRF di entrambi i blocchi con discontinuità vi sia un'attenuazione del picco che il blocco integro ha alla frequenza di 6500 Hz e la scomparsa di quello a 7400 Hz.

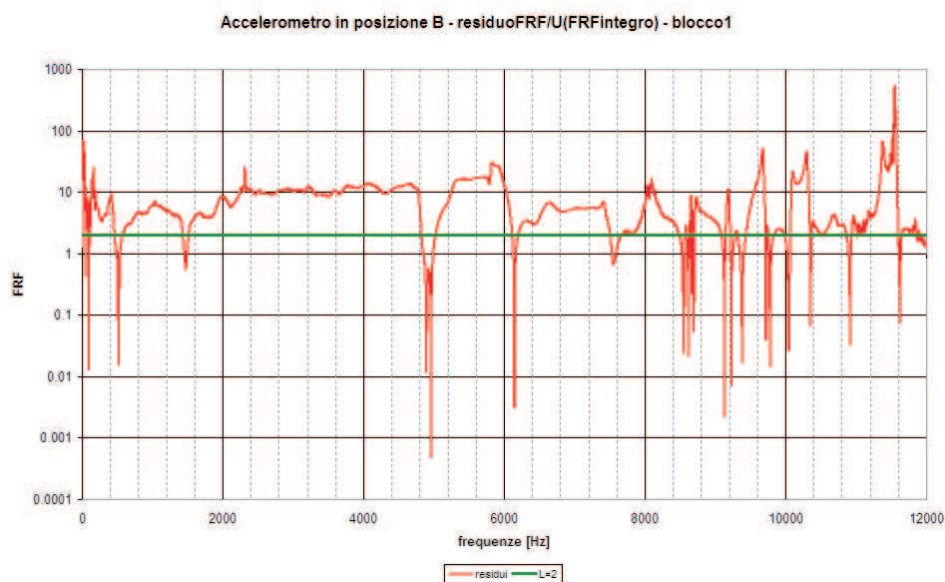
Tale comportamento è significativo, come dimostrano i grafici del rapporto  $d$  in Figura 4.15, 4.16 e 4.17 e potrebbe essere effetto della discontinuità, in quanto presente sia nel blocco1 che nel blocco2, come si vede in Figura 4.18, dove sono mostrate le FRF dei blocchi che presentano la discontinuità. Tali FRF risultano avere un andamento simile almeno fino a 10000 Hz, che comunque rappresenta l'intervallo in cui si riescono ad eccitare i blocchi, come descritto nel Paragrafo 3.3.



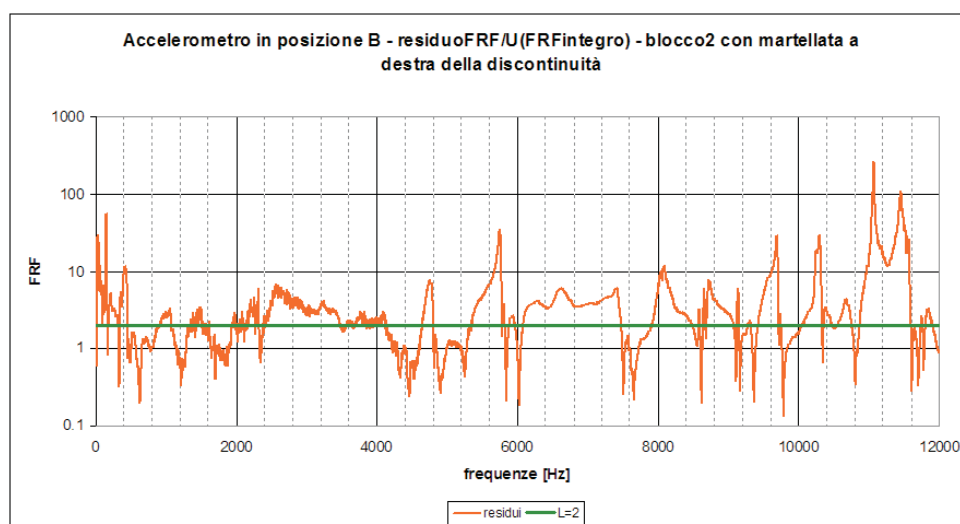
**Figura 4.13:** Confronto fra FRF del blocco da laboratorio, di marmo, integro, col blocco2, con discontinuità evidente, nel caso in cui la mertellata sia data colpendo la faccia a destra della discontinuità, come mostrato in Figura 4.1.



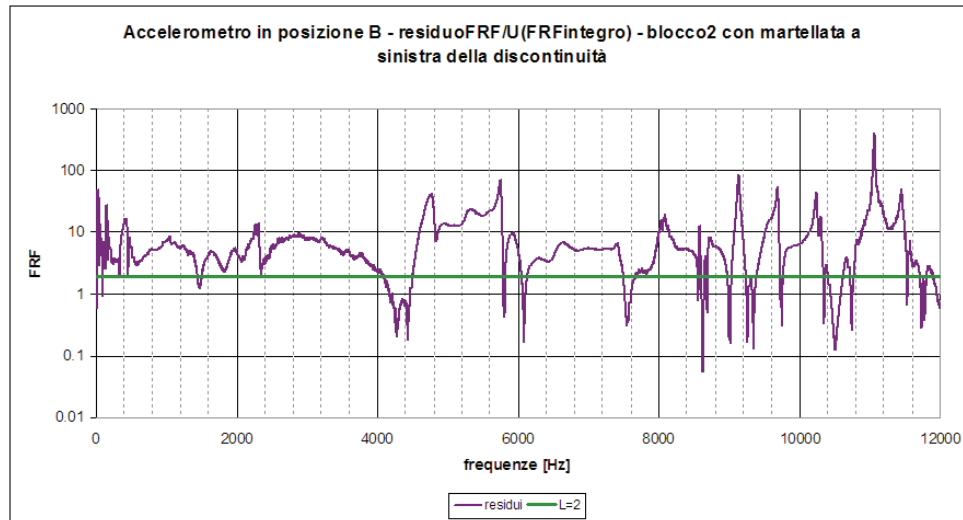
**Figura 4.14:** Confronto fra FRF del blocco da laboratorio, di marmo, integro, col blocco2, con discontinuità evidente, nel caso in cui la mertellata sia data colpendo la faccia a sinistra della discontinuità, come mostrato in Figura 4.1.



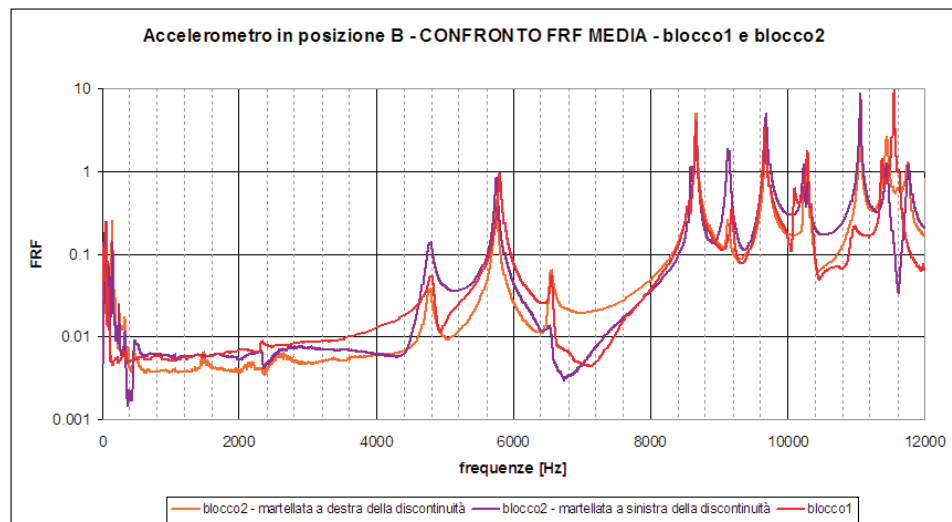
**Figura 4.15:** Grafico del rapporto  $d$ , di Equazione 4.2, per quanto riguarda il confronto fra FRF del campione fisico, per il marmo da laboratorio, e il blocco1 con discontinuità evidente.



**Figura 4.16:** Grafico del rapporto  $d$ , di Equazione 4.2, per quanto riguarda il confronto fra FRF del campione fisico, per il marmo da laboratorio, e il blocco2 con discontinuità evidente, nel caso in cui il colpo di eccitazione sia assestato a destra della discontinuità, come mostrato in Figura 4.1.

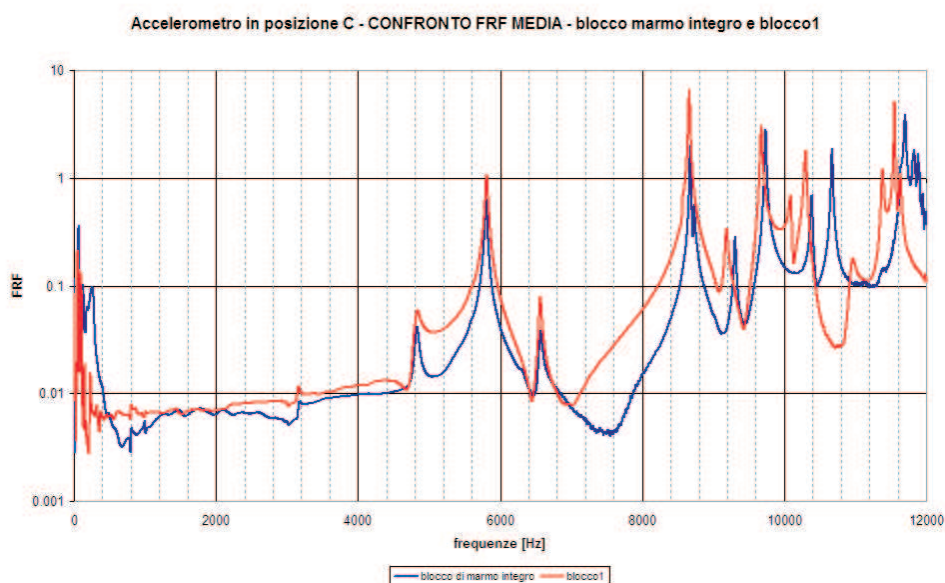


**Figura 4.17:** Grafico del rapporto  $d$ , di Equazione 4.2, per quanto riguarda il confronto fra FRF del campione fisico, per il marmo da laboratorio, e il blocco2 con discontinuità evidente, nel caso in cui il colpo di eccitazione sia assestato a sinistra della discontinuità, come mostrato in Figura 4.1.



**Figura 4.18:** Confronto delle FRF medie del blocco1 e del blocco2. Le FRF di blocchi diversi con lo stesso tipo di discontinuità hanno comportamento analogo su un intervallo abbastanza ampio di frequenze.



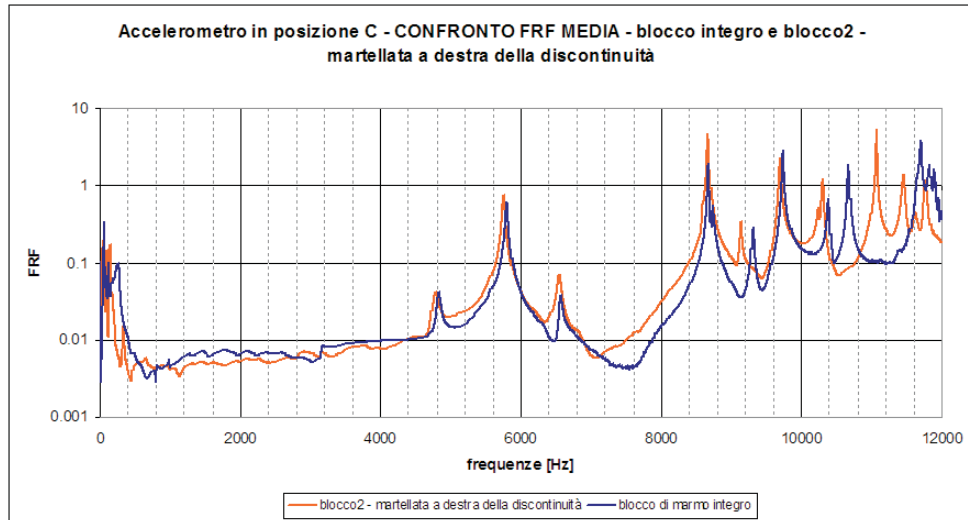


**Figura 4.19:** Confronto fra FRF del blocco da laboratorio, di marmo, integro col blocco1, con discontinuità evidente.

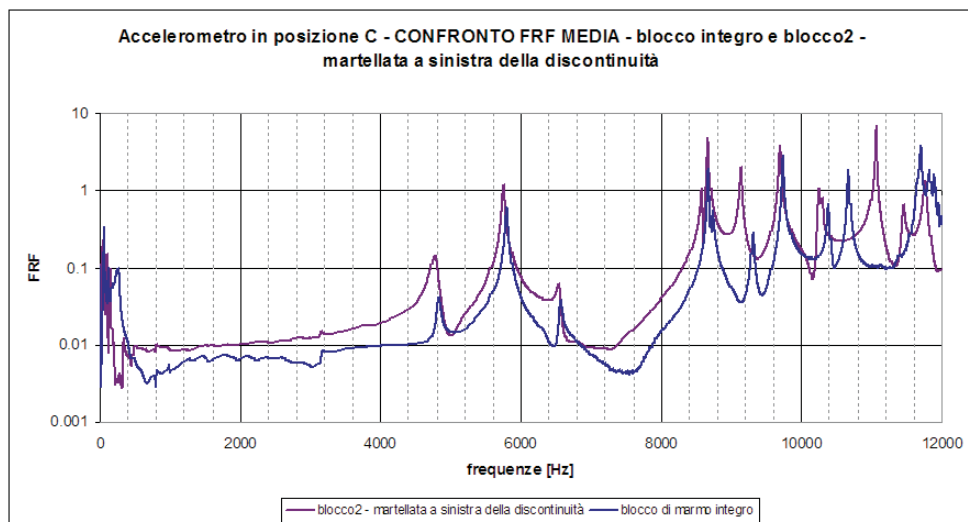
**Accelerometro in posizione C** La posizione C è mostrata in Figura 4.1.

Dall'osservazione dei grafici in Figura 4.19, 4.20 e 4.21 si può notare come le FRF dei blocchi con discontinuità seguano l'andamento della FRF del blocco integro, si nota però una riduzione dei picchi delle frequenze inferiori a 400 Hz, in particolare della frequenza propria a 270 Hz; inoltre vi è la scomparsa del picco alla frequenza di circa 9300 Hz, tipico del blocco integro, e la comparsa di uno alla frequenza, leggermente più bassa, di 9150 Hz. Tali differenze risultano essere significative osservando i grafici in Figura 4.22, 4.23 e 4.24.

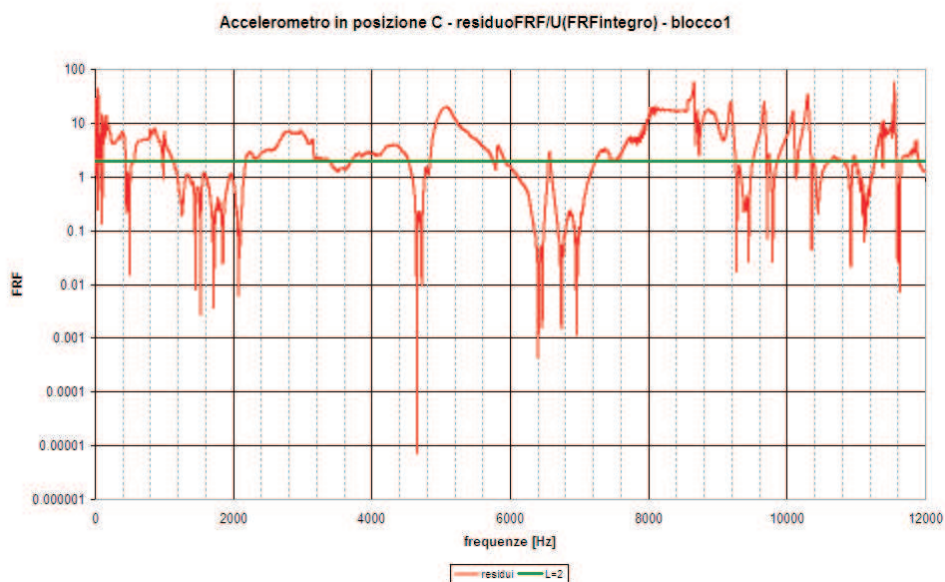
Il grafico in Figura 4.25 mostra bene come il picco alla frequenza di 9150 Hz sia presente nei due blocchi che presentano discontinuità evidente.



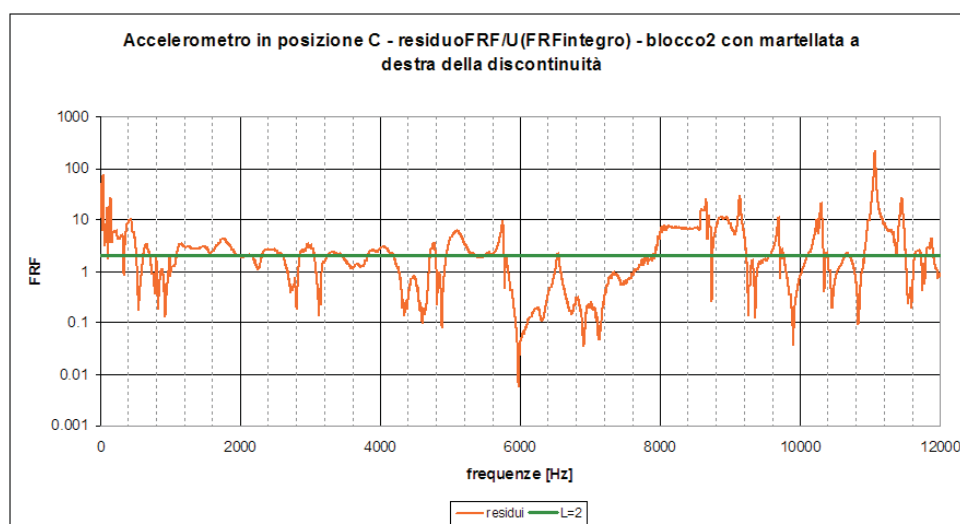
**Figura 4.20:** Confronto fra FRF del blocco da laboratorio, di marmo, intero, col blocco2, con discontinuità evidente, nel caso in cui la mertellata sia data colpendo la faccia a destra della discontinuità, come mostrato in Figura 4.1.



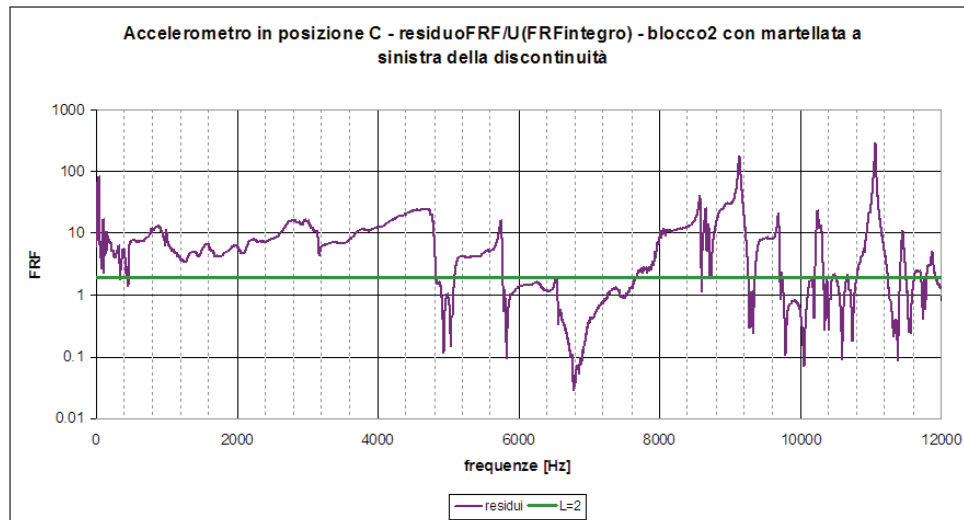
**Figura 4.21:** Confronto fra FRF del blocco da laboratorio, di marmo, intero, col blocco2, con discontinuità evidente, nel caso in cui la mertellata sia data colpendo la faccia a sinistra della discontinuità, come mostrato in Figura 4.1.



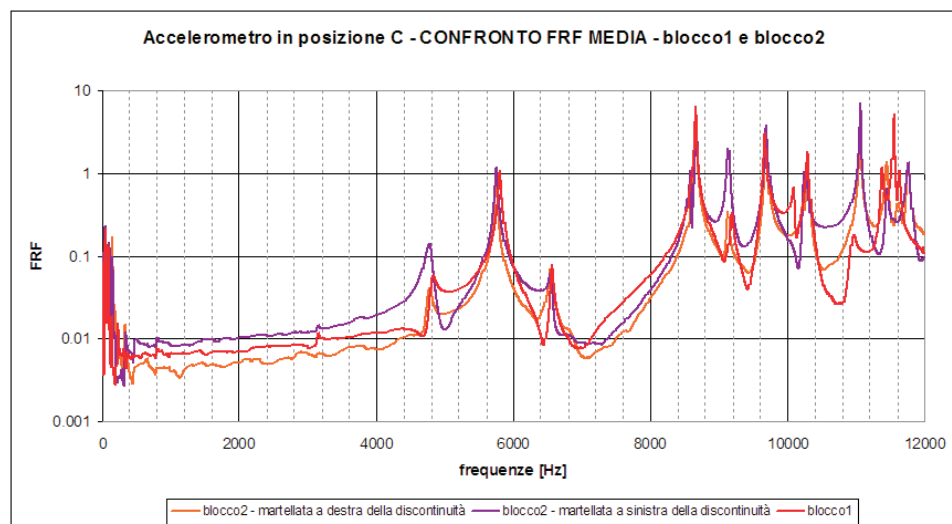
**Figura 4.22:** Grafico del rapporto  $d$ , di Equazione 4.2, per quanto riguarda il confronto fra FRF del campione fisico, per il marmo da laboratorio, e il blocco1 con discontinuità evidente.



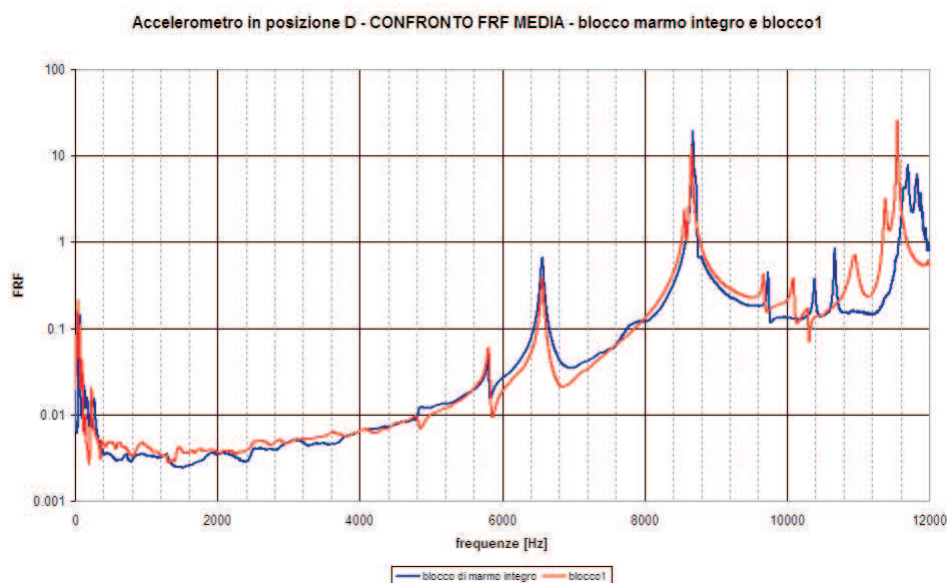
**Figura 4.23:** Grafico del rapporto  $d$ , di Equazione 4.2, per quanto riguarda il confronto fra FRF del campione fisico, per il marmo da laboratorio, e il blocco2 con discontinuità evidente, nel caso in cui il colpo di eccitazione sia assestato a destra della discontinuità, come mostrato in Figura 4.1.



**Figura 4.24:** Grafico del rapporto  $d$ , di Equazione 4.2, per quanto riguarda il confronto fra FRF del campione fisico, per il marmo da laboratorio, e il blocco2 con discontinuità evidente, nel caso in cui il colpo di eccitazione sia assestato a sinistra della discontinuità, come mostrato in Figura 4.1.



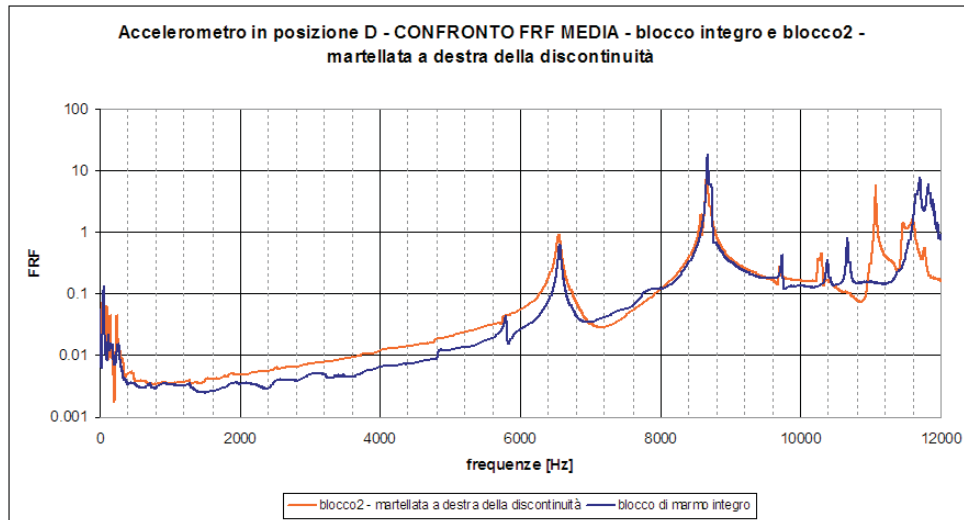
**Figura 4.25:** Confronto delle FRF medie del blocco1 e del blocco2. Le FRF di blocchi diversi con lo stesso tipo di discontinuità hanno comportamento analogo su un intervallo abbastanza ampio di frequenze.



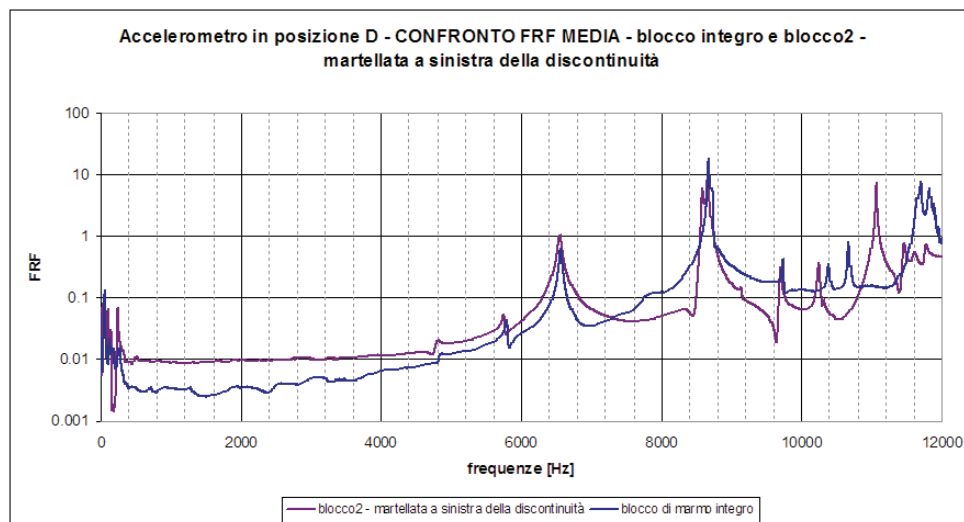
**Figura 4.26:** Confronto fra FRF del blocco da laboratorio, di marmo, integro col blocco1, con discontinuità evidente.

**Accelerometro in posizione D** La posizione D è mostrata in Figura 4.1.

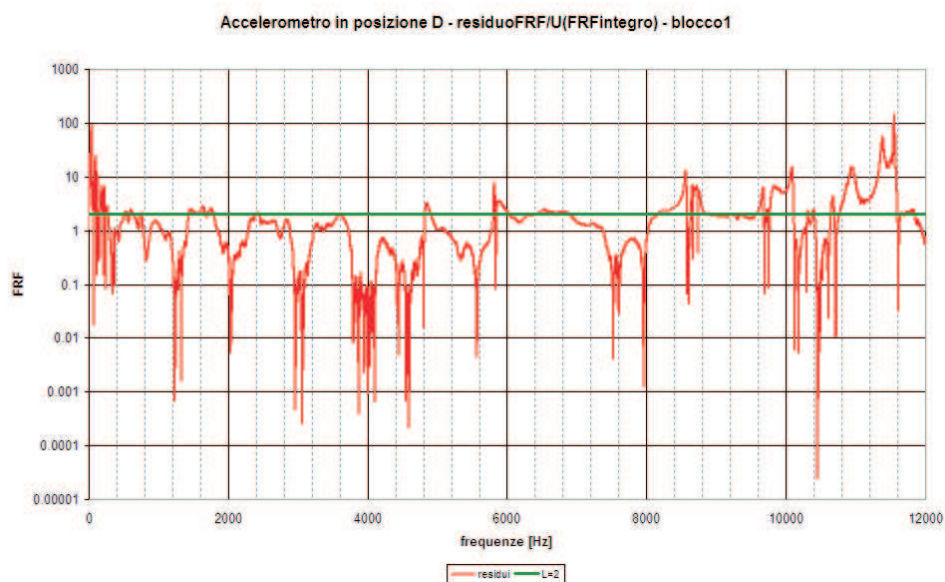
Come si osserva in Figura 4.26, 4.27 e 4.27 l'andamento delle FRF dei blocchi con discontinuità e del blocco integro non presentano rilevanti differenze, se non nell'intervallo di frequenze fra 10000 Hz e 12000 Hz, dove invece le FRF dei blocchi con discontinuità continuano a comportarsi in modo analogo, come mostrato in Figura 4.32. Peraltro, dalla consultazione dei grafici di Figura 4.29, 4.30 e 4.31 tali differenze sembrerebbero significative, benché le frequenze a cui si riferiscono siano superiori a 10000 Hz.



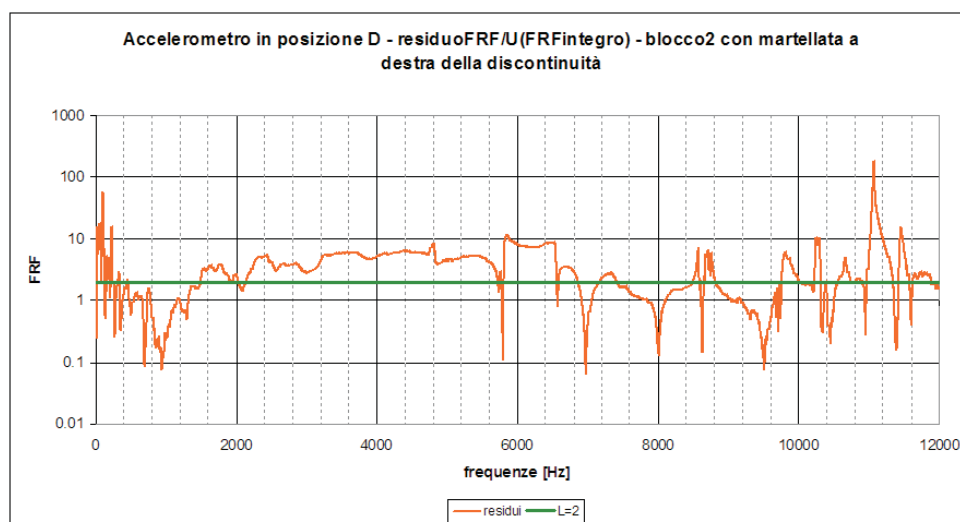
**Figura 4.27:** Confronto fra FRF del blocco da laboratorio, di marmo, integro, col blocco2, con discontinuità evidente, nel caso in cui la martellata sia data colpendo la faccia a destra della discontinuità, come mostrato in Figura 4.1.



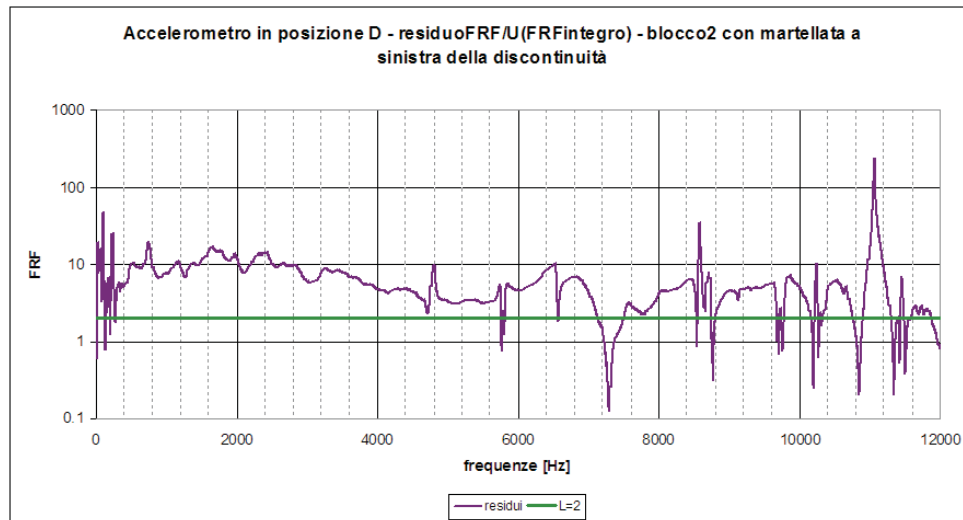
**Figura 4.28:** Confronto fra FRF del blocco da laboratorio, di marmo, integro, col blocco2, con discontinuità evidente, nel caso in cui la martellata sia data colpendo la faccia a sinistra della discontinuità, come mostrato in Figura 4.1.



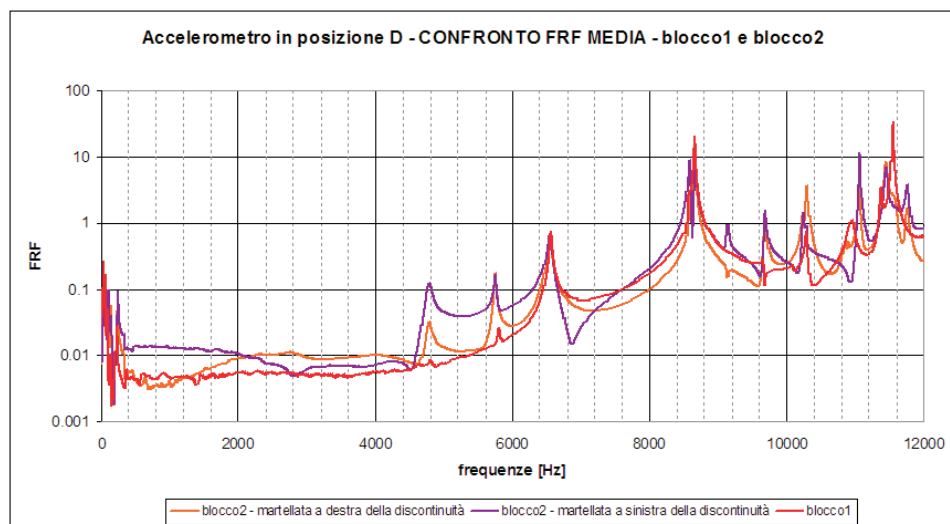
**Figura 4.29:** Grafico del rapporto  $d$ , di Equazione 4.2, per quanto riguarda il confronto fra FRF del campione fisico, per il marmo da laboratorio, e il blocco1 con discontinuità evidente.



**Figura 4.30:** Grafico del rapporto  $d$ , di Equazione 4.2, per quanto riguarda il confronto fra FRF del campione fisico, per il marmo da laboratorio, e il blocco2 con discontinuità evidente, nel caso in cui il colpo di eccitazione sia assestato a destra della discontinuità, come mostrato in Figura 4.1.

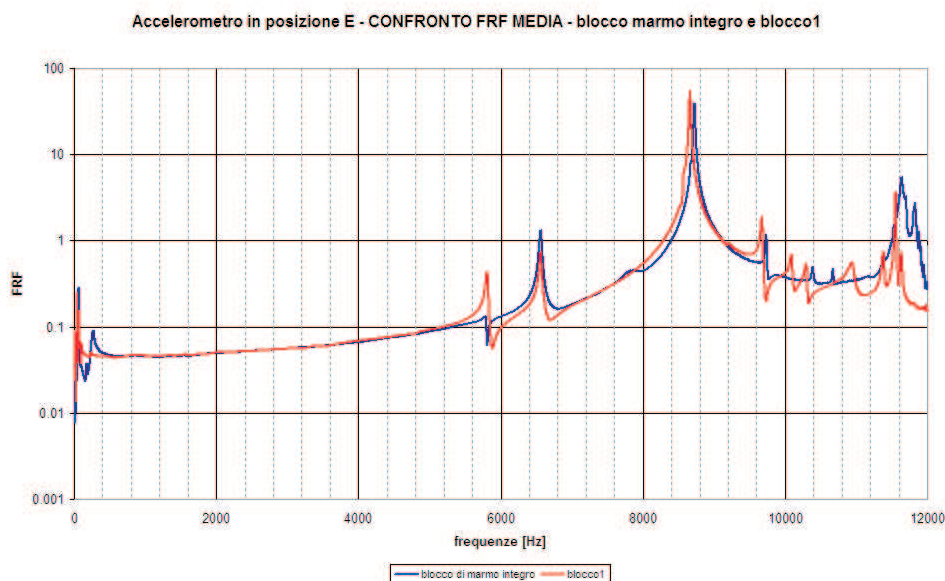


**Figura 4.31:** Grafico del rapporto  $d$ , di Equazione 4.2, per quanto riguarda il confronto fra FRF del campione fisico, per il marmo da laboratorio, e il blocco2 con discontinuità evidente, nel caso in cui il colpo di eccitazione sia assestato a sinistra della discontinuità, come mostrato in Figura 4.1.



**Figura 4.32:** Confronto delle FRF medie del blocco1 e del blocco2. Le FRF di blocchi diversi con lo stesso tipo di discontinuità hanno comportamento analogo su un intervallo abbastanza ampio di frequenze.





**Figura 4.33:** Confronto fra FRF del blocco da laboratorio, di marmo, integro col blocco1, con discontinuità evidente.

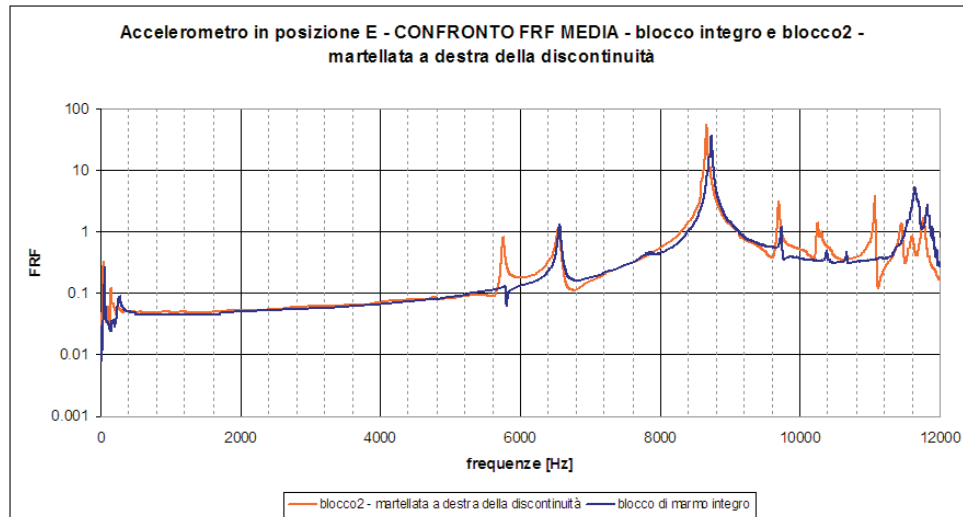
**Accelerometro in posizione E** La posizione E è mostrata in Figura 4.1.

Per il confronto fra FRF relative all'accelerometro in posizione E, le considerazioni sono analoghe a quelle relative all'accelerometro in posizione D.

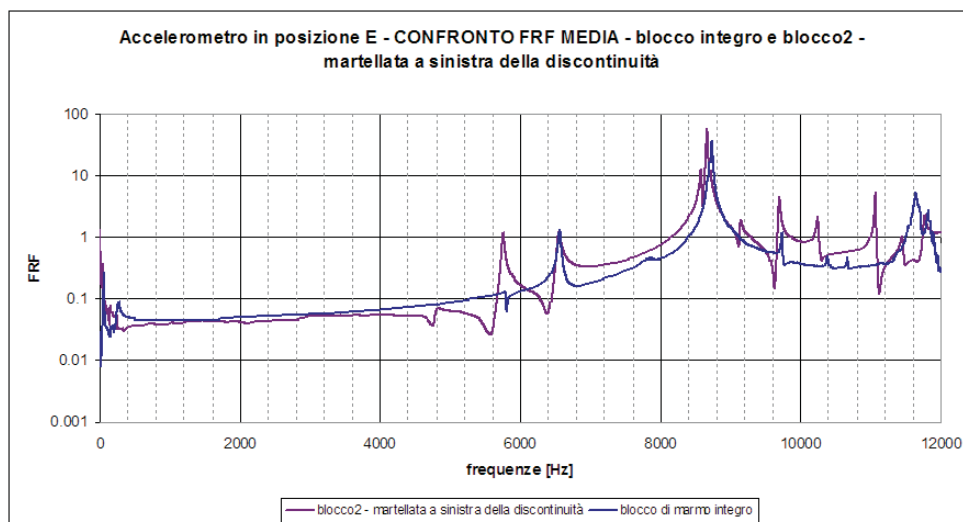
Come si osserva in Figura 4.33, 4.34 e 4.35 l'andamento delle FRF dei blocchi con discontinuità e del blocco integro non presentano rilevanti differenze, se non nell'intervallo di frequenze fra 10000 Hz e 12000 Hz, e, dalla consultazione dei grafici di Figura 4.36, 4.37 e 4.38 tali differenze sembrerebbero significative, benché le frequenze a cui si riferiscono siano superiori a 10000 Hz.

Se si ingrandiscono i grafici nel campo di frequenze inferiore a 800 Hz, come avviene nelle figure 4.40, 4.41 e 4.42, si può notare come nelle FRF di entrambi i blocchi con discontinuità vi sia la scomparsa del picco alla frequenze di circa 270 Hz.

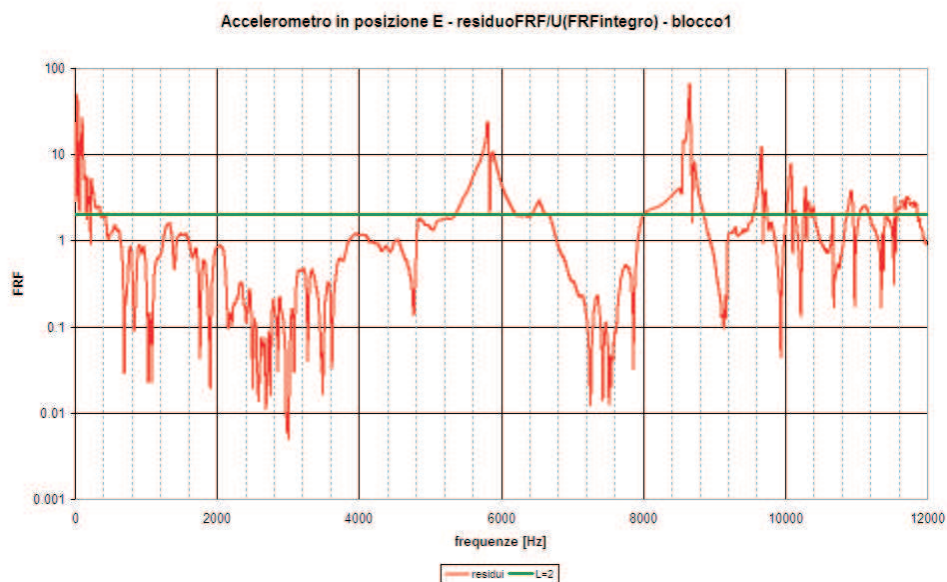
Dall'osservazione di Figura 4.43, 4.41 e 4.45 si può notare come il rapporto  $d$ , definito secondo l'Equazione 4.2, sia superiore a 2 in entrambi i blocchi con discontinuità, alla frequenza di 270 Hz, quindi la scomparsa di tale frequenza risulta essere significativa.



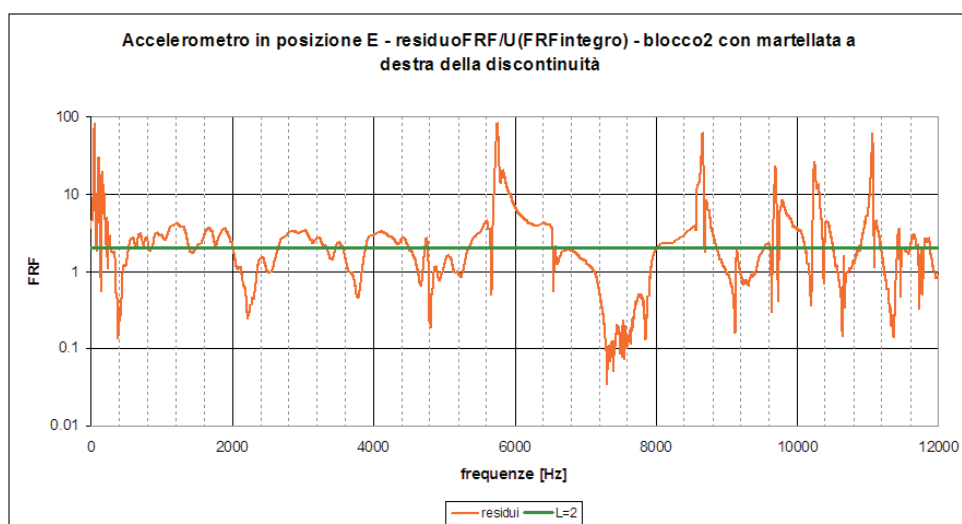
**Figura 4.34:** Confronto fra FRF del blocco da laboratorio, di marmo, intero, col blocco2, con discontinuità evidente, nel caso in cui la mertellata sia data colpendo la faccia a destra della discontinuità, come mostrato in Figura 4.1.



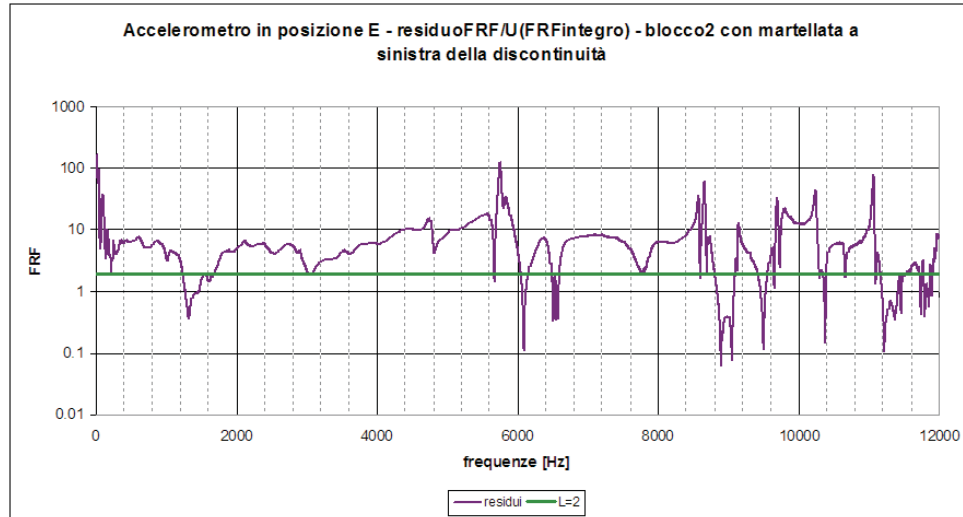
**Figura 4.35:** Confronto fra FRF del blocco da laboratorio, di marmo, intero, col blocco2, con discontinuità evidente, nel caso in cui la mertellata sia data colpendo la faccia a sinistra della discontinuità, come mostrato in Figura 4.1.



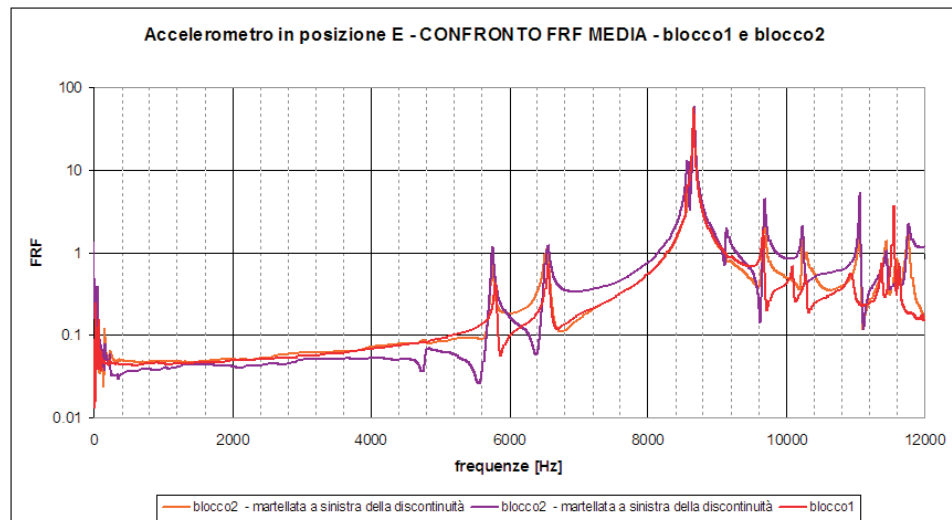
**Figura 4.36:** Grafico del rapporto  $d$ , di Equazione 4.2, per quanto riguarda il confronto fra FRF del campione fisico, per il marmo da laboratorio, e il blocco1 con discontinuità evidente.



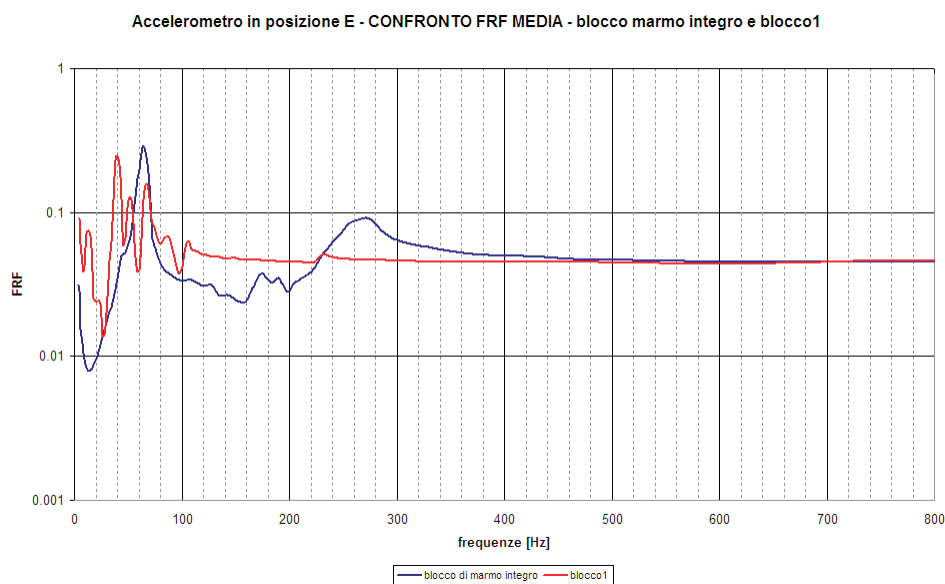
**Figura 4.37:** Grafico del rapporto  $d$ , di Equazione 4.2, per quanto riguarda il confronto fra FRF del campione fisico, per il marmo da laboratorio, e il blocco2 con discontinuità evidente, nel caso in cui il colpo di eccitazione sia assestato a destra della discontinuità, come mostrato in Figura 4.1.



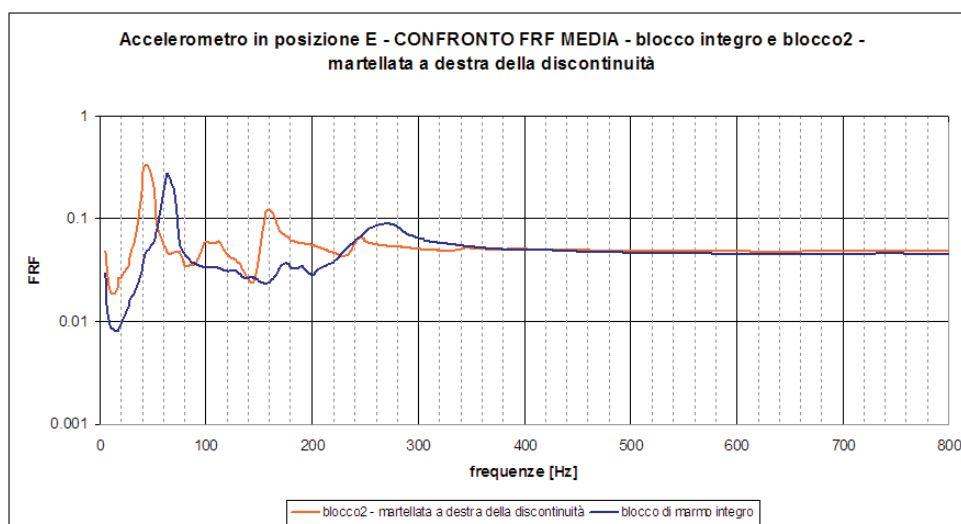
**Figura 4.38:** Grafico del rapporto  $d$ , di Equazione 4.2, per quanto riguarda il confronto fra FRF del campione fisico, per il marmo da laboratorio, e il blocco2 con discontinuità evidente, nel caso in cui il colpo di eccitazione sia assestato a sinistra della discontinuità, come mostrato in Figura 4.1.



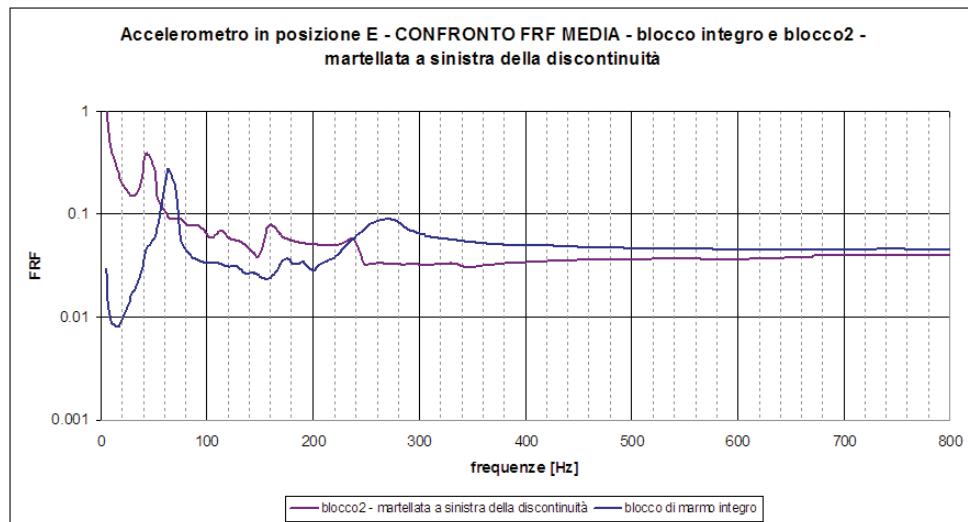
**Figura 4.39:** Confronto delle FRF medie del blocco1 e del blocco2. Le FRF di blocchi diversi con lo stesso tipo di discontinuità hanno comportamento analogo su un intervallo abbastanza ampio di frequenze.



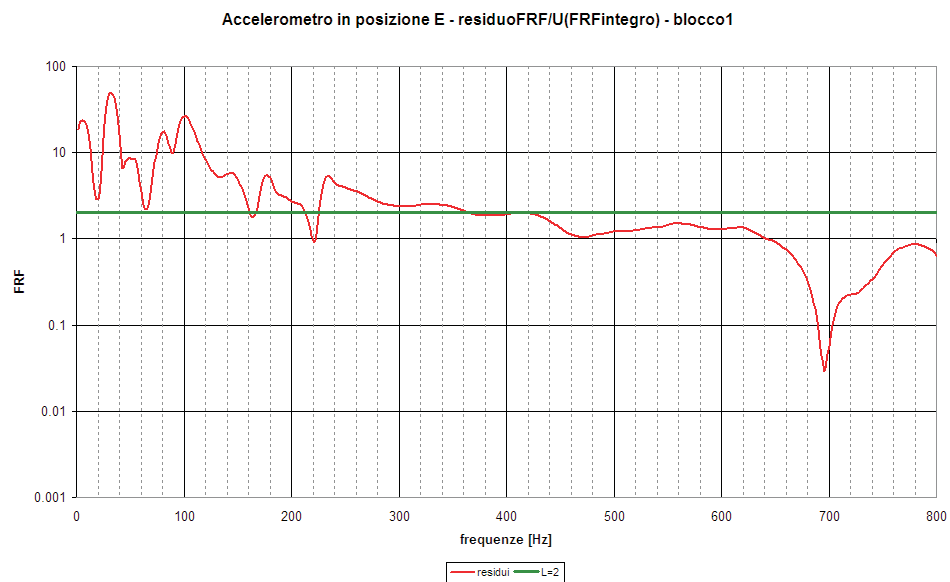
**Figura 4.40:** Confronto fra FRF del blocco da laboratorio, di marmo, integro col blocco1, con discontinuità evidente.



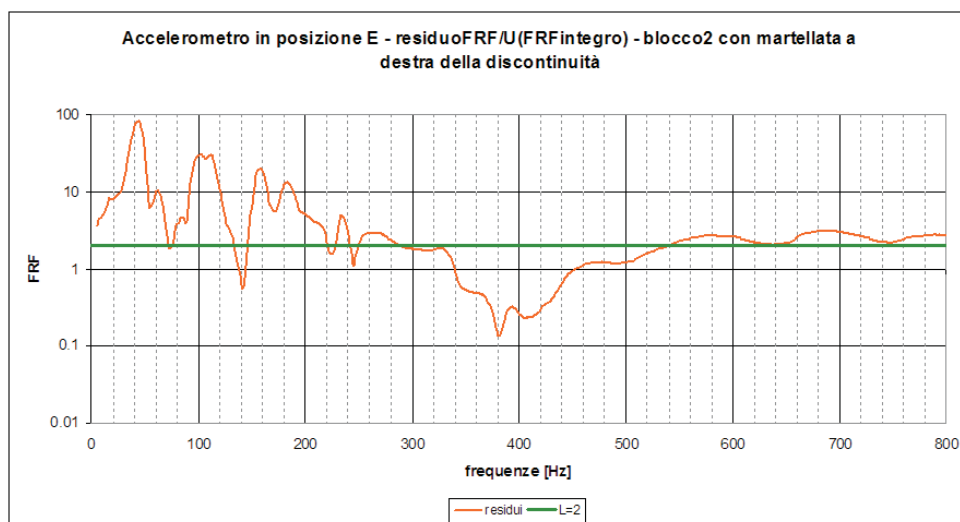
**Figura 4.41:** Confronto fra FRF del blocco da laboratorio, di marmo, integro, col blocco2, con discontinuità evidente, nel caso in cui la martellata sia data colpendo la faccia a destra della discontinuità, come mostrato in Figura 4.1.



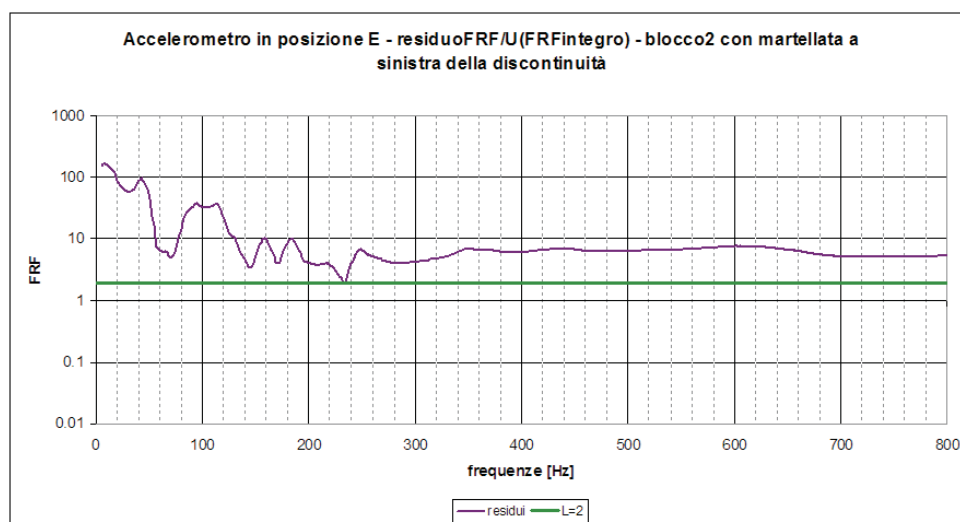
**Figura 4.42:** Confronto fra FRF del blocco da laboratorio, di marmo, integro, col blocco2, con discontinuità evidente, nel caso in cui la mertellata sia data colpendo la faccia a sinistra della discontinuità, come mostrato in Figura 4.1.



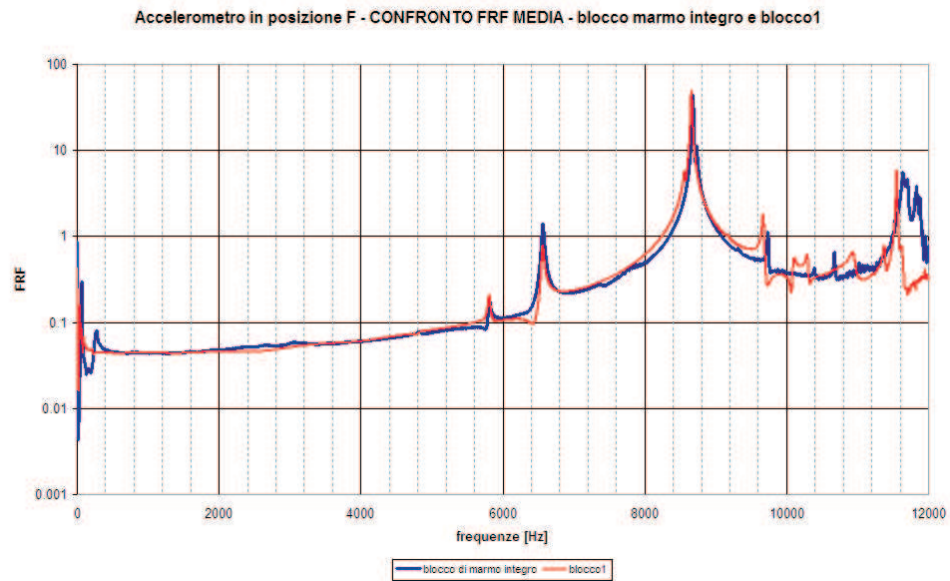
**Figura 4.43:** Grafico del rapporto  $d$ , di Equazione 4.2, per quanto riguarda il confronto fra FRF del campione fisico, per il marmo da laboratorio, e il blocco1 con discontinuità evidente.



**Figura 4.44:** Grafico del rapporto  $d$ , di Equazione 4.2, per quanto riguarda il confronto fra FRF del campione fisico, per il marmo da laboratorio, e il blocco2 con discontinuità evidente, nel caso in cui il colpo di eccitazione sia assestato a destra della discontinuità, come mostrato in Figura 4.1.



**Figura 4.45:** Grafico del rapporto  $d$ , di Equazione 4.2, per quanto riguarda il confronto fra FRF del campione fisico, per il marmo da laboratorio, e il blocco2 con discontinuità evidente, nel caso in cui il colpo di eccitazione sia assestato a sinistra della discontinuità, come mostrato in Figura 4.1.



**Figura 4.46:** Confronto fra FRF del blocco da laboratorio, di marmo, integro col blocco1, con discontinuità evidente.

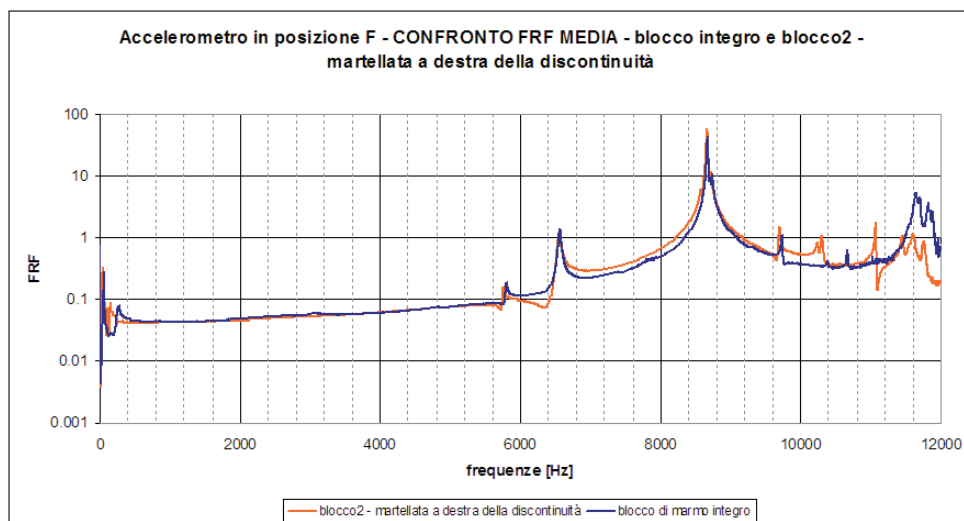
**Accelerometro in posizione F** La posizione F è mostrata in Figura 4.1.

Per quanto riguarda il confronto fra le FRF del blocco integro con quelle del blocco1 e del blocco2, relativamente all'accelerometro in posizione F valgono esattamente le medesime osservazioni fatte per l'accelerometro in posizione E.

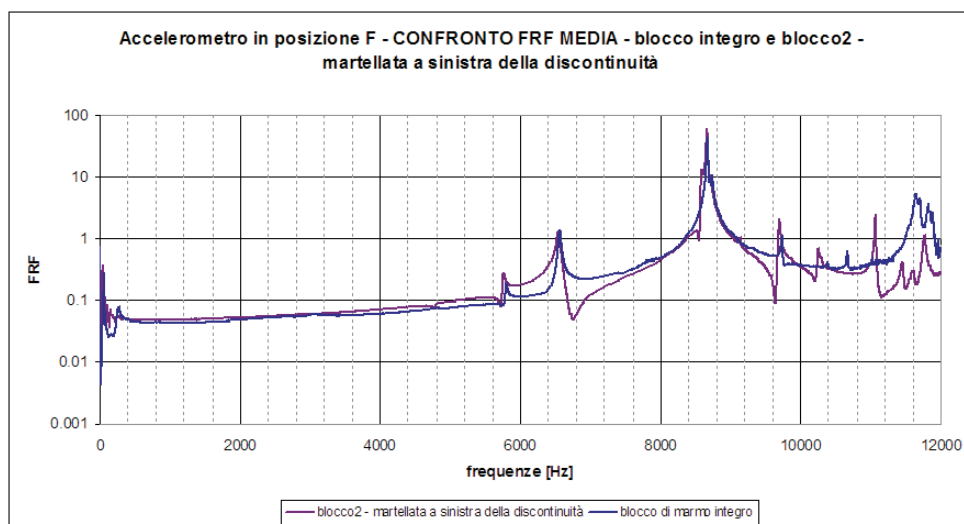
Come si osserva in Figura 4.46, 4.47 e 4.48 l'andamento delle FRF dei blocchi con discontinuità e del blocco integro non presentano rilevanti differenze, se non nell'intervallo di frequenze fra 10000 Hz e 12000 Hz. Inoltre, anche in questo caso, nelle FRF dei blocchi con discontinuità si può notare la scomparsa del picco a 270 Hz, presente invece nel blocco integro.

Dalla consultazione dei grafici di Figura 4.49, 4.50 e 4.51, tali differenze sembrerebbero significative.

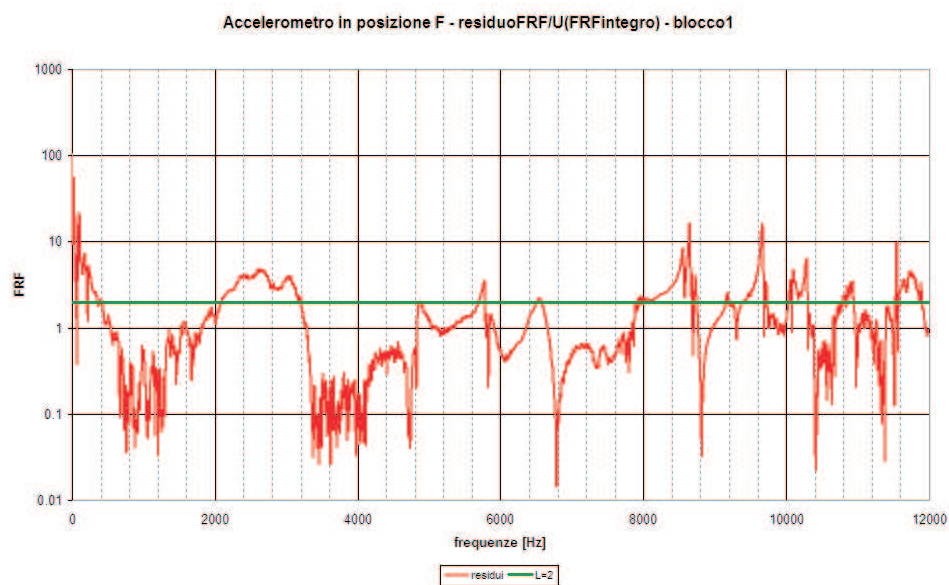




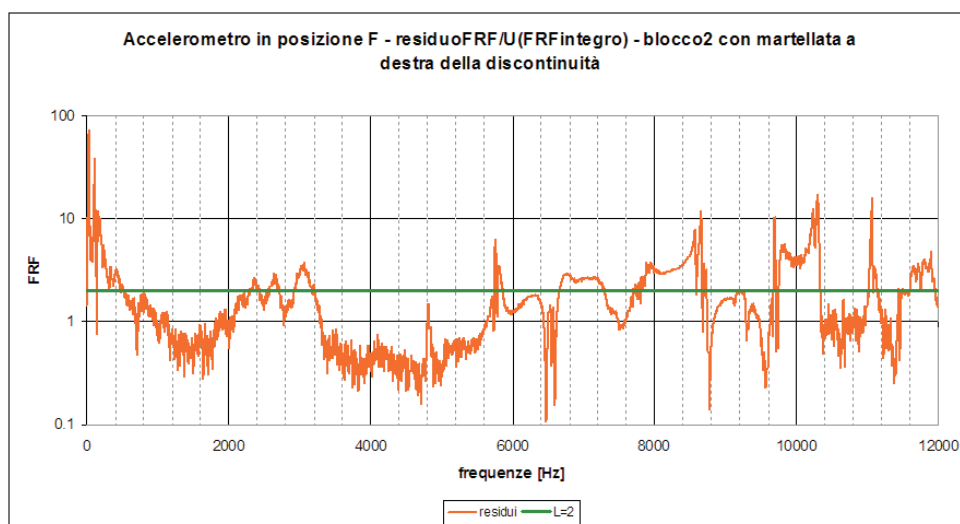
**Figura 4.47:** Confronto fra FRF del blocco da laboratorio, di marmo, intero, col blocco2, con discontinuità evidente, nel caso in cui la mertellata sia data colpendo la faccia a destra della discontinuità, come mostrato in Figura 4.1.



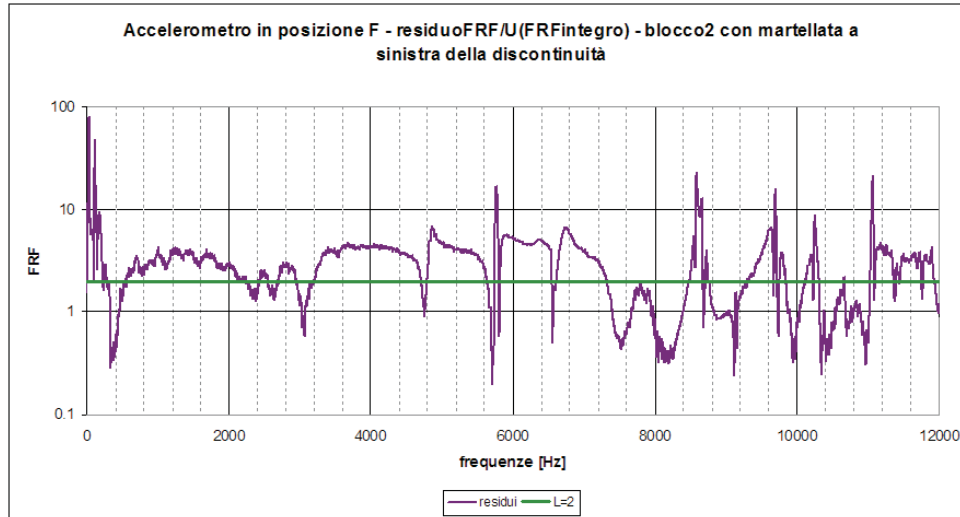
**Figura 4.48:** Confronto fra FRF del blocco da laboratorio, di marmo, intero, col blocco2, con discontinuità evidente, nel caso in cui la mertellata sia data colpendo la faccia a sinistra della discontinuità, come mostrato in Figura 4.1.



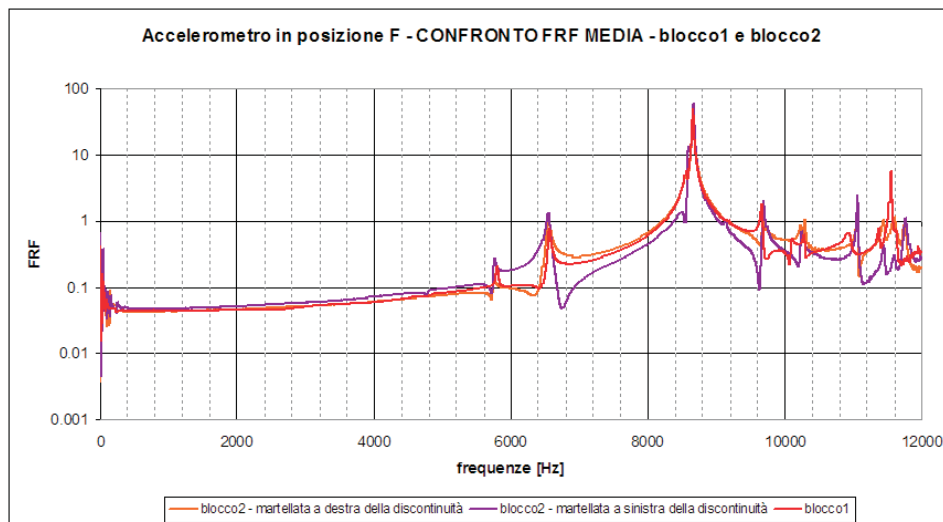
**Figura 4.49:** Grafico del rapporto  $d$ , di Equazione 4.2, per quanto riguarda il confronto fra FRF del campione fisico, per il marmo da laboratorio, e il blocco1 con discontinuità evidente.



**Figura 4.50:** Grafico del rapporto  $d$ , di Equazione 4.2, per quanto riguarda il confronto fra FRF del campione fisico, per il marmo da laboratorio, e il blocco2 con discontinuità evidente, nel caso in cui il colpo di eccitazione sia assestato a destra della discontinuità, come mostrato in Figura 4.1.



**Figura 4.51:** Grafico del rapporto  $d$ , di Equazione 4.2, per quanto riguarda il confronto fra FRF del campione fisico, per il marmo da laboratorio, e il blocco2 con discontinuità evidente, nel caso in cui il colpo di eccitazione sia assestato a sinistra della discontinuità, come mostrato in Figura 4.1.



**Figura 4.52:** Confronto delle FRF medie del blocco1 e del blocco2. Le FRF di blocchi diversi con lo stesso tipo di discontinuità hanno comportamento analogo su un intervallo abbastanza ampio di frequenze.

**Considerazioni** Da quanto visto in questo paragrafo si può affermare che i blocchi con discontinuità sui quali si sono effettuate le prove sperimentali si comportano in modo simile. Poiché la tipologia della discontinuità in entrambi i blocchi è analoga, cioè perpendicolare rispetto alla faccia dalla quale il blocco viene eccitato, si potrebbe desumere che le frequenze alle quali si evidenzia un picco siano tipiche per blocchi di marmo di quelle dimensioni che presentano quel tipo di discontinuità.

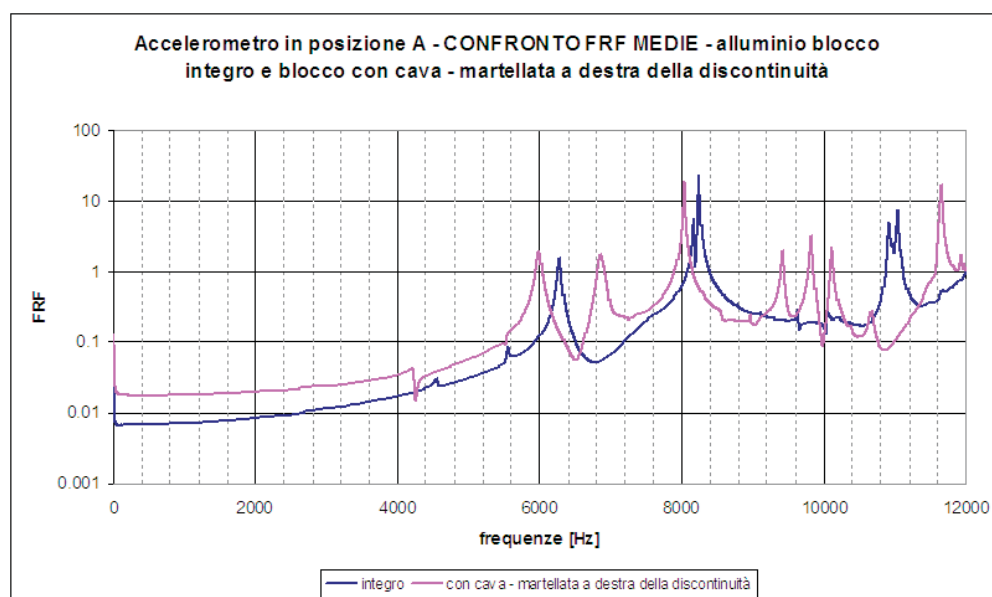
Ad esempio nella posizione A dei blocchi uno e due scompare la frequenza propria che il blocco di marmo integro ha attorno ai 5200 Hz. Nella posizione B scompare la frequenza propria di 7200 Hz del blocco di marmo integro, così come nella posizione C non si trova una frequenza propria a 9300 Hz, come ci si aspetterebbe dal modello fisico, bensì una nuova a 9150 Hz, cioè pare che lo stesso picco si sia spostato ad una frequenza inferiore. Inoltre, si nota chiaramente in quasi tutte le posizioni che la presenza della discontinuità attenua o fa scomparire i picchi delle frequenze inferiori a 400 Hz, in particolare il picco a 270 Hz.

Il fatto che due blocchi diversi con discontinuità simile si comportino in modo analogo non fornisce ancora certezze, ma potrebbe indicare una via da seguire.

## 4.2 Blocchi di alluminio

I tre blocchi di alluminio utilizzati sono descritti nel Paragrafo 2.2 e hanno le stesse dimensioni geometriche dei blocchi di marmo utilizzati in laboratorio, cioè  $(200 \times 150 \times 300)$  mm<sup>3</sup>. Come già detto uno dei blocchi è integro ed è utilizzato come modello fisico nei confronti fra FRF; il secondo blocco è stato ottenuto dall'incollaggio di due semiblocchi delle dimensioni di  $(100 \times 150 \times 300)$  mm<sup>3</sup>, e nel corso della trattazione viene chiamato **blocco senza cava**; il terzo blocco è stato ottenuto dall'incollaggio di due semiblocchi delle dimensioni di  $(100 \times 150 \times 300)$  mm<sup>3</sup>, su uno di essi però è stata ricavata una cava del diametro di 50 mm e dello spessore di 0.3 mm, per questo nel corso della trattazione viene chiamato **blocco con cava**.

Nel caso dei blocchi di alluminio la discontinuità coincide con la superficie di incollaggio: si sono voluti utilizzare provini del genere, realizzati su misura, per ridurre le variabili coinvolte durante le prove sperimentali; in particolare l'andamento della discontinuità. Nel caso dei blocchi di alluminio si è sicuri del fatto che essa sia perpendicolare alla faccia di sollecitazione e che divida il provino a metà. Si è anche sicuri che l'alluminio utilizzato sia un materiale omogeneo, escludendo possibili inclusioni incognite oppure introducendone di note, come la cava.



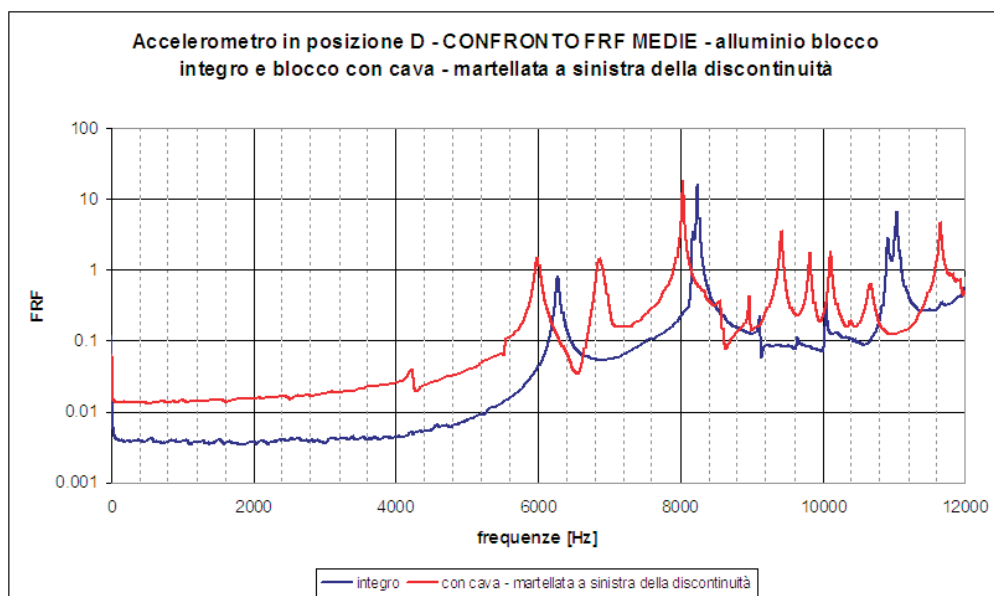
**Figura 4.53:** Confronto fra la FRF media del blocco di alluminio integro e quella del blocco con cava, in cui la martellata è stata data a destra rispetto alla discontinuità e l'accelerometro si trova in posizione A.

Su tali provini si sono eseguite prove ripetute, in particolare:

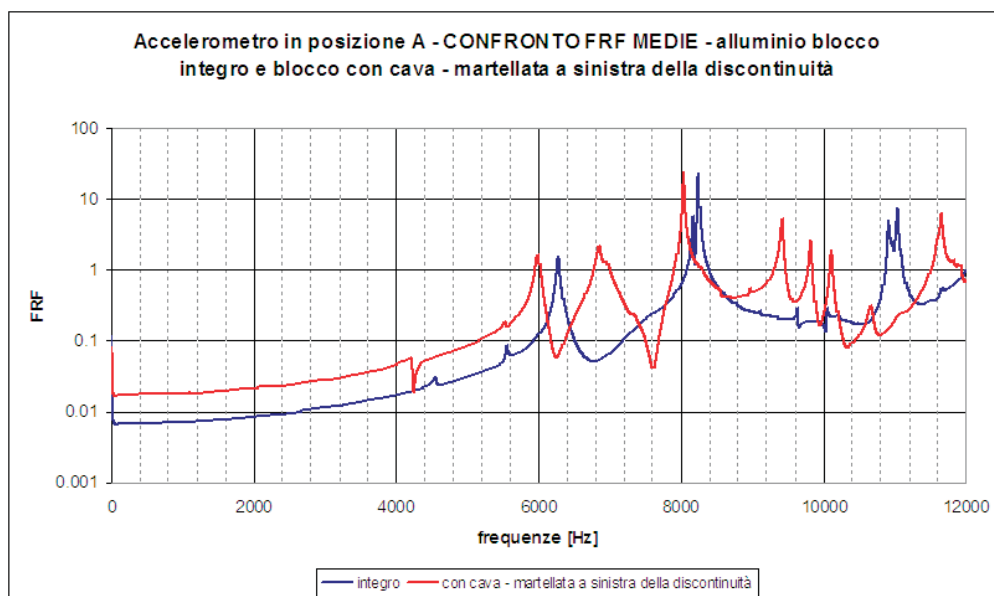
- 16 prove sul blocco integro, utilizzato come modello fisico;
- 16 prove sul blocco senza cava, dando la martellata a destra della discontinuità, secondo quanto illustrato in Figura 4.1;
- 16 prove sul blocco senza cava, dando la martellata a sinistra della discontinuità, secondo quanto illustrato in Figura 4.1;
- 16 prove sul blocco con cava, dando la martellata a destra della discontinuità, secondo quanto illustrato in Figura 4.1;
- 16 prove sul blocco con cava, dando la martellata a sinistra della discontinuità, secondo quanto illustrato in Figura 4.1;

e si è applicata la procedura descritta nel Paragrafo 3.1, al fine di ottenere delle FRF medie da poter confrontare.

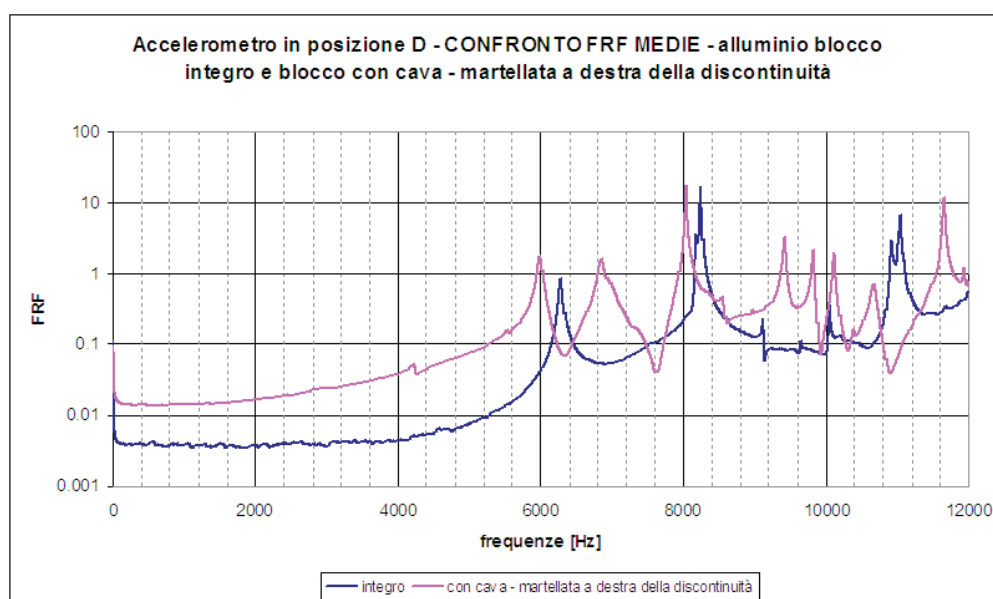
Se si confrontando il grafico in Figura 4.53 con quello in Figura 4.54 e il grafico in Figura 4.55 con quello in Figura 4.56 si nota come, a due a due siano molto simili fra loro. Questo avviene perché, i provini di alluminio che presentano discontinuità sono simmetrici per costruzione e le posizioni A e D sono opposte, ricordando la Figura 4.1, quindi la reazione del punto A,



**Figura 4.54:** Confronto fra la FRF media del blocco di alluminio integro e quella del blocco con cava, in cui la martellata è stata data a sinistra rispetto alla discontinuità e l'accelerometro si trova in posizione D.



**Figura 4.55:** Confronto fra la FRF media del blocco di alluminio integro e quella del blocco con cava, in cui la martellata è stata data a sinistra rispetto alla discontinuità e l'accelerometro si trova in posizione A.



**Figura 4.56:** Confronto fra la FRF media del blocco di alluminio integro e quella del blocco con cava, in cui la martellata è stata data a destra rispetto alla discontinuità e l'accelerometro si trova in posizione D.

che si trova sulla faccia laterale sinistra, ad una martellata proveniente dalla metà destra della faccia frontale e la reazione del punto D, che si trova sulla faccia laterale destra, ad un impulso proveniente dalla metà sinistra della faccia frontale risultano essere identiche.

Questo comportamento vale per le coppie (A; D), (B; C) ed (E; F), nei blocchi di alluminio sia con che senza cava. Quest'ultima infatti è posta in centro alla faccia del semiblocco, quindi dopo l'incollaggio si trova ad essere sul piano di discontinuità e la simmetria del sistema continua ad essere rispettata.

Si può dunque ragionare sulle posizioni A, B ed F per poi estendere i risultati anche alle tre posizioni, secondo le corrispondenze in Tabella 4.1.

**Accelerometro in posizione A** La posizione A è mostrata in Figura 4.1.

Dal confronto del grafico in Figura 4.53 con quello in Figura 4.55 e del grafico in Figura 4.57 con quello in Figura 4.58, si nota come non vi sia differenza nel valore delle frequenze proprie della risposta del punto A nel caso in cui l'ingresso provenga da destra o da sinistra rispetto alla discontinuità, ciò che varia è, piuttosto l'ampiezza dei picchi, come ad esempio quello relativo alla frequenza di circa 6800 Hz: quando la martellata proviene da destra il picco si allarga.

posizione accelerometro	provenienza del colpo	corrispondenza	posizione accelerometro	provenienza del colpo
A	destra	←→	D	sinistra
A	sinistra	←→	D	destra
B	destra	←→	C	sinistra
B	sinistra	←→	C	destra
F	destra	←→	E	sinistra
F	sinistra	←→	E	destra

**Tabella 4.1:** Tabella delle corrispondenze fra le posizioni degli accelerometri nei blocchi di alluminio con discontinuità. Queste relazioni valgono sia per il blocco con cava che per il blocco senza cava.

Rispetto al blocco integro, nella FRF del blocco con cava si nota la formazione di sei nuove frequenze: 6800 Hz, 9400 Hz; 9800 Hz; 10200 Hz; 10700 Hz e 11600 Hz. Inoltre spariscono i picchi di frequenza compresi fra 10800 Hz e 11200 Hz e le frequenze proprie del blocco integro pari a 6300 Hz e 8250 Hz si abbassano rispettivamente ai valori di 6000 Hz e 8000 Hz.

Questo fenomeno secondo il quale il blocco con discontinuità comporti un abbassamento di alcune frequenze proprie caratteristiche del blocco integro si è riscontrato anche nei blocchi di marmo da laboratorio e potrebbe essere considerato un indice che evidenzia la presenza di discontinuità.

Se si confrontano i grafici di un blocco con cava e di uno senza cava, ad esempio facendo riferimento alla Figura 4.53 e alla Figura 4.57 si può notare che quanto detto sopra rimane vero e si aggiunge anche l'informazione che, nel caso in cui vi sia la cava il numero di nuove frequenze proprie che si generano risulta essere inferiore rispetto al caso in cui vi sia discontinuità, ma senza cava.

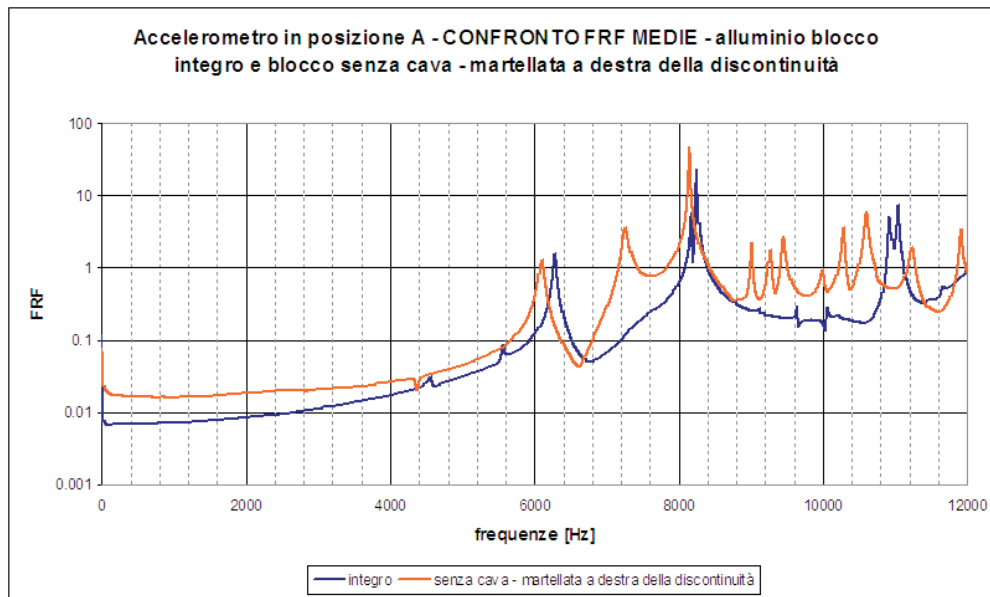
**Accelerometro in posizione B** La posizione B è mostrata in Figura 4.1.

Confrontando i grafici contenuti nelle figure 4.59, 4.60, 4.61 e 4.62 si può notare che nel caso di blocco con cava compare di nuovo il picco alla frequenza di 6800 Hz. A parte questo, non si notano altre differenze fra la FRF relativa al blocco con cava e quella relativa al blocco senza cava, diversamente da ciò che avviene nel punto A, dove all'assenza di cava corrisponde un numero più elevato di nuove frequenze.

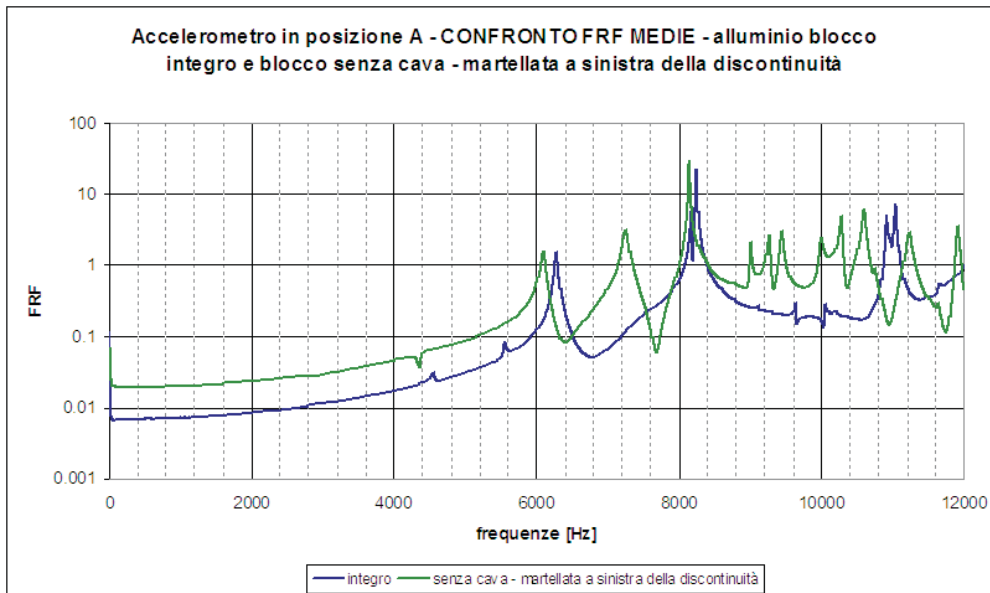
**Accelerometro in posizione F** La posizione F è mostrata in Figura 4.1.

Confrontando i grafici contenuti nelle figure 4.63, 4.64, 4.65 e 4.66 si può notare che nel caso di blocco con cava compare di nuovo il picco alla frequenza

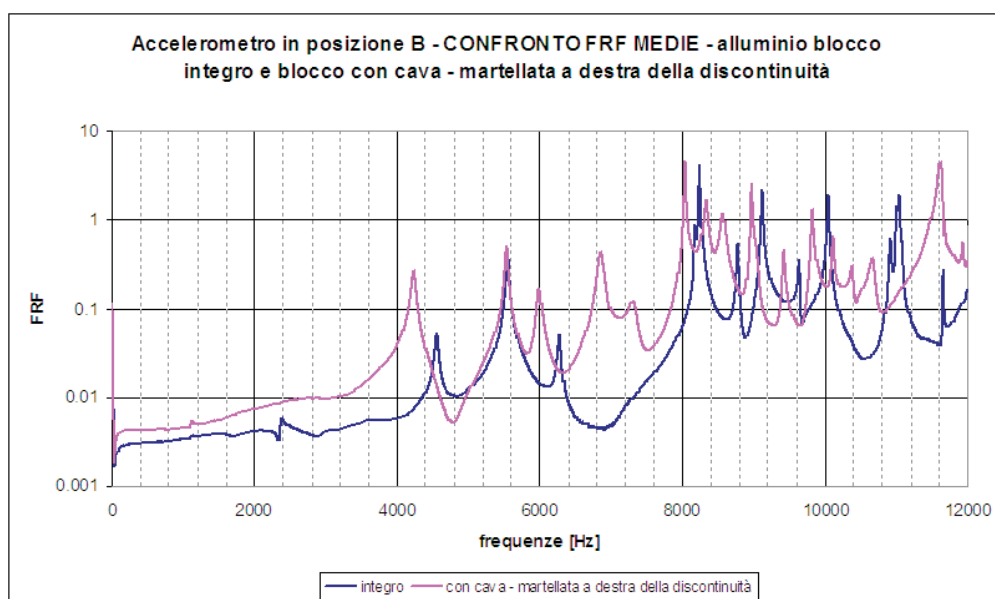




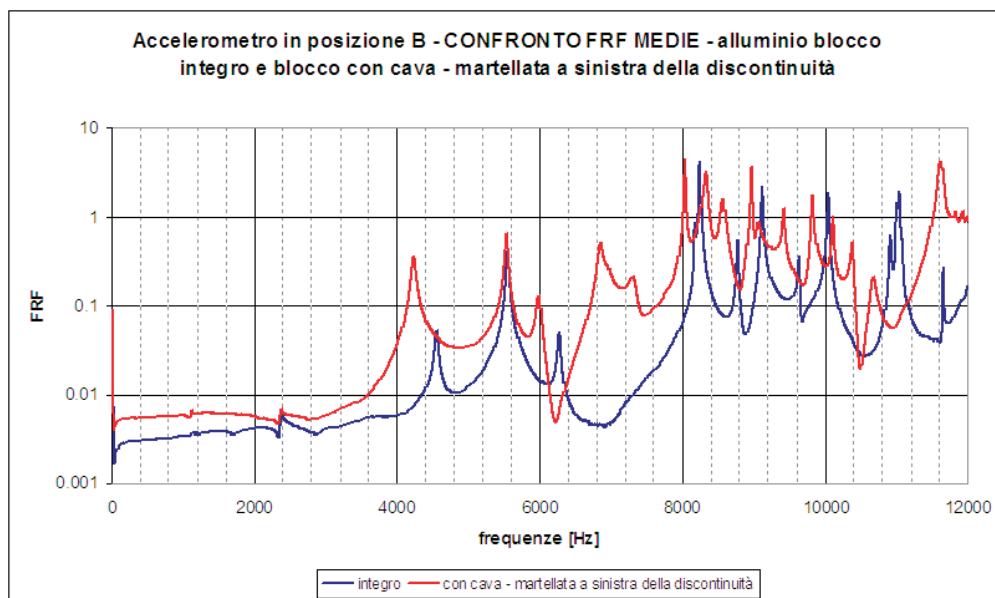
**Figura 4.57:** Confronto fra la FRF media del blocco di alluminio integro e quella del blocco senza cava, in cui la martellata è stata data a destra rispetto alla discontinuità e l'accelerometro si trova in posizione A.



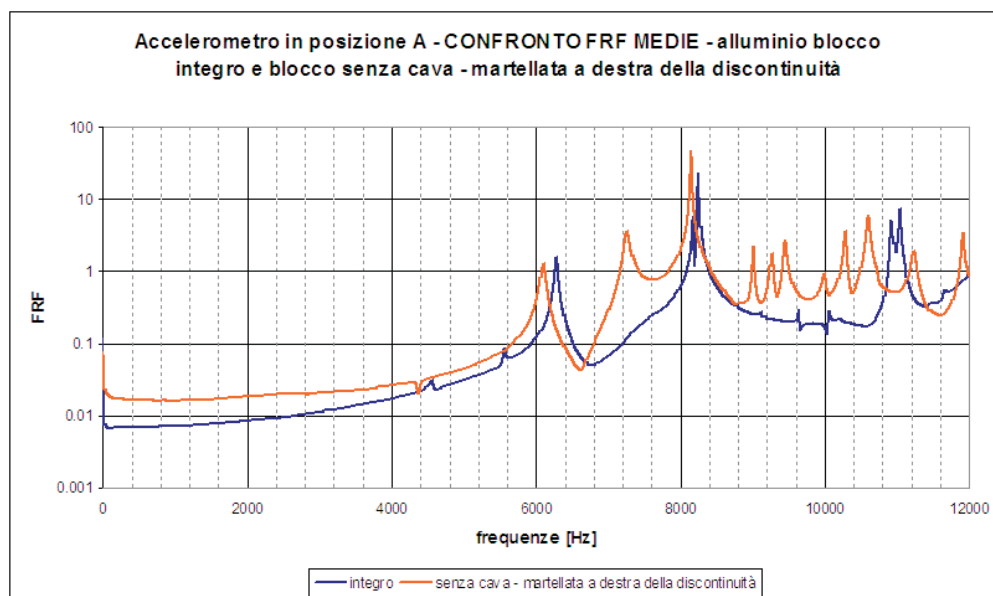
**Figura 4.58:** Confronto fra la FRF media del blocco di alluminio integro e quella del blocco senza cava, in cui la martellata è stata data a sinistra rispetto alla discontinuità e l'accelerometro si trova in posizione A.



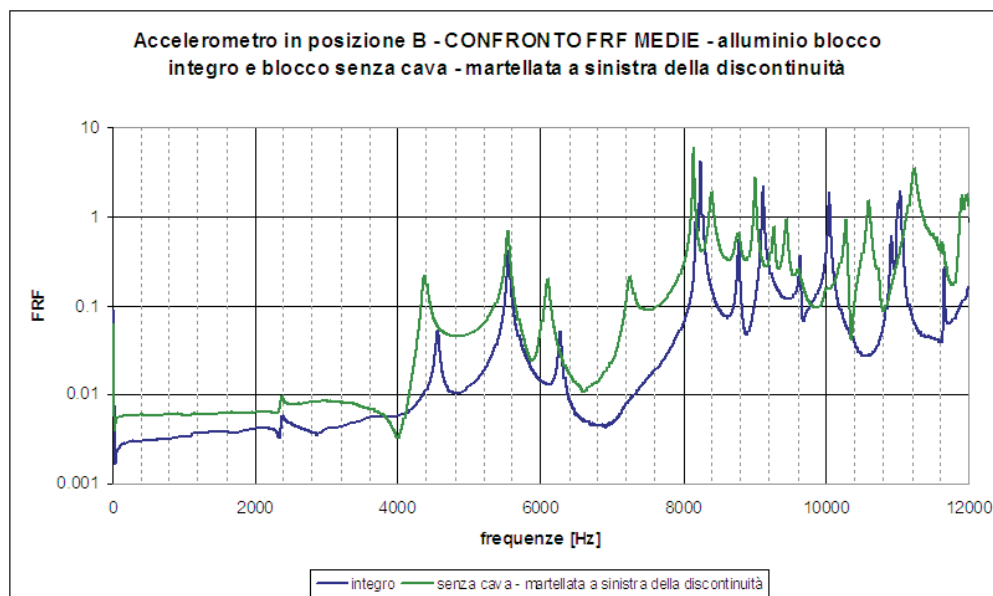
**Figura 4.59:** Confronto fra la FRF media del blocco di alluminio integro e quella del blocco con cava, in cui la martellata è stata data a destra rispetto alla discontinuità e l'accelerometro si trova in posizione B.



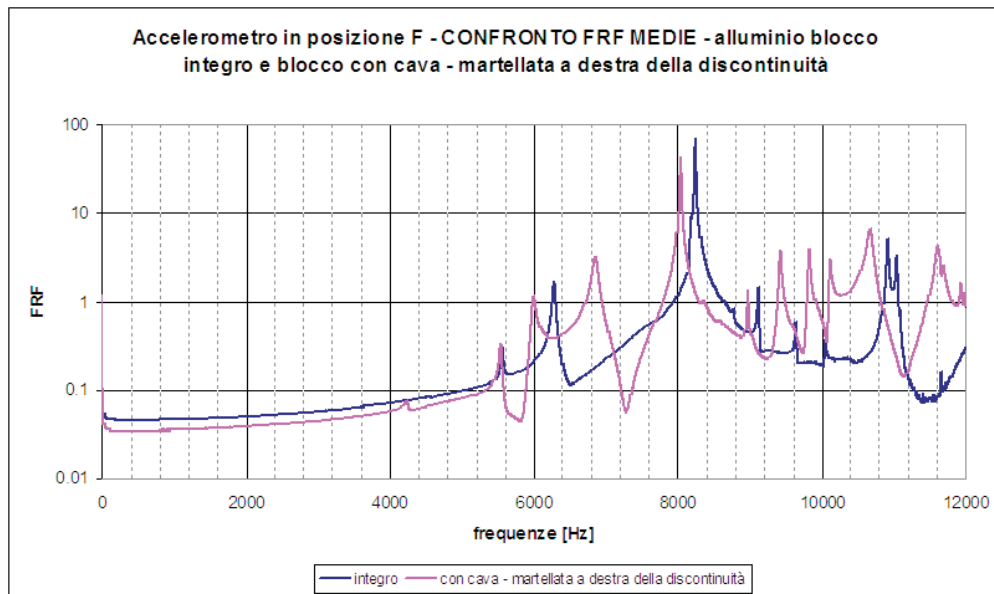
**Figura 4.60:** Confronto fra la FRF media del blocco di alluminio integro e quella del blocco con cava, in cui la martellata è stata data a sinistra rispetto alla discontinuità e l'accelerometro si trova in posizione B.



**Figura 4.61:** Confronto fra la FRF media del blocco di alluminio integro e quella del blocco senza cava, in cui la martellata è stata data a destra rispetto alla discontinuità e l'accelerometro si trova in posizione B.



**Figura 4.62:** Confronto fra la FRF media del blocco di alluminio integro e quella del blocco senza cava, in cui la martellata è stata data a sinistra rispetto alla discontinuità e l'accelerometro si trova in posizione B.



**Figura 4.63:** Confronto fra la FRF media del blocco di alluminio integro e quella del blocco con cava, in cui la martellata è stata data a destra rispetto alla discontinuità e l'accelerometro si trova in posizione F.

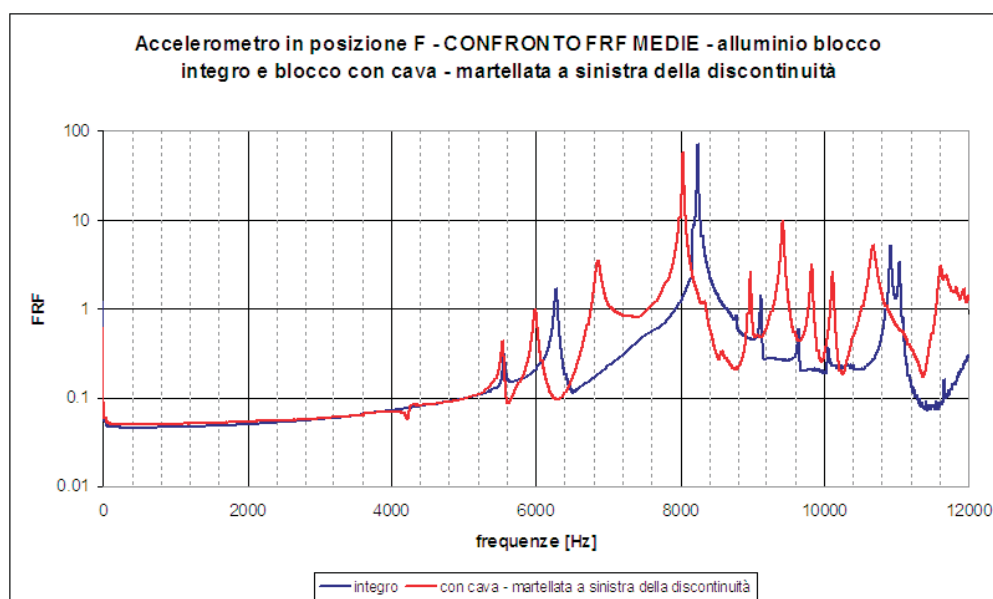
di 6800 Hz. A parte questo, non si notano altre differenze fra la FRF relativa al blocco con cava e quella relativa al blocco senza cava, diversamente da ciò che avviene nel punto A, dove all'assenza di cava corrisponde un numero più elevato di nuove frequenze.

**Considerazioni** Si sono utilizzati provini di alluminio con l'obiettivo di individuare con maggior chiarezza quali effetti abbia la presenza di una discontinuità sulla risposta in frequenza di un oggetto, nella fattispecie di un blocco.

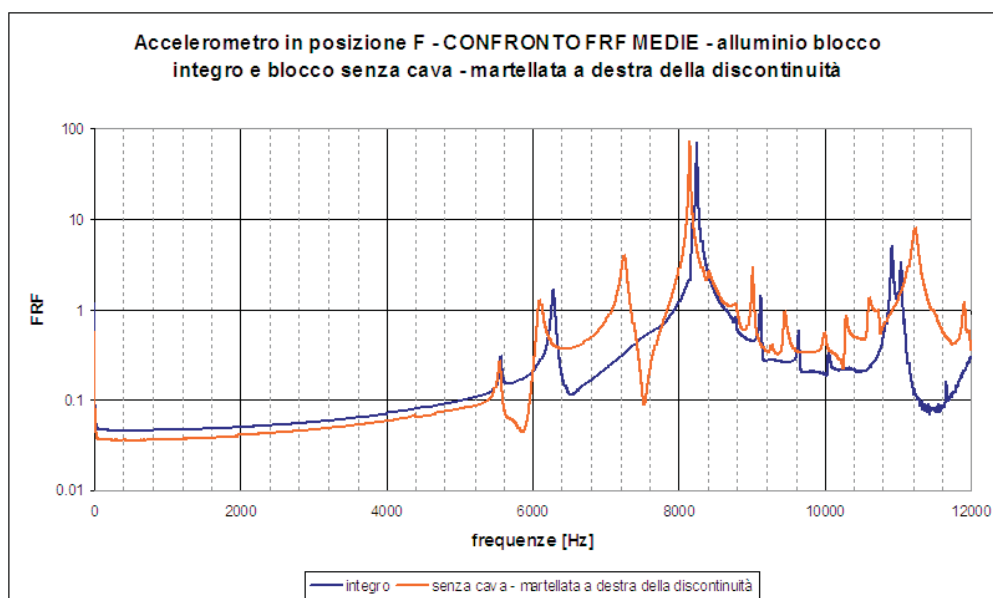
Si è visto come spesso, nel caso in cui vi sia una discontinuità, la FRF del blocco presenti gli stessi picchi ma a frequenze più basse rispetto alla FRF del blocco integro, come si vede, ad esempio, nelle figure 4.53 e 4.63, dove le frequenze proprie che nel blocco integro hanno un valore di 6300 Hz e di 8250 Hz si spostano rispettivamente ai valori, inferiori, di 6000 Hz e 8000 Hz.

Inoltre la presenza di una discontinuità comporta la comparsa di nuove frequenze rispetto a quelle predette dal modello e che paiono tipiche per quel particolare tipo di discontinuità, ad esempio la frequenza di 6800 Hz propria del blocco con cava e la frequenza di 7200 Hz propria del blocco senza cava.

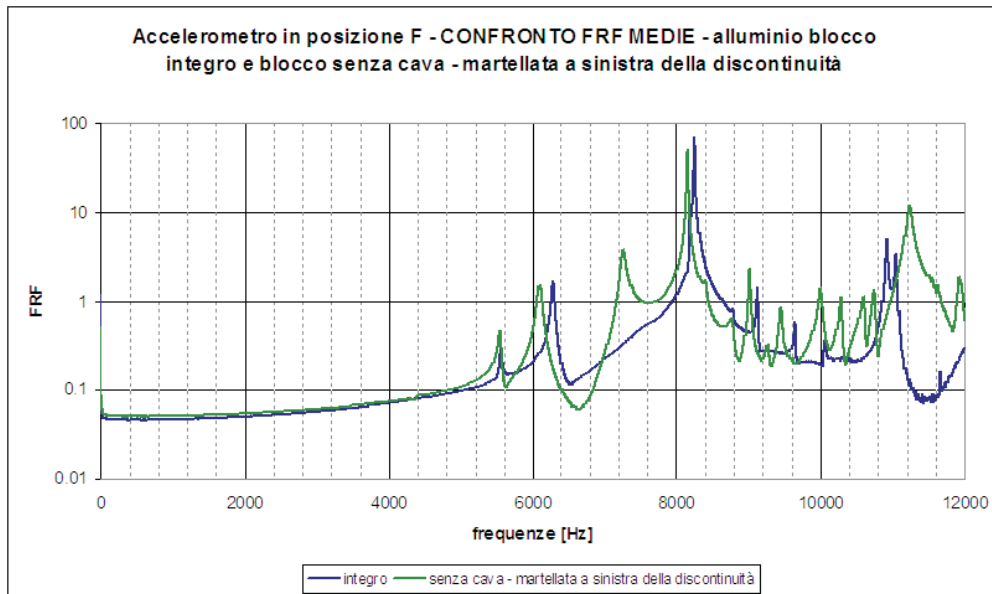
Questi aspetti confermano le osservazioni già emerse nell'analisi dei con-



**Figura 4.64:** Confronto fra la FRF media del blocco di alluminio integro e quella del blocco con cava, in cui la martellata è stata data a sinistra rispetto alla discontinuità e l'accelerometro si trova in posizione F.



**Figura 4.65:** Confronto fra la FRF media del blocco di alluminio integro e quella del blocco senza cava, in cui la martellata è stata data a destra rispetto alla discontinuità e l'accelerometro si trova in posizione F.



**Figura 4.66:** Confronto fra la FRF media del blocco di alluminio integro e quella del blocco senza cava, in cui la martellata è stata data a sinistra rispetto alla discontinuità e l'accelerometro si trova in posizione F.

fronti fra FRF di blocchi integri e con discontinuità per i provini di marmo da laboratorio, esposta al Paragrafo 4.1.

### 4.3 Blocchi di marmo da cantiere

Per determinare se fosse possibile riconoscere la presenza di discontinuità in blocchi da cantiere destinati alla lavorazione in marmette, cioè dove fosse già stata riconosciuta la presenza di tale discontinuità, si è proceduto in modo analogo a quanto descritto nel Paragrafo 3.1 per ottenere, per ogni posizione di indagine, delle FRF rappresentative di un *blocco medio* inteso come modello fisico. Si sono quindi utilizzate queste funzioni di risposta in frequenza medie come termine di paragone per le FRF calcolate a partire dalle acquisizioni effettuate su blocchi da marmette.

Come già detto, in cantiere non si è avuta a disposizione una mazza strumentata, quindi tutte le FRF sono state calcolate riferendosi al segnale di risposta in una particolare posizione.

Inoltre, il modo per verificare la significatività della diversità fra la FRF del blocco adottato come modello e quella del blocco sottoposto a indagine, si è seguita una procedura simile a quella descritta all'inizio di questo capitolo,

cioè si è ancora calcolato il rapporto  $d$  definito nell'Equazione 4.2

$$d_i = \frac{\delta_i}{u_{FRF_i}} ,$$

dove, fissata l' $i$ -esima frequenza,  $\delta_i$  è il residuo fra il valore della FRF del modello e quello del blocco in studio; mentre  $u_{FRF_i}$  è ancora l'incertezza relativa alla media del campione su cui si è calcolata la FRF, ma stavolta tale incertezza viene calcolata secondo l'Equazione 4.4

$$u_{FRF_i} = s_{FRF_i} , \quad (4.4)$$

dove  $s_{FRF_i}$  è la deviazione standard della distribuzione dei valori di FRF appartenenti a  $d$  un campione di numerosità  $n$ , fissata la frequenza  $i$ -esima.

In questo caso si usa come incertezza solo la deviazione standard perché la FRF del modello, che è una media, viene confrontata con la FRF di una singola prova effettuata sul blocco da indagare.

Anche in questo caso, poi, si controlla che il rapporto  $d$  sia maggiore di un limite  $L$ , fissato al valore di 2 in modo che il livello di fiducia sull'incertezza della FRF media sia del 95%.

Di seguito vengono mostrati i risultati ottenuti per due blocchi diversi, entrambi destinati alla lavorazione in marmette, dunque entrambi caratterizzati da una discontinuità evidente.

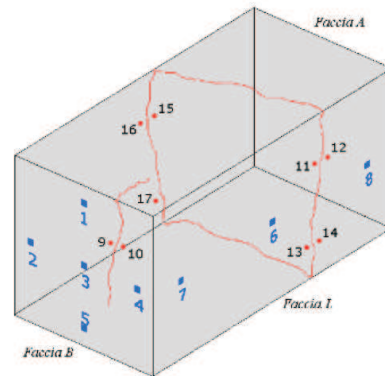
**Blocco da marmette 149-5C** In Figura 4.67 si può vedere il blocco 149-5C destinato al taglio in marmette e in Figura 4.68 è presentato uno schema dello stesso blocco in cui sono mostrate le posizioni in cui si sono acquisiti i segnali di risposta all'impulso e si è messa in evidenza la discontinuità che interessa il provino. Come si può vedere, essa è disposta perpendicolarmente rispetto alla faccia laterale.

Dall'osservazione dei grafici nelle figure 4.69, 4.70, 4.73, 4.74 emerge come vi sia una notevole differenza fra la FRF media del blocco integro e la FRF del blocco 149-5C.

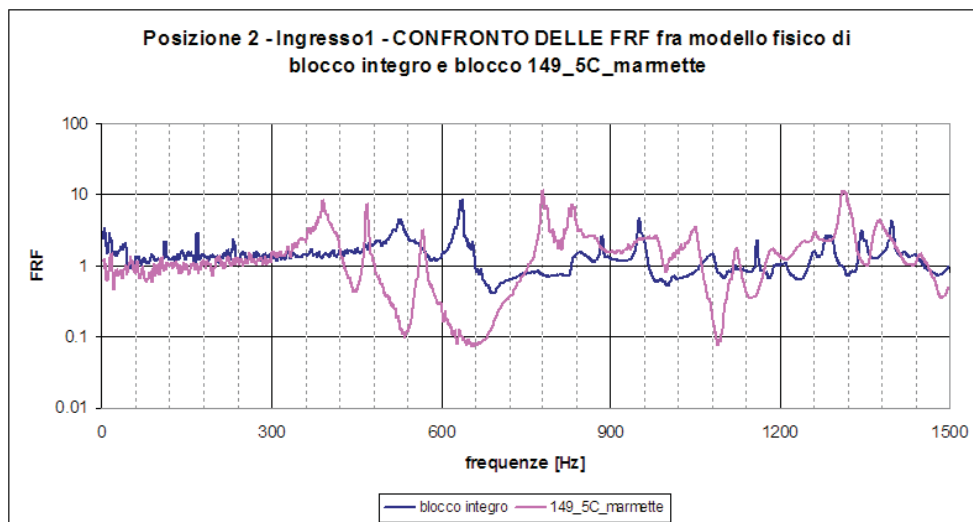
Si è cercato di ritrovare le stesse considerazioni fatte per i blocchi in laboratorio; in particolare, dall'osservazione della Figura 4.69 e la Figura 4.70, si può notare che il blocco integro presenta un primo vistoso picco alla frequenza di 530 Hz ed un secondo alla frequenza di 640 Hz, mentre il blocco in esame possiede un primo picco ad una frequenza di 400 Hz, più bassa. Inoltre si vedono distintamente, sempre nel blocco 149-5C due picchi alle frequenze rispettivamente di 480 Hz e 560 Hz, che potrebbero corrispondere alla migrazione verso valori di frequenza inferiori delle prime due frequenze del blocco integro.



**Figura 4.67:** Fotografia del blocco 149-5C destinato alla lavorazione in marmette, su cui si è svolta una sessione di prove sperimentali.

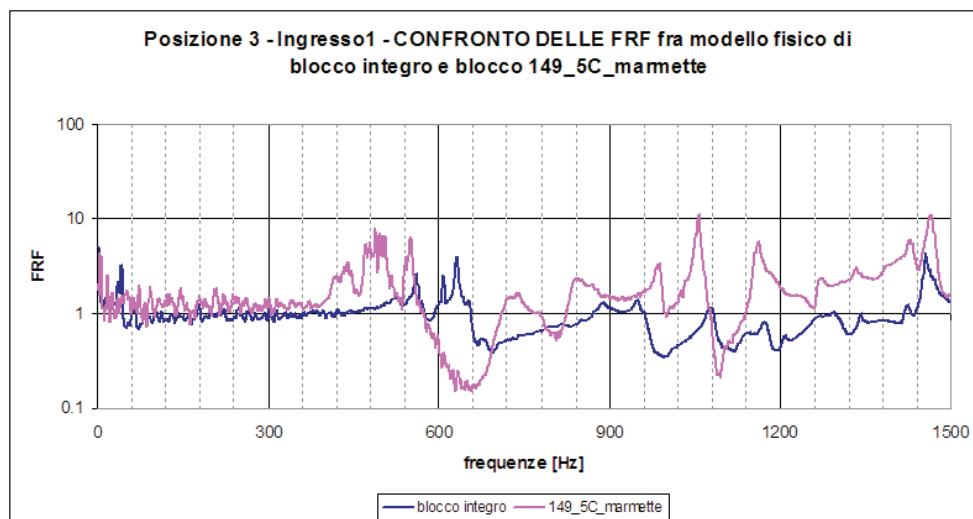


**Figura 4.68:** Schema delle posizioni in cui si sono acquisite le risposte all'impulso per il blocco 149-5C destinato alla lavorazione in marmette.

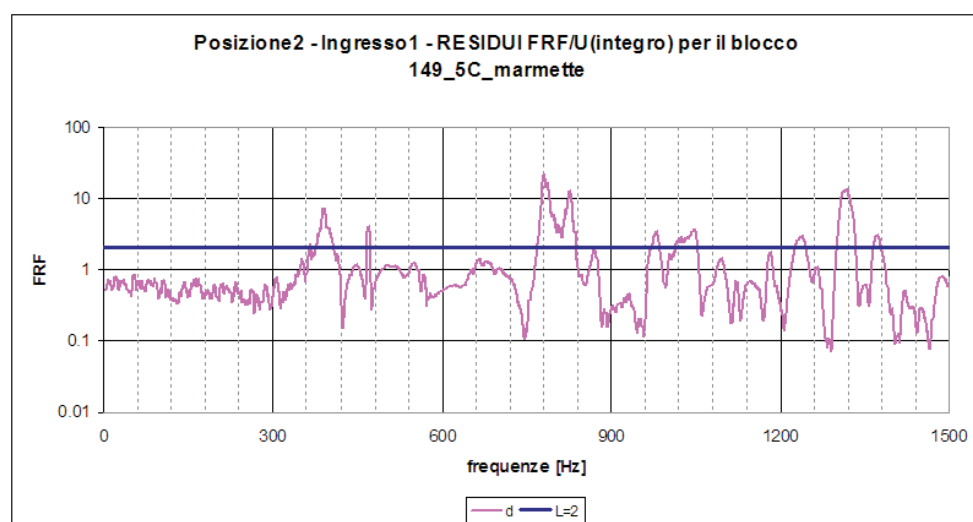


**Figura 4.69:** Confronto fra la FRF del modello fisico, intero, con la FRF del blocco 149-5C, destinato alla produzione di marmette. Le FRF sono calcolate per la risposta nella posizione 2, utilizzando come ingresso la risposta nella posizione 1.

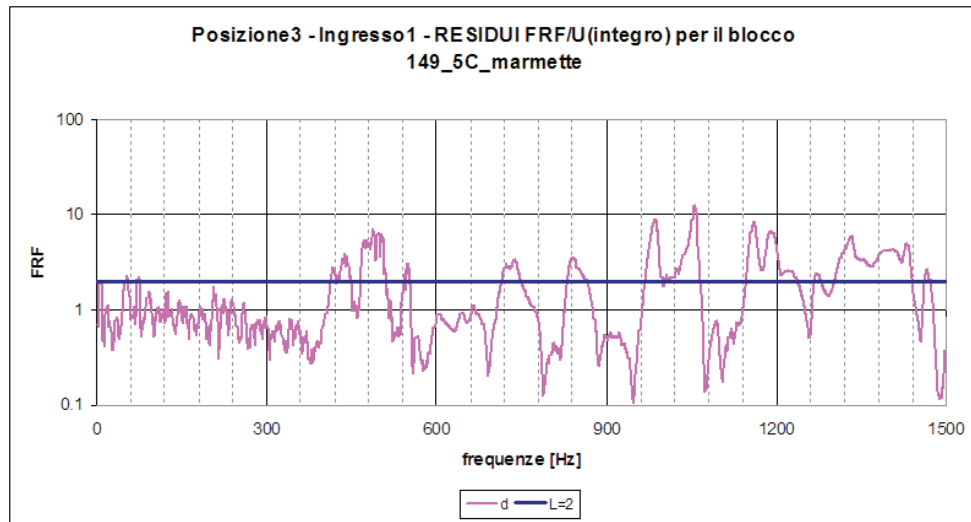




**Figura 4.70:** Confronto fra la FRF del modello fisico, integro, con la FRF del blocco 149-5C, destinato alla produzione di marmette. Le FRF sono calcolate per la risposta nella posizione 3, utilizzando come ingresso la risposta nella posizione 1.



**Figura 4.71:** Grafico del rapporto  $d$  dell'Equazione 4.2 nel caso del confronto fra la FRF del modello fisico, integro, con la FRF del blocco 149-5C, destinato alla produzione di marmette. Le FRF sono calcolate per la risposta nella posizione 2, utilizzando come ingresso la risposta nella posizione 1.



**Figura 4.72:** Grafico del rapporto  $d$  dell'Equazione 4.2 nel caso del confronto fra la FRF del modello fisico, integro, con la FRF del blocco 149-5C, destinato alla produzione di marmette. Le FRF sono calcolate per la risposta nella posizione 3, utilizzando come ingresso la risposta nella posizione 1.

Dai grafici in Figura 4.71 ed in Figura 4.72 emerge come questa prima differenza sia significativa.

Dai grafici in Figura 4.69 ed in Figura 4.74 si vede anche come nel blocco sottoposto al confronto vi siano due nuovi picchi alle frequenze di 780 Hz e 840 Hz che non si rilevano nella FRF del blocco integro.

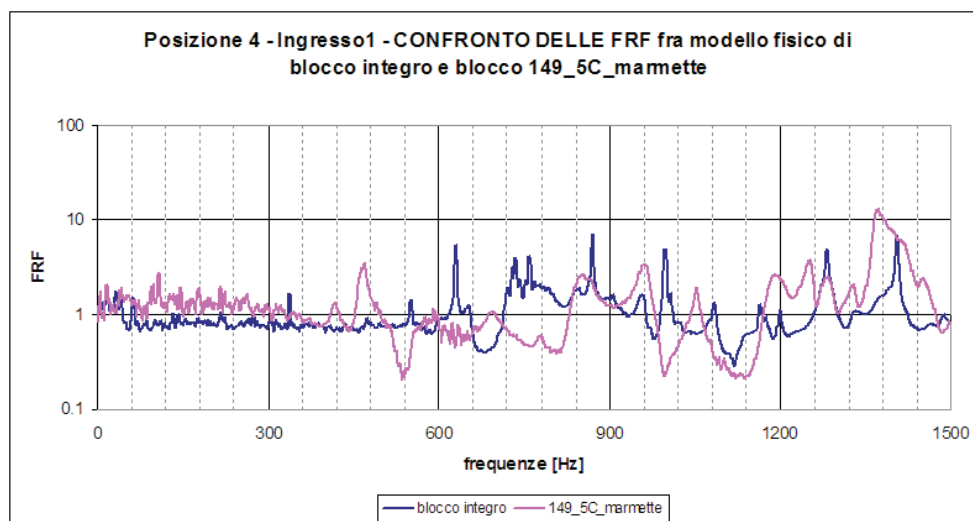
I grafici dei rapporti  $d$  calcolati secondo le equazioni 4.2 e 4.4, mostrati in Figura 4.71 ed in Figura 4.75, indicano che tali frequenze sono significative.

Si può quindi dire, partendo dal presupposto che la FRF calcolata come media delle FRF dei blocchi da cantiere integri sia un buon stimatore del modello fisico, la significatività delle differenze emerse dal confronto col blocco 149-5C porterebbe alla conclusione che il blocco in questione presenti una discontinuità tale da pregiudicarne le lavorazioni successive.

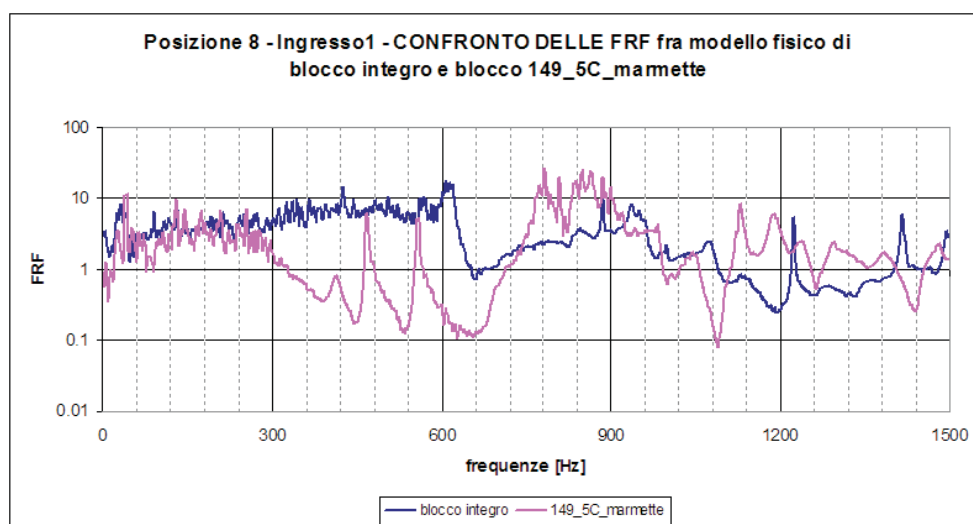
Per controllare che le differenze fossero effettive e non dovute alla scelta fortuita del segnale rispetto al quale calcolare le FRF, si sono calcolate queste ultime

- nella posizione 1 e nella posizione 2, utilizzando in ingresso la risposta all'impulso nella posizione 8 e
- nella posizione 2 e nella posizione 8, utilizzando come ingresso la risposta all'impulso nella posizione 4.

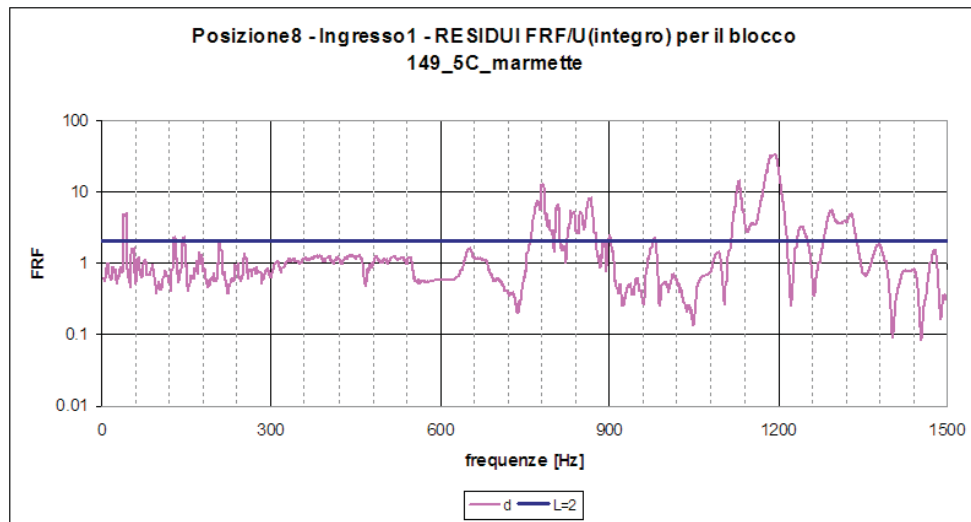
I grafici dalla Figura 4.76 alla Figura 4.79 riguardano le FRF calcolate



**Figura 4.73:** Confronto fra la FRF del modello fisico, integro, con la FRF del blocco 149-5C, destinato alla produzione di marmette. Le FRF sono calcolate per la risposta nella posizione 4, utilizzando come ingresso la risposta nella posizione 1.



**Figura 4.74:** Confronto fra la FRF del modello fisico, integro, con la FRF del blocco 149-5C, destinato alla produzione di marmette. Le FRF sono calcolate per la risposta nella posizione 8, utilizzando come ingresso la risposta nella posizione 1.



**Figura 4.75:** Grafico del rapporto  $d$  dell'Equazione 4.2 nel caso del confronto fra la FRF del modello fisico, integro, con la FRF del blocco 149-5C, destinato alla produzione di marmette. Le FRF sono calcolate per la risposta nella posizione 8, utilizzando come ingresso la risposta nella posizione 1.

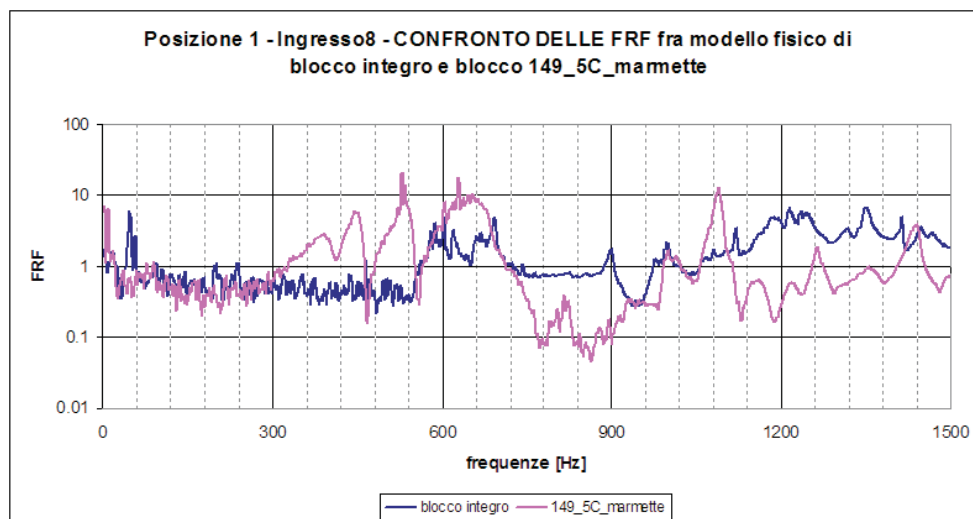
utilizzando come ingresso la risposta all'impulso nella posizione di misura 8; mentre i grafici presentati nelle figura dalla 4.80 alla 4.83, illustrano i confronti fra la FRF del modello fisico e le FRF calcolate utilizzando come ingresso la risposta all'impulso nella posizione 4.

Dall'osservazione di questi grafici emerge come, in effetti, le differenze segnalate siano significative e non dipendano dal segnale utilizzato come ingresso per calcolare la FRF ma siano un comportamento tipico del blocco 149-5C esaminato.

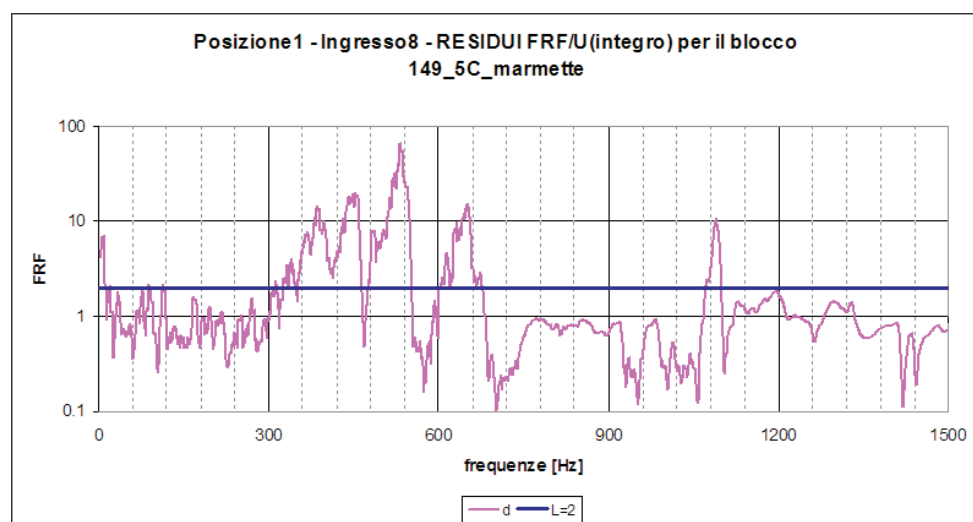
**Blocco da marmette 378-5C** In Figura 4.84 si può vedere il blocco 378-5C destinato al taglio in marmette e in Figura 4.85 è presentato uno schema dello stesso blocco in cui sono mostrate le posizioni in cui si sono acquisiti i segnali di risposta all'impulso e si è messa in evidenza la discontinuità che interessa il provino. Come si può vedere, essa è disposta nel verso longitudinale del blocco, parallelamente rispetto alla faccia laterale, quindi è disposta in modo analogo a quella dei blocchi, di marmo e di alluminio, disponibili in laboratorio.

Dall'osservazione dei grafici nelle figure 4.86, 4.88, 4.90, 4.74 emerge come la FRF media del blocco integro e la FRF del blocco 378-5C siano fortemente diverse.

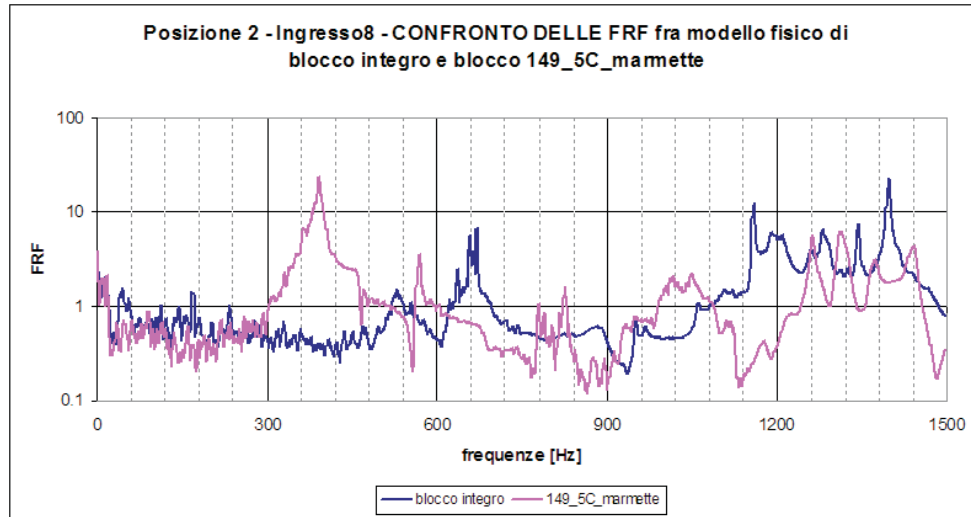
Se si concentra l'attenzione sul grafico di Figura 4.90, nella FRF del



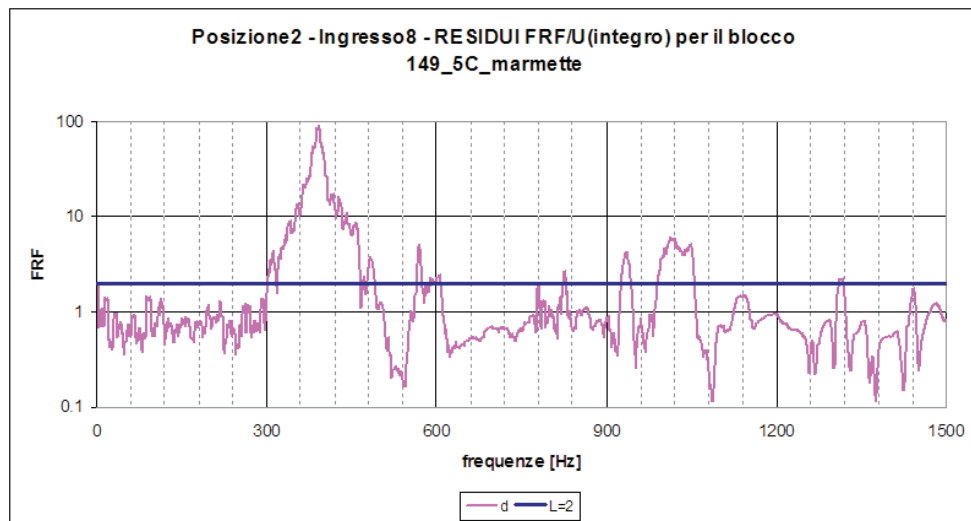
**Figura 4.76:** Confronto fra la FRF del modello fisico, integro, con la FRF del blocco 149-5C, destinato alla produzione di marmette. Le FRF sono calcolate per la risposta nella posizione 1, utilizzando come ingresso la risposta nella posizione 8.



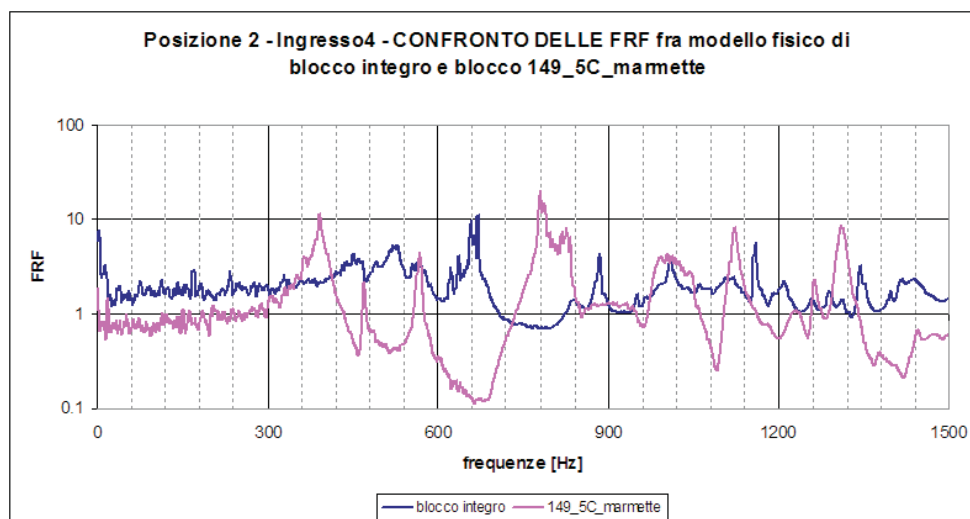
**Figura 4.77:** Grafico del rapporto  $d$  dell'Equazione 4.2 nel caso del confronto fra la FRF del modello fisico, integro, con la FRF del blocco 149-5C, destinato alla produzione di marmette. Le FRF sono calcolate per la risposta nella posizione 1, utilizzando come ingresso la risposta nella posizione 8.



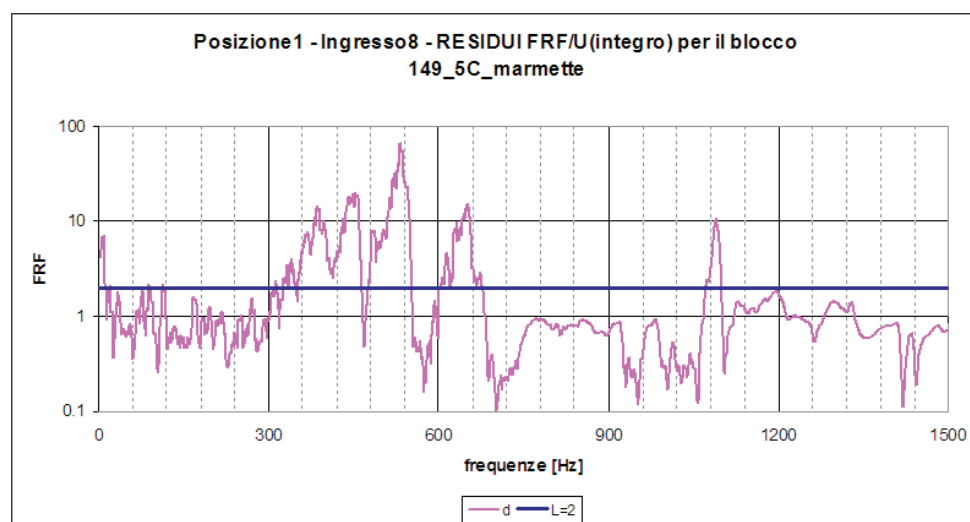
**Figura 4.78:** Confronto fra la FRF del modello fisico, integro, con la FRF del blocco 149-5C, destinato alla produzione di marmette. Le FRF sono calcolate per la risposta nella posizione 2, utilizzando come ingresso la risposta nella posizione 8.



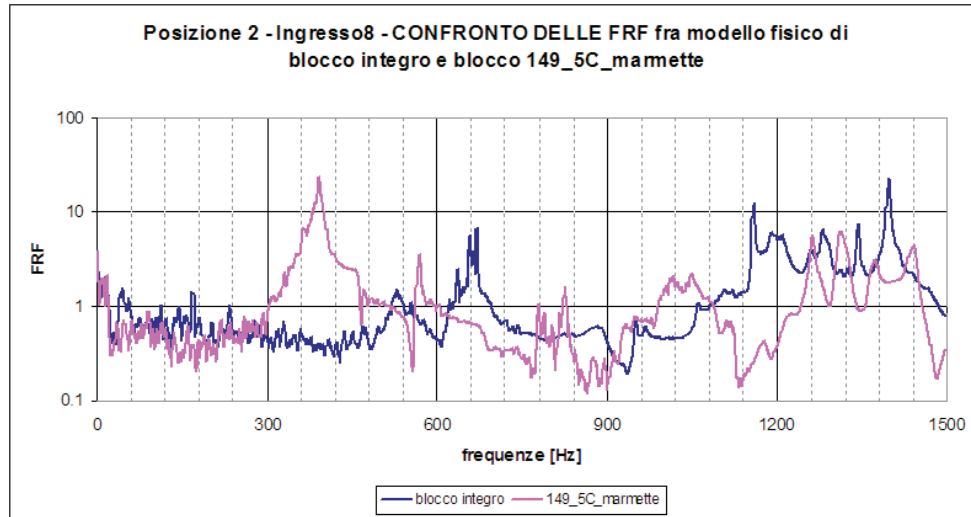
**Figura 4.79:** Grafico del rapporto  $d$  dell'Equazione 4.2 nel caso del confronto fra la FRF del modello fisico, integro, con la FRF del blocco 149-5C, destinato alla produzione di marmette. Le FRF sono calcolate per la risposta nella posizione 2, utilizzando come ingresso la risposta nella posizione 8.



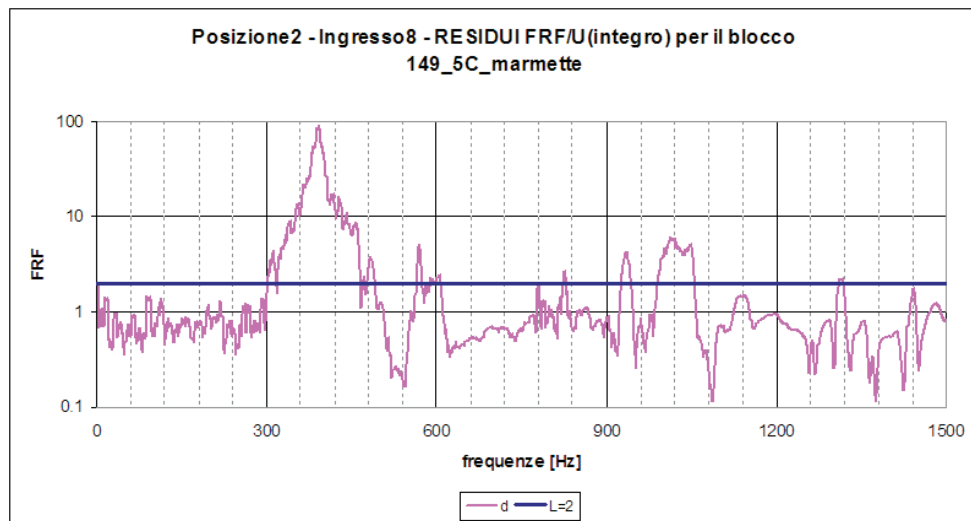
**Figura 4.80:** Confronto fra la FRF del modello fisico, integro, con la FRF del blocco 149-5C, destinato alla produzione di marmette. Le FRF sono calcolate per la risposta nella posizione 2, utilizzando come ingresso la risposta nella posizione 4.



**Figura 4.81:** Grafico del rapporto  $d$  dell'Equazione 4.2 nel caso del confronto fra la FRF del modello fisico, integro, con la FRF del blocco 149-5C, destinato alla produzione di marmette. Le FRF sono calcolate per la risposta nella posizione 2, utilizzando come ingresso la risposta nella posizione 4.



**Figura 4.82:** Confronto fra la FRF del modello fisico, intero, con la FRF del blocco 149-5C, destinato alla produzione di marmette. Le FRF sono calcolate per la risposta nella posizione 8, utilizzando come ingresso la risposta nella posizione 4.

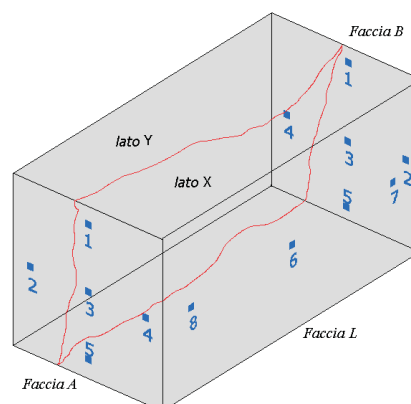


**Figura 4.83:** Grafico del rapporto  $d$  dell'Equazione 4.2 nel caso del confronto fra la FRF del modello fisico, intero, con la FRF del blocco 149-5C, destinato alla produzione di marmette. Le FRF sono calcolate per la risposta nella posizione 8, utilizzando come ingresso la risposta nella posizione 4.





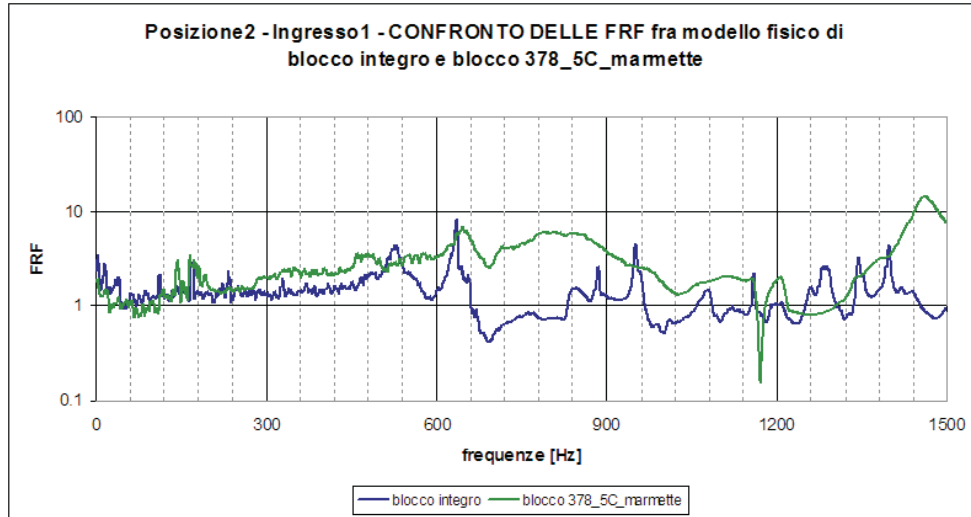
**Figura 4.84:** Fotografia del blocco 149-5C destinato alla lavorazione in marmette, su cui si è svolta una sessione di prove sperimentali.



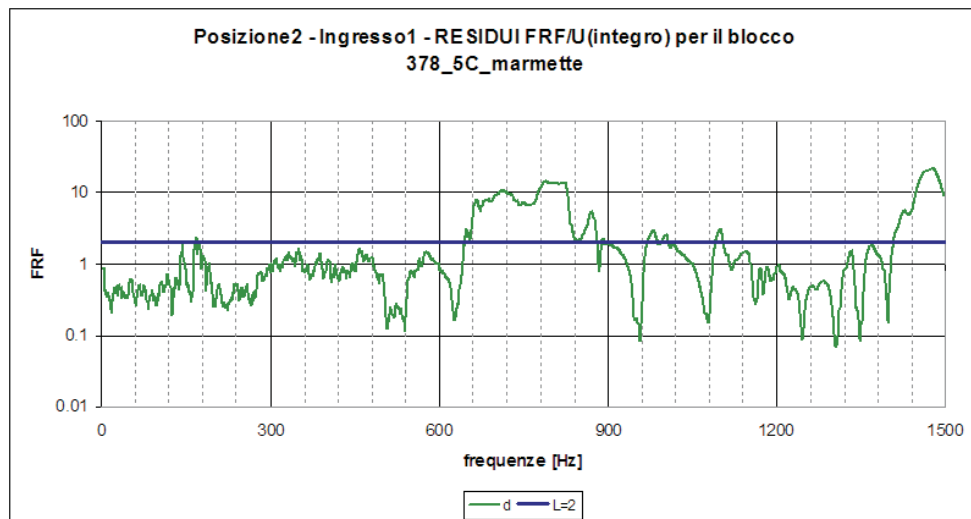
**Figura 4.85:** Schema delle posizioni in cui si sono acquisite le risposte all'impulso per il blocco 378-5C destinato alla lavorazione in marmette.

blocco 378-5C si possono notare due evidenti picchi alle frequenze di 235 Hz e 335 Hz che invece non sono presenti nella FRF del blocco intero e il grafico del rapporto  $d$ , mostrato in Figura 4.91, dice che tali frequenze sono significative. A frequenze più alte, superiori a 900 Hz, alcune frequenze tipiche del blocco intero rimangono, ad esempio a 960 Hz e a 1160 Hz, ma l'andamento dominante della FRF relativa al blocco 378-5C sembra non presentare picchi ben definiti, con frequenze facilmente determinabili, e tale comportamento è osservabile anche negli altri grafici già citati e si mantiene anche cambiando il segnale in ingresso rispetto al quale calcolare le FRF, come viene mostrato in Figura 4.94 ed in Figura 4.95.

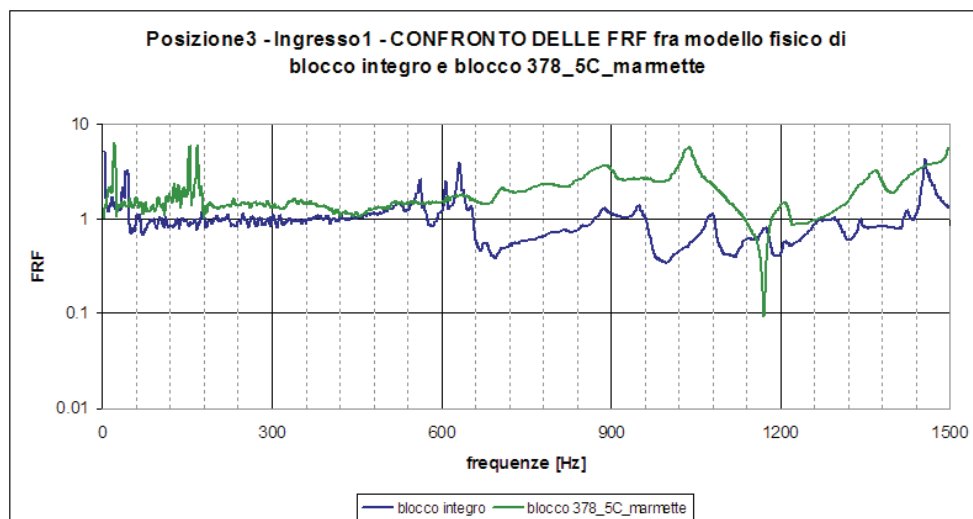
Partendo dal presupposto che la FRF calcolata come media delle FRF dei blocchi da cantiere integri sia un buon stimatore del modello fisico, la significatività delle differenze emerse dal confronto col blocco 378-5C porterebbe alla conclusione che il blocco in questione presenti una discontinuità tale da pregiudicarne le lavorazioni successive, anche se dai grafici dei confronti non si riescono ad osservare comportamenti che durante tutta l'analisi si sono considerati tipici della presenza di discontinuità.



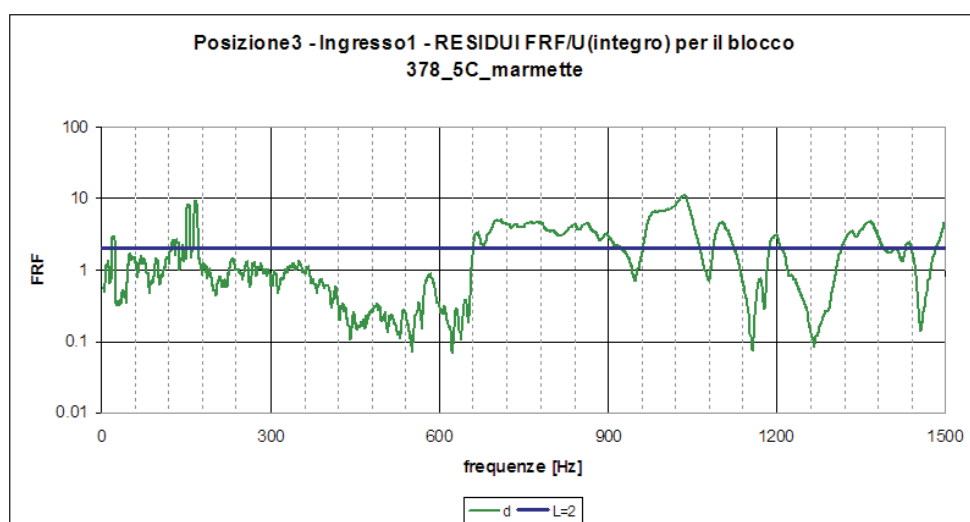
**Figura 4.86:** Confronto fra la FRF del modello fisico, integro, con la FRF del blocco 378-5C, destinato alla produzione di marmette. Le FRF sono calcolate per la risposta nella posizione 2, utilizzando come ingresso la risposta nella posizione 1.



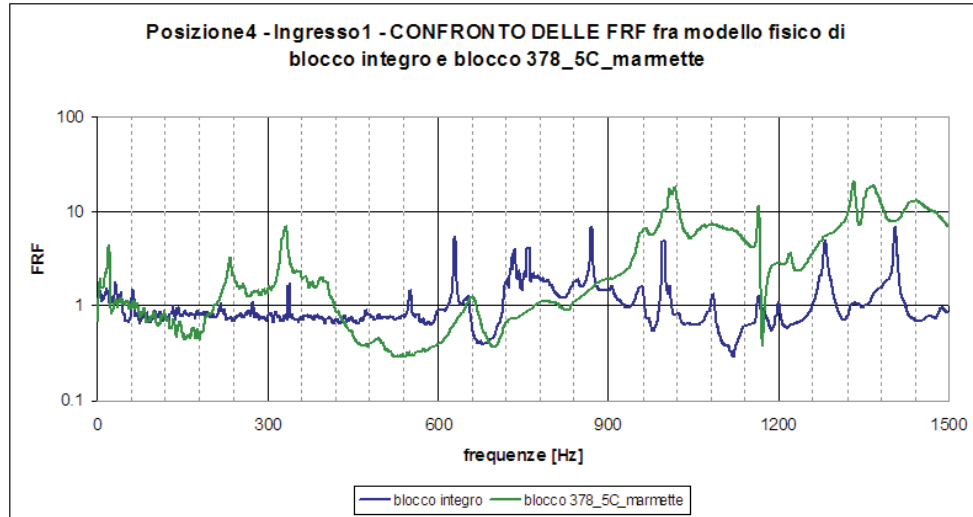
**Figura 4.87:** Grafico del rapporto  $d$  dell'Equazione 4.2 nel caso del confronto fra la FRF del modello fisico, integro, con la FRF del blocco 378-5C, destinato alla produzione di marmette. Le FRF sono calcolate per la risposta nella posizione 2, utilizzando come ingresso la risposta nella posizione 1.



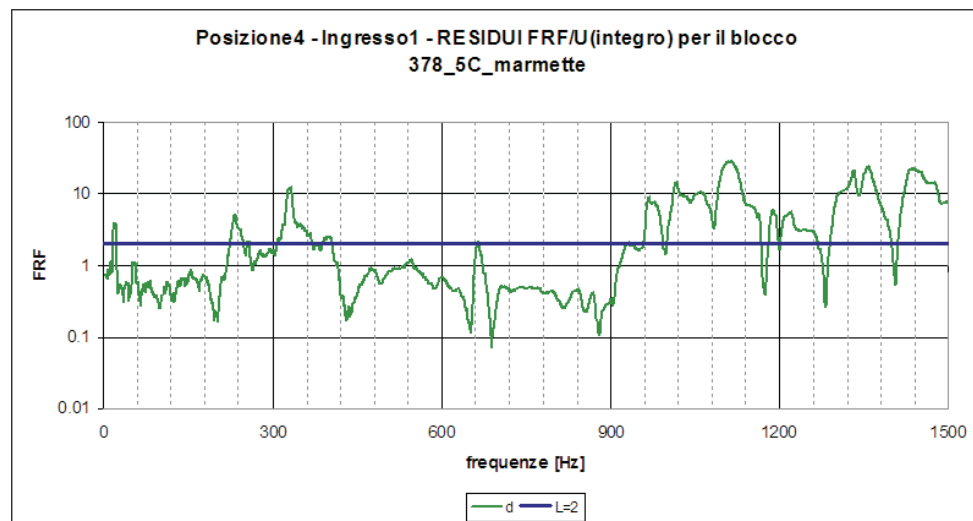
**Figura 4.88:** Confronto fra la FRF del modello fisico, integro, con la FRF del blocco 378-5C, destinato alla produzione di marmette. Le FRF sono calcolate per la risposta nella posizione 3, utilizzando come ingresso la risposta nella posizione 1.



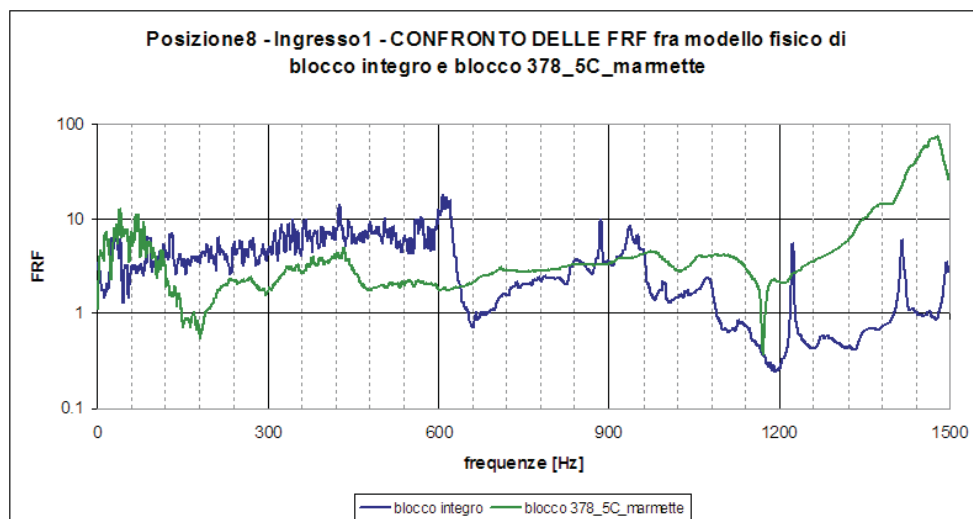
**Figura 4.89:** Grafico del rapporto  $d$  dell'Equazione 4.2 nel caso del confronto fra la FRF del modello fisico, integro, con la FRF del blocco 378-5C, destinato alla produzione di marmette. Le FRF sono calcolate per la risposta nella posizione 3, utilizzando come ingresso la risposta nella posizione 1.



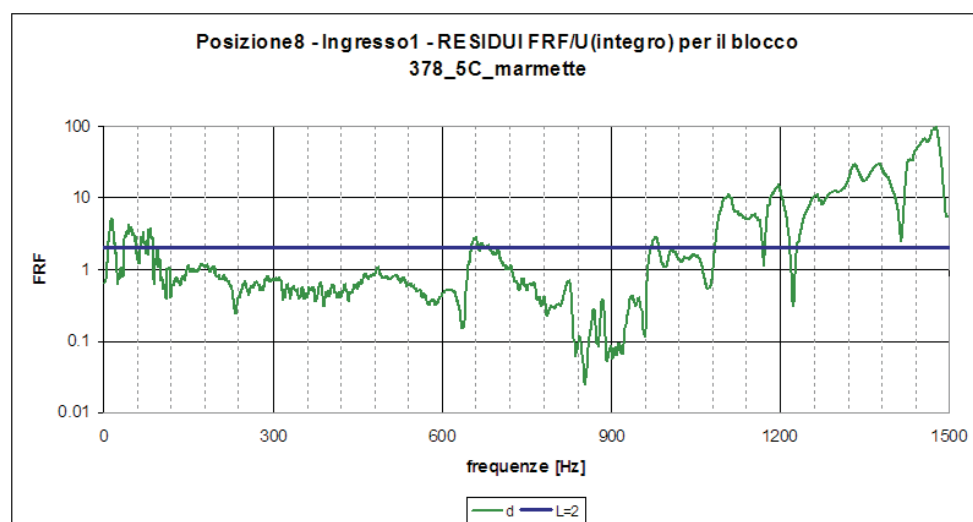
**Figura 4.90:** Confronto fra la FRF del modello fisico, integro, con la FRF del blocco 378-5C, destinato alla produzione di marmette. Le FRF sono calcolate per la risposta nella posizione 4, utilizzando come ingresso la risposta nella posizione 1.



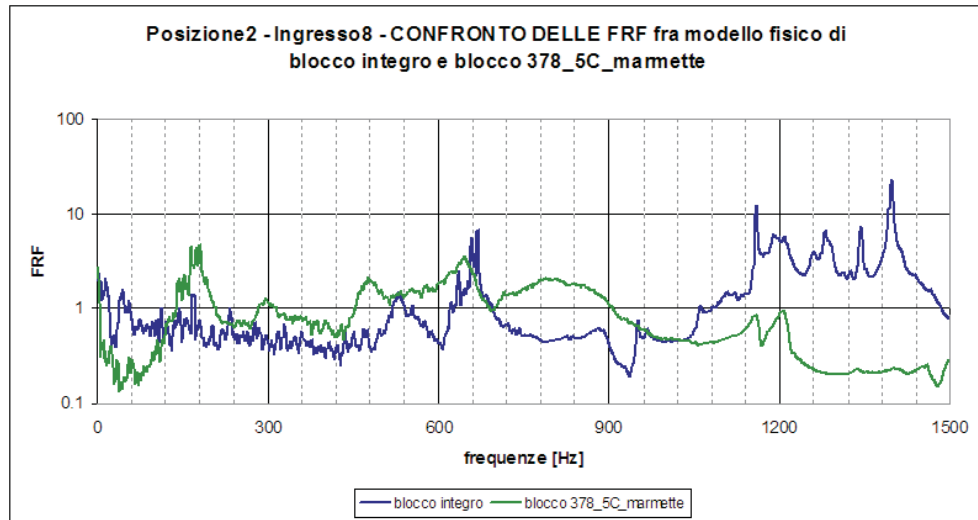
**Figura 4.91:** Grafico del rapporto  $d$  dell'Equazione 4.2 nel caso del confronto fra la FRF del modello fisico, integro, con la FRF del blocco 378-5C, destinato alla produzione di marmette. Le FRF sono calcolate per la risposta nella posizione 4, utilizzando come ingresso la risposta nella posizione 1.



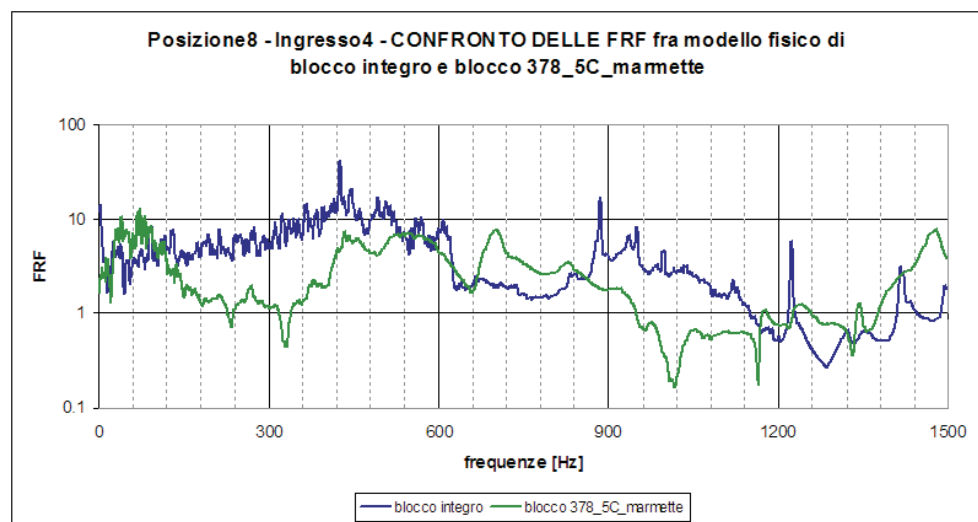
**Figura 4.92:** Confronto fra la FRF del modello fisico, integro, con la FRF del blocco 378-5C, destinato alla produzione di marmette. Le FRF sono calcolate per la risposta nella posizione 8, utilizzando come ingresso la risposta nella posizione 1.



**Figura 4.93:** Grafico del rapporto  $d$  dell'Equazione 4.2 nel caso del confronto fra la FRF del modello fisico, integro, con la FRF del blocco 378-5C, destinato alla produzione di marmette. Le FRF sono calcolate per la risposta nella posizione 8, utilizzando come ingresso la risposta nella posizione 1.



**Figura 4.94:** Confronto fra la FRF del modello fisico, integro, con la FRF del blocco 378-5C, destinato alla produzione di marmette. Le FRF sono calcolate per la risposta nella posizione 2, utilizzando come ingresso la risposta nella posizione 8.



**Figura 4.95:** Confronto fra la FRF del modello fisico, integro, con la FRF del blocco 378-5C, destinato alla produzione di marmette. Le FRF sono calcolate per la risposta nella posizione 8, utilizzando come ingresso la risposta nella posizione 4.

## Capitolo 5

# Individuazione della posizione della discontinuità

Nel precedente capitolo si sono stabiliti alcuni criteri che possono consentire di individuare la presenza della discontinuità in base al confronto della FRF calcolata in ciascuna posizione di misura del blocco integro, considerato come modello fisico, con la FRF calcolata nei rispettivi punti del blocco indagato.

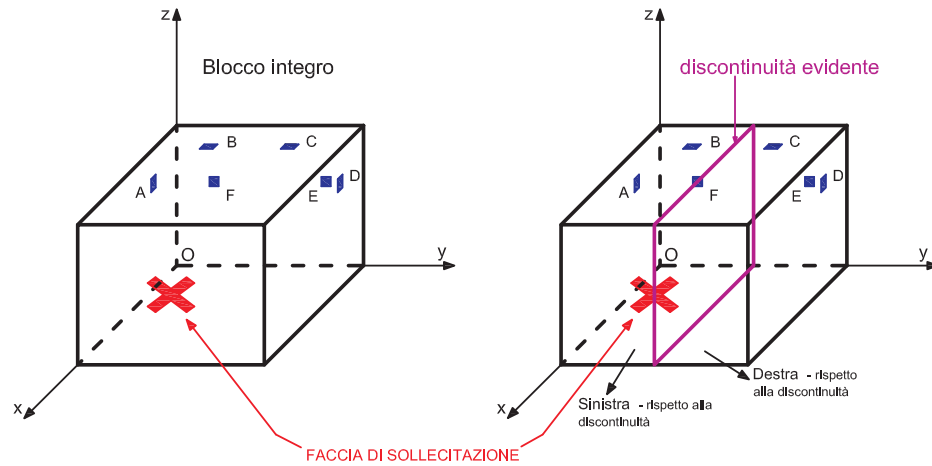
Di seguito, invece, si cercherà di capire se sia possibile determinare la posizione, o almeno la direzione, della discontinuità presente.

Per far ciò si è pensato di confrontare ancora delle FRF: scelto un punto di misura fra quelli mostrati nelle figure 5.1 e 5.2, viene calcolata la FRF di quel punto rispetto ad un altro, ovvero si considera in uscita la risposta in frequenza del punto nel quale si vuole calcolare la FRF e in ingresso la risposta in frequenza nel punto rispetto al quale si vuole calcolare la FRF. Si è eseguita questa operazione, sistematicamente, per tutti i blocchi, per tutte le combinazioni possibili, in modo da poter confrontare le FRF dei blocchi interi con quelle dei blocchi con discontinuità, per valutare se esse contenessero sufficienti informazioni per stabilire l'ubicazione della discontinuità.

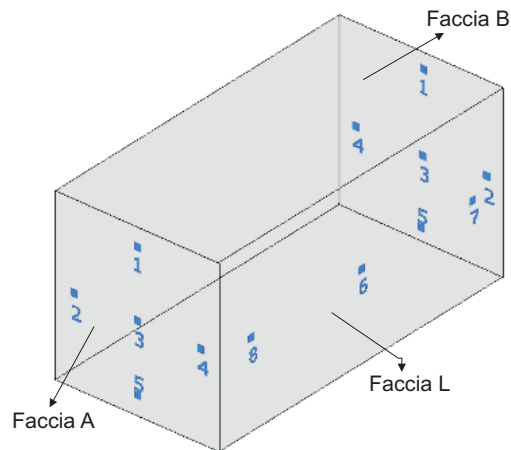
Di seguito vengono riportate le considerazioni emerse dal confronto delle FRF.

### 5.1 Blocchi di alluminio

Come già detto nel Paragrafo 2.2 e nel Paragrafo 4.2, i tre blocchi di alluminio utilizzati hanno le stesse dimensioni geometriche dei blocchi di marmo utilizzati in laboratorio, cioè  $(200 \times 150 \times 300)$  mm<sup>3</sup>. Uno di questi blocchi è integro ed è utilizzato come modello fisico nei confronti fra FRF; il



**Figura 5.1:** Disposizione degli accelerometri incollati sui blocchi da laboratorio, sia di marmo sia di alluminio, durante le prove sperimentali (Figura 2.11).



**Figura 5.2:** Disposizione degli accelerometri incollati sui blocchi da cantiere, durante le prove sperimentali (Figura 2.13).



secondo blocco deriva dall'incollaggio di due semiblocchi delle dimensioni di  $(100 \times 150 \times 300)$  mm<sup>3</sup>, e nel corso della trattazione viene chiamato **blocco senza cava**; il terzo blocco deriva dall'incollaggio di due semiblocchi, su uno dei quali è stata ricavata una cava del diametro di 50 mm e dello spessore di 0.3 mm, e nel corso della trattazione viene chiamato **blocco con cava**.

Nel caso dei blocchi di alluminio la discontinuità coincide con la superficie di incollaggio: si sono voluti utilizzare provini del genere, realizzati su misura, per ridurre le variabili coinvolte durante le prove sperimentali; in particolare l'andamento della discontinuità. Nel caso dei blocchi di alluminio si è sicuri del fatto che essa sia perpendicolare alla faccia di sollecitazione e che divida il provino a metà. Si è anche sicuri che l'alluminio utilizzato sia un materiale omogeneo, escludendo possibili inclusioni incognite oppure introducendone di note, come la cava.

Su tali provini si sono eseguite prove ripetute, in particolare:

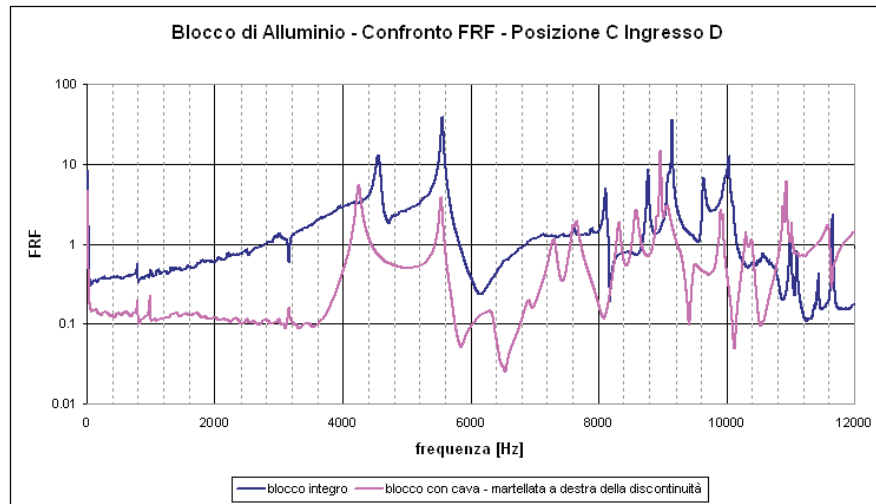
- 16 prove sul blocco intero, utilizzato come modello fisico;
- 16 prove sul blocco senza cava, dando la martellata a destra della discontinuità, secondo quanto illustrato in Figura 4.1;
- 16 prove sul blocco senza cava, dando la martellata a sinistra della discontinuità, secondo quanto illustrato in Figura 4.1;
- 16 prove sul blocco con cava, dando la martellata a destra della discontinuità, secondo quanto illustrato in Figura 4.1;
- 16 prove sul blocco con cava, dando la martellata a sinistra della discontinuità, secondo quanto illustrato in Figura 4.1;

e si è applicata la procedura descritta nel Paragrafo 3.1 alle FRF calcolate in una posizione rispetto ad un'altra, al fine di ottenere delle FRF medie da poter confrontare.

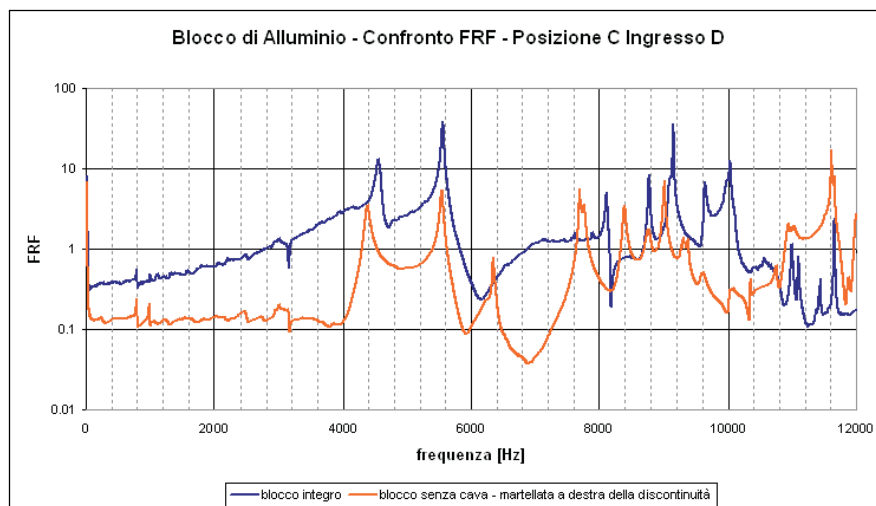
Per poter considerare valida una eventuale differenza fra le FRF confrontate si è calcolato il rapporto  $d$ , secondo l'Equazione 4.2.

I grafici dalla Figura 5.3 alla Figura 5.10 presentano il confronto delle FRF calcolate nel punto C utilizzando come ingressi le risposte all'impulso, in frequenza, rilevate nella posizione D e nella posizione F.

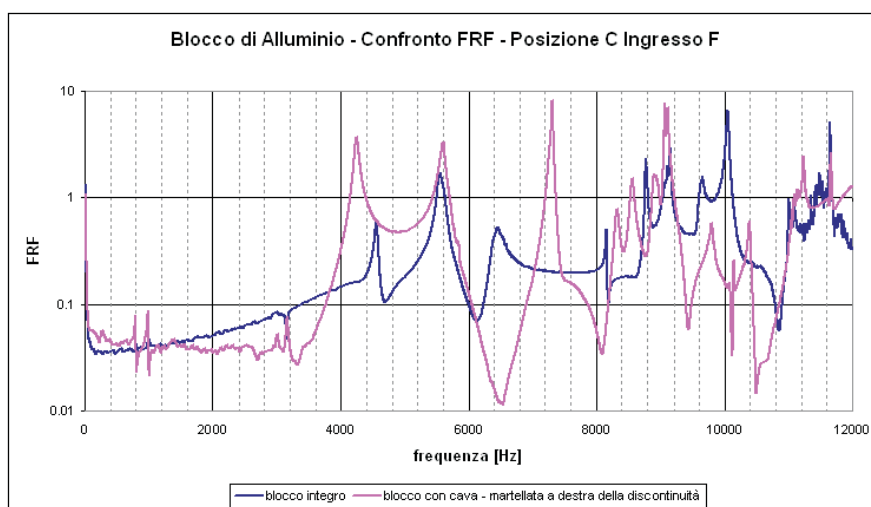
Il confronto fra queste figure mostra come nel punto C, per il blocco con cava, le FRF calcolata rispetto al punto F o al punto D diano i medesimi risultati in frequenza, ad esempio la frequenza a 4270 Hz, quella a 5500 Hz e quella a 7330 Hz, indipendentemente dal fatto che la martellata venga data nella parte di faccia a destra o a sinistra della discontinuità. Inoltre, osservando il confronto con la FRF corrispondente del blocco intero, si può notare



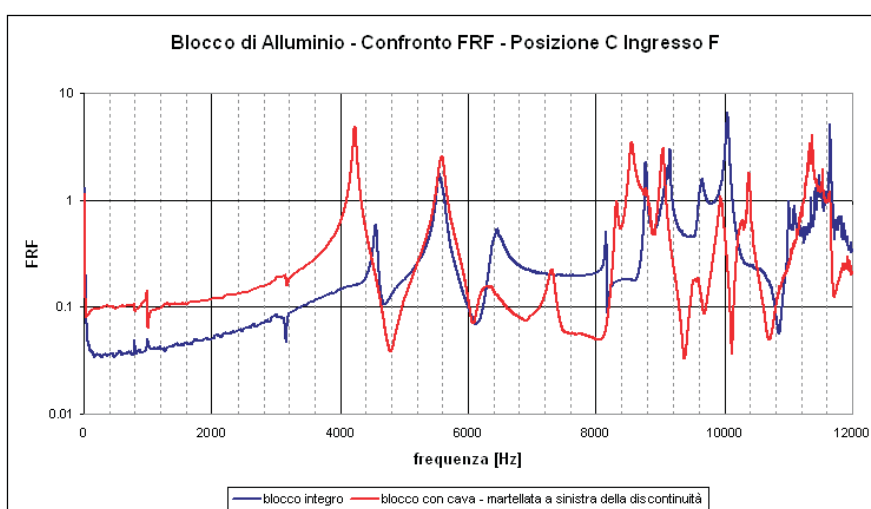
**Figura 5.3:** Confronto fra la FRF media del blocco di alluminio integro e quella del blocco con cava, in cui la martellata è stata data a destra rispetto alla discontinuità



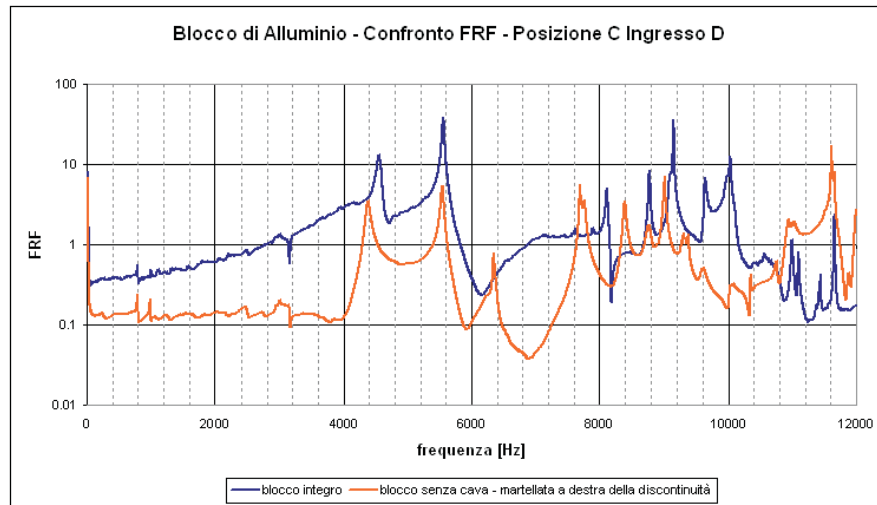
**Figura 5.4:** Confronto fra la FRF media del blocco di alluminio integro e quella del blocco con cava, in cui la martellata è stata data a sinistra rispetto alla discontinuità.



**Figura 5.5:** Confronto fra la FRF media del blocco di alluminio integro e quella del blocco con cava, in cui la martellata è stata data a destra rispetto alla discontinuità.



**Figura 5.6:** Confronto fra la FRF media del blocco di alluminio integro e quella del blocco senza cava, in cui la martellata è stata data a sinistra rispetto alla discontinuità.



**Figura 5.7:** Confronto fra la FRF media del blocco di alluminio integro e quella del blocco senza cava, in cui la martellata è stata data a destra rispetto alla discontinuità.

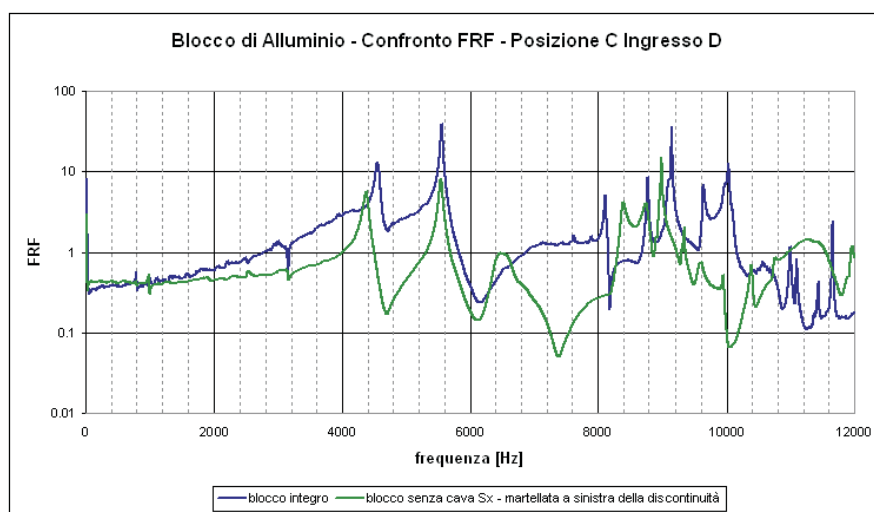
come la FRF del blocco con cava abbia generalmente lo stesso andamento del modello fisico, ma anche come i suoi picchi siano spostati a frequenza più basse; inoltre si può anche osservare la formazione di nuovi picchi, comuni a tutte le FRF, come ad esempio quello a 7730 Hz.

Lo stesso tipo di osservazioni possono essere fatte anche se si confrontano le FRF del punto C rispetto ai punti F e D per il blocco senza cava, come evidenziato dalle figure dalla 5.7 alla 5.10.

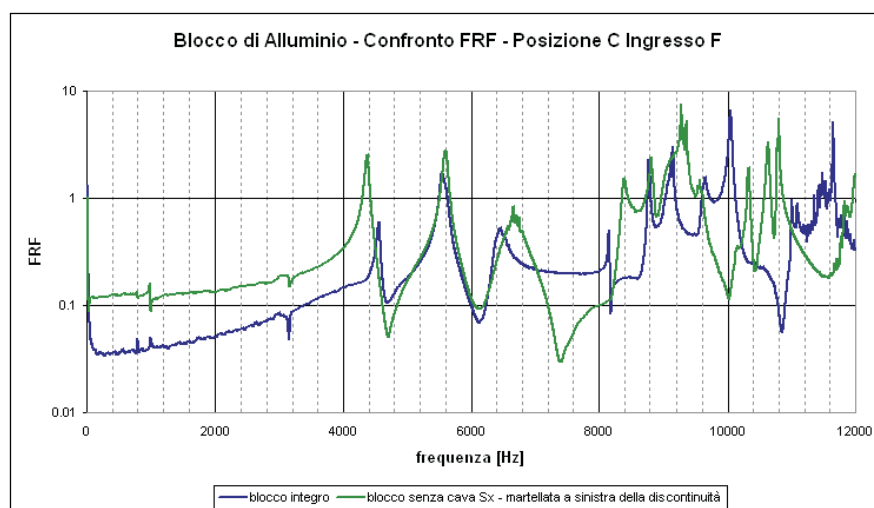
Dopo aver osservato tutte le FRF incrociate si può affermare che il comportamento rilevato sopra sia tipico, tra le posizioni misurate, solo dei punti C e B, entrambi situati sulla faccia superiore dei blocchi. Tali posizioni risentono della discontinuità, come dimostrano le loro FRF, ma non risentono della loro ubicazione rispetto alla discontinuità stessa, almeno quando essa è disposta longitudinalmente lungo il blocco, cioè lo divide in due parti sezionandolo secondo un piano parallelo alla faccia laterale.

Come conferma di quanto detto sopra si possono osservare le figure dalla 5.11 alla 5.14, in cui sono riportati i grafici delle FRF calcolate, per il blocco senza cava, nella posizione B, rispetto alle risposte all'impulso nelle posizioni A e E.

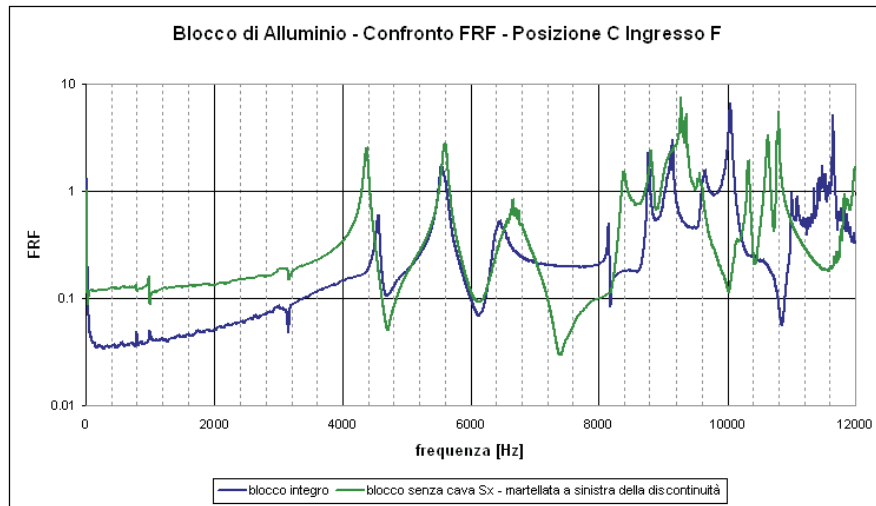
Se invece si osservano le FRF nei punti delle facce laterali o sulla faccia posteriore, cioè quella opposta rispetto alla faccia da cui viene sollecitato il blocco, si nota come tutte le FRF siano diverse in modo significativo dalla



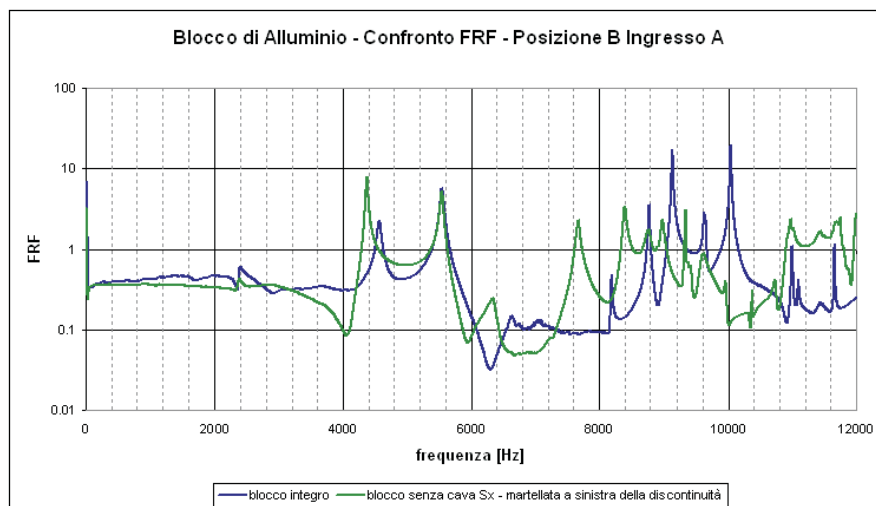
**Figura 5.8:** Confronto fra la FRF media del blocco di alluminio integro e quella del blocco senza cava, in cui la martellata è stata data a sinistra rispetto alla discontinuità.



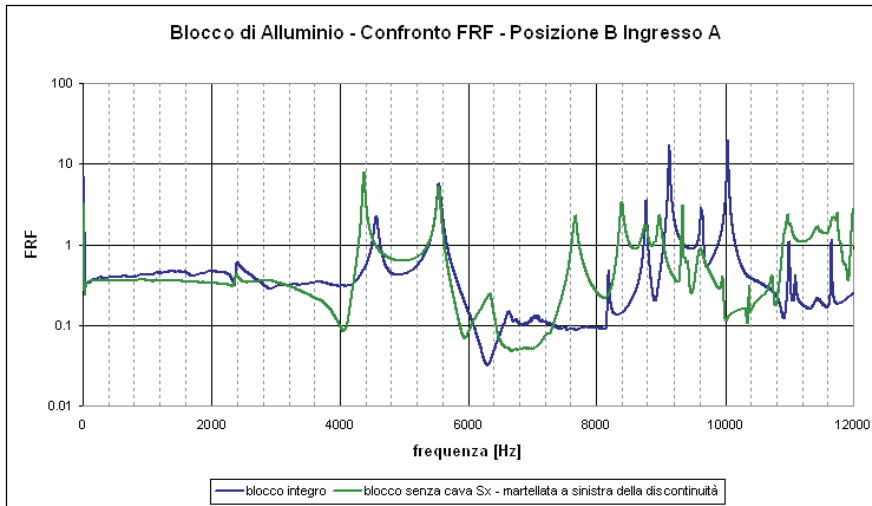
**Figura 5.9:** Confronto fra la FRF media del blocco di alluminio integro e quella del blocco con cava, in cui la martellata è stata data a destra rispetto alla discontinuità.



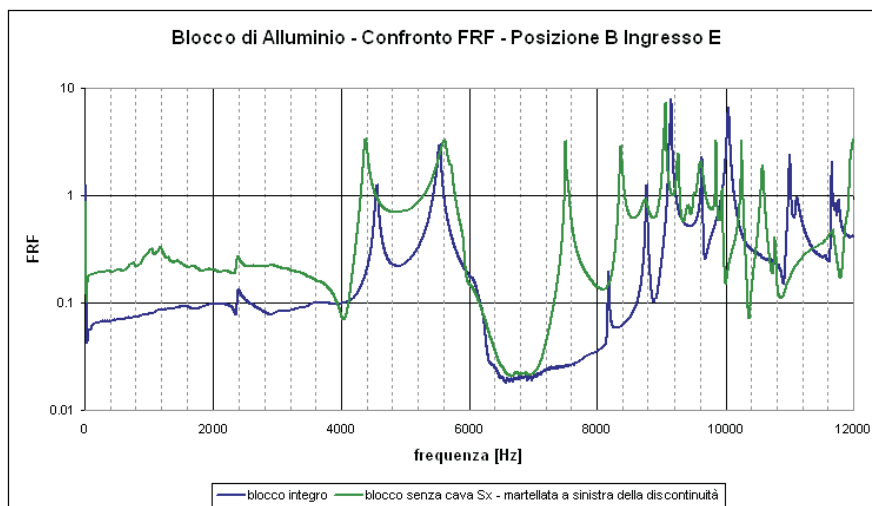
**Figura 5.10:** Confronto fra la FRF media del blocco di alluminio integro e quella del blocco senza cava, in cui la martellata è stata data a sinistra rispetto alla discontinuità.



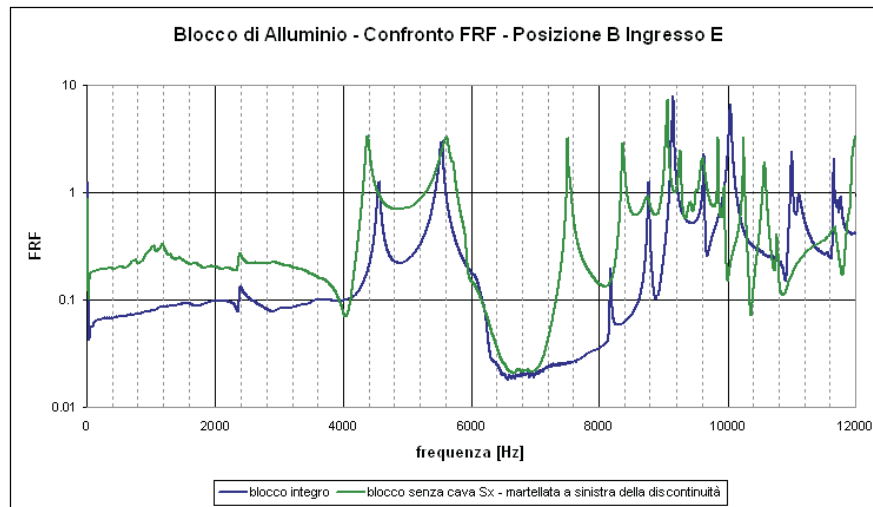
**Figura 5.11:** Confronto fra la FRF media del blocco di alluminio integro e quella del blocco senza cava, in cui la martellata è stata data a destra rispetto alla discontinuità.



**Figura 5.12:** Confronto fra la FRF media del blocco di alluminio integro e quella del blocco senza cava, in cui la martellata è stata data a sinistra rispetto alla discontinuità.



**Figura 5.13:** Confronto fra la FRF media del blocco di alluminio integro e quella del blocco senza cava, in cui la martellata è stata data a destra rispetto alla discontinuità.



**Figura 5.14:** Confronto fra la FRF media del blocco di alluminio integro e quella del blocco senza cava, in cui la martellata è stata data a sinistra rispetto alla discontinuità.

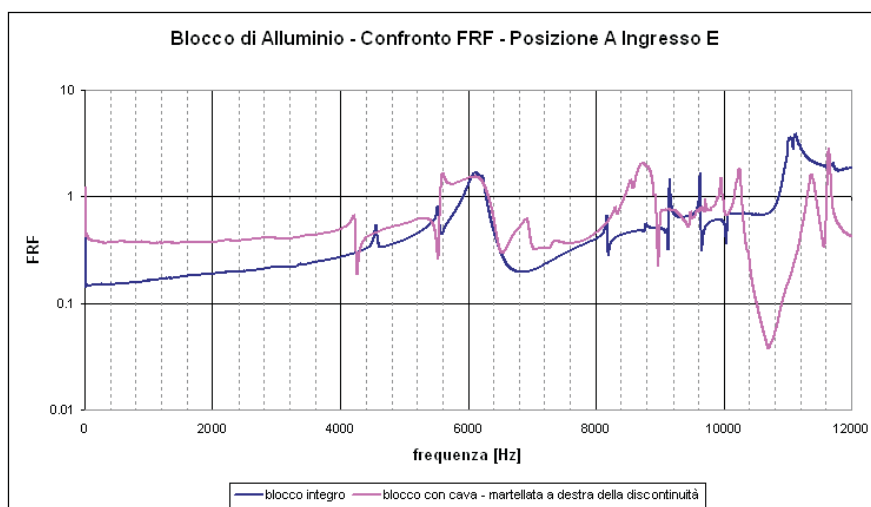
medesima FRF calcolata per il blocco integro, inoltre si osserva che sollecitare il blocco da un lato o dall'altro della discontinuità comporta FRF risultanti con picchi a frequenze completamente diverse, come si può notare confrontando il grafico in Figura 5.15 col grafico in Figura 5.16 o il grafico in Figura 5.17 con quello in Figura 5.18.

Se si confrontano fra loro il grafico in Figura 5.17 con quello in Figura 5.15 e il grafico in Figura 5.18 con quello in Figura 5.16, si può notare come il blocco con cava e quello senza cava, se l'impulso proviene dalla stessa direzione, abbiano picchi agli stessi valori di frequenza. In particolare, il blocco senza cava ha, oltre agli stessi picchi di quello con cava, un numero maggiore di frequenze proprie sopra gli 8000 Hz.

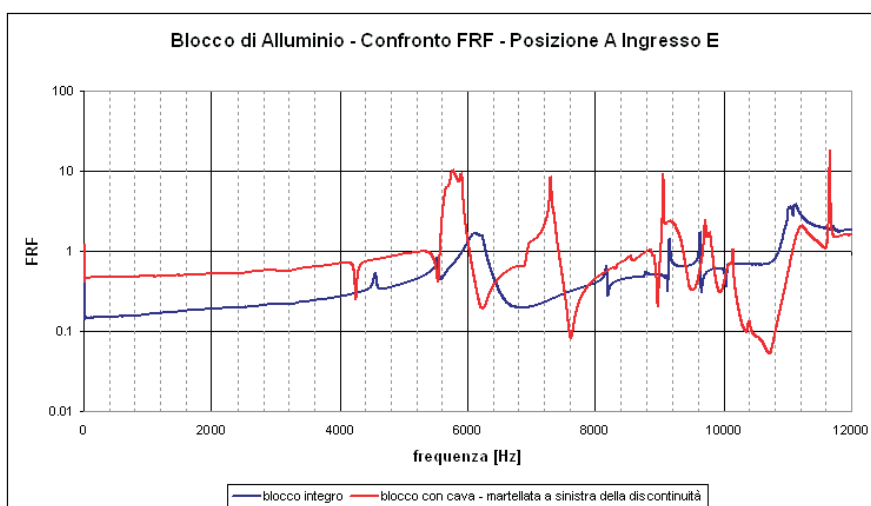
Un altro esempio che funge da verifica di quanto è stato appena detto deriva dal confronto fra i grafici delle figure dalla 5.19 alla 5.22, ottenuti utilizzando come ingresso la risposta all'impulso in posizione F e come ingressi quelle dei punti A ed E.

Ciò concorda con quanto visto finora, in particolare col fatto che la presenza della discontinuità contribuisca ad abbassare il valore delle frequenze proprie del sistema; in particolare è come se la presenza della discontinuità comporti un abbassamento della rigidità del sistema, secondo la relazione

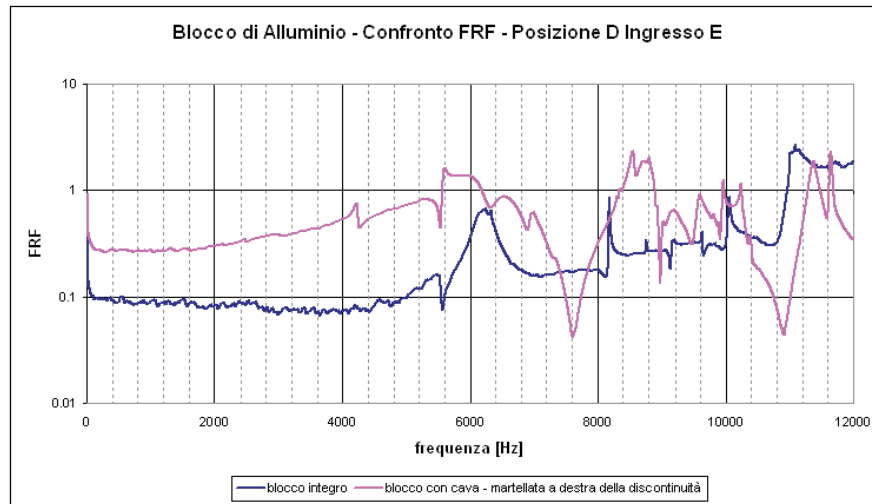




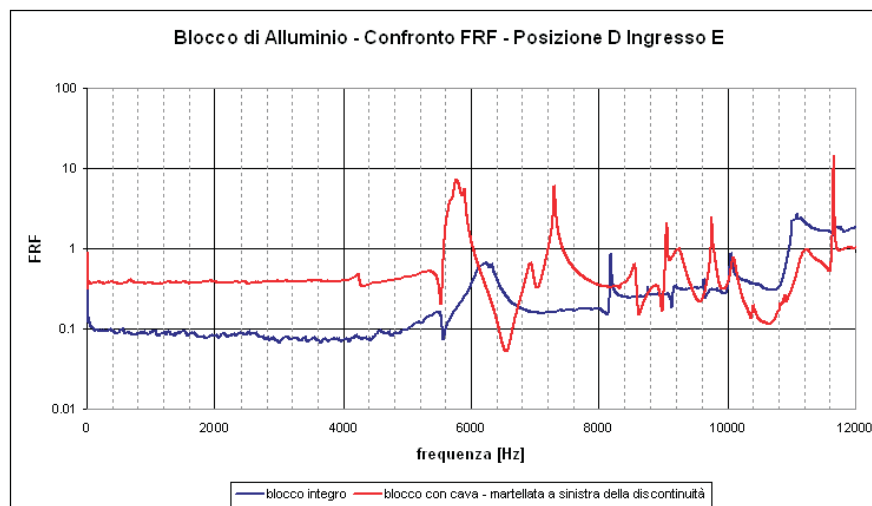
**Figura 5.15:** Confronto fra la FRF media del blocco di alluminio integro e quella del blocco con cava, in cui la martellata è stata data a destra rispetto alla discontinuità.



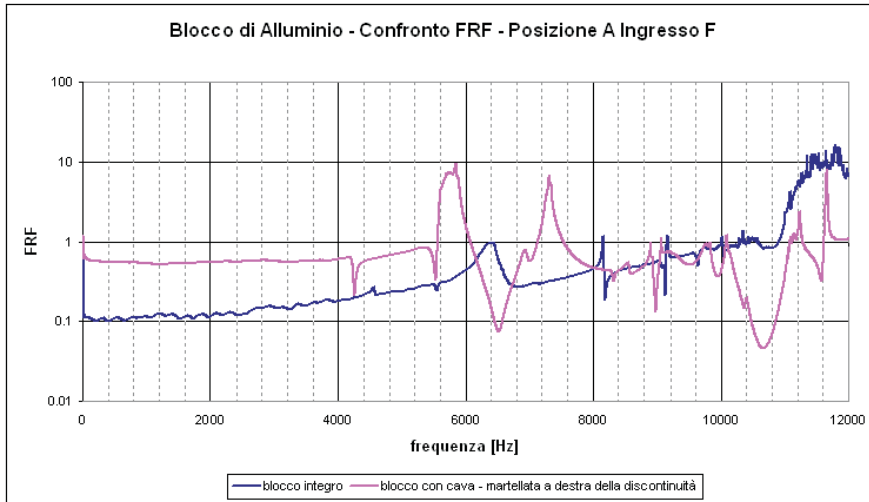
**Figura 5.16:** Confronto fra la FRF media del blocco di alluminio integro e quella del blocco con cava, in cui la martellata è stata data a sinistra rispetto alla discontinuità.



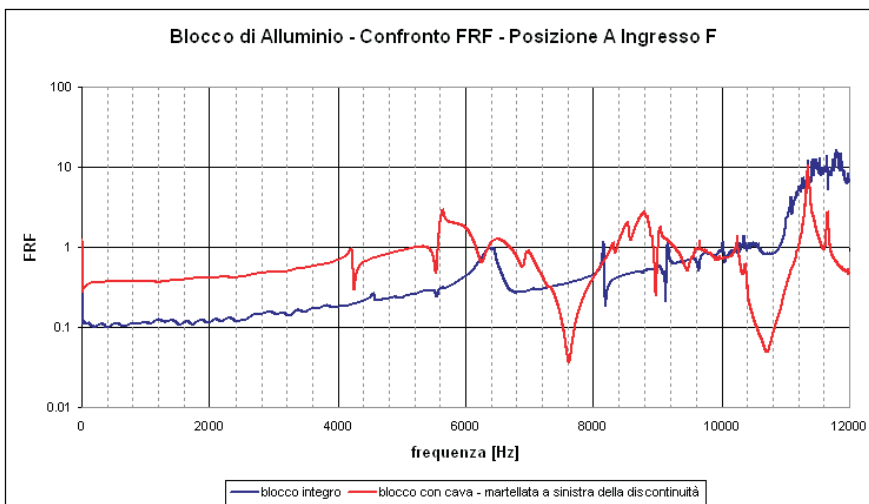
**Figura 5.17:** Confronto fra la FRF media del blocco di alluminio integro e quella del blocco con cava, in cui la martellata è stata data a destra rispetto alla discontinuità.



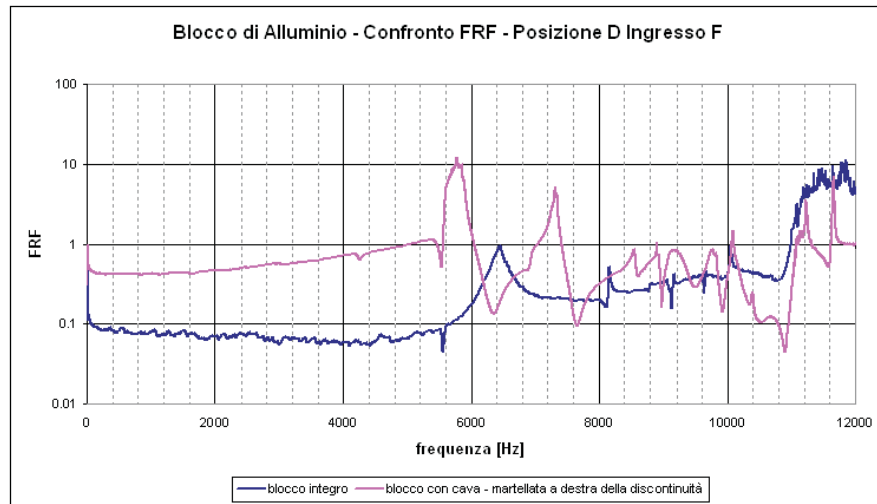
**Figura 5.18:** Confronto fra la FRF media del blocco di alluminio integro e quella del blocco con cava, in cui la martellata è stata data a sinistra rispetto alla discontinuità.



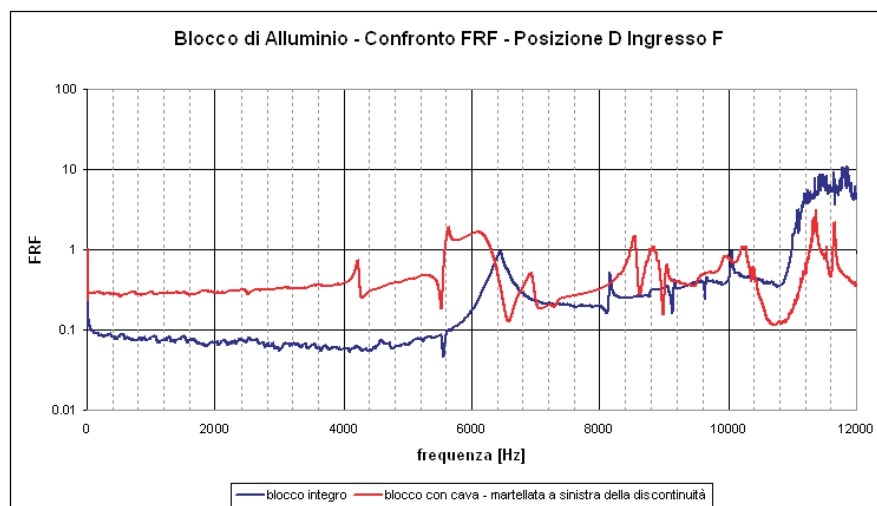
**Figura 5.19:** Confronto fra la FRF media del blocco di alluminio integro e quella del blocco con cava, in cui la martellata è stata data a destra rispetto alla discontinuità.



**Figura 5.20:** Confronto fra la FRF media del blocco di alluminio integro e quella del blocco con cava, in cui la martellata è stata data a sinistra rispetto alla discontinuità.



**Figura 5.21:** Confronto fra la FRF media del blocco di alluminio integro e quella del blocco con cava, in cui la martellata è stata data a destra rispetto alla discontinuità.



**Figura 5.22:** Confronto fra la FRF media del blocco di alluminio integro e quella del blocco con cava, in cui la martellata è stata data a sinistra rispetto alla discontinuità.

fondamentale:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}},$$

dove  $\omega$  è la frequenza propria di ciascun singolo grado di libertà,  $k$  è la rigidezza del sistema e  $m$  è la massa.

Non essendo cambiata la massa ed essendo diminuita la frequenza propria, si può dedurre che un sistema con una discontinuità abbia una rigidezza inferiore rispetto ad uno stesso sistema, ma integro.

## 5.2 Blocchi di marmo per prove in laboratorio

I blocchi di marmo utilizzati in laboratorio a disposizione sono quelli descritti nel Paragrafo 2.2, di dimensioni pari a  $(200 \times 150 \times 300)$  mm<sup>3</sup>. Uno di questi è integro ed è utilizzato come modello fisico, gli altri due, detti rispettivamente **blocco1** e **blocco2** presentano una discontinuità longitudinale, che suddivide il blocco secondo un piano parallelo alla faccia laterale.

La procedura che si è adottata per verificare la possibilità di riconoscere l'ubicazione della discontinuità è la medesima adottata per i blocchi di alluminio, cioè si sono calcolate e confrontate sistematicamente le FRF utilizzando come ingresso e come uscita le risposte all'impulso relative a due diversi punti di misura.

Innanzitutto si è verificato che le posizioni B e C fossero ancora insensibili alla discontinuità: tale caratteristica risulta soddisfatta anche per i blocchi di marmo 1 e 2, come mostrano i grafici nelle figure che vanno dalle 5.23 alla 5.30.

In tutti questi grafici si nota come l'andamento delle FRF del blocco1 e del blocco 2 si discosti poco dalla FRF del blocco integro, se non nel fatto che gli stessi picchi compaiono a valori di frequenza più bassi. L'unica zona in cui si nota una certa discrepanza, significativa secondo il grafico in Figura 5.24, è nell'intervallo di frequenze compreso fra 6000 Hz e 8400 Hz.

Dall'osservazione, dei grafici contenuti nelle Figure dalla 5.31 alla 5.34 emerge che la FRF calcolata in posizione A rispetto alla posizione D, che sul blocco è sua opposta, ripropone l'andamento che si era notato nel Paragrafo 4.1 ad esempio in Figura 4.5.

Se invece si osservano i grafici da Figura 5.35 a Figura 5.38, che rappresentano le FRF calcolate nel punto D utilizzando come ingresso la risposta all'impulso della posizione A, e confrontandoli, ad esempio, con la Figura 4.27 si può notare come l'andamento della FRF sia diverso non solo rispetto alla stessa FRF calcolata per il blocco integro, ma anche dalla risposta in frequenza del punto D stesso.

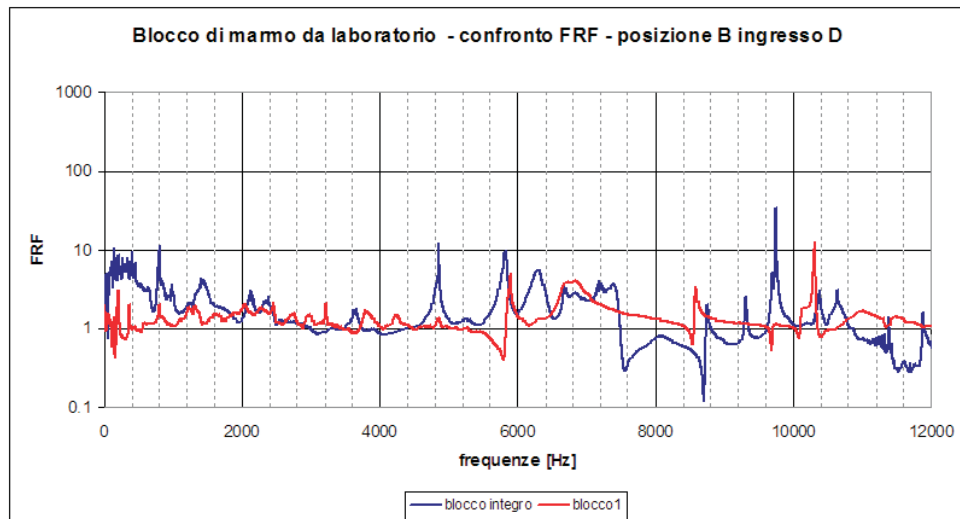


Figura 5.23: Confronto delle FRF tra blocco integro e blocco1.

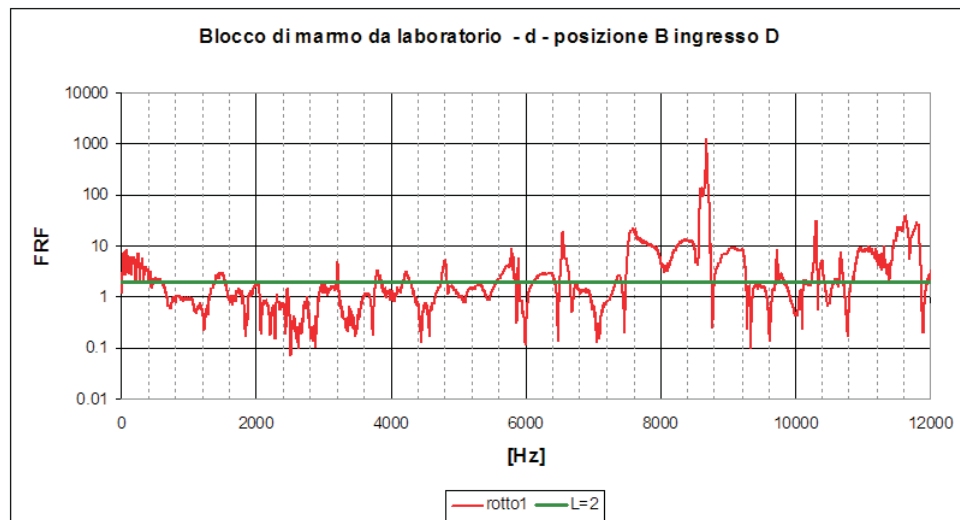


Figura 5.24: Grafico del rapporto  $d$ , dell'Equazione 4.2.

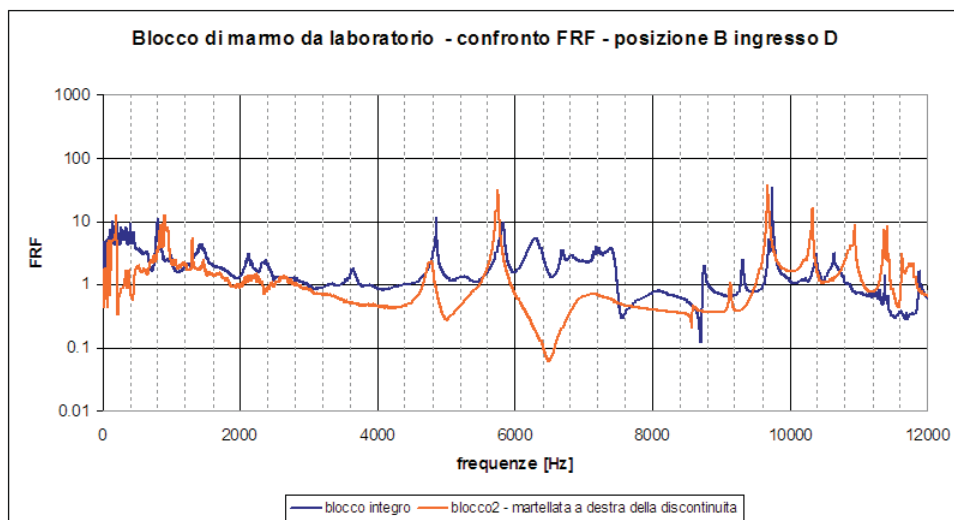


Figura 5.25: Confronto delle FRF tra blocco integro e blocco2 con martellata data sulla porzione di faccia a destra della discontinuità.

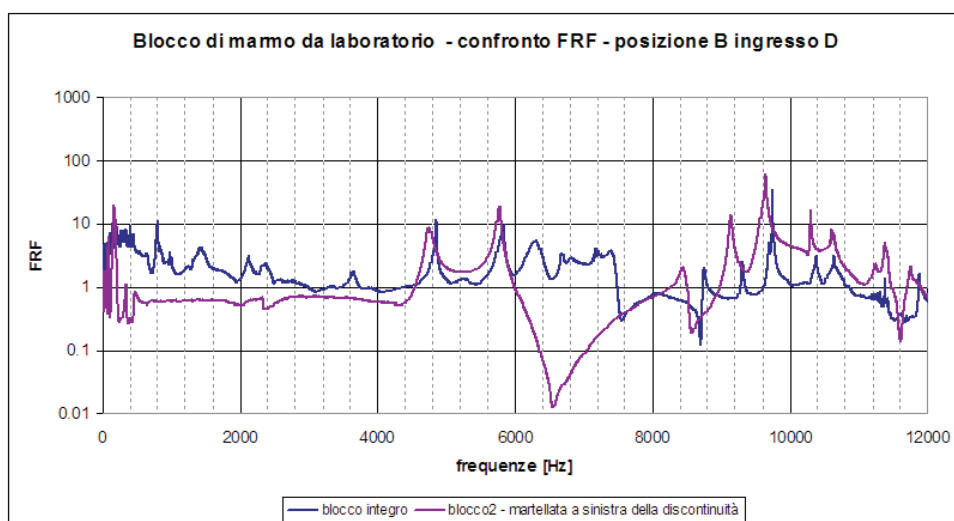


Figura 5.26: Confronto delle FRF tra blocco integro e blocco2 con martellata data sulla porzione di faccia a sinistra della discontinuità.

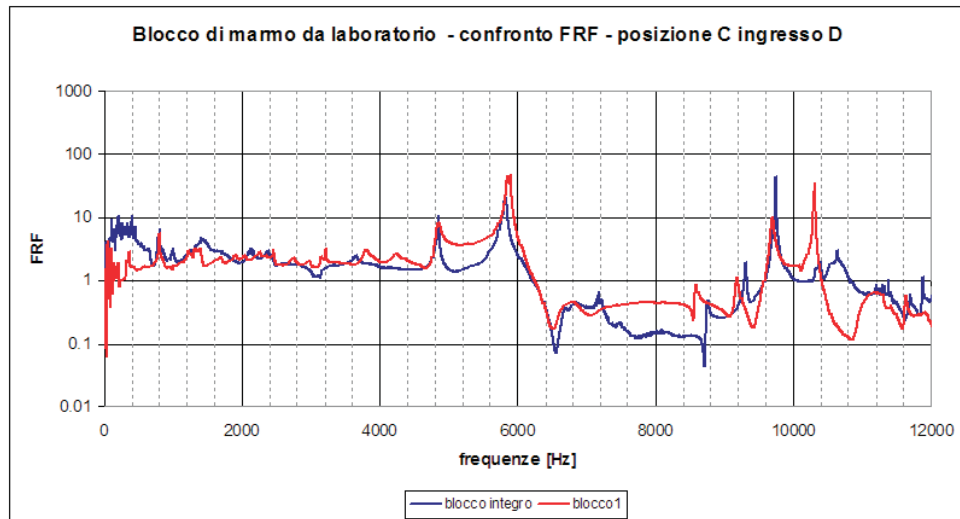


Figura 5.27: Confronto delle FRF tra blocco integro e blocco1.

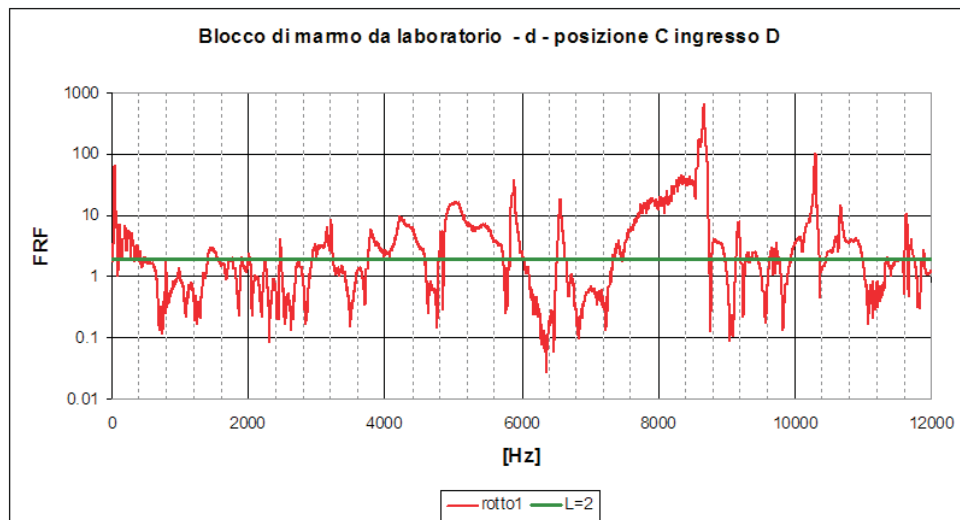


Figura 5.28: Grafico del rapporto  $d$ , dell'Equazione 4.2.



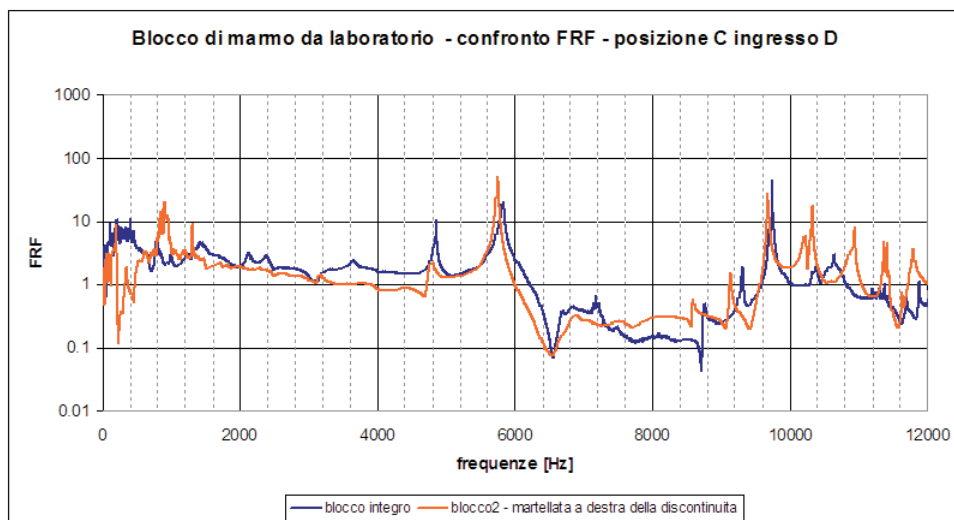


Figura 5.29: Confronto delle FRF tra blocco integro e blocco2 con martellata data sulla porzione di faccia a destra della discontinuità.

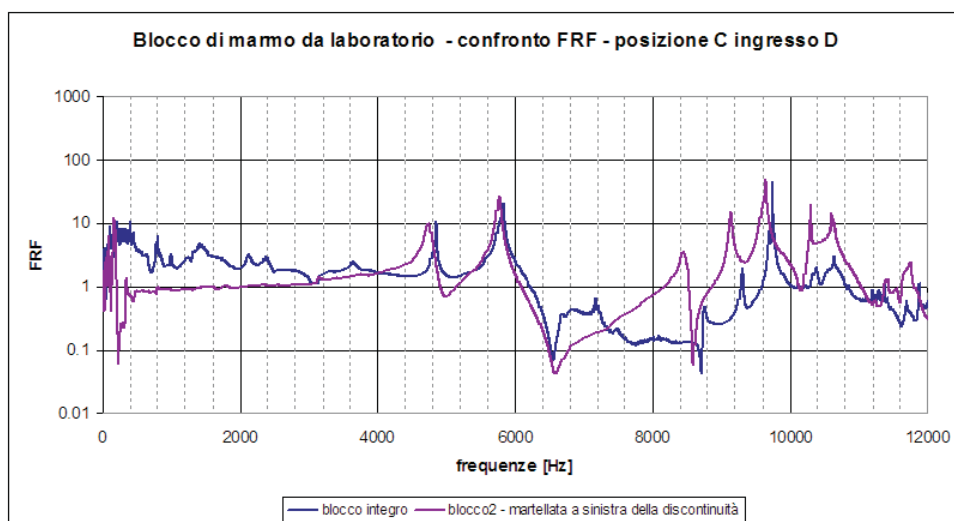


Figura 5.30: Confronto delle FRF tra blocco integro e blocco2 con martellata data sulla porzione di faccia a sinistra della discontinuità.

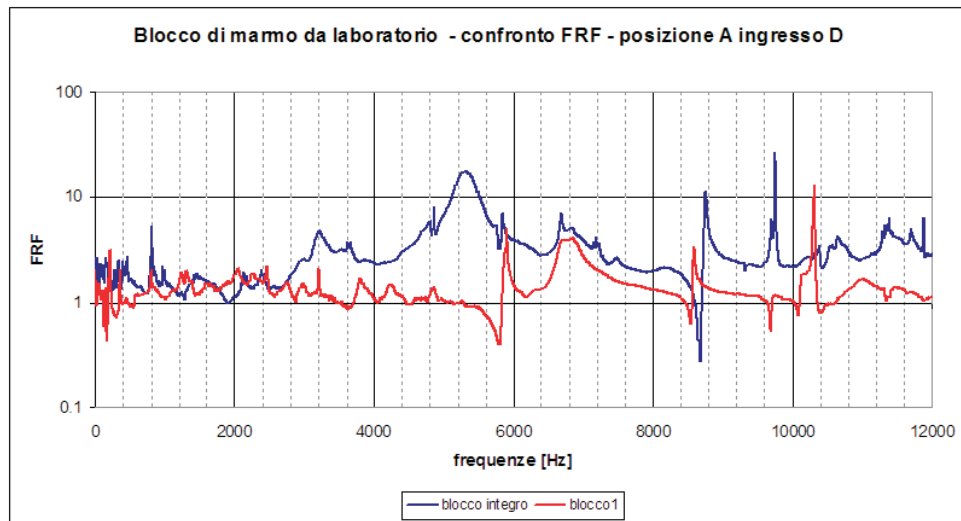


Figura 5.31: Confronto delle FRF tra blocco intero e blocco1.

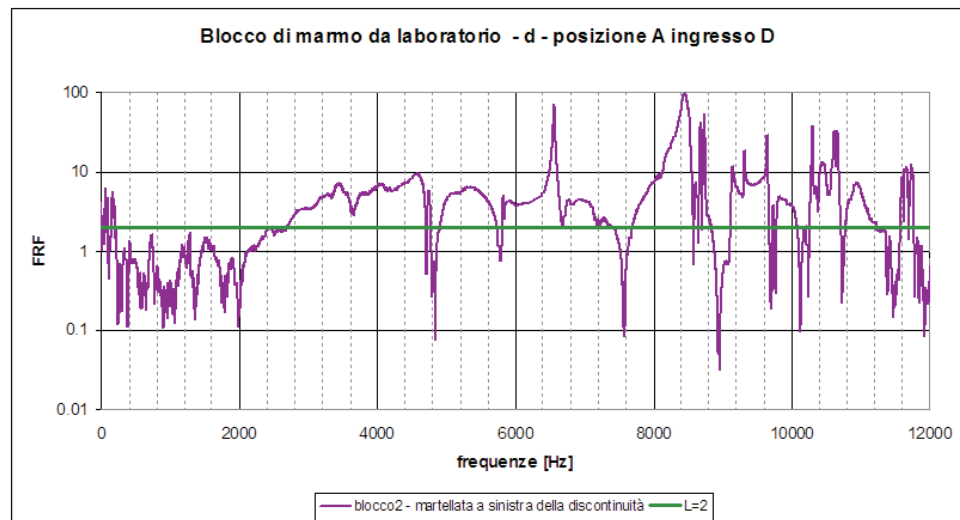


Figura 5.32: Grafico del rapporto  $d$ , dell'Equazione 4.2.

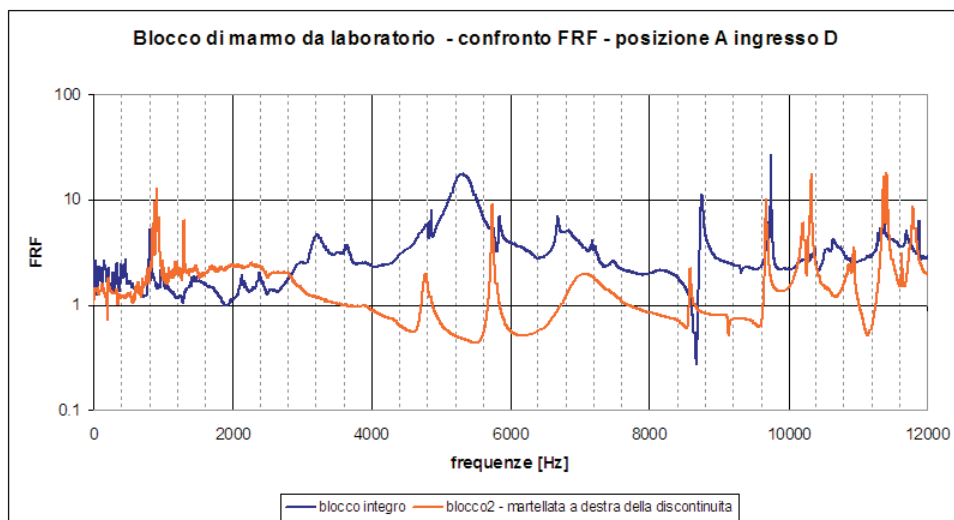


Figura 5.33: Confronto delle FRF tra blocco integro e blocco2 con martellata data sulla porzione di faccia a destra della discontinuità.

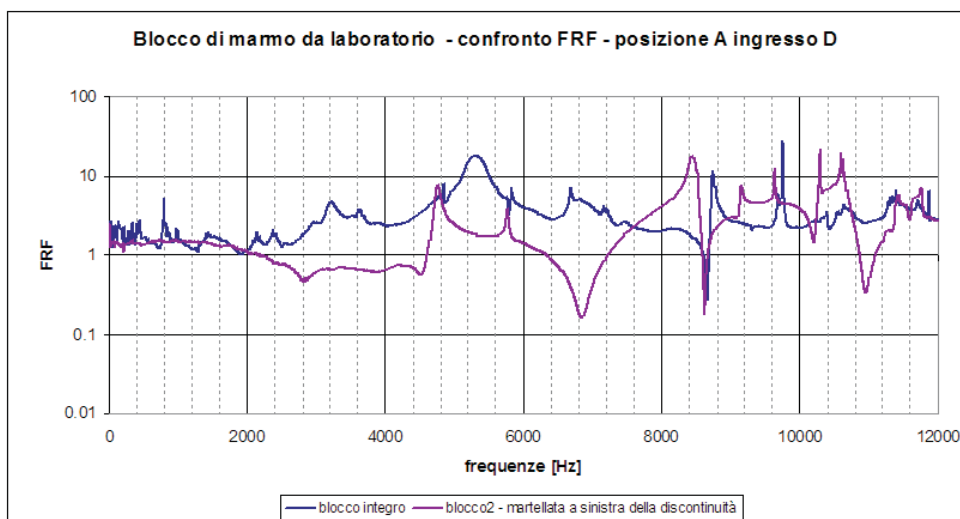
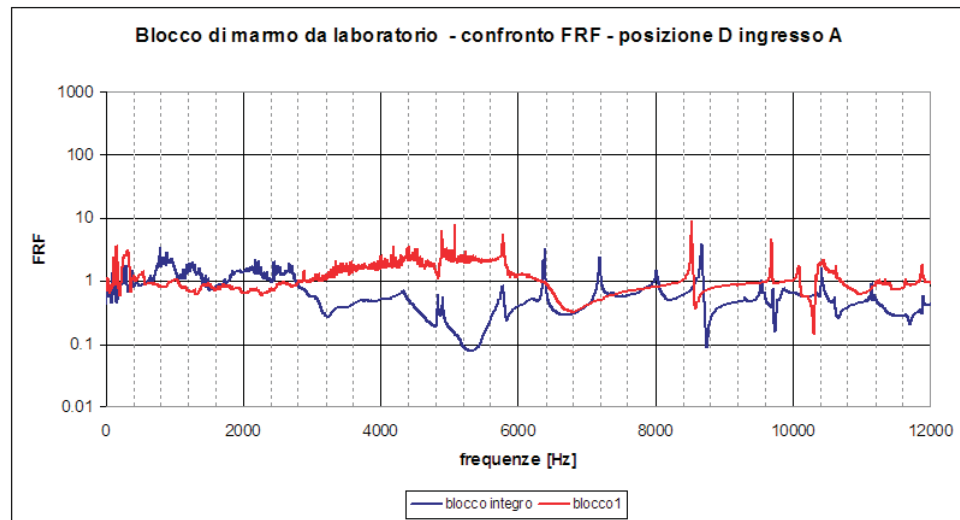


Figura 5.34: Confronto delle FRF tra blocco integro e blocco2 con martellata data sulla porzione di faccia a sinistra della discontinuità.



**Figura 5.35:** Confronto delle FRF tra blocco integro e blocco1.

Considerando che il punto A è sulla faccia opposta rispetto a D e che fra i due è interposta la discontinuità, questo potrebbe essere un parametro indicatore assieme al fatto che, se si compie la stessa operazione di calcolo delle FRF nella posizione D, relative però alla risposta all'impulso del punto E, che si trova dalla stessa parte della discontinuità rispetto a D, la FRF non discosta il suo andamento da quella dal blocco integro, come mostrano le figure dalla 5.39 alla 5.42, e i picchi di frequenza rispecchiano quelli della FRF, calcolata rispetto all'impulso del martello, per il blocco considerato.

Inoltre, confrontando i grafici di Figura 5.41 e di Figura 5.38 si può notare come la curva che più si discosta dal comportamento della FRF del blocco integro che utilizza come ingresso l'impulso del martello strumentato è la FRF calcolata per il blocco2, quando viene sollecitato dalla porzione di faccia a sinistra della discontinuità, ed anche questo potrebbe essere un indice utile alla determinazione della posizione nel blocco.

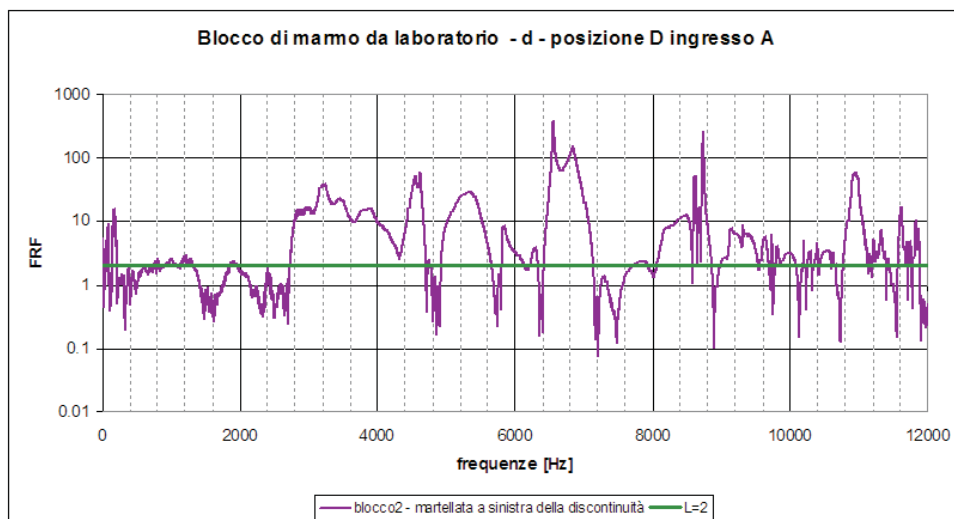


Figura 5.36: Grafico del rapporto  $d$ , dell'Equazione 4.2.

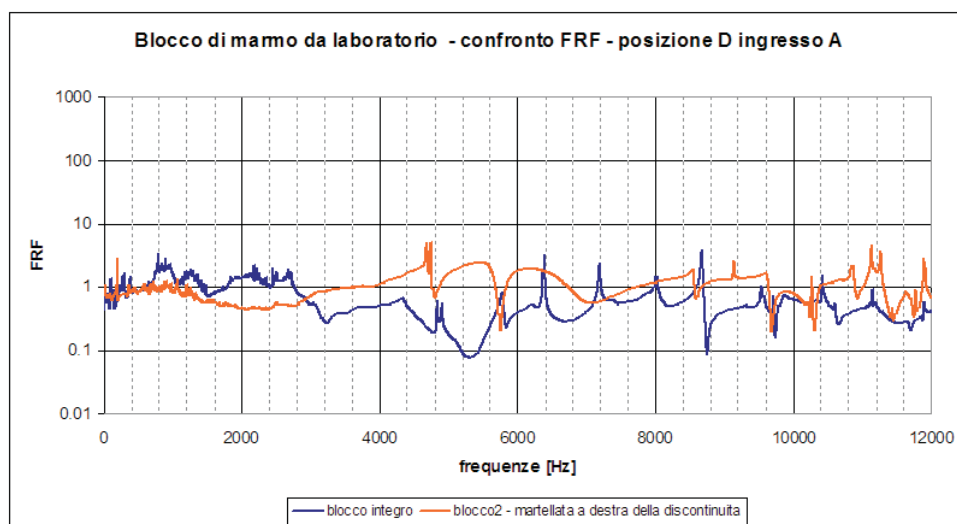


Figura 5.37: Confronto delle FRF tra blocco integro e blocco2 con martellata data sulla porzione di faccia a destra della discontinuità.

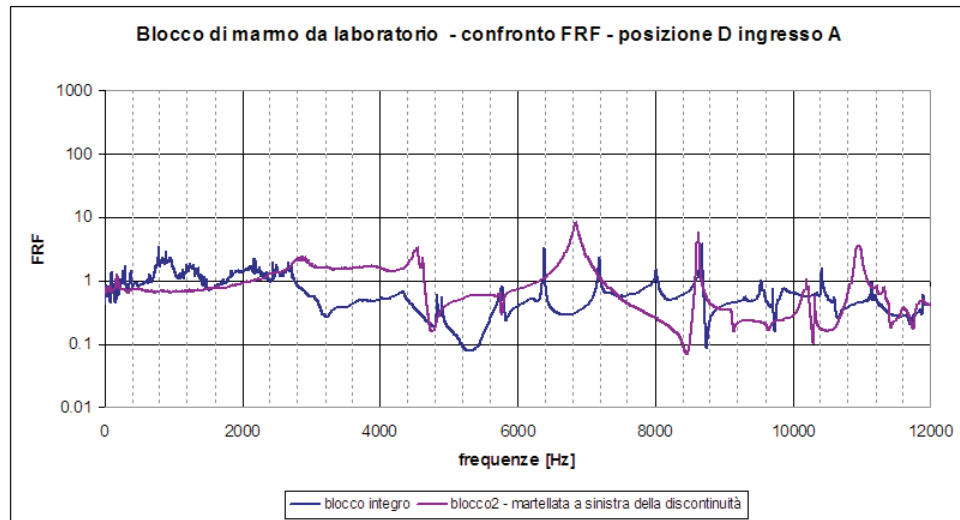


Figura 5.38: Confronto delle FRF tra blocco integro e blocco2 con martellata data sulla porzione di faccia a sinistra della discontinuità.

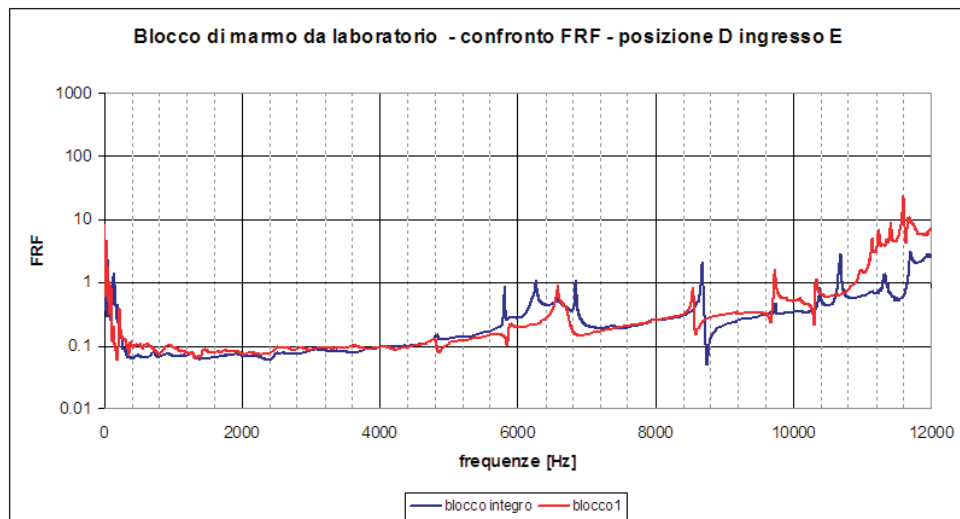


Figura 5.39: Confronto delle FRF tra blocco integro e blocco1.

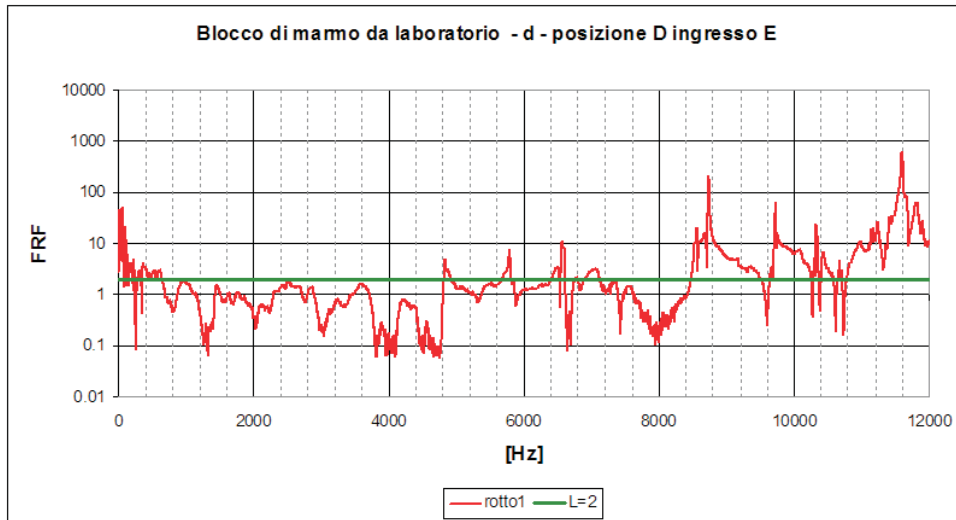


Figura 5.40: Grafico del rapporto  $d$ , dell'Equazione 4.2.

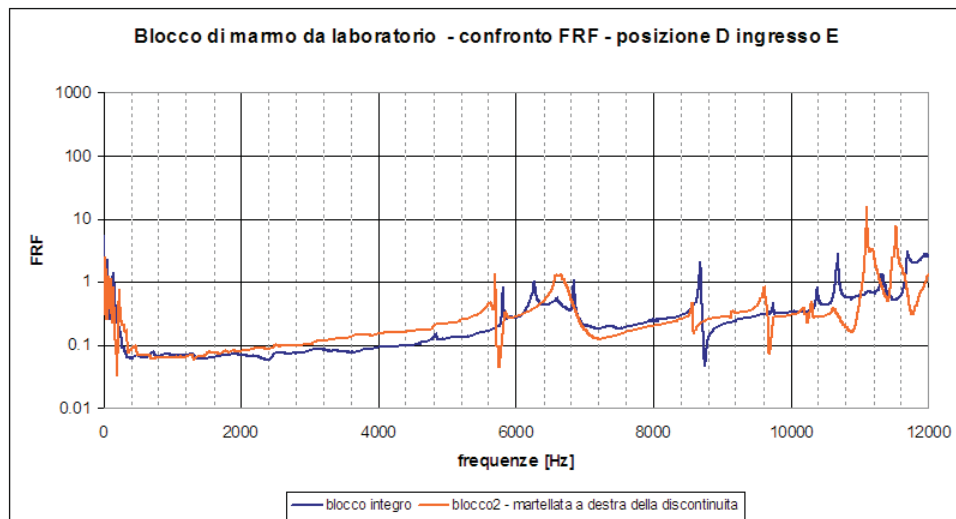
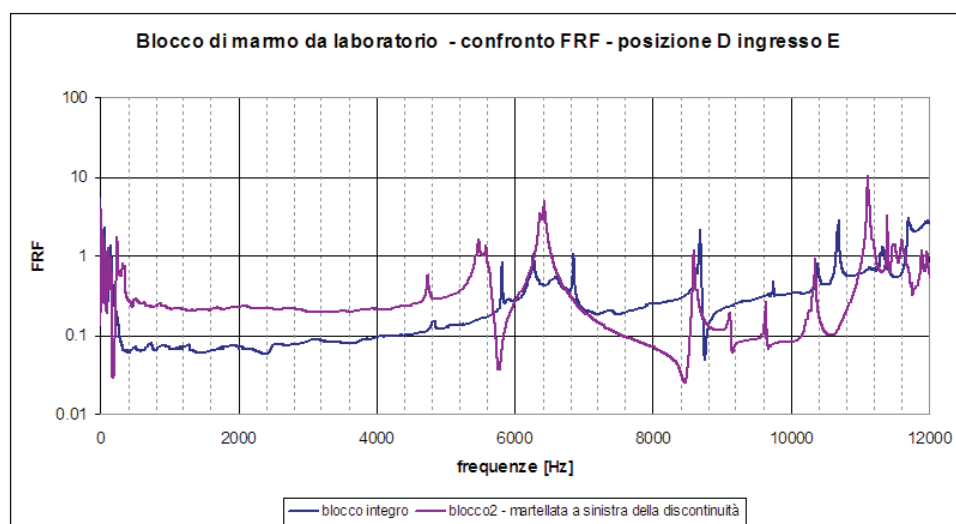


Figura 5.41: Confronto delle FRF tra blocco integro e blocco2 con martellata data sulla porzione di faccia a destra della discontinuità.



**Figura 5.42:** Confronto delle FRF tra blocco integro e blocco2 con martellata data sulla porzione di faccia a sinistra della discontinuità.



posizione di misura della risposta	posizione di misura dell'ingresso
2	1
2	4
2	7
2	8
3	1
3	4
3	7
3	8

**Tabella 5.1:** Le FRF vengono calcolate utilizzando in ingresso le risposte all'impulso in termini di frequenza di alcuni punti di misura determinati. In particolare: la posizione1 e la posizione4 che sono sulla stessa faccia, la posizione8 che si trova sulla faccia laterale, come da Figura 5.43.

### 5.3 Caso del blocco 149-5C da marmette

Per stabilire se, una volta determinata la presenza di una discontinuità, sia possibile individuarne la posizione, si è pensato, come già detto di ricorrere al confronto fra FRF calcolate nello stesso punto ma rispetto ad ingressi diversi.

Si è quindi considerato il blocco 149-5C da marmette e si sono calcolate le FRF riportate in Tabella 5.1, dove il numero della posizione fa riferimento ai punti di misura, secondo lo schema di Figura 5.43.

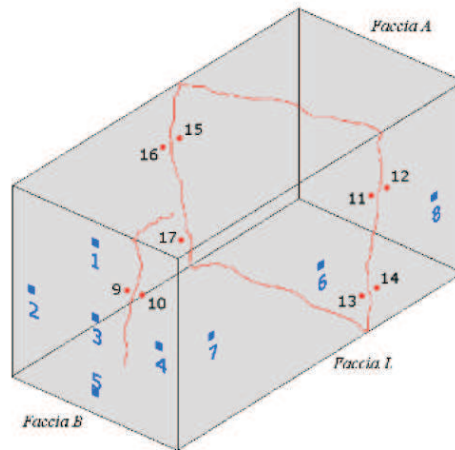
Qui le osservazioni fatte per i blocchi di alluminio e di marmo da laboratorio non sono applicabili, perchè la discontinuità è disposta diversamente; infatti divide il blocco in due parti con un piano circa parallelo alla faccia dalla quale il blocco viene eccitato.

Si è scelto di valutare la FRF in posizione2 e in posizione3, entrambe collocate sulla faccia opposta rispetto a quella da cui viene assestata la martellata, utilizzando come ingressi le risposte in frequenza all'impulso nei punti di misura 1, 4, 7 e 8. Le prime due posizioni sono sulla stessa faccia su cui si trovano anche la posizione2 e la posizione3, mentre i punti 7 e 8 sono posizionati sulla faccia laterale; in particolare il punto 8 si trova nella parte di blocco oltre la discontinuità rispetto alle altre posizioni di misura.

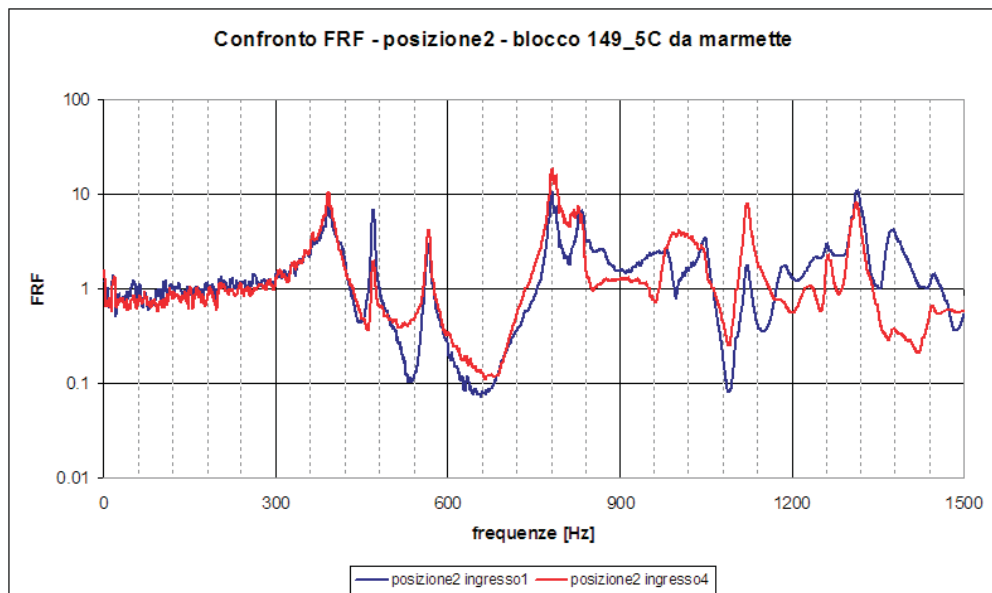
I risultati ottenuti sono mostrati nei grafici dalla Figura 5.44 alla Figura 5.53.

Se si osservano i grafici contenuti nelle figure 5.44 e 5.49 si può notare come le FRF calcolate nei punti 2 e 3 rispetto ai punti 1 e 4 abbiano lo stesso comportamento, cioè picchi di ampiezza molto simile, alle stesse frequenze.

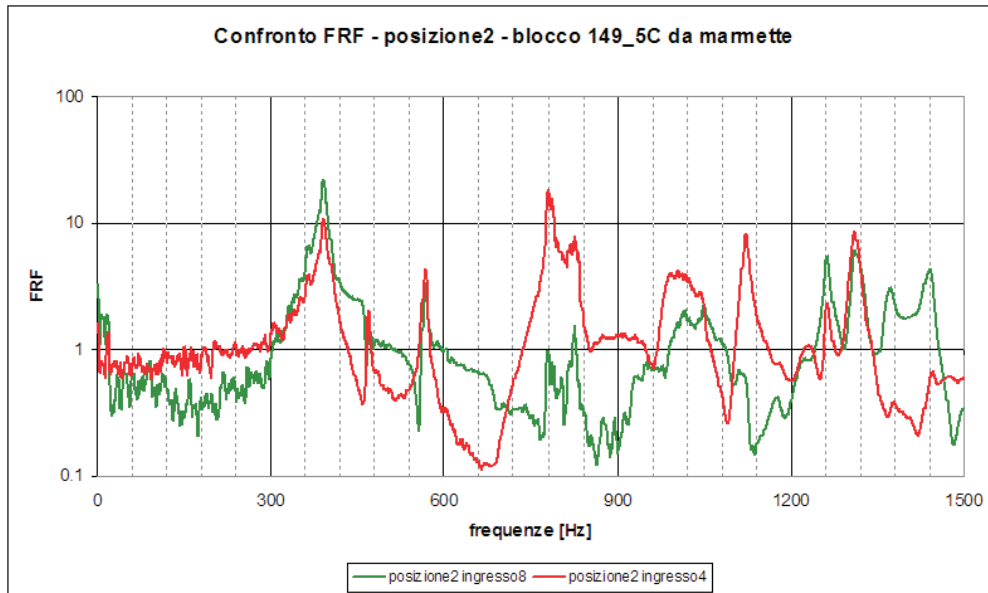
Le figure 5.48, 5.45, 5.53 e 5.50 mostrano che le FRF calcolate rispetto



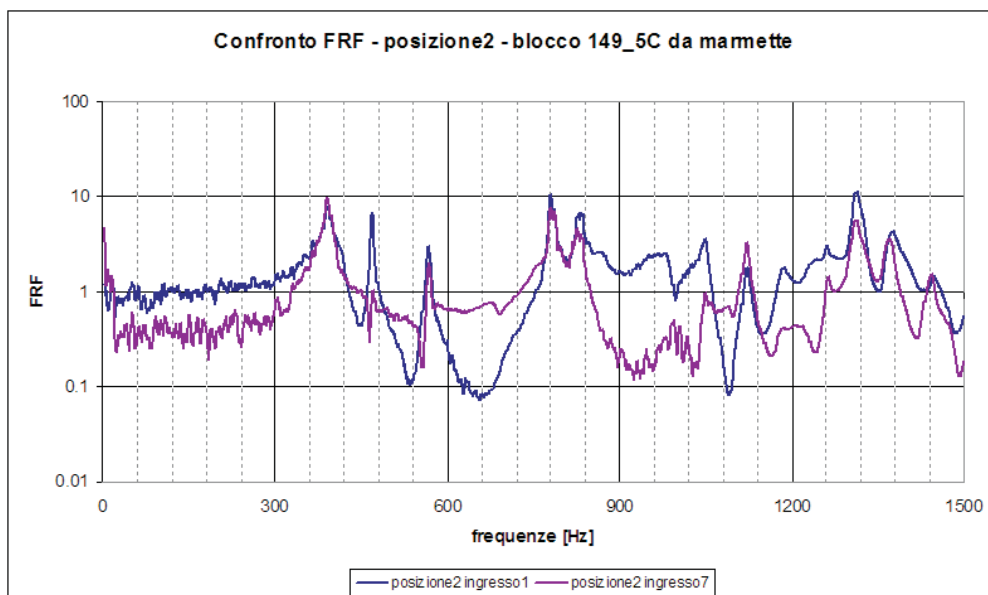
**Figura 5.43:** La figura mostra lo schema dei punti in cui si sono acquisite le misure durante la sessione di prove sperimentali sul blocco 149-5C da marmette.



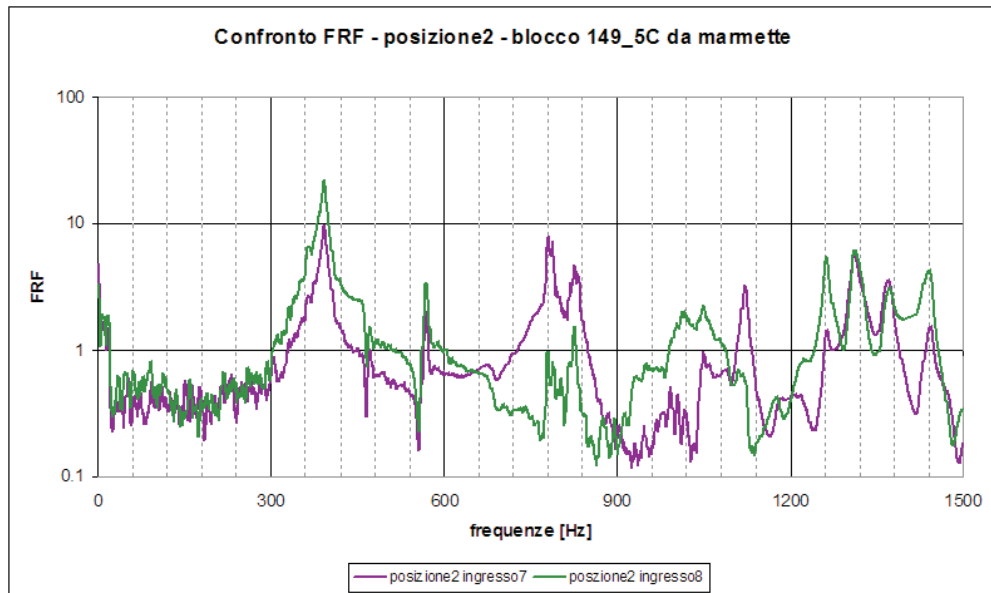
**Figura 5.44:** Confronto fra le FRF calcolate in posizione2 utilizzando come ingresso la risposta all'impulso in posizione1 ed in posizione4.



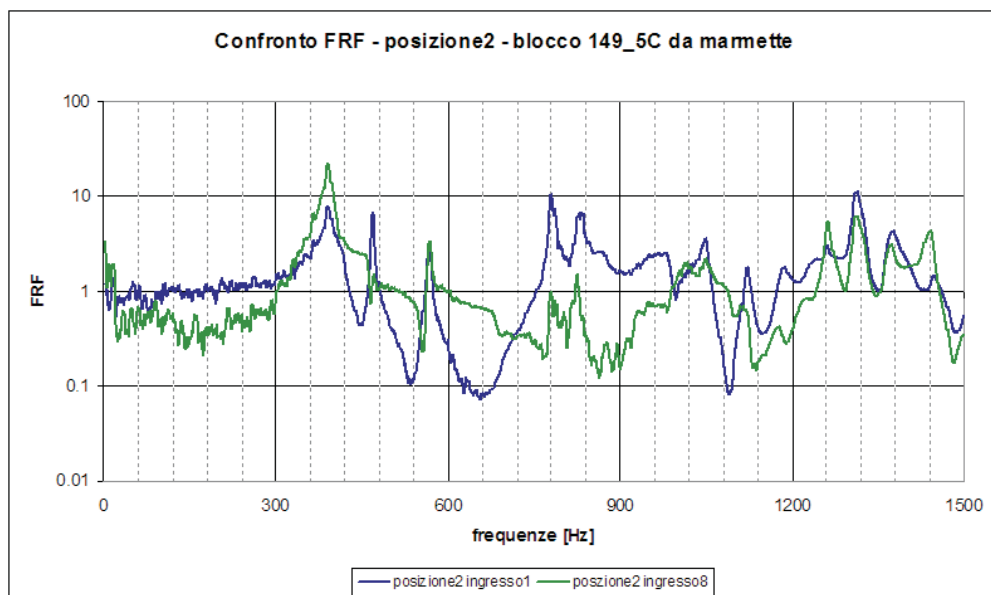
**Figura 5.45:** Confronto fra le FRF calcolate in posizione2 utilizzando come ingresso la risposta all'impulso in posizione8 ed in posizione4.



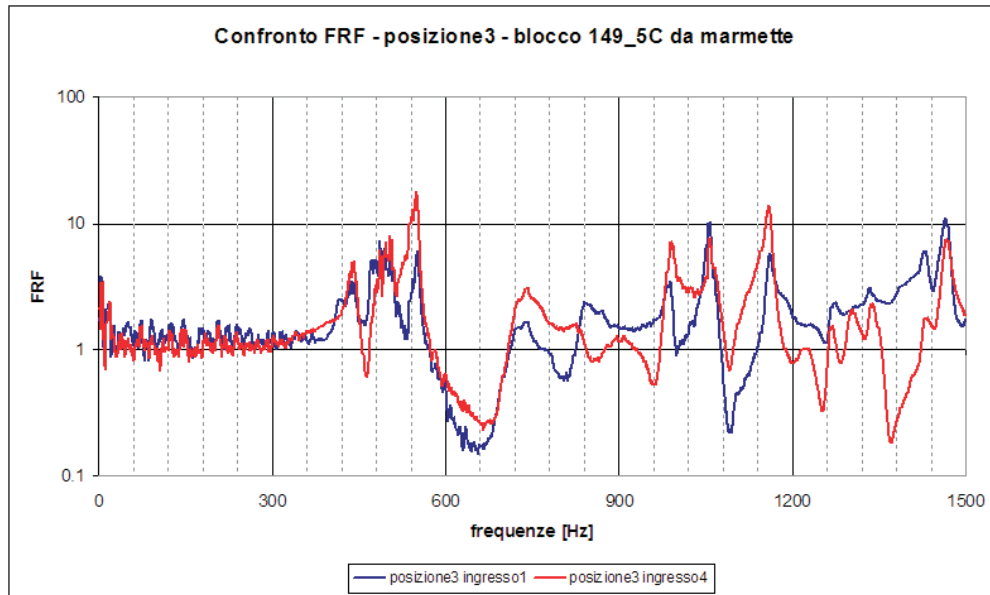
**Figura 5.46:** Confronto fra le FRF calcolate in posizione2 utilizzando come ingresso la risposta all'impulso in posizione1 ed in posizione7.



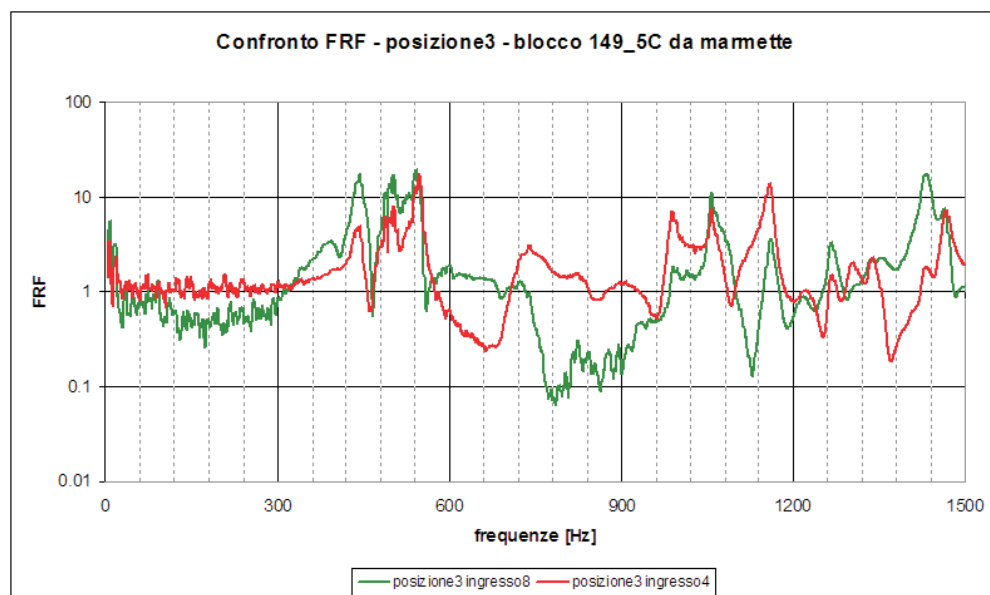
**Figura 5.47:** Confronto fra le FRF calcolate in posizione2 utilizzando come ingresso la risposta all'impulso in posizione7 ed in posizione8.



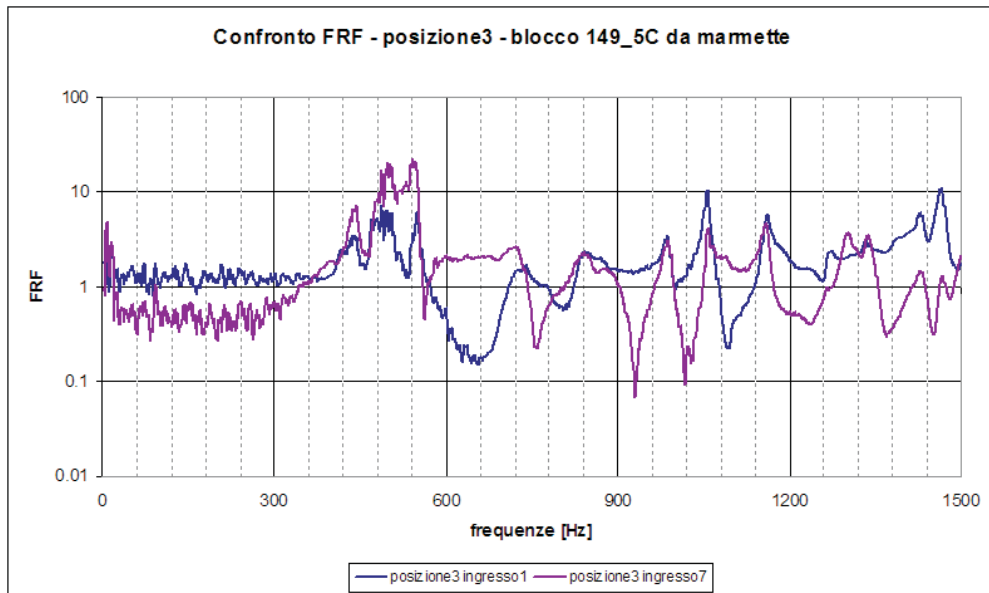
**Figura 5.48:** Confronto fra le FRF calcolate in posizione2 utilizzando come ingresso la risposta all'impulso in posizione1 ed in posizione8.



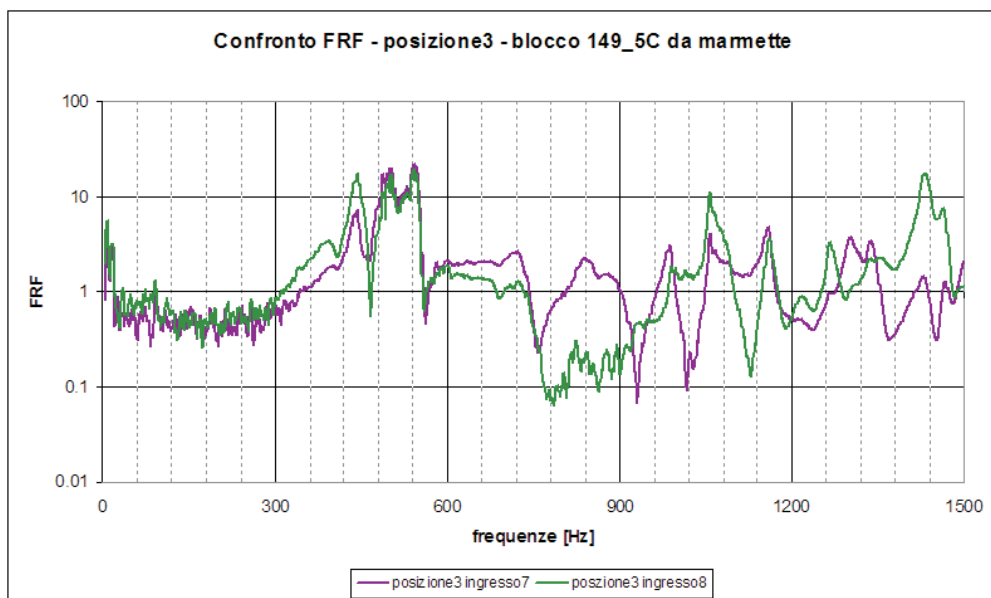
**Figura 5.49:** Confronto fra le FRF calcolate in posizione3 utilizzando come ingresso la risposta all'impulso in posizione1 ed in posizione4.



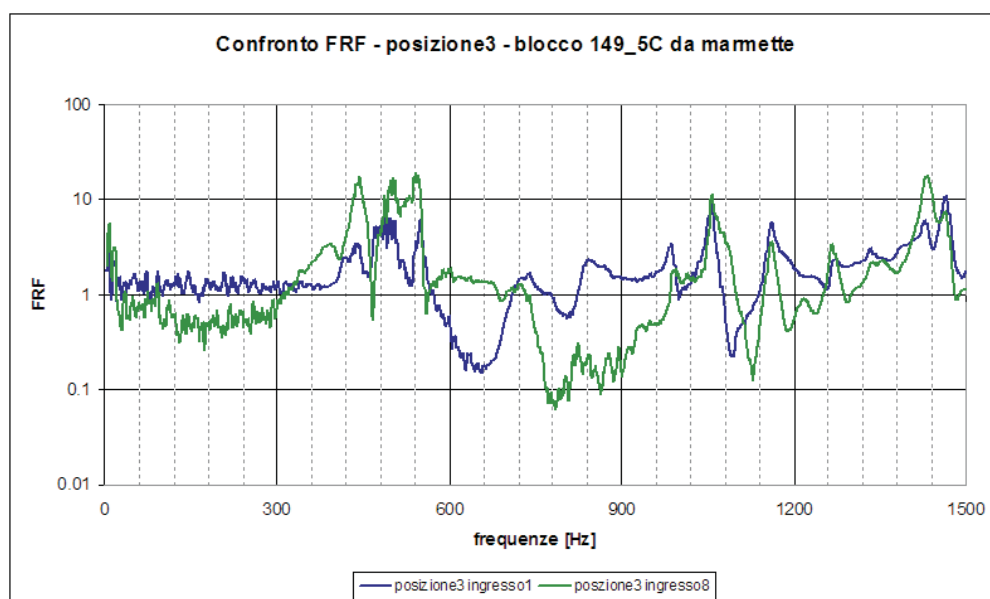
**Figura 5.50:** Confronto fra le FRF calcolate in posizione3 utilizzando come ingresso la risposta all'impulso in posizione8 ed in posizione4.



**Figura 5.51:** Confronto fra le FRF calcolate in posizione3 utilizzando come ingresso la risposta all'impulso in posizione1 ed in posizione7.



**Figura 5.52:** Confronto fra le FRF calcolate in posizione3 utilizzando come ingresso la risposta all'impulso in posizione7 ed in posizione8.



**Figura 5.53:** Confronto fra le FRF calcolate in posizione3 utilizzando come ingresso la risposta all'impulso in posizione1 ed in posizione8.

al punto 8 si comportano in modo diverso rispetto ai precedenti. Questa differenza di comportamento, rilevata soprattutto dallo smorzamento di alcuni picchi, come quelli alle frequenze di 780 Hz e 830 Hz nella posizione2, potrebbe essere imputata alla posizione del punto 8 rispetto alla frattura oppure al fatto che la posizione 8 si trova sulla faccia laterale, mentre la 1, la 2 e la 4 si trovano tutte sulla stessa faccia frontale.

Per comprendere quale delle due ipotesi fosse corretta si sono calcolate le FRF nei punti 2 e 3 rispetto alla risposta in frequenza nel punto 7, anch'esso sulla faccia laterale ma dalla stessa parte della frattura rispetto a 1, 2, 3 e 4.

I grafici di confronto sono mostrati nelle figure 5.46, 5.47, 5.51 e 5.52. In particolare, nel grafico di Figura 5.47 sembra di notare differenze significative nel campo di frequenze compreso fra 600 Hz e 1200 Hz fra le FRF che utilizzano come ingresso la risposta nei punti 7 e 8; tali differenze si presentano anche se si osserva la Figura 5.52, ma appaiono meno evidenti.

I grafici nelle figure 5.46 e 5.51 mostrano invece che le FRF calcolate utilizzando come ingresso le risposte dei punti 1 e 7 presentano quasi tutti i picchi alla stessa frequenza e della stessa intensità, sebbene le zone fra un picco e l'altro non abbiano sempre lo stesso andamento.

Non si può ancora, quindi, affermare con certezza che le differenze riscontrate nelle FRF calcolate rispetto al punto 8 siano causate dalla presenza della discontinuità presente fra il punto 8 stesso e le altre posizioni.





# Capitolo 6

## Conclusioni

L'obiettivo principale di questa ricerca è stato quello di valutare la possibilità di utilizzare le vibrazioni meccaniche come strumento utile per effettuare test non distruttivi su solidi continui, al fine di individuare cricche e discontinuità, adottando una strumentazione adatta ad ambienti debolmente controllati come cave e cantieri, partendo dal principio intuitivamente semplice che un qualsiasi oggetto ha delle frequenze proprie alle quali vibra se sollecitato e che tali frequenze cambiano se, nello stesso oggetto, intervengono delle discontinuità. La finalità è quella di indagare la possibilità di rendere oggettivo e standardizzato questo metodo intuitivo, per supportare il capo cantiere nella sua decisione circa il percorso della filiera più adatto a ciascun blocco. Tale scelta è critica perché se sbagliata può comportare la perdita dell'intero blocco oltre che, nel caso peggiore, della sega del telaio di taglio.

Si è deciso di procedere per confronti e gli oggetti su cui si è lavorato sono stati:

- tre provini di marmo delle dimensioni di  $(200 \times 150 \times 300)$  mm<sup>3</sup>, di cui uno integro e due con una discontinuità evidente, diretta longitudinalmente nel blocco;
- tre provini di alluminio delle dimensioni di  $(200 \times 150 \times 300)$  mm<sup>3</sup>, di cui uno integro, un secondo ottenuto da due semiblocchi interi, ciascuno delle dimensioni di  $(100 \times 150 \times 300)$  mm<sup>3</sup>, incollati per mezzo di colla cianoacrilica e un terzo ottenuto da due semiblocchi interi, su uno dei quali è stata ricavata una cava circolare della profondità di 0.3 mm e del diametro di 50 mm. I due semiblocchi sono stati incollati per mezzo di colla cianoacrilica, con la cava posta lungo la superficie di contatto;
- undici blocchi in cantiere.

Si sono svolte diverse campagne di prove sperimentali per raccogliere una

statistica sufficiente per la definizione di un modello fisico, intendendo con esso una funzione di risposta in frequenza tipica di un blocco integro che potesse essere utilizzata come parametro di confronto. Infatti tutte le analisi sono state fin qui svolte nel dominio della frequenza.

Si è implementato il modello virtuale in un software FEM e lo si è validato cercando una corrispondenza fra valori delle frequenze proprie ottenute sperimentalmente e con la simulazione FEM. Benché esista una certa corrispondenza, l'incertezza con cui essa è stimata è tale da far preferire il modello fisico.

Durante le prove sperimentali si sono acquisiti dei punti di misura ben definiti e fissati. Per poter stabilire se il metodo basato su misura accelerometriche fosse in grado di determinare la presenza di una discontinuità all'interno del blocco, si sono calcolate e confrontate le FRF relative a ciascun punto di misura. Utilizzando tale metodo si è riusciti a stabilire se il provino presentasse delle discontinuità, adottando come indicatori due fattori: il primo è che dalle prove sperimentali, oltre che dalle previsioni teoriche, emerge che la presenza di una discontinuità mantiene l'andamento generale delle FRF simile a quello del blocco integro, ma traslando i picchi a frequenze più basse; il secondo è che se è presente una discontinuità alcuni picchi caratteristici del modello fisico scompaiono e vengono sostituiti da altri, tipici del blocco con discontinuità in quanto presenti in quasi tutte le FRF di tali blocchi. Se dunque si suppone che il modello fisico sia corretto si è in grado di stabilire se il blocco presenti delle discontinuità che ne possano pregiudicare le fasi successive di lavorazione.

Per la determinazione dell'ubicazione della discontinuità si è scelto di confrontare ancora delle FRF calcolate in uno dei punti di misura utilizzando come segnale in ingresso la risposta all'impulso rilevata in un altro punto di misura. In particolare si è visto che, presi i punti di misura posti sulla superficie superiore, ortogonale sia alla discontinuità sia alla direzione principale dell'impulso, la FRF calcolata utilizzando come uscita la risposta all'impulso dei punti stessi e come ingresso una qualsiasi delle risposte delle altre posizioni di misura, non dipende dal segnale scelto come ingresso, ma si comporta sempre assumendo l'andamento della FRF tipica del blocco con discontinuità. Questo comportamento si è riscontrato in tutti i blocchi da laboratorio, di marmo o di alluminio.

Per i blocchi da laboratorio si è anche rilevato che nei punti delle facce laterali o sulla faccia posteriore, cioè quella opposta rispetto alla faccia da cui viene sollecitato il blocco, tutte le FRF sono diverse in modo significativo dalla medesima FRF calcolata per il blocco integro, inoltre si osserva che sollecitare il blocco da un lato o dall'altro della discontinuità comporta FRF risultanti con picchi a frequenze completamente diverse.

Alla luce dei risultati ottenuti il prossimo sviluppo sarà quello di integrarli elaborando i dati anche nel dominio del tempo, sfruttando il transitorio successivo al colpo col martello e andando a determinare dei parametri sintetici, soprattutto lo smorzamento, che caratterizzano l'oggetto colpito. Questo tipo di analisi è stata implementata solo su dati sperimentali acquisiti sollecitando con un impulso, una martellata, un sistema a tre gradi di libertà costituito da un'asta incastrata su cui sono fissate tre masse.

Rimane inoltre come sviluppo futuro il compito di rendere davvero fruibile il metodo di scelta oltre che perfezionare la capacità di definire l'ubicazione e l'orientazione della discontinuità. Una volta realizzato il sistema per la filiera produttiva del marmo esso potrebbe essere utilizzato per la diagnosi di un qualsiasi altro oggetto o componente meccanico.



# Bibliografia

- [1] Ewins D. J., Modal Testing: Theory and Practice, Research Studies Press Ltd, 2000
- [2] Heylen W., Lammens S. and Sas P., Modal Analysis Theory and Testing, Katholieke Universiteit Leuven, 2007
- [3] Doebelin E.O., Strumenti e metodi di misura, McGraw-Hill, 2004
- [4] Oppenheim, A. V. et al, Discrete-Time signal processing, Prentice Hall, 1999
- [5] Bendat, J. S., Piersol A. G., Engineering Applications of the Correlation and Spectral Analysis, Wiley-Interscience Publication, 1993
- [6] Agilent Technologies, The Fundamentals of Signal Analysis, Application Note 243, 2000
- [7] UNI CEI ENV 13005:2000, Guida all'espressione dell'incertezza di misura, UNI, 2000
- [8] Farrar Charles R., An Overview of modal-based damage identification methods, Los Alamos National Laboratory
- [9] Doebling S.W. et al., A summary Review of Vibration-Based Damage Identification Methods, The shock and Vibration Digest 1998;30;91
- [10] Farrar C.R. e al., Vibration-based structural damage identification, The royal Society, 2001.
- [11] Angrilli F., Corso di misure meccaniche e termiche, CEDAM, 2000
- [12] Vicario G., Levi R., Calcolo delle probabilità e statistica per ingegneri, Progetto Leonardo Esculapio, 2006.
- [13] Coleman H.W., Steele W.G., Experimentation and Uncertainty Analysis for Engineers, John Wiley & Sons, 1999.

- 
- [14] Montgomery D.C. et al., *Statistica per ingegneria*, EGEA, 2004.
- [15] Barbato G., *Misurare per decidere*, Progetto Leonardo, 2005
- [16] European Science Foundation, *Non Linear Acoustic Techniques for Micro-Scale Damage Diagnostics (NATEMIS)*, 2001
- [17] UNI EN 14146, *Determinazione del modulo di elasticità dinamico (tramite misurazione della frequenza fondamentale di risonanza)*, 2005
- [18] Giudici F., *Caratterizzazione del marmo botticino classico in condizioni naturali ed a seguito di invecchiamento artificiale secondo le norme UNI EN richieste dalla marcatura CE*, Tesi di Laurea, Università di Brescia, a.a. 2005-2006
- [19] Zonta D., *Structural identification techniques: numerical methods and applications*, Dottorato in Meccanica delle Strutture, Università di Bologna, 2000.
- [20] Pascual R., Schalchli R., Razeto M., *Damping Identification Using a Robust FRF-Based Model Updating Technique*, XXI International Modal Analysis Conference, Kissimmee, Florida, 2003.
- [21] Gliozzi A.S., Nobili M., Scalerandi M., *Modelling localized nonlinear damage and analysis of its influence on resonance frequencies*, J. Phys. D.: Appl. Phys., 39, 3895-3903, 2006
- [22] Rhazi J., *Evaluation of Concrete Ctructures by Acoustic Tomography Techniques*, Structural Health Monitoring, 5, 333, 2006
- [23] Trendafilova I., Heylen W., Sas P., *Damage localization in structures. A pattern recognition perspective*
- [24] Chilibon, I. et al, *Ultrasound propagation in concrete*, Atti del XII International Congress on Sound and Vibration, 2005
- [25] Nicodemi W., *Metallurgia*, Masson, 1997.
- [26] UNI ISO 4993, *Getti di acciaio. Controllo radiografico*, 1989
- [27] UNI ISO 583-1, *Prove non distruttive - Esame ad ultrasuoni - Principi generali*, 2004
- [28] UNI ISO 9304, *Tubi di acciaio senza saldatura e saldati (escluso ad arco sommerso) per impieghi a pressione. Controllo con correnti indotte per la rilevazione di imperfezioni*, 1990

- [29] UNI EN 571-1, Prove non distruttive. Esame con liquidi penetranti. Principi generali, 1998
- [30] UNI EN ISO 3452-2, Prove non distruttive - Esame con liquidi penetranti - Prove dei materiali utilizzati nell'esame con liquidi penetranti, 2003
- [31] UNI EN ISO 9934-1, Prove non distruttive - Magnetoscopia - Principi generali, 2004
- [32] EN 13554:2002/A1, Prove non distruttive - Emissione acustica - Principi generali, 2004
- [33] UNI EN 13018, Prove non distruttive - Esame visivo - Principi generali, 2004
- [34] UNI EN 444, Prove non distruttive. Principi generali per l'esame radiografico di materiali metallici mediante raggi X e gamma, 1995





# Appendice A

## Disegni esecutivi



# Appendice B

## Documentazione tecnica