

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA

Sede Amministrativa:

Università degli Studi di Padova Dipartimento di Ingegneria Meccanica

SCUOLA DI DOTTORATO DI RICERCA: INGEGNERIA INDUSTRIALE INDIRIZZO: INGEGNERIA MOTOCICLISTICA CICLO: XX

STUDI SPERIMENTALI E TEORICI SU MANEGGEVOLEZZA, STABILITA' E MANOVRABILITA' DEI VEICOLI A DUE RUOTE

Direttore della scuola: Ch.mo Prof. Paolo Bariani **Supervisore:** Ch.mo Prof. Vittore Cossalter

Dottorando: Martino Peretto

<<...Alla mia famiglia...>>

RINGRAZIAMENTI

Al professor Vittore Cossalter, per avermi dato la possibilità di vivere un'esperienza di lavoro e di studio altamente qualificante oltre che avvincente.

Ai professori Alberto Doria e Roberto Lot, per la loro sempre cortese e preziosa collaborazione, essenziale anche nella realizzazione di questo lavoro.

All'ing. Luca Fabbri (Piaggio-Aprilia) ed all'ing. Nicolay Ruffo (BMW Group),

per avermi fatto scoprire aspetti che i libri non possono rivelare, ma essenziali per applicarne i contenuti con profitto.

Ai dottorandi e borsisti: Andrea Aguggiaro, Simon Bobbo, Giovanni Dalla Torre, Pasquale DeLuca, Davide Fabris, Matteo Formentini, Massimo Maso, Matteo Massaro, James Sadauckas, Roberto Sartori, Riccardo Toazza,

per i momenti di amicizia ed ilarità trascorsi assieme, indispensabili per affrontare qualunque problema.

SOMMARIO

Questo elaborato intende affrontare diverse tematiche relative alla *dinamica dei veicoli a due ruote*, nella fattispecie motociclette.

Dopo aver definito il campo di applicazione della *dinamica dei veicoli a due ruote* da un punto di vista generale, ne è stata evidenziata la stretta correlazione con la progettazione e lo sviluppo di nuovi veicoli, oltre che con la sicurezza di guida. Ne è emersa la necessità di studi teorici e sperimentali sulla *dinamica* nei suoi differenti aspetti fondamentali, i.e. *maneggevolezza, stabilità*, e *manovrabilità*.

Nella **Sezione 1** la *dinamica dei veicoli a due ruote* è stata trattata specificamente in relazione alla *maneggevolezza* ed alla *stabilità*.

Per quanto riguarda la maneggevolezza, è stato innanzitutto riportato un ampio stato dell'arte sui rispettivi studi teorici e sperimentali (Capitolo 2), nei quali è stata studiata principalmente in riferimento ad una serie di manovre tipiche e ben definite. Tra queste è stata trattata separatamente e con maggiore dettaglio la manovra di "steady turning", ovvero di "percorrenza in curva in condizioni stazionarie", in quanto ben rappresentativa del comportamento del veicolo in curva e particolarmente adatta ad essere studiata con buona riproducibilità sperimentale. A tal proposito è stata sviluppata una metodologia (Capitolo 3) per analizzare le manovre di "steady turning" e qualificare il veicolo in tale condizione di moto riguardo ai differenti aspetti della coppia di sterzo - Acceleration Index - e del comportamento sterzante - Steering Ratio -. Analogamente per quanto riguarda la stabilità è stato innanzitutto riportato un ampio stato dell'arte sui rispettivi studi teorici e sperimentali (Capitolo 2), nei quali è stata esaminata in relazione ai principali modi di vibrare laterali. In particolare il "weave" ed il "wobble". sono stati considerati separatamente e con maggiore dettaglio in quanto strettamente correlati alla sicurezza di guida, in relazione alla possibile instabilità che li può caratterizzare in talune condizioni di moto e soprattutto di velocità. A tal proposito è stata sviluppata una metodologia (Capitolo 5) per analizzare i test di "weave" e *"wobble"* e qualificare il veicolo in relazione alle sue caratteristiche di *stabilità* ad alta velocità - Damping Ratio -.

Le metodologie suddette sono state quindi effettivamente applicate nell'analisi di una estesa sessione di test effettuata in collaborazione col gruppo *Goodyear Dunlop Tires Europe B.V*. L'obbiettivo è stato di fatto caratterizzare una serie di set di pneumatici in relazione alla loro influenza riguardo alla *maneggevolezza* (**Capitolo 4**) ed alla *stabilità* (**Capitolo 6**) di due motociclette categoria sport-touring.

I risultati ottenuti sono stati raccolti e sintetizzati in un'unica esposizione (**Capitolo 7**). Da un lato sono stati confrontati e correlati con i giudizi espressi dai piloti collaudatori che hanno effettuato i test in pista, al fine di verificarne la compatibilità e quindi la validità; dall'altro sono stati confrontati e correlati con alcuni tra i principali parametri dei pneumatici, al fine di ottenerne indicazioni per la relativa progettazione. In tal senso l'*Acceleration Index*, lo *Steering Ratio* ed il *Damping Ratio* si sono rivelati pienamente compatibili con i giudizi dei piloti, nonché apprezzabilmente sensibili nella valutazione dell'influenza delle caratteristiche dei pneumatici sulle prestazioni del veicolo.

Nella **Sezione 2** *la dinamica dei veicoli a due ruote* è stata trattata specificamente in relazione alla *manovrabilità*.

Innanzitutto è stato riportato un ampio stato dell'arte sui rispettivi studi teorici e sperimentali (**Capitolo 2**), dal quale è emerso come il *Metodo della Manovra Ottima* possa costituire un valido strumento per studiare la *manovrabilità* dei veicoli a due ruote, consentendo di valutarne le prestazioni - *LapTime* - a prescindere dall'influenza soggettiva dei piloti.

A tal proposito, a partire dal punto di vista strettamente fisico del concetto di *manovrabilità*, ne è stata descritta e sviluppata nel dettaglio la formulazione matematica (**Capitolo 3**), nonché la corrispondente implementazione al calcolatore sotto forma di codice di calcolo.

Le basi teoriche del *Metodo della Manovra Ottima* ed i risultati del codice di calcolo sono stati quindi verificati mediante l'effettivo confronto con un'ampia serie di dati telemetrici rilevati in pista nel corso del *Campionato Italiano Velocità 2006 - categoria SUPERBIKE* (**Capitolo 4**), al fine di convalidarne l'attinenza alla realtà ovvero l'applicabilità a problemi strettamente progettuali.

Dopo averne oggettivamente verificato l'efficacia e l'attendibilità, è seguita l'effettiva applicazione del *Metodo della Manovra Ottima* (**Capitolo 5**), in relazione ad una estesa serie di studi ed analisi parametrici riguardanti differenti aspetti della progettazione di una motocicletta da competizione: la *ripartizione delle masse*, la *configurazione geometrica*, la *trasmissione della potenza propulsiva*. In tal senso il *Metodo della Manovra Ottima* si è rivelato affidabile ed estremamente sensibile nella valutazione dell'influenza di vari parametri sulle prestazioni - *LapTime* - del veicolo, altresì con sufficiente semplicità e rapidità.

OVERALL SUMMARY

This dissertation is intended to address various issues relating to the *dynamics of two-wheeled vehicles*, especially as regards motorcycles.

After defining the scope of the *dynamics of two-wheeled vehicles* from a general point of view, its close correlation with the design and development of new vehicles as well as the safety of driving has been highlighted. Hence the need of theoretical and experimental studies on *dynamics* in its fundamental aspects, i.e. *handling*, *stability* and *maneuverability*, has been stressed.

In **Section 1** the *dynamics of two-wheeled vehicles* has been dealt specifically as regards the *handling* and the *stability*.

As regards the *handling*, an extensive bibliography on the state of the art of the theoretical and experimental studies has been firstly reported (**Chapter 2**), in which a series of typical and well defined maneuvers has been considered as a matter of study. Among these the maneuver of "*steady turning*" has been dealt separately and in greater detail, as well representative of the cornering behavior of the vehicle and particularly suited to be tested with appreciable experimental reproducibility. In this regard a methodology has been developed (**Chapter 3**) in order to analyze "*steady turning*" test and assess vehicle behavior as concerns the different aspects of steering torque - *Acceleration Index* - and steering behavior - *Steering Ratio* - .

Similarly as regards the *stability* an extensive bibliography on the state of the art of theoretical and experimental studies has been firstly reported (**Chapter 2**), in which the main lateral vibration modes have been analyzed. "*Weave*" and "*Wobble*" have been considered separately and in greater detail being closely related to safety, in relation to the instability that may involve them under particular driving conditions and speeds. In this regard a methodology has been developed (**Chapter 5**) in order to analyze "*weave*" and "*wobble*" test and assess vehicle attitude in relation to *stability* at high speed - *Damping Ratio* -.

The above methods have been actually applied in an extended test session conducted in collaboration with *Goodyear Dunlop Tires Europe BV* group. The target was to characterize a series of sets of tires in relation to their influence on the *handling* (**Chapter 4**) and the *stability* (**Chapter 6**) of two sport-touring motorcycles.

The results obtained have been collected and summarized in a single exposure (**Chapter 7**). On one side they have been compared and correlated with the test riders evaluations, in order to ensure their compatibility and validity; on the other side they have been compared and correlated with some of the main parameters of tires, in order to obtain more insight for their development and design. In this sense the *Acceleration Index*, the *Steering Ratio* and the *Damping Ratio* have showed to be fully compatible

with the riders evaluations, and acceptably sensitive in assessing the characteristics of the tires on vehicle performance.

In **Section 2** the dynamics of the two-wheeled vehicles has been addressed specifically as regards the *maneuverability*.

An extensive bibliography on the state of the art of the theoretical and experimental studies concerning the *maneuverability* has been firstly reported (**Chapter 2**). Hence the *Optimal Maneuver Method* has been considered as a valuable tool in order to study the *maneuverability* of two-wheeled vehicles, making it possible to assess performance - *LapTime* - without any subjective influence of the test riders. In this regard, starting from the physical point of view of the *maneuverability*, the mathematical formulation of the *Optimal Maneuver Method* and its computer implementation has been described and developed in greater detail (**Chapter 3**).

Then the theoretical basis of the *Optimal Maneuver Method* and the results of the calculation-code have been checked by the actual comparison against a wide range of telemetric data collected during *Campionato Italiano Velocità 2006 - categoria SUPERBIKE* (**Chapter 4**), in order to verify its agreement with the reality and hence its applicability to motorcycles design problems.

After verifying objectively the effectiveness and reliability of the *Optimal Maneuver Method*, it has been really applied in a wide range of parametric studies and analyses concerning different aspects of the design of a racing motorcycle: the distribution of masses, the geometric configuration, the powertrain (**Chapter 5**). In this sense the *Optimal Maneuver Method* has proved to be extremely sensitive and reliable in the assessment of various parameters on the performance - *LapTime* - of the vehicle, and also with appreciable speed and simplicity.

INDICE

IN	TROD	UZIONE	1
1	Dina	amica dei veicoli a due ruote	3
2	Man	novrabilità, maneggevolezza e stabilità	5
3	Attiv	vità di ricerca sperimentali e teoriche	7
4	Bibl	iografia	11
Se	zione 1	I : MANEGGEVOLEZZA e STABILITA'	13
1	Som	mario	15
2	Intro	oduzione	17
	2.1 Maneggevolezza: studi teorici e sperimentali		
	2.1.1	1 Manovre tipiche e maneggevolezza	17
	2.1.2	2 Steady turning	27
	2.2	Stabilità: studi teorici e sperimentali	37
	2.2.1	1 Modi di vibrare e stabilità	37
	2.2.2	2 Weave e Wobble	38
	2.3	Piano di lavoro	42
	2.3.1	1 Indagine teorica	42
	2.3.2	2 Indagine sperimentale	42
	2.3.3	3 Sintesi	42
3	Man	neggevolezza: Steady turning	45
	3.1	Introduzione	45
	3.2	Approccio teorico: modello non lineare	46
	3.2.1	1 Coppia di sterzo	46
	3.2.2	2 Angolo di sterzo e <i>Steering Ratio</i>	49
	3.2.3	3 Zone di guida	52
	3.3	Approccio teorico: modello semplificato	53
	3.3.1	1 Coppia di sterzo.	54
	3.3.2	2 Angolo di sterzo e Steering Ratio	55
	3.4	Modello semplificato: applicazione sperimentale	56
	3.4.1	1 Coppia di sterzo	58
	3.4.2	2 Steering ratio	61
	3.4.3	3 Zone di guida	65
	3.4.4	4 Riepilogo	67
4	Stea	dy turning: indagine sperimentale	69
	4.1	Introduzione	69
	4.2	Elaborazione telemetrie	71
	4.2.1	1 Definizione traiettoria	71
	4.2.2	2 Calcolo Acceleration Index	75

	4.2.3	3 (Calcolo Steering Ratio	75
	4.3	Risul	tati	76
	4.3.1	1 4	Acceleration index	77
	4.3.2	2	Steering ratio	79
	4.3.3	3	Driving Zones	80
	4.3.4	4]	Riepilogo	83
5	Stab	oilità: V	Weave e Wobble	85
	5.1	Intro	duzione	85
	5.2	Appr	occio teorico: modelli matematici	86
	5.2.1	1 7	Weave: modello a 1 g.d.l	86
	5.2.2	2 7	Wobble: modello a 1 g.d.l.	89
	5.2.3	3	Weave, Wobble: modello <i>MDRG</i>	90
	5.3	Appr	occio sperimentale: metodologie	93
	5.3.1	1 7	Weave: eccitazione da impulso pilota	93
	5.3.2	2 7	Weave, Wobble: impulso stradale	94
	5.3.3	3	Weave, Wobble: rumore bianco	94
	5.3.4	4 `	Weave, Wobble: sweep pilota	94
	5.3.5	5	Weave, Wobble: sweep fondo stradale	94
	5.3.6	5	Wobble: impulso al manubrio	95
	5.4	Appr	occio sperimentale: analisi in frequenza	95
	5.4.1	1]	Interpolazione del segnale	95
	5.4.2	2	Auto-correlazione	96
	5.4.3	3]	Metodo di Prony	97
6	Wea	ive e V	Wobble: indagine sperimentale	01
	6.1	Intro	duzione1	01
	6.2	Elabo	prazione telemetrie1	.03
	6.2.1	1 '	Weave: calcolo frequenza e rapp. smorzamento 1	.03
	6.2.2	2 7	Wobble: calcolo frequenza e rapp smorzamento 1	06
	6.3	Risul	tati 1	09
	6.3.1	1	Weave: frequenza e rapp. smorzamento1	10
	6.3.2	2	Wobble: frequenza e rapp smorzamento 1	12
	6.3.3	3]	Riepilogo 1	16
7	Man	neggev	olezza e stabilità: sintesi1	17
	7.1	Intro	duzione1	17
	7.2	Mane	eggevolezza: correlazioni sperimentali1	18
	7.2.1	1]	Indice di maneggevolezza: Acceleration Index1	18
	7.2.2	2 7	Verifica: Acceleration Index & giudizio di "Precisione in curva" 1	19
	7.2.3	3	Applicazione: Acceleration Index & Parametri pneumatici1	20
	7.2.4	4]	Indice di maneggevolezza: Steering Ratio 1	20

	7.2.5	Verifica: Steering Ratio & giudizio di "Precisione in curva"	121
	7.2.6	Applicazione: Steering Ratio & Parametri pneumatici	122
	7.3 Stal	bilità: correlazioni sperimentali	123
	7.3.1	Indice di stabilità: Weave Damping Ratio	124
	7.3.2	Verifica: Weave Damping Ratio & giudizio di "Stabilità al weave	e"125
	7.3.3	Applicazione: Weave Damping Ratio & Parametri pneumatici	126
	7.3.4	Indice di stabilità: Wobble Damping Ratio	127
	7.3.5	Verifica: Wobble Damping Ratio & giudizio di "Stabilità al wobl	ble" 128
	7.3.6	Applicazione: Wobble Damping Ratio & Parametri pneumatici	128
8	Conclusi	ioni	131
9	Bibliogra	afia	133
Se	ezione 2 : N	IANOVRABILITA'	137
1	Sommar	io	139
2	Introduz	ione	141
	2.1 Mai	novrabilità: approccio teorico	141
	2.1.1	Valutazione della manovrabilità	142
	2.1.2	Il Metodo della Manovra Ottima	142
	2.1.3	Applicazioni	144
	2.2 Pia	no di lavoro	147
	2.2.1	Formulazione matematica	147
	2.2.2	Verifica sperimentale	147
	2.2.3	Applicazione progettuale	147
3	Manovra	abilità: il Metodo della Manovra Ottima	149
	3.1 Intr	oduzione	149
	3.2 For	mulazione analitica	150
	3.2.1	Punto di vista fisico	150
	3.2.2	Punto di vista matematico	151
	3.2.3	Indice di prestazione	153
	3.2.4	Modello della motocicletta	154
	3.2.5	Condizioni al contorno	158
	3.2.6	Vincoli	158
	3.2.7	Funzioni penalità	160
	3.3 Il co	odice OptiMa-RM©	162
	3.3.1	Setting files	163
	3.3.2	Input files	164
	3.3.3	Output files	165
4	Il Metod	o della Manovra Ottima: verifica sperimentale	169
	4.1 Intr	oduzione	169
	4.2 Ela	borazione telemetrie	170

4.2.1	Giro di riferimento	
4.2.2	Pre-pocessing	
4.2.3	Post-processing: stima resistenza aerodinamica	
4.2.4	Post-processing: stima aderenza pneumatici	
4.3 Esec	cuzione simulazioni	
4.3.1	Definizione modello motocicletta	
4.3.2	Definizione modello circuiti	
4.3.3	Impostazioni del codice	
4.4 Tele	emetrie e simulazioni: confronto	
4.4.1	Misano (2006)	
4.4.2	Misano (2007)	
4.4.3	Mugello (2007)	193
4.4.4	Adria (2007)	
4.4.5	Monza (2007)	
4.4.6	Confronto: incongruenze	
5 Il Metodo	o della Manovra Ottima: applicazione progettuale	
5.1 Intro	oduzione	
5.2 Inda	gine parametrica: proprietà inerziali	
5.2.1	Indagine parametrica Centro di Massa	
5.2.2	Indagine parametrica Tensore d'Inerzia	
5.2.3	Potenza alla ruota e proprietà inerziali	
5.2.4	Potenza alla ruota e Centro di Massa	
5.2.5	Potenza alla ruota e Tensore d'Inerzia	
5.3 Inda	gine parametrica: layout geometrico	
5.3.1	Indagine parametrica avantreno	
5.3.2	Setting e layout geometrico	
5.3.3	Setting: regolazione retrotreno	
5.3.4	Setting: regolazione avantreno	
5.4 Inda	ngine parametrica: <i>powertrain</i>	
5.4.1	Indagine parametrica cambio	
5.4.2	Powertrain e caratteristiche circuito	
5.4.3	Powertrain: circuito lento	
5.4.4	Powertrain: circuito veloce	
5.5 Prop	prietà inerziali e layout geometrico: sintesi progettuale	
5.5.1	Sintesi progettuale: formulazione matematica	
5.5.2	Formulazione matematica: metodo risolutivo	
5.5.3	Soluzione	
6 Conclusi	oni	
7 Bibliogra	ıfia	

CON	NCLUSIONI	245
1	Punto della situazione	247
2	Prossimi sviluppi	249
BIB	LIOGRAFIA ANALITICA	251

INTRODUZIONE

1 Dinamica dei veicoli a due ruote

Lo studio delle caratteristiche di guidabilità dei veicoli a due ruote, nella fattispecie motociclette, ha degli aspetti di rilevante interesse scientifico. L'intrinseca instabilità di questi mezzi di trasporto infatti, legata alla loro particolare configurazione, ne rende la *dinamica* molto diversa da quella dei veicoli a quattro o più ruote. Rispetto a questi infatti, i motocicli richiedono una costante azione di controllo da parte del pilota per garantirne la stabilità di marcia. Va sottolineato inoltre che l'elevato rapporto tra la massa del pilota e la massa del motociclo rende il veicolo sensibile ai movimenti del corpo del guidatore. Di conseguenza le possibili azioni di controllo da parte del pilota sul motociclo sono molteplici, e non tutte legate allo sterzo. Risulta quindi evidente che motocicletta e pilota sono interconnessi da un complesso sistema input-output, e che la guidabilità del veicolo si basa sul risultato di questo fitto scambio di azioni-informazioni.

La ricerca nel campo della *Dinamica dei veicoli a due* ruote di fatto si pone come obiettivo l'individuazione delle grandezze che ne caratterizzano la guidabilità. A seconda dell'uso della motocicletta la sua ottimizzazione può essere finalizzata alla prestazione assoluta, oppure alla facilità di guida, o ad un compromesso di diverse qualità. In ogni caso è essenziale capire la correlazione presente tra grandezze di progetto e comportamento dinamico del veicolo, sia da un punto di vista oggettivo, sia relativamente a come il pilota "sente" il veicolo. Questo è ottenuto sia sviluppando modelli matematici per la simulazione e del veicolo e del pilota, sia effettuando prove sperimentali.

2 Manovrabilità, maneggevolezza e stabilità

Definire la guidabilità di una motocicletta risulta estremamente difficile perché si tratta di una caratteristica complessiva, data da diversi contributi di differenti componenti del mezzo (motore, freni, aerodinamica, ciclistica, pneumatici, ...). A questo problema si aggiunge la forte componente soggettiva nell'utilizzo e nella valutazione che il pilota fa del veicolo, a seconda del suo stile di guida e della sua sensibilità. La *dinamica* del motociclo a tal proposito affronta l'argomento della guidabilità concentrandosi nel contributo della ciclistica e dei pneumatici sul comportamento globale del veicolo.

Lo studio della *dinamica* dei veicoli ha individuato alcune linee-guida generali per una corretta progettazione, finalizzata ad ottenere una buona guidabilità. La guidabilità viene generalmente associata alla risposta del mezzo all'azione di controllo, secondo alcuni criteri [6]. In primo luogo si richiede una risposta pronta all'azione di controllo, in termini di accelerazione laterale e velocità di imbardata. Questo non deve però limitare la stabilità e la capacità di smorzare la velocità di imbardata. Si richiede in terzo luogo il contenimento dello slittamento laterale (o "deriva"). A questo si aggiunge la necessità di una sufficiente insensibilità ai disturbi esterni, nonché una costanza della risposta all'azione di controllo rispetto alla velocità ed ad altre variabili quali i pneumatici e la tenuta della superficie stradale. Infine, si richiede un costante feedback di informazioni tra veicolo e pilota, in modo che il conducente abbia sempre la sensazione dello stato dinamico e del comportamento del mezzo.

Questa serie di considerazioni, maturate in diversi anni di studio della dinamica dei veicoli, costituisce indubbiamente uno strumento utile per ottimizzare un mezzo, tuttavia è evidente l'esigenza di un metodo che definisca in maniera univoca la prestazione di un veicolo e ne permetta il confronto diretto. Se infatti si vuole quantificare la prestazione di un mezzo ci si riferisce generalmente al tempo impiegato per percorrere un tratto di strada definito, oppure un giro di pista, avendo così a disposizione una grandezza univocamente confrontabile. È evidente che anche a parità di pilota il tempo impiegato da due motocicli differenti dipende dalle capacità di portare al limite ciascun mezzo in quella stessa pista. Risulta quindi necessario distinguere, nel raggiungimento di una certa prestazione, quanto dipende dalle potenzialità del motociclo e quanto dalle capacità del pilota.

Un modo per risolvere questo problema è quello di simulare per via teorica il comportamento dinamico del motociclo e trovare la manovra (intesa come insieme dei comandi che il pilota dà al motociclo tramite sterzo, acceleratore e freno) che minimizza il tempo di percorrenza del tratto in prova, cioè il comportamento del pilota ideale. Con il termine *manovrabilità* si intende in tal senso la capacità che ha il motociclo di compiere manovre complesse, come risposta alle forze applicate, indipendentemente dalle

caratteristiche dello sterzo. Il procedimento esposto è chiamato *Metodo della Manovra Ottima* [1], [2], [4], [5], [7], [8] e permette di calcolare il tempo minimo, che definisce appunto la *manovrabilità* della motocicletta. Lo stesso metodo permette anche di considerare vincoli aggiuntivi, che rappresentano i limiti fisici del pilota reale rispetto a quello ideale, imponendo che le variabili di controllo non superino valori di sforzo e velocità realistici per un pilota. Si definisce quindi *maneggevolezza* la facilità (fisica e mentale) che il pilota incontra nell'eseguire le azioni di controllo del motociclo. In questo caso al posto del tempo minimo si ottiene una grandezza scalare che, a differenza della *manovrabilità*, quantifica di fatto la prestazione del sistema complessivo moto-pilota. Complementare a questi due concetti è quello di *stabilità* di un motociclo, definita come l'insensibilità a disturbi esterni provenienti dal suolo, dall'aerodinamica e più in generale da qualsiasi azione non voluta dal pilota.

Parallelamente all'attività teorica di modellazione e simulazione, è necessario svolgere anche una sperimentazione che porti ad ottenere dati significativi per la comprensione dell'effettivo comportamento dinamico del mezzo. Il motociclo viene inteso come un sistema avente alcune grandezze di controllo in ingresso (angolo di sterzo e coppia di azionamento dello stesso, velocità di avanzamento) ed un insieme di grandezze cinematiche e dinamiche in uscita. Mediante un apposito sistema di acquisizione dati e di sensori si rilevano tali grandezze durante l'esecuzione di manovre tipiche, come uno slalom, curva a raggio costante ecc. Il comportamento del motociclo quindi è descritto dalla logica con cui sono legate grandezze di ingresso ed uscita nelle manovre di utilizzo del mezzo. La sperimentazione inoltre fornisce dati utili per la validazione dei modelli di simulazione teorici e permette di considerare nella misura della prestazione del motociclo anche la sensibilità del pilota sulle qualità oggettive di guidabilità del mezzo, oltre che il solo tempo impiegato. È indispensabile infatti tenere presente che le informazioni sulla *manovrabilità* ottenute teoricamente devono avere un riscontro pratico nella sensazione che il pilota ha della motocicletta.

3 Attività di ricerca sperimentali e teoriche

La progettazione di una nuova motocicletta e l'ottimizzazione delle sue prestazioni costituiscono un lungo processo che inizia dalle specificazioni ingegneristiche (*manovrabilità* o minimo tempo su giro, indici di *maneggevolezza* ecc.) e che finisce con il veicolo che gira in un circuito di prova. Il processo di progettazione procede attraverso vari e differenti passi, tra i quali le prove su strada dei prototipi sono sicuramente i più importanti. Varie grandezze cinematiche e dinamiche vengono a tal proposito monitorate e registrate per essere confrontate alle iniziali specifiche: ulteriori modifiche ai prototipo e successivi tests sono necessari, ed i giudizi dei collaudatori sono spesso di fondamentale importanza per indirizzare lo sviluppo progettuale nella direzione corretta.

A partire dagli anni '70, e di pari passo con lo studio ed il perfezionamento delle procedure sperimentali, diversi ricercatori hanno studiato la *dinamica* del motociclo utilizzando dei *veicoli* strumentati, al fine di acquisire dati sperimentali che aiutassero nella comprensione del complesso sistema motociclo-pilota. Il primo passo è stato stabilire le manovre da far compiere alla motocicletta per riprodurre condizioni e situazioni d'utilizzo quanto più possibile realistiche. Le manovre standardizzate che sono state sviluppate sono riconducibili alle seguenti tipologie:



Figura 3-1: esempi di manovre tipiche

L'esigenza di numerose modalità di prova della motocicletta si spiega con il fatto che non è possibile scomporre una generica traiettoria in una semplice sequenza di curve e rettilinei

(nel qual caso sarebbe stato sufficiente studiare solo questi due tipi), perché i comandi del pilota per affrontare una manovra dipendono anche da quelle precedenti. Per esempio, i comandi che il pilota impone al motociclo (tramite sterzo ed acceleratore) durante una curva di uno slalom sono completamente diversi da quelli che dà affrontando alla stessa velocità una curva stazionaria di pari raggio. A questo si deve aggiungere che il modo di guidare il motociclo percorrendo un tracciato noto è differente rispetto ad affrontare per la prima volta lo stesso percorso, così come una manovra premeditata differisce da una di emergenza a parità di risultato (per esempio, la schivata di un ostacolo noto o invece improvviso). Per questo motivo sono state ideate prove per evidenziare il comportamento in fasi transitorie e prove di carattere stazionario.

Comunque, le prove su strada richiedono tempo e risorse, per cui risulta conveniente utilizzare simulazioni numeriche almeno per identificare i parametri principali e programmare le modifiche più opportune. Le simulazioni numeriche sono considerate un utile mezzo, a patto che il modello matematico del veicolo sia ben collaudato e che sia disponibile un modello per il pilota. Infatti, come nella realtà la sensibilità e l'abilità dei collaudatori può suggerire la strada giusta ai progettisti, nelle simulazioni il modello del pilota può sensibilmente influenzare i risultati dell'ottimizzazione. A tal proposito il "*Metodo della Manovra Ottima*" rappresenta una nuovo approccio per la valutazione oggettiva della *manovrabilità* e *maneggevolezza* dei veicoli. Il metodo, presentato in modo rigoroso in [9] [14], è del tutto generale, e risolve un problema di tempo minimo in cui un veicolo, soggetto a vincoli fisici (i.e.: aderenza dei pneumatici, bordi della strada, ecc.), deve muoversi da un punto iniziale ad un punto finale di un dato tracciato.



Figura 3-2: il "Metodo della Manovra Ottima"

Gli ingressi di controllo, che rappresentano le azioni del pilota, sono ottenuti come parte integrante del metodo di risoluzione, e servono a produrre la manovra più efficiente. Il moto risultante è detto *manovra ottima*, e gli ingressi di controllo che la generano sono definiti *ingressi ottimi*. L'efficienza della manovra è fissata per mezzo di un "criterio di ottimo" che matematicamente è espresso da una funzione penalità. L'espressione della funzione penalità definisce in modo rigoroso i concetti di *manovrabilità* e *maneggevolezza* e il valore finale dell'integrale della funzione penalità (che è uno scalare, detto indice di prestazione) ne rappresenta una misura oggettiva. L'idea di base di questo metodo è quella di valutare la *manovrabilità* di veicoli differenti confrontando i loro indici di prestazione.

4 Bibliografia

- [1] "*Cinematica e dinamica della motocicletta*" Vittore Cossalter Edizioni Progetto, seconda edizione febbraio 1999
- [2] "Manovrabilità e maneggevolezza dei motocicli con il Metodo della Manovra Ottima"
 F. Biral Tesi di Dottorato, Università di Brescia, 2000
- [3] "Safety, Environment, Future III" Proceedings of the 2000 International Motorcycle Conference, Institute for Motorcycle Safety, Essen, Germany, IFZ Research Publication series edited by Reiner Brendicke
- [4] "A General Method for the Evaluation of Vehicle Manoeuvrability with Special Emphasis on Motorcycles" – V. Cossalter, M. Da Lio, R. Lot, L. Fabbri – Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility, Vol 31, N° 2, pp 113-135, february 1999
- [5] "Evaluation of Motorcycle Manoeuvrability with the Optimal Maneuver Method" V. Cossalter, M. Da Lio, F. Biral, L.Fabbri – SAE Meeting 1998 Motorsports Engineering Conference & Exposition, Dearborn, Michigan, 16-19 november 1998
- [6] "Vehicle Handling and Sensitivity in Transient Manoeuvres" A. R. Savkoor, H. Happel, F. Horkay, Vehicle Performance: J. P. Pauwelussen (ed.), Swets & Zeitlinger
- [7] "Mathematical modelling of two-wheeled vehicles" V. Cossalter, M. Da Lio, R. Lot IX World Congress on the theory of machines and mechanisms (IFToMM), proceedings vol.4, pp. 2842-2846 - Milano, Italy, Aug. 30 – Sept. 2, 1995
- [8] "The influence of tyre characteristics on motorcycle manoeuvrability". Mauro Da Lio, Vittore Cossalter, Roberto Lot, Luca Fabbri. , European Automotive Congress "Vehicle systems technology for the next century", Barcelona 30 June -2 July 1999
- [9] V. Cossalter, M. Da Lio R. Lot, L.Fabbri : A General Method for the Evaluation of Vehicle Manoeuvrability with Special Emphasis on Motorcycles, Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility, Vol 31, N° 2, pp 113-135, February 1999
- [10] V. Cossalter, M. Da Lio, F. Biral, L.Fabbri: Evaluation of Motorcycle Manoeuvrability with the Optimal Manoeuvre Method, SAE Meeting;1998 Motorsports Engineering Conference&Exposition, Dearborn, Michigan, 16-19 November 1998
- [11] M. Da Lio, V. Cossalter, R. Lot, L. Fabbri: The influence of tyre characteristics on motorcycle manoeuvrability, European Automotive Congress "Vehicle systems technology for the next century", Barcelona 30 june-2 July 1999
- [12] V. Cossalter, M. Da Lio, R. Lot, L. Fabbri: Simulation and performance evaluation of race motorcycle dynamics based on parts of real circuit, Power Two Wheels International Conference, Atti, Pisa 14-15/12/98

- [13] F. Biral, M. Da Lio: Modelling Driver with the Optimal Manoeuvre Method, 7th International Conference ATA, paper 01A1029, Florence, 23-25 May 2001
- [14] F. Biral: Manovrabilità e Maneggevolezza dei Motocicli con il Metodo della Manovra Ottima, Tesi del Dottorato di Ricerca in Meccanica Applicata XIII ciclo, anni accademici 1997-2000

Sezione 1 :

MANEGGEVOLEZZA

e STABILITA'

1 Sommario

Nella presente **Sezione 1** la dinamica dei veicoli a due ruote viene trattata specificamente in relazione alla *maneggevolezza* ed alla *stabilità*.

Per quanto riguarda la *maneggevolezza* viene innanzitutto riportato un ampio stato dell'arte sui rispettivi studi teorici e sperimentali (**Capitolo 2**), nei quali viene studiata principalmente in riferimento ad una serie di manovre tipiche e ben definite. Tra queste viene trattata separatamente e con maggiore dettaglio la manovra di "*steady turning*", ovvero di "percorrenza in curva in condizioni stazionarie", in quanto ben rappresentativa del comportamento del veicolo in curva e particolarmente adatta ad essere studiata con buona riproducibilità sperimentale. A tal proposito viene sviluppata una metodologia (**Capitolo 3**) per analizzare le manovre di "*steady turning*" e qualificare il veicolo in tale condizione di moto riguardo ai differenti aspetti della coppia di sterzo e del comportamento sterzante.

Analogamente per quanto riguarda la *stabilità* viene innanzitutto riportato un ampio stato dell'arte sui rispettivi studi teorici e sperimentali (**Capitolo 2**), nei quali viene esaminata essenzialmente in relazione ai due principali modi di vibrare laterali, ovvero il "*weave*" ed il "*wobble*". Tali modi vengono considerati separatamente e con maggiore dettaglio in quanto strettamente correlati alla sicurezza di guida, in relazione alla possibile instabilità che li può caratterizzare in talune condizioni di moto e soprattutto di velocità. A tal proposito viene sviluppata una metodologia (**Capitolo 5**) per analizzare i test di "*weave*" e "*wobble*" e qualificare il veicolo in relazione alla sua stabilità ad alta velocità.

Le metodologie suddette vengono quindi effettivamente applicate nell'analisi di una estesa sessione di test effettuata per caratterizzare una serie di set di pneumatici in relazione alla loro influenza riguardo alla maneggevolezza (**Capitolo 4**) ed alla stabilità (**Capitolo 6**) di due motociclette categoria sport-touring.

I risultati ottenuti vengono raccolti e sintetizzati in un'unica esposizione (**Capitolo 7**). Da un lato vengono confrontati e correlati con i giudizi espressi dai piloti collaudatori che hanno effettuato i test in pista, al fine di verificarne la compatibilità e quindi la validità; dall'altro vengono confrontati e correlati con alcuni tra i principali parametri dei pneumatici, al fine di ottenere indicazioni per la relativa progettazione.

2 Introduzione

Definire la guidabilità di un motociclo risulta estremamente difficile perché si tratta di una caratteristica complessiva, data da diversi contributi di differenti componenti del mezzo (motore, freni, aerodinamica, ciclistica, pneumatici). A questo problema si aggiunge la forte componente soggettiva nell'utilizzo e nella valutazione che il pilota fa del mezzo, in dipendenza dal differente stile di guida e sensibilità.

La guidabilità viene generalmente associata alla risposta del mezzo all'azione di controllo, secondo alcuni criteri. In primo luogo si richiede una risposta pronta all'azione di controllo, in termini di accelerazione laterale e velocità di imbardata. Questo non deve però limitare la stabilità e la capacità di smorzare la velocità di imbardata. Si richiede in terzo luogo il contenimento dello slittamento laterale (deriva). A questo si aggiunge la necessità di una sufficiente insensibilità ai disturbi esterni, nonché una costanza della risposta all'azione di controllo rispetto la velocità ed altre variabili quali i pneumatici e la tenuta della superficie stradale. Infine, si richiede un costante feedback di informazioni tra veicolo e pilota, in modo che il conducente abbia sempre la sensazione dello stato dinamico e del comportamento del mezzo.

Definiamo quindi *maneggevolezza* la facilità che il pilota incontra nell'eseguire le azioni di controllo del motociclo, in relazione ai suoi limiti fisici e mentali. Complementare alla *maneggevolezza* è la *stabilità* del motociclo, definita come l'insensibilità a disturbi esterni provenienti dal suolo, dall'aerodinamica e più in generale da qualsiasi azione non voluta dal pilota.

2.1 Maneggevolezza: studi teorici e sperimentali

Si riporta di seguito lo stato dell'arte degli studi teorici e sperimentali riguardanti la maneggevolezza, esaminata in relazione ad una serie di manovre tipiche e ben definite. Tra queste viene trattata separatamente e con maggiore dettaglio la manovra di "*steady turning*", ovvero di "percorrenza in curva in condizioni stazionarie", in quanto ben rappresentativa del comportamento del veicolo in curva e particolarmente adatta ad essere studiata con buona riproducibilità sperimentale.

2.1.1 Manovre tipiche e maneggevolezza

Le condizioni reali di impiego di un motociclo non sono mai perfettamente "stazionarie", dal momento che il sistema moto-pilota ha un controllo in ciclo chiuso che quindi funziona con continue correzioni degli ingressi (comandi del pilota) in funzione delle uscite (comportamento della moto). Si comprende allora l'esigenza di sviluppare lo studio a

partire da condizioni di moto transitorio, in particolare riproducendo al meglio le manovre più impulsive.

Nel '73 Y. Watanabe e K. Yoshida[10] hanno studiato come diversi motocicli schivano un ostacolo improvviso, proponendo un confronto con il comportamento di un'automobile nel realizzare la stessa manovra. Il test è organizzato ponendo un ostacolo fisso sulla traiettoria iniziale del motociclo e comunicando al pilota da che parte evitarlo appena giunge ad una certa distanza L dallo stesso, prefissata in base alla velocità. Tale studio è stato fatto sperimentalmente, acquisendo l'andamento della coppia sterzante, angolo di sterzo, angolo di rollio, e numericamente con un modello matematico, al fine di un confronto con il comportamento di un'automobile nella stessa manovra. Dalle prove sperimentali si calcola l'efficacia del motociclo come rapporto tra l, cioè lo spazio percorso dal punto prefissato (in cui si comunica al pilota da che parte sterzare) fino al raggiungimento di una deviazione laterale di un metro rispetto la traiettoria rettilinea, e la velocità.



Figura 2-1 : Schema del test di Watanabe ed esempio di segnali acquisiti

La Figura 2-1 presenta lo schema del test ed un esempio di acquisizione, in cui il segno positivo per coppia ed angolo di sterzo è antiorario, per l'angolo di rollio verso sinistra. E' evidente la tecnica dell'*out-tracking*, per cui l'angolo e la coppia di sterzo sono inizialmente rivolti verso sinistra, pur dovendo evitare l'ostacolo sterzando a destra. Anche la traiettoria risultante evidenzia un iniziale spostamento verso la parte opposta, conseguente alla fase di contro-sterzatura eseguita.

E' importante che il conducente non sappia a priori la direzione della sterzata perché preimposterebbe la manovra di conseguenza. Contrariamente alle aspettative, il motociclo che ha ottenuto l'efficacia peggiore è quello più leggero, il che significa che la maneggevolezza non ha sempre un legame diretto con ingombro e peso. E' proposto un interessante confronto sulle differenti tecniche di manovra tra motociclo ed automobile, che differiscono sostanzialmente per la fase dell'*out-tracking* necessario al motociclo per inizializzare la curva. Per evitare l'ostacolo passandolo sulla destra, il motociclo deve inizialmente sterzare a sinistra, al fine di originare una velocità di rollio verso destra. Questa manovra comporta un certo ritardo della risposta del motociclo rispetto l'automobile, dal momento che questa non necessita alcuna inizializzazione e può sterzare da subito nella direzione richiesta. Poichè il motociclo richiede dei margini di manovra minori, per le dimensioni più contenute, questo confronto si chiude sostanzialmente alla pari, anche se va osservato [12] che la convivenza sulle stesse strade di entrambi i mezzi è sostanzialmente a svantaggio dei motoveicoli, che hanno nelle situazioni reali transitori di moto più lenti.



Figura 2-2 : Ripartizione del tempo di manovra per automobili e motocicli

La manovra, per entrambi i mezzi, è scomposta in quattro fasi temporali, di durata poco variabile con la velocità, mostrate in Figura 2-2 : un tempo di ritardo tra indicazione di svolta ed azione sui comandi (I), un ritardo tra l'azione sui comandi ed effetto sul rollio del motociclo (II), un periodo di *out-tracking* in cui la traiettoria effettiva sta dalla parte opposta (rispetto la linea retta) a quella voluta (III), infine la fase sterzante utile (IV). Un confronto tra la durata di queste diverse fasi per un'automobile e per un motociclo è presentato in Figura 2-2. Mentre per l'automobile la fase utile occupa più del 60% del tempo di manovra totale, per il motociclo non va oltre il 25%, il che evidenzia la fondamentale importanza del transitorio iniziale. La conseguenza più importante di questo è che l'abilità del pilota, che gioca un ruolo fondamentale nella tecnica di impostazione della manovra, influenza molto la sua efficacia. L'analisi dei segnali acquisiti mostra che il pilota esperto imposta la curva con valori di picco di angolo di sterzo e coppia controsterzanti

(*out-tracking*) più elevati e brevi, ottenendo così velocità ed angoli di rollio maggiori. All'aumentare della velocità si osserva che il pilota esperto mantiene elevate velocità di rollio spostando il proprio peso ed aumentando il picco di coppia, mentre il pilota inesperto non riesce a contrastare l'accresciuta stabilità del motociclo e realizza minori velocità di rollio. Le simulazioni numeriche mostrano un buon accordo con i risultati sperimentali e l'influenza dell'abilità del pilota è stata ben riprodotta limitando i valori massimi che possono assumere la velocità di rollio e lo spostamento laterale del peso del pilota.

Nel '88 M. Sugizaki e A. Hasegawa [9] hanno rilevato gli andamenti di coppia sterzante, accelerazione laterale, velocità di imbardata e di rollio per quattro motocicli diversi. La manovra prevede di evitare l'ostacolo da un lato ritornando subito dopo in traiettoria, come illustrato in Figura 2-3.



Figura 2-3 : Schema del test di Sugizaki ed Hasegawa

L'obiettivo di questo studio è di trovare delle correlazioni, valide per tutte le moto, tra le grandezze misurate e le sensazioni di maneggevolezza riportate dai piloti. Dopo un'approfondita analisi statistica si evidenzia che la grandezza più significativa nel determinare la sensazione di maneggevolezza del motociclo è il ritardo temporale tra l'azione della coppia sterzante e la risposta della velocità di imbardata, dove un minor ritardo è indice di migliore maneggevolezza del veicolo. A questo risultato si aggiunge una buona correlazione tra la sensazione di maneggevolezza ed elevati valori della densità spettrale della risposta della velocità di rollio e dell'accelerazione laterale dell'asse ruota anteriore, in ben precisi intervalli di frequenza.

Nel '97 T. Katayama, T. Nishimi, T. Okayama, A. Aoki [7] hanno studiato il comportamento di diversi motocicli in differenti manovre, sia sperimentalmente, acquisendo coppia di sterzo, velocità di imbardata, inclinazione e spostamento laterale del pilota, sia teoricamente, con un modello analogo a quello sviluppato da R. S. Sharp [12], [16]. L'obiettivo del loro studio è quello di sviluppare un modello matematico che sia in grado di simulare, in varie situazioni, il comportamento di controllo del pilota sul motociclo. Tra queste, la manovra evasiva di un ostacolo è stata provata con un percorso
che prevede l'inversione ad u da un lato che viene comunicato solo all'ultimo momento al pilota.



Figura 2-4 : Schema del test di Katayama

La logica di controllo del pilota sul motociclo è stata riprodotta introducendo nell'azione del conducente dei ritardi rispetto il segnale di svolta. Attivando un certo ritardo per l'azione sterzante ed un ritardo leggermente superiore per l'inclinazione del corpo si raggiunge un buon accordo tra dati sperimentali e simulati.

Globalmente le prove della manovra evasiva di un ostacolo danno una buona comprensione del comportamento del motociclo in condizioni di emergenza, in cui le manovre sono molto veloci e la dinamica del veicolo è sempre in fase transitoria e non di regime.

La manovra di cambio di corsia rappresenta un'altra situazione realistica interessante per lo studio del comportamento del motociclo in condizioni tipicamente transitorie, pertanto mette in luce meglio delle prove stazionarie la reale maneggevolezza del mezzo.

Nel '78 R. S. Rice [4] ha studiato il comportamento in fase di cambio di corsia destrasinistra di differenti piloti. Si osserva che la manovra si può dividere in fasi temporali corrispondenti alle azioni del pilota e che le strategie di guida dei diversi piloti si differenziano in base all'entità del controsterzo iniziale e all'utilizzo dell'inclinazione laterale del pilota rispetto al motociclo. Piloti esperti eseguono la manovra con un accentuato out-tracking iniziale, visibile sia come angolo che come coppia di sterzo, ed usano l'inclinazione del corpo per mantenersi tendenzialmente verticali o addirittura come comando aggiuntivo rispetto la coppia. La manovra inizia con un picco di angolo e coppia di sterzo controsterzanti che risultano ben visibili se il pilota è esperto. La durata di questa fase è determinata dalla retroazione tra motociclo e pilota, che arresta questa manovra quando il motociclo raggiunge la velocità di rollio desiderata. In questa fase la coppia sterzante e l'angolo di sterzo sono concordi e rivolti verso destra (fino alla prima linea tratteggiata verticale in Figura 2-5). La prima fase utile è quella di sterzata verso sinistra (dalla prima alla seconda linea tratteggiata), in cui la coppia sterzante è sempre rivolta verso destra ma l'angolo di sterzo è rivolto a sinistra, per seguire la direzione richiesta di svolta. Questo significa che lo sterzo è ruotato dalle azioni dinamiche sull'avantreno più

che dall'azione diretta del pilota. Quando l'angolo di rollio raggiunge circa il valore massimo la coppia sterzante si annulla. Comincia così la seconda fase utile, in cui il motociclo, dopo aver raggiunto la massima inclinazione, deve raddrizzarsi. In questa fase (dalla seconda alla terza linea tratteggiata) la coppia sterzante è rivolta verso sinistra per chiudere la curva e raddrizzare il motociclo, mentre il veicolo ultima la fase di svolta a sinistra. Il termine di questa fase è caratterizzato da velocità di imbardata, angolo di rollio, angolo di sterzo ed inclinazione del pilota nulli. Si osserva che fino a questo punto l'inclinazione laterale del pilota è stata opposta al rollio del veicolo, il che evidenzia che il pilota tende a stare dritto e far rollare il motociclo. Nella terza fase utile (dalla terza linea tratteggiata in poi) il veicolo rolla ed imbarda verso destra, mentre la coppia di sterzo è ancora rivolta verso sinistra. L'inclinazione del pilota è ora verso sinistra, il che evidenzia che anche in questa fase tende a stare dritto e far inclinare il motociclo.



Figura 2-5 : Schema del test di Rice ed esempio di segnali acquisiti

Riguardo le diverse strategie di controllo, l'effetto della differente inclinazione tra motociclo e pilota è meglio evidenziato dall'accelerazione laterale lungo un asse perpendicolare al piano della moto: quando si rileva un valore non nullo significa che in quell'istante la manovra non è bilanciata secondo l'equilibrio di una curva in regime stazionario. La manovra più coordinata è risultata quella del pilota che impone il rollio iniziale al motociclo mediante l'inclinazione del corpo (cioè "butta giù" il motociclo di forza) per poi seguirlo e addirittura superarlo. La coppia di sterzo in questo caso non presenta il picco controsterzante iniziale (non vi è l'esigenza dell'*out-tracking*) ed è sempre rivolta nella direzione della corsia di destinazione. Analizzando gli andamenti dei segnali in prove errate (urto contro i birilli che delimitano le corsie) si vede che ciò comporta un'alterazione della normale sequenza di manovra, il che suggerisce che i comandi da dare al motociclo sono in gran parte predeterminati dal pilota e sono poi adattati in base all'esito ottenuto.

Dei grafici utili per sintetizzare le diverse strategie e doti di guida dei piloti si ottengono riportando il valore delle variabili di controllo coppia di sterzo ed inclinazione laterale del pilota su due assi e vedendo l'evoluzione nel tempo, come mostrato in Figura 2-6. Le condizioni iniziali sono l'origine, l'evoluzione temporale è descritta in linea continua o tratteggiata nella direzione indicata dalla freccia. Le crocette indicano l'istante in cui la velocità di imbardata verso sinistra è massima.



Figura 2-6 : Grafico delle variabili di controllo del motociclo

Dal grafico si osserva la sostanziale differenza del controllo applicato dal pilota B e D: Il pilota D inizia la manovra mediante l'inclinazione laterale del corpo, quindi forza il motociclo a rollare inclinandosi dalla parte opposta, mentre il pilota B imposta la manovra principalmente mediante la coppia di sterzo.

Per il pilota B la velocità di imbardata è massima quando la coppia sterzante è circa nulla, il che evidenzia che la velocità di imbardata ritarda di 90° rispetto la coppia sterzante. Vi è invece opposizione di fase tra velocità di imbardata ed inclinazione laterale del pilota.

Per il pilota D invece la velocità di imbardata precede di poco la coppia sterzante e precede di 90° l'inclinazione laterale del pilota. Mediante questo tipo di grafico si può osservare quale delle due grandezze viene maggiormente utilizzata dal pilota per guidare e si può valutare l'armonizzazione delle stesse nel tempo. Inserendo nel grafico anche le grandezze cinematiche del motociclo si evidenziano i ritardi tra ingressi e risposte, significativi di come il veicolo segue le manovre imposte.

Nel '78 anche J. W. Zellner e D. H. Weir [3], [13] hanno studiato la manovra di cambio di corsia, verificando il differente comportamento di motocicli diversi. La traiettoria da seguire è predeterminata ed è calcolata con lo scopo di imporre delle leggi del moto realistiche e richiedere forze ragionevoli ai pneumatici; la prestazione del motociclo è quantificata misurando l'errore di traiettoria effettiva, rilevata da un'apposita telecamera, rispetto quella predefinita. Il vantaggio di questo metodo è di non richiedere l'uso di birilli, che influenzano il comportamento del conducente, e di dare un indice di prestazione dipendente (eventualmente secondo una media pesata) dagli errori compiuti durante tutta la manovra. Il risultato è che l'errore di traiettoria tende ad aumentare con la velocità con cui è compiuta, ma questa dipendenza si fa meno marcata alle alte velocità, in cui il cambio di corsia è svolto su distanze più lunghe. Non si nota una sostanziale differenza nell'errore compiuto da motocicli stradali aventi massa differente, mentre motocicli da enduro mostrano errori tendenzialmente maggiori, soprattutto alle basse/medie velocità.

Nel '79 A. Aoki [5] ha studiato la manovra di cambio di corsia focalizzandosi sugli ingressi applicati dal pilota al veicolo, in particolare coppia sterzante ed angolo di inclinazione del pilota rispetto al motociclo. Eseguendo manovre di cambio corsia ed altre manovre si è vista la correlazione tra gli ingressi ipotizzati e la risposta dinamica del motociclo, sotto le diverse ipotesi di ingressi singoli oppure ingresso doppio. Assumendo la coppia sterzante e l'inclinazione del pilota come ingressi indipendenti contemporaneamente presenti, si ottengono valori di coerenza parziale con le uscite inferiori che assumendoli come ingressi singoli. Ciò significa che esiste una correlazione tra coppia sterzante ed inclinazione del pilota. Confrontando la coerenza parziale con quella multipla si conclude inoltre che l'ipotesi di ingresso doppio è inadeguata. Il risultato di questo lavoro quindi individua nella coppia sterzante l'ingresso più significativo nel controllo del motociclo.

Nell'88 M. Sugizaki e A. Hasegawa [9] hanno studiato anche la manovra di cambio di corsia, sempre con l'intento di trovare delle correlazioni significative della sensazione di maneggevolezza del pilota. Anche questa prova, come quella evasiva di un ostacolo,

conferma come il ritardo tra la velocità di imbardata e la coppia sterzante sia la grandezza maggiormente avvertita dal pilota nel compiere manovre impulsive.

Nel '95 O. Kuroiwa, M. Baba e N. Nakata [8] hanno studiato questa manovra focalizzandosi sull'azione imposta dal pilota sullo sterzo mediante un approccio più generale. In manovre particolarmente veloci come questa infatti il pilota tende ad applicare allo sterzo coppie non solo sterzanti, cioè parallele all'asse di sterzo, ma anche rollanti, cioè con componenti ortogonali a tale asse. Queste componenti hanno l'effetto di forzare il moto di rollio del motociclo oltre le possibilità fornite dalle forze laterali dei pneumatici e dalla gravità, limitatamente al possibile movimento laterale del pilota, quindi per intervalli di tempo molto brevi. Mediante uno sterzo in grado di misurare entrambe queste componenti, hanno visto come i valori massimi raggiunti variano con la velocità di esecuzione della manovra. Mediante estrapolazione è stata calcolata la coppia rollante applicata a seguito del solo movimento laterale del pilota, chiamata coppia di controllo del pilota. Effettuando i test a diverse velocità e calcolando in ciascun caso la coppia di controllo, si è trovata una buona correlazione tra la sua variazione rispetto la velocità e la percezione di maneggevolezza. I motocicli avvertiti come più maneggevoli sono quelli che presentano un maggiore incremento di coppia di controllo rispetto la velocità.

La prova di slalom può sembrare una delle più semplici da eseguire ed interpretare, ma in realtà realizza delle condizioni dinamiche molto particolari, che non si possono classificare né come transitorie né come di regime. Pensando ad una prova di slalom, se si trascurano le curve iniziali e finali, in cui il pilota adatta la guida alle nuove condizioni di moto, la serie di curve è affrontata con comandi ripetitivi, di ampiezza e frequenza legate alla velocità del motociclo e al passo dei birilli, ma totalmente diversi da quelli imposti percorrendo in condizioni stazionarie curve di pari raggio. Le informazioni che si possono trarre da questa prova sono quindi particolarmente interessanti perchè descrivono sotto un altro aspetto il comportamento dinamico del veicolo.



Figura 2-7 : Schema del test di slalom

Nel'93 T. F. Schweers e D. Remde [11] hanno eseguito uno studio approfondito sullo slalom provando motocicli e piloti diversi ed acquisendo angolo e coppia di sterzo, inclinazione laterale del pilota, angolo di rollio e velocità di avanzamento. La comprensione del comportamento in slalom è pensata finalizzata allo studio della maneggevolezza su qualsiasi tracciato, dal momento che l'insieme di segnali acquisiti percorrendo un tratto di strada normale si può scomporre secondo un insieme di ampiezze e frequenze equivalenti.

Quindi gli andamenti tipici della prova di slalom, che sono praticamente armonici, rappresentano il riferimento per una generica acquisizione. Data la velocità ed il passo dei birilli, la frequenza è data dalla seguente relazione approssimata:

$$f \cong \frac{V}{2P}$$

Lo slalom è realizzato in modo da variare opportunamente la frequenza delle manovre, con lo scopo di verificare la risposta del motociclo nel campo più ampio di condizioni. L'interpretazione dei risultati avviene osservando la correlazione tra grandezze d'ingresso e di uscita. Le grandezze d'ingresso sono quelle di controllo del motociclo, cioè coppia di sterzo ed inclinazione laterale del pilota, quelle di uscita sono quelle descrittive della cinematica del veicolo, come l'angolo di rollio. Nelle condizioni di regime tutti i segnali hanno un andamento pressoché armonico, caratterizzato dalla stessa frequenza e da particolari ampiezze e fasi. Scegliendo un segnale come ingresso (ad esempio la coppia sterzante) ed un altro come uscita (ad esempio l'angolo di rollio) si diagrammano in funzione della frequenza i rapporti tra ampiezza dell'uscita e dell'ingresso nonché il loro sfasamento (la funzione di trasferimento tra i due segnali).

Riprendendo le grandezze d'esempio, valori elevati del rapporto tra uscita ed ingresso significano che si ottiene un buon movimento del motociclo con poco sforzo sterzante, mentre valori negativi di sfasamento dicono che l'uscita (angolo di rollio) segue l'ingresso (coppia sterzante) con un certo ritardo. I grafici sperimentali riportati in Figura 2-8 mostrano che per tutti i motocicli al crescere della frequenza dello slalom i rapporti uscita/ingresso diminuiscono, quindi all'aumentare della frequenza i motocicli tendono a diventare sempre meno maneggevoli nel senso che richiedono uno sforzo sempre maggiore per essere guidati, il che concorda con le sensazioni di guida dei piloti.



Figura 2-8 : Modulo e fase della funzione di trasferimento tra coppia sterzante ed angolo di rollio per diversi motocicli, con giudizio espresso dal pilota sulla prova

Contrariamente a questo, però, i motocicli che richiedono sforzi maggiori (cioè che hanno curve più basse) sono percepiti come più maneggevoli, il che suggerisce che questo

rapporto non è il parametro che viene maggiormente rilevato dai piloti. Nei grafici di Figura 2-8 è riportato anche il giudizio medio dei piloti sulla maneggevolezza espressa dal motociclo (1=massimo, 7=minimo). Una buona correlazione con le sensazioni dei piloti si ottiene considerando il ritardo angolare tra angolo di rollio e coppia sterzante: motocicli che rispondono prontamente al comando sterzante sono considerati più maneggevoli. Tale grandezza presenta anche una bassa dipendenza dal pilota, limitata dispersione statistica e forte dipendenza dal motociclo, quindi appare legata alle proprietà di guidabilità caratteristiche del veicolo. Aumentando l'inerzia del motociclo con una massa si osserva che le curve di ritardo angolare vengono modificate ed in particolare si raggiunge un massimo di ritardo (quindi un minimo di maneggevolezza) ad una frequenza che si ipotizza come "propria" del sistema moto-pilota.

2.1.2 Steady turning

La prova di percorrenza ad una certa velocità di una curva a raggio costante consente di realizzare facilmente la condizione di regime più semplice da calcolare analiticamente e da simulare. In queste condizioni le grandezze di ingresso ed uscita sono costanti e facilitano la comprensione del comportamento del motociclo. Studiando anche la fase di inserimento nella curva a raggio costante alcuni ricercatori hanno osservato il comportamento del pilota nell'impostare e portare il motociclo nelle condizioni stazionarie di sterzata, cioè il periodo transitorio.

Nel 1978 R. S. Rice [4] ha studiato le fasi di inserimento e regime in una curva a raggio costante, acquisendo angolo di sterzo, coppia di sterzo, angolo di rollio, velocità di rollio ed inclinazione laterale del pilota e confrontandone gli andamenti con quelli ottenuti da un modello matematico. Le acquisizioni fatte mettono in evidenza la tecnica dell'out-tracking che consiste nell'affrontare una curva sterzando per un breve intervallo di tempo iniziale in senso opposto, generando così una forza reattiva ai pneumatici che provoca il rollio richiesto. Ad esempio, per curvare verso destra è necessario inizialmente sterzare a sinistra, finchè il motociclo cadendo verso destra raggiunge l'angolo di rollio desiderato, dopodiché si orienta lo sterzo verso l'interno della curva secondo l'angolo di equilibrio con la velocità e traiettoria richieste. L'inserimento è aiutato molto dall'inclinazione del pilota verso l'interno della curva, che provoca un'analoga inclinazione del motociclo e limita la necessità dell'iniziale controsterzo. Disattivando la possibilità di inclinazione laterale del pilota nelle simulazioni infatti Rice ottiene manovre di out-tracking molto più accentuate, che richiedono un maggiore valore di picco di coppia controsterzante. Osservando l'andamento della coppia di sterzo simulata vengono messi in luce i limiti del modello teorico, che prevede valori di regime diversi da quelli rilevati.

Sempre nel 1978 J. W. Zellner e D. H. Weir [3] hanno studiato le condizioni di sterzata a regime provando diversi motocicli a differenti velocità variando i raggi di curvatura della traiettoria. Le grandezze acquisite sono coppia di sterzo, angolo di sterzo, angolo di rollio, velocità di rollio, accelerazione laterale, velocità di avanzamento, inclinazione laterale e longitudinale del pilota, posizione laterale del pilota, e gli andamenti sono stati confrontati con quelli ottenuti da un modello matematico. L'elaborazione dei risultati sperimentali e teorici è effettuata in maniera da evidenziare le velocità alle quali il comportamento del motociclo cambia in maniera sostanziale. Assumendo (in base ad altre ricerche) che il pilota controlla l'angolo di rollio utilizzando la coppia sterzante, sono calcolati alle varie velocità i rapporti tra queste due grandezze, che quantificano la relazione tra l'azione del pilota e la risposta del veicolo. In alcuni motocicli (Figura 2-9) si osserva che la coppia sterzante di regime passa con l'aumentare della velocità da valori negativi (azione sterzante verso l'esterno della curva) a valori positivi (azione sterzante verso l'interno della curva), il che manifesta una transizione tra due diversi comportamenti. Quando la coppia sterzante applicata è rivolta verso l'esterno della curva significa che il motociclo tende automaticamente a stringere la traiettoria, il che tende a stabilizzare il veicolo qualora venisse a mancare l'azione del pilota sul manubrio. In caso contrario (coppia applicata verso l'interno) lo sterzo tende a raddrizzarsi, il che in assenza del controllo del pilota tende a far cadere all'interno il motociclo a causa del suo rollio di regime non nullo.



Figura 2-9 : Andamento del rapporto per due diversi motocicli

Uno dei motocicli provati manifesta una minore attitudine a passare a condizioni di coppia sterzante positiva, il che è confermato anche dai risultati dei modelli matematici. Altra grandezza significativa, spesso usata in campo automobilistico, è il rapporto tra velocità di imbardata ed angolo di sterzo, rapporto che quantifica la risposta "utile" del mezzo (la velocità di imbardata è significativa di quanto il motociclo stia effettivamente sterzando) rispetto l'azione imposta dal pilota sullo sterzo. Tale rapporto (Ψ/δ) può essere pensato significativo, anche se non esattamente proporzionale, del rapporto tra il raggio di curvatura "ideale" della traiettoria (che dipende dal solo angolo di sterzo e vale p/Δ) e quello effettivo, che dipende dagli angoli di deriva con cui funzionano i pneumatici, secondo la seguente formula approssimata [1]:

$$\mathbf{R}_{\mathrm{r}} \cong \frac{\mathbf{p}}{\Delta + \lambda_{\mathrm{r}} - \lambda_{\mathrm{f}}}$$

I motocicli provati si differenziano notevolmente nell'andamento del rapporto Ψ/δ al variare della velocità: si hanno comportamenti sottosterzanti quando Ψ/δ ha un incremento meno che lineare rispetto la velocità (Figura 2-10, Figura 2-11), sovrasterzanti quando tale rapporto ha andamento più che lineare (Figura 2-10). In alternativa si può definire comportamento sottosterzante quando il raggio di curvatura effettivo è maggiore di quello geometrico e sovrasterzante quando è minore.



Figura 2-10 : Comportamento sovrasterzante



E' interessante notare che uno dei motocicli provati ha una certa velocità critica, prevista anche dal modello teorico, oltre la quale è necessario eseguire a regime la curva girando lo sterzo verso l'esterno della curva, per cui la velocità di imbardata e l'angolo di sterzo assumono valori discordi (ed il rapporto diviene negativo). Sono ad esempio le condizioni in cui si trovano comunemente a correre i motocicli da speedway. Esiste quindi la possibilità di due diverse velocità che segnano il passaggio della coppia da valori negativi a positivi e dell'angolo di sterzo da valori positivi a valori negativi. La presenza di entrambe le transizioni nelle condizioni d'uso del motociclo non comporta però un peggioramento nelle sue proprietà di controllo, visto che le deviazioni rilevate dal percorso circolare ideale non risentono della velocità. Al contrario, sembra che il mantenimento a diverse velocità di condizioni vicine a quelle di coppia sterzante nulla permetta una migliore precisione nel mantenimento della traiettoria circolare voluta.



Studi sperimentali e teorici su maneggevolezza, stabilità e manovrabilità dei veicoli a due ruote M. Peretto



Figura 2-13 : Errore sulla traiettoria circolare

Questo è espresso dal grafico in Figura 2-13, in cui si osserva che l'errore sulla traiettoria circolare presenta valori minimi alle velocità in cui la coppia sterzante è circa nulla.

Nel '91 T. S. Liu e I. H. Hsiao [14] hanno studiato la maneggevolezza di un prototipo di motociclo in cui era possibile cambiare l'avancorsa e la sospensione posteriore, rilevando con una telecamera la traiettoria effettiva seguita. Lo scopo del lavoro è quello di identificare, applicando il metodo Taguchi, le grandezze che statisticamente sono più influenti sulla precisione di guida, basandosi sulla ripetibilità delle misure fatte. La maneggevolezza così definita risulta dalla sperimentazione fortemente legata all'avancorsa e all'esperienza del pilota, mentre sembra dipendere poco dalla rigidezza della sospensione posteriore e dalla velocità.

Nel '97 H. Ishii e Y. Tezuka [6] hanno effettuato uno studio sperimentale molto approfondito rilevando l'andamento dell'angolo di sterzo, coppia di sterzo, velocità di imbardata, angolo di rollio, velocità di avanzamento e, mediante perni ruota appositamente strumentati, anche le forze e momenti di contatto tra pneumatici e terreno. Il veicolo è stato anche simulato con un modello matematico, per un confronto diretto con i risultati sperimentali. Il lavoro si concentra particolarmente sull'effetto dei pneumatici sul comportamento del motociclo in curva, in termini di coppia sterzante ed angolo di sterzo. Come primo passo quindi sono state studiate al banco prova le curve caratteristiche dei pneumatici (Figura 2-14), che descrivono la forza laterale ed il momento di imbardata sviluppati in funzione dell'angolo di deriva e di rollio. Successivamente si sono effettuate le misure sperimentali con il motociclo affrontando a diverse velocità una curva di raggio prefissato.



Figura 2-14 : Curve caratteristiche del pneumatico anteriore

Considerando una prova, misurati l'angolo di rollio e le forze laterali sui pneumatici si ottiene l'angolo di deriva per confronto con la preventiva mappatura delle caratteristiche del pneumatico. In questo modo si ha una misura, seppur indiretta, degli angoli di deriva effettivi con cui il motociclo percorre la traiettoria circolare. Diagrammando gli angoli di deriva in funzione dell'accelerazione centripeta (quindi, essendo il raggio costante, all'aumentare della velocità), si evidenzia che mentre per il pneumatico posteriore tale angolo ha valori positivi e crescenti, per il pneumatico anteriore ha valori negativi e decrescenti (Figura 2-15). La particolarità del pneumatico anteriore è quella di avere una forza di rollio così elevata da essere superiore a quella richiesta per la traiettoria eseguita, per cui si raggiungono le condizioni di equilibrio con angoli di deriva addirittura negativi, cioè con il pneumatico che scivola verso l'interno della curva. Dal momento che, aumentando la velocità di percorrenza della curva, la forza di rollio anteriore esercitata aumenta più di quella richiesta, l'angolo di deriva anteriore diventa sempre più negativo.



Figura 2-15 : Andamento degli angoli di deriva

Questo ha una conseguenza diretta sull'angolo di sterzo necessario per percorrere la curva. La relazione approssimata che lega angolo di sterzata effettivo (Δ), angoli di deriva anteriore e posteriore, passo e raggio di curvatura reale è la seguente:

$$\Delta \cong \lambda_{\rm f} - \lambda_{\rm r} + \frac{p}{R_{\rm cr}}$$

Poichè all'aumentare della velocità λ_f diminuisce e λ_r aumenta (p ed R_{cr} sono costanti), si ha che l'angolo di sterzo necessario per percorrere la curva diminuisce con la velocità (Figura 2-16). Anche la coppia sterzante risente pesantemente di questo fenomeno. Lo spostamento dell'angolo di deriva anteriore verso valori sempre più negativi causa un aumento del momento di imbardata del pneumatico (cfr. Figura 2-14), cioè una tendenza sempre più autosterzante dell'avantreno, il che richiede valori di coppia sterzante sempre più negativi (controsterzanti), come espresso dal grafico in Figura 2-17.



Il comportamento del motociclo è stato previsto teoricamente sulla base delle mappe descrittive della risposta dei pneumatici e l'accordo dei risultati sperimentali con quelli delle simulazioni è buono, soprattutto sui valori di regime dopo la fase di inserimento in curva. A partire da questi risultati si è visto che aumentando il momento di imbardata esercitato dal pneumatico la coppia sterzante diventa ancora più negativa, mentre l'angolo di sterzo rimane pressoché invariato. Aumentando invece la forza laterale esercitata si osserva che l'angolo di sterzo diminuisce, perché risulta ancora maggiore l'esubero di forza laterale rispetto quella necessaria per mantenere la traiettoria, pertanto λ_f diminuisce ulteriormente, e Δ di conseguenza (Figura 2-18).



Figura 2-18 : Effetto delle caratteristiche del pneumatico sulla coppia sterzante ed angolo di sterzo

Nel '99 V. Cossalter, A. Doria e R. Lot [2] hanno sviluppato un modello analitico per lo studio della manovra di sterzata di una moto. Partendo dalle relazioni cinematiche del modello sono calcolate le posizioni dei punti di contatto dei pneumatici con il terreno, posizioni che influenzano il comportamento del motociclo in quanto determinano i punti di applicazione delle forze di contatto. Inserendo il modello che descrive il comportamento del pneumatico è possibile scrivere le equazioni del moto stazionario in curva, che sono risolte numericamente e forniscono tutte le grandezze cinematiche e dinamiche della moto. E' estremamente interessante osservare il grafico che fornisce la coppia sterzante in funzione della curvatura della traiettoria e della velocità.



Studi sperimentali e teorici su maneggevolezza, stabilità e manovrabilità dei veicoli a due ruote M. Peretto

Figura 2-19 : Curve di livello di riferimento della coppia sterzante



In Figura 2-19 si riportano le curve di livello della coppia sterzante ottenute con un pneumatico avente rigidezza di deriva infinita e disattivando la forza di rollio, l'avancorsa del pneumatico ed il momento di torsione. Questo comportamento del pneumatico può essere assunto come "ideale" perché è in grado di sviluppare qualsiasi forza laterale richiesta senza maturare uno scivolamento laterale e senza avere effetti dinamici aggiuntivi sulla superficie di contatto con l'asfalto. Si osserva che la curva corrispondente alla coppia sterzante nulla è caratterizzata da una certa velocità, indipendente dal raggio. Questo significa che al pilota è richiesta un'azione controsterzante o sterzante a seconda della velocità, indipendentemente dal raggio della traiettoria che sta percorrendo. Attivando progressivamente le diverse possibilità che il pneumatico ha di esercitare forze e momenti di contatto con il terreno, si comprende la pesante influenza di questo componente sulla maneggevolezza del mezzo. Fissato un raggio di curvatura nel grafico di Figura 2-20, si osserva la tendenza a passare da coppie sterzanti negative a positive con l'aumentare della velocità, ma questo comportamento è subordinato alla risposta del pneumatico, come risulta dal confronto tra i grafici in Figura 2-19 e Figura 2-20. Questo spiega il comportamento opposto del motociclo provato da H. Ishii e Y. Tezuka, che richiedeva coppie sempre più negative a causa di una deformazione ancora più accentuata delle curve di Figura 2-20, originata da momenti autosterzanti particolarmente elevati per il pneumatico anteriore (come ricavato sperimentalmente dai due autori). La messa a punto di un modello teorico di questo tipo quindi permette di simulare a priori il comportamento di un motociclo in funzione dei pneumatici adottati ed anche di scegliere quelli più adatti alle esigenze del progetto.



Figura 2-21 : Risposta del veicolo in assenza del momento di imbardata del pneumatico



Figura 2-22 : Risposta del veicolo con modello completo di pneumatico

Considerando la coppia sterzante come grandezza di controllo e l'accelerazione laterale del motociclo come grandezza di uscita, visto che quantifica l'efficienza (cioè la velocità) con cui è percorsa la curva, il modello matematico fornisce la risposta utile del veicolo all'azione di guida da parte del pilota. Dal grafico in Figura 2-21 si osserva che per pneumatici con basso momento di imbardata tale rapporto risente poco del raggio di curvatura della traiettoria, e tende ad un valore quasi costante all'aumentare della velocità. Tale grafico può essere confrontato con quello del rapporto tra coppia sterzante ed angolo di rollio ottenuto da W. Zellner e D. H. Weir, poichè angolo di rollio ed accelerazione laterale sono entrambi funzioni crescenti della velocità, il che dà una conferma indiretta delle possibilità dei modelli teorici. La dispersione dei dati sperimentali suddetti, ottenuti con curvature della traiettoria e motocicli differenti, può essere compresa mediante il grafico di Figura 2-22, dove è messa in luce la diversificazione delle curve del rapporto tra coppia sterzante ed accelerazione laterale rispetto il raggio di curvatura, causata da valori realistici del momento di imbardata del pneumatico. Un risultato molto interessante di questo modello è quello di mettere in luce come il comportamento del motociclo sia influenzato da numerose azioni, alcune delle quali stabilizzanti, altre destabilizzanti, il cui effetto dipende anche dalla geometria del motociclo ed in particolare dell'avantreno. La coppia di sterzo è il risultato di queste varie azioni di segno opposto, che possono avere intensità anche elevate, per cui piccole variazioni delle scelte progettuali possono causare squilibri non trascurabili. Ad esempio, si ha conferma (come sperimentato da T. S. Liu e I. H. Hsiao) che l'avancorsa è la grandezza geometrica più influente sulla coppia sterzante da applicare, perché determina in maniera diretta il braccio rispetto l'asse di sterzo delle forze di contatto pneumatico-suolo (Figura 2-23).



Studi sperimentali e teorici su maneggevolezza, stabilità e manovrabilità dei veicoli a due ruote M. Peretto

Figura 2-23 : Effetto dell'avancorsa normale sulla coppia sterzante



Figura 2-24 : Effetto dell'inclinazione dello sterzo sulla coppia sterzante

In Figura 2-24 è riportato un grafico che presenta l'influenza della variazione dell'inclinazione del canotto di sterzo rispetto la verticale. Mentre un aumento dell'avancorsa normale comporta la diminuzione della coppia sterzante, l'aumento dell'inclinazione dell'asse di sterzo provoca l'aumento della coppia sterzante richiesta. E' evidente che un modello matematico in grado di prevedere la risposta dinamica del veicolo i funzione delle varie caratteristiche geometriche, inerziali e del pneumatico costituisce un valido aiuto alla fase progettuale.

Un approccio completamente diverso nello studio della manovra di sterzata a raggio costante è stato quello di J. Koch [15], che nel '78 ha eseguito prove sperimentali rilevando gli andamenti di coppia sterzante, velocità di rollio e di avanzamento durante prove di curva ad U. Viene introdotto il fattore di Koch K come segue:

$$\mathbf{K} = \frac{\hat{\mathbf{T}}}{\hat{\mathbf{\phi}}\mathbf{v}}$$

dove T indica il valore di picco della coppia sterzante, Φ il valore di picco della velocità di rollio, e v la velocità di avanzamento.

Con l'aumentare della velocità alla quale è fatta la prova K tende ad un valore limite K_K funzione del motociclo e del raggio considerato. Va sottolineato che i valori di picco di coppia e velocità di rollio utilizzati nel calcolo del rapporto sono raggiunti nelle fasi di inserimento e non di regime (il che costituisce la particolarità di questo metodo), quindi la confrontabilità con i precedenti grafici è limitata, anche se i grafici già presentati che danno la coppia sterzante di regime mostrano un andamento analogo. Valori bassi di K_K indicano che si ottengono, ad alte velocità di avanzamento, elevate velocità di rollio con picchi di coppia contenuti, quindi sono caratteristici di motocicli molto maneggevoli. Koch individua nel momento d'inerzia della ruota anteriore, dell'avantreno attorno all'asse di sterzo e del

motociclo attorno all'asse di rollio le grandezze inerziali più influenti su K_K e quindi sulla maneggevolezza del veicolo. Si è visto che i possibili comportamenti a regime di curva a raggio costante si differenziano in base al senso della coppia sterzante e dell'angolo di sterzo, soprattutto in funzione della variazione di queste grandezze con la velocità.

2.2 Stabilità: studi teorici e sperimentali

Si riporta di seguito lo stato dell'arte degli studi teorici e sperimentali riguardanti la stabilità, esaminata essenzialmente in relazione ai due principali modi di vibrare laterali, ovvero il *"weave"* ed il *"wobble"*. Tali modi vengono considerati separatamente e con maggiore dettaglio in quanto strettamente correlati alla sicurezza di guida, in relazione alla possibile instabilità che li può caratterizzare in talune condizioni di moto e soprattutto di velocità.

2.2.1 Modi di vibrare e stabilità

La stabilità è uno degli argomenti più approfonditi nel campo della dinamica dei motocicli, dal momento che ne influenza in modo rilevante la sicurezza di marcia. Le motociclette presentano infatti modi di vibrare legati alle masse ed alle inerzie dei componenti (ruote, sterzo, telaio, ecc.), ed alle rispettive elasticità (costituite principalmente dalla risposta dei pneumatici). Alcuni di questi modi di vibrare possono essere instabili o comunque non facilmente controllabili dal pilota, compromettendo seriamente la sicurezza di marcia.

La motocicletta, come insieme di corpi rigidi nello spazio, è caratterizzata da due tipologie di modi di vibrare: "*in plane*", ovvero nel piano, ed "*out of plane*", ovvero fuori dal piano. Per quanto riguarda la prima tipologia si hanno il *bounce* ed il *pitch*; per quanto riguarda la seconda si hanno il *capsize*, il *weave* ed il *wobble*. Questi ultimi risultano di fondamentale importanza nella dinamica della motocicletta, influenzandone sia la maneggevolezza che la stabilità.

Il modo *capsize* permette la caduta laterale della motocicletta, consentendone l'ingresso in curva ovverosia il moto di rollio. I modi *weave* e il *wobble* determinano invece il grado di stabilità della motocicletta in rettilineo a velocità elevate. A differenza del *capsize*, questi ultimi sono sempre a svantaggio della sicurezza di guida, ed è continua la ricerca di nuove soluzioni da parte dei costruttori per cercare di smorzarli quanto più possibile.

Il *weave* prende il nome dal "serpeggiamento" proprio della forma della vibrazione, che coinvolge prevalentemente il retrotreno facendolo imbardare e rollare con frequenze comprese fra 1.5 Hz e 3 Hz: si manifesta soprattutto alle velocità elevate e proprio per questa sua peculiarità risulta molto pericoloso. Il *wobble* coinvolge invece in prevalenza l'avantreno, con oscillazioni del manubrio attorno all'asse di sterzo a frequenze che variano dai 5 Hz ai 10 Hz.

2.2.2 Weave e Wobble

Nel '71 R. Sharp [32] ha sviluppato un modello matematico multi-body per il calcolo delle frequenze e smorzamenti dei modi di vibrare del motociclo, al variare della velocità di avanzamento. Sono individuati tre modi "tipici" del motociclo, detti weave, wobble e capsize. La loro forma modale, cioè il coinvolgimento delle variabili di stato del motociclo (angoli di sterzo, di rollio e di imbardata, spostamento laterale del motociclo) in ciascun modo, è funzione della velocità. Nonostante questo è possibile identificare il weave con un ondeggiamento del motociclo che coinvolge avantreno e soprattutto retrotreno, mentre il wobble è una vibrazione concentrata all'avantreno. Il capsize è invece un modo non oscillante di caduta laterale del motociclo. Il modello di Sharp consente di prevedere i campi di stabilità ed instabilità di ciascun modo in funzione della velocità. Per il veicolo studiato Sharp conclude che il modo weave ha frequenza crescente con la velocità, è instabile alle basse velocità ma diventa stabile alle velocità intermedie ed alte. Il modo wobble presenta frequenza poco sensibile alla velocità ed ha stabilità decrescente con la velocità. Il modo capsize risulta stabile alle basse velocità ma ha stabilità decrescente con la velocità fino a diventare instabile ad elevate velocità. Il modello matematico è utilizzato per un'analisi di sensibilità di questi modi nei confronti dei parametri geometrici, delle proprietà di massa del motociclo e delle caratteristiche dei pneumatici, che risultano molto influenti. Si osserva che ad alta velocità ci possono essere due instabilità oscillatorie a frequenza di circa 3 Hz e 10 Hz che possono essere in parte smorzate dall'attrito allo sterzo (o da apposito smorzatore) una a scapito dell'altra.

Nel '78 M. K. Verma [29] ha studiato la stabilità del motociclo sviluppando e validando sperimentalmente un modello multi-body che prevede anche la flessibilità della forcella anteriore e del forcellone posteriore. La validazione sperimentale è stata effettuata eccitando il motociclo con un impulso sul manubrio durante le condizioni di marcia in rettilineo e misurando le conseguenti oscillazioni libere di coppia sterzante, accelerazione laterale, velocità di rollio, imbardata ed angolo di sterzo. Il modello matematico consente di evidenziare la presenza di diversi modi, ma l'attenzione è focalizzata su quelli meno smorzati, cioè weave, wobble e capsize. La loro forma modale viene descritta al variare della velocità, evidenziando come lo stesso modo presenti caratteristiche molto diverse a seconda delle condizioni in cui viene eccitato. L'introduzione della flessibilità della forcella e del forcellone nel modello matematico ha una certa influenza sul modo wobble previsto, dal momento che fornisce frequenze inferiori a bassa velocità e superiori ad alta velocità, nonché smorzamenti superiori. Il modo weave risente meno della flessibilità del telaio, ma si avvicina alle condizioni di instabilità alle alte velocità. Sostanzialmente la flessibilità del motociclo influisce sulla sua stabilità solo per i fenomeni di frequenza più alta (wobble).

L'analisi di sensibilità mostra come le caratteristiche geometriche ed inerziali del motociclo ed il comportamento del pneumatico modificano i modi. In particolare, la sicurezza del motociclo è compromessa quando qualche modo entra nel campo di instabilità. Questo succede per il weave quando un peso aggiuntivo è posto sul retrotreno alle alte velocità.

Un risultato importante di questa ricerca è che la valutazione sperimentale della stabilità mediante la misura delle oscillazioni libere è influenzata dalla presenza di forzanti esterne dovute ad esempio alla disuniformità delle forze di contatto tra pneumatico ed asfalto. Questo porta a sottostimare lo smorzamento dei modi aventi frequenze vicine a quella del disturbo esistente.

Nel '92 M. Yokomori, K. Higuchi e T. Ooya [30] hanno sviluppato un modello a bipendolo inverso per lo studio della stabilità del motociclo a bassa velocità, con particolare attenzione all'azione di controllo del pilota. L'ipotesi fatta è che a basse velocità il pilota stabilizza il rollio del motociclo mediante l'angolo di sterzo e l'angolo di inclinazione del corpo rispetto al veicolo. Si considera che tali azioni di controllo avvengano proporzionalmente all'angolo di rollio con dei ritardi temporali. Lo studio si basa sulla validazione sperimentale del modello, finalizzata a trovare le condizioni di stabilità del sistema pilota-motociclo. Da questa indagine risulta che per stabilizzare il motociclo a basse velocità è necessaria un'ampia azione sullo sterzo, anche se con ritardi elevati. Al contrario, ad elevate velocità sono necessarie azioni di piccola ampiezza ma molto pronte. In presenza di entrambe le grandezze di controllo, il ritardo con cui il pilota si inclina rispetto al motociclo non ha molta influenza sulla stabilità, mentre l'ampiezza di questo movimento aiuta a diminuire l'ampiezza dell'angolo di sterzo necessaria a garantire la stabilità. Disattivando il controllo mediante l'inclinazione del pilota, l'azione sullo sterzo deve essere pronta soprattutto alle velocità elevate.

Nel '93 I. Kageyama [33] ha studiato i modi di vibrare del motociclo ipotizzando che durante la marcia le azioni esterne (irregolarità del fondo stradale, turbolenze, ecc.) costituiscono, nel campo delle frequenze di interesse, un rumore bianco. Sono state misurate le minime oscillazioni dell'angolo di sterzo e calcolata la funzione di autocorrelazione del segnale opportunamente filtrato. In questo modo sono ottenute sia le frequenze che gli smorzamenti del weave, al variare della velocità. I vantaggi di questo metodo sono molteplici. In primo luogo, non è necessaria alcuna eccitazione delle vibrazioni, né da parte del pilota né tramite altri mezzi, il che semplifica la procedura ed elimina il problema di dover valutarne l'entità. In secondo luogo, al contrario dei metodi "impulsivi", è possibile caratterizzare tali modi di vibrare anche in curva, dove la risposta del motociclo è modificata dalla dipendenza della risposta del pneumatico dall'angolo di rollio.

Nel '95 I. Kageyama e K. Emoto [31] hanno sviluppato e validato un modello matematico finalizzato alla modellazione del wobble. Lo studio prende in considerazione solo l'avantreno del motociclo ma sviluppa un modello approfondito del comportamento del pneumatico, che considera anche il comportamento torsionale della superficie di contatto tra pneumatico ed asfalto. Tutte le caratteristiche di rigidezza e smorzamento del pneumatico sono state misurate con un apposito tire-tester. I risultati mostrano che il modello di avantreno così costruito descrive bene il wobble e soprattutto permette di identificare la dipendenza della sua frequenza e smorzamento dai parametri caratteristici del pneumatico.

Lo studio della stabilità dei motocicli si è recentemente focalizzato sulla differenza del comportamento in rettilineo ed in curva e conseguente accoppiamento delle oscillazioni nel piano di simmetria del motociclo con quelle fuori dal piano. V. Cossalter, R. Lot e F. Maggio [34] hanno effettuato uno studio teorico dei modi di vibrare del motociclo mediante un avanzato modello matematico muli-body illustrato in Appendice 2. L'analisi dei modi di vibrare nel piano si focalizza sull'influenza delle caratteristiche del pneumatico. Il pneumatico anteriore influisce sulla stabilità dei modi, soprattutto alle basse velocità dove gli effetti giroscopici, che sono stabilizzanti, sono molto contenuti. Aumentando il raggio della sezione del pneumatico anteriore si ha una riduzione della stabilità del wobble e capsize. Il momento di torsione del pneumatico è stabilizzante per il capsize a bassa velocità, mentre è destabilizzante per il weave. Il momento auto-allineante è destabilizzante per il wobble a bassa velocità ma è stabilizzante alle alte velocità. Si è visto che mentre l'avancorsa del pneumatico destabilizza il capsize, quella meccanica lo stabilizza. Variando la rigidezza laterale del pneumatico posteriore non si hanno variazioni significative sulla stabilità del motociclo, mentre una maggiore rigidezza laterale del pneumatico anteriore risulta stabilizzante per il wobble.

Lo studio dei modi di vibrare in curva evidenzia l'accoppiamento tra il modo bounce ed il modo weave. Questo evidenzia che le sospensioni sono coinvolte nel comportamento del motociclo rispetto il weave, il che offre uno strumento aggiuntivo per il controllo di questa potenziale instabilità del motociclo.

In [38], Rigamonti si è concentrato soprattutto sulle modalità di identificazione dei modi, ottenendo anche alcuni risultati riguardanti il wobble, senza effettuare però nessuno studio sull'influenza di alcuni parametri su tale modo di vibrare. In [43], Imaizumi e Fujioka, hanno effettuato uno studio sperimentale e teorico riguardante l'influenza sul modo wobble dell'aumento del carico verticale agente sull'asse posteriore del veicolo. Attraverso il loro lavoro emerge che il wobble diviene maggiormente instabile aumentando il carico al posteriore e propongono un meccanismo – smorzatore dinamico- per diminuire l'instabilità.

In [44] viene studiata sperimentalmente l'influenza delle flessibilità sia del telaio che della forcella sul modo wobble. In particolare, vengono focalizzati due parametri fondamentali del suddetto modo di vibrare: le flessibilità della forcella telescopica e quelle del telaio rispetto al piano di simmetria del veicolo. In nessuno dei lavori citati viene però presentata una soluzione a carattere generale e facilmente applicabile per ridurre l'instabilità dei motocicli dovuta al wobble. Inoltre, in nessun lavoro sperimentale presente in letteratura, viene studiato il wobble con la tecnica impulsiva mantenendo costante la velocità del veicolo durante la manifestazione del fenomeno. Nel lavoro presentato da Bayer [45], vengono riportati due diagrammi rappresentativi delle frequenze e degli smorzamenti del modo di vibrare wobble in funzione della velocità variando alcuni parametri. Il primo diagramma (Figura 2-25) rappresenta frequenze ed ampiezze del modo con e senza borse laterali (del peso totale di 26 kg) in una motocicletta di grossa cilindrata. Nel secondo (Figura 2-26) viene invece riportato un grafico della frequenza e smorzamento del wobble di una motocicletta con e senza i contrappesi del manubrio.



Figura 2-25 : Frequenza ed ampiezza del *wobble* per una motocicletta con e senza le borse laterali

Figura 2-26 : Andamento della frequenza e dello smorzamento con e senza i contrappesi di sterzo

Purtroppo, i pochi punti sperimentali del grafico, non permettono di identificare una chiara tendenza della frequenza, mentre appaiono più definite le curve degli smorzamenti.

Da questi diagrammi però non emerge una tendenza assoluta della frequenza al variare della velocità, e nemmeno del rapporto di smorzamento. Le motivazioni di questo risiedono sulla mancanza di un numero sufficiente di dati sperimentali (i diagrammi sono rappresentati da pochi punti sperimentali) e dalla tipologia della modalità di prova non assoluta: durante le oscillazioni di sterzo la velocità del veicolo non è costante non avendo utilizzato alcun blocco sul comando dell'acceleratore.

2.3 Piano di lavoro

Dalla precedente introduzione emerge come maneggevolezza e stabilità possano essere efficacemente indagate rispettivamente considerando la manovra di *steady turning*, per la sua semplicità e riproducibilità sperimentale, ed i modi *weave* e *wobble*, in relazione alla possibile instabilità che li può caratterizzare. Emerge altresì come parallelamente all'attività teorica di modellazione e simulazione, sia necessario svolgere anche una attività sperimentale che porti ad ottenere dati significativi per la comprensione dell'effettivo comportamento dinamico del mezzo, nonché per la validazione dei modelli di simulazione teorici e per tenere comunque in considerazione la sensibilità del pilota.

In virtù di tali considerazioni, l'approccio adottato successivamente per studiare maneggevolezza e stabilità si esplica nelle seguenti fasi, ciascuna delle quali si occupa di un differente aspetto dell'indagine.

2.3.1 Indagine teorica

Innanzitutto viene effettuata una ampia trattazione teorica, che a partire dalla modellazione matematica dei fenomeni fisici in considerazione, sviluppa procedure di analisi riguardanti rispettivamente la maneggevolezza, per quanto riguarda la manovra di *steady turning* (Capitolo 3), e la stabilità, per quanto riguarda i modi di vibrare fuori dal piano *weave* e *wobble* (Capitolo 5).

2.3.2 Indagine sperimentale

Le procedure suddette vengono quindi effettivamente applicate nell'analisi di una estesa sessione di test effettuata per caratterizzare una serie di set di pneumatici in relazione alla loro influenza riguardo alla maneggevolezza (Capitolo 4) ed alla stabilità (Capitolo 6) di due motociclette categoria sport-touring. A tal proposito il motociclo viene inteso come un sistema avente grandezze di controllo in ingresso (coppia di sterzo, angolo di sterzo, velocità di avanzamento) e grandezze cinematiche e dinamiche in uscita, che vengono rilevate durante l'esecuzione delle manovre considerate (*steady turning, weave* e *wobble.*) mediante apposito sistema di acquisizione Il comportamento del motociclo risulta quindi dalla logica con cui sono legate le grandezze di ingresso e di uscita.

2.3.3 Sintesi

I principali risultati ottenuti nelle elaborazioni dei test di *steady turning, weave* e *wobble*, secondo i metodi e le procedure specificamente sviluppate, vengono successivamente esaminati in relazione alla loro possibile correlazione con i giudizi dei piloti collaudatori, con l'obbiettivo di verificarne la compatibilità e quindi l'attendibilità. Tali risultati vengono

Sezione 1: MANEGGEVOLEZZA E STABILITA'

altresì correlati ai principali parametri funzionali dei pneumatici, in relazione alla possibile applicazione delle metodologie suddette nello sviluppo di nuovi pneumatici.

3 Maneggevolezza: Steady turning

Conformemente a quanto anticipato nell'introduzione, il test di *Steady Turning* si presenta particolarmente adatto ad esaminare le caratteristiche di maneggevolezza in condizioni stazionare, grazie alla sua semplicità esecutiva e ripetibilità.

Si procede di seguito ad esporre una corrispondente indagine teorica [46], i cui risultati saranno richiamati nell'applicazione considerata nel capitolo successivo.

3.1 Introduzione

La maneggevolezza delle motociclette costituisce motivo di interesse pratico e teorico. I veicoli a due ruote presentano infatti problematiche uniche per quanto riguarda la stabilità ed il controllo, richiedendo una continua attenzione da parte del pilota. Quest'ultimo è inoltre particolarmente vulnerabile a causa della tipologia stessa del veicolo, e disturbi aerodinamici, stradali ecc. possono alterarne lo stato di moto e causare azioni di controllo errate. Pertanto le prestazioni per quanto riguarda la sicurezza attiva e preventiva giocano un ruolo più importante rispetto agli altri veicoli.

Il pilota controlla la motocicletta essenzialmente mediante la coppia di sterzo esercitata attraverso il manubrio. La risposta del veicolo è essenzialmente determinata dalle sue caratteristiche inerziali e geometriche e dai pneumatici [17], [18], [19], [4]. Maneggevolezza e stabilità sono percepite quando la coppia di sterzo è bassa ed opposta alla direzione di curvatura: il modo capsize è infatti stabile, e sono richieste meno azioni correttive [18], [5]. Soprattutto, il valore della coppia di sterzo in condizioni stazionarie rappresenta un riferimento per quanto riguarda l'input necessario per un transitorio. Per esempio, quando la coppia stazionaria è piccola, il pilota trova sicuramente più agevole schivare un ostacolo o effettuare altre manovre veloci. Anche il comportamento dell'angolo di sterzo è importante. Correlazioni con valutazioni soggettive di piloti esperti hanno suggerito che le migliori condizioni di guida si hanno con veicoli neutri o moderatamente sovra-sterzanti e che, in ogni caso, la guida in contro-sterzo può richiedere una certa abilità ed esperienza per essere praticata in sicurezza [20], [21]. Per definire meglio ed esaminare le importanti relazioni tra prestazioni in curva e progettazione, diversi autori hanno proposto test ed indici di prestazione. Weir e Zellner [3] hanno riportato i risultati di steady turning test per cinque diverse motociclette. Hanno evidenziato che il rapporto tra coppia di sterzo ed angolo di rollio è un buon indice di prestazione per quanto concerne la maneggevolezza. Anche il rapporto tra la velocità di imbardata e l'angolo di sterzo è stato trovato essere un valido indice per il comportamento sterzante. Ulteriori lavori di Rice [4], riguardanti la manovra di steady turning con quattro piloti aventi un differente bagaglio di esperienza, hanno rivelato significative differenze nella strategia di guida a seconda del

livello di esperienza. Riedl e Lugner [22] hanno inoltre investigato il comportamento stazionario in curva dei veicoli a due ruote. I risultati hanno evidenziato il contributo delle forze inerziali, laterali ed aerodinamiche e degli effetti giroscopici sulla coppia di sterzo con ampi raggi di curvatura. Cossalter et al. [2] hanno sviluppato un modello matematico per calcolare la coppia di sterzo necessaria in curva, sottolineando l'influenza di velocità e curvatura, dei pneumatici e delle proprietà geometriche della motocicletta. I risultati hanno mostrato che il design dell'avantreno ha una rilevante influenza sulla coppia di sterzo.

Successivamente il moto stazionario in curva viene analizzato con approccio numerico in un ampio range di velocità di avanzamento ed accelerazione laterale mediante un dettagliato modello della motocicletta. Vengono investigati le differenti condizioni della motocicletta, con coppia di sterzo positiva e negativa, come pure il significato del sottosterzo, sovra-sterzo, contro-sterzo. Le diverse combinazioni di questi fenomeni determinano differenti "zone di guida" al variare della velocità e dell'accelerazione laterale. Per quanto riguarda la maneggevolezza, la stabilità e la sicurezza, viene suggerita una "zona di guida preferibile". Inoltre viene illustrato un modello matematico semplificato per studiare lo steady turning. Questo modello rende possibile trovare espressioni semplici e esplicite per correlare la coppia di sterzo ed altri significativi parametri alla velocità ed all'accelerazione laterale. Queste espressioni sono utilizzate per interpolare ed estrapolare i dati sperimentali. In particolare il comportamento di sette diverse motociclette viene esaminato e discusso in termini di coppia di sterzo, comportamento sterzante e zone di guida. L'obbiettivo primario è determinare le condizioni in cui la guida del veicolo non impongono al pilota una notevole abilità per garantire un adeguato controllo direzionale, ovvero, identificare una "zone di guida preferibile".

3.2 Approccio teorico: modello non lineare

E' stato analizzato numericamente, mediante un modello dettagliato non lineare, il comportamento in curva stazionaria di una motocicletta da turismo di 750cc di cilindrata. I dettagli sul modello matematico ed il software sono illustrati in [23], [24].

3.2.1 Coppia di sterzo

A prescindere dallo stile di guida e dall'abilità del pilota, il controllo direzionale delle motociclette è realizzato essenzialmente mediante la coppia di sterzo ed i movimenti del pilota (i.e.: spostamento laterale sulla sella ed inclinazione del tronco). La coppia di sterzo costituisce comunque l'input primario per il controllo del veicolo [17], [18], [19], [25], specialmente quando il rapporto tra massa del veicolo e massa del pilota è elevato, mentre i movimenti del pilota rappresentano solo un input secondario. Infatti le azioni esercitate sullo sterzo hanno un diretto effetto sulla forza della ruota anteriore (i.e.: una forza esterna),

mentre i movimenti del corpo possono solo causare piccole accelerazioni del telaio del veicolo e piccole variazioni nella posizione del centro di gravità e dei momenti d'inerzia. Soprattutto i piloti sono in grado di agire sullo sterzo molto più rapidamente di quanto non possano muovere il loro corpo, così che la banda di frequenza del controllo col manubrio è molto più elevata di quella con il corpo.

Le isolivello della coppia di sterzo in condizioni di *steady turning* sono rappresentate in Figura 3-1 in funzione della velocità di avanzamento e dell'accelerazione laterale. La figura illustra chiaramente che ad elevate velocità ed accelerazioni laterali la coppia di sterzo è positiva (i.e. verso il centro della curva), mentre alle basse velocità ed accelerazioni laterali la coppia di sterzo è negativa (i.e. verso l'esterno della curva). E' evidenziata la curva $\partial \tau / \partial A = 0$ (dove A denota l'accelerazione laterale), che lega i minimi relativi della coppia di sterzo. Per una data accelerazione laterale, la *transition speed* da gradiente negativa a coppia positiva è denominata V_{τ} ; analogamente la *transition speed* da gradiente negativo a positivo è denominata $V_{\partial \tau/2}$.



Figura 3-1 : Steady turning : curve di livello della coppia di sterzo [Nm]

La transizione da coppia di sterzo negativa a positiva è importante in quanto corrisponde alla transizione da condizione di *capsize* stabile a instabile. Questo fenomeno è sottolineato in Figura 3-2, che rappresenta il moto della motocicletta di riferimento che fa una curva con due differenti combinazioni di velocità ed accelerazione laterale. Durante la curva, in entrambi i casi, il controllo mediante la coppia di sterzo è annullato. Per una velocità di 20

m/s ed un raggio di curvatura di 200 m (i.e. una accelerazione laterale di 2 m/s², punto 2 in Figura 3-1) il valore stazionario della coppia di sterzo è negativo (Figura 3-2a). All'istante t = 1 s il pilota toglie le mani dal manubrio (punto A): come conseguenza immediata il manubrio inizia a ruotare verso l'interno della curva, i.e. l'angolo di sterzo aumenta (punto B). Questo aumento dell'angolo di sterzo determina una riduzione del raggio della traiettoria ed un conseguente aumento della forza centrifuga. Dopo breve tempo, l'aumento nella forza centrifuga tende ad allineare l'avantreno (punto C) e dopo alcune oscillazioni dello sterzo la motocicletta tende a raddrizzarsi, con evidente diminuzione dell'angolo di rollio (linea DE).



Figura 3-2 : Capsize stabile ed instabile

La Figura 3-2b rappresenta il moto del veicolo a partire da condizioni stazionarie alla velocità di 20 m/s e raggio di 80 m (i.e. accelerazione laterale di 5 m/s², punto 2b in Figura 3-1). All'inizio il valore stazionario della coppia di sterzo è positivo, e quando il pilota toglie le mani dal manubrio (punto F) l'avantreno inizia una rotazione antioraria e l'angolo di sterzo diminuisce (punto G). Questo porta ad una riduzione della forza centrifuga, per cui la forza di gravità tende a piegare il veicolo ulteriormente. Come conseguenza di ciò il veicolo si ribalta (linea IL) finché cade. Anche se le manovre transitorie non possono essere in genere rappresentate nel diagramma stazionario di Figura 3-1, le manovre molto lente possono tuttavia essere considerate come una sequenza di condizioni stazionarie. Ciò accade, per es., quando si viaggia ad alta velocità in una ampia curva a raggio variabile

tipica delle autostrade. In questo caso, la transizione tra due differenti ma simili condizioni stazionarie può essere approssimata mediante espansione di Taylor del primo ordine:

$$\tau \left(V + \Delta V, A + \Delta A \right) = \tau \left(V, A \right) + \frac{\partial \tau}{\partial A} \Delta A + \frac{\partial \tau}{\partial V} \Delta V$$

dove V e A sono la velocità e l'accelerazione laterale dello stato stazionario iniziale, e ΔV e ΔA sono le variazioni della velocità e dell'accelerazione laterale. La precedente espressione suggerisce le seguenti considerazioni:

- quando $\tau(V, A) = 0$ non è necessaria alcuna coppia di sterzo per mantenere la traiettoria; ciò assicura che tutti gli sforzi di controllo siano diretti alla transizione dalla configurazione iniziale a quella finale, che non c'è uno sforzo elevato e che la sensibilità del pilota è massima: la maneggevolezza del veicolo dovrebbe essere molto buona;
- quando ∂τ/∂A = 0 solo piccole variazioni della coppia di sterzo sono necessarie per modificare il raggio di curvatura, come illustrato in Figura 3-1: se la variazione della coppia è significativamente più piccola rispetto al valore della coppia di sterzo iniziale, il pilota potrebbe trovare difficile applicare il carico opportuno al manubrio e si potrebbero quindi verificare variazioni di traiettoria indesiderate;
- $\partial \tau / \partial V = 0$ la coppia di sterzo è insensibile alle variazioni di velocità; nell'esempio considerato in fig questa situazione non si verifica e in ogni caso non è particolarmente significativa (i.e. $\partial \tau / \partial V$ è sempre positiva).

3.2.2 Angolo di sterzo e Steering Ratio

Nella dinamica dei veicoli è tipico rappresentare il comportamento sterzante di un veicolo mediante il parametro *steering ratio*. Come ben noto, lo steering ratio ξ è definito come il rapporto tra il raggio di curvatura in condizioni ideali R_0 (i.e. senza scorrimento dei pneumatici) e l'effettivo raggio di curvatura R come segue:

$$\xi = \frac{R_0}{R}$$

Dalla Figura 3-3 è chiaro che R_0 dipende dal passo p e dall'angolo di sterzo cinematico Δ ; quest'ultimo differisce dall'angolo di sterzo del manubrio δ per l'angolo di rollio φ e l'angolo di sterzo ε . Quindi il raggio di curvatura ideale può essere valutato come segue [25]:

$$R_0 = \frac{p}{\tan \Delta} = \frac{\cos \varphi \, \cos \delta - \sin \varphi \, \sin \delta \, \sin \varepsilon}{\sin \delta \, \cos \varepsilon} \, p$$



Figura 3-3 : Cinematica della sterzata in condizioni reali ed ideali

Il raggio di curvature ideale dipende solo dalla cinematica mentre il raggio di curvatura effettivo dipende dagli angoli di slip dei pneumatici λ_f , λ_r come segue:

$$R = \frac{p}{\tan(\Delta - \lambda_f) \cos \lambda_r + \sin \lambda_r} = \frac{V}{\Omega}$$

Dal momento che gli scorrimenti dei pneumatici dipendono dalle forze esercitate dai pneumatici, il raggio di sterzo effettivo e quindi lo *steering ratio* dipendono dalla dinamica del motociclo:

$$\xi = \frac{\tan(\Delta - \lambda_f) \cos \lambda_r + \sin \lambda_r}{\tan \Delta} = \frac{\sin(\Delta - \lambda_f + \lambda_r)}{\cos(\Delta - \lambda_f) \tan \Delta}$$

Lo *steering ratio* rappresenta un effettivo indice del comportamento sterzante, in particolare:

- $\xi < 1$ sotto-sterzo : lo scorrimento della ruota posteriore è più piccolo di quella anteriore, i.e. il raggio di curvatura effettivo è più grande di quello ideale;
- ξ =1 neutro : gli scorrimenti anteriore e posteriore sono quasi uguali, i.e. il raggio di curvatura effettivo è uguale a quello ideale;
- ξ >1 sovra-sterzo : lo scorrimento del pneumatico posteriore è maggiore di quello anteriore, i.e. il raggio di curvatura effettivo è più piccolo di quello ideale;
- $\xi = \infty$ condizione critica : il veicolo curva anche se l'angolo di sterzo è nullo;

 ξ < 0 contro-sterzo : lo scorrimento del pneumatico posteriore è molto più grande di quello anteriore, e per compensare ciò il manubrio deve essere sterzato in direzione opposta a quella di curvatura (i.e. angolo di sterzo negativo).

Il comportamento sterzante della motocicletta esaminata è rappresentato in Figura 3-4 in termini di *steering ratio* in funzione della velocità di avanzamento e dell'accelerazione laterale.



Figura 3-4 : Steady turning : curve di livello dello steering ratio []

La figura mostra che lo *steering ratio* dipende fortemente dalla velocità di avanzamento e che è piuttosto costante quando l'accelerazione laterale varia. In particolare per velocità superiori a 18 m/s il veicolo ha comportamento sovra-sterzante ($\xi > 1$), che diviene più marcato all'aumentare della velocità. Per una buona maneggevolezza è preferibile un comportamento neutro o moderatamente sovra-sterzante [25] . Si consideri una motocicletta sotto-sterzante: dal momento che il veicolo tende ad espandere la curva, il pilota, per correggere la traiettoria, è costretto ad aumentare l'angolo di rollio il che a sua volta aumenta l'angolo di sterzo (per aumentare la forza di reazione laterale della ruota anteriore). Quando la rotazione del manubrio diventa considerevole, le forze di reazione richieste possono eccedere il limite di aderenza tra il pneumatico anteriore e la superficie stradale, con il risultato che la ruota slitta ed il pilota cade. Una motocicletta sotto-sterzante è quindi pericolosa, in quanto il controllo del veicolo è piuttosto difficile dopo che la ruota anteriore ha perso aderenza. Al contrario, con una motocicletta sovra-sterzante, quando la forza di reazione richiesta alla ruota posteriore supera il limite di aderenza, la ruota posteriore slitta, ma un pilota esperto con un controllo contro-sterzante ha sicuramente

maggiori possibilità di controllare l'equilibrio del veicolo e di evitare la caduta. La condizione critica $\xi = \infty$ si ottiene a circa 18 m/s: per una certa accelerazione laterale, la velocità di transizione tra sovra-sterzo e contro-sterzo è denominata *critical speed* V_{δ} [25]. A velocità più elevate si ha comportamento contro-sterzante ($\xi < 0$), li che significa che l'avantreno è sterzato all'esterno della curva. E' risaputo che la *critical speed* ed il comportamento contro-sterzante sono del tutto indesiderati per le automobili: infatti l'input primario di questi veicoli è rappresentato dalla rotazione dello sterzo e diventa difficile guidare in condizioni critiche. Al contrario, l'input primario di una motocicletta è la coppia di sterzo, mentre l'angolo di sterzo è solo un effetto. Per questa ragione, *critical speed* ed un comportamento moderatamente contro-sterzante possono essere tollerati.

3.2.3 Zone di guida

Nei paragrafi precedenti la coppia di sterzo e lo *steering ratio* sono stati esaminati separatamente. In questa sezione viene esaminata la loro combinazione, ed in particolare vengono identificate alcune differenti "zone di guida" al variare della velocità di avanzamento e dell'accelerazione laterale. La Figura 3-5 rappresenta le tre condizioni limite considerate sopra: la linea della *critical speed* V_{δ} , la linea della *transition speed* della coppia di sterzo V_{τ} e la linea della *transition speed* del gradiente della coppia di sterzo $V_{\sigma_{\tau/\delta A}}$. Queste linee dividono il piano delle manovre di *steady turning* in una serie di zone, a ciascuna delle quali corrisponde un diverso modo di guidare per mantenere l'equilibrio stazionario in curva.



Figura 3-5 : Identificazione non lineare delle zone di guida

La zona O₁ è caratterizzata da coppia di sterzo negative, gradiente positive e steering ratio positive. In base alle considerazioni precedenti, tali condizioni sono correlati a buona maneggevolezza: il modo capsize è infatti stabile, la coppia di sterzo diminuisce verso zero all'aumentare dell'accelerazione laterale (richiedendo così un minore sforzo del pilota all'aumentare dell'angolo di rollio), e si ha un favorevole comportamento sovra-sterzante. Ne segue che queste combinazioni di velocità ed accelerazione laterale possono essere considerate una "zona di guida preferibile". La zona O₂ è simile alla precedente, con l'eccezione che il gradiente della coppia di sterzo è negativo. Questo significa che la coppia di sterzo diventa più negativa (avvicinandosi ai suoi minimi relativi) all'aumentare dell'accelerazione laterale, così richiedendo un maggiore sforzo del pilota all'aumentare dell'angolo di rollio. Anche la zona O_3 è simile alla zona O_1 , ma la coppia di sterzo è positiva. Questo significa che il modo capsize è instabile, il che comporta la necessità di una più consistente azione stabilizzatrice del pilota. Anche se questa costituisce una frazione modesta rispetto al controllo totale esercitato, contribuisce comunque a rendere la guida più difficile e meno sicura. Tanto più che in questa zona la coppia di sterzo positiva diventa sfavorevolmente elevata all'aumentare dell'accelerazione laterale, richiedendo così un maggiore sforzo del pilota per effettuare il controllo del veicolo con elevati angoli di rollio. Le zone C1, C2, C3 sono simili rispettivamente alle zone sovra-sterzanti O1, O2, O3 , con l'eccezione che lo steering ratio è negativo. Questo significa che si ha comportamento contro-sterzante (i.e. angolo di sterzo non in accordo con la traiettoria della curva), il che può richiedere una certa esperienza ed abilità per essere gestito in sicurezza. Il pilota deve quindi affrontare vari e differenti modi di guidare al variare della velocità di avanzamento e dell'accelerazione laterale. Inoltre si deve tener presente che le caratteristiche della motocicletta e soprattutto le proprietà dei pneumatici influenzano fortemente l'andamento della coppia di sterzo e dello steering ratio: variazioni in tal senso possono rivelare ulteriori "zone di guida", in particolare zone potenzialmente sotto-sterzanti, non presenti per la motocicletta considerata in fig (i.e. U1, U2, U3, rispettivamente simili alle zone sovrasterzanti O₁, O₂, O₃ e contro-sterzanti C₁, C₂, C₃, con l'eccezione che lo steering ratio è minore di uno).

3.3 Approccio teorico: modello semplificato

In questa sezione viene presentato un modello matematico semplificato che rende possibile determinare relazioni esplicite che correlano la coppia di sterzo e lo *steering ratio* (come altri significativi parametri) alla caratteristiche del veicolo ed allo stato di moto. Anche se le assunzioni fatte per semplificare riducono l'accuratezza delle relazioni trovate, tali relazioni sono utili per interpolare ed estrapolare i dati sperimentali, come spiegato in dettaglio successivamente.

Il modello semplificato illustrato di seguito è stato ottenuto dal modello matematico dettagliato spiegato in [2]. In particolare, la stima dell'angolo di rollio trascura l'influenza delle caratteristiche dei pneumatici e gli effetti giroscopici, e dipende dall'accelerazione laterale come segue:

$$\varphi \approx \frac{A}{g} = \frac{V^2}{gR}$$

3.3.1 Coppia di sterzo.

Assumendo che l'angolo di sterzo e gli angoli di slip siano estremamente piccoli, e che il comportamento dei pneumatici sia lineare, è stata determinata la seguente espressione della coppia di sterzo:

$$\tau(A,V) = \alpha_1 A + \alpha_2 A^2 - \frac{\beta_1 A + \beta_2 A^2}{V^2}$$

dove α_1 , α_2 , β_1 , β_2 sono parametri positivi che dipendono dalle caratteristiche della motocicletta come segue:

$$\alpha_1 = \frac{M_1 \cos \varepsilon}{g} + \frac{I_{wf} \sin \varepsilon}{r_f} \qquad \alpha_2 = \frac{N_f a_n \sin \varepsilon \cos \varepsilon}{g^2}$$
$$\beta_1 = N_f p a_n \sin \varepsilon \qquad \beta_2 = \frac{N_f p a_n \sin^2 \varepsilon}{g}$$

dove N_f è il carico della ruota anteriore, a_n è l'avancorsa normale, I_{wf} è l'inerzia assiale della ruota anteriore, r_f è il raggio della ruota anteriore, ε è l'angolo di sterzo ed M_1 è il coefficiente di proporzionalità della twisting torque.

La twisting torque tende a disallineare la ruota [28]. La seguente figura (relativa ad una misurazione effettuata presso il laboratorio del Dipartimento di Ingegneria Meccanica -Università di Padova) illustra inoltre come la twisting torque varia con l'angolo di rollio per un tipico pneumatico anteriore, con carico normale N_f assegnato e costante. E' evidente come la *twisting torque* sia approssimativamente proporzionale all'angolo di rollio φ :

$$TwistingTorque \approx M_1 \varphi = (m_r N_f) \varphi$$

dove

 M_1 = coefficiente di proporzionalità della *twisting torque* (i.e.: ≈ 25.5 Nm/rad) N_f = carico normale (i.e.: ≈ 1000 N) n

$$m_r$$
 = coefficiente di proporzionalità normalizzato (i.e.: ≈ 0.0255 m/rad)



Figura 3-6 : Andamento sperimentale della twisting torque

Introducendo l'assunzione di coppia di sterzo nulla nell'espressione, la *transition speed* della coppia di sterzo può essere valutata come segue:

$$\tau = 0 \qquad \Longrightarrow \qquad V_{\tau} = \sqrt{\frac{\beta_1 + \beta_2 A}{\alpha_1 + \alpha_2 A}}$$

Analogamente la transition speed del gradiente della coppia di sterzo diventa:

$$\frac{\partial \tau}{\partial A} = 0 \qquad \Longrightarrow \qquad V_{\partial \tau \not|_{\partial A}} = \sqrt{\frac{\beta_1 + 2\beta_2 A}{\alpha_1 + 2\alpha_2 A}}$$

Il confronto tra i risultati del modello semplificato (linee nere sottili) e la simulazione (linee grigie spesse) per la coppia di sterzo è illustrato in Figura 3-7a: si può notare che l'accordo è piuttosto buono nell'intero range di velocità ed accelerazione laterale.



Figura 3-7 : Confronto tra il modello semplificato ed il modello non lineare

3.3.2 Angolo di sterzo e Steering Ratio

La linearizzazione dell'espressione dello steering ratio porta alla seguente:

$$\xi = \frac{\Delta - \lambda_f + \lambda_r}{\Delta}$$

Lo scorrimento dei pneumatici può essere eliminato considerando le equazioni di equilibrio e sostituendo i rapporti delle rigidezze dei pneumatici [25], ottenendo:

$$\xi = \frac{1}{1 - \gamma V^2}$$

dove la costante γ dipende dalle rigidezze di rollio e deriva dei pneumatici:

$$\gamma = \frac{1}{g p} \left(\frac{1 - k_{\varphi,r}}{k_{\lambda,r}} - \frac{1 - k_{\varphi,f}}{k_{\lambda,f}} \right)$$

La principale differenza tra il modello dettagliato e quello semplificato dello *steering ratio* è che il primo dipende sia dalla velocità che dall'accelerazione laterale, mentre il secondo dipende esclusivamente dalla velocità. Un confronto completo tra *steering ratio* lineare (linee nere) e non lineare (linee grigie) viene presentato in Figura 3-7b. Si può notare che l'accordo è piuttosto buono nell'intero range di velocità ed accelerazione laterale.

A seconda delle caratteristiche dei pneumatici, l'espressione precedente può definire le seguenti condizioni di guida:

- $\gamma < 0 \implies 0 < \xi < 1$ il veicolo è sotto-sterzante nell'intero range di velocità
- $\gamma = 0 \implies \xi = 1$ il veicolo è neutro nell'intero range di velocità
- $\gamma > 0 \implies V_{\delta} = 1/\sqrt{\gamma}$ i.e. velocità critica (*critical speed*):
 - \circ V = V_δ ⇒ ξ = ∞ alla velocità critica il veicolo gira anche se l'angolo di sterzo è nullo
 - $V < V_{\delta} ⇒ ξ > 1$ per velocità inferiori alla velocità critica il veicolo è sovra-sterzante
 - $V > V_{\delta}$ ⇒ ξ < 0 per velocità superiori alla velocità critica il veicolo è contro- sterzante.

3.4 Modello semplificato: applicazione sperimentale

Lo *steady turning* si è rivelato essere un metodo efficiente e quantitativo per determinare le proprietà di maneggevolezza al bassa frequenza ed in condizioni non transitorie delle motociclette e più in generale dei veicoli a due ruote. La risposta ed i guadagni del veicolo in condizioni stazionarie possono essere infatti misurati in un modo utile e ripetibile se i piloti evitano di controllare la motocicletta con il corpo [26][27].

Questa sezione presenta e discute il comportamento in condizioni di *steady turning* per sette motociclette di differente categoria, rispettivamente: scooter, turismo, sportiva e
cruiser. Quattro motociclette sono state provate al dipartimento di Ingegneria Meccanica (DIM – Università di Padova). Sono state equipaggiate con sensori di velocità, girometri e con uno speciale trasduttore per la coppia di sterzo [18]. Sono state considerate varie combinazioni velocità – raggio di curvatura, che descrivono un ampio range di condizioni operative pertinenti all'effettivo impiego stradale, nel tentativo di definire la maneggevolezza e la sicurezza della motocicletta. I tests sono stati effettuati da piloti con elevata esperienza ed abilità, al fine di avere una buona ripetibilità da prova a prova, di minimizzare l'influenza stessa del pilota focalizzando le proprietà del veicolo.

Inoltre, sono stati reperiti nella letteratura specializzata [26], [27] i risultati di tests analoghi relativi ad ulteriori tre motociclette, al fine di fornire una più approfondita indagine delle modalità di guida.

	Motociclette provate				Motociclette dai Ref. [26], [27]			
Veicolo	Scooter	Turismo	Sportiva	Cruiser	Turismo(1)	Turismo(2)	Cruiser	
Massa [Kg]	142	185	189	350	182*	258*	448*	
Cilindrata	125	750	1000	1350	125	360	1200	
Passo [m]	1.38	1.42	1.427	1.64	1.22	1.35	1.56	
Angolo	26.5	25.9	24.6	27.2	27	28.3	28	
Velocità	5 ÷ 10	5 ÷ 15	$5 \div 20$	5 ÷10	5 ÷30	5 ÷35	5 ÷25	
Raggio [m]	9.8 - 17.3 - 24.8 16 - 24 - 34 - 44 - 50 (solo per la Sportiva)				7.6 - 15.2 - 30.5 - 60.9 - 121.9 - 213.3			
Abilità pilota	Notevole esperienza ed abilità				Notevole	e esperienza ed	abilità	

Tabella 3-1 : Steady turning tests

*Include 90 kg di pilota e strumentazione.

Per quanto riguarda il calcolo dell' *Acceleration Index* e dello *Steering Ratio* per i veicoli dei Ref. [26], [27], è stata seguita la seguente procedura. Essendo disponibili i seguenti diagrammi, relativi al rapporto della coppia di sterzo τ sull'angolo di rollio φ e sull'angolo di sterzo δ , al variare della velocità di avanzamento *V*, e per un assegnato raggio di curvatura *R* :

$$\left(\frac{\tau}{\phi}\right)_{\text{exp.}}$$
 $\left(\frac{\tau}{\delta}\right)_{\text{exp.}}$

l'accelerazione laterale A, l'angolo di rollio φ e la velocità di imbardata Ω sono stati rispettivamente stimati come

$$A = \frac{V^2}{R}$$
 $\varphi = \arctan(\frac{A}{g})$ $\Omega = \frac{V}{R}$

L' Acceleration Index e lo Steering Ratio sono stati di conseguenza calcolati come



3.4.1 Coppia di sterzo

Le correlazioni con l'opinione soggettiva di piloti esperti hanno dimostrato che si dovrebbe applicare una modesta coppia di sterzo per avere una buona maneggevolezza, e preferibilmente in senso opposto al verso della curva.

Anziché presentare la coppia di sterzo, i risultati sono illustrati in termini di *acceleration index*, i.e. il rapporto tra la coppia di sterzo e l'accelerazione laterale, al variare della velocità e del raggio di curvatura. Considerazioni analitiche e sperimentali hanno infatti ampiamente evidenziato che il controllo dell'angolo di rollio attraverso la coppia di sterzo è il principale anello di controllo per le motociclette, per cui tale rapporto rappresenta un parametro chiave per il veicolo. Un'espressione analitica per *acceleration index* può essere facilmente ottenuta dall'espressione semplificata della coppia di sterzo come segue:

$$A.I. = \frac{\tau}{A} = \alpha_1 + \alpha_2 \frac{V^2}{R} - \left(\frac{\beta_1}{V^2} + \frac{\beta_2}{R}\right)$$

I risultati sperimentali e la curva ottenuta mediante fitting sono rappresentati in Figura 3-8 in funzione della velocità di avanzamento e per diversi raggi di curvatura.





Figura 3-8: Acceleration index (motociclette testate al DIM)

La velocità di transizione della coppia di sterzo V_{τ} (i.e. *acceleration index* = 0, che corrisponde alla transizione da *capsize* stabile ad instabile) è sperimentalmente ottenuta in un range di velocità relativamente basse (i.e. basse accelerazioni laterali) per lo scooter, la turismo e la sportiva (in tal caso la V_{τ} è superata). I valori dell' *acceleration index* per questi tre veicoli sono simili. Per la cruiser invece, l'estrapolazione lineare indica che la velocità di transizione per diversi raggi di curvatura avviene a velocità significativamente più elevate (i.e. accelerazioni laterali molto elevate). In più, i valori dell' *acceleration index* sono in media più negativi rispetto ai precedenti veicoli, il che significa che è richiesta una maggiore coppia di sterzo per unità di accelerazione laterale per effettuare il controllo del veicolo.

I risultati per le tre diverse motociclette dei Ref. [26], [27] sono riportati nello stesso formato in Figura 3-9.





Figura 3-9: Acceleration index (dati sperimentali dai Ref. [26], [27])

Il confronto di questi diagrammi con quelli di Figura 3-8, sia in termini di tendenze che di valori, indica comportamenti simili per motociclette che appartengono alla stessa categoria. V_{τ} è infatti regolarmente superata per entrambe le turismo(1)-(2) a velocità relativamente bassa (i.e. basse accelerazioni laterali). Inoltre V_{τ} non è neppure raggiunta per la cruiser, ed i valori dell' *acceleration index* sono in media più negativi rispetto alle turismo(1)-(2): in altre parole è richiesta una maggiore coppia di sterzo per unità di accelerazione laterale per effettuare il controllo in steady turning.

Le differenze riguardanti la turismo(DIM) provata presso il Dipartimento di Ingegneria Meccanica – Università di Padova e le turismo(1)-(2) dei Ref. [26], [27] sono di seguito esaminate per quanto riguarda l' *Acceleration Index*. I valori sono simili per questi tre veicoli: tuttavia la *transition speed* V_{τ} (i.e. *Acceleration Index* = 0) è appena raggiunta dalla turismo(DIM) e con progressione piuttosto ripida al variare della velocità (Figura 3-10a), mentre è ampiamente superata per le turismo(1)-(2), ed in modo più graduale all'aumentare della velocità (Figura 3-10b).



Figura 3-10 : Differenze Acceleration Index

A tal proposito si richiama l'espressione linearizzata dell' Acceleration Index :

$$A.I. = \frac{\tau}{A} = \alpha_1 + \alpha_2 \frac{V^2}{R} - \left(\frac{\beta_1}{V^2} + \frac{\beta_2}{R}\right)$$

dove α_1 , α_2 , β_1 , β_2 sono parametri che dipendono dalle caratteristiche della motocicletta come segue:

$$\alpha_1 = \frac{M_1 \cos \varepsilon}{g} + \frac{I_{wf} \sin \varepsilon}{r_f} \qquad \alpha_2 = \frac{N_f a_n \sin \varepsilon \cos \varepsilon}{g^2}$$
$$\beta_1 = N_f p a_n \sin \varepsilon \qquad \beta_2 = \frac{N_f p a_n \sin^2 \varepsilon}{g}$$

ed N_f è il carico del pneumatico anteriore, a_n l'avancorsa normale, I_{wf} l'inerzia assiale della ruota anteriore, r_f il raggio della ruota anteriore, ε l'angolo di sterzo ed M_1 il coefficiente della *twisting torque*. La seguente figura illustra come il coefficiente della *twisting torque* e l'avancorsa normale influenzino l'andamento dell' Acceleration Index (i.e.: il carico del pneumatico anteriore, l'inerzia assiale della ruota anteriore, il raggio della ruota anteriore, l'angolo di sterzo ed il passo sono imposti uguali per i due casi illustrati):



Figura 3-11 : Acceleration index: influenza coefficiente twisting torque e avancorsa normale

3.4.2 Steering ratio

Correlazioni con le opinioni di piloti esperti hanno dimostrato che le migliori condizioni di guida si hanno con veicoli dal comportamento neutro o leggermente sovrasterzante (tale tendenza è in netto contrasto rispetto alle automobili, nelle quali è generalmente preferito un moderato sotto-sterzo).

Per quanto riguarda il comportamento sterzante, considerando l'espressione dell'effettivo raggio di curvatura, e linearizzando quello ideale come

$$R_0 = \frac{p}{\delta \frac{\cos \varepsilon}{\cos \delta}}$$

lo steering ratio può essere valutato sperimentalmente mediante la seguente espressione:

$$\xi = \frac{R_0}{R} = \left(\frac{p\cos\varphi}{\delta\cos\varepsilon}\right) \left(\frac{\Omega}{V}\right)$$

Lo *steering ratio* sperimentale e la curva di fitting basata sull'espressione sopra sono rappresentati in Figura 3-12 al variare della velocità di avanzamento e per differenti raggi di curvatura.



Figura 3-12 : Steering ratio (motociclette testate al DIM)

Un marcato comportamento sovra-sterzante caratterizza la turismo, la sportiva e la cruiser (i.e. *steering ratio* maggiore di uno). Le *critical speeds* V_{δ} non sono raggiunte sperimentalmente in nessun caso, ma sono identificabile mediante fitting lineare: i valori estrapolati aumentano consecutivamente dalla turismo, alla sportiva, alla cruiser. Lo scooter invece rivela un comportamento sotto-sterzante (i.e. *steering ratio* minore di uno). Ciò garantisce che V_{δ} non esiste per questo veicolo (i.e. non è mai necessario controllo in contro-sterzo), ma il sotto-sterzo è molto meno preferibile rispetto al sovra-sterzo sia in termini di maneggevolezza che di sicurezza.

I risultati dai Ref. [26], [27] sono riportati nello stesso formato in Figura 3-13. Per quanto concerne la motocicletta da turismo(1) si nota un evidente comportamento sovra-sterzante: infatti V_{δ} è ampiamente superata, per cui la guida è effettuata in contro-sterzo (nel caso delle automobili, tale comportamento contro-sterzante sarebbe inusuale, ed è significativo e interessante che si verifiche per una motocicletta). I valori estrapolati di V_{δ} rivelano un ragionevole accordo con la precedente turismo(DIM). Al contrario, la turismo(2) e la cruiser dei Ref. [26], [27] sono caratterizzate da un marcato comportamento sotto-sterzante: V_{δ} infatti non è identificabile (i.e. non è mai necessario contro-sterzare con queste motociclette), ma tale comportamento è molto meno preferibile rispetto al sovra-sterzo sia per quanto riguarda la maneggevolezza che la sicurezza di guida.



Figura 3-13 : Steering ratio (dati sperimentali dai Ref. [26], [27])

Le differenze riguardanti la turismo(DIM) provata presso il Dipartimento di Ingegneria Meccanica – Università di Padova e le turismo(1)-(2) dei Ref. [26], [27] sono di seguito esaminate per quanto riguarda lo *Steering Ratio*.

Un marcato comportamento sovra-sterzante caratterizza sia la turismo(DIM) che la turismo(1); in questo ultimo caso infatti la *transition speed* V_{δ} è effettivamente superata ed è necessario guidare in contro-sterzo (Figura 3-14a-b). Viceversa la turismo(2) rivela un comportamento decisamente sotto-sterzante: V_{δ} non esiste e non si verifica mai la condizione di guida in contro-sterzo (Figura 3-14b).



Figura 3-14 : Differenze Steering Ratio

A tal proposito si consideri l'espressione linearizzata dello *Steering Ratio* ξ:

$$\xi = \frac{1}{1 - \gamma V^2}$$

dove la costante γ dipende dalla rigidezza di rollio e di deriva dei pneumatici come segue:

$$\gamma = \frac{1}{g p} \left(\frac{1 - k_{\varphi, r}}{k_{\lambda, r}} - \frac{1 - k_{\varphi, f}}{k_{\lambda, f}} \right)$$

dove

 $k_{\lambda,f}$ = rigidezza di deriva del pneumatico anteriore

 $k_{\lambda,r}$ = rigidezza di deriva del pneumatico posteriore

 $k_{\varphi,f}$ = rigidezza di rollio del pneumatico anteriore

 $k_{\varphi,r}$ = rigidezza di rollio del pneumatico posteriore

$$p = passo.$$

La seguente figura illustra come le rigidezze di deriva del pneumatico influenzino l'andamento dello *Steering Ratio* ; l'influenza del passo è inoltre messa in evidenza (i.e.: le rigidezze di rollio sono imposte uguali per i quattro casi illustrati):



Figura 3-15 : Steering ratio: influenza rigidezze di deriva dei pneumatici

3.4.3 Zone di guida

I precedenti fitting lineari consentono di investigare sperimentalmente le zone di guida delle differenti motociclette mediante le precedenti espressioni. Nella Figura 3-16 sono quindi rappresentate le linee con coppia di sterzo nulla $\tau(V, A) = 0$, gradiente della coppia di sterzo nullo $\partial \tau / \partial A = 0$ ed angolo di sterzo nullo $\xi = \infty$, al variare della velocità di avanzamento e dell'accelerazione laterale, con i dati sperimentali rappresentati in termini di combinazioni velocità-accelerazione laterale.



Figura 3-16 : Identificazione lineare delle zone di guida (motociclette provate al DIM)

La zona di guida O_1 caratterizza principalmente la turismo; la zone O_3 è appena raggiunta alle più elevate accelerazioni laterali. Con la motocicletta sportiva le zone O_2 , O_1 , O_3 , sono spazzate all'aumentare dell'accelerazione laterale. La cruiser è esclusivamente caratterizzata dalla zona di guida O_2 ; la zona O_1 non è neppure raggiunta. Come evidenziato in precedenza lo scooter è caratterizzato da marcato comportamento sottosterzante. Di conseguenza non è identificabile la linea della *critical speed* ($\xi = \infty$), e vengono coinvolte le zone di guida sotto-sterzante U_1 , U_2 , U_3 . nella fattispecie la zona U_2 caratterizza principalmente la guida dello scooter; la zona U_1 è appena raggiunta alle più elevate accelerazioni laterali.

I risultati dai Ref. [26], [27] sono ancora riportati nella stessa forma nella Figura 3-17. Per quanto riguarda la turismo(1) le zone di guida O_2 , O_1 , O_3 , caratterizzano i tests a bassa velocità; mentre la zona C_3 caratterizza principalmente le elevate velocità (i.e. la guida in contro-sterzo è ottenuta ed analizzata sperimentalmente). Per la turismo(2) sotto-sterzante, le zone di guida U_1 ed U_2 caratterizzano i tests a bassa accelerazione laterale, mentre la zona U_3 caratterizza principalmente le elevate accelerazioni laterali. La cruiser sottosterzante è esclusivamente caratterizzata dalla zona di guida U_2 : la zona U_1 è appena raggiunta alle più elevate velocità ed accelerazioni laterali.



Figura 3-17 : Identificazione lineare delle zone di guida (dati sperimentali dai Ref. [26], [27])

3.4.4 Riepilogo

Inizialmente è stato studiato il comportamento in curva di una motocicletta da turismo 750cc di cilindrata impiegando un modello multibody dettagliato. I risultati della simulazione numerica sono stati illustrati in termini di coppia di sterzo e steering ratio in un ampio intervallo di velocità ed accelerazioni laterali. Sono state identificate diverse "zone di guida" al variare della velocità di avanzamento e dell'accelerazione laterale. Per quanto riguarda la maneggevolezza, la stabilità e la sicurezza di guida è stata individuata ed esaminata una "zona di guida preferibile". Questa è caratterizzata da coppia di sterzo opposta alla direzione di curvatura, tendente a zero all'aumentare dell'accelerazione laterale, dalla concordanza tra angolo di sterzo e direzione di curvatura e dal comportamento sovrasterzante del veicolo. E' stato utilizzato un modello matematico semplificato per esprimere la coppia di sterzo e lo steering ratio in funzione delle condizioni di moto stazionario e delle caratteristiche della motocicletta. Sono state determinate soprattutto le espressioni per le transition speeds (coppia di sterzo nulla e gradiente della coppia di sterzo nulla) e la critical speed (angolo di sterzo nullo). Sono stati effettuati test di curve a raggio costante con quattro diverse motociclette, ed i rispettivi risultati sono stati presentati in combinazione con i dati sperimentali di tre ulteriori motociclette riprese da Ref. [26], [27]. Si è constatato che veicoli appartenenti alle differenti categorie hanno proprietà comuni nelle curve a raggio costante. Le transition speeds e le critical speed sono state determinate, e le differenti zone di guida sono state investigate sperimentalmente. Ne segue che la zona di guida preferibile non è realizzabile dallo scooter, dalla turismo(2) e dalla cruiser dei Ref. [26], [27], essendo tutte caratterizzate da comportamento decisamente sottosterzante. Per quanto riguarda la turismo(DIM) e la sportiva provate al DIM, e la turismo(1) dei Ref. [26], [27], la zona di guida preferibile è pienamente ottenuta, ma è limitata ad una relativamente ristretta zona velocità-accelerazione laterale (specialmente per la turismo(1) dai Ref. [26], [27]). Per la cruiser provata al DIM invece la zona di guida preferibile non è realizzabile, neanche con comportamento sovrasterzante.

In ogni caso le prestazioni durante le manovre di curva a raggio costante devono essere considerate in relazione alla categoria del veicolo: la progettazione deve infatti mirare ad estendere quanto più possibile la "zona di guida preferibile" a campi di velocità-accelerazione laterale che riguardano l'impiego tipico e le caratteristiche del veicolo, ed a confinare il contro-sterzo, l'instabilità del *capsize* e l'elevata coppia di sterzo a campi di velocità-accelerazione laterale che sono meno frequenti o non realizzabili.

4 Steady turning: indagine sperimentale

I principali risultati dell'analisi teorica del capitolo precedente vengono effettivamente applicati nell'indagine sperimentale esposta di seguito, che si propone di caratterizzare una serie di set di pneumatici in relazione alla maneggevolezza.

4.1 Introduzione

Nell'ambito di un progetto di ricerca tra *MDRG* (*Motorcycle Dynamics Research Group*, Dipartimento di ingegneria Meccanica-Università degli studi di Padova) ed il gruppo *Goodyear Dunlop Tires Europe B.V*, è stato possibile studiare il comportamento di una serie di set di pneumatici in relazione alla maneggevolezza. Nella fattispecie è stata esaminata e confrontata la loro influenza sulla maneggevolezza di due motociclette di categoria analoga, attraverso una serie di test di *steady turning* appositamente messi a punto ed effettuati da piloti collaudatori.

Nello specifico, i test sono stati eseguiti nel circuito di prova del gruppo *Goodyear Dunlop Tires Europe B.V*, situato presso RN 112, B.p. 513, 43114 di Mireval (Frontignan, Francia), nei giorni 10÷15/11/2006. La sessione di prove ha riguardato le motociclette Aprilia ETV1000 Caponord e Honda Varadero 1000, portate in pista rispettivamente da Felipe Lopez Cordoba e Regis Segues, entrambi esperti piloti collaudatori.



Figura 4-1 : Test di maneggevolezza: steady turning

La sessione di prove ha riguardato i seguenti set di pneumatici, ciascuno dei quali è stato testato su entrambe le motociclette:

Set pneumatici	Anteriore	Posteriore
Bridgestone_BattleWing	110 80 R19	150 70 R17
Dunlop_Sportmax_D220	110 80 R19	150 70 R17
Dunlop trailmax D607	110 80 R19	150 70 R17

Dunlop_trailmax_D607G	110 80 R19	150 70 R17
Metzeler_Tourance	110 80 R19	150 70 R17
Michelin_Anakee	110 80 R19	150 70 R17
Pressione [bar]	Anteriore	Posteriore
Pressione [bar] APRILIA ETV 1000 CAPONORD	Anteriore 2.2	Posteriore 2.4

Tabella 4-1 : Set di pneumatici testati

La sessione di prove ha riguardato i seguenti test di *steady turning*, effettuati ai corrispondenti raggi di curvatura ed intervalli velocità:

Raggio di	R ₁	\mathbf{R}_2	R ₃	R ₄	R 5	R ₆	R ₇	R ₈
curvatura [m]	15	20	25	30	32.5	35	40	110
Range di velocità [Km/h]	20 - 35	25 - 40	25 - 45	25 - 50	30 - 50	35 - 50	40 - 60	50 - 80

Tabella 4-2 : Test di steady turning effettuati

Un singolo test complessivamente è stato eseguito a partire dal raggio più interno (R_1), per passare progressivamente (ogni 2-3 giri) a raggi maggiori, sino a quello più esterno (R_8):



Figura 4-2 : Overview test steady turning (Aprilia ETV 1000 Caponord - Bridgestone_BattleWing - R_1 - R_2 - R_3 - R_4 - R_5 - R_6 - R_7 - R_8)

4.2 Elaborazione telemetrie

I dati telemetrici acquisiti nelle varie sessioni di test sono stati sottoposti ad una serie di elaborazioni in relazione all'applicazione delle procedure sviluppate e trattate nel precedente capitolo. Tali elaborazioni constano essenzialmente nella definizione e verifica delle traiettorie, quindi nel calcolo degli indici di maneggevolezza *Acceleration Index* e *Steering Ratio*. Di seguito tali aspetti vengono trattati singolarmente con riferimento ad un singolo test, per illustrare in termini operativi la procedura che è stata applicata anche a tutti gli altri.

4.2.1 Definizione traiettoria

Il calcolo degli indici di prestazione relativi ai test di *steady turning* definiti nel precedente capitolo (Figura 4-3) presuppone la conoscenza dei raggi di curvatura delle traiettorie circolari. Dai raggi di curvatura è infatti possibile risalire alle grandezze necessarie per determinare sia l'*Acceleration Index* che lo *Steering Ratio*, ovverosia l'accelerazione laterale *A*, l'angolo di rollio φ , la velocità di imbardata Ψ (i.e.: la coppia di sterzo, l'angolo di sterzo e la velocità di avanzamento sono infatti già disponibili dalla telemetria rilevata):



Figura 4-3 : Calcolo AI ed SR

Peraltro la traiettoria descritta nel corso dei test risulta reperibile attraverso il dispositivo *GPS* che ha equipaggiato entrambe le motociclette, in termini di coordinate geografiche di *latitudine* e *longitudine*. La Figura 4-4 riporta a tal proposito un esempio di traiettorie rilevate dal *GPS* corrispondenti ad alcuni raggi di curvatura seguiti nel corso di un singolo test. Tali traiettorie sono state opportunamente riportate dal sistema di riferimento geografico (*lat, long*) al sistema cartesiano (*x*, *y*) secondo

$$x = K_{long} (lat_{avg}) \cdot long$$
$$y = K_{lat} (lat_{avg}) \cdot lat$$

essendo

 K_{long} (lat_{avg}) = 80856.49 [m/deg] = lunghezza di un grado di *longitudine* corrispondente alla *latitudine media* della traiettoria percorsa;

 K_{lat} (lat_{avg}) = 111102.75 [m/deg] = lunghezza di un grado di *latitudine* corrispondente alla *latitudine media* della traiettoria percorsa;



 $lat_{avg} \approx 43.5151^\circ = latitudine media$ della traiettoria percorsa.

Figura 4-4 : Traiettorie GPS (Aprilia ETV 1000 Caponord - Bridgestone_BattleWing - R₁ - R₃ - R₅ - R₇)
E' stato quindi immediato ricavarne il raggio di curvatura geometrico secondo

$$R = \frac{\left(\left(\frac{\partial x}{\partial s}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial s}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial^2 y}{\partial s^2} - \frac{\partial y}{\partial s}\frac{\partial^2 x}{\partial s^2}\right)}$$

essendo

s = coordinata curvilinea della traiettoria percorsa; ed ottenere le grandezze necessarie al calcolo degli indici di maneggevolezza innanzi menzionati secondo:

$$R \rightarrow \begin{cases} \psi = \frac{V}{R} \\ A = \frac{V^2}{R} \implies \psi, A, \varphi \\ \varphi \approx \arctan\left(\frac{A}{g}\right) \end{cases}$$

La precisione e l'affidabilità del dispositivo satellitare nella rilevazione delle traiettorie seguite, nella fattispecie in relazione alla determinazione degli indici di maneggevolezza di *steady turning*, è stata oggetto di verifica. Tale verifica si è basata sul calcolo semplificato della velocità di imbardata, e quindi del raggio di curvatura, a partire dal segnale acquisito G_z (Girometro asse z), secondo il seguente sistema di equazioni:

$$Gz \rightarrow \begin{cases} \psi \approx \frac{Gz}{\cos \varphi} \\ R = \frac{V}{\psi} \\ A = \frac{V^2}{R} \\ \varphi \approx \arctan\left(\frac{A}{g}\right) \end{cases} \Rightarrow R, \psi, A, \varphi$$

Le Figura 4-5 successiva riporta il confronto tra raggio di curvatura, velocità di imbardata, accelerazione laterale, angolo di rollio ottenuti dal *GPS* e dalla procedura spiegata. E' immediato notare come la corrispondenza sia oltremodo apprezzabile per tutti i raggi di curvatura esaminati, rendendo le rilevazioni di posizione del *GPS* idonee all'impiego nel calcolo degli indici di maneggevolezza nei test di *steady turning*.



Figura 4-5 : Verifica GPS (Aprilia ETV 1000 Caponord - Bridgestone_BattleWing - R₁ - R₃ - R₅- R₇)

4.2.2 Calcolo Acceleration Index

In base alle considerazioni suddette si procede al calcolo dell' *Acceleration Index* (Figura 4-6) secondo la seguente espressione:

$$AI = \frac{steering \ torque}{lateral \ acceleration} \quad \left[Ns^2\right]$$

Con riferimento al segno si ha rispettivamente

- AI < 0: la coppia di sterzo è opposta alla direzione di curvatura (*outside curve*)
- AI > 0: la coppia di sterzo è concorde alla direzione di curvatura (*inside curve*)



Figura 4-6 : Calcolo AI (Aprilia ETV 1000 Caponord - Bridgestone_BattleWing- R1 - R3- R5 - R7)

4.2.3 Calcolo Steering Ratio

In base alle considerazioni suddette si procede analogamente al calcolo dello *Steering Ratio* (Figura 4-7) secondo la seguente espressione:

$$SR = \frac{R_0}{R} = \left(\frac{p\cos\varphi}{\delta\cos\varepsilon}\right) \left(\frac{\psi}{V}\right) \quad []$$

Con riferimento al valore assunto si ha rispettivamente

- SR > 1 : il raggio di curvatura effettivo R è minore rispetto a quello cinematico R₀,
 i.e. comportamento sovra-sterzante (*over-steering*)
- SR = 1: il raggio di curvature effettivo R è pari a quello cinematico R_0 , i.e. : comportamento neutro (*neutral*)
- 0 < SR < 1: il raggio di curvature effettivo R è maggiore rispetto a quello cinematico R_0 , i.e. comportamento sotto- sterzante (*under-steering*)
- SR < 0: il raggio di curvature effettivo R è opposto a quello cinematico R_0 , i.e. : comportamento contro-sterzante (*counter-steering*)



Studi sperimentali e teorici su maneggevolezza, stabilità e manovrabilità dei veicoli a due ruote M. Peretto

Figura 4-7 : Calcolo SR (Aprilia ETV 1000 Caponord - Bridgestone_BattleWing- R₁ - R₃- R₅ - R₇)

4.3 Risultati

I risultati di ciascun set di pneumatici testato, una volta determinati secondo le modalità innanzi esemplificate, sono stati raccolti in diagrammi che riportano come variano gli indici di maneggevolezza, ovvero *l'Acceleration Index* e lo *Steering Ratio*, con la velocità di avanzamento e per i differenti raggi di curvatura. Vengono successivamente presentati anche i diagrammi delle corrispondenti *Driving Zones*, calcolate come descritto nel precedente capitolo.

4.3.1 Acceleration index

Si riportano in seguito i diagrammi dell'*Acceleration Index* relativi ai sei set di pneumatici testati, e per i differenti raggi di curvatura che hanno caratterizzato complessivamente il test di *steady turning*.



Per quanto riguarda l'Aprilia ETV 1000 Caponord (Figura 4-8):

Figura 4-8 : Acceleration Index (Aprilia ETV 1000 Caponord - R₁, R₂, R₃, R₄, R₅, R₆, R₇, R₈)



Per quanto riguarda l' Honda Varadero 1000 (Figura 4-9):

Figura 4-9 : Acceleration Index (Honda Varadero 1000 - R₁, R₂, R₃, R₄, R₅, R₆, R₇, R₈)

4.3.2 Steering ratio

Si riportano in seguito i diagrammi dello *Steering Ratio* relativi ai sei set di pneumatici testati, e per i differenti raggi di curvatura che hanno caratterizzato complessivamente il test di *steady turning*.



Per quanto riguarda l'Aprilia ETV 1000 Caponord (Figura 4-10):

Figura 4-10 : Steering Ratio (Aprilia ETV 1000 Caponord - R₁, R₂, R₃, R₄, R₅, R₆, R₇, R₈)



Per quanto riguarda l' Honda Varadero 1000 (Figura 4-11):

Figura 4-11 : *Steering Ratio* (Honda Varadero 1000 - R₁, R₂, R₃, R₄, R₅, R₆, R₇, R₈)

4.3.3 Driving Zones

Agli indici di maneggevolezza si aggiunge la definizione delle *Driving Zones*, che suddividono il piano del moto stazionario in curva *Velocità – Accelerazione Laterale* in

aree caratterizzate ciascuna da una specifica modalità di guida. Si riportano in seguito i diagrammi delle *Driving Zones* relativi ai sei set di pneumatici testati, e per i differenti raggi di curvatura che hanno caratterizzato complessivamente il test di *steady turning*. Per quanto riguarda l'Aprilia ETV 1000 Caponord (Figura 4-12):



Figura 4-12 : Driving zones (Aprilia ETV 1000 Caponord - R₁, R₂, R₃, R₄, R₅, R₆, R₇, R₈)



Per quanto riguarda l' Honda Varadero 1000 (Figura 4-13)

Figura 4-13 : *Driving zones* (Honda Varadero 1000 - R₁, R₂, R₃, R₄, R₅, R₆, R₇, R₈)

4.3.4 Riepilogo

Da un primo sommario esame dei diagrammi riportati in Figura 4-8, Figura 4-9, Figura 4-10, Figura 4-11, Figura 4-12, Figura 4-13, si possono trarre una serie di considerazioni, che per facilità di confronto vengono raccolte in forma schematica nella seguente tabella:

Set pneumatici	Moto	Coppia di sterzo (Acceleration Index)	Comportamento sterzante (Steering Ratio)		
BattleWing	Caponord	La coppia di sterzo è esterna alla curva per basse velocità (< 10-12 m/s), interna alla curva per velocità più alte;	Il comportamento è nettamente sovra-sterzante nell'intero range di velocità;		
Bridgestone_	Varadero	La coppia di sterzo è interna alla curva nell'intero range di velocità (> 5-6 m/s);	Il comportamento è nettamente sovra-sterzante nell'intero range di velocità;		
tmax_D220	Caponord	La coppia di sterzo è esterna alla curva per basse velocità (< 8-10 m/s), interna alla curva per velocità più alte;	Il comportamento è sovra-sterzante per basse velocità (< 15 m/s), leggermente sotto-sterzante per velocità più alte;		
Dunlop_Sporti Varadero		La coppia di sterzo è interna alla curva quasi nell'intero range di velocità (> 5-6 m/s);	Il comportamento è sovra-sterzante per basse velocità (< 15 m/s), leggermente sotto-sterzante per velocità più alte;		
trailmax_D607	Caponord	La coppia di sterzo è esterna alla curva per basse velocità (< 8-9 m/s), interna alla curva per velocità più alte; la coppia di sterzo è inoltre piuttosto limitata ad alte velocità (> 15 m/s);	Il comportamento è leggermente sotto-sterzante per basse velocità (< 15 m/s), nettamente sotto-sterzante ad alte velocità;		
Dunlop_	Varadero	La coppia di sterzo è interna alla curva quasi nell'intero range di velocità (> 7-8 m/s);	NON DISPONIBILE		
Dunlop_trailmax _D607G	Caponord	La coppia di sterzo è esterna alla curva per basse velocità (< 6-7 m/s), interna alla curva ad alte velocità; la coppia di sterzo è inoltre piuttosto elevata ad alte velocità (> 15 m/s);	Il comportamento è sovra-sterzante per basse velocità (< 15 m/s), leggermente sotto-sterzante ad alte velocità;		

	Varadero	La coppia di sterzo è interna alla curva nell'intero range di velocità (> 7-9 m/s); la coppia di sterzo è inoltre piuttosto modesta ad alte velocità (> 15 m/s);	Il comportamento è nettamente sovra-sterzante nell'intero range di velocità;
r_Tourance	Caponord	La coppia di sterzo è esterna alla curva per basse velocità (< 6-8 m/s), interna alla curva per velocità più alte; la coppia di sterzo è inoltre piuttosto elevata ad alte velocità (> 15 m/s);	Il comportamento è nettamente sovra-sterzante nell'intero range di velocità;
Metzele	Varadero	La coppia di sterzo è interna alla curva quasi nell'intero range di velocità (> 5-6 m/s); la coppia di sterzo è inoltre piuttosto modesta ad alte velocità(> 15 m/s);	Il comportamento è nettamente sovra-sterzante nell'intero range di velocità;
n_Anakee	Caponord	La coppia di sterzo è esterna alla curva per basse velocità (<9-11 m/s), interna alla curva per velocità più alte; la coppia di sterzo è inoltre piuttosto modesta ad alte velocità (> 15 m/s);	Il comportamento è nettamente sovra-sterzante per basse velocità (< 15 m/s), leggermente sotto-sterzante ad alte velocità;
Micheli	Varadero	La coppia di sterzo è interna alla curva quasi nell'intero range di velocità (> 5-6 m/s); la coppia di sterzo è inoltre piuttosto modesta ad alte velocità (> 15 m/s);	Il comportamento è leggermente sovra-sterzante per basse velocità (< 15 m/s), sotto-sterzante ad alte velocità;

Tabella 4-3 : Confronto maneggevolezza: steady turning

5 Stabilità: Weave e Wobble

Come anticipato nell'introduzione, i modi laterali *Weave* e *Wobble* si presentano particolarmente critici in relazione alla stabilità del veicolo, e quindi alla sicurezza stessa ad alta velocità. Si procede di seguito ad esporre una corrispondente indagine teorica, i cui principali risultati saranno richiamati nell'applicazione considerata nel capitolo successivo.

5.1 Introduzione

E' noto che in un motociclo in corsa possono svilupparsi delle oscillazioni dell'avantreno e/o del retrotreno attorno all'asse dello sterzo, soprattutto se le ruote sono sbilanciate. E' facile verificare sperimentalmente questo fenomeno, ad esempio decelerando il motociclo lentamente partendo da una velocità abbastanza sostenuta. Se le ruote sono sbilanciate staticamente o dinamicamente si possono osservare durante il moto decelerato delle oscillazioni, che ad una determinata velocità raggiungono la massima ampiezza, e che poi diminuisce con il decrescere della velocità, fino a sparire completamente. La massima ampiezza delle oscillazioni che coinvolgono l'avantreno si verifica a velocità maggiore rispetto a quella del retrotreno.



Figura 5-1 : Modi di vibrare fuori dal piano

Queste osservazioni sperimentali del comportamento dinamico del motociclo suggeriscono la presenza di due modi principali.

Il primo (Figura 5-1a) è il modo oscillatorio di ondeggiamento e serpeggiamento, denominato "*weave*", che coinvolge tutto il veicolo ma in maniera preponderante il retrotreno. La frequenza naturale di questo modo è nulla quando la velocità di avanzamento è nulla, mentre è compresa nell'intervallo 2÷4 Hz per velocità elevate. Essa dipende da numerosi fattori, quali la posizione baricentro retrotreno, l'inerzia delle ruote, l'angolo di

sterzo, l'avancorsa per citare i principali. Per quanto riguarda lo smorzamento, a basse velocità (2÷8 m/s) il modo può risultare un stabile; a velocità intermedie è generalmente stabile, mentre a velocità più elevate (>40m/s) il moto di *weave* può comportare dei problemi pratici di stabilità, soprattutto per il fatto che la frequenza naturale dell'oscillazione può dimostrarsi troppo elevata per poter essere controllata dal pilota, e che il suo smorzamento risulta alquanto ridotto.

Il secondo (Figura 5-1b) è il modo oscillatorio di dondolio dell'avantreno attorno all'asse di sterzo, noto con il termine "*wobble*", che non coinvolge il retrotreno in modo apprezzabile e si innesca a velocità abbastanza moderate. Si tratta di oscillazioni simili a quelle di tipo *schimmy* ("sfarfallamento") delle ruote anteriori delle automobili o delle ruote dei carrelli degli aerei. I valori usuali delle frequenze di questo modo variano da 4 Hz, nel caso dei motocicli pesanti, a 9 Hz nel caso di motocicli leggeri. La frequenza del modo wobble cresce all'aumentare dell'avancorsa ed al diminuire dell'inerzia dell'avantreno, ed è essenzialmente influenzata dalle caratteristiche di rigidezza e smorzamento del pneumatico anteriore. Per velocità di avanzamento del motociclo comprese nell'intervallo 10÷20 ms il modo risulta poco smorzato e può divenire quindi instabile: l'adozione dell'ammortizzatore di sterzo ne aumenta lo smorzamento e quindi il grado di stabilità.

Gli studi svolti sulle tematiche inerenti alla stabilità ai suddetti modi sono svolti prevalentemente presso Università, e sono quasi esclusivamente di carattere teorico. La sperimentazione effettuata con l'ausilio di prove su strada sia del *weave* che del *wobble* presenta infatti notevoli difficoltà, sia di carattere logistico che di sicurezza, e proprio per questo motivo difficilmente risultano reperibili dati sperimentali in letteratura.

5.2 Approccio teorico: modelli matematici

Per studiare i modi oscillatori *weave* e *wobble* sono stati elaborati e continuano ad esserlo numerosi modelli teorici. Nei prossimi paragrafi si riportano tre modelli di riferimento: dei primi due, semplici quanto essenziali alla comprensione dei fenomeni esaminati, vengono esposti i rispettivi dettagli analitici; del successivo, estremamente più complesso, vengono riportate le caratteristiche essenziali, nonché un esempio di possibile applicazione.

5.2.1 Weave: modello a 1 g.d.l

In prima approssimazione è possibile supporre che il modo *weave* sia completamente disaccoppiato dal moto dell'avantreno e dal moto di rollio, e che quindi sia semplicemente costituito dall'oscillazione del retrotreno attorno all'asse di sterzo [1].

Le ipotesi che sono alla base del modello ad un grado di libertà del modo *weave* (Figura 5-2) sono dunque: rollio del motociclo nullo, e sterzo fisso. Questa ultima ipotesi è avvalorata dall'osservazione di molti casi sperimentali, nei quali si riscontrano spostamenti



laterali dell'asse dello sterzo abbastanza limitati rispetto agli spostamenti laterali del pneumatico posteriore.

Figura 5-2 : Modello ad 1 g.d.l.

L'equazione del moto si ottiene imponendo l'equilibrio alla rotazione rispetto all'asse di sterzo:

$$I_{x}\ddot{\mathcal{G}} + c\dot{\theta} + F_{cr}l = 0$$

essendo

 $I_r = I_G + ml^2$

il momento d'inerzia del retrotreno (i.e.: comprensivo della ruota posteriore) rispetto all'asse di sterzo, *c* la costante di smorzamento dello sterzo, F_{sr} la forza reattiva che agisce sul pneumatico. Quest'ultima è supposta proporzionale all'angolo di deriva posteriore λ_r secondo la relazione:

$$F_{sr} = K_{\lambda r} \lambda_r$$

Per piccoli spostamenti, l'angolo di deriva può essere calcolato tramite l'espressione

$$\lambda_r = \frac{l\theta}{V} + \theta \cos(\varepsilon)$$

L'angolo di deriva è dunque la somma di due contributi: il primo addendo rappresenta la velocità laterale del punto di contatto: il secondo è l'angolo di sterzata effettivo misurato

sul piano stradale. Effettuando le opportune sostituzioni, si ottiene l'equazione del moto valida per piccole oscillazioni:

$$I_r \ddot{\mathcal{Y}} + \left(c + \frac{K_{\lambda r} l^2}{V}\right) \dot{\theta} + K_{\lambda r} l \mathcal{Q} \cos(\varepsilon) = 0$$

Introducendo una soluzione oscillante nell'equazione ed eliminando la dipendenza dal tempo, si ottiene l'equazione delle frequenze:

$$I_r s^2 + \left(c + \frac{K_{\lambda r} l^2}{V}\right) s + K_{\lambda r} l \cos(\varepsilon) = 0$$

che, risolta, fornisce le seguenti radici:

$$s_{1,2} = -\frac{cV + l^2 K_{\lambda r}}{2I_r V} \pm \sqrt{\left(\frac{cV + l^2 K_{\lambda r}}{2I_r V}\right)^2 - \frac{lK_{\lambda r}}{I_r}\cos(\varepsilon)}$$

Il sistema risulta oscillante quando il radicando è negativo, ovvero per velocità di avanzamento superiori a

$$V > \frac{l^2 K_{\lambda r}}{2\sqrt{I_r K_{\lambda r} l \cos(\varepsilon) - c}}$$

In questo caso, la frequenza del sistema smorzato f ed il rapporto di smorzamento ζ risultano rispettivamente



Figura 5-3 : Frequenza e rapporto di smorzamento in funzione della velocità

Possono quindi essere avanzate le seguenti considerazioni: la frequenza cresce all'aumentare della velocità (Figura 5-3a) e della rigidezza di deriva del pneumatico, mentre diminuisce all'aumentare dell'inerzia del retrotreno; il rapporto di smorzamento

decresce rapidamente all'aumentare della velocità (Figura 5-3b), cosicché la frequenza, sempre all'aumentare della velocità, tende ad un valore limite, che corrisponde a quello del sistema non smorzato e vale:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{lK_{\lambda r}}{I_r} \cos(\varepsilon)}$$

Questa ultima relazione conferma che la frequenza del modo weave cresce all'aumentare della rigidezza di deriva del pneumatico ed all'aumentare del passo del veicolo, mentre diminuisce all'aumentare dell'inclinazione dello sterzo ed all'aumentare dell'inerzia del veicolo.

5.2.2 Wobble: modello a 1 g.d.l.

Anche il fenomeno del *wobble* può essere schematizzato molto semplicemente con un modello ad un grado di libertà, in cui viene considerato tutto l'avantreno come un unico corpo rigido incernierato a telaio, ovvero libero di ruotare attorno all'asse di sterzo [1]. Le ipotesi alla base del modello (Figura 5-4) sono ancora quelle di rollio nullo del motociclo durante le oscillazioni, e che il componente interessato a questo modo di vibrare sia solamente l'avantreno, si da poter considerare fissa la posizione dell'asse di sterzo. L'avantreno costituisce quindi un corpo rigido che ruota intorno all'asse di sterzo, e che è soggetto alla forza laterale di richiamo verso la posizione di equilibrio generata dal contatto pneumatico-strada.



Figura 5-4 : Modello ad 1 g.d.l.

La trattazione è del tutto analoga a quella esposta per il modo *weave*, a partire dalla seguente equazione differenziale:

$$I_f \cdot \ddot{\delta} + c \cdot \dot{\delta} + F_{sf} \cdot a_n = 0$$

La frequenza ed il rapporto di smorzamento del sistema risultano rispettivamente:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{cV + a_n^2 K_{\lambda f}}{2I_f V}\right)^2 - \frac{a_n K_{\lambda f}}{I_f} \cos(\varepsilon)} \qquad \qquad \zeta = \frac{cV + a_n^2 K_{\lambda f}}{2V \sqrt{I_f K_{\lambda f} a_n \cos(\varepsilon)}}$$

Nel caso di smorzamento dell'ammortizzatore di sterzo nullo, il rapporto di smorzamento risulta:

$$\zeta = \frac{a_n}{2V} \sqrt{\frac{a_n K_{\lambda f}}{I_f \cos(\varepsilon)}}$$

E' interessante rimarcare come il rapporto di smorzamento diminuisca all'aumentare della velocità di avanzamento del veicolo. I diagrammi successivi presentano rispettivamente l'andamento della frequenza e del rapporto di smorzamento del modo wobble, al variare della velocità: in particolare è evidenziato l'effetto dell'ammortizzatore di sterzo sul rapporto di smorzamento, soprattutto alle alte velocità.



Figura 5-5 : Frequenza e rapporto di smorzamento in funzione della velocità

5.2.3 Weave, Wobble: modello MDRG

Presso il Dipartimento di Ingegneria Meccanica dell'Università di Padova è stato sviluppato un dettagliato modello della motocicletta, successivamente implementato nel codice di calcolo multibody *Fastbike* [23], [24]. La schematizzazione del motociclo è illustrata nella figura successiva, e consta di 11 gradi di libertà:



Figura 5-6 : Modello MDRG a 11 g.d.l.

Per esemplificare le possibili applicazioni del modello *MDRG*, si riportano di seguito (Figura 5-7) alcuni tra i più significativi risultati di uno studio parametrico di stabilità al *weave*. Tale studio è stato condotto ed integrato nelle fasi di sviluppo di un prototipo di categoria sport-touring, e viene di seguito esposto in termini di diagrammi che illustrano le curve isolivello del rapporto di smorzamento ad una prefissata e costante velocità di avanzamento, al variare di due parametri caratteristici analoghi. L'area gialla indica stabilità (rapporto di smorzamento positivo); l'area azzurra indica instabilità (rapporto di smorzamento negativo).

Le prime due figure considerano gli effetti delle caratteristiche del pneumatico posteriore sul rapporto di smorzamento, rispettivamente per quanto riguarda le rigidezze strutturali (laterale e radiale, Figura 5-7a), e le rigidezze di rollio e di deriva (Figura 5-7b). E' evidente la favorevole influenza sulla stabilità della rigidezza strutturale laterale e delle rigidezze di deriva e rollio; è altrettanto evidente come la rigidezza radiale sia del tutto ininfluente.

Le due successive considerano invece l'influenza della posizione del baricentro del bagaglio (Figura 5-7c) e del baricentro del retrotreno (Figura 5-7d): è evidente come una posizione avanzata e alzata rispetto al piano stradale sia favorevole alla stabilità.

Le ultime considerano l'influenza delle rigidezze laterali e torsionali della forcella (Figura 5-7e) e del forcellone (Figura 5-7f). Risulta evidentemente favorevole la rigidezza laterale di entrambe; la rigidezza torsionale del forcellone è invece sfavorevole, quella della forcella ininfluente.



Figura 5-7 : Analisi parametrica di stabilità: isolivello del rapporto di smorzamento
5.3 Approccio sperimentale: metodologie

Per uno studio approfondito dei modi di vibrare dei motocicli, in particolare del weave e del wobble, è necessario ricorrere ad un approccio sperimentale per due ragioni: innanzi tutto per studiare il fenomeno reale potendo così disporre di informazioni assolutamente attendibili su di esso ed approfondendo così la sua conoscenza. La seconda ragione fondamentale che porta a proseguire la strada della sperimentazione risiede nella necessità di validare i modelli teorici sviluppati. Essi infatti risultano sempre più complessi e affidabili ma necessitano di continui affinamenti e verifiche.

La sperimentazione effettuata con l'ausilio di prove su strada sia del weave che del wobble, presenta però enormi difficoltà, e proprio per questo motivo, difficilmente sono reperibili dati sperimentali in letteratura.

Gli ostacoli su cui ci si imbatte nella realizzazione delle prove sperimentali sono sia di carattere logistico che di sicurezza: difficoltà a trovare percorsi, strade o piste adatte al tipo di prova che si vogliono condurre, quindi sufficientemente spaziose, oppure sufficientemente piane o addirittura sufficientemente dissestate (qualora si voglia introdurre un rumore di fondo per eccitare i modi, come sarà spiegato nei prossimi paragrafi). Questi problemi, talvolta difficilmente risolvibili, comportano sempre rallentamenti e ritardi sul piano di sperimentazione preventivato. Durante l'esecuzione di prove su strada, finalizzate all'eccitazione dei modi di vibrare, anche la garanzia di sicurezza del pilota può divenire un fattore limitante: le oscillazioni del mezzo possono raggiungere ampiezze tali da comportare una caduta, qualora il pilota non sia sufficientemente tempestivo nel riprendere il controllo del mezzo.

Non ultime, vi sono le difficoltà relative alle modalità di eccitamento dei modi: in questo caso le difficoltà si articolano sia nella scelta del metodo utilizzato per eccitare le oscillazioni, sia nella sua corretta esecuzione. A tal proposito sono state sviluppate nel corso delle ricerche sperimentali alcune tecniche [38], di cui si presenta una breve panoramica.

5.3.1 Weave: eccitazione da impulso pilota

Nel corso di questa procedura il pilota esercita una sollecitazione impulsiva al retrotreno mediante rapidi movimenti della parte bassa del tronco. Se l'energia fornita al sistema con l'impulso è sufficiente, il retrotreno (ed in misura minore lo sterzo) comincia ad oscillare per un determinato intervallo temporale dipendente dal valore dello smorzamento del modo di vibrare. Durante il corso di questa tipologia di prove, è necessario che il pilota stia il più fermo possibile durante le oscillazioni del veicolo, e rilasci le mani dallo sterzo del motociclo si da rendere la prova ripetibile e indipendente dalla presenza del pilota.

5.3.2 Weave, Wobble: impulso stradale

In questo caso l'impulso viene fornito da un ostacolo opportunamente posto sul fondo stradale: un dosso, una buca. Il vantaggio di questo metodo è quello di poter mantenere il controllo del mezzo durante l'eccitazione del modo e di poter effettuare la prova anche in curva. Per contro, possono esserci delle interazioni tra pilota e mezzo molto elevate dovuto al fatto che il pilota mantiene sempre il controllo del manubrio. Inoltre, con questo metodo, per eccitare opportunamente i modi di vibrare fuori dal piano, è necessario affrontare l'ostacolo a moto rollata, non permettendo così di identificare i modi "out of plane" in rettilineo.

5.3.3 Weave, Wobble: rumore bianco

Questa metodologia consiste nel percorrere durante il moto rettilineo a velocità costante una strada dissestata. Teoricamente in tal modo si dovrebbero eccitare tutte le frequenze in quanto l'input dovrebbe contenere tutto lo spettro delle frequenze. Il metodo può rivelarsi valido se la strada percorsa offre veramente uno spettro completo (rumore bianco) e se permette di fornire un'energia sufficiente al sistema. Queste due condizioni non si verificano facilmente, per cui questo metodo non viene solitamente utilizzato.

5.3.4 Weave, Wobble: sweep pilota

L'idea è quella di fornire attraverso il pilota, una forzante sinusoidale agente sulla coppia di sterzo con frequenze crescenti. Teoricamente il metodo si rivela molto efficace, nella realtà è molto difficile da realizzare poiché il pilota aumentando la frequenza tende a diminuire l'ampiezza delle oscillazioni dello sterzo variando così l'energia introdotta nel sistema. Non solo, sperimentalmente si è osservato che difficilmente il tester riesce a creare uno sweep regolare. Ne consegue che la potenzialità del metodo è fortemente influenzata dalle capacità del pilota, rendendo questa soluzione difficilmente realizzabile e ripetibile.

5.3.5 Weave, Wobble: sweep fondo stradale

E' un'estremizzazione dell'impulso ottenuto con il fondo stradale: facendo passare il sistema pilota-moto attraverso una serie di irregolarità, come possono essere delle traversine poste ad un passo variabile tra loro, si riesce ad imprimere al mezzo una forzante dalla frequenza variabile dipendente appunto dal passo delle traversine. Si rivela molto efficace per individuare i modi di vibrare in curva e inoltre è un metodo abbastanza sicuro per il pilota che non deve mai staccare le mani dal manubrio oppure compiere manovre pericolose con la motocicletta.

5.3.6 Wobble: impulso al manubrio

Nel corso di questa procedura il pilota rilascia le mani dallo sterzo del motociclo e impartisce un colpo sul manubrio lasciandolo libero di oscillare. Se l'energia fornita al sistema con l'impulso è sufficiente, lo sterzo comincia ad oscillare per un determinato intervallo temporale dipendente dal valore dello smorzamento del modo di vibrare. Durante il corso di questa tipologia di prove, è necessario che il pilota stia il più fermo possibile durante le oscillazioni del veicolo, in modo da rendere la prova ripetibile e, per quanto possibile, indipendente dal pilota.

5.4 Approccio sperimentale: analisi in frequenza

L'approccio sperimentale richiede, oltre all'esecuzione dei test secondo le modalità innanzi esposte, anche le definizione di una metodologia di analisi dei dati telemetrici acquisiti nel corso dei test stessi. Tale metodologia deve essenzialmente permettere di determinare frequenze e rapporti di smorzamento degli eventi esaminati.

A tal proposito si presenta la metodologia più comunemente adottata, attraverso le sue procedure principali: l'interpolazione e l'auto-correlazione del segnale, nonché l'applicazione del "Metodo di Prony".

5.4.1 Interpolazione del segnale

Questo metodo consiste nell'interpolazione diretta del segnale rappresentativo delle oscillazioni del modo di vibrare oggetto di studio, come rappresentato in Figura 5-8. Generalmente si utilizza un'equazione del secondo ordine di un sistema ad un grado di libertà, quale di seguito proposta:

$$x(t) = Ae^{-\zeta \omega_n t} \sin(qt + \varphi)$$

essendo

A = ampiezza ω_n = frequenza naturale ζ = rapporto di smorzamento $q = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$ = frequenza smorzata φ = fase

Di questa equazione vengono determinati iterativamente, a partire da assegnati valori iniziali, i parametri ζ , ω , A, φ , così definendo frequenza e rapporto di smorzamento del modo di vibrare. Qualora le oscillazioni del modo di vibrare siano ben individuabili e non sovrapposte ad altre significative componenti armoniche, questo metodo di caratterizzazione si rivela, oltre che il più semplice, anche il più affidabile.



Figura 5-8 : Interpolazione di segnale di coppia di sterzo [39].

5.4.2 Auto-correlazione

Nel caso in cui il segnale rappresentativo del modo di vibrare oggetto di studio sia affetto da disturbi e da variabili random, si ricorre all'auto-correlazione [40]. Tale operazione risulta definita dalla seguente espressione (Figura 5-9):

$$R(\tau) = \lim_{T \to \infty} \left(\frac{1}{T} \right) \int_{0}^{T} q_{i}(t) q_{i}(t+\tau) dt$$

dove la funzione $q_i(t)$ è il segnale da elaborare, e la funzione $q_i(t + \tau)$ è la stessa funzione traslata di un intervallo temporale τ .



Figura 5-9 : Auto-correlazione del segnale [40].

Sia nel caso in cui il segnale sia affetto da disturbi sia ad alta frequenza che a bassa (Figura 5-10), per $\tau = 0$ la funzione $R(\tau)$ presenta un picco, tanto più appuntito quanto più alte sono le frequenze del segnale $q_i(t)$. Se le frequenze sono elevate è sufficiente infatti un piccolissimo valore di τ per causare un forte sfasamento del segnale, diminuendo drasticamente il valore di $R(\tau)$. Viceversa nel caso in cui le frequenze del segnale sono basse.



Figura 5-10 : Effetto della frequenza del segnale sull'auto-correlazione [40].

Il teorema di convoluzione afferma che la convoluzione di due segnali nel dominio temporale è equivalente al prodotto delle rispettive trasformate di Fourier nel dominio delle frequenze, ovvero:

$$x(t) \otimes y(t) \Leftrightarrow X(\omega) \cdot Y(\omega)$$

Poiché l'auto-correlazione è in tutto e per tutto la convoluzione del segnale con se stesso, essa equivale, nel dominio delle frequenze, a moltiplicare per se stessa la trasformata di Fourier del segnale, ottenendone così una amplificazione che ne amplifica ed evidenzia la frequenza dell'armonica fondamentale.

5.4.3 Metodo di Prony

Qualora la semplice auto-correlazione del segnale non dovesse essere sufficiente per riuscire ad identificare i modi di vibrare presenti nel segnale, specie in presenza di modi fortemente accoppiati, si può impiegare il metodo sviluppato da Prony [41].

Si consideri un sistema con smorzamento viscoso a *N* gradi di libertà. Volendo identificare i suoi modi di vibrare è necessario, operando nel dominio del tempo, ricercare le *IRFs* (*impulse response functions*) così definite:

$$h_{jk}(t) = \sum_{r=1}^{2N} {}_{r} A_{jk} e^{s_{r}t}$$

o più semplicemente,

$$h(t) = \sum_{r=1}^{2N} A'_r e^{s_r t}$$

dove valgono le seguenti:

$$s_r = -\omega_r \xi_r + i\omega_r'$$
 $\omega_r' = \omega_r \sqrt{(1 - \xi_r^2)}$ $\omega_{r+N}' = -\omega_r'$ $_{r+N}A_{jk} = A^*_{jk};$

essendo ω_r e ξ_r pulsazione naturale e rapporto di smorzamento dell'n-esimo modo, A_{jk} il residuo corrispondente a ciascun modo di vibrare *r* dovuto allo spostamento del generico punto *j* per effetto della generica forza applicata alla coordinata *k* (l'apice * denota la complessa coniugata).

Se si considerano L risposte h(t) equamente distanziate di un valore pari a Δt :

$$h_0 = h(0) = \sum_{r=1}^{2N} A_r' \qquad h_1 = h(\Delta t) = \sum_{r=1}^{2N} A_r' e^{s_r(\Delta t)} \qquad h_L = h(L\Delta t) = \sum_{r=1}^{2N} A_r' e^{s_r(L\Delta t)}$$

che possono essere scritte anche nel modo seguente:

$$h_0 = \sum_{r=1}^{2N} A_r'$$
 $h_1 = \sum_{r=1}^{2N} A_r' V_r$ $h_L = \sum_{r=1}^{2N} A_r' V_r'$

con

$$V_r = e^{s_r \Delta t}$$

Come evidente A_r ' e V_r non sono noti, e per la soluzione delle precedenti si adotta appunto il "Metodo di Prony".

Partendo dalla considerazione che le radici s_r per un sistema sotto-smorzato si presentano sempre in coppie complesse coniugate, si deduce che lo stesso vale per le variabili V_r . Quindi esisterà sempre un polinomio in V_r di ordine *L* a coefficienti reali β (coefficienti autoregressivi) tale da verificare la seguente:

$$\beta_0 + \beta_1 V_r + \beta_2 V_r^2 + \dots + \beta_L V_r^L = 0$$

Per calcolare i coefficienti β ovvero per ricavare V_r , è necessario moltiplicare entrambi i membri delle precedenti per i corrispondenti valori di β e sommarne i risultati. Si otterrà:

$$\sum_{j=0}^{L} \beta_{j} h_{j} = \sum_{j=0}^{L} \left(\beta_{j} \sum_{r=1}^{2N} A_{r}' V_{r}^{j} \right) = \sum_{r=1}^{2N} \left(A_{r}' \sum_{j=0}^{L} \beta_{j} V_{r}^{j} \right)$$

Il secondo termine corrisponde di fatto al polinomio scritto innanzi e di conseguenza risulta:

$$\sum_{j=0}^{L} \beta_j h_j = 0$$

per ogni V_r .

Dalla precedente è possibile calcolare i coefficienti β_j che danno le soluzioni del polinomio per ogni radice V_r . Per calcolarli si procede nel modo seguente: *L* viene assunto uguale a 2*N* per convenienza: conseguentemente risulteranno 2*N* risposte h_j e β_{2N} sarà uguale a 1. Ne risulta:

$$\begin{bmatrix} h_0 & h_1 & h_2 & \dots & h_{2N-1} \\ h_1 & h_2 & h_3 & \dots & h_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ h_{2N-1} & h_{2N} & h_{2N+1} & \dots & h_{4N-2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_{2N-1} \end{bmatrix} = - \begin{cases} h_{2N} \\ h_{2N+1} \\ \vdots \\ \beta_{2N-1} \end{bmatrix}$$

Conoscendo i coefficienti β_j , una soluzione del polinomio può essere usata per calcolare le radici V_r . Usando la precedente ed il valore del corrispondente complesso coniugato, si possono determinare le frequenze naturali ed i rapporti di smorzamento. Con i valori di V_r , si possono usare le precedenti per calcolare i residui A'_r e quindi pure le costanti modali e gli angoli di fase utilizzando solo i primi 2N-1 valori di h_j . Infatti, è sufficiente considerare N-1 valori poiché V_r e A'_r sono a coppie complesse coniugate.

Poiché i modi sono infiniti, e non essendo possibile esprimere il segnale acquisito x(t) come la sommatoria di tutti gli infiniti modi di vibrare, è possibile ottenere del segnale considerato solo un'espressione approssimata $\hat{x}(t)$. Affinché l'espressione approssimata ben rappresenti il segnale, è necessario determinare un numero di modi sufficiente a minimizzare l'errore ε definito da:

$$\mathcal{E} = |x(t) - \hat{x}(t)|$$

Non conoscendo a priori il numero di modi di vibrare significativi del sistema, si ripete il procedimento con un numero via via crescente di modi *N*, fino a quando le soluzioni convergono. A tal punto si potranno interrompere la iterazioni con la certezza di ottenere una ottima approssimazione del segnale.

6 Weave e Wobble: indagine sperimentale

I principali risultati dell'analisi teorica del capitolo precedente vengono effettivamente applicati nell'indagine sperimentale esposta di seguito, che si propone di caratterizzare una serie di set di pneumatici in relazione alla stabilità.

6.1 Introduzione

Nell'ambito di un progetto di ricerca tra *MDRG* (*Motorcycle Dynamics Research Group*, Dipartimento di ingegneria Meccanica-Università degli studi di Padova) ed il gruppo *Goodyear Dunlop Tires Europe B.V*, è stato possibile studiare il comportamento di una serie di set di pneumatici in relazione alla stabilità. Nella fattispecie è stata esaminata e confrontata la loro influenza sulla stabilità di due motociclette di categoria analoga, attraverso una serie di test di *weave* e *wobble* appositamente messi a punto ed effettuati da piloti collaudatori.

Nello specifico, i test sono stati eseguiti nel circuito di omologazione "Applus+ IDIADA complex", situato presso Ronda de L'Albornar 1, E-43710 di Santa Oliva (Tarragona, Spagna), nei giorni 10÷15/11/2006. La sessione di prove ha riguardato le motociclette Aprilia ETV1000 Caponord e Honda Varadero 1000, portate in pista rispettivamente da Felipe Lopez Cordoba e Regis Segues, entrambi esperti piloti collaudatori.



Figura 6-1 : Test di stabilità: weave e wobble

La sessione di prove ha riguardato i seguenti set di pneumatici, ciascuno dei quali è stato testato su entrambe le motociclette:

Set pneumatici	Anteriore	Posteriore
Bridgestone_BattleWing	110 80 R19	150 70 R17
Dunlop_Sportmax_D220	110 80 R19	150 70 R17
Dunlop_trailmax_D607	110 80 R19	150 70 R17
Dunlop_trailmax_D607G	110 80 R19	150 70 R17
Metzeler_Tourance	110 80 R19	150 70 R17
Michelin_Anakee	110 80 R19	150 70 R17
Pressione [bar]	Anteriore	Posteriore
Aprilia ETV1000 Caponord	2.2	2.4
Honda Varadero 1000	2.2	2.5

Tabella 6-1 : Set di pneumatici testati

La sessione di prove ha riguardato le seguente serie di test di stabilità al *weave* ed al *wobble*, effettuati per diverse velocità di avanzamento mantenute il più possibile costanti:

	Motocicletta	Range di velocità [Km/h]	Modalità di eccitazione	Controllo manubrio (attivo/non attivo)	Traiettoria (rettilinea/curva)
ave	Aprilia ETV1000 Caponord	100 ÷ 200 (≈ velocità massima)	Impulso del pilota (movimento impulsivo del tronco)	non attivo	Sia rettilinea che curva
We	Honda Varadero 1000	90 ÷ 200 (≈ velocità massima)	Impulso del pilota (movimento impulsivo del tronco)	non attivo Sia rettilinea che curva	Sia rettilinea che curva
bble	Aprilia ETV1000 Caponord	40 ÷ 160	Impulso al manubrio	non attivo	rettilinea
W	Honda Varadero 1000	40 ÷ 120	Impulso al manubrio	non attivo	rettilinea

Tabella 6-2 : Test di weave e wobble effettuati

La seguente figura illustra la ricostruzione effettuata dal GPS della traiettoria seguita nel corso dei test. Sono evidenti due lunghi rettilinei (all'incirca 3.5 Km), che hanno permesso di raggiungere le massime velocità e per intervalli temporali adeguatamente prolungati, e le due corrispondenti curve paraboliche che li collegano:



Figura 6-2: Overview test weave-wobble (Aprilia ETV 1000 Caponord - Bridgestone_BattleWing)

6.2 Elaborazione telemetrie

I dati telemetrici acquisiti nelle varie sessioni di test sono stati sottoposti ad una serie di elaborazioni in relazione all'applicazione delle procedure sviluppate e trattate nel precedente capitolo. Tali elaborazioni constano essenzialmente nel calcolo della frequenza e del rapporto di smorzamento per ogni singolo evento di *weave* e *wobble*. Di seguito tali aspetti vengono trattati singolarmente con riferimento ad un singolo test, per illustrare in termini operativi la procedura che è stata applicata anche a tutti gli altri.

6.2.1 Weave: calcolo frequenza e rapp. smorzamento

Nella seguente figura viene illustrata una sequenza di tre eventi *weave* consecutivi, per quanto riguarda i segnali Gx (Girometro asse x), Gz (Girometro asse z), Ay (Accelerazione asse y), angolo di sterzo, coppia di sterzo; come evidenziato la velocità rimane pressoché costante nel corso di ciascun evento. L'obbiettivo è determinare la frequanza (f) ed il rapporto di smorzamento (ζ) dei diversi eventi, sì da verificare la tendenza di tali parametri entro l'ampio intervallo di velocità di avanzamento che ha caratterizzato la sessione di test.



Figura 6-3 : Eventi weave (Aprilia ETV 1000 Caponord - Bridgestone_BattleWing)

A tal proposito ciascun evento è stato isolato ed analizzato individualmente, applicando le procedure di analisi in frequenza descritte nel precedente capitolo ai segnali Gx, Gz, ed angolo di sterzo.

Innanzitutto ciascun segnale è stato auto-correlato per amplificare le sue componenti periodiche e ridurne le componenti random:



Figura 6-4 : Auto-correlazione segnali (Aprilia ETV 1000 Caponord - Bridgestone_BattleWing)

Successivamente il segnale auto-correlato è stato analizzato ed interpolato mediante "Algoritmo di Prony" per identificare le sue componenti armoniche principali e determinarne quindi frequenze e rapporti di smorzamento:



Studi sperimentali e teorici su maneggevolezza, stabilità e manovrabilità dei veicoli a due ruote M. Peretto

Figura 6-5 : Interpolazione segnali auto-correlati (Aprilia ETV 1000 Caponord -Bridgestone_BattleWing)

La frequenza ed il rapporto di smorzamento dell'evento sono stati infine determinati considerando il valore medio ottenuto dall'analisi dei tre segnalï:

$$f = \frac{f_{Gx} + f_{Gz} + f_{Steering Angle}}{3} = 3.26\% \qquad \qquad \zeta = \frac{\zeta_{Gx} + \zeta_{Gz} + \zeta_{Steering Angle}}{3} = 6.09 \, Hz$$

6.2.2 Wobble: calcolo frequenza e rapp smorzamento

Nella seguente figura viene illustrata una sequenza di quattro eventi *wobble* consecutivi, per quanto riguarda i segnali Gx (Girometro asse x), Gz (Girometro asse z), Ay (Accelerazione asse y), angolo di sterzo, coppia di sterzo; come evidenziato la velocità rimane pressoché costante nel corso di ciascun evento. L'obbiettivo è determinare la frequanza (f) ed il rapporto di smorzamento(ζ) dei diversi eventi, sì da verificare la tendenza di tali parametri entro l'ampio intervallo di velocità di avanzamento che ha caratterizzato la sessione di test.



Figura 6-6 : Eventi wobble (Aprilia ETV 1000 Caponord - Bridgestone_BattleWing)

A tal proposito ciascun evento è stato isolato ed analizzato individualmente, applicando le procedure di analisi in frequenza descritte nel precedente capitolo ai segnali *Ay*, coppia di sterzo, ed angolo di sterzo.

Innanzitutto ciascun segnale è stato auto-correlato per amplificare le sue componenti periodiche e ridurne le componenti random:



Figura 6-7 : Auto-correlazione segnali (Aprilia ETV 1000 Caponord - Bridgestone_BattleWing)

Successivamente il segnale auto-correlato è stato analizzato ed interpolato mediante "Algoritmo di Prony" per identificare le sue componenti armoniche principali e determinarne quindi frequenze e rapporti di smorzamento:





Time [s]

Figura 6-8 : Interpolazione segnali auto-correlati (Aprilia ETV 1000 Caponord -Bridgestone_BattleWing)

La frequenza ed il rapporto di smorzamento dell'evento sono stati infine determinati considerando il valore medio ottenuto dall'analisi dei tre segnali:

$$f = \frac{\left(f_{Ay} + f_{Steering \ torque} + f_{Steering \ angle}\right)}{3} = 8.31 \text{ Hz} \qquad \qquad \zeta = \frac{\left(\zeta_{Ay} + \zeta_{Steering \ torque} + \zeta_{Steering \ angle}\right)}{3} = 16.68 \text{ \%}$$

6.3 Risultati

I risultati di ciascun set di pneumatici testato, una volta determinati secondo le modalità innanzi esemplificate, sono stati raccolti in diagrammi che riportano come variano frequenza e rapporto di smorzamento di *weave* e *wobble* con la velocità di avanzamento. Tali tendenze sperimentali sono state altresì evidenziate da curve ottenute mediante interpolazione polinomiale quadratica.

6.3.1 Weave: frequenza e rapp. smorzamento

Si riportano in seguito i diagrammi *Frequenza-Velocità* e *Rapporto di smorzamento-Velocità* relativi ai sei set di pneumatici testati in relazione alla stabilità al *weave*. Per quanto riguarda l'Aprilia ETV 1000 Caponord (Figura 6-9):





Sezione 1: MANEGGEVOLEZZA E STABILITA'

Figura 6-9: Weave: frequenza e rapporto di smorzamento (Aprilia ETV 1000 Caponord)

Per quanto riguarda l' Honda Varadero 1000 (Figura 6-10):





Studi sperimentali e teorici su maneggevolezza, stabilità e manovrabilità dei veicoli a due ruote M. Peretto

Figura 6-10 : Weave: frequenza e rapporto di smorzamento (Honda Varadero 1000)

6.3.2 Wobble: frequenza e rapp smorzamento

Si riportano in seguito i diagrammi *Frequenza-Velocità* e *Rapporto di smorzamento-Velocità* relativi ai sei set di pneumatici testati in relazione alla stabilità al *wobble*. Per quanto riguarda l'Aprilia ETV 1000 Caponord (Figura 6-11):





Studi sperimentali e teorici su maneggevolezza, stabilità e manovrabilità dei veicoli a due ruote M. Peretto

Figura 6-11 : Wobble: frequenza e rapporto di smorzamento (Aprilia ETV 1000 Caponord)

Per quanto riguarda l' Honda Varadero 1000 (Figura 6-12):









Figura 6-12 : Wobble: frequenza e rapporto di smorzamento (Honda Varadero 1000)

6.3.3 Riepilogo

Da un primo sommario esame dei diagrammi riportati in Figura 6-9, Figura 6-10, Figura 6-11, Figura 6-12, si possono trarre una serie di considerazioni, che per facilità di confronto vengono raccolte in forma schematica nella seguente:

Moto	Stabilità Weave	Stabilità Wobble	
MOLO	(Frequenza e Rapp. Smorzamento)	(Frequenza e Rapp. Smorzamento)	
Varadero	 Frequenza: aumenta quasi linearmente con la velocità, mantenendosi tra 2.5 ÷ 3.5 Hz ; non vi sono significative differenze tra i vari set di pneumatici nell'intero range di velocità; Rapporto di smorzamento: diminuisce con la velocità, mantenendosi tra 0 ÷ 20 % ; nel range di velocità inferiore (< 150 Km/h) la tendenza a diminuire è più evidente per tutti i set di pneumatici; nel range di velocità superiore (> 150 Km/h) la tendenza a diminuire è più graduale, specialmente per Bridgestone_BattleWing, Michelin_Anakee: BridgestoneBattleWing è inoltre caratterizzato da valori mediamente più elevati rispetto agli altri set; 	<i>Frequenza</i> : si mantiene entro 7 ÷10 Hz ; nel range intermedio di velocità (70 ÷ 90 Km/h) è caratterizzata dai valori più elevati; non vi sono significative differenze tra i vari set di pneumatici nell'intero range di velocità; <i>Rapporto di smorzamento</i> : si mantiene entro 0 ÷ 20 % ; nel range intermedio di velocità (70 ÷ 90 Km/h) è caratterizzato dai valori più bassi, tranne che per Metzeler_Tourance;	
Caponord	<i>Frequenza</i> : aumenta quasi linearmente con la velocità, mantenendosi tra 2.5 ÷ 3.5 Hz ; non vi sono significative differenze tra i vari set di pneumatici nell'intero range di velocità; <i>Rapporto di smorzamento</i> : diminuisce con la velocità, mantenendosi tra 0 ÷ 15 % ; nel range di velocità inferiore (< 150 Km/h) non vi sono significative differenze tra i vari set di pneumatici; la tendenza a diminuire è mediamente più graduale rispetto a Honda Varadero 1000, ma i valori sono leggermente inferiori; nel range di velocità superiore (> 150 Km/h) la tendenza a diminuire è più marcata per alcuni set di pneumatici, quali DunloptrailmaxD607,DunloptrailmaxD607 G, e più graduale per altri, quali DunlopsportmaxD220, MetzelerTourance, Bridgestone_BattleWing; i valori sono significativamente più elevati rispetto a Honda Varadero 1000	<i>Frequenza</i> : non rivela una tendenza ben definita con la velocità, mantenendosi entro $7 \div 9$ Hz; non vi sono significative differenze tra i vari set di pneumatici nell'intero range di velocità; <i>Rapporto di smorzamento</i> : diminuisce con la velocità, mantenendosi tra $10 \div 20 \%$; non vi sono significative differenze tra i vari set di pneumatici nell'intero range di velocità; i valori sono significativamente più elevati rispetto a Honda Varadero 1000	

Tabella 6-3 : Confronto stabilità: weave e wobble

7 Maneggevolezza e stabilità: sintesi

I risultati ottenuti nelle indagini sperimentali esposte nei precedenti capitoli vengono raccolti e sintetizzati in un'unica esposizione. Da un lato vengono confrontati e correlati con i giudizi espressi dai piloti collaudatori che hanno effettuato i test in pista, al fine di verificarne la compatibilità e quindi la validità; dall'altro vengono confrontati e correlati con alcuni tra i principali parametri dei pneumatici, al fine di ottenere indicazioni per la relativa progettazione.

7.1 Introduzione

Lo schema successivo illustra in sintesi le indagini sperimentali svolte nei precedenti capitoli 4 e 6. A partire da una serie di sei set di pneumatici, e da due motociclette di categoria analoga, è stata effettuata una estesa sessione di test di maneggevolezza (*steady turning*) e di stabilità (*weave e wobble*), in cui ciascun set di pneumatici è stato provato su entrambe le motociclette. Dalle elaborazione delle telemetrie acquisite nel corso dei differenti test, conformemente alla metodologie esposte nei capitoli 3 e 5, sono stati rispettivamente calcolati e compilati una serie di indici di maneggevolezza (*Acceleration Index, Steering Ratio*) e di diagrammi di stabilità (*Rapporto di smorzamento-Velocità*), relativi ai sei set di pneumatici testati. Tali risultati (*Performance Index*) sono stati quindi raccolti, esposti ed ampiamente commentati.



Figura 7-1 : Sintesi indagini sperimentali

A tal punto sorge da un lato la necessità di verificare l'attendibilità dei risultati suddetti, e quindi anche delle metodologie con cui sono stati ottenuti; dall'altro di dimostrarne, compatibilmente con la precedente esigenza, l'affidabilità nel possibile ed effettivo impiego in fase di sviluppo e di progetto di nuovi pneumatici.

In relazione al primo aspetto di verifica, si fa riferimento alla correlazione evidenziabile nel confronto diretto con i giudizi espressi dai piloti collaudatori che hanno effettuato i test. Tali giudizi sono espressi in forma di un "punteggio" (*SCORE*) che va dal valore minimo SCORE = 0 al valore massimo SCORE = 10, e riguardano gli aspetti specifici di una manovra: dalla sensazione percepita di "*precisione in curva del veicolo*", alla sensazione percepita di "*stabilità al weave*" e di "*stabilità al wobble*".

In relazione al secondo aspetto di applicazione, si fa riferimento alla possibile correlazione evidenziabile nel confronto diretto con alcuni dei principali parametri che identificano le prestazioni e le caratteristiche funzionali dei pneumatici. Tali parametri vanno dalle rigidezze di rollio e di deriva, alla rigidezza strutturale laterale.

7.2 Maneggevolezza: correlazioni sperimentali

Nei successivi paragrafi vengono ripresi gli indici di maneggevolezza *Acceleration Index* e *Steering Ratio* relativi ai sei set di pneumatici testati, in precedenza calcolati ed ampiamente esposti.

Per quanto riguarda la verifica di affidabilità, l'Acceleration Index e lo Steering Ratio vengono confrontati direttamente con il giudizio espresso dai piloti collaudatori in merito alla sensazione percepita di "Precisione in curva" del veicolo. Per quanto riguarda la effettiva possibilità di impiegarli in fase di sviluppo ovvero di progetto di nuovi pneumatici, ne viene evidenziata la possibile correlazione con alcuni dei principali parametri dei pneumatici testati,ovvero le rigidezze di rollio e di deriva.

7.2.1 Indice di maneggevolezza: Acceleration Index

I risultati relativi all'*Acceleration Index* vengono raccolti nel diagramma successivo, che sovrappone e confronta direttamente, per ogni set di pneumatici, il test effettuato con l'Aprilia ETV 1000 Caponord e con l'Honda Varadero 1000:



Figura 7-2: Acceleration Index (Aprilia ETV 1000 Caponord: rosso; Honda Varadero 1000: blu)

Da una prima analisi è immediato dedurre le seguenti considerazioni in relazione al comportamento della coppia di sterzo delle due motociclette equipaggiate con i vari set di pneumatici:

- AI_{Caponord} << AI_{Varadero}: Dunlop_Sportmax_D220, Bridgestone_BattleWing, Michelin_Anakee;
- *AI*_{Varadero} << *AI*_{Caponord}: Dunlop_trailmax_D607G;
- $AI_{\text{Caponord}} \approx AI_{\text{Varadero}}$: Metzeler_Tourance, Dunlop_trailmax_D607.

A seconda del set di pneumatici adottato, l'*Acceleration Index* qualifica in maniera evidentemente differente il comportamento della coppia di sterzo delle due motociclette in relazione al fatto che questa sia più o meno tesa verso l'esterno della curva con l'aumentare della velocità.

7.2.2 Verifica: Acceleration Index & giudizio di "Precisione in curva"

Il diagramma successivo sovrappone e confronta direttamente, per ogni set di pneumatici, il giudizio relativo alla sensazione percepita di *"Precisione in curva"* nel test effettuato con l'Aprilia ETV 1000 Caponord e con l'Honda Varadero 1000:



Figura 7-3 : Precisione in curva (Aprilia ETV 1000 Caponord: rosso; Honda Varadero 1000: blu)

Da una prima analisi è immediato dedurre le seguenti considerazioni in relazione alla sensazione percepita di "*Precisione in curva*" delle due motociclette equipaggiate con i vari set di pneumatici:

- SCORE_{Caponord} >> SCORE_{Varadero}: DunlopSportmax_D220, Bridgestone_BattleWing, Michelin_Anakee;
- SCORE_{Varadero} >> SCORE_{Caponord}: Dunlop_trailmax_D607G;
- *SCORE*_{Caponord} ≈ *SCORE*_{Varadero}: D_trailmax_D607, Metzeler_Tourance;

Richiamando le considerazioni dedotte nel paragrafo precedente, si nota come uno *SCORE* più alto sia effettivamente concomitante (nella fattispecie per i quattro casi evidenziati in Figura 7-3) a valori mediamente inferiori dell'*Acceleration Index*, i.e.: ad una condizione cioè in cui la coppia di sterzo è esterna alla curva o moderatamente interna con l'aumentare della velocità; ovvero come uno *SCORE* analogo sia effettivamente concomitante (nella fattispecie per i due casi evidenziati in Figura 7-3) a valori pressoché corrispondenti dell'*Acceleration Index*.

7.2.3 Applicazione: Acceleration Index & Parametri pneumatici

Come evidenziato nei paragrafi precedenti, l'*Acceleration Index* si è rivelato efficace nel confronto complessivo tra le due motociclette, ovverosia nel confronto tra le differenti combinazioni *motocicletta-pneumatici*. In relazione a tale sua peculiarità non risulta pertanto significativo evidenziare alcuna correlazione diretta tra l'*Acceleration Index* ed i parametri specifici dei pneumatici.

7.2.4 Indice di maneggevolezza: Steering Ratio

I risultati relativi allo *Steering Ratio* vengono raccolti nel diagramma successivo, che sovrappone e confronta direttamente, per ogni set di pneumatici, il test effettuato con l'Aprilia ETV 1000 Caponord e con l'Honda Varadero 1000:



Figura 7-4 : Steering Ratio (Aprilia ETV 1000 Caponord: rosso; Honda Varadero 1000: blu)

Da una prima analisi è immediato dedurre le seguenti considerazioni in relazione al comportamento sterzante delle due motociclette equipaggiate con i vari set di pneumatici:

- *SR*_{Caponord,Varadero} >> 1 : Metzeler_Tourance, Bridgestone_BattleWing;
- $SR_{Caponord, Varadero} \approx 1$: Dunlop_Sportmax_D220;
- *SR*_{Caponord,Varadero} << 1 : Dunlop_trailmax_D607;
- *SR*_{Caponord,Varadero} > 1 & < 1 : Michelin_Anakee, Dunlop_trailmax_D607G.

A seconda del set di pneumatici adottato, lo *Steering Ratio* qualifica in maniera evidentemente differente il comportamento sterzante delle due motociclette, identificando comportamenti nettamente *sovra-sterzanti* (*SR* >> 1), nettamente *neutri* (*SR* \approx 1), nettamente *sotto-sterzanti* (*SR* << 1), nonché "*misti*" (*SR* >1 & < 1).

7.2.5 Verifica: Steering Ratio & giudizio di "Precisione in curva"

Si ripropone il diagramma che confronta direttamente, per ogni set di pneumatici, il giudizio relativo alla sensazione percepita di *"Precisione in curva"* nel test effettuato con l'Aprilia ETV 1000 Caponord e con l'Honda Varadero 1000:



Figura 7-5 : Precisione in curva (Aprilia ETV 1000 Caponord: rosso; Honda Varadero 1000: blu)

Da una prima analisi è immediato dedurre le seguenti considerazioni in relazione alla sensazione percepita di "*Precisione in curva*" delle due motociclette equipaggiate con i vari set di pneumatici:

- SCORE_{Caponord,Varadero} più alti: Metzeler_Tourance, Bridgestone_BattleWing, Dunlop_Sportmax_D220
- SCORE_{Caponord,Varadero} più bassi: Dunlop_trailmax_D607, Michelin_Anakee, Dunlop_trailmax_D607G

Richiamando le considerazioni dedotte nel paragrafo precedente, si nota come uno *SCORE* più alto sia effettivamente concomitante (nella fattispecie per i tre casi evidenziati in Figura 7-5) a valori dello *Steering Ratio* maggiori o uguali ad uno, i.e. ad un comportamento nettamente *sovra-sterzante* o *neutro*; ovvero come uno *SCORE* più basso sia effettivamente concomitante (nella fattispecie per i tre casi evidenziati in Figura 7-5) a valori dello *Steering Ratio* minori di uno, i.e. ad un comportamento nettamente *sotto-sterzante*, nonché a valori dello *Steering Ratio* in parte maggiori in parte minori di uno, i.e. ad un comportamento *misto*.

7.2.6 Applicazione: Steering Ratio & Parametri pneumatici

Come evidenziato nei paragrafi precedenti, lo *Steering Ratio* si è rivelato efficace nel confronto tra i differenti set di pneumatici testati, a prescindere dalla motocicletta. In relazione a tale sua peculiarità risulta pertanto significativo evidenziarne le eventuali correlazioni dirette con i parametri specifici dei pneumatici.

A tal proposito, il diagramma successivo sovrappone e confronta direttamente, per ogni set di pneumatici testato, le rigidezze di rollio e di deriva:

Sezione 1: MANEGGEVOLEZZA E STABILITA'



Figura 7-6 : Parametri pneumatici

Richiamando le considerazioni dedotte nel paragrafo precedente, si nota come una rigidezza di deriva pressoché corrispondente per i pneumatici anteriore e posteriore, associata anche a valori mediamente più elevati della rigidezza di rollio, sia effettivamente concomitante (nella fattispecie per i tre casi evidenziati in Figura 7-6) a valori mediamente più elevati dello *SCORE* di "*Precisione in curva*" (Figura 7-5), ovvero a valori dello *Steering Ratio* maggiori o uguali ad uno (Figura 7-4), indicativi appunto di un comportamento nettamente sovra-sterzante o neutro. Al contrario invece, si nota come una rigidezza di deriva piuttosto differente per i pneumatici anteriore e posteriore, associata anche a valori mediamente più bassi della rigidezza di rollio, sia effettivamente concomitante (nella fattispecie per i tre casi evidenziati in Figura 7-6) a valori mediamente più bassi dello *SCORE* di "*Precisione in curva*" (Figura 7-6) a valori mediamente più bassi dello *SCORE* di "*Precisione in curva*" (Figura 7-6) a valori mediamente più bassi dello *SCORE* di "*Precisione in curva*" (Figura 7-5), ovvero a valori dello *Steering Ratio* minori di uno nonché in parte maggiori in parte minori di uno (Figura 7-4), indicativi appunto di un comportamento nettamente *sotto-sterzante* o *misto*.

7.3 Stabilità: correlazioni sperimentali

Nei successivi paragrafi vengono ripresi i diagrammi di stabilità *Rapporto di smorzamento-Velocità* relativi ai sei set di pneumatici testati, in precedenza compilati ed ampiamente esposti.

Per quanto riguarda la verifica di affidabilità, il *Rapporto di smorzamento (Damping Ratio)* viene confrontato direttamente con il giudizio espresso dai piloti collaudatori in merito alla sensazione percepita di *"Stabilità al weave"* e di *"Stabilità al wobble"*. Per quanto riguarda la effettiva possibilità di impiegarlo in fase di sviluppo ovvero di progetto di nuovi pneumatici, viene correlato, rispettivamente per quanto riguarda il *weave* ed il *wobble*, con i principali parametri dei pneumatici testati, ovvero le rigidezze di rollio e di deriva, e la rigidezza strutturale laterale.

7.3.1 Indice di stabilità: Weave Damping Ratio

I risultati relativi al *Weave Damping Ratio* vengono raccolti nel diagramma successivo, che sovrappone e confronta direttamente, per ogni set di pneumatici, il test effettuato con l'Aprilia ETV 1000 Caponord e con l'Honda Varadero 1000:



Figura 7-7 : Weave Damping Ratio (Aprilia ETV 1000 Caponord: rosso; Honda Varadero 1000: blu)

Da una prima analisi è immediato dedurre le seguenti considerazioni in relazione alla stabilità al *weave* delle due motociclette equipaggiate con i vari set di pneumatici, nella fattispecie oltre la velocità di 150 Km/h:

- DR_{Caponord,Varadero} >> 0 : Dunlop_Sportmax_D220, Metzeler_Tourance, Bridgestone_BattleWing, Michelin_Anakee;
- $DR_{Caponord, Varadero} > \approx 0$: Dunlop_trailmax_D607, Dunlop_trailmax_D607G;
- $DR_{Caponord} >> DR_{Varadero}$: per tutti i set di pneumatici testati.

A seconda del set di pneumatici adottato, il *Weave Damping Ratio* qualifica in maniera differente la stabilità al *weave* delle due motociclette, identificando in proposito comportamenti nettamente *stabili* (DR >> 0) ed *al limite dell'instabilità* ($DR >\approx 0$) in prossimità della velocità massima i.e. ≈ 200 Km/h. Inoltre classifica in maniera differente l'attitudine alla stabilità delle due motociclette a prescindere dal set di pneumatici che le equipaggia, denotando per l'Aprilia ETV 1000 Caponord, rispetto all'Honda Varadero 1000, un comportamento complessivamente più *stabile* proprio del veicolo oltre la velocità di 150 Km/h.

7.3.2 Verifica: Weave Damping Ratio & giudizio di "Stabilità al weave"

Il diagramma successivo sovrappone e confronta direttamente, per ogni set di pneumatici, il giudizio relativo alla sensazione percepita di *"Stabilità al weave"* nel test effettuato con l'Aprilia ETV 1000 Caponord e con l'Honda Varadero 1000:





Da una prima analisi è immediato dedurre le seguenti considerazioni in relazione alla sensazione percepita di *"Stabilità al weave"* delle due motociclette equipaggiate con i vari set di pneumatici:

- *SCORE*_{Caponord,Varadero} più alti : Dunlop_Sportmax_D220, Metzeler_Tourance, Bridgestone_BattleWing, Michelin_Anakee;
- SCORE_{Caponord,Varadero} più bassi : Dunlop_trailmax_D607, Dunlop_trailmax_D607G;
- *SCORE*_{Caponord} >> *SCORE*_{Varadero} : per tutti i set di pneumatici testati.

Richiamando le considerazioni dedotte nel paragrafo precedente, si nota come uno *SCORE* più alto sia effettivamente concomitante (nella fattispecie per i quattro casi evidenziati in Figura 7-8) a valori più alti e nettamente positivi del *Damping Ratio*, i.e. ad un comportamento nettamente *stabile* oltre la velocità di 150 Km/h; ovvero come uno *SCORE* più basso sia effettivamente concomitante (nella fattispecie per i due casi evidenziati in Figura 7-8) a valori più bassi ed al limite nulli del *Damping Ratio*, i.e. ad un comportamento più *al limite dell'instabilità* in prossimità della velocità massima i.e. \approx 200 Km/h. Si nota inoltre come gli *SCORE* più alti attribuiti all'Aprilia ETV 1000 Caponord rispetto all'Honda Varadero 1000 siano effettivamente concomitanti (nella fattispecie per tutti i casi evidenziati in Figura 7-8) a valori più alto siano effettivamente concomitanti (nella fattispecie per tutti i casi evidenziati in Figura 7-8) a valori più alti del rispettivo *Damping Ratio*, i.e. ad un comportamento complessivamente più *stabile* proprio del veicolo oltre la velocità di 150 Km/h a prescindere dai pneumatici.

7.3.3 Applicazione: Weave Damping Ratio & Parametri pneumatici

Il diagramma successivo confronta direttamente, per ogni set di pneumatici testato, la rigidezza strutturale laterale, la rigidezza di rollio, e la rigidezza di deriva:



Figura 7-9 : Parametri pneumatici

Richiamando le considerazioni dedotte nel paragrafo precedente, si nota come valori mediamente più elevati di rigidezza strutturale laterale e di rollio, associati anche a valori della rigidezza di deriva relativamente più bassi per il pneumatico posteriore e più alti per il pneumatico anteriore, siano effettivamente concomitanti (nella fattispecie per i quattro casi evidenziati in Figura 7-9) a valori mediamente più elevati dello *SCORE* di *"Stabilità al weave"* (Figura 7-8), ovvero a valori del *Damping Ratio* più alti e nettamente positivi (Figura 7-7), indicativi appunto di un comportamento nettamente stabile oltre la velocità di 150 Km/h. Al contrario invece, si nota come valori della rigidezza di deriva relativamente più bassi per il pneumatico anteriore, siano effettivamente e più bassi per il pneumatico anteriore, siano effettivamente posteriore e più bassi per il pneumatico anteriore, siano effettivamente posteriore e più bassi per il pneumatico anteriore, siano effettivamente posteriore e più bassi per il pneumatico anteriore, siano effettivamente concomitanti (nella fattispecie per i due casi evidenziati in Figura 7-9) a valori mediamente più bassi dello *SCORE* di *"Stabilità al weave"* (Figura 7-8), ovvero a valori dell *Damping Ratio* più bassi dello *SCORE* di *"Stabilità al weave"* (Figura 7-8), ovvero a valori dello *Damping Ratio* più bassi dello *SCORE* di *"Stabilità al weave"* (Figura 7-8), ovvero a valori mediamente più bassi dello *SCORE* di *"Stabilità al weave"* (Figura 7-8), ovvero a valori mediamente più bassi dello *SCORE* di *"Stabilità al weave"* (Figura 7-8), ovvero a valori dell *Damping Ratio* più bassi ed al limite nulli (Figura 7-7), indicativi appunto di un

comportamento più *al limite dell'instabilità* in prossimità della velocità massima i.e. ≈ 200 Km/h.

7.3.4 Indice di stabilità: Wobble Damping Ratio

I risultati relativi al *Wobble Damping Ratio* vengono raccolti nel diagramma successivo, che sovrappone e confronta direttamente, per ogni set di pneumatici, il test effettuato con l'Aprilia ETV 1000 Caponord e con l'Honda Varadero 1000:



Figura 7-10 : Wobble Damping Ratio (Aprilia ETV 1000 Caponord: rosso; Honda Varadero 1000: blu)

Da una prima analisi è immediato dedurre le seguenti considerazioni in relazione alla stabilità al *Wobble* delle due motociclette equipaggiate con i vari set di pneumatici, nella fattispecie entro l'intero range di velocità esaminato:

- $DR_{Caponord} >> 0$: per tutti i set di pneumatici testati;
- $DR_{Varadero} >\approx 0$: per tutti i set di pneumatici testati;
- $DR_{Caponord} >> DR_{Varadero}$: per tutti i set di pneumatici testati.

A seconda del set di pneumatici adottato, il *Wobble Damping Ratio* qualifica in maniera differente la stabilità al *wobble* delle due motociclette, identificando in proposito comportamenti nettamente *stabili* (DR >> 0) ed *al limite dell'instabilità* ($DR >\approx 0$) in prossimità della velocità intermedia i.e. ≈ 75 Km/h. Inoltre classifica in maniera differente l'attitudine alla stabilità delle due motociclette a prescindere dal set di pneumatici che le equipaggia, denotando per l'Aprilia ETV 1000 Caponord, rispetto all'Honda Varadero

1000, un comportamento complessivamente più *stabile* proprio del veicolo nell'intero range di velocità.

7.3.5 Verifica: Wobble Damping Ratio & giudizio di "Stabilità al wobble"

Il diagramma successivo sovrappone e confronta direttamente, per ogni set di pneumatici, il giudizio relativo alla sensazione percepita di *"Stabilità al wobble"* nel test effettuato con l'Aprilia ETV 1000 Caponord e con l'Honda Varadero 1000:



Figura 7-11 : Stabilità al wobble (Aprilia ETV 1000 Caponord: rosso; Honda Varadero 1000: blu)

Da una prima analisi è immediato dedurre le seguenti considerazioni in relazione alla sensazione percepita di *"Stabilità al wobble"* delle due motociclette equipaggiate con i vari set di pneumatici:

- SCORE_{Caponord} pressoché uniformi : per tutti i set di pneumatici testati;
- SCORE_{Varadero} pressoché uniformi : per tutti i set di pneumatici testati;
- $SCORE_{Caponord} >> SCORE_{Varadero}$: per tutti i set di pneumatici testati.

Richiamando le considerazioni dedotte nel paragrafo precedente, si nota come *SCORE* sostanzialmente uniformi siano effettivamente concomitanti (nella fattispecie per tutti i casi evidenziati in Figura 7-11) a distribuzioni molto simili del *Damping Ratio*, i.e. ad un comportamento delle due motociclette sostanzialmente invariato al variare del set di pneumatici che le equipaggia. Si nota inoltre come gli *SCORE* più alti attribuiti all'Aprilia ETV 1000 Caponord rispetto all'Honda Varadero 1000 siano di fatto concomitanti (nella fattispecie per tutti i casi evidenziati in Figura 7-11) a valori complessivamente più alti del *Damping Ratio*, i.e. ad un comportamento più *stabile* proprio del veicolo entro l'intero range di velocità esaminato a prescindere dai pneumatici.

7.3.6 Applicazione: Wobble Damping Ratio & Parametri pneumatici

Come evidenziato nei paragrafi precedenti, il *Wobble Damping Ratio* si è rivelato efficace nel confronto complessivo tra le due motociclette, classificandone in maniera differente
l'attitudine alla stabilità al *wobble* a prescindere dal set di pneumatici che le equipaggia; inoltre non sono state rilevate sensibili differenze tra i set di pneumatici testati. In relazione a tali considerazioni non risulta pertanto significativo evidenziare alcuna correlazione diretta tra il *Wobble Damping Ratio* ed i parametri specifici dei pneumatici.

8 Conclusioni

A conclusione della presente **Sezione 1** si possono trarre le seguenti considerazioni in relazione agli aspetti trattati della *maneggevolezza* e della *stabilità* dei veicoli a due ruote.

Per quanto riguarda la *maneggevolezza*, ovvero le procedure sviluppate ed applicate nell'analisi della manovra di "*steady turning*", segue che l'*Acceleration Index* e lo *Steering Ratio* presentano entrambi apprezzabile corrispondenza con i giudizi espressi dai piloti collaudatori in merito alla sensazione percepita di "*Precisione in curva*" del veicolo. In particolare emergono quali condizioni favorevoli alla guida quelle in cui la coppia di sterzo è esterna alla curva o moderatamente interna con l'aumentare della velocità; e quella in cui il comportamento del veicolo è nettamente *sovra-sterzante* o *neutro*.

Altresì segue che l'*Acceleration Index* risulta efficace solo in termini di confronto complessivo tra le due motociclette, ovverosia nel confronto tra differenti combinazioni *motocicletta-pneumatici*; lo *Steering Ratio* invece si è rivelato efficace soprattutto nel confronto tra i differenti set di pneumatici testati, a prescindere dalla motocicletta: al tal proposito è emerso come una rigidezza di deriva pressoché corrispondente per i pneumatici anteriore e posteriore, associata anche a valori mediamente più elevati della rigidezza di rollio, sia effettivamente concomitante ad un comportamento nettamente *sovra-sterzante* o *neutro*.

Per quanto riguarda la *stabilità*, ovvero le procedure sviluppate ed applicate nell'analisi dei test di "*weave*" e "*wobble*", segue che il *Damping Ratio* presenta in entrambi i casi apprezzabile corrispondenza con i giudizi espressi dai piloti collaudatori in merito alla sensazione percepita rispettivamente di "*Stabilità al weave*" e di "*Stabilità al wobble*" del veicolo. Altresì entrambi risultano efficaci nel confronto complessivo tra le due motociclette classificandone in maniera nettamente differente l'attitudine alla stabilità a prescindere dal set di pneumatici che le equipaggia.

In particolare il Weave Damping Ratio si è rivelato efficace nel confronto tra i differenti set di pneumatici testati, a prescindere dalla motocicletta: a tal proposito è emerso come valori mediamente più elevati di rigidezza strutturale laterale e di rollio, associati anche a valori della rigidezza di deriva relativamente più bassi per il pneumatico posteriore e più alti per il pneumatico anteriore, siano effettivamente concomitanti ad un comportamento nettamente *stabile* oltre la velocità di 150 Km/h. Il Wobble Damping Ratio invece, compatibilmente ai giudizi dei piloti collaudatori, non ha denotato sensibili differenze tra i set di pneumatici testati.

Le considerazioni suddette certamente non esauriscono la complessità delle possibili connessioni tra la *maneggevolezza* e la *stabilità*. Test più esaustivi e sistematici potrebbero portare a modifiche dei risultati esposti. Correlazioni con altri parametri potrebbero inoltre

rivelare ulteriori tendenze al variare delle condizioni operative, e provvedere ulteriori conoscenze in relazione allo sviluppo di nuovi pneumatici e motociclette.

9 Bibliografia

- [1] "*Cinematica e dinamica della motocicletta*" Vittore Cossalter Edizioni Progetto, seconda edizione febbraio 1999
- [2] "Steady Turning Of Two Wheeled Vehicles" V. Cossalter, A. Doria, R. Lot Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility, Vol 31, N° 3, pp 157-181, march 1999
- [3] "Development of Handling Test Procedures for Motorcycles" D. Weir, J. Zellner SAE paper 780313, 1978
- [4] "Rider skill influences on motorcycles manoeuvrering" R. S. Rice SAE paper 780312, 1978
- [5] "Experimental Study on Motorcycle Steering Performance" A. Aoki SAE Congress and Exposition Cobo Hall, Detroit, February 26 – March 2, 1979
- [6] "Considerations of Turning Performance for Motorcycles" H. Ishii, Y. Tezuka JSAE 9734601, SAE 972127, 1997
- [7] "A Simulation Model for Motorcycle Rider's Control Behaviors" T. Katayama, T. Nishimi, T. Okayama, A. Aoki JSAE 9734593, SAE 972126, 1997
- [8] "Study of Motorcycle Handling Characteristics and Rider Feeling During Lane Change" – O. Kuroiwa, M. Baba, N. Nakata, SAE International Congress and Exposition, Detriot, Michigan, February 27 – March 2, 1995
- [9] "Experimental Analysis of Transient Response in Motorcycle-Rider Systems" M. Sugizaki, A. Hasegawa – SAE Passenger Car Meeting and Exposition, Dearborn, Michigan, October 31, November 3, 1998
- [10] "Motorcycle Handling Performance for Obstacle Avoidance" Y. Watanabe, K. Yoshida, Second International Congress on Automotive Safety, S. Francisco, California, 1973
- [11] "Objective assessment of motorcycle manoeuvrability" T. Schweers, D. Remde Institute for Automotive Engineering, Technical University Aachen, 93-1551, 1990
- [12] "Design for Good Motorcycle Handling Qualities" R. Sharp JSAE 9734575, SAE 972124
- [13] "Lateral directional Motorcycle dynamics and rider control" D. Weir, J. Zellner
 SAE Special Publications SP-428, 1978
- [14] "Taguchi Method Applied to motorcycle Handling" T. S. Liu, H. Hsiao International Journal of Vehicle Dynamics, V12 N 3, 1991
- [15] "Experimentelle und analytische Untersuchungen des Motorrad-Fahrer Systems" –J. Koch Dissertation Berlin, 1978

- [16] "The Stability and Control of Motorcycles" R. Sharp Journal Mechanical Engineering Science, Vol 13, No. 5, 1971
- [17] A. Bellati, V. Cossalter, S. Garbin. Mechanisms of steering control of motorcycles, 9° International Conference "High-Tech Cars And Engines", Modena, 29-30 May, 2003.
- [18] D. Bortoluzzi, R. Lot, N. Ruffo. Motorcycle steady turning: the significance of geometry and inertia, 7° International Conference "Florence ATA 2001", 23-25 May, 2001.
- [19] J. Fajans. Steering in bicycles and motorcycles, American Journal of Physics, Volume 68, Number 7, pp. 654-659, July, 2000.
- [20] T. Foale. Motorcycle Handling and Chassis Design the art and science, first printing, Spain, 2002.
- [21] K. Code. The soft science of road racing motorcycles The technical procedures and workbook for road racing motorcycles, first edition, Acrobat Books, USA, 1986.
- [22] K. Riedl, P. Lugner. Naehere untersuchungen zur stationaren kurvenfahrt von einspurfahrzeugen, Vehicle system dynamics, Vol. 11, 1982, pp. 175-193.
- [23] V. Cossalter, R. Lot. A Motorcycle Multi-Body Model for Real Time Simulations Based on the Natural Coordinates Approach, Vehicle System Dynamics, Vol. 37, No. 6, June 2002, pp. 423-448.
- [24] V. Cossalter, R. Lot, F. Maggio. A Multibody Code for Motorcycle Handling and Stability Analysis with Validation and Examples of Application, Small Engine Technology Conference & Exhibition, Madison, WI, USA, September, 2003, SAE paper 2003-32-0035 / 20034335.
- [25] V. Cossalter. Motorcycle Dynamics, first english edition, Edizioni Progetto, Padova, 2002.
- [26] D. H. Weir, J. W. Zellner. Motorcycle Handling Volume I : Summary Report, U.S. Department of Transportation, May 1979, 001-05, DOT HS-804 190 MISC.
- [27] D. H. Weir, J. W. Zellner, G.L. Teper. Motorcycle Handling Volume II : Technical Report, U.S. Department of Transportation, May 1978, Technical report No. 1086-1.
- [28] V. Cossalter., Motorcycle Dynamics, Second English Edition, Lulu.com 2006
- [29] *"Theoretical and experimental investigations of motorcycle dynamics"* M. K. Verma Tesi di Dottorato, University of Michigan, 1978
- [30] "Rider's Operation of a Motorcycle Running Straight at Low Speed" M.
 Yokomori, K. Higuchi, T. Ooya, JSME International Journal, Series III, Vol. 35, No. 4, 1992
- [31] "On a Modeling of Shimmy Phenomenon for Two Wheeled Vehicles" I. Kageyama, K. Emoto, SAE 951807, 1995

- [32] *"The Stability and Control of Motorcycles"* R. Sharp Journal Mechanical Engineering Science, Vol 13, No. 5, 1971
- [33] "On a Testing Method for Two Wheeled Vehicle Handling" I. Kageyama JSAE 931554, 1993
- [34] "The Influence of Tire Properties on the Stability of a Motorcycle in Straight Running and Curves" – V. Cossalter, R. Lot, F. Maggio – in corso di pubblicazione
- [35] Sharp, R. S.: Stability, Control and Steering Responses of Motorcycles, Vehicle System Dynamics 2001, Vol. 35, N° 4-5, pp 291-318.
- [36] Sharp, R. S., Limermber, J.N.D.: A Motorcycle Model for Stability and Control Analysis, Multibody System Dynamics, 2001, N. 6: pp 123-142
- [37] Sharp, R. S., Vibrational modes of motorcycles and their design parameter sensitivities, Vehicle NVH and Refinement. Mech. Eng. Pub., London 1994, pp. 107-121.
- [38] Rigamonti, M. tesi di laurea "Dinamica laterale della motocicletta: identificazione sperimentale dei modi di vibrare weave e wobble". 2002, Politecnico di Milano
- [39] Bridges, P., Russell, J.B.: "The effect of topboxes on motorcycle stability." Vehicle System Dynamics, 16: 5-6, 1987, pp 345-354.
- [40] Doebelin, E.O. : "Measurement systems application and design", McGraw-hill International Edition, Fourth Edition
- [41] Martini, A.: tesi di laurea "Identificazione sperimentale dei modi di vibrare weave e wobble di uno scooter". 2004, Università di Padova.
- [42] Oppenheim, A.V., Schafer, R.W.: "Discrete-time signal processing", libro, Prentice-Hall International, Inc, 1989.
- [43] Imaizumi, H., Fujioka, T., "Motorcycle-rider system dynamics by multibody dynamics analysis: Effects of the rear load on wobble motions and the control assembly". JSAE Review 19, 1998, n° 1, pp 54-57. Elsevier Science B.V., Amsterdam Netherlands.
- [44] Roe, G.E., Thorpe, T.E. "A solution of the low-speed wheel flutter instability in motorcycles", Journal Mechanical Engineering Science, 1976.
- [45] Bayer, B.: "Das Pendeln und Flattern von Kraftradern", Libro
- [46] Cossalter, V., Lot, R., Peretto, M., Motorcycles Steady Turning, Journal of Automobile Engineering, volume 221, issue 11, pages 1343–1356

Sezione 2 :

MANOVRABILITA'

1 Sommario

Nella presente **Sezione 2** la dinamica dei veicoli a due ruote viene trattata specificamente in relazione alla *manovrabilità*.

.....

Innanzitutto viene riportato un ampio stato dell'arte sui rispettivi studi teorici e sperimentali (**Capitolo 2**), dal quale emerge come il *Metodo della Manovra Ottima* possa costituire un valido strumento per studiare la *manovrabilità* dei veicoli a due ruote, consentendo di valutarne le prestazioni a prescindere dall'influenza soggettiva dei piloti.

A tal proposito, a partire dal punto di vista strettamente fisico del concetto di *manovrabilità*, ne viene descritta e sviluppata nel dettaglio la formulazione matematica (**Capitolo 3**), nonché la corrispondente implementazione al calcolatore sotto forma di codice di calcolo.

Si procede quindi a verificare le basi teoriche del *Metodo della Manovra Ottima* ed i risultati del codice di calcolo mediante l'effettivo confronto con un'ampia serie di dati telemetrici rilevati in pista (**Capitolo 4**), al fine di convalidarne l'attinenza alla realtà ovvero l'applicabilità a problemi strettamente progettuali.

Dopo averne oggettivamente verificato l'efficacia e l'attendibilità, si procede con l'effettiva applicazione del *Metodo della Manovra Ottima* (**Capitolo 5**), in relazione ad una estesa serie di studi ed analisi parametrici riguardanti differenti aspetti della progettazione di una motocicletta da competizione.

2 Introduzione

Definire la guidabilità di un motociclo risulta estremamente difficile perché si tratta di una caratteristica complessiva, data da diversi contributi di differenti componenti del mezzo (motore, freni, aerodinamica, ciclistica, pneumatici), a cui si aggiunge la forte componente soggettiva nell'utilizzo e nella valutazione che il pilota fa del mezzo, in dipendenza dal differente stile di guida e sensibilità.

.....

Se infatti si vuole quantificare la prestazione di un mezzo ci si riferisce generalmente al tempo impiegato per percorrere un tratto di strada definito, oppure un giro di pista, avendo così a disposizione una grandezza univocamente confrontabile. È evidente che anche a parità di pilota il tempo impiegato da due motocicli differenti dipende dalle capacità di portare al limite ciascun mezzo in quella stessa pista. Risulta quindi necessario distinguere, nel raggiungimento di una certa prestazione, quanto dipende dalle potenzialità del motociclo e quanto dalle capacità del pilota, ovvero definirne in maniera univoca le prestazioni sì da poterlo confrontare direttamente ed oggettivamente con altri veicoli. A tal proposito, con il termine *manovrabilità* si intende la capacità che ha il motociclo di compiere manovre complesse, come risposta alle forze applicate, indipendentemente dalle caratteristiche dello sterzo, ovvero indipendentemente da come la coppia esercitata dal pilota allo sterzo viene trasformata in una forza laterale direzionale alla ruota anteriore.

Un modo per risolvere questo problema, ovvero per valutare la manovrabilità, è quello di simulare per via teorica il comportamento dinamico del motociclo e trovare la manovra (intesa come insieme dei comandi che il pilota dà al motociclo tramite sterzo, acceleratore e freno) che minimizza il tempo di percorrenza del tratto in prova, cioè il comportamento del pilota ideale. Tale procedimento è chiamato *Metodo della Manovra Ottima*, [1], [2], [4], [6], [18], [19], [24], e permette di calcolare il tempo minimo, che definisce appunto la *manovrabilità* della moto.

Lo stesso metodo permette anche di considerare vincoli aggiuntivi, che rappresentano i limiti fisici del pilota reale rispetto a quello ideale, imponendo cioè che le variabili di controllo non superino valori di sforzo e velocità realistici per un pilota. È indispensabile infatti tenere presente che le informazioni sulla manovrabilità ottenute teoricamente devono avere un riscontro pratico nella sensazione che il pilota ha della moto: la sperimentazione in tal senso fornisce dati utili per la validazione e la verifica dei modelli di simulazione teorici.

2.1 Manovrabilità: approccio teorico

La necessità di una misura oggettiva della manovrabilità, indipendente dal giudizio dei collaudatori, ha portato allo sviluppo teorico del "Metodo della Manovra Ottima". Se ne

considerano in seguito, anche attraverso una breve analisi bibliografica, gli aspetti concettuali fondamentali, nonché le possibili modalità e tipologie di applicazione.

2.1.1 Valutazione della manovrabilità

E' ormai prassi consolidata nelle moderne procedure di progettazione di nuovi veicoli definire quali devono essere le qualità dinamiche che il prototipo deve possedere. Quindi in questa fase è fondamentale capire quali sono i parametri di progetto che più influenzano le prestazioni e i comportamenti dinamici del veicolo. Tuttavia, a complicare la questione interviene il fatto che il veicolo è comunque condotto da un essere umano e quindi va valutato nel suo complesso, ovvero come sistema uomo-macchina. Questo fatto è tanto più vero nel caso dei veicoli a due ruote essendo questi sistemi intrinsecamente instabili. Ad esempio è sufficiente pensare al fatto che per curvare a destra il pilota deve ruotare inizialmente lo sterzo a sinistra. Il fenomeno è noto come "outtracking" e non è per nulla intuitivo. Dall'esempio citato si può intuire come i modelli matematici che descrivono le azioni del pilota sono sempre una semplice schematizzazione dell'effettivo comportamento reale. Questo si riflette nelle simulazioni al calcolatore in quanto non è facile separare in modo netto l'effetto delle azioni del controllo (sia esso di tipo PID, basati su logica fuzzy o reti neurali o ibrido) dal solo comportamento dinamico del veicolo. D'altra parte anche nelle prove sperimentali l'abilità del pilota (legata alla sensibilità, alla prontezza, all'esperienza e alle capacità fisiche-mentali) incide sulle prestazioni che possono essere ottenute e inficia il giudizio che il pilota darà del veicolo che deve testare. Il procedimento comunemente adottato per determinare le caratteristiche di guidabilità di un veicolo (a due o quattro ruote) consiste nell'individuare l'esistenza di correlazioni tra i dati sperimentali ottenuti dai test in pista o durante manovre tipiche e i giudizi soggettivi dei collaudatori [7]. A questi si cerca sempre di affiancare dei modelli matematici nel tentativo di descrivere lo stesso fenomeno, con lo scopo di riprodurre il comportamento ottenuto dai dati sperimentali e capirne i motivi. L'astrazione, da queste correlazioni, di indici di prestazioni da usare come valutazioni oggettive delle qualità intrinseche del veicolo non sempre significano capire il fenomeno, anche se i modelli matematici sono un valido aiuto in questo.

Quindi la necessità di una misura oggettiva della manovrabilità, indipendente dal giudizio dei collaudatori, ha portato allo sviluppo del "*Metodo della Manovra Ottima*".

2.1.2 II Metodo della Manovra Ottima

Dal punto di vista della teoria del controllo ottimo, la simulazione di un problema di minimo tempo su giro per una motocicletta può essere posto come la minimizzazione di una funzione obbiettivo integrale (il tempo su giro in questo caso) soggetta ad una serie di vincoli. I vincoli includono le equazioni del moto del sistema pilota–motocicletta, le

condizioni iniziale e finali o cicliche (i.e.: posizioni del veicolo e velocità sul tracciato nella linea di partenza e d'arrivo) e un'ampia serie di disuguaglianze. Le disuguaglianze comprendono i limiti fisici della motocicletta (come la saturazione delle forze dei pneumatici, la massima coppia motore, ecc.), i limiti psicologici del pilota, la geometria e l'aderenza del tracciato. Quindi le equazioni e disequazioni implementano il modello del veicolo, dello scenario e la funzione obbiettivo, e le necessarie condizioni di ottimo riguardano i controlli ottimi. Il risultato della formulazione del controllo ottimo è l'intera manovra del sistema moto-pilota a minimo tempo sul giro (includendo la traiettoria), e i controlli del pilota che producono tale giro.



Figura 2-1 : Il Metodo della Manovra Ottima

Uno dei principali vantaggi di questo metodo è che non devono essere predefinite "regole di guida" (a differenza di altri metodi come la fuzzy logic o l'approccio a reti neurali): esse sorgono naturalmente dal criterio di ottimo e dalla soluzione del problema stesso del controllo ottimo. I limiti di attuazione neuromuscolare umani (e forse le preferenze di guida) possono essere considerati aggiungendo opportune funzioni di trasferimento umane in termini di equazioni differenziali (come in [5]) e vincoli in termini di disuguaglianze sugli input di controllo come la massima coppia di sterzo e velocità di sterzo. In ogni caso la manovra prodotta spinge il veicolo ai suoi limiti effettivi applicando una serie di controlli ottimi compatibili con quelli che un uomo può esercitare. Come secondo principale vantaggio del metodo, il valore scalare dell'integrale (denominato *performance index*) è un indice obbiettivo delle prestazioni del sistema motocicletta pilota su uno specifico tracciato. questo metodo garantisce che se alcuni parametri di progetto (quali masse, geometrie del telaio ecc.) vengono cambiati, il modello del veicolo è sempre guidato al limite delle prestazioni come farebbe un pilota ideale. Di conseguenza, i base all'indice di prestazione, differenti motociclette possono essere confrontate ed le migliori scelte progettuali possono

essere effettuate. L'indice di prestazione cambia significato per una data motocicletta se i limiti di attuazione neuromuscolare umani vengono inclusi come vincoli oppure no. Nel primo caso considera lo sforzo del pilota per guidare la motocicletta alle sue prestazioni ottimali, per cui si riconduce ad una misura di maneggevolezza. Nel secondo viene misurata la prestazione intrinseca della motocicletta, per cui si riconduce ad una misura di manovrabilità.

2.1.3 Applicazioni

Inizialmente, il *Metodo della Manovra Ottima* è stato applicato in concreto alle motociclette da competizione su tratti di circuito reale. Il modello matematico della motocicletta inizialmente utilizzato, (descritto in [1], [6]) consisteva in una schematizzazione della motocicletta per mezzo di tre corpi rigidi: telaio, compreso avantreno e retrotreno, più le due ruote dotate del moto di rotazione attorno al loro asse. Dapprima, per validare il Metodo, sono stati eseguiti dei confronti tra il profilo di velocità ottenuto con il metodo e i dati della telemetria ottenuti da collaudatori esperti su tratti di circuito reale. In particolare nella figura successiva si ha il confronto per le prime due curve del circuito del Mugello.



Figura 2-2 : Confronto tra soluzione della Manovra Ottima e telemetria per le curve San Donato e Lucco Poggio Secco del circuito del Mugello

Il confronto dimostra un buon accordo con i dati sperimentali, considerato anche che il modello di motocicletta è semplificato descrivendo solo la dinamica in grande del sistema (ad esempio non sono schematizzate le sospensioni). In seguito in [2] il metodo è stato applicato alla simulazione di tre tipi di manovre semplici: slalom, cambio di corsia ed inversione ad U (che sono manovre tipiche utilizzate nei test sperimentali per la valutazione della manovrabilità e maneggevolezza). Il lavoro ha evidenziato come il Metodo sia in

grado di rilevare variazioni di prestazioni anche per minime variazioni nei parametri di progetto.



Figura 2-3 : Tempo minimo e indice di prestazione al variare del limite massimo di variazione della velocità di sterzo (ingresso di controllo)

Introducendo nel criterio di ottimizzazione i limiti sulle azioni di controllo del pilota si è valutata l'influenza dell'abilità di guida del pilota. Si è osservato in [6] come al variare di questi limiti cambia la "manovra ottima" per una stessa motocicletta. In particolare se a questi limiti si fa assumere un peso trascurabile (in sostanza le azioni di controllo possono variare con velocità molto grandi) l'indice di prestazione e il tempo minimo tendono a degli asintoti (Figura 2-3) che rappresentano la prestazione massima ottenibile con quel veicolo (prestazione intrinseca, ovvero manovrabilità). In altre parole é come se alla guida ci fosse il pilota ideale perfetto di cui si è detto. Un altro dato rilevante emerso da queste analisi, consiste nel fatto che i veicoli differenti producono "traiettorie ottime" diverse, a dimostrazione dell'evidenza sperimentale che questi vanno guidati in modo differente se si vuole sfruttarli nel pieno delle loro potenzialità, come sperimentalmente mostrato in [8].

L'utilizzo del metodo è stato in seguito esteso ad individuare quali fossero i parametri geometrici ed inerziali del veicolo che più influiscono sulle prestazioni massime. La valutazione dell'influenza di un parametro avviene confrontando gli indici di prestazione di veicoli differenti, ottenuti variando quel parametro, con l'indice di prestazione del veicolo di riferimento. Questo approccio è stato largamente usato per analizzare l'effetto di numerosi parametri geometrici ed inerziali (come posizione del baricentro, inclinazione dell'asse di sterzo, passo del veicolo, geometria dei pneumatici, momenti d'inerzia, massa, etc.). Il circuito utilizzato per le simulazioni é quello rappresentato nella figura successiva:





Figura 2-4 : Circuito (contiene le prime 6 curve del circuito del Mugello). E' indicata anche la traiettoria ottenuta applicando il *Metodo della Manovra Ottima*

In particolare nella pubblicazione [3] è stata approfondita l'importanza che i pneumatici hanno sulla dinamica complessiva e sulle prestazioni dei motocicli. Sono stati presentati dei grafici (simili a quelli di Figura 2-5) che presentano le curve di livello del tempo sul giro, considerato come indice di prestazione, al variare di volta in volta di una coppia di parametri che descrivono le caratteristiche del comportamento dei pneumatici (ad esempio il coefficiente di rigidezza a deriva del pneumatico anteriore e di quello posteriore). Le simulazioni hanno permesso di evidenziare come la manovrabilità è fortemente influenzata più dalla rigidezza a rollio del pneumatico che da quella a deriva. Inoltre, si è notato che esiste una regione (individuata dai maggiori coefficienti di rigidezza del pneumatico anteriore e posteriore, indicata dal zona più chiara in Figura 2-5) in cui le prestazioni sono massime (il tempo è minimo). E' stato dimostrato anche che la posizione di questa zona non dipende dall'abilità del pilota.



Figura 2-5 : Curve di livello del tempo al variare dei coefficienti di rigidezza a deriva dei pneumatici



Figura 2-6 : Curve di livello del tempo (al variare della posizione del baricentro

Grafici analoghi sono stati ottenuti per altri parametri come ad esempio la posizione del baricentro Figura 2-6, in cui si nota come sia preferibile un baricentro complessivo più alto ai fini della manovrabilità. I risultati sono stati presentati in [6].

Ulteriori applicazioni del *Metodo della Manovra Ottima* sono legate alla possibilità di sfruttare gli "ingressi ottimi" (ovvero gli ingressi di controllo che producono la traiettoria ottima) come ingressi obiettivo da inseguire, ad esempio con un controllo proporzionale derivativo integrativo, per guidare un modello di motocicletta più dettagliato [4]. Nondimeno per sviluppare veri e propri blocchi di pianificazione delle manovre, da includere in modelli di guida di tipo ibrido [5] per modelli multi-body nelle simulazioni al calcolatore e nella guida automatica di veicoli reali.

2.2 Piano di lavoro

Dalla precedente introduzione emerge come il *Metodo della Manovra Ottima* possa costituire un valido strumento per studiare la manovrabilità dei veicoli a due ruote. In virtù di tale considerazione, l'approccio adottato successivamente per studiare la manovrabilità si esplica nelle seguenti fasi, ciascuna delle quali si occupa di un differente aspetto del *Metodo della Manovra Ottima*.

2.2.1 Formulazione matematica

Innanzitutto (Capitolo 3) si effettua una trattazione sommaria che, a partire dal punto di vista strettamente fisico del concetto di manovrabilità e del *Metodo della Manovra Ottima*, ne traduce i diversi aspetti in termini matematici e numerici, in relazione quindi all' implementazione al calcolatore sotto forma di codice di calcolo.

2.2.2 Verifica sperimentale

Il codice di calcolo così sviluppato viene quindi sottoposto ad una serie estesa di verifiche e confronti su base sperimentale (Capitolo 4), al fine di convalidarne l'effettiva attinenza alla realtà e l'effettiva applicabilità a problemi progettuali.

2.2.3 Applicazione progettuale

Infine il codice di calcolo viene effettivamente applicato in una estesa serie di studi ed analisi parametrici (Capitolo 5), riguardanti differenti aspetti progettuali di una motocicletta da competizione.

3 Manovrabilità: il Metodo della Manovra Ottima

Il *Metodo della Manovra Ottima* rappresenta un modo unificato per valutare il comportamento della macchina o il comportamento combinato macchina-pilota. Di seguito si espone la sua formulazione matematica e la corrispondente implementazione al calcolatore.

3.1 Introduzione

L'idea alla base del *Metodo della manovra ottima* stava nel riuscire ad esprimere il concetto di manovrabilità (e/o maneggevolezza) con una espressione matematica che avesse al stesso tempo un significato fisico legato alle prestazioni del veicolo. Da questa espressione sarebbe stato possibile ricavare una misura di tali prestazioni.

Considerato il sistema veicolo-pilota si è pensato di separare la prestazione massima intrinseca ottenibile dal solo veicolo da quella ottenibile includendo anche i limiti psicofisici del pilota. In questa ottica si è legato il concetto di manovrabilità all'insieme dei moti possibili senza introdurre i limiti di attuazione del pilota (per moti possibili si intendono moti dinamicamente possibili nel rispetto dei vincoli fisici e geometrici esistenti). In altre parole era come richiedere che il veicolo fosse condotto ai limiti delle sue potenzialità da un pilota ideale e perfetto. Dall'altra parte, il concetto di maneggevolezza è stato legato all'insieme dei moti possibili includendo anche i limiti psicofisici del pilota. In altre parole, si è definito "maneggevole" un veicolo che può essere controllato facilmente, o che può produrre un ampio insieme di moti con un costo limitato da parte del pilota. Per "manovrabile" invece, si è definito un veicolo in grado di produrre un ampio insieme di moti nel rispetto dei suoi soli limiti fisici.

Tuttavia, per avere una misura oggettiva dei termini di manovrabilità (e/o maneggevolezza) era necessario trovare un modo di esprimere matematicamente i due concetti. L'idea è stata quella di calcolare la soluzione che più si avvicina ad una "manovra ottimale", tra tutte le possibili soluzioni. La "manovra ottimale" è definita da un certo "criterio di efficienza" (o "criterio di ottimo") della manovra. Ad esempio nel caso di veicoli da competizione, si impiega il tempo minimo per percorrere un giro di pista quale "criterio di ottimo": in questo caso il veicolo più manovrabile é quello più veloce.

Dal punto di vista matematico si è pensato che il "criterio di ottimo" poteva essere espresso con una funzione da minimizzare per tutto l'intervallo di durata della manovra stessa. In altre parole in generale, si trattava di minimizzare il seguente integrale:

$$I = \int_0^1 f_0 \left(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{u}, t \right) t dt$$

dove *T* rappresenta il tempo finale. Il valore finale dell'integrale (che è uno scalare), essendo minimo per definizione, poteva essere adottato come misura della manovrabilità del veicolo. La minimizzazione doveva avvenire scegliendo gli opportuni valori degli ingressi di controllo del pilota $u = \{u_1, ..., u_k\}$, si da rispettare i vincoli fisici del problema:

• le equazioni della dinamica del veicolo (con $\mathbf{x}(t) = \{x_1(t), ..., x_N(t)\}$ variabili di stato):

$$F_i(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{u}, t) = 0$$
 $i = 1...N$

 i limiti ambientali (limiti di aderenza dei pneumatici, coppia massima del motore, bordi della strada, limiti di attuazione, etc.), in generale espressi da delle disequazioni:

$$\Phi_h(\mathbf{x},\mathbf{u},t) < 0 \qquad h = 1...N$$

- le eventuali condizioni iniziali e finali da imporre sulle variabili di stato:
 - $\Psi_{j}^{0}(\mathbf{x}(0), 0) = 0$ $j = 1, ..., m_{0}$ $\Psi_{jj}^{T}(\mathbf{x}(T), T) = 0$ $jj = 1, ..., m_{T}$

In definitiva si tratta di un problema di minimo vincolato, dalla cui soluzione si ottengono le azioni di controllo richieste al pilota (es.: coppia di sterzo, forze frenati, accelerazione, cambio, ecc.) per far muovere il veicolo tra punti estremi di un percorso stradale dato, secondo un assegnato criterio di ottimizzazione (tempo minimo, minimo utilizzo delle forze dei pneumatici, massima distanza da ostacoli ecc.).

3.2 Formulazione analitica

La formulazione analitica del *Metodo della Manovra Ottima* si esplica nei seguenti aspetti, che vengono sviluppati in dettaglio a partire dalla considerazione del problema punto di vista strettamente fisico.

3.2.1 Punto di vista fisico

Supponiamo che un pilota debba fare una curva. Ha certamente diversi possibili set di scelte per i suoi input (i.e.: coppia di sterzo, frenate e accelerazioni ecc.), e di conseguenza diverse possibili traiettorie da seguire. Tuttavia solo uno di questi set produce la manovra più veloce in assoluto.

Dal punto di vista fisico *OCP* (*Optimal Control Problem*) lavora come una sorta di guidatore ideale, e la sua applicazione ad una motocicletta può essere tradotta così: consiste nel determinare le migliori azione del pilota (come la coppia di sterzo, accelerazioni, frenate, scelta dei rapporti al cambio, inclinazione laterale ecc.) in grado di muovere il veicolo lungo un circuito, o parte di un percorso, nel minimo tempo, rispettando i vincoli

fisici ed ambientali. Migliori significa che le azioni del pilota definiscono il moto che in assoluto realizza l'obbiettivo preposto (il minimo tempo di percorrenza nella fattispecie). I vincoli fisici sono quelli collegati alla dinamica della motocicletta (e.g.: non può volare, o eccedere le massime forze dei pneumatici o la massima coppia del motore e così via) inclusi gli eventuali stati di moto iniziali e finali. I vincoli ambientali sono quelli correlati alla geometria della strada (i.e.: il veicolo deve rimanere dentro la corsia). In tali condizioni il moto finale è realizzabile.



Figura 3-1 : Punto di vista fisico

3.2.2 Punto di vista matematico

Dal punto di vista matematico OCP applicato ad un modello di motocicletta può essere considerato come la minimizzazione di un funzionale soggetto ad una serie di vincoli. In altri termini consiste nel determinare i controlli **u** che minimizzano il funzionale

$$J\left[\mathbf{x},\mathbf{u}\right] = \int_{s_i}^{s_f} f\left(\mathbf{x}\left(s\right),\mathbf{u}\left(s\right)\right) ds$$

soggetto a vincoli differenziali ed algebrici.

Per quanto riguarda i vincoli differenziali, si assume che il funzionale soddisfi il seguente *ODE* (o *DAE*):

$$\mathbf{a}(\mathbf{x}(s), \dot{\mathbf{x}}(s), \mathbf{u}(s)) = 0$$
 $s \in (s_i, s_f)$

dove

$$\mathbf{a}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{u}) = (\mathbf{a}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{u}))_{i=1}^{n}$$

rappresenta il modello multibody della dinamica del sistema, essendo il simbolo \mathbf{x} il vettore di stato del sistema meccanico (i.e. le posizioni e le velocità generalizzate che descrivono lo stato della motocicletta).

Per quanto riguarda i vincoli algebrici, si hanno eguaglianze e disuguaglianze. Le uguaglianze sono usate per impostare le condizioni al contorno iniziali e finali come segue:

$$c\left(\mathbf{x}\left(s_{i}\right),\mathbf{x}\left(s_{f}\right),\mathbf{\rho}\right)=0$$

dove

$$c\left(\mathbf{x}\left(s_{i}\right),\mathbf{x}\left(s_{f}\right),\boldsymbol{\rho}\right)=\left(c_{i}\left(\mathbf{x}\left(s_{i}\right),\mathbf{x}\left(s_{f}\right),\boldsymbol{\rho}\right)\right)_{i=1}^{p}$$

essendo il vettore ρ l'insieme dei parametri usati per il setting delle condizioni al contorno incognite o cicliche. Le disuguaglianze sono fissate lungo la traiettoria alle variabili di stato ed ai controlli, e sono usate per descrivere il dominio della soluzione ed i limiti della variabile di controllo **u** secondo

$$\mathbf{d}\left(\mathbf{x}\left(s\right),\mathbf{u}\left(s\right)\right) \leq 0 \qquad s \in \left(s_{i},s_{f}\right)$$

dove

$$\mathbf{d}\left(\mathbf{x},\mathbf{u}\right) = \left(d_{i}\left(\mathbf{x},\mathbf{u}\right)\right)_{i=1}^{q}$$

Il problema *OCP* basato sulle precedenti equazioni è formulato in maniera vincolata variazionale, e può essere trasformato in una formulazione non vincolata. I vincoli disuguaglianze possono cioè essere approssimati per mezzo di funzioni penalità, mentre le equazioni differenziali e i vincoli equazioni possono essere eliminati introducendo un set di opportuni moltiplicatori Lagrangiani (λ , μ). questa formulazione è possibile al prezzo di *n* incognite in più per l'eliminazione dei vincoli differenziali e di *p* incognite in più per l'eliminazione dei vincoli. Il funzionale risultante è il seguente:

$$J\left[\mathbf{x},\mathbf{u},\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{\mu}\right] = \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{c}\left(\mathbf{x}_{i},\mathbf{x}_{f},\boldsymbol{\rho}\right) + \int_{s_{i}}^{s_{f}} \left[f_{p}\left(\mathbf{x},\mathbf{u}\right) + \boldsymbol{\lambda} \cdot \mathbf{a}\left(\mathbf{x},\dot{\mathbf{x}},\mathbf{u}\right)\right] ds$$

dove

$$f_{p}(\mathbf{x},\mathbf{u}) = f(\mathbf{x},\mathbf{u}) + \sum_{i=1}^{q} pf_{i}(d_{i}(\mathbf{x},\mathbf{u})),$$

e pf_i è la funzione penalità associata alla *i-esima* componente della disuguaglianza algebrica e prende la forma desiderata.

In tal senso il problema si riduce ad una minimizzazione non vincolata trovando la funzione di controllo ottimo **u**, la cui risoluzione viene effettuata applicando un metodo indiretto. Questo risolve le equazioni necessarie di ottimo derivate simbolicamente: la discretizzazione delle condizioni necessarie genera un *TPBVP (Two Point Boundary Value Problem)* che viene risolto numericamente per mezzo di un algoritmo basato su uno schema invariante affine di Newton, per i cui dettagli si rimanda a [9], [12], [13], [14], [15], [16], [17].

Da un punto di vista generale il problema si compone sostanzialmente di cinque elementi:

- 1. l'*indice di prestazione (performance index*): è l'obbiettivo dell'ottimizzazione del controllo;
- 2. il *modello della motocicletta (motorcycle model*): è una rappresentazione matematica del sistema che deve essere controllato; più dettagliata è la descrizione, più accurati sono i risultati;
- 3. le *condizioni al contorno (boundary conditions*): rappresentano le combinazioni di possibili valori iniziali e/o finali che le variabili di stato del sistema possono assumere;
- 4. i *vincoli* (*constraints*) rappresentano i limiti al moto fisico assegnati alle variabili di stato lungo la traiettoria del veicolo.
- 5. le *funzioni penalità (penalty functions)*: sono un metodo per implementare le disuguaglianze dei vincoli senza venir meno alla continuità della funzione;

I suddetti punti vengono discussi in dettaglio nei successivi paragrafi.

3.2.3 Indice di prestazione

Per le moto da competizione la migliore manovra è quella più veloce. L'obbiettivo, o Indice di Prestazione (*Performance Index*), diventa quindi minimizzare il tempo della manovra come evidenziato nella seguente equazione:

$$J\left[\mathbf{x},\mathbf{u}\right] = \int_{s_i}^{s_f} \frac{1}{V(s)} ds$$

L'obbiettivo del Controllo Ottimo è determinare il controllo u che minimizza il funzionale, ovverosia i controlli che muovono il veicolo nel modo più veloce. Così il valore finale dell'integrale sarà il tempo per completare la manovra, che è minimo per definizione.

Comunque, siccome le disuguaglianze dei vincoli sono implementate, per quanto visto in precedenza, per mezzo di funzioni penalità, l'indice di prestazione complessivo è leggermente modificato (le uguaglianze dei vincoli non cambiano il valore finale dell'integrale essendo uguali a zero):

$$J\left[\mathbf{x},\mathbf{u}\right] = \int_{s_i}^{s_f} \left[\frac{1}{V\left(s\right)} + \sum_{i=1}^{q} pf_i\left(d_i\left(\mathbf{x},\mathbf{u}\right)\right) \right] ds$$

In questo caso il valore finale dell'integrale è l'indice di prestazione e sarà leggermente più grande del tempo minimo. La differenza tra il minimo tempo e l'indice di prestazione è una misura del costo per completare la manovra portando il veicolo al limite dei vincoli. In particolare, come sarà dimostrato in seguito nel paragrafo delle penalità, i controlli u sono penalizzati con una funzione quadratica. Al contrario nei termini rimanenti le funzioni penalità lavorano solo quando i rispettivi argomenti raggiungono i limiti. Di conseguenza,

le funzioni penalità legate ai controlli u costano molto di più rispetto agli altri termini di penalità. Questo significa che l'indice di prestazione è rappresentativo anche dello sforzo del pilota.

3.2.4 Modello della motocicletta

Il realismo delle soluzioni *OCP* dipende fortemente dalla complessità del modello matematico della motocicletta. D'altra parte aggiungere dettagli significa aggiungere più equazioni e più non-linearità, e dal momento che la velocità dell'algoritmo diminuisce con il quadrato del numero di equazioni, occorre fissare un ragionevole compromesso tra complessità ed efficienza computazionale. A tal proposito il modello matematico della motocicletta descritto in seguito è basato su quello presentato in [1], [2], [5], [6]. L'obbiettivo di questo modello è rappresentare il moto complessivo del motociclo: le sospensioni non sono infatti descritte e c'è una modellazione semplificata della dinamica dell'avantreno.

Il sistema di riferimento convenzionale è quello SAE con l'asse verticale rivolto verso il basso. I sistemi di riferimento usati sono quelli illustrati in figura:



- sistema di riferimento (X1, Y1, Z1): è un sistema mobile con il punto di contatto della ruota posteriore, ma parallelo al sistema di riferimento assoluto fisso;
- sistema di riferimento (X2, Y2, Z2): è un sistema mobile con il punto di contatto della ruota posteriore, e ruotato intorno all'asse verticale;
- sistema di riferimento (X3, Y3, Z3): è un sistema mobile con il punto di contatto della ruota posteriore, e ruotato intorno all'asse verticale ed all'asse di rollio (che è definito dalla linea retta che collega i centri dei raggi medi dei toroidi).

Figura 3-2 : Sistemi di riferimento

Dal punto di vista inerziale, questo modello consiste di un corpo rigido, che include il retrotreno, l'avantreno (considerato fisso rispetto al retrotreno), il pilota (considerato solidale al retrotreno), le masse delle ruote anteriore e posteriore e la loro inerzia diametrale. Le inerzie intorno all'asse di spin sono considerate a parte come due corpi aventi solo moto di spin. Per quanto riguarda la dinamica dell'avantreno, viene aggiunta un'equazione di equilibrio alla rotazione intorno all'asse di sterzo per calcolare la coppia di sterzo: questa soluzione si basa su alcune ipotesi semplificative (il centro di massa dell'avantreno viene considerato molto vicino all'asse di sterzo, e la cinematica del punto di contatto della ruota anteriore non è esatta). Nello steso modo altri termini per considerate

gli effetti giroscopici (trascurati in base all'assunzione che l'avantreno sia fisso) sono stati aggiunti. L'intero sistema ha cinque gradi di libertà: due traslazioni del punto di contatto della ruota posteriore nel piano stradale, gli angoli di rollio, imbardata e di sterzo. L'angolo di beccheggio dovuto ai diversi raggi dei toroidi dei pneumatici anteriore e posteriore viene trascurato, essendo trascurato l'angolo di beccheggio dovuto alle sospensioni, che è ben più significativo.

Variabile	Descrizione
u	Velocità di avanzamento del punto di contatto della ruota posteriore
v	Velocità laterale del punto di contatto della ruota posteriore
phi	Angolo di rollio
phi1	Velocità di rollio
psi1	Velocità di imbardata
N _r	Forza verticale del pneumatico posteriore
N_f	Forza verticale del pneumatico anteriore
<i>F</i> _r	Forza laterale del pneumatico posteriore
F_{f}	Forza laterale del pneumatico anteriore
Sr	Forza longitudinale del pneumatico posteriore: negativa (frenante), positiva (accelerante)
S_f	Forza longitudinale del pneumatico anteriore: sempre negativa (frenante)
s _s	Ascissa curvilinea punto di contatto del pneumatico posteriore lungo linea media strada
<i>S</i> _n	Ordinata laterale punto di contatto del pneumatico posteriore ortogonale a linea media
alpha	Angolo di imbardata relativo
delta	Angolo di sterzo
delta1	Velocità di sterzo
tau	Coppia di sterzo
t	Tempo: la variabile indipendente è l'ascissa curvilinea
zeta1	Parametro per mappare il tempo in funzione ascissa curvilinea (≈velocità di avanzamento

Di seguito viene riportata la serie di variabili di stato che descrive il modello matematico della motocicletta:

Tabella 3-1 : Variabili di stato del modello meccanico

Di seguito viene riportata la serie di parametri geometrici che descrive il modello matematico della motocicletta:

Parametro	Descrizione
center_mass_height	Altezza del centro di massa del sistema veicolo+pilota misurato rispetto al piano stradale con motocicletta in assetto verticale
center_mass_width	Distanza orizzontale del centro di massa del sistema veicolo+pilota dal centro della ruota posteriore

wheelbase	Distanza tra I due centri delle ruote		
offset_avantreno	Offset dell'avantreno		
rake_angle Inclinazione dell'avantreno			
front_external_radius	us Raggio di rotolamento della ruota anteriore con motocicletta in assetto verticale		
rear_external_radius	Raggio di rotolamento della ruota posteriore con motocicletta in assetto verticale		
rear_torus_radius	Raggio della sezione trasversale del toroide posteriore		
<i>front_torus_radius</i> Raggio della sezione trasversale del toroide anteriore			
torus_mean_radius Raggio medio della sezione trasversale dei toroidi (pari al valore medio)			
centre_mast_width-	Cott ars height base tase torset avantreno tase		

Tabella 3-2 : Parametri geometrici del modello meccanico

Di seguito viene riportata la serie di parametri inerziali che descrive il modello matematico della motocicletta:

Parametro	Descrizione
gravity	Accelerazione di gravità
total_mass	Massa totale del sistema veicolo+pilota
aantan mass haight	Altezza del centro di massa del sistema veicolo+pilota misurato rispetto al
center_mass_neigni	piano stradale con motocicletta in assetto verticale
contar mass width	Distanza orizzontale del centro di massa del sistema veicolo+pilota dal centro
center_mass_wiath	della ruota posteriore
ix	Inerzia rispetto all'asse di rollio del sistema veicolo+pilota
ixz	Inerzia rispetto agli assi di rollio e imbardata del sistema veicolo+pilota
iy	Inerzia rispetto all'asse di beccheggio del sistema veicolo+pilota
iz	Inerzia rispetto all'asse di imbardata del sistema veicolo+pilota
ifx	Inerzia dell'avantreno rispetto all'asse ortogonale all'asse di sterzo
ify	Inerzia dell'avantreno rispetto all'asse laterale ortogonale all'asse di sterzo
ifz	Inerzia dell'avantreno rispetto all'asse di sterzo
Front_iw	Inerzia assiale della ruota anteriore
Rear_iw	Inerzia assiale della ruota posteriore
Iv	Inerzia masse volaniche

Tabella 3-3 : Parametri inerziali del modello meccanico

Il modello matematico della motocicletta presenta altresì i seguenti tre sottosistemi: il sottosistema smorzatore di sterzo, il sottosistema resistenza aerodinamica, il sottosistema pneumatici.

Per quanto riguarda il sottosistema smorzatore di sterzo, tra l'avantreno ed il retrotreno c'è uno smorzatore di sterzo che produce una coppia di resistenza proporzionale alla velocità di sterzata; c'è anche la possibilità di avere una forza proporzionale all'angolo di sterzo mediante una rigidezza rotazionale (Tabella 3-4).

Per quanto riguarda il sottosistema resistenza aerodinamica, il modello della forza aerodinamica include solo la resistenza all'avanzamento, come forza orizzontale nel piano, proporzionale al quadrato della velocità di avanzamento (Tabella 3-4).

Parametro	Descrizione
kdelta	Rigidezza rotazionale dello sterzo
cdelta	Smorzamento rotazionale dello sterzo
Kar	Coefficiente di resistenza aerodinamica

Tabella 3-4 : Sottosistemi "smorzatore di sterzo" e "resistenza aerodinamica"

Per quanto riguarda il sottosistema pneumatici, il modello del pneumatico è non lineare e con saturazione. In altre parole la forza laterale è proporzionale all'angolo di slip, all'angolo di rollio ed al carico verticale, e viene limitata quando il suo valore supera il limite di aderenza. Tale modello lineare è accettabile per un'analisi complessiva del moto della motocicletta.

In Tabella 3-5 vengono indicati i principali elementi del modello del pneumatico: la forza di spinta S, la forza verticale N, la forza laterale F, l'angolo di slip e le due componenti della velocità del punto di contatto ($u \in v$). E' significativo sottolineare che l'angolo di slip viene calcolato rispetto al punto di contatto effettivo.

Le forze laterali, verticali, longitudinali sono descritte da un modello del primo ordine, ovvero crescono con un ritardo (non in modo istantaneo), e sono espresse rispettivamente secondo le seguenti equazioni:

$$\frac{\sigma}{u}\frac{\partial F}{\partial t} + F = \left(cs\cdot\lambda + cr\cdot\phi\right)\cdot N \qquad \tau_2\frac{\partial M}{\partial t} + M = N \qquad \frac{\partial S}{\partial t} - vs = 0$$

La reazione del pneumatico sul piano stradale (la risultante di forza laterale e longitudinale) viene costretta a rimanere all'interno dei limiti di aderenza in accordo alla seguente disuguaglianza (discussa in dattaglio nel paragrafo dei vincoli):

$$\left(\frac{F}{F_{\text{limit}}}\right)^2 + \left(\frac{S}{S_{\text{limit}}}\right)^2 \le 1$$

Di seguito viene riportata la serie di parametri che descrive il modello del pneumatico:

Parametro	Descrizione	Pt_
sideslip_sti <u>ff</u> ness	Rigidezza di deriva	
Roll_stiffness	Rigidezza di rollio	rt,
Relaxation_lenght	Lunghezza di rilassamento	$Q_r'=u/r_r$
lateral_adherence_limit	Limite di aderenza laterale	S F,
longitudinal_adherence_limit	Limite di aderenza longitudinale	N

Tabella 3-5: Parametri dei pneumatici

3.2.5 Condizioni al contorno

Le condizioni al contorno sono probabilmente gli aspetti più critici nella soluzione di un problema tipo *TPBVP*. Impostare una condizione irrealizzabile significa che non esiste soluzione. Le condizioni al contorno sono essenzialmente i valori delle variabili di stato all'inizio ed alla fine del moto.

Ci sono essenzialmente due tipi di condizioni al contorno: quelle impostate (*set boundary conditions*) e quelle libere (*free boundary conditions*). Se una condizione al contorno viene impostata significa che viene fissato il valore della variabile di stato in corrispondenza del punto iniziale e/o finale del circuito: questo è un aspetto critico, in quanto se si fissa un valore sbagliato non c'è soluzione al problema. Se una condizione al contorno è libera significa che non viene fissato il valore della variabile di stato e questo sarà calcolato in base alle equazioni necessarie di ottimizzazione. In questo caso significherebbe che il migliore valore iniziale e/o finale per quella variabile di stato viene calcolato.

3.2.6 Vincoli

Il sistema meccanico è soggetto ad alcuni vincoli. Per esempio, le forze dei pneumatici devono rimanere all'interno del limite di aderenza, la motocicletta non deve uscire dai limiti della strada, ecc. Da un punto di vista matematico, questi vincoli sono rappresentabili mediante disuguaglianze. Si preferisce comunque usare funzioni penalità per renderle verificate, in quanto le funzioni penalità non introducono discontinuità e sono correlate all'interpretazione fisica della funzione penalità stessa. La disuguaglianza infatti ha un comportamento on/off (interno o esterno al limite). Al contrario la funzione penalità inizia a mettere un costo quando la variabile è vicina al suo limite, e mette un costo infinito quando la variabile è vicina al limite è un avvertimento che il veicolo sta raggiungendo una situazione pericolosa. Dal punto di vista della maneggevolezza significa che quando la variabile è vicina al limite la motocicletta è più difficile da guidare, ed il pilota deve esercitare uno sforzo maggiore. Per chiarire il concetto

si consideri la forza laterale dei pneumatici. Se si impone il limite con una disuguaglianza, non c'è differenza tra usare una piccola forza laterale ed essere al limite di aderenza laterale; con una funzione penalità invece, quando la forza è vicina al suo limite di aderenza, essa valuta un costo ed il pilota viene a sapere che occorre un maggiore sforzo per proseguire.

Si esaminano di seguito i vincoli applicati al sistema meccanico.

Per quanto riguarda le forze dei pneumatici anteriore e posteriore, la risultante delle forze longitudinale e laterale deve rimanere all'interno del limite di aderenza. Questa condizione viene soddisfatta per mezzo di una funzione penalità bilaterale:

$$\begin{cases} \left(\frac{F_r}{F_{r\lim}}\right)^2 + \left(\frac{S_r}{S_{r\lim}}\right) = \left(\frac{F_r}{f_{\lim}N_r}\right)^2 + \left(\frac{S_r}{S_{\lim}N_r}\right) \le 1\\ \left(\frac{F_s}{F_{s\lim}}\right)^2 + \left(\frac{S_s}{S_{s\lim}}\right) = \left(\frac{F_f}{f_{\lim}N_f}\right)^2 + \left(\frac{S_f}{s_{\lim}N_f}\right) \le 1\end{cases}$$

Il limite per la forza longitudinale anteriore, che non può essere di spinta,

$$\frac{S_f}{Sf_{\max}} \le 1$$

viene soddisfatta per mezzo di una funzione di penalità unilaterale .

Per quanto riguarda le caratteristiche propulsive del motore, per ogni velocità viene sempre calcolata la massima spinta disponibile alla ruota posteriore. Questa forza massima viene usata come limite superiore per la forza propulsiva alla ruota posteriore:

$$\frac{S_r}{S_{r\max}} \le 1$$

Questa disuguaglianza viene soddisfatta per mezzo di una funzione penalità unilaterale.

Per quanto riguarda i controlli u, sono considerati la velocità della coppia di sterzo (*vtau*), la velocità della forza longitudinale posteriore (*vsr*), la velocità della forza longitudinale anteriore (*vsf*). Si utilizzano le velocità delle forze perché dal punto di vista fisico un pilota può cambiare i valori delle forze con una velocità limitata. In tal modo le forze di controllo variano come un sistema del primo ordine, ed è semplice limitare la loro velocità di variazione.Per i controlli i limiti sono fissati per mezzo di funzioni penalità quadratiche:

$$\frac{vs_r}{vsr_{\max}} \le 1 \qquad \frac{vs_f}{vsf_{\max}} \le 1 \qquad \frac{vtau}{vtau_{\max}} \le 1$$

Per quanto riguarda i vincoli della geometria stradale, si impone alla motocicletta di rimanere all'interno dei bordi della corsia. La strada o il circuito è descritto lungo l'ascissa curvilinea come una sequenza di linee diritte ed archi, come illustrato in Figura 3-3. A

ciascun pezzo (linea diritta o arco) si associano la lunghezza misurata lungo la linea media, la curvatura (0 per una linea diritta, ovvero l'inverso del raggio per un arco), e metà larghezza della strada. Quindi il vincolo si esplica nel modo seguente, e viene soddisfatto per mezzo di una funzione penalità bilaterale:



Figura 3-3 : Descrizione della strada

Ulteriori vincoli sono per la velocità con cui varia l'angolo dello sterzo e per la velocità di imbardata (per limitare il modo "*weave*"); entrambi sono stabiliti con funzioni penalità quadratiche:

$$\frac{\dot{\delta}}{\dot{\delta}_{\max}} \le 1 \qquad \qquad \frac{\dot{\psi}}{\dot{\psi}_{\max}} \le 1$$

3.2.7 Funzioni penalità

Come detto innanzi le funzioni penalità sono un modo per imporre vincoli disuguaglianze. Inoltre racchiudono un significato fisico. Impongono infatti un costo su una variabile quando è vicina al limite. E' un modo per misurare lo sforzo del pilota nella guida in prossimità dei limiti della motocicletta.

Essenzialmente vi sono tre tipi di funzioni penalità: la funzione penalità quadratica, che impone sempre un costo quadratico sulla variabile; le funzioni penalità bilaterale e unilaterale, che iniziano imponendo un costo solo quando la variabile si trova ad una assegnata "distanza" dal limite. La distanza si chiama tolleranza, ed è espressa come percentuale del valore limite della variabile. Quando la variabile supera il limite il costo è molto alto (in teoria infinito). A tal proposito la figura successiva illustra due funzioni

penalità: la prima lavora quando la variabile è ad una distanza del 10% dal limite della variabile (tolleranza 0.1), l'altra quando è ad una distanza del 5% del limite (tolleranza 0.05).



Figura 3-4 : Esempio di funzioni penalità bilaterale e/o unilaterale

La funzione penalità unilaterale lavora come spiegato innanzi e solo da un lato. La sua formulazione è riportata nella figura successiva, dove h è la tolleranza espressa come percentuale del valore limite (es.: h=0.1 per una forza di spinta massima di 1000N, il che significa che la penalità sarà attiva quando la forza di spinta è pari a 900N), n rappresenta l'esponente della penalità (4 è sufficiente se h è inferiore a 0.1), ed x è l'argomento del vincolo (es.: nel caso dei limiti laterali della pista è $sn/road_width$).



Figura 3-5 : Esempio di funzioni penalità unilaterale

La funzione penalità bilaterale si comporta come l'unilaterale eccetto che applica un costo in entrambi i lati, come illustrato di seguito:



Figura 3-6 : Esempio di funzioni penalità bilaterale

La funzione penalità quadratica assegna invece un costo crescente al suo argomento, come illustrato nella figura seguente; viene utilizzata specialmente per i controlli, dal momento che il comportamento del pilota varia in modo continuo a mano a mano che si avvicina al limite:



Figura 3-7 : Esempio di funzione penalità quadratica

3.3 Il codice OptiMa-RM©

L'implementazione al calcolatore del *Metodo della Manovra Ottima* avviene nel il codice di calcolo denominato OptiMa-RM©.

In termini strettamente operativi tale software si presenta all'utente in relazione alla gestione di una serie di files. Tali files sono essenzialmente di tipo "setting", ovvero relativi all'impostazione generale stessa del funzionamento del software, di tipo "input", ovvero relativi alla specifica simulazione da effettuare, di tipo "output", ovvero relativi ai risultati elaborati. La specificazione di ciascuno dei suddetti files avviene a sua volta nel file "PROJECT.lua", che viene letto direttamente dall'eseguibile.



Figura 3-8 : Codice di calcolo OptiMa-RM© (Release 1.0)

3.3.1 Setting files

Tali files servono ad impostare le modalità di funzionamento del software e di esecuzione della simulazioni, in termini di condizioni al contorno e di penalità.

Per quanto riguarda le condizioni al contorno, la rispettiva definizione avviene nel file "BC.lua". Come illustrato nell'esempio riportato di seguito, ciascuna condizione al contorno iniziale (INITIAL) o finale (FINAL) può essere abilitata assegnandone un valore (condizione al contorno imposta), o disabilitata assegnando "*nil*" (condizione al contorno libera). Le condizioni al contorno sono un aspetto critico: stabilire infatti un certo valore per una variabile di stato comporta che le altre variabili abbiano un valore compatibile, altrimenti è preferibile lasciarle libere. Assegnare il valore sbagliato per una condizione al contorno al contorno significa che non c'è soluzione possibile.

	FINAL	
μ_{i} = 30 initial forward velocity	u f = nil final forward	ard velocity
$v_i = 0$ initial lateral velocity	v f = nil final later	al velocity
psi dot i = 0 initial vaw rate	psi dot f = nil final vaw	rate
phi i $= 0$ initial roll angle	phi_f = nil final roll a	ngle
phi dot i = 0 initial roll rate	phi_dot_f = nil final roll r	ate
delta_i = 0 initial steer angle	delta_f = nil final steel	r angle
delta_dot_i = 0 initial steer rate	delta_dot_f = nil final stee	r rate
alpha_i = 0 initial yaw relative middle line	alpha_f = nil final yaw	relative middle line
sn_i = 0 initial lateral displacement	sn_f = nil final latera	al displacement
Nr_static_i = Nr0 initial rear vertical force	Nr_static_f = nil final rear	vertical force
Nf_static_i = Nf0 initial front vertical force	Nf_static_f = nil final front	vertical force
Fr_i = 0 initial rear lateral force	Fr_f = nil final rear	lateral force
Ff_i = 0 initial front lateral force	Ff_f = nil final front	lateral force
Sr_i = Sr0 initial rear longitudinal force	Sr_f = nil final rear l	ongitudinal force
Sf_i = Sf0 initial front longitudinal force	Sf_f = nil final front	longitudinal force
tau_i = 0 initial steering torque	tau_f = nil final steer	ing torque
vSr_i = 0 initial rear longitudinal force	vSr_f = nil final rear	longitudinal force
vSf_i = 0 initial front longitudinal force	vSf_f = nil final front	Iongitudinal force
vtau_i = 0 initial steering torque	vtau_f = nil final stee	ring torque

Figura 3-9 : BC.LUA

Per quanto riguarda le funzioni penalità, che sono un modo per imporre vincoli disuguaglianze nel problema del controllo ottimo, la rispettiva definizione avviene nel file "ENVIRONMENT.lua". Come illustrato nell'esempio riportato di seguito (relativo alle ellissi di aderenza dei pneumatici), viene definito il tipo di penalità (type), se la funzione è abilitata o meno (weight), l'esponente della potenza (power), la tolleranza (size), il limite (value), il fattore con cui viene calcolata (wmt).

<pre>front_adherence_ellipse = { type = LESS_THAN, weight = ENABLED, power = 4, size = 0.1, value = 1,</pre>
wmt = TIME $\}$,

Figura 3-10 : ENVIRONMENT.lua

3.3.2 Input files

Tali files servono a specificare la simulazione da eseguire, in termini di veicolo e di tracciato.

Per quanto riguarda il veicolo, la rispettiva definizione avviene nel file "VEHICLE.lua". Come illustrato nell'esempio riportato di seguito, vengono specificate le varie proprietà geometriche ed inerziali del veicolo (GEOMETRY AND CENTER OF GRAVITY, INERTIA, REAR WHEEL, ecc.):

```
-- GEOMETRY AND CENTER OF GRAVITY
b
          =
                   0.7098
                                       -- [m] full vehicle longitudinal COM position

        0.6398
        -- [m] full vehicle model

        1.4148
        -- [m] wheelbase

        0.4184
        -- [rad] caster angle

                                      -- [m] full vehicle motorcycle vertical COM position
h
         =
          =
р
caster =
                   0.0912
                                    -- [m] normal_trail
          =
an
-- INERTIA
                   255.594
                                       -- [kg] full vehicle mass
mass
             =
                                  -- [kg] full vehicle mass
-- [kg*m^2] full vehicle Ixx (CoM, SAE reference)
-- [kg*m^2] full vehicle Izz (CoM, SAE reference)
             =
                   8.649
Ixx
Izz
             = 37.135
Ix7
             =
                   -1.13
                                      -- [kg*m^2] full vehicle Ixz (CoM, SAE reference)
-- REAR WHEEL
rear = {
wheel = \{
                = 5.324
                                  -- [kg] equivalent
-- [m] rolling radius
-- [m] thorus radius
                                      -- [kg] equivalent mass (Iyy= mass * radius^2 =0.535 Kgm^2)
mass
               = 0.317
radius
thorus radius = 0.094
nil
}
                                                 -- PIRELLI_DIABLO_120_70_ZR17_F_P2.2_T load=1252N
tyre = {
relaxation_length
                                 = 0.1385
                                                 -- [m] relaxation length (Ks=120000 N/m)
                                 = 13.277 -- [] sideslip stiffness
Klambda
Kphi= 1.118lateral_adherence_limit= 1.5343
                                               -- [ ] camber stiffness
                                                 -- [] lateral adherence limit
longitudinal_adherence_limit = 1.3832 -- [] longitudinal adherence limit
nil
}
}
```

Figura 3-11 : VEHICLE.lua

Vengono inoltre definite le caratteristiche del gruppo motore-cambio, in termini di rapporti di trasmissione (GEAR BOX TRANSMISSION RATIOS) e di curva di coppia (MAXIMUM ENGINE RPM, TORQUE ENGINE CURVE):

GEAR BOX TRANSMISSION RATIO	9S
gear_ratio = { [0]= (4.75) (2) (1.611) (1.35) (1.19)	(PRIMARY ratio)*(FINAL ratio) gear 1st gear 2nd gear 3rd gear 4th
```
.....
```

```
(1.091)
                                 -- gear 5th
                                -- gear 6th
(1)
-- MAXIMUM ENGINE RPM
                                 -- [rpm]
maximum_rpm = 13500
-- TORQUE ENGINE CURVE
torque_curve = {
{0, 1}
{6000
                                 -- { [rpm] , [Nm] }
           85.36}
{6500
          , 88.1725}
         , 91.56}
7000
7500
            95.2975}
         1
{8000
            99.16}
         , 102.9225}
{8500
{9000
         , 106.36}
          , 109.2474}
{9500
         , 111.36
{10000
                         }
         , 112.4725}
{10500
{11000
            112.36}
         , 110.7975}
{11500
{12000
         , 107.56}
{12500
            102.4225}
{13000
          , 95.16}
{13500,
        1
```

Figura 3-12 : VEHICLE.lua

Per quanto riguarda il tracciato, la rispettiva definizione avviene nel file "CIRCUIT.lua". Come illustrato nell'esempio riportato di seguito, per ciascun tratto del circuito viene riportata la lunghezza nel caso sia rettilineo (STRAIGHT LINE), ovvero l'angolo descritto ed il raggio di curvatura nel caso sia curvilineo (CORNER). Per ciascun tratto vi è inoltre la possibilità di impostare l'aderenza (adherence), la distanza che intercorre tra due nodi successivi della mesh (e quindi l'accuratezza della simulazione: mesh_grid_size), la larghezza (road_width), ed un limite massimo di velocità (speed_constraint).

```
--STRAIGHT LINE
newSegment{length=201.644854584327}
--CORNER (San Donato)
newSegment{angle = 142.894358535785/49.7836502135641,radius = 49.7836502135641}
--STRAIGHT LINE
newSegment{length=133.43893827313}
```

Figura 3-13 : CIRCUIT.lua

3.3.3 Output files

Tali files servono a raccogliere i risultati di una specifica simulazione, in termini di veicolo e di motore.

Per quanto riguarda il veicolo, le rispettive grandezze dinamiche vengono raccolte nel file "RESULTS.txt" e formattate in colonne. Come illustrato nell'esempio riportato di seguito, vengono calcolate le seguenti grandezze:

s (1) = curvilinear abscissa [m] (curvilinear abscissa along the circuit mean line) zeta1 (2) = remapping velocity [m/s] (along the mean line: zeta1 = ds/dt = mean line curvilinear abscissa derivative respect to time: it is to compare different bikes which makes different trajectories) sn (3) = lateral abscissa [m] (abscissa normal to the circuit mean line) alpha (4) = yaw relative to circuit middle line [rad] phi (5) = roll angle [rad] delta (6) = steering angle [rad] u (7) = forward velocity [m/s] (along the trajectory: u=d(travelled_space)/dt) v(8) =lateral velocity [m/s] psi_dot (9) = yaw rate [rad/s] phi_dot (10) = roll rate [rad/s] delta dot (11) = steering rate [rad/s] Nf (12) = front vertical force [N] Nr (13) = rear vertical force [N] Ff (14) = front lateral force [N] Fr (15) = rear lateral force [N] Sf (16) = front longitudinal force [N] Sr (17) = rear longitudinal force [N] tau (18) = steering torque [Nm] vSr(19) = dSr/dtvSf(20) = dSf/dtvtau (21) = dtau/dt aSr(22) = d(dSr/dt)/dtaSf(23) = d(dSf/dt)/dtatau (24) = d(dtau/dt)/dtSr_div_Nr (28) = rear longitudinal mu [] Fr_div_Nr (29) = rear lateral mu [] Sf_div_Nf (30) = front longitudinal mu [] Ff_div_Nf (31) = front lateral mu [] gear_used (32) = used gearbox ratio [] rear_tyre_sideslip_angle (33) = rear tyre sideslip angle [rad] front_tyre_sideslip_angle (34) = front tyre sideslip angle [rad] rear_roll_radius (35) = rear wheel rolling radius [m] (u=omega_r*rear_roll_radius) front_roll_radius (36) = front wheel rolling radius [m] (u=omega_f*front_roll_radius) omega_r (37) = rear wheel spin velocity [rad/s] omega_f (38) = front wheel spin velocity [rad/s] max_torque_at_rear_wheel (39) = max available torque at rear wheel [Nm] traction_torque (40) = torque at rear wheel [Nm] time (41) = time [s]curvilinear_abscissa (42) = curvilinear abscissa [m] (curvilinear abscissa along the circuit mean line) travelled_space (43) = travelled space [m] (curvilinear abscissa along the trajectory) coordinate_x_trajectory (44) = coordinate x - trajectory [m] coordinate_y_trajectory (45) = coordinate y - trajectory [m] x_{left} border (46) = x left border (SAE reference) y_left_border (47) = y left border (SAE reference) x_{right} border (48) = x right border (SAE reference) y_right_border (49) = y right border (SAE reference) x_middle_lane (50) = x middle lane (SAE reference) y middle lane (51) = y middle lane (SAE reference) absolute_yaw (52) = absolute yaw angle [rad] curvature (53) = circuit curvature (of mean line [1/m] : positive if clockwise turning) direction (54) = circuit direction (mean line absolute yaw angle) left_width (55) = left width [m] right_width (56) = right width [m] adherence (57) = circuit adherence obstacle_speed_constraint (58) = obstacle speed constraint section speed constraint (59) = section speed constraint

Figura 3-14 : RESULTS.txt

Per quanto riguarda il motore, i dati relativi al regime di coppia vengono raccolti nel file "ENGINE_TORQUE_CURVE.txt" e formattati in colonne. Come illustrato nell'esempio riportato di seguito, vengono calcolate le seguenti grandezze:

> spin_vel_spline (1) = rear wheel spin velocity [rad/s] max_torque_spline (2) = max available torque at rear wheel [Nm] torque_spline1 (3) = 1st gearbox ratio available torque at rear wheel [Nm] torque_spline2 (4) = 2nd gearbox ratio available torque at rear wheel [Nm] torque_spline3 (5) = 3rd gearbox ratio available torque at rear wheel [Nm] torque_spline4 (6) = 4th gearbox ratio available torque at rear wheel [Nm] torque_spline5 (7) = 5th gearbox ratio available torque at rear wheel [Nm] torque_spline6 (8) = 6th gearbox ratio available torque at rear wheel [Nm] RPM_spline (9) = engine RPM gear_spline (10) = gearbox ratio

Figura 3-15 : ENGINE_TORQUE_CURVE.txt

4 II Metodo della Manovra Ottima: verifica sperimentale

Dopo aver esposto la formulazione e la risoluzione matematica del *Metodo della Manovra Ottima*, si procede a verificarne le basi teoriche ed i risultati mediante l'effettivo confronto con i dati telemetrici rilevati in pista.

4.1 Introduzione

Nell'ambito di una collaborazione nata tra *MDRG* (*Motorcycle Dynamics Research Group*, Dipartimento di ingegneria Meccanica-Università degli studi di Padova) ed il Team *Speed Shadow* (Padova), è stato possibile studiare il comportamento dinamico di una Ducati 999RS-2004 portata in pista dal pilota professionista Mauro Lucchiari. I dati telemetrici considerati sono stati registrati nel corso di varie sessioni di test e durante le gare ufficiali del *Campionato Italiano Velocità 2006 (CIV) - categoria SUPERBIKE (SBK)*, e sono stati quindi impiegati per verificare in modo oggettivo l'affidabilità del *Metodo della Manovra Ottima*, attraverso il confronto diretto con i risultati delle simulazioni.



Figura 4-1 : CIV 2006 : Mauro Lucchiari su Ducati 999RS-2004

Il procedimento di analisi e confronto adottato si esplica in sintesi nei seguenti punti fondamentali, ovvero:

- l'elaborazione delle telemetrie, necessaria a rendere i dati registrati in forma confrontabile con i risultati delle simulazioni;
- l'esecuzione delle simulazioni con il *Metodo della Manovra Ottima*, previa la definizione del modello della motocicletta e del circuito considerato;
- quindi il confronto tra grandezze omologhe misurate e calcolate.

4.2 Elaborazione telemetrie

I dati telemetrici acquisiti in diversi circuiti italiani sono stati sottoposti ad una serie di elaborazioni tali da renderli più leggibili e soprattutto confrontabili con i risultati delle simulazioni. In base ai dati telemetrici sono state inoltre effettuate stime necessarie alla successiva modellazione matematica del veicolo e riguardanti parametri non facilmente reperibili o misurabili.

4.2.1 Giro di riferimento

La prima operazione effettuata nell'ambito delle elaborazioni delle telemetrie è stata una selezione tra la notevole quantità di dati disponibile, riguardante sia sessioni di prove che gare ufficiali, svoltesi peraltro in differenti condizioni meteorologiche. In relazione all'obbiettivo finale, che è quello di verificare l'attendibilità di un codice di calcolo che simula le prestazioni limite della motocicletta, tale selezione è stata effettuata seguendo i seguenti criteri. Sono stati esclusi i giri di rientro ai box e di lancio in pista, quelli relativi alle gare in quanto le traiettorie risultano inficiate dalla presenza di altri piloti, quelli con tempi particolarmente elevati a causa di condizioni della pista non ottimali (asfalto bagnato); sono stati quindi presi in considerazione i giri effettuati nel corso delle sessioni di prova, nella fattispecie quelli caratterizzati dalle condizioni della pista più favorevoli, dai setting della motocicletta giudicati più positivamente dal pilota e nondimeno dall'assenza di malfunzionamenti nel sistema di acquisizione dati.

Per ogni circuito considerato è stata quindi effettuata una indagine statistica riguardante i tempi sul giro (Figura 4-2), si da individuare tra i giri disponibili un singolo giro rappresentativo da impiegare successivamente nei confronti con le simulazioni.





A tal proposito i *timelap* sono stati rappresentati mediante istogramma in termini di densità di probabilità. Constatato l'andamento indicativamente normale della distribuzione rilevata (Figura 4-2), è stato eseguita una interpolazione tramite la funzione di Gauss:

.....

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

dove

 σ = deviazione standard variabile sperimentale (i.e.: *timelap*)

 μ = media variabile sperimentale (i.e.: *timelap*)

x = variabile sperimentale (i.e.: *timelap*)

ottenendo una corrispondente distribuzione Gaussiana calcolata (Figura 4-2).

Secondo quest'ultima, che descrive in modo soddisfacente la dispersione sperimentale, vi è il 95,44% di probabilità che il *timelap* di un generico giro ricada entro il relativamente ristretto intervallo compreso tra:

timelap
$$\in [(\mu - 2\sigma) \div (\mu + 2\sigma)]$$

In base a tali considerazioni i giri rappresentativi dei vari circuiti sono stati assunti in relazione al corrispondente valore medio μ dei *timelap* (i.e.: nel caso esemplificato in figura, *timelap* = 98.03 s ha permesso di identificare il giro di riferimento).

In base al *timelap* ed ai dati telemetrici dei giri di riferimento dei circuiti considerati, sono state quindi definite le impostazioni principali del codice di calcolo, che in tal modo è stato tarato su di una base sperimentale ed oggettiva.

4.2.2 Pre-pocessing

I segnali telemetrici rilevati risultano piuttosto disturbati e caratterizzati dalla sovrapposizione di fenomeni ad alta frequenza di difficile interpretazione. Inoltre la necessità di un confronto più coerente con i risultati delle simulazioni ha reso opportuno applicare una serie di operazioni atte a "ricostruirli", costituite essenzialmente dall'applicazione di un filtro *low-pass* seguita da un'interpolazione di tipo *smoothing spline*.

Inizialmente è stato applicato un filtro *low-pass* con frequenza di *cutoff* pari a 5 Hz, in relazione alla necessità da una parte di eliminare i disturbi ad alta frequenza (determinati dalle vibrazioni indotte dal motore, dal fondo stradale, ecc.), ma anche, dall'altra, di non perdere eccessive informazioni dal segnale originale. Si riportano di seguito i risultati del filtraggio sui segnali delle velocità di rotazione G_x , G_y , G_z riferite alla terna di riferimento solidale al veicolo (Figura 4-3). Si è scelto di rappresentare tali variabili perché esemplificano chiaramente le modifiche apportate al segnale con l'applicazione delle procedure suddette. Come si può notare il filtraggio permette di ottenere andamenti molto più regolari e di eliminare i fenomeni ad alta frequenza:



Studi sperimentali e teorici su maneggevolezza, stabilità e manovrabilità dei veicoli a due ruote M. Peretto





Figura 4-4 : Interpolazione mediante smoothing-spline (Misano(2006))

La "ricostruzione" del segnale è stata quindi completata applicando un'interpolazione di tipo *smoothing spline* (Figura 4-4). Lo *smoothing parameter* è stato fissato pari a 0.5, con l'obbiettivo di migliorare la regolarità del segnale e di smussarne i picchi più pronunziati, senza però modificarne i contenuti oltre il limite imposto dal precedente filtraggio. Come si osserva dai grafici riportati, il filtraggio permette di eliminare la maggior parte delle irregolarità, mentre la ricostruzione mediante *smoothing spline* assesta i singoli valori puntuali secondo un andamento più regolare, senza però alterarne in modo sensibile i valori.

4.2.3 Post-processing: stima resistenza aerodinamica

In base ai dati telemetrici dei giri di riferimento dei vari circuiti considerati, è stata effettuata una stima delle caratteristiche di resistenza aerodinamica della motocicletta, non essendo disponibile in merito alcuna documentazione specifica. Tale stima si è basata sull'equazione del bilancio delle potenze, secondo la quale la somma delle potenze spese per generare il moto rettilineo del veicolo deve corrispondere alla potenza complessiva erogata dal motore:

$$P_M = P_D + P_W + P_{ACC}$$

dove

 P_M = potenza netta erogata dal motore

 P_W = potenza spesa contro la resistenza al rotolamento dei pneumatici

 P_{ACC} = potenza spesa per accelerare il veicolo

 P_D = potenza spesa contro la resistenza aerodinamica, pari a:

$$P_D = F_D \cdot V$$

in cui:

V = velocità di avanzamento del veicolo

 F_D = forza di resistenza aerodinamica, esprimibile secondo la seguente:

$$F_D = \frac{1}{2}\rho \cdot C_D \cdot A \cdot V^2 = K_D \cdot V^2$$

dove:

 ρ = densità dell'aria [kg/m³]

A = area della sezione frontale del veicolo $[m^2]$

V = velocità di avanzamento [m/s]

 C_D = coefficiente di resistenza aerodinamica.

Per determinare quest'ultimo è quindi sufficiente calcolare i termini presenti nel bilancio delle potenze, ovvero P_{M_1} , P_W , P_{ACC_1} , e ricavare P_D .

A tal proposito è stato identificato un tratto appartenente al circuito di Misano(2006) in cui il veicolo è in condizioni di moto rettilineo (ovvero con accelerazione laterale prossima a zero), di piena erogazione del motore, e di accelerazione longitudinale variabile in modo regolare (i.e.: tratto localizzato in prossimità della "curva del Tramonto"). La figura successiva illustra il punto scelto per computare il bilancio delle potenze, che soddisfa adeguatamente i requisiti innanzi specificati:



Figura 4-5 : Identificazione punto per stimare la resistenza aerodinamica

La potenza complessiva erogata dal motore è stata identificata in corrispondenza del regime di rotazione *RPM* rilevato dalla telemetria, e con riferimento alla rispettiva curva di potenza (a piena apertura della farfalla) rilevata sperimentalmente:



Figura 4-6 : Determinazione P_M

Per quanto riguarda la potenza dissipata dai pneumatici, si è fatto riferimento alle formule empiriche proposte da Kevin Cooper [30], secondo le quali

$$P_W = F_W V = (f_W N) V$$

essendo

N = carico complessivo derivante da peso veicolo+pilota [N] $f_W =$ coefficiente d'attrito di rotolamento, stimabile secondo

$$\begin{cases} f_W = 0.0085 + \frac{0.018}{p} + \frac{1.59 \cdot 10^{-6}}{p} V^2 & V < 165 \text{ Km/h} \\ f_W = \frac{0.018}{p} + \frac{2.91 \cdot 10^{-6}}{p} V^2 & V > 165 \text{ Km/h} \end{cases}$$

con

p = pressione di gonfiaggio media dei pneumatici [bar]

V = velocità di avanzamento del veicolo [km/h]

Essendo il peso del veicolo+pilota pari a 2505 N, e la pressione di gonfiaggio media pari a 2.15 bar, la potenza dissipata dai pneumatici è risultata pari a

$$P_{W} = 18.13 \, \text{KW}$$

La potenza spesa in accelerazione del veicolo è pari a

$$P_{ACC} = F_{ACC}V = (m^*a)V$$

essendo

a =accelerazione longitudinale

 m^* = massa ridotta di veicolo+pilota al punto di contatto della ruota posteriore.

La massa ridotta è stata determinata aggiungendo alla massa statica le inerzie rotazionali di tutti gli organi (ruote, ingranaggi del cambio e della trasmissione) che vengono accelerati dal motore secondo la seguente relazione:

$$\boldsymbol{m}^{*} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{I}_{wr} \cdot \boldsymbol{\tau}_{r}^{2} + \boldsymbol{I}_{wf} \cdot \boldsymbol{\tau}_{f}^{2} + \boldsymbol{I}_{wm} \cdot \boldsymbol{\tau}_{m}^{2} + \boldsymbol{I}_{wp} \cdot \boldsymbol{\tau}_{p}^{2} + \boldsymbol{I}_{ws} \cdot \boldsymbol{\tau}_{s}^{2}$$

in cui i diversi termini assumono i significati ed valori riportati in tabella:

m massa veicolo + pilota [kg]	255.6
I _{wf} inerzia ruota anteriore [kgm ²]	0.456
I _{wr} inerzia ruota posteriore [kgm ²]	0.535
I_{wp} inerzia trasmissione primaria [kgm ²]	0.005
I_{ws} inerzia trasmissione secondaria [kgm ²]	0.007
I_{wm} inerzia motore [kgm ²]	0.05
τ_{f} rapporto tra velocità angolare ruota anteriore e velocità avanzamento [1/m]	3.067
τ_r rapporto tra velocità angolare ruota posteriore e velocità avanzamento [1/m]	3.333
τ_m rapporto tra velocità de motore e velocità avanzamento [1/m]	15.89
τ_{n} rapporto tra velocità trasmissione primaria e velocità avanzamento [1/m]	7.529
τ_s rapporto tra velocità trasmissione secondaria e velocità avanzamento [1/m]	6.902

Tabella 4-1 : Determinazione della massa ridotta m^{*}

Essendo la massa ridotta risultata pari a 278.95 kg, la potenza spesa in accelerazione è risultata a sua volta pari a

$$P_{ACC} = 49.83 \, \text{KW}$$

La potenza spesa contro la resistenza aerodinamica è risultata quindi:

$$P_D = P_M - P_W - P_{ACC} = 66.88 \text{ KW}$$

dalla quale essendo

$$K_D = \frac{P_D}{V^3} = \frac{1}{2}\rho(C_D A)$$

ed assumendo che la densità dell'aria a temperatura ambiente sia pari a 1.167 kg/m^3 , si è ottenuto

$$K_D = 0.177 \text{Kg/m}$$
 $C_D A = 0.303 \text{m}^2$

Tali valori risultano compatibili con quelli riscontrati in letteratura [30] per i motocicli di categoria SBK, per i quali il prodotto C_D *A rientra generalmente nel range 0.3 ÷ 0.35 m².

La procedura complessiva esposta, ripetuta in seguito per altri circuiti ed i corrispondenti giri di riferimento, ha fornito risultati del tutto equivalenti.

4.2.4 Post-processing: stima aderenza pneumatici

In base ai dati telemetrici dei giri di riferimento dei vari circuiti considerati, è stata effettuata una stima dei limiti di aderenza longitudinali e laterali dei pneumatici anteriore e posteriore, non essendo disponibile in merito alcuna documentazione specifica.

Per quanto riguarda i limiti di aderenza longitudinali, la stima si è basata sull'ipotesi di raggiungimento delle condizioni limite di impennamento per il pneumatico posteriore, e di ribaltamento per il pneumatico anteriore.

La condizione limite di impennamento (Figura 4-7) si verifica in corrispondenza dell'annullarsi del carico all'anteriore N_f in fase di accelerazione. In tale ipotesi il carico al pneumatico posteriore N_r corrisponde all'intero peso *m* di veicolo+pilota, per cui il coefficiente di aderenza longitudinale risulta pari a

$$\mu_{xr} = \frac{S}{N_r} = \frac{S}{(mg)}$$

essendo la spinta complessiva *S* alla ruota posteriore esprimibile secondo il seguente bilancio delle forze:

$$S = F_{ACC} + F_D + F_W = ma_x + F_D + F_W$$

dove

 F_{ACC} = forza d'inerzia corrispondente all'accelerazione a_x

 F_D = forza di resistenza aerodinamica

 F_W = forza di resistenza al rotolamento dei pneumatici.



Figura 4-7 : Condizione limite di impennamento in fase di accelerazione

Per determinare il coefficiente di aderenza longitudinale è sufficiente quindi stimare le suddette tre forze e computare la spinta complessiva *S*. A tal proposito è stato identificato,

relativamente al circuito di Misano(2006), il punto in cui si verifica l'accelerazione massima:







escursione della sospensione anteriore

Figura 4-9 : Verifica della corsa della forcella anteriore

La Figura 4-9 verifica inoltre che il punto scelto effettivamente soddisfi i requisiti innanzi specificati, in relazione al fatto che il peso di veicolo+pilota sia concentrato al posteriore: l'escursione della forcella anteriore risulta infatti prossima alla condizione di completamente estesa. Adottando i valori e le espressioni del precedente capitolo, le forze d'inerzia, di resistenza aerodinamica, di resistenza di rotolamento dei pneumatici sono quindi rispettivamente risultate pari a

$$F_{ACC} = 3087.79N$$
 $F_{D} = 303.37N$ $F_{W} = 77.05N$

Il coefficiente di aderenza longitudinale è quindi risultato pari a

$$\mu_{xr} = \frac{S}{N_r} = \frac{F_{ACC} + F_D + F_W}{(mg)} = 1.38$$

La condizione limite di ribaltamento (Figura 4-10) si verifica in corrispondenza dell'annullarsi del carico al posteriore N_r in fase di decelerazione. In tale ipotesi il carico al pneumatico anteriore N_f corrisponde all'intero peso *m* di veicolo+pilota, per cui il coefficiente di aderenza longitudinale risulta pari a

$$\mu_{xf} = \frac{F}{N_f} = \frac{F}{(mg)}$$

essendo la forza frenante F alla ruota anteriore esprimibile secondo il seguente bilancio delle forze:

 $F = F_{ACC} - F_D - F_W = ma_x - F_D - F_W$

dove

 F_{ACC} = forza d'inerzia corrispondente alla decelerazione a_x

 F_D = forza di resistenza aerodinamica

 F_W = forza di resistenza al rotolamento dei pneumatici.



Figura 4-10 : Condizione limite di ribaltamento in fase di frenata

Per determinare il coefficiente di aderenza longitudinale è sufficiente quindi stimare le suddette tre forze e computare la forza frenante F. A tal proposito è stato identificato, relativamente al circuito Misano(2006), il punto in cui si verifica la decelerazione massima:



Figura 4-11 : Identificazione punto con massima decelerazione



Figura 4-12 : Verifica della corsa della forcella anteriore

La Figura 4-12 verifica quindi che il punto scelto effettivamente soddisfi i requisiti innanzi specificati, in relazione al fatto che il peso di veicolo+pilota sia concentrato all'anteriore: l'escursione della forcella anteriore risulta infatti prossima alla completa compressione (l'escursione massima è infatti 125 mm, ma la presenza della contro-molla di fine corsa riduce effettivamente questo valore).

Adottando i valori e le espressioni del precedente capitolo, le forze d'inerzia, di resistenza aerodinamica, di resistenza di rotolamento dei pneumatici sono quindi rispettivamente risultate pari a

$$F_{ACC} = 3369.69N$$
 $F_{D} = 384.69N$ $F_{W} = 132.02N$

Il coefficiente di aderenza longitudinale è quindi risultato pari a

$$\mu_{xf} = \frac{F}{N_f} = \frac{F_{ACC} - F_D - F_W}{(mg)} = 1.14$$

Per il calcolo dei coefficienti di aderenza longitudinale non sono state effettuate rilevanti ipotesi semplificative. Per quanto riguarda invece i limiti di aderenza laterali, la stima si è basata sull'ipotesi di condizione di moto stazionario in curva (Figura 4-13), che è di fatto assai improbabile nella realtà.



Figura 4-13 : Equilibrio stazionario in curva

In tale condizione infatti, trascurando la sezione toroidale dei pneumatici (approssimati a profilo lenticolare) ed i contributi giroscopici, il coefficiente di aderenza medio dei pneumatici risulta semplicemente pari a

$$\mu_y = \frac{F_y}{N} = \frac{(ma_y)}{(mg)} = \frac{a_y}{g}$$

Per determinarlo, non essendo stati identificabili tratti riconducibili anche approssimativamente a condizione di moto stazionario in curva, sono stati semplicemente

considerati, relativamente al circuito di Misano(2006), i punti in cui si verificano le accelerazioni laterali massime:



Figura 4-14 : Identificazione punto con accelerazioni laterali massime

Assumendo come accelerazione massima di riferimento il valore medio delle suddette, il coefficiente di aderenza laterale è risultato pari a

$$\mu_y = \frac{a_y}{g} = 1.4$$

Tale valore calcolato è rappresentativo dell'azione combinata dei due pneumatici. In realtà ciascun pneumatico sviluppa una forza laterale determinata dal rispettivo carico normale e dal rispettivo coefficiente di aderenza laterale:

$$\mu_{y} = \frac{F_{yf} + F_{yr}}{N_{f} + N_{r}} = \frac{\mu_{yf}N_{f} + \mu_{yf}N_{f}}{N_{f} + N_{r}}$$

Inoltre è del tutto ragionevole che il pneumatico posteriore, in virtù del fatto che presenta ul valore più elevato in direzione longitudinale, abbia anche un valore più elevato in direzione laterale. Pertanto, in base ad un ipotetico criterio di similitudine delle ellissi di trazione dei due pneumatici, i coefficienti di aderenza laterali sono stati riscalati in proporzione ai rispettivi coefficienti longitudinali, ottenendo, rispettivamente per anteriore e posteriore, i valori riportati nella seguente figura:



Figura 4-15 : Ellissi di trazione stimate

La procedura complessiva esposta, ripetuta in seguito per altri circuiti ed i corrispondenti giri di riferimento, ha fornito risultati del tutto equivalenti.

4.3 Esecuzione simulazioni

Una volta elaborati i dati telemetrici secondo le procedure esposte innanzi, è stata eseguita una serie corrispondente di simulazioni con il codice di calcolo OptiMa-RM©, opportunamente impostato. A tal proposito è stata effettuata la definizione del modello matematico della motocicletta e dei tracciati presi in esame secondo le modalità richieste dal codice di calcolo.

4.3.1 Definizione modello motocicletta

La definizione del modello della motocicletta Ducati 999RS-2004 è stata effettuata attraverso una serie di operazioni, che hanno portato alla compilazione del corrispondente file "VEHICLE.lua".



Figura 4-16 : Modellazione Ducati 999RS-2004 : Misurazioni in laboratorio e documentazione tecnica

A tal proposito le informazioni necessarie sono state reperite essenzialmente da due fonti, ovverosia le misurazioni effettuate presso il laboratorio del DIM (Dipartimento Ingegneria Meccanica - Università di Padova), e la documentazione tecnica resasi disponibile (manuali d'officina, o direttamente fornita dal team *Speed Shadow*).

Per quanto riguarda la prima fonte, sono state effettuate le misurazioni inerziali della motocicletta (posizione del centro di massa e tensore d'inerzia) in differenti configurazioni ed assetti. Alle suddette rilevazioni *full vehicle*, sono seguite le misurazioni inerziali relative ai singoli componenti, ovvero ruote ed avantreno, nonché le misurazioni geometriche dei pneumatici. I dettagli di tali misurazioni sono riportati in [32].

Per quanto riguarda la seconda fonte, si è trattato di reperire la documentazione tecnica necessaria a definire completamente il modello matematico del veicolo.

Per il layout geometrico sono stati utilizzati i disegni quotati riportati nel manuale di officina [34], che hanno permesso di identificare le principali quote geometriche necessarie. Le caratteristiche di smorzamento e rigidezza delle sospensioni sono state fornite direttamente dal team *Speed Shadow*, come le caratteristiche cinematiche delle sospensioni e le caratteristiche della trasmissione (rapportatore al cambio). Infine le caratteristiche del motore sono state reperite presso officina specializzata che collabora con il team *Speed Shadow*. I dettagli di tali documentazione sono riportati in [32].

A tali proprietà misurate o comunque reperibili nella documentazione tecnica resasi disponibile, si aggiungono le stime effettuate in base dai dati telemetrici relativamente alle caratteristiche di resistenza aerodinamica ed all'aderenza dei pneumatici, dettagliatamente esposte in precedenza.

Come già specificato, il codice di calcolo OptiMa-RM© non prevede la possibilità di implementare le sospensioni del veicolo. In relazione quindi alla necessità di definire un assetto con cui effettuare le simulazioni (con cui cioè compilare il modello per il codice di calcolo OptiMa-RM©), le informazioni innanzi illustrate sono state raccolte nella compilazione del modello per il codice di calcolo FastBike [28], [29]. Mediante quest'ultimo sono stati calcolati gli assetti di riferimento *full-extendend trim* (i.e.: assetto a sospensioni completamente estese, Figura 4-17a) e *real static trim* (i.e.: assetto a sospensioni compresse in modo corrispondente al peso complessivo di veicolo+pilota, Figura 4-17b). Quale compromesso tra le possibili e svariate configurazioni in cui si possono trovare le sospensioni di una motocicletta da competizione nel corso di un giro in pista al limite delle sue potenzialità (in cui si passa da brusche frenate al limite del rovesciamento a rapide ripartenze al limite dell'impennamento), è stato adottato l'assetto *real static trim*. In base a tale assetto è stato compilato il modello per il codice di calcolo OptiMa-RM© e sono state eseguite tutte le successive simulazioni.

Sezione 2: MANOVRABILITA'



Figura 4-17 : Calcolo assetti di riferimento

4.3.2 Definizione modello circuiti

La definizione del modello dei circuiti è stata effettuata attraverso una serie di operazioni, che hanno portato alla compilazione del corrispondente file "CIRCUIT.lua".







Figura 4-18 : Immagini satellitari circuiti (Misano (2006), Mugello(2007), Monza(2007))

Inizialmente sono state reperite immagini satellitari ad adeguata risoluzione, ovvero nelle quali fossero identificabili le linee medie dei tracciati con adeguata precisione. Nella figura innanzi sono riportati alcuni esempi relativi a circuiti considerati successivamente, la cui linea media adottata per la modellazione geometrica risulta evidenziata.

Successivamente si è proceduto con la costruzione, mediante CAD, del modello geometrico del tracciato, seguendone la linea media innanzi rilevata attraverso il susseguirsi di tratti rettilinei ed archi di circonferenza tra loro tangenti all'estremità. Tale modello geometrico, unitamente alla acquisizione della larghezza media del circuito, ha permesso la compilazione del modello richiesto dal software.

I dettagli di tali ricostruzioni geometriche sono riportati in [33].



Figura 4-19 : Modello geometrico CAD dei circuiti (Misano(2007))

4.3.3 Impostazioni del codice

Le impostazioni del codice di calcolo sono state effettuate nei files delle condizioni al contorno "BC.lua"ed in quello delle funzioni penalità "ENVIRONMENT.lua".

Per quanto riguarda le condizioni al contorno della simulazione, nella fattispecie i valori iniziali delle variabili di stato del sistema meccanico, tutte le simulazioni sono state effettuate con velocità di avanzamento iniziale fissata (i.e.: pari a 30m/s), mentre tutte le altre variabili (i.e.: angolo di rollio, angolo di imbardata, velocità di rollio, ecc.), sono state inizializzate con valore nullo. L'unica eccezione è costituita dai carichi normali dei pneumatici, a cui è stato assegnato il corrispondente valore statico. Le condizioni finali quindi sono state lasciate tutte libere e quindi sono state calcolate dal software.

Tutte le simulazioni sono state inoltre effettuate sempre in tre giri consecutivi, di cui è stato successivamente considerato ed analizzato esclusivamente il secondo per ovvie ragioni di continuità.

Per quanto riguarda la gestione delle funzioni penalità, sono stati effettuati una serie di aggiustamenti per rendere i limiti di variabilità di alcune grandezze quanto possibile congruenti con quelli sperimentali. A tal proposito sono stati considerati i giri di riferimento di differenti tracciati, ed in relazione ai rispettivi dati telemetrici sono stati effettuati aggiustamenti ai parametri di alcune funzioni penalità, sostanzialmente relative ai valori massimi di grandezze quali la coppia di sterzo, l'angolo di rollio, la velocità di rollio, la velocità di sterzo.

4.4 Telemetrie e simulazioni: confronto

Il confronto tra telemetrie e simulazioni, ovvero tra grandezze corrispondenti misurate e calcolate, si rende necessario per verificare l'attendibilità del *Metodo della Manovra Ottima*, ovvero l'attendibilità del codice di calcolo sviluppato OptiMa-RM© anche in relazione al suo impiego progettuale.

Il confronto è stato effettuato prendendo in esame una serie grandezze fondamentali corrispondenti quali la velocità di avanzamento, l'angolo di rollio, le accelerazioni longitudinale e laterale. Ottenere una adeguata corrispondenza per tali grandezze significa che la definizione del modello della motocicletta è corretta e che la previsione effettuata dal codice di calcolo è soddisfacente.

Per rispondere al meglio a tale esigenza sono stati scelti, tra i circuiti italiani, quelli che presentano una configurazione tale per cui il pilota esegue le più svariate manovre, ovvero caratterizzati dalla presenza di: rettilinei lunghi (per confrontare le velocità massime), curve ampie e veloci (per definire l'angolo di rollio massimo ovvero l'aderenza laterale dei pneumatici), *chicane* (per verificare i cambi di direzione veloci), curve strette e lente (per

identificare i limiti di aderenza dei pneumatici in caso di frenate ed accelerazioni elevate). Dopo un'attenta analisi si è giunti alla scelta dei seguenti cinque circuiti:

Misano (2006)	Misano (2007)	Mugello (2007)	Adria (2007)	Monza (2007)		
NOME Santamonica	Santamonica	Mugello	Adria	Autodromo naz		
LOCALITA'	Suntamonica	inagenio	Turru	Tutouronio nuz.		
Misano Adr. (Rn)	Misano Adr. (Rn)	Scarperia (FI)	Adria (RO)	Monza		
LUNGHEZZA						
4060 m	4180 m	5245 m	2702 m	5793 m		
LARGHEZZA MED	IA					
14 m	14 m	14 m	12 m	12 m		
LUNGHEZZA RET	ΓILINEO					
510 m	565 m	1141 m	500 M	1194 m		
VERSO DI PERCORRENZA						
antiorario	orario	orario	antiorario	orario		
CURVE A DESTRA						
4	9	9	3	5		
CURVE A SINISTRA						
4	5	6	3	3		

Tabella 4-2 : Circuiti di confronto

La figura a seguire evidenzia le modifiche apportate al tracciato di Misano. In nero è rappresentato il circuito con la sua forma attuale (2007), in grigio i tratti eliminati o modificati. Si noti l'inversione del senso di marcia, mentre rimane pressoché invariata la posizione del traguardo:



Figura 4-20 : Misano(2006) e Misano(2007)

4.4.1 Misano (2006)

Si presenta in Figura 4-21 l'*overview* della simulazione relativa al circuito di Misano(2006). Risultano evidenziati il *Timelap*, la traiettoria ottimale ed i valori massimi e minimi di angolo di rollio (e velocità di rollio), velocità di avanzamento, accelerazione longitudinale. Il circuito in esame si sviluppa su una lunghezza di 4060 m, per una carreggiata di 12 m. Il rettilineo principale misura circa 500 m e il punto più veloce risulta collocato sul rettifilo che conduce alla curva del Tramonto.





La Tabella 4-3 riporta il confronto dei suddetti parametri calcolati con i corrispondenti telemetrici del giro di riferimento definito per Misano(2006). Si nota la sostanziale

coincidenza dei *Timelap* (5 millesimi di secondo li separano), e la soddisfacente corrispondenza di minimi e massimi degli altri parametri.

Per quanto riguarda la massima velocità di avanzamento, risulta convalidata la stima effettuata della resistenza aerodinamica; per quanto riguarda i valori limite dell'angolo di rollio e dell'accelerazione longitudinale, risulta invece convalidata la stima dell'aderenza dei pneumatici.

Parametro	Telemetria		Simulazione	
	Min	Max	Min	Max
Angolo di rollio [°]	-55.65	55.99	-56.25	56.22
Velocità [Km/h]	71.78	276.30	53.17	276.62
Acc. long. [m/s ²]	-12.98	11.67	-11.51	10.28
Timelap [s]	98.030		98.025	

Tabella 4-3 : Confronto valori massimi e minimi

La figura successiva estende il confronto, mediante sovrapposizione lungo l'ascissa curvilinea media del circuito, all'intero giro. E' evidente la sostanziale corrispondenza tra i risultati calcolati dal codice ed i corrispondenti segnali misurati, non solo in termini di range di variazione, ma anche di andamenti e variazioni.



Figura 4-22 : Confronto angolo di rollio, velocità di avanzamento, accelerazione longitudinale

4.4.2 Misano (2007)

Si presenta in Figura 4-23 l'*overview* della simulazione relativa al circuito di Misano(2007). Risultano evidenziati il *Timelap*, la traiettoria ottimale ed i valori massimi e minimi di angolo di rollio (e velocità di rollio), velocità di avanzamento, accelerazione longitudinale. Avendo già provato l'attendibilità dei risultati ottenuti mediante l'applicazione del *Metodo della Manovra Ottima* al tracciato di Misano antecedente il 2007, l'analisi è stata estesa alla nuova configurazione del circuito affinché la simulazione potesse essere verificata su un percorso simile.



Simulation trajectory

Figura 4-23 : Overview simulazione

La Tabella 4-4 riporta il confronto dei suddetti parametri calcolati con i corrispondenti telemetrici del giro di riferimento definito per Misano(2007). Si nota la sostanziale concordanza dei *Timelap* (3,5 centesimi di secondo li separano), e la soddisfacente corrispondenza di minimi e massimi degli altri parametri, eccetto la velocità di avanzamento che evidenzia una leggera incongruenza. Il range di velocità definito dalla simulazione risulta infatti più ristretto rispetto al corrispondente telemetrico: comunque dal momento che nella simulazione precedente era stata riscontrata un'ottima corrispondenza in

tal senso, è da ritenere che questa diversità non sia da implicare ad un valore del coefficiente di resistenza aerodinamica non corretto.

Per quanto riguarda i valori limite dell'angolo di rollio e dell'accelerazione longitudinale, risulta invece ancora pienamente convalidata la stima dell'aderenza dei pneumatici.

Parametro	Telemetria		Simulazione	
	Min	Max	Min	Max
Angolo di rollio [°]	-56,19	57,05	-55,98	55,92
Velocità [Km/h]	57,31	248,79	31,03	265,32
Acc. long. [m/s ²]	-11,41	9,67	-11,34	10,21
Timelap [s]	101.640		101.605	

Tabella 4-4 : Confronto valori massimi e minimi

La figura successiva estende il confronto, mediante sovrapposizione lungo l'ascissa curvilinea media del circuito, all'intero giro. E' evidente la sostanziale corrispondenza tra i risultati calcolati dal codice ed i corrispondenti segnali misurati, anche di andamenti e variazioni.



Figura 4-24 : Confronto angolo di rollio, velocità di avanzamento, accelerazione longitudinale

4.4.3 Mugello (2007)

Si presenta in Figura 4-25 l'*overview* della simulazione relativa al circuito di Mugello(2007). Risultano evidenziati il *Timelap*, la traiettoria ottimale ed i valori massimi e minimi di angolo di rollio (e velocità di rollio), velocità di avanzamento, accelerazione longitudinale.

Tra i circuiti presi in considerazione è quello che presenta il più lungo rettilineo e per di più preceduto da una curva veloce, permettendo così di raggiungere elevate velocità di punta.

Il tracciato può essere suddiviso in due parti. Una molto veloce contenente il rettilineo iniziale molto lungo preceduto da una curva ampia che consente di mantenere elevate velocità di avanzamento. L'altra è invece formata da brevi tratti rettilinei compresi tra curve secche con rapidi cambi di direzione. Tale circuito consente quindi una grande varietà di manovre, e risulta un'efficacie fonte di verifica del codice di calcolo.



Figura 4-25 : Overview simulazione

La Tabella 4-5 riporta il confronto dei suddetti parametri calcolati con i corrispondenti telemetrici del giro di riferimento definito per Mugello (2007). Si nota la sostanziale concordanza dei *Timelap* (8 centesimi di secondo li separano), e la soddisfacente corrispondenza di minimi e massimi degli altri parametri. Una leggera incongruenza si

Simulation trajectory

osserva negli angoli di rollio, i cui valori telemetrici risultano addirittura superiori. Per quanto riguarda la massima velocità di avanzamento, risulta convalidata la stima effettuata della resistenza aerodinamica.

Parametro	Telemetria		Simulazione	
	Min	Max	Min	Max
Angolo di rollio [°]	-59,04	59,09	-56,01	55,96
Velocità [Km/h]	73,19	296,32	62,21	302,65
Acc. long. [m/s ²]	-13,1	8,98	-11,88	9,86
Timelap [s]	116.250		116	.169

Tabella 4-5 : Confronto valori massimi e minimi

La figura successiva estende il confronto, mediante sovrapposizione lungo l'ascissa curvilinea media del circuito, all'intero giro. I profili dei segnali presentano sovrapposizione ottimale; la velocità identifica i valori massimi e minimi in corrispondenza della stessa ascissa curvilinea; anche il profilo dell'accelerazione longitudinale, generalmente quello che presenta le discrepanze maggiori, riproduce molto fedelmente l'andamento sperimentale.



Figura 4-26 : Angolo di rollio, velocità frontale, accelerazione longitudinale

4.4.4 Adria (2007)

Si presenta in Figura 4-27 l'*overview* della simulazione relativa al circuito di Adria(2007). Risultano evidenziati il *Timelap*, la traiettoria ottimale ed i valori massimi e minimi di angolo di rollio (e velocità di rollio), velocità di avanzamento, accelerazione longitudinale. Pur essendo di lunghezza medio corta, il circuito di Adria presenta interessanti caratteristiche, presentando curve strette ed ampie; inoltre nonostante la lunghezza del rettilineo più lungo sia limitata, il tracciato permette di raggiungere velocità di punta considerevoli (242 Km/h).



Simulation trajectory

Figura 4-27 : Overview simulazione

La Tabella 4-6 riporta il confronto dei suddetti parametri calcolati con i corrispondenti telemetrici del giro di riferimento definito per Adria (2007). Si nota la sostanziale

concordanza dei *Timelap* (14 centesimi di secondo li separano), e la soddisfacente corrispondenza di minimi e massimi degli altri parametri.

In particolare la corrispondenza osservata tra le velocità di punta raggiunte permette di convalidare ulteriormente la stima effettuata della resistenza aerodinamica. Una leggera incongruenza emerge tra i valori limite dell'angolo di rollio, per i quali risulta uno scarto di oltre 5° .

Parametro	Telemetria		Simulazione	
	Min	Max	Min	Max
Angolo di rollio [°]	-50,26	49,65	-54,90	55,16
Velocità [Km/h]	43,88	232,42	17,78	242,24
Acc. long. [m/s ²]	-13,15	10,14	-11,13	10,77
Timelap [s]	82.840		82.986	

Tabella 4-6 : Confronto valori massimi e minimi

La figura successiva estende il confronto, mediante sovrapposizione lungo l'ascissa curvilinea media del circuito, all'intero giro. E' evidente la sostanziale corrispondenza tra i risultati calcolati dal codice ed i corrispondenti segnali misurati, non solo in termini di range di variazione, ma anche di andamenti e variazioni. Come osservato sinora, si osserva un'ottima sovrapposizione tra i profili di velocità e di angolo di rollio; l'accelerazione longitudinale presenta invece qualche oscillazione in più nel caso sperimentale.



Figura 4-28 : Confronto angolo di rollio, velocità di avanzamento, accelerazione longitudinale

4.4.5 Monza (2007)

Si presenta in Figura 4-29 l'*overview* della simulazione relativa al circuito di Monza(2007). Risultano evidenziati il *Timelap*, la traiettoria ottimale ed i valori massimi e minimi di angolo di rollio (e velocità di rollio), velocità di avanzamento, accelerazione longitudinale. Il circuito di Monza presenta, tra tutti i circuiti analizzati, il tratto rettilineo più lungo (1194m), oltre a curve ampie e molto veloci. E' quello che più di tutti i precedenti considerati permette di mantenere velocità elevate.



Figura 4-29 : Overview simulazione

Essendo il tracciato piuttosto lungo si riportano alcuni zoom relativamente ai tratti più significativi.

A tal proposito segue in Figura 4-30 la curva stretta più rappresentativa, ovvero la prima variante, in cui viene raggiunta la velocità minima; segue quindi in Figura 4-31 la variante della Roggia, in cui si riscontra il valore massimo della velocità di rollio, indicativo del rapido cambio di direzione imposto dalle *chicane*. La curva parabolica di Figura 4-32 risalta infine come anche il pilota virtuale imposti una traiettoria che gli permetta di percorrere la curva alla massima velocità, mantenendo la moto verticale il più a lungo possibile per sfruttare al massimo il tratto rettilineo e chiudere la curva solo nella fase centrale di percorrenza.







Figura 4-31 : Variante della Roggia



Figura 4-32 : Curva parabolica

La Tabella 4-7 riporta il confronto dei suddetti parametri calcolati con i corrispondenti telemetrici del giro di riferimento definito per Monza(2007). Si nota la sostanziale concordanza dei *Timelap* (4 centesimi di secondo li separano), e la soddisfacente corrispondenza di minimi e massimi degli altri parametri. L'unica divergenza evidente è tra i valori minimi delle velocità di avanzamento. Per quanto riguarda la massima velocità di avanzamento, risulta convalidata la stima effettuata della resistenza aerodinamica; per quanto riguarda i valori limite dell'angolo di rollio e dell'accelerazione longitudinale, risulta invece convalidata la stima dell'aderenza dei pneumatici.

Parametro	Telemetria		Simulazione	
	Min	Max	Min	Max
Angolo di rollio [°]	-53,55	56,89	-56,30	56,10
Velocità [Km/h]	46,01	312,01	23,83	306,90
Acc. long. [m/s ²]	-13,38	10,72	-12,03	10,63
Timelap [s]	109.440		109.401	

Tabella 4-7 : Confronto valori massimi e minimi

La figura successiva estende il confronto, mediante sovrapposizione lungo l'ascissa curvilinea media del circuito, all'intero giro. E' evidente la sostanziale corrispondenza tra i risultati calcolati dal codice ed i corrispondenti segnali misurati, non solo in termini di range di variazione, ma anche di andamenti e variazioni. I profili di velocità sono infatti perfettamente sovrapposti, tranne un leggero anticipo nella frenata sia in prossimità

dell'ingresso nella prima variante che in corrispondenza della curva del Vialone per quanto riguarda i dati telemetrici. Anche l'accelerazione longitudinale rivela un andamento oltremodo regolare.



Figura 4-33 : Confronto angolo di rollio, velocità di avanzamento, accelerazione longitudinale

4.4.6 Confronto: incongruenze

Le principali discordanze evidenziate nel corso delle precedenti analisi nei differenti circuiti sono essenzialmente imputabili a due aspetti, che di seguito vengono esaminati: in primo luogo il modello di aderenza dei pneumatici adottato; in secondo la modalità di selezione dei rapporti di trasmissione.

Per quanto riguarda il primo aspetto, si consideri la figura Figura 4-34, che evidenzia le longitudinali effettivamente realizzate accelerazioni (rispettivamente frenate 0 accelerazioni) in concomitanza di angoli di rollio elevati, ovvero come riferimento superiori a 50°. Si noti come tali accelerazioni risultino comprese sostanzialmente entro il relativamente ristretto range ± 5 m/s², evidentemente indicativo del fatto che quando la motocicletta è piegata, sia in fase di ingresso che di uscita dalle curve, l'impiego dei pneumatici in termini di forze longitudinali deve essere corrispondentemente ridotto a favore di quelle laterali. Analogamente la Figura 4-35 considera i risultati della corrispondente simulazione. E' immediato notare come vi sia una maggiore presenza di tratti evidenziati nell'accelerazione longitudinale al di fuori della banda ± 5 m/s², innanzi
evidenziata come limite di riferimento per angoli di rollio superiori a 50°, specialmente in fase di frenata (accelerazioni negative).



Figura 4-34 : Telemetria: accelerazioni e frenate con rollio > 50° (Misano(2006))



Figura 4-35 : Simulazione: accelerazioni e frenate con rollio > 50° (Misano(2006))

La spiegazione sta nel modello di aderenza dei pneumatici adottato nel codice di calcolo, che di fatto combina i valori introdotti (stimati) di aderenza longitudinale e laterale secondo una "ellisse di aderenza". A tal proposito la figura successiva illustra il confronto, mediante sovrapposizione, dei diagrammi delle accelerazioni longitudinale-laterale (i.e. normalizzate rispetto a quella di gravità) relativi alla telemetria ad alla simulazione innanzi esaminate. Tali diagrammi costituiscono una ragionevole stima dell'aderenza dei pneumatici.



Figura 4-36 : Confronto ellissi di aderenza (Misano(2006))

Innanzitutto si può ipotizzare che i coefficienti di aderenza stimati si avvicinino notevolmente a quelli reali, in quanto la zona coperta dai dati analitici pressoché corrisponde a quella definita dai dati telemetrici.In entrambi i casi si osserva inoltre la presenza di una zona vuota in prossimità di elevata accelerazione longitudinale (e laterale prossima a zero), il che indica l'assenza di fasi in cui la moto è verticale ed in piena accelerazione. Al contrario la telemetria evidenzia fasi in cui la forza frenante applicata è molto più elevata della simulazione, ed in assetto quasi verticale.

La simulazione presenta un andamento complessivamente più regolare ed ampio, che sfrutta meglio le zone limite pur mantenendo valori massimi di aderenza longitudinalelaterale simili se non addirittura inferiori: si concentra in particolar modo nelle vicinanze dei limiti "misti", ovvero caratterizzati da valori elevati sia di accelerazione longitudinale che laterale. Nel caso telemetrico invece si osserva una maggior concentrazione nella zona centrale dell'ellisse: il pilota tende a guidare in condizioni di maggior sicurezza, mantenendo la moto più dritta in fase di accelerazione o decelerazione, ed evitando specie in frenata la concomitanza di elevate accelerazioni laterali e longitudinali.

Ciò risulta nel fatto che il caso simulato assume una forma ellittica, mentre il caso telemetrico assume una forma più romboidale specie nei quadranti delle accelerazioni negative, ovverosia a cardioide, caratterizzata appunto da elevate decelerazioni in corrispondenza di accelerazione laterale tendente a zero.

Il pilota cioè sfrutta al massimo il freno solo quando la moto è quasi verticale o comunque in presenza di ridotte accelerazioni laterali: ciò si riflette in una guida più "spigolosa", che sfrutta cioè il rettilineo che precede la curva mantenendo il più possibile prolungata la fase di percorrenza ad alta velocità, effettuando quindi una staccata con decelerazione superiore ed in ritardo rispetto a quella della simulazione, ed una percorrenza di curva a velocità inferiore. Al contrario la simulazione riesce ad utilizzare meglio le coperture in fase di frenata ed ingresso curva, impostando una traiettoria più ampia e frenando meno e con maggiore anticipo e progressività, permettendo in tal modo di sfruttare con maggiore efficacia la curva ovvero di mantenerne più prolungata la fase di percorrenza ad alta velocità.

Per quanto riguarda la modalità di selezione dei rapporti di trasmissione, si considerino le figure successive, che riportano in scala cromatica i differenti rapporti di trasmissione adottati dal pilota e dalla simulazione. E' evidente come la simulazione adotti mediamente rapporti di trasmissione più corti rispetto al pilota reale: viene utilizzata di frequente addirittura la prima marcia, cosa che nella realtà accade una sola volta.

Per assegnate velocità di avanzamento e coppia propulsiva infatti, il Metodo della Manovra Ottima seleziona comunque la marcia che massimizza la spinta.



Simulazione

Telemetria

Figura 4-37 : Modalità di selezione dei rapporti trasmissione (Misano(2006))

A tal proposito si consideri la Figura 4-38, che illustra la massima spinta propulsiva disponibile alla ruota posteriore, al variare della velocità di avanzamento e per i diversi rapporti al cambio della Ducati 999RS Factory 2004. La linea grigia spessa costituisce l'inviluppo delle curve suddette e rappresenta la spinta disponibile alla ruota posteriore in condizioni di piena alimentazione del motore.

Come esemplificato, per le assegnate velocità di avanzamento e coppia propulsiva il codice seleziona la marcia che massimizza la spinta, ovvero che consente di fornire la spinta propulsiva richiesta con la minima erogazione di gas, i.e. adotta il 1° rapporto di trasmissione con erogazione del gas adeguatamente parzializzata. Il pilota invece, nelle stesse condizioni di velocità di avanzamento e coppia propulsiva, tende in linea generale a selezionare una marcia più lunga ed a garantire la coppia richiesta con una maggiore erogazione del gas, i.e. adotta per es. il 3° rapporto di trasmissione con piena erogazione del gas (oppure il 2°, ma con un grado di parzializzazione comunque inferiore rispetto al codice che adotta il 1°). Ciò significa privilegiare la guidabilità: una marcia più elevata permette infatti di risentire meno del freno motore in fase di ingresso in curva e di avere una maggiore facilità di guida anche nella successiva fase di accelerazione.

Essendo comunque tali condizioni di guida equivalenti dal punto di vista dinamico, essendo la velocità di avanzamento e la coppia propulsiva le stesse, tale aspetto relativo alla selezione dei rapporti di trasmissione è in prima analisi ritenuto ininfluente nella verifica dell'affidabilità del software.



Figura 4-38 : Modalità di selezione dei rapporti trasmissione: simulazione e telemetria

5 II Metodo della Manovra Ottima: applicazione progettuale

Dopo aver verificato l'efficacia e l'attendibilità del *Metodo della Manovra Ottima*, si procede con la sua effettiva applicazione in termini progettuali.

L'applicazione del *Metodo della Manovra Ottima* ai problemi ingegneristici delle competizioni soprattutto potrebbe produrre notevoli miglioramenti nelle prestazioni dei veicoli. La competizione tra i diversi teams è sempre più esasperata, e l'innovazione tecnologica assieme all'esperienza degli ingegneri e dei meccanici è un fattore dominante. E' risaputo che i risultati di un veicolo da competizione sono combinazione delle capacità del pilota e delle prestazioni del veicolo. Comunque, in realtà, è molto difficile stimare i differenti contributi in quanto sono profondamente collegati e si influenzano l'un l'altro. Il *Metodo della Manovra Ottima* dà la possibilità di stimare le prestazioni di un veicolo semplicemente guidandolo nella migliore maniera possibile in relazione ad un certo criterio. Il tempo di percorrenza minimo è effettivamente il criterio più adatto nelle competizioni, e il tempo su giro può essere usato come indice per stabilire le prestazioni intrinseche del veicolo. In base all'indice di prestazione, che è sempre minimo per definizione, è possibile confrontare motociclette con differenti parametri geometrici, inerziali ecc.

5.1 Introduzione

Il *Metodo della Manovra Ottima* è in grado di riprodurre manovre realistiche ed attinenti alle rilevazioni telemetriche. Di conseguenza l'applicazione per investigare l'influenza dei parametri di progetto nelle prestazioni dei veicoli da competizione è pienamente giustificata. A tal proposito la motocicletta Ducati 999RS Factory 2004 del precedente capitolo viene ripresa e considerata come veicolo di riferimento, in relazione al fatto che il suo modello numerico risulta ben collaudato e verificato.

L'applicazione progettuale del *Metodo della Manovra Ottima* consiste innanzitutto in una serie di studi parametrici, per investigare come le prestazioni della motocicletta varino al variare di una serie di parametri di progetto particolarmente significativi. A tal proposito sono esaminati e considerati i seguenti differenti aspetti:

- proprietà inerziali, ovverosia la posizione del centro di gravità e le caratteristiche del tensore d'inerzia nel piano di simmetria del veicolo;
- layout geometrico, in relazione alla geometria dell'avantreno, per quanto concerne l'angolo del canotto di sterzo e l'avancorsa normale;
- *powertrain*, per quanto concerne i rapporti di trasmissione al cambio.

Per rendere la trattazione più generale ed investigare anche sull'influenza delle caratteristiche del tracciato, i suddetti aspetti vengono esaminati con riferimento a due circuiti italiani considerati nel precedente capitolo, ovvero Mugello(2007) ed Adria(2007). Il primo è caratterizzato da rettilinei molto lunghi e curve molto ampie; il secondo è invece caratterizzato da rettilinei alquanto corti e curve secche. La figura successiva riporta i rispettivi giri di riferimento.



Figura 5-1 : Overview dei giri di riferimento

Le suddette indagini parametriche confluiscono infine in una sintesi progettuale, che si propone in sostanza di considerare i parametri che sono risultati essere i più significativi, e di identificare una soluzione ottimale entro limiti realistici di applicabilità e fattibilità.

5.2 Indagine parametrica: proprietà inerziali

Viene condotto uno studio parametrico riguardante le proprietà inerziali del veicolo, per quanto riguarda la posizione del centro di massa (CoM) e la forma e l'orientamento del tensore d'inerzia (I). I parametri considerati nell'analisi sono illustrati nella figura a seguire:

- b = 0.710 m = distanza longitudinale del CoM dall'asse ruota posteriore;
- h = 0.640m = altezza verticale del *CoM* rispetto al piano stradale;
- e = 1.415 = eccentricità del tensore d'inerzia;
- $\alpha = 3.485^{\circ} =$ inclinazione del tensore d'inerzia;

essendo

$$e = \frac{1}{\sqrt{I_2}} = \sqrt{\frac{I_1}{I_2}} \qquad \qquad \alpha = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{2J_{xzG}}{J_{xG} - J_{zG}}\right)$$

dove I_1 e I_2 sono le inerzie principali nel piano di simmetria del veicolo, ed I_{xG} , I_{zG} , I_{IxzG} sono le inerzie baricentriche secondo il riferimento indicato.



Figura 5-2: Parametri inerziali

Si presenta inoltre, esclusivamente per una maggiore comprensione delle potenzialità del codice, una sua possibile applicazione come strumento di supporto nell'abbinamento delle proprietà inerziali alla potenza propulsiva disponibile del motore, nella fattispecie a partire da una serie di predefinite configurazioni propulsive disponibili.

5.2.1 Indagine parametrica Centro di Massa

In genere la motociclette hanno un elevato rapporto tra l'altezza del centro di massa ed il passo, che è responsabile di un notevole trasferimento di carico tra ruota anteriore e posteriore durante le accelerazioni e le frenate. Una elevata posizione del centro di massa aumenta il trasferimento di carico, il che è svantaggioso in quanto rende l'impennamento ed il ribaltamento in avanti più frequenti. Si potrebbe pensare che una più elevata posizione del CoM determini prestazioni peggiori, ma non è così vero. Infatti un CoM alto determina minori angolo di piega in curva e facilita quindi le manovre in curva. Soprattutto un elevato trasferimento di carico ha effetti positivi sia in frenata sia in accelerazione. Questo avviene perché in queste situazioni la presenza di elevate forze laterali riduce fortemente la possibilità di applicare forze laterali. così un elevato trasferimento di carico determina maggiore aderenza sulla ruota soggetta a forza longitudinale (anteriore in frenata e posteriore in accelerazione). Il CoM posizionato più verso il posteriore aumenta il carico statico sulla ruota posteriore garantendo più trazione specialmente in uscita dalle curve, ma l'impennamento peggiora, mentre la frenata migliora per il motivo opposto; il CoM posizionato in avanti viceversa riduce l'impennamento in accelerazione, ma anche la trazione alla ruota posteriore: così l'accelerazione del veicolo è migliorata nel dritto, ma peggiora in uscita dalle curve. Ne risulta che la posizione ottimale del CoM è un compromesso tra questi aspetti.

L'influenza della posizione del *CoM* sul tempo su giro è illustrata nella figura successiva. Per entrambi i circuiti viene riportato il diagramma con le curve isolivello del guadagno nel tempo su giro rispetto alla configurazione di riferimento, al variare di *b* ed *h*. La configurazione di riferimento corrisponde al punto nero al centro. La regione che rappresenta le migliori prestazioni (*gain* > 0) è essenzialmente caratterizzata da una combinazione di spostamento del *CoM* all'indietro ed in alto. La forma delle isolivello suggerisce anche che, per quanto riguarda il Mugello, la direzione di massimo guadagno (indicata dalla freccia) è definita da circa uguali componenti indietro - in alto; per Adria, invece, la componente indietro prevale.

Sezione 2: MANOVRABILITA'



Figura 5-3: Guadagno nel *Timelap* al variare della posizione del *CoM* (gain>0; loss<0)

La figura successiva illustra ulteriormente il guadagno in velocità di percorrenza della migliore configurazione individuabile nei precedenti diagrammi (punto rosso) rispetto a quella di riferimento. E' evidente come i guadagni in velocità di percorrenza (*gain*>0) sono costituiti principalmente dalle fasi di uscita dalle curve, tanto al Mugello che ad Adria.



Figura 5-4: Guadagno in velocità della migliore configurazione (gain>0; loss<0)

I suddetti guadagni in velocità sono essenzialmente determinati dalla disponibilità di una maggiore spinta alla ruota posteriore. A tal proposito nella figura successiva viene esaminata l'uscita di curva con il valore massimo del guadagno di velocità. E' evidente come, sia per il Mugello che per Adria, vi sia un netto incremento di spinta alla ruota posteriore rispetto alla configurazione di riferimento.

Tale incremento è diretta conseguenza del maggiore carico statico sulla ruota posteriore, che ne aumenta l'aderenza durante la fase in cui la motocicletta è soggetta simultaneamente ad accelerazione longitudinale, essendo in uscita dalla curva, e laterale, essendo comunque ancora in curva. Il maggiore carico statico alla ruota posteriore è conseguenza dello spostamento all'indietro del *CoM*.



Figura 5-5: Guadagno in spinta della migliore configurazione (migliore=rosso; riferimento=nero)

5.2.2 Indagine parametrica Tensore d'Inerzia

L'influenza della forma ed inclinazione del tensore d'inerzia *I* sul tempo su giro è illustrata nella figura successiva. Per entrambi i circuiti viene riportato il diagramma con le curve isolivello del guadagno nel tempo su giro rispetto alla configurazione di riferimento, al variare di e ed α . La configurazione di riferimento corrisponde al punto nero al centro. La regione che rappresenta le migliori prestazioni (*gain* > 0) è essenzialmente caratterizzata da una riduzione dell'eccentricità, ovvero da un'ellisse più arrotondata. Ciò corrisponde effettivamente ad una ripartizione più omogenea della massa nel piano di simmetria della motocicletta, ovvero all'assenza di direzioni preferenziali in cui concentrarla. La distribuzione delle isolivello suggerisce anche che, per quanto riguarda il Mugello, la direzione di massimo guadagno (indicata dalla freccia) richiede di ridurre l'inclinazione dell'ellisse; per Adria, invece, richiede di aumentarla. La posizione del *CoM* gioca in ogni

Sezione 2: MANOVRABILITA'

caso un ruolo primario rispetto all'eccentricità ed all'inclinazione del tensore d'inerzia: guadagni e perdite risultano infatti sensibilmente più modesti rispetto all'analisi precedente.



Figura 5-6: Guadagno nel *Timelap* al variare del tensore d'inerzia (gain>0; loss<0)

La figura successiva illustra ulteriormente il guadagno in velocità di percorrenza della migliore configurazione individuabile nei precedenti diagrammi (punto rosso) rispetto a quella di riferimento. E' evidente come i guadagni in velocità di percorrenza (*gain>0*) sono concentrati principalmente nelle curve veloci, tanto al Mugello che ad Adria.



Figura 5-7: Guadagno in velocità della migliore configurazione (gain>0; loss<0)

5.2.3 Potenza alla ruota e proprietà inerziali

Come anticipato in precedenza, esclusivamente per una maggiore comprensione delle potenzialità applicative del codice, si considera la sua applicazione nella definizione delle proprietà inerziali al variare della potenza propulsiva disponibile del motore.

La potenza erogata dal motore costituisce infatti uno dei principali parametri di progetto per una veicolo, in relazione al fatto che influenza pesantemente tutti gli altri aspetti legati al suo sviluppo. Per una motocicletta da competizione inoltre, in cui di fatto l'intero veicolo viene disegnato e assemblato intorno al motore quale imprescindibile organo di riferimento,

la correlazione esistente tra la potenza disponibile e la ripartizione e distribuzione delle masse diventa ancora più cruciale in relazione all'ottenimento di buone prestazioni. In condizioni di guida esasperate ed al limite delle potenzialità del veicolo tipiche delle competizioni infatti, tali aspetti giocano un ruolo estremamente importante per non dire determinante.

A tal proposito si considerano quattro motorizzazioni caratterizzate da potenze di picco differenziate per un incremento di 60CV ciascuna rispetto alla precedente (i.e.: il regime di giri non varia da una all'altra e rimane quello di riferimento, mentre la curva di coppia viene moltiplicata per uno specifico fattore per ottenere la potenza massima desiderata):

Potenza [CV]	LAPTIME [s]	Vel. max [Km/h]	Vel. min [Km/h]	Accelerazione max [m/s ²]	Accelerazione min [m/s ²]	Rollio max [°]
120	49.895	232.72	64.63	7.92	-11.64	57.29
180	48.553	262.68	64.66	9.89	-12.33	57.29
240	48.101	282.511	64.64	9.95	-12.71	57.29
300	47.958	293.04	64.64	9.96	-12.87	57.29

Tabella 5-1 : Potenze propulsive esaminate

In relazione alla necessità di contenere entro limiti ragionevoli i tempi dedicati all'elaborazione delle simulazioni, lo studio parametrico delle proprietà inerziali al variare della potenza disponibile è stato condotto in una versione adeguatamente ridimensionata del Mugello:



Figura 5-8 : Mugello(2007): versione ridotta

Di seguito si presentano gli *overview* delle quattro configurazioni proposte, i cui parametri principali sono riassunti nella precedente tabella:

Sezione 2: MANOVRABILITA'



Figura 5-9 : Overview giri di riferimento

5.2.4 Potenza alla ruota e Centro di Massa

L'influenza della posizione del CoM sul tempo su giro è illustrata nella figura successiva. Per ciascuna delle quattro configurazioni considerate viene riportato il diagramma con le curve isolivello del guadagno nel tempo su giro rispetto alla corrispondente configurazione di riferimento, al variare di *b* ed *h*. La configurazione di riferimento corrisponde al punto nero al centro.

Le regione che rappresentano le migliori prestazioni (gain > 0) a seconda della potenza massima disponibile sono sostanzialmente caratterizzate da spostamento all'indietro del *CoM*, ma si differenziano in misura sostanziale per quanto riguarda la direzione verticale.



Figura 5-10 : Guadagno nel *Timelap* al variare della posizione del *CoM* (gain>0; loss<0)

Per quanto concerne il caso 120CV, la direzione di massimo guadagno è infatti identificata da spostamento per quanto possibile indietro del *CoM*: la componente verticale è verso l'alto e nettamente inferiore alla orizzontale; i massimi guadagni in velocità di avanzamento si esplicano essenzialmente in uscita dalle curve.

Per quanto concerne il caso 180CV, la direzione di massimo guadagno è ancora identificata da spostamento per quanto possibile indietro del *CoM*: la componente verticale è verso il basso e nettamente inferiore alla orizzontale; i massimi guadagni in velocità di avanzamento si esplicano essenzialmente in uscita dalle curve, ma anche, in misura minore, in ingresso dopo il lungo rettilineo veloce.



Figura 5-11 : Guadagno in velocità della migliore configurazione (gain>0; loss<0)

Per quanto concerne il caso 240CV, la direzione di massimo guadagno è ancora identificata da spostamento per quanto possibile indietro del *CoM*: la componente verticale è verso il basso e del tutto confrontabile alla orizzontale; i massimi guadagni in velocità di avanzamento si esplicano essenzialmente ingresso della curve dopo il lungo rettilineo veloce, ma anche, in misura minore, in uscita.

Per quanto concerne il caso 300CV, la direzione di massimo guadagno è invece identificata da una certa definita componente di spostamento indietro del *CoM*: la componente verticale è verso il basso e nettamente prevalente rispetto alla orizzontale; i massimi guadagni in velocità di avanzamento si esplicano essenzialmente lungo il rettilineo veloce, ma anche, in misura minore, nel successivo ingresso curva. L'abbassamento del *CoM* limita infatti la perdita di carico all'anteriore ad alta velocità, permettendo così di sfruttare tutta la potenza del motore nel rettilineo raggiungendo una elevata velocità di punta.

La forma delle curve isolivello suggerisce anche che la zona di guadagno tende a restringersi da 120CV a 300CV, e che le rispettive isolivello diventano meno fitte. Ciò significa innanzitutto che all'aumentare della potenza disponibile è più difficile impostare

la posizione ottimale del *CoM* (la zona si restringe), e che il guadagno è comunque sempre più limitato (isolivello meno fitte).

5.2.5 Potenza alla ruota e Tensore d'Inerzia

L'influenza della forma ed inclinazione del tensore d'inerzia *I* sul tempo su giro è illustrata nella figura successiva. Per ciascuna delle quattro configurazioni considerate viene riportato il diagramma con le curve isolivello del guadagno nel tempo su giro rispetto alla corrispondente configurazione di riferimento, al variare di *e* ed α .. La configurazione di riferimento corrisponde al punto nero al centro.

Li regioni che rappresentano le migliori prestazioni (gain > 0) sono sostanzialmente caratterizzate da una riduzione dell' l'eccentricità, ovvero da un'ellisse più arrotondata, e da una riduzione dell'inclinazione.





La posizione del *CoM* si conferma ancora primaria rispetto all'eccentricità ed all'inclinazione del tensore d'inerzia: guadagni e perdite risultano infatti sensibilmente più modesti rispetto all'analisi precedente, oltre che del tutto indifferenti alla potenza disponibile al motore. Passando infatti da 120CV a 300CV, le zone di gudagno restano

inalterate, ed i massimi guadagni in velocità di avanzamento si esplicano in corrispondenza delle stesse curve veloci.



Figura 5-13 : Guadagno in velocità della migliore configurazione (gain>0; loss<0)

5.3 Indagine parametrica: layout geometrico

Viene condotto uno studio parametrico riguardante le proprietà geometriche del veicolo, nella fattispecie riguardante l'avantreno. I parametri considerati nell'analisi sono illustrati nella figura a seguire:

- $\varepsilon = 23.97^\circ$ = angolo del canotto di sterzo
- $a_n = 0.091 = avancorsa normale$

essendo vincolati dalla la seguente relazione:

$$a_n = R_f \sin(\varepsilon) - d$$

dove

- $R_f = raggio di rotolamento della ruota anteriore,$
- d = offset.



Figura 5-14 : Parametri geometrici

Si presenta inoltre, esclusivamente per una maggiore comprensione delle 1potenzialità del codice, una sua possibile applicazione come strumento di supporto nella definizione dell'assetto ottimale di una motocicletta da competizione, nella fattispecie in relazione alle possibili regolazioni della lunghezza della forcella e del forcellone.

5.3.1 Indagine parametrica avantreno

L'influenza della geometria dell'avantreno sul tempo su giro è illustrata nella figura successiva. Per entrambi i circuiti viene riportato il diagramma con le curve isolivello del guadagno nel tempo su giro rispetto alla configurazione di riferimento, al variare di ε ed a_n . La configurazione di riferimento corrisponde al punto nero al centro. La regione che rappresenta le migliori prestazioni (*gain* > 0) è essenzialmente caratterizzata da un incremento dell'angolo del canotto di sterzo. La distribuzione delle isolivello suggerisce anche che, per quanto riguarda il Mugello, la direzione di massimo guadagno (indicata dalla freccia) richiede di ridurre l'avancorsa normale; per Adria, invece, richiede di aumentarla.



Figura 5-15 : Guadagno nel Timelap al variare della posizione del CoM (gain>0; loss<0)

La figura successiva illustra ulteriormente il guadagno in velocità di percorrenza della migliore configurazione individuabile nei precedenti diagrammi (punto rosso) rispetto a quella di riferimento. E' evidente come i guadagni in velocità di percorrenza (*gain>0*) sono costituiti principalmente dalle fasi di percorrenza delle curve per il Mugello, mentre per Adria, oltre ad essere meno marcati, tendono a distribuirsi in misura preponderante lungo i rettilinei.

Sezione 2: MANOVRABILITA'



Figura 5-16: Guadagno in velocità della migliore configurazione (gain>0; loss<0)

5.3.2 Setting e layout geometrico

Come anticipato in precedenza, esclusivamente per una maggiore comprensione delle potenzialità applicative del codice, si considera la sua applicazione come strumento di supporto nella definizione dell'assetto ottimale di una motocicletta da competizione.

La preparazione e la messa a punto dei veicoli da competizione risultano essere di fondamentale importanza per ottenere buone prestazioni in gara, a prescindere dalle caratteristiche del veicolo e della tipologia di competizione. Tutt'oggi tali operazioni sono principalmente basate sull'esperienza dei tecnici e sulla sensibilità dei piloti collaudatori: Oltre che delicate e difficili possono risultare particolarmente dispendiose sia in termini economici che di tempo, ed in alcuni casi non garantire risultati apprezzabili neppure nel corso di un'intera stagione. Per quanto riguarda la categoria SBK, che vede protagoniste motociclette derivate dalla serie equipaggiate ed elaborate entro i limiti che il regolamento impone (sospensioni, forcella, forcellone, freni ecc., possono essere modificati o sostituiti con componenti più performanti), la preparazione e la messa a punto possono essere ancora più cruciali. Alla luce di tali considerazioni il *Metodo della Manovra Ottima* si pone come efficacie e veloce strumento di analisi parametrica, che permette di prevedere (almeno qualitativamente) quali possano essere le scelte tecniche più vantaggiose per il veicolo assegnato e, nondimeno, per il circuito che deve affrontare.

A tal proposito, tra gli interventi che vengono tipicamente effettuati per definire il setting della Ducati999RS2004, si considerano la variazione della lunghezza del forcellone e dell'altezza della forcella anteriore.

Per lunghezza del forcellone si intende l'effettiva distanza tra il perno ruota ed il perno del forcellone stesso: in particolare si considera in seguito il caso specifico in cui il forcellone

viene allungato di 16 mm rispetto alla lunghezza della configurazione di riferimento. Ciò comporta intuitivamente un avanzamento della posizione del baricentro del veicolo.





Figura 5-17 : Regolazione lunghezza forcellone ed altezza forcella

Per altezza della forcella si intende l'effettiva distanza tra la piastra di sterzo ed il bordo inferiore del fodero: in particolare si considera in seguito il caso specifico in cui la forcella viene allungata di 20 mm rispetto alla lunghezza della configurazione di riferimento. Intuitivamente ciò comporta un innalzamento della posizione del baricentro del veicolo.

5.3.3 Setting: regolazione retrotreno

Per poter valutare gli effetti che tale modifica può apportare alle prestazioni del veicolo è opportuno innanzitutto verificarne gli effetti sull'assetto. A tal proposito nella tabella a seguire viene riportato il confronto dei principali parametri che descrivono l'assetto statico. L'altezza del baricentro da terra risulta sostanzialmente inalterata (h), mentre è evidente il sua avanzamento (b) con conseguente ridistribuzione dei carichi a sfavore della ruota posteriore.

	configurazione modificata	configurazione di riferimento
passo [m]	1.431	1.415
angolo di sterzo [deg]	23.93	23.97
avancorsa normale [m]	0.091	0.091
<i>h</i> [m]	0.640	0.640
<i>b</i> [m]	0.724	0.710
carico % anteriore	50.59	50.18
carico % posteriore	49.41	49.82

Tabella 5-2 : Confronto assetti statici

La figura successiva illustra gli effetti sulle prestazioni del veicolo, in termini di guadagno in velocità di percorrenza della configurazione modificata rispetto a quella di riferimento, relativamente al circuito di Misano(2006). La configurazione modificata perde complessivamente 5 centesimi di secondo rispetto alla configurazione di riferimento. La rispettiva velocità di avanzamento rivela infatti una netta perdita in fase di uscita dalle curve, che non viene compensata dal guadagno in fase di percorrenza.





Figura 5-18 : Guadagno in velocità della configurazione modificata (gain>0; loss<0)

Nelle figura a seguire si esamina con maggiore dettaglio la zona in cui la perdita di velocità risulta massima. E' evidente come la perdita in velocità sia preceduta da una perdita in accelerazione longitudinale. La spiegazione è riconducibile alla differente distribuzione dei carichi sulla ruota posteriore, che trasmette la forza propulsiva a terra. Il maggiore carico statico sulla ruota posteriore garantisce alla configurazione di riferimento una spinta propulsiva più elevata in centro curva, ovvero la possibilità di accelerare di più e con maggiore anticipo quando il veicolo è ancora inclinato. Al contrario invece la configurazione modificata, avendo minore carico statico, accelera meno e più tardi, ovvero quando il pneumatico posteriore deve sopportare meno forza laterale. Ne consegue appunto una netta perdita in velocità all'uscita dalla curva.



Figura 5-19 : Zoom su traiettoria, guadagno in velocità, guadagno in accelerazione

5.3.4 Setting: regolazione avantreno

Per poter valutare gli effetti che tale modifica può apportare alle prestazioni del veicolo è opportuno innanzitutto verificarne gli effetti sull'assetto. A tal proposito nella tabella a seguire viene riportato il confronto dei principali parametri che descrivono l'assetto statico. L'altezza del baricentro da terra risulta aumentata (h), mentre è evidente un modesto arretramento (b) con conseguente ridistribuzione dei carichi in favore della ruota posteriore.

	configurazione modificata	configurazione di riferimento
passo [m]	1.424	1.415
angolo di sterzo [deg]	24.78	23.97
avancorsa normale [m]	0.0950	0.091
<i>h</i> [m]	0.647	0.640
<i>b</i> [m]	0.706	0.710
carico % anteriore	49.58	50.18
carico % posteriore	50.42	49.82

Tabella 5-3 : Confronto assetti statici

La figura successiva illustra gli effetti sulle prestazioni del veicolo, in termini di guadagno in velocità di percorrenza della configurazione modificata rispetto a quella di riferimento, relativamente al circuito di Misano(2006). La configurazione modificata guadagna complessivamente 10 centesimi di secondo rispetto alla configurazione di riferimento. La

rispettiva velocità di avanzamento rivela infatti un netto guadagno che si manifesta specialmente in fase di uscita dalle curve, in grado di compensare ampiamente alle perdite di velocità durante la percorrenza delle curve.



differenza di velocità [Km/h] : configurazione modificata rispetto al riferimento

Figura 5-20 : Guadagno in velocità della configurazione modificata (gain>0; loss<0)

Nelle figura a seguire si esamina con maggiore dettaglio la zona in cui il guadagno di velocità risulta massimo. E' evidente come il guadagno in velocità sia preceduta da un guadagno in accelerazione longitudinale. La spiegazione è riconducibile alla differente distribuzione dei carichi sulla ruota posteriore, che trasmette la forza propulsiva a terra. Il maggiore carico statico sulla ruota posteriore garantisce alla configurazione modificata una spinta propulsiva più elevata in centro curva, ovvero la possibilità di accelerare di più e con maggiore anticipo quando il veicolo è ancora inclinato. Al contrario invece la configurazione di riferimento, avendo minore carico statico, accelera meno e più tardi, ovvero quando il pneumatico posteriore deve sopportare meno forza laterale. Ne consegue appunto una netta perdita in velocità all'uscita dalla curva.



Studi sperimentali e teorici su maneggevolezza, stabilità e manovrabilità dei veicoli a due ruote M. Peretto

Figura 5-21 : Zoom su traiettoria, guadagno in velocità, guadagno in accelerazione

In definitiva le modifiche apportate al veicolo di riferimento introducono essenzialmente una differente ripartizione dei carichi statici, il cui effetto più sensibile è la differente capacità di sfruttare l'uscita dalle curve come fase in cui guadagnare velocità e quindi ridurre il *Timelap*. L'allungamento del forcellone riduce il carico al posteriore comportando una perdita in accelerazione in fase di percorrenza curva, in quanto il limite di slittamento della ruota posteriore si abbassa. L'estensione della forcella invece aumenta il carico alla ruota posteriore, comportando l'aumento della spinta limite di slittamento in rettilineo. Tale limite si innalza corrispondentemente anche in curva, permettendo maggiori accelerazioni quando l'angolo di rollio è ancora elevato.

5.4 Indagine parametrica: powertrain

Viene condotto uno studio parametrico riguardante la trasmissione della potenza (*powertrain*), ovvero il cambio di velocità ed i rispettivi rapporti di trasmissione. I parametri considerati nell'analisi sono riportati nella figura a seguire, che illustra la massima spinta propulsiva disponibile alla ruota posteriore, al variare della velocità di avanzamento e per i diversi rapporti al cambio. La linea grigia spessa costituisce l'inviluppo delle curve suddette e rappresenta la spinta disponibile alla ruota posteriore in condizioni di piena alimentazione del motore. Per assegnate velocità di avanzamento e coppia propulsiva, il *Metodo della Manovra Ottima* seleziona la marcia che massimizza la spinta, ovvero che consente di fornire la spinta propulsiva richiesta con la minima erogazione di gas.



Figura 5-22 : Rapporti di trasmissione al cambio

Si presenta inoltre, esclusivamente per una maggiore comprensione delle potenzialità del codice, una sua possibile applicazione come strumento di supporto nel confronto delle possibili motorizzazioni di una motocicletta da competizione, ovvero delle possibili combinazioni motore-cambio, a partire da una serie di predefinite opzioni disponibili ed in relazione alle contrapposte caratteristiche di due differenti tracciati.

5.4.1 Indagine parametrica cambio

L'influenza dei rapporti di trasmissione al cambio è illustrata nella figura successiva. Per entrambi i circuiti viene riportato il diagramma che confronta la spinta effettivamente usata (punti) a quella massima disponibile a piena alimentazione del motore (linea continua). Solo la fase di spinta (i.e.: coppia>0) viene considerata, non quella di frenata (i.e.: coppia<0).In tal senso è possibile di stinguere tre range di velocità. Il più basso, relativo al 1° rapporto di trasmissione sia per il Mugello che per Adria, è caratterizzato dal fatto che la forza di spinta disponibile eccede quella effettivamente richiesta ed adottata; per Adria tale condizione si rivela in misura nettamente minore, in relazione alla presenza di curve strette e lente che richiedono frequenti ripartenze da velocità alguanto ridotte; al contrario è ben più evidente al Mugello, in relazione alla presenza di curve sostanzialmente più veloci. Quello intermedio, relativo al 2°, 3°, 4°, 5°, 6° rapporto di trasmissione per Mugello, al 2°, $3^{\circ}, 4^{\circ}, 5^{\circ}$ per Adria, è invece caratterizzato dal fatto che la spinta usata arriva a raggiunge la massima spinta disponibile: in linea di principio se il corrispondente limite fosse più alto, probabilmente si riscontrerebbe un sensibile vantaggio in termini di Laptime. Infine il più elevato, relativo al 6° rapporto di trasmissione per Adria, corrisponde ad un range di velocità mai usato, chiaramente in relazione al fatto che i brevi rettilinei impediscono di raggiungere velocità oltre un certo limite. Da un punto di vista strettamente pratico, significa che il 6° rapporto di trasmissione è inutile ad Adria; per il Mugello invece, il 6°

rapporto di trasmissione risulta sfruttato a piena alimentazione del motore, il che significa che in linea di principio potrebbe essere allungato per garantire velocità di punta ancora più elevate.



Figura 5-23: Confronto spinta utilizzata e massima disponibile

Le precedenti considerazioni suggeriscono alcune modifiche per aumentare la massima spinta disponibile entro il regime di velocità tipico dei due circuiti. In ogni caso, nonostante la forza di spinta disponibile ecceda quella effettivamente richiesta, il 1° rapporto di trasmissione non viene modificato per non limitare l'accelerazione in fase di partenza da fermi, che in tale analisi non viene presa in considerazione (i.e.: la simulazione produce un giro continuo, come specificato nel precedente capitolo).

Per entrambi i circuiti la tabella successiva propone quindi set di rapporti di trasmissione al cambio parzialmente modificati. Per Mugello(2007), sono stati allungati il 5° ed i 6° rapporto di trasmissione, con l'intenzione di estendere ulteriormente la velocità massima del veicolo sino al limite relativamente elevato permesso dal circuito; per Adria(2007) invece sono stati ridotti il 4°, 5°, 6° rapporto di trasmissione, con l'intenzione di garantire una maggiore coppia propulsiva nel range di velocità relativamente ristretto imposto dal circuito.

	Configurazione di riferimento	Conf. modificata Mugello(2007)	Conf. modificata Adria(2007)
1 st gear ratio	32/16	32/16	32/16
2 nd gear ratio	29/18	29/18	29/18
3 rd gear ratio	27/20	27/20	27/20
4 th gear ratio	25/21	25/21	26/21
5 th gear ratio	24/22	24/23	25/22
6 th gear ratio	23/23	23/24	24/23

Tabella 5-4: Rapporti di trasmissione al cambio modificati

Per entrambe le configurazioni viene ulteriormente considerato il diagramma che confronta la spinta effettivamente usata (punti) a quella massima disponibile a piena alimentazione del motore (linea continua). Vengono evidenziate le porzioni in cui si verificano le maggiori differenze, che corrispondono rispettivamente al 6° rapporto di trasmissione per il Mugello, al 4°, 5° rapporto di trasmissione per Adria. Per il Mugello risulta effettivamente esteso il range di velocità, permettendo di percorrere i lunghi rettilinei con velocità più elevate; per Adria risulta disponibile una maggiore coppia propulsiva, permettendo maggiori accelerazioni nelle frequenti ripartenze.



Figura 5-24: Confronto spinta utilizzata e massima disponibile della configurazione modificata

La figura successiva illustra il guadagno in velocità di percorrenza della configurazione modificata rispetto a quella di riferimento. E' evidente come i guadagni in velocità di percorrenza (*gain*>0) sono concentrati rispettivamente nel rettilineo più lungo al Mugello, grazie ad una più elevata velocità di punta raggiungibile, e nei brevi rettilinei ad Adria, grazie alle maggiori accelerazioni in uscita dalle curve. Con il cambio sì modificato, il miglioramento delle prestazioni in termini di tempo su giro è pari a circa 30 centesimi al Mugello ed a 11 centesimi ad Adria.



Figura 5-25: Guadagno in velocità della configurazione modificata (gain>0; loss<0)

5.4.2 Powertrain e caratteristiche circuito

Come anticipato in precedenza, esclusivamente per una maggiore comprensione delle potenzialità applicative del codice, si considera la sua applicazione nel confronto delle possibili motorizzazioni (*powertrain*) di una motocicletta da competizione, ovvero delle possibili combinazioni motore-cambio adottabili in relazione alle caratteristiche di differenti tracciati. A tal proposito si considerano le seguenti quattro configurazioni motore-trasmissione: la più potente è la B con,147 KW; la meno potente è la D, con 127 KW. Tutte le configurazioni vengono testate in due differenti circuiti: Adria(2007), che è un circuito "lento", essendo caratterizzato da brevi rettilinei e curve lente e secche; Mugello(2007), che è invece un circuito veloce, essendo caratterizzato da un lungo rettilineo e da curve ampie e veloci.



Tabella 5-5 : Configurazioni powertrain esaminate

5.4.3 Powertrain: circuito lento

La seguente tabella riporta i parametri principali delle differenti configurazioni per quanto riguarda il circuito Adria(2007). Le massime velocità di avanzamento sono evidentemente

limitate dai brevi rettilinei; le minime velocità sono basse per le curve secche. La migliore prestazione è ottenuta dalla configurazione B, la peggiore dalla configurazione D, con un distacco di 30 centesimi.

Powertrain	Timelap [s]	V max [Km/h]	V min [Km/h]	Rollio max [°]	Acc. max [m/s ²]	Acc. min [m/s ²]
А	84.453	238.89	14.08	55.13	10.66	-11.77
В	84.261	242.62	13.94	55.13	10.60	-11.84
С	84.318	241.69	13.91	55.13	10.52	-11.84
D	84.569	237.29	14.03	55.13	10.68	-11.76

Figura 5-26 : Overview configurazioni

Da un sommario esame del diagramma delle curve di potenza riportato nella precedente tabella, si nota come la configurazione risultata meno veloce D abbia, entro il regime 4000-10000 RPM, un surplus di potenza (e coppia) pari a 15-20 KW rispetto alla configurazione più veloce B. In tal senso sembra ovvio concludere che la potenza di picco, superiore di 20KW per la configurazione B rispetto a D, abbia un' influenza sulle prestazioni più determinante dell'intera curva di potenza. A tal proposito nelle figure successive è illustrata per B e D la coppia risultante alla ruota posteriore a piena erogazione (inviluppo continuo), assieme alla coppia di spinta (crocette) effettivamente usata (ad erogazione parzializzata). L'inviluppo è composto da sei tratti, determinati dalle intersezioni tra le curve risultanti relative ai differenti rapporti di trasmissione al cambio, assieme ai corrispondenti regimi di giri del motore. E' immediato constatare che per entrambe le configurazioni solo il 1° rapporto di trasmissione è usato entro il regime 4000 - 10000 RPM; i rapporti piu lunghi sono invece usati esclusivamente al di sopra del suddetto regime.



Tabella 5-6 : Confronto configurazioni più veloce e più lenta

Nelle figure successive inoltre, che confrontano la coppia risultante alla ruota posteriore delle due configurazioni, è altrettanto immediato notare come l'inviluppo B permetta un surplus di coppia disponibile pienamente impiegato tra 125 e 225 rad/s, e con rapporti di trasmissione 2° , 3° , 4° , ed a partire da 10000 RPM in su.

Di conseguenza la maggior parte delle fasi di spinta sono effettuate a regimi superiori a 10000 RPM, in corrispondenza dei quali la curva di coppia del motore B è ben più performante rispetto a D, ovvero dove la rispettiva potenza è superiore.



Tabella 5-7 : Confronto configurazioni più veloce e più lenta

Con riferimento quindi al test della configurazione più veloce B, la seguente figura illustra il confronto tra la massima spinta propulsiva disponibile alla ruota posteriore (i.e.: a piena erogazione: inviluppo continuo) e la spinta effettivamente usata (i.e.: ad apertura parziale della farfalla: cerchi), per i diversi rapporto al cambio ed al variare della velocità (i.e.: spin ruota posteriore).Solo la fase di spinta (i.e.: coppia>0) viene considerata, non quella di frenata (i.e.: coppia<0).

Dal suddetto confronto è possibile definire tre zone caratteristiche. La prima (caratterizzata da spin compreso entro 15 - 125 rad/s) in cui la spinta disponibile eccede quella richiesta, ed anche la coppia limite di impennamento in rettilineo. La seconda (caratterizzata da spin compreso entro 125 - 225 rad/s) in cui la coppia usata raggiunge la massima disponibile a piena erogazione. In questa area, se il limite fosse più alto probabilmente si otterrebbe un significativo vantaggio in termini di tempo sul giro. Infine la terza (caratterizzata da spin compreso entro 225 - 300 rad/s) corrisponde ad un intervallo di velocità non utilizzato, come conseguenza dei brevi rettilinei che limitano il raggiungimento di velocità elevate. Da un punto di vista pratico significa che i rapporti di trasmissione 5°, 6° sono inutili in questo circuito.



Figura 5-27 : Analisi configurazione più veloce

In base alle indicazioni esposte vengono proposte le seguenti modifiche alla trasmissione, con l'obbiettivo specifico di ridistribuire ed aumentare la spinta disponibile all'interno del range di velocità caratteristico del circuito:

	В	B modificato
primary drive	1.652	1.652
1 st gear ratio	2.813	2.4
2 nd gear ratio	2.091	2.2
3 rd gear ratio	1.727	2.091
4 th gear ratio	1.500	1.85
5 th gear ratio	1.360	1.7
6 th gear ratio	1.261	1.55
final drive	2.529	2.529

Tabella 5-8 : Rapporti di trasmissione al cambio modificati

La figura successiva illustra come il cambio modificato effettivamente ridistribuisca l'eccesso di spinta propulsiva disponibile con il 1° rapporto di trasmissione e l'eccesso di velocità disponibile con i rapporti di trasmissione 5°, 6°, innalzando di fatto la spinta massima proprio entro il range di velocità caratteristico del tracciato. Il corrispondente guadagno in velocità di percorrenza della configurazione modificata rispetto a quella di riferimento risulta evidente lungo i brevi rettilinei principali del tracciato:



Figura 5-28 : Analisi configurazione modificata

Con il cambio modificato il miglioramento delle prestazioni in termini di tempo sul giro è pari a circa 8 centesimi:

Powertrain	<i>Timelap</i> [s]	V max [Km/h]	V min [Km/h]	Rollio max [°]	Acc. max [m/s ²]	Acc. min [m/s ²]
В	84.261	242.62	13.94	55.13	10.60	-11.84
B modificato	84.186	243.89	14.42	55.13	10.63	-11.83

Tabella 5-9 : Overview configurazione modificata

5.4.4 Powertrain: circuito veloce

La seguente tabella riporta i parametri principali delle differenti configurazioni per quanto riguarda il circuito Mugello(2007). Le massime velocità di avanzamento sono evidentemente più elevate che ad Adria(2007) e corrispondentemente la massima frenata, in relazione al lungo rettilineo. Le minime velocità sono altresì più alte, grazie alla presenza di curve più veloci, e le massime accelerazioni sono di conseguenza minori. La migliore e la peggiore prestazione è ancora ottenuta rispettivamente dalle configurazioni B e D, con un distacco di 70 centesimi.

Powertrain	Timelap [s]	V max [Km/h]	V min [Km/h]	Rollio max [°]	Acc. max [m/s ²]	Acc. min [m/s ²]
Α	119.199	295.05	63.69	56.02	9.59	-12.28
В	118.72	301.28	63.62	56.02	9.72	-12.38
С	118.830	298.99	63.64	56.02	9.61	-12.35
D	119.407	288.10	63.74	56.02	9.39	-12.23

Figura 5-29 : Overview configurazioni

A tal proposito, con riferimento al test della suddetta configurazione, la seguente figura illustra il confronto tra la massima spinta propulsiva disponibile alla ruota posteriore (i.e.: a piena erogazione: inviluppo continuo) e la spinta effettivamente usata (i.e.: ad apertura parziale della farfalla: cerchi), per i diversi rapporto al cambio ed al variare della velocità (i.e.: spin ruota posteriore).Solo la fase di spinta (i.e.: coppia>0) viene considerata, non quella di frenata (i.e.: coppia<0).

Dal suddetto confronto è possibile definire due delle tre zone caratteristiche innanzi identificate per Adria. La prima (caratterizzata da spin compreso entro 65 - 125 rad/s) in cui la spinta disponibile eccede quella richiesta, ed anche la coppia limite di impennamento in rettilineo. La seconda (caratterizzata da spin compreso entro 125 - 275 rad/s) in cui la coppia usata raggiunge la massima disponibile a piena erogazione. In questa area, specialmente ai rapporti di velocità intermedi, se il limite fosse più alto probabilmente si otterrebbe un significativo vantaggio in termini di tempo sul giro. La terza zone (corrispondente ad un intervallo di velocità e a dei rapporti di trasmissione non utilizzati) non è presente perché le marce più veloci sono ampiamente usate in conseguenza del lungo rettilineo.



Figura 5-30 : Analisi configurazione più veloce

In base alle indicazioni esposte vengono proposte le seguenti modifiche alla trasmissione, con l'obbiettivo specifico di ridistribuire ed aumentare la spinta disponibile all'interno del range di velocità caratteristico del circuito:

	В	B modificato
primary drive	1.652	1.652
1 st gear ratio	2.813	2.2
2 nd gear ratio	2.091	1.95
3 rd gear ratio	1.727	1.78
4 th gear ratio	1.500	1.58
5 th gear ratio	1.360	1.42
6 th gear ratio	1.261	1.28
final drive	2.529	2.529

Tabella 5-10 : Rapporti di trasmissione al cambio modificati

La figura successiva illustra come il cambio modificato effettivamente ridistribuisca l'eccesso di spinta propulsiva disponibile con il 1° rapporto di trasmissione, innalzando di fatto la spinta massima disponibile dei rapporti di trasmissione intermedi. Il corrispondente guadagno in velocità di percorrenza della configurazione modificata rispetto a quella di riferimento risulta evidente lungo i rettilinei più brevi del tracciato:



Figura 5-31 : Analisi configurazione modificata

Con il cambio modificato il miglioramento delle prestazioni in termini di tempo sul giro è pari a circa 6 centesimi:

Powertrain	Timelap [s]	V max [Km/h]	V min [Km/h]	Rollio max [°]	Acc. max [m/s ²]	Acc. min [m/s ²]
В	118.724	301.28	63.62	56.02	9.72	-12.38
B modificato	118.667	301.07	63.62	56.02	10.02	12.37

Tabella 5-11 : Overview configurazione modificata

5.5 Proprietà inerziali e layout geometrico: sintesi progettuale

Le precedenti indagini parametriche relative alle proprietà inerziali ed al layout geometrico hanno essenzialmente messo in luce quale sia l'influenza dei rispettivi parametri sulle prestazioni della motocicletta Ducati 999RS Factory 2004 presa a riferimento, e come alcuni siano più importanti di altri.

In virtù di tali analisi i più influenti parametri, ovvero *b*, *h*, ε , *a_n*, sono stati ulteriormente considerati in una successiva sintesi progettuale. Tale sintesi ha l'obbiettivo di definirne la combinazione ottimale, in relazione alla prestazione complessiva espressa dal tempo sul giro, nonché entro limiti di variabilità realistici ed attuabili.

5.5.1 Sintesi progettuale: formulazione matematica

Dal punto di vista prettamente matematico, la sintesi progettuale viene impostata come un problema di minimo vincolato. I termini di tale problema sono costituiti da:

- la variabile dipendente da minimizzare, ovvero il *Timelap*;
- le variabili indipendenti, ovvero i parametri scelti b, h, ε, a_n ;
- la funzione che lega la variabile dipendente alle variabili indipendenti, di fatto implementata nel codice di calcolo, ovvero

Timelap = Timelap(b, h, ε, an) = **OptiMa - RM**© (b, h, ε, a_n)

La necessità di dare una concretezza applicativa alla sintesi progettuale impone peraltro di definire per ciascuno dei parametri variabili un intervallo di variazione effettivamente realistico, a partire dal valore di riferimento. In tal senso il problema di minimo risulta essere di tipo vincolato, ovvero la soluzione va cercata entro un dominio D opportunamente limitato secondo la seguente, essendo R^4 lo spazio dei numeri reali a quattro dimensioni:

$$D = \begin{cases} (b, h, \varepsilon, a_n) \in \mathbb{R}^4 \\ a_{\min} \leq b_{ref} \leq b_{\max} \\ h_{\min} \leq h_{ref} \leq h_{\max} \\ \varepsilon_{\min} \leq \varepsilon_{ref} \leq \varepsilon_{\max} \\ a_{n\min} \leq a_{nref} \leq a_{n\max} \end{cases}$$

5.5.2 Formulazione matematica: metodo risolutivo

L'approccio risolutivo adottato per risolvere il suddetto problema di minimo multiparametrico è stato di tipo ad *algoritmo genetico*. L'algoritmo genetico è un metodo per risolvere problemi di ottimizzazione sia non vincolati che vincolati di fatto basato sulla "selezione naturale", ovvero sul processo che descrive l'evoluzione biologica delle specie. In termini del tutto generali l'algoritmo genetico modifica ripetutamente una "popolazione di individui", ovverosia un gruppo di possibili soluzioni al problema: ad ogni iterazione

seleziona in modo casuale "individui genitori" dalla "popolazione attuale", e li utilizza per generare "figli" e comporre la successiva generazione. In tal modo la "popolazione evolve" di generazione in generazione verso una "popolazione ottimale", ovverosia una soluzione ottimale del problema.

Tale algoritmo è stato scelto per la sua affidabilità nella risoluzione di una varietà di problemi di ottimizzazione che non sono ben adattabili ad algoritmi più consueti, ovvero problemi in cui la funzione obbiettivo è discontinua, non differenziabile, stocastica, o particolarmente non lineare. L'algoritmo genetico differisce infatti dagli algoritmi classici (basati sul gradiente) essenzialmente per due aspetti:

- un'algoritmo classico genera un singolo punto per ogni iterazione, e la sequenza di punti si avvicina progressivamente ad una soluzione ottimale; l'algoritmo genetico invece genera una popolazione di punti per ogni iterazione, ed è il migliore punto della popolazione che si avvicina progressivamente ad una soluzione ottimale;
- un'algoritmo classico seleziona il punto successivo della sequenza mediante una computazione deterministica; l'algoritmo genetico invece seleziona la popolazione successiva mediante una computazione di tipo random.

In sintesi l'algoritmo genetico opera nel modo seguente. A partire da una popolazione iniziale opportunamente definita, crea una sequenza di nuove popolazioni: in ciascuna iterazione utilizza gli individui della generazione corrente per creare la generazione successiva. Per creare la nuova popolazione esegue i seguenti passi: assegna un punteggio a ciascun individuo della popolazione attuale calcolandone il rispettivo valore della funzione obbiettivo; seleziona alcuni individui, detti genitori, basandosi sui rispettivi valori. L'algoritmo genera quindi individui figli dagli individui genitori: o mediante variazioni casuali ad un singolo genitore (mutazione), o combinando le componenti di una coppia di genitori (crossover). Alcuni individui nella popolazione corrente, caratterizzati da valori particolarmente bassi vengono scelti come elite, e trasmessi direttamente alla popolazione successiva. L'algoritmo sostituisce quindi la popolazione attuale con i figli e costituisce in tal modo la nuova generazione. L'algoritmo si ferma quando viene raggiunto un opportuno criterio di stop (i.e.: numero limite di generazioni, tempo di calcolo limite, tolleranze limite sulle variabili, ecc.). Dal punto di vista strettamente applicativo si è fatto impiego di uno specifico toolbox compreso in MATLAB [31], che permette di implementare problemi di minimo e di computarne la soluzione mediante l'algoritmo descritto.

5.5.3 Soluzione

Le figure successive illustrano, per entrambi i circuiti, i risultati dell'applicazione dell'algoritmo genetico. Si nota l'evoluzione decrescente del *Timelap*, a partire dal valore corrispondente al veicolo di riferimento, sino ad un andamento asintotico in corrispondenza
del quale la computazione si è interrotta per raggiungimento del limite di tolleranza sul valore stesso del *Timelap*. La soluzione finale corrispondente, ovvero la combinazione ottimale dei quattro parametri, è altresì riportata.



Figura 5-32 : Applicazione dell'algoritmo genetico

La tabella successiva confronta i valori della motocicletta di riferimento, gli intervalli di variazione assunti per i diversi parametri ed i valori corrispondenti alla soluzione ottimale ottenuta. Conformemente ai diagrammi parametrici, la posizione longitudinale del *CoM* richiede il massimo spostamento all'indietro per entrambi i circuiti; viceversa lo spostamento verticale in su è un po' più grande per il Mugello anziché ad Adria. Per quanto riguarda l'angolo del canotto di sterzo, il massimo aumento è richiesto per entrambi i circuiti; viceversa l'avancorsa normale viene ridotta per il Mugello, e aumentata per Adria circa della stessa misura.

	Valore di riferimento	Range	Soluzione Mugello	Soluzione Adria
<i>b</i> [m]	0.710	± 0.02	0.69	0.69
<i>h</i> [m]	0.640	± 0.02	0.66	0.653
<i>ɛ</i> [deg]	23.97	± 1	24.97	24.97
a_n [m]	0.091	± 0.01	0.086	0.093

|--|

Con le configurazioni ottimizzate, rispettivamente per Mugello e per Adria, vengono quindi ottenuti i seguenti guadagni in termini di tempo sul giro:

	Valore di riferimento	Soluzione	Guadagno
Mugello	116.169	115.584	0.585
Adria	82.986	82.693	0.293

Tabella 5-13 : Guadagni nel Timelap

.....

6 Conclusioni

A conclusione della presente **Sezione 2** si possono trarre le seguenti considerazioni in relazione agli aspetti trattati della *manovrabilità* dei veicoli a due ruote.

Innanzitutto dall'esigenza di avere a disposizione una definizione rigorosa ed univoca del concetto di *manovrabilità*, è stato considerato il *Metodo della Manovra Ottima*, che è un metodo del tutto generale per la valutazione oggettiva delle prestazioni di un veicolo a prescindere dall'influenza soggettiva dei piloti.

Se ne sono descritti i punti fondamentali, e sono stati riportati alcuni dei risultati ottenuti dalla sua applicazione ad un modello semplificato di motocicletta, che non prevede cioè né le sospensioni né il movimento relativo tra pilota e veicolo, ovverosia in grado di riprodurre solo i più importanti aspetti del movimento del veicolo. Ciononostante il *Metodo della Manovra Ottima* si è rivelato in grado di calcolare manovre realistiche, come evidenziato dal confronto con i dati sperimentali: l'analisi di una serie di dati telemetrici in differenti tracciati ha infatti evidenziato una concordanza ottimale tra grandezze omologhe misurate e calcolate, non solo in termini di valori massimi e minimi, ma anche di profili analitici e sperimentali.

Essendo il *Metodo della Manovra Ottima* capace di riprodurre manovre realistiche, esso può essere applicato in fase di progettazione e/o messa a punto del veicolo: nella fattispecie è stato impiegato per ottimizzarne il layout di una motocicletta da competizione, in relazione alla distribuzione delle masse, alla configurazione geometrica ed alla trasmissione della potenza propulsiva.

L'analisi parametrica preliminare ha dimostrato che per quanto riguarda i parametri relativi alla distribuzione della massa, la posizione del centro di massa risulta di gran lunga più influente rispetto al tensore d'inerzia, e che ciascun circuito richiede una soluzione specifica. In particolare, migliori prestazioni si ottengono spostando indietro il centro di massa: ciò grazie ai guadagni di velocità in fase di uscita dalle curve, determinati dalla maggiore disponibilità di spinta alla ruota posteriore quale diretta conseguenza del maggiore carico statico sulla stessa, che ne aumenta l'aderenza durante la fase in cui la motocicletta è soggetta simultaneamente ad accelerazione longitudinale (essendo in uscita dalla curva), e laterale (essendo comunque ancora in curva). La coordinata verticale del centro di massa è risultata essere maggiormente influenzata dal circuito, e soprattutto dalla potenza del motore. In particolare all'aumentare di quest'ultima si ottengono migliori prestazioni abbassando il centro di massa, con guadagni di velocità che passano dalla fase di uscita dalle curve per potenze inferiori, alle percorrenze dei lunghi rettilinei per potenze via via superiori. In quest'ultimo caso l'abbassamento del centro di massa limita la perdita

di carico all'anteriore ad alta velocità, permettendo di sfruttare la maggiore potenza disponibile nei lunghi rettilinei con il raggiungimento di elevate velocità di punta.

Per quanto riguarda il tensore d'inerzia, migliori prestazioni si ottengono riducendone l'eccentricità: ciò corrisponde effettivamente ad una ripartizione più omogenea della massa nel piano di simmetria della motocicletta, ovvero all'assenza di direzioni preferenziali in cui concentrarla. Migliori prestazioni si hanno altresì variandone l'inclinazione, ma in misura comunque minore e dipendente esclusivamente dal circuito. In entrambi i casi i guadagni di velocità si concentrano in fase di percorrenza delle curve veloci.

Per quanto riguarda la definizione della geometria e dell'assetto dell'avantreno e del retrotreno, si è evidenziata la necessità di scelte differenti a seconda del tracciato: tali scelte sono risultate comunque strettamente correlate agli effetti indotti sulla ripartizione delle masse del veicolo.

Per quanto riguarda il cambio invece si richiedono soluzioni nettamente diverse a seconda che il tracciato sia "veloce", ovvero caratterizzato da lunghi rettilinei e curve ampie, oppure "lento", ovvero caratterizzato da brevi rettilinei e curve strette: a tal proposito il sistema di trasmissione deve essere calibrato in relazione alla necessità di fornire e dosare la coppia propulsiva di fatto nelle manovre ed entro le velocità che caratterizzano il circuito.

Infine è stata definita una configurazione "ottimale" in relazione alla posizione del centro di massa ed alla geometria dell'avantreno. L'ottimizzazione ha ulteriormente confermato come siano da adottare soluzioni diverse a seconda delle caratteristiche del circuito.

In conclusione il *Metodo della Manovra Ottima* si è rivelato affidabile per valutare qualitativamente l'influenza di svariati parametri sulle prestazioni del veicolo sul giro in pista, con sufficiente semplicità e rapidità. Un ulteriore sviluppo di questo lavoro potrebbe riguardare la comparazione delle indicazioni fornite dal metodo con i risultati ottenuti applicando effettivamente al veicolo le modifiche considerate, nonché la definizione di un corrispondente modello più dettagliato per evidenziare anche fenomeni legati alla dinamica in piccolo, come l'effetto delle sospensioni.

7 Bibliografia

- [1] V. Cossalter, M. Da Lio R. Lot, L.Fabbri : A General Method for the Evaluation of Vehicle Manoeuvrability with Special Emphasis on Motorcycles, Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility, Vol 31, N° 2, pp 113-135, February 1999
- [2] V. Cossalter, M. Da Lio, F. Biral, L.Fabbri: Evaluation of Motorcycle Manoeuvrability with the Optimal Manoeuvre Method, SAE Meeting;1998 Motorsports Engineering Conference&Exposition, Dearborn, Michigan, 16-19 November 1998
- [3] M. Da Lio, V. Cossalter, R. Lot, L. Fabbri: The influence of tyre characteristics on motorcycle manoeuvrability, European Automotive Congress "Vehicle systems technology for the next century", Barcelona 30 june-2 July 1999
- [4] V. Cossalter, M. Da Lio, R. Lot, L. Fabbri: Simulation and performance evaluation of race motorcycle dynamics based on parts of real circuit, Power Two Wheels International Conference, Atti, Pisa 14-15/12/98
- [5] F. Biral, M. Da Lio: Modelling Driver with the Optimal Manoeuvre Method, 7th International Conference ATA, paper 01A1029, Florence, 23-25 May 2001
- [6] F. Biral: Manovrabilità e Maneggevolezza dei Motocicli con il Metodo della Manovra Ottima, Tesi del Dottorato di Ricerca in Meccanica Applicata XIII ciclo, anni accademici 1997-2000
- [7] R.S. Sharp: Vehicle dynamics and the judgment of quality Vehicle Performance, Vehicle Performance (ed.), pp.87-96, J.P.Pauwelussen
- [8] Kerry Spackman: "The future of formula one driver training", Race Driving, 2000
- [9] E. Bertolazzi, F. Biral, M. Da Lio, Symbolic-Numeric Efficient Solution of Optimal Control Problems for Multibody Systems, submitted to Journal of Computational Methods in Science and Engineering, Collana scientifica DIMS n°22, 1-19 (2003).
- [10] L. Cervantes and L. T. Biegler, Optimization strategies for dynamic systems, in Encyclopedia of Optimization, C. Floudas and P.Pardalos, eds., vol. 4, Kluwer, 2001, pp. 216–227.
- [11] R. W. H. Sargent, Optimal control, J. Comput. Appl. Math., 124 (2000), pp. 361–371. Numerical analysis 2000, Vol. IV, Optimization and nonlinear equations.
- [12] P. E. Gill, W. Murray, and M. A. Saunders, SNOPT: an SQP algorithm for largescale constrained optimization, SIAM J. Optim., 12 (2002), pp. 979–1006 (electronic).
- [13] R. Serbant and L. R. Petzold, COOPT—a software package for optimal control of largescale differential-algebraic equation systems, Math. Comput. Simulation, 56 (2001), pp. 187–203. Method of lines (Athens, GA, 1999).

- [14] R. Bulirsch, E. Nerz, H. J. Pesch, and O. von Stryk, Combining direct and indirect methods in optimal control: range maximization of a hang glider, in Optimal control (Freiburg,1991), vol. 111 of Internat. Ser. Numer. Math., Birkh⁻⁻auser, Basel, 1993, pp. 273–288.
- [15] J. L. Troutman, Variational calculus and optimal control, Undergraduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag, New York, second ed., 1996. With the assistance of William Hrusa, Optimization with elementary convexity.
- [16] B. C. Fabien, Numerical solution of constrained Optimal Control Problems with parameters, Applied Mathematics and Computation, 80 (1996), pp. 43-62.
- [17] P. Deuflhard, G. Heindl, Affine invariant convergence theorems fro Newton's Method and extensions to related methods, SIAM J. Numer. Anal. Vol. 16, 1979.
- [18] M. Da Lio: Analisi della manovrabilità dei veicoli. Un approccio basato sul controllo ottimo. ATA Giornale dell'Associazione Tecnica dell'automobile, 50-1, pp. 35-42,1997.
- [19] F. Biral, S. Garbin, R. Lot: Enhancing the performance of high powered motorcycles by a proper definition of geometry and mass distribution, submitted to Motorsport Engineering SAE Conferente & Exibition, Indianapolis, Indiana, December 2-5, 2002, Paper Number 02MSEC-14
- [20] M. Da Lio, A. Doria, and R. Lot, A spatial mechanism for the measurement of the inertia tensor: Theory and experimental results, ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 121 (1999), pp. 111–116.
- [21] Cossalter, V., Doria, A., Ruffo, N.: Testing of Motorcycle Tires by Means of a Rotating Disc Machine, Tyre Tecnology EXPO 2002 Conference, Hamburg, Germany, 20-22 February 2002.
- [22] V. Cossalter, Motorcycle Dynamics, Greendale, WI: Race Dynamics, 2002.
- [23] V. Cossalter, A. Doria, R. Lot, Optimum Suspension Design for Motorcycle Braking, Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility, Vol.34, 2000, pp. 175-198, ISSN 0042-3114.
- [24] V. Cossalter, M. Da Lio, F. Biral, L. Fabbri: Evaluation of Motorcycle Manoeuvrability with the Optimal Manoeuvre Method, SAE Transanctions, Journal of Passenger Cars, 1998
- [25] Rix, J.J., ColeD.J.: Models of human learning applicable to the vehicle steering task. Proceedings of the International Symposium on Advanced Vehicle Control (AVEC), pp.683–688, 2002.
- [26] E. Bertolazzi, F. Biral, M. Da Lio, V. Cossalter: Influence of Rider's Upper Body Motions on Motorcycle Minimum Time. ECCOMAS Thematic Conference – Multibody Dynamics 2007, Milano, 25-28 June 2007.

- [27] Bertolazzi E., Biral F., Da Lio M., "Real-time motion planning for multibody systems". Multibody System Dynamics, 2007, v. 17, p. 119-139.
- [28] V. Cossalter, R. Lot. A Motorcycle Multi-Body Model for Real Time Simulations Based on the Natural Coordinates Approach, Vehicle System Dynamics, Vol. 37, No. 6, June 2002, pp. 423-448.
- [29] V. Cossalter, R. Lot, F. Maggio. A Multibody Code for Motorcycle Handling and Stability Analysis with Validation and Examples of Application, Small Engine Technology Conference & Exhibition, Madison, WI, USA, September, 2003, SAE paper 2003-32-0035 / 20034335.
- [30] *"Cinematica e dinamica della motocicletta"* Vittore Cossalter Edizioni Progetto, seconda edizione febbraio 1999
- [31] MATLAB Version 7.2.0.232 (R2006a), Reference manual : Genetic Algorithm and Direct Search Toolbox
- [32] Sartor M., rel: Prof. V. Cossalter., co.rel. Ing. M. Peretto.," *Studio sperimentale e numerico delle prestazioni di un motociclo da competizione categoria SBK*", tesi di laurea, Università di Padova (2006-2007)
- [33] Villanova S., rel: Prof. V. Cossalter., co.rel. Ing. M. Peretto.," Metodo della Manovra Ottima. Confronto con dati sperimentali di un veicolo da competizionecategoria SBK. ", tesi di laurea, Università di Padova (2007-2008)
- [34] Ducati Corse, Manuale d'officina DUCATI999RS04

CONCLUSIONI

1 Punto della situazione

In più di trent'anni di studi sulla guidabilità dei motocicli è stata accumulata una notevole conoscenza di diversi aspetti del loro comportamento, e questo ha permesso di migliorarne prestazioni, sicurezza e guidabilità. Lo sviluppo di modelli matematici sempre più complessi ha permesso di prevedere in maniera accurata la risposta del veicolo sia all'azione di controllo del pilota, sia alle perturbazioni esterne, individuando le correlazioni tra variabili progettuali e comportamento dinamico del motociclo.

Come premesso, non si ha una risposta univoca e completa al generico problema dell'ottimizzazione del motociclo. Differenti categorie di veicoli vengono progettate ed ottimizzate in base a diverse tipologie d'uso, che vanno dallo sportivo, all'urbano, al turistico, con numerose sfumature e varianti. Per definire in ciascun caso il comportamento ideale risulta di fondamentale importanza l'attività di sperimentazione, che permette di dare un significato utile alle grandezze che descrivono la risposta del motociclo. L'attività sperimentale quindi si propone sia come mezzo per validare i diversi modelli matematici, sia come strumento per delineare il punto di arrivo di una progettazione mirata ad offrire un preciso veicolo.

Il filo conduttore della ricerca nel campo della dinamica del motociclo infatti può essere scisso in due questioni fondamentali. La prima è riuscire a comprendere la correlazione tra caratteristiche progettuali del motociclo ed il suo comportamento oggettivo, in termini di grandezze misurabili. Per questo scopo risultano indispensabili i modelli matematici, che risultano tanto più utili quanto maggiore è la loro semplicità, rapportata all'accuratezza richiesta. La seconda questione è correlare il comportamento misurabile al comportamento ottimale o desiderabile da parte dell'utente. A questo livello interviene la sperimentazione, che permette di esprimere in termini di grandezze misurabili ciò che il pilota si aspetta dal veicolo che sta usando. Le maggiori difficoltà ma anche il fascino della ricerca in questo campo stanno proprio in questo passaggio, dove teoria e pratica trovano un punto di incontro.

2 Prossimi sviluppi

Il presente lavoro certamente non esaurisce la complessità delle tematiche trattate, relative appunto alla *dinamica* dei veicoli a due ruote nei suoi differenti aspetti fondamentali, ovverosia la *maneggevolezza*, la *stabilità*, e la *manovrabilità*.

Test sperimentali più esaustivi e sistematici, oltre che modelli matematici più dettagliati e sofisticati, potrebbero infatti portare a modifiche dei risultati esposti; correlazioni con altri parametri potrebbero inoltre rivelare ulteriori tendenze e comportamenti al variare delle condizioni operative esaminate.

Gli sviluppi di questo lavoro consistono pertanto nella sempre più approfondita e ricercata definizione dei modelli matematici nonché nell'esecuzione sistematica di test sperimentali, indispensabili per verificare i modelli quanto la ripetibilità dei risultati ottenuti.

BIBLIOGRAFIA

ANALITICA

- "A General Method for the Evaluation of Vehicle Manoeuvrability with Special Emphasis on Motorcycles" – V. Cossalter, M. Da Lio, R. Lot, L. Fabbri – Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility, Vol 31, N° 2, pp 113-135, february 1999
- [2] "A Simulation Model for Motorcycle Rider's Control Behaviors" T. Katayama, T. Nishimi, T. Okayama, A. Aoki JSAE 9734593, SAE 972126, 1997
- [3] A. Bellati, V. Cossalter, S. Garbin. Mechanisms of steering control of motorcycles, 9° International Conference "High-Tech Cars And Engines", Modena, 29-30 May, 2003.
- [4] B. C. Fabien, Numerical solution of constrained Optimal Control Problems with parameters, Applied Mathematics and Computation, 80 (1996), pp. 43-62.
- [5] Bayer, B.: "Das Pendeln und Flattern von Kraftradern", Libro
- [6] Bertolazzi E., Biral F., Da Lio M., "Real-time motion planning for multibody systems". Multibody System Dynamics, 2007, v. 17, p. 119-139.
- [7] Bridges, P., Russell, J.B.: "The effect of topboxes on motorcycle stability." Vehicle System Dynamics, 16: 5-6, 1987, pp 345-354.
- [8] "*Cinematica e dinamica della motocicletta*" Vittore Cossalter Edizioni Progetto, seconda edizione febbraio 1999
- [9] "*Cinematica e dinamica della motocicletta*" Vittore Cossalter Edizioni Progetto, seconda edizione febbraio 1999
- [10] "Cinematica e dinamica della motocicletta" Vittore Cossalter Edizioni Progetto, seconda edizione febbraio 1999
- [11] Considerations of Turning Performance for Motorcycles" H. Ishii, Y. Tezuka JSAE 9734601, SAE 972127, 1997
- [12] Cossalter, V., Doria, A., Ruffo, N.: Testing of Motorcycle Tires by Means of a Rotating Disc Machine, Tyre Tecnology EXPO 2002 Conference, Hamburg, Germany, 20-22 February 2002.
- [13] Cossalter, V., Lot, R., Peretto, M., Motorcycles Steady Turning, Journal of Automobile Engineering, volume 221, issue 11, pages 1343–1356
- [14] D. Bortoluzzi, R. Lot, N. Ruffo. Motorcycle steady turning: the significance of geometry and inertia, 7° International Conference "Florence ATA 2001", 23-25 May, 2001.
- [15] D. H. Weir, J. W. Zellner, G.L. Teper. Motorcycle Handling Volume II : Technical Report, U.S. Department of Transportation, May 1978, Technical report No. 1086-1.
- [16] D. H. Weir, J. W. Zellner. Motorcycle Handling Volume I : Summary Report, U.S. Department of Transportation, May 1979, 001-05, DOT HS-804 190 MISC.
- [17] "Design for Good Motorcycle Handling Qualities" R. Sharp JSAE 9734575, SAE 972124

- [18] "Development of Handling Test Procedures for Motorcycles" D. Weir, J. Zellner
 SAE paper 780313, 1978
- [19] Doebelin, E.O. : "Measurement systems application and design", McGraw-hill International Edition, Fourth Edition
- [20] Ducati Corse, Manuale d'officina DUCATI999RS04
- [21] E. Bertolazzi, F. Biral, M. Da Lio, Symbolic-Numeric Efficient Solution of Optimal Control Problems for Multibody Systems, submitted to Journal of Computational Methods in Science and Engineering, Collana scientifica DIMS n°22, 1-19 (2003).
- [22] E. Bertolazzi, F. Biral, M. Da Lio, V. Cossalter: Influence of Rider's Upper Body Motions on Motorcycle Minimum Time. ECCOMAS Thematic Conference – Multibody Dynamics 2007, Milano, 25-28 June 2007.
- [23] "Evaluation of Motorcycle Manoeuvrability with the Optimal Maneuver Method" –
 V. Cossalter, M. Da Lio, F. Biral, L.Fabbri SAE Meeting 1998 Motorsports
 Engineering Conference & Exposition, Dearborn, Michigan, 16-19 november 1998
- [24] "Experimental Analysis of Transient Response in Motorcycle-Rider Systems" M.
 Sugizaki, A. Hasegawa SAE Passenger Car Meeting and Exposition, Dearborn, Michigan, October 31, November 3, 1998
- [25] "Experimental Study on Motorcycle Steering Performance" A. Aoki SAE Congress and Exposition Cobo Hall, Detroit, February 26 – March 2, 1979
- [26] "Experimentelle und analytische Untersuchungen des Motorrad-Fahrer Systems" –J. Koch Dissertation Berlin, 1978
- [27] F. Biral, M. Da Lio: Modelling Driver with the Optimal Manoeuvre Method, 7th International Conference ATA, paper 01A1029, Florence, 23-25 May 2001
- [28] F. Biral, M. Da Lio: Modelling Driver with the Optimal Manoeuvre Method, 7th International Conference ATA, paper 01A1029, Florence, 23-25 May 2001
- [29] F. Biral, S. Garbin, R. Lot: Enhancing the performance of high powered motorcycles by a proper definition of geometry and mass distribution, submitted to Motorsport Engineering SAE Conferente & Exibition, Indianapolis, Indiana, December 2-5, 2002, Paper Number 02MSEC-14
- [30] F. Biral: Manovrabilità e Maneggevolezza dei Motocicli con il Metodo della Manovra Ottima, Tesi del Dottorato di Ricerca in Meccanica Applicata XIII ciclo, anni accademici 1997-2000
- [31] F. Biral: Manovrabilità e Maneggevolezza dei Motocicli con il *Metodo della Manovra Ottima*, Tesi del Dottorato di Ricerca in Meccanica Applicata XIII ciclo, anni accademici 1997-2000
- [32] Imaizumi, H., Fujioka, T., "Motorcycle-rider system dynamics by multibody dynamics analysis: Effects of the rear load on wobble motions and the control

assembly". JSAE Review 19, 1998, n° 1, pp 54-57. Elsevier Science B.V., Amsterdam Netherlands.

- [33] J. Fajans. Steering in bicycles and motorcycles, American Journal of Physics, Volume 68, Number 7, pp. 654-659, July, 2000.
- [34] J. L. Troutman, Variational calculus and optimal control, Undergraduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag, New York, second ed., 1996. With the assistance of William Hrusa, Optimization with elementary convexity.
- [35] K. Code. The soft science of road racing motorcycles The technical procedures and workbook for road racing motorcycles, first edition, Acrobat Books, USA, 1986.
- [36] K. Riedl, P. Lugner. Naehere untersuchungen zur stationaren kurvenfahrt von einspurfahrzeugen, Vehicle system dynamics, Vol. 11, 1982, pp. 175-193.
- [37] Kerry Spackman: "The future of formula one driver training", Race Driving, 2000
- [38] L. Cervantes and L. T. Biegler, Optimization strategies for dynamic systems, in Encyclopedia of Optimization, C. Floudas and P.Pardalos, eds., vol. 4, Kluwer, 2001, pp. 216–227.
- [39] *"Lateral directional Motorcycle dynamics and rider control"* D. Weir, J. Zellner SAE Special Publications SP-428, 1978
- [40] M. Da Lio, A. Doria, and R. Lot, A spatial mechanism for the measurement of the inertia tensor: Theory and experimental results, ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 121 (1999), pp. 111–116.
- [41] M. Da Lio, V. Cossalter, R. Lot, L. Fabbri: The influence of tyre characteristics on motorcycle manoeuvrability, European Automotive Congress "Vehicle systems technology for the next century", Barcelona 30 june-2 July 1999
- [42] M. Da Lio, V. Cossalter, R. Lot, L. Fabbri: The influence of tyre characteristics on motorcycle manoeuvrability, European Automotive Congress "Vehicle systems technology for the next century", Barcelona 30 june-2 July 1999
- [43] M. Da Lio: Analisi della manovrabilità dei veicoli. Un approccio basato sul controllo ottimo. ATA Giornale dell'Associazione Tecnica dell'automobile, 50-1, pp. 35-42,1997.
- [44] M. Sartor, rel: Prof. V. Cossalter., co.rel. Ing. M. Peretto.," Studio sperimentale e numerico delle prestazioni di un motociclo da competizione – categoria SBK", tesi di laurea, Università di Padova (2006-2007)
- [45] "Manovrabilità e maneggevolezza dei motocicli con il Metodo della Manovra Ottima" – F. Biral – Tesi di Dottorato, Università di Brescia, 2000
- [46] Martini, A.: tesi di laurea "Identificazione sperimentale dei modi di vibrare weave e wobble di uno scooter". 2004, Università di Padova.

- [47] "Mathematical modelling of two-wheeled vehicles" V. Cossalter, M. Da Lio, R. Lot IX World Congress on the theory of machines and mechanisms (IFToMM), proceedings vol.4, pp. 2842-2846 Milano, Italy, Aug. 30 Sept. 2, 1995
- [48] MATLAB Version 7.2.0.232 (R2006a), Reference manual : Genetic Algorithm and Direct Search Toolbox
- [49] "Motorcycle Handling Performance for Obstacle Avoidance" Y. Watanabe, K. Yoshida, Second International Congress on Automotive Safety, S. Francisco, California, 1973
- [50] "Objective assessment of motorcycle manoeuvrability" T. Schweers, D. Remde Institute for Automotive Engineering, Technical University Aachen, 93-1551, 1990
- [51] "On a Modeling of Shimmy Phenomenon for Two Wheeled Vehicles" I.Kageyama, K. Emoto, SAE 951807, 1995
- [52] "On a Testing Method for Two Wheeled Vehicle Handling" I. Kageyama JSAE 931554, 1993
- [53] Oppenheim, A.V., Schafer, R.W.: "Discrete-time signal processing", libro, Prentice-Hall International, Inc, 1989.
- [54] P. Deuflhard, G. Heindl, Affine invariant convergence theorems fro Newton's Method and extensions to related methods, SIAM J. Numer. Anal. Vol. 16, 1979.
- [55] P. E. Gill, W. Murray, and M. A. Saunders, SNOPT: an SQP algorithm for large-scale constrained optimization, SIAM J. Optim., 12 (2002), pp. 979–1006 (electronic).
- [56] R. Bulirsch, E. Nerz, H. J. Pesch, and O. von Stryk, Combining direct and indirect methods in optimal control: range maximization of a hang glider, in Optimal control (Freiburg,1991), vol. 111 of Internat. Ser. Numer. Math., Birkh["]auser, Basel, 1993, pp. 273–288.
- [57] R. Serbant and L. R. Petzold, COOPT—a software package for optimal control of largescale differential-algebraic equation systems, Math. Comput. Simulation, 56 (2001), pp. 187–203. Method of lines (Athens, GA, 1999).
- [58] R. W. H. Sargent, Optimal control, J. Comput. Appl. Math., 124 (2000), pp. 361– 371. Numerical analysis 2000, Vol. IV, Optimization and nonlinear equations.
- [59] R.S. Sharp: Vehicle dynamics and the judgment of quality Vehicle Performance, Vehicle Performance (ed.), pp.87-96, J.P.Pauwelussen
- [60] "Rider skill influences on motorcycles manoeuvrering" R. S. Rice SAE paper 780312, 1978
- [61] "Rider's Operation of a Motorcycle Running Straight at Low Speed" M.
 Yokomori, K. Higuchi, T. Ooya, JSME International Journal, Series III, Vol. 35, No. 4, 1992

- [62] Rigamonti, M. tesi di laurea "Dinamica laterale della motocicletta: identificazione sperimentale dei modi di vibrare weave e wobble". 2002, Politecnico di Milano
- [63] Rix, J.J., ColeD.J.: Models of human learning applicable to the vehicle steering task. Proceedings of the International Symposium on Advanced Vehicle Control (AVEC), pp.683–688, 2002.
- [64] Roe, G.E., Thorpe, T.E. "A solution of the low-speed wheel flutter instability in motorcycles", Journal Mechanical Engineering Science, 1976.
- [65] S. Villanova, rel: Prof. V. Cossalter., co.rel. Ing. M. Peretto.," *Metodo della Manovra Ottima. Confronto con dati sperimentali di un veicolo da competizionecategoria SBK.*", tesi di laurea, Università di Padova (2007-2008)
- [66] "Safety, Environment, Future III" Proceedings of the 2000 International Motorcycle Conference, Institute for Motorcycle Safety, Essen, Germany, IFZ Research Publication series edited by Reiner Brendicke
- [67] Sharp, R. S., Limermber, J.N.D.: A Motorcycle Model for Stability and Control Analysis, Multibody System Dynamics, 2001, N. 6: pp 123-142
- [68] Sharp, R. S., Vibrational modes of motorcycles and their design parameter sensitivities, Vehicle NVH and Refinement. Mech. Eng. Pub., London 1994, pp. 107-121.
- [69] Sharp, R. S.: Stability, Control and Steering Responses of Motorcycles, Vehicle System Dynamics 2001, Vol. 35, N° 4-5, pp 291-318.
- [70] "Steady Turning Of Two Wheeled Vehicles" V. Cossalter, A. Doria, R. Lot Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility, Vol 31, N° 3, pp 157-181, march 1999
- [71] "Study of Motorcycle Handling Characteristics and Rider Feeling During Lane Change" – O. Kuroiwa, M. Baba, N. Nakata, SAE International Congress and Exposition, Detriot, Michigan, February 27 – March 2, 1995
- [72] T. Foale. Motorcycle Handling and Chassis Design the art and science, first printing, Spain, 2002.
- [73] *"Taguchi Method Applied to motorcycle Handling"* T. S. Liu, H. Hsiao International Journal of Vehicle Dynamics, V12 N 3, 1991
- [74] The Influence of Tire Properties on the Stability of a Motorcycle in Straight Running and Curves" – V. Cossalter, R. Lot, F. Maggio – in corso di pubblicazione
- [75] "The influence of tyre characteristics on motorcycle manoeuvrability". Mauro Da Lio, Vittore Cossalter, Roberto Lot, Luca Fabbri. – , European Automotive Congress "Vehicle systems technology for the next century", Barcelona 30 June -2 July 1999

- [76] "The Stability and Control of Motorcycles" R. Sharp Journal Mechanical Engineering Science, Vol 13, No. 5, 1971
- [77] "The Stability and Control of Motorcycles" R. Sharp Journal Mechanical Engineering Science, Vol 13, No. 5, 1971
- [78] *"Theoretical and experimental investigations of motorcycle dynamics"* M. K. Verma Tesi di Dottorato, University of Michigan, 1978
- [79] V. Cossalter, A. Doria, R. Lot, Optimum Suspension Design for Motorcycle Braking, Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility, Vol.34, 2000, pp. 175-198, ISSN 0042-3114.
- [80] V. Cossalter, M. Da Lio R. Lot, L.Fabbri : A General Method for the Evaluation of Vehicle Manoeuvrability with Special Emphasis on Motorcycles, Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility, Vol 31, N° 2, pp 113-135, February 1999
- [81] V. Cossalter, M. Da Lio R. Lot, L.Fabbri : A General Method for the Evaluation of Vehicle Manoeuvrability with Special Emphasis on Motorcycles, Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility, Vol 31, N° 2, pp 113-135, February 1999
- [82] V. Cossalter, M. Da Lio, F. Biral, L.Fabbri: Evaluation of Motorcycle Manoeuvrability with the Optimal Manoeuvre Method, SAE Meeting;1998 Motorsports Engineering Conference&Exposition, Dearborn, Michigan, 16-19 November 1998
- [83] V. Cossalter, M. Da Lio, F. Biral, L.Fabbri: Evaluation of Motorcycle Manoeuvrability with the Optimal Manoeuvre Method, SAE Meeting;1998 Motorsports Engineering Conference&Exposition, Dearborn, Michigan, 16-19 November 1998
- [84] V. Cossalter, M. Da Lio, F. Biral, L. Fabbri: Evaluation of Motorcycle Manoeuvrability with the Optimal Manoeuvre Method, SAE Transanctions, Journal of Passenger Cars, 1998
- [85] V. Cossalter, M. Da Lio, R. Lot, L. Fabbri: Simulation and performance evaluation of race motorcycle dynamics based on parts of real circuit, Power Two Wheels International Conference, Atti, Pisa 14-15/12/98
- [86] V. Cossalter, M. Da Lio, R. Lot, L. Fabbri: Simulation and performance evaluation of race motorcycle dynamics based on parts of real circuit, Power Two Wheels International Conference, Atti, Pisa 14-15/12/98
- [87] V. Cossalter, Motorcycle Dynamics, Greendale, WI: Race Dynamics, 2002.
- [88] V. Cossalter, R. Lot, F. Maggio. A Multibody Code for Motorcycle Handling and Stability Analysis with Validation and Examples of Application, Small Engine Technology Conference & Exhibition, Madison, WI, USA, September, 2003, SAE paper 2003-32-0035 / 20034335.

[89] V. Cossalter, R. Lot, F. Maggio. A Multibody Code for Motorcycle Handling and Stability Analysis with Validation and Examples of Application, Small Engine Technology Conference & Exhibition, Madison, WI, USA, September, 2003, SAE paper 2003-32-0035 / 20034335.

- [90] V. Cossalter, R. Lot. A Motorcycle Multi-Body Model for Real Time Simulations Based on the Natural Coordinates Approach, Vehicle System Dynamics, Vol. 37, No. 6, June 2002, pp. 423-448.
- [91] V. Cossalter, R. Lot. A Motorcycle Multi-Body Model for Real Time Simulations Based on the Natural Coordinates Approach, Vehicle System Dynamics, Vol. 37, No. 6, June 2002, pp. 423-448.
- [92] V. Cossalter., Motorcycle Dynamics, Second English Edition, Lulu.com 2006
- [93] V. Cossalter. Motorcycle Dynamics, first english edition, Edizioni Progetto, Padova, 2002.
- [94] "Vehicle Handling and Sensitivity in Transient Manoeuvres" A. R. Savkoor, H. Happel, F. Horkay, Vehicle Performance: J. P. Pauwelussen (ed.), Swets & Zeitlinger