ii

Indice

\mathbf{A}	bstra	nct		1
Sc	omma	ario		3
In	trod	uzione		5
1	Fon	damen	iti teorici e modellistici	7
	1.1	Interp	olazione spaziale delle precipitazioni	7
		1.1.1	Il kriging nel campo omogeneo	10
		1.1.2	Il kriging nel campo non omogeneo	10
		1.1.3	Alcuni aspetti di dettagli nel calcolo dei pesi	12
	1.2	Teoria	della risposta idrologica	15
	1.3	Model	li di separazione dei deflussi	17
		1.3.1	Proprietà idrauliche dei terreni	17
		1.3.2	L'infiltrazione	19
		1.3.3	Il modello di Green-Ampt	22
	1.4	Model	lazione dell'Evapotraspirazione	24
		1.4.1	Il modello FAO	24
	1.5	L'idro	gramma unitario istantaneo	35
	1.6	Il mod	lello geomorfologico	36
		1.6.1	Il trasporto di massa con dispersione	42
		1.6.2	L'idrogramma unitario istantane o geomorfologico $\ .\ .\ .$	46
	1.7	Estraz	x ione del reticolo idrografico $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	48
2	Sull	l'influe	nza dei pattern di precipitazione sulla risposta idro-	-
	logi	ca		53
	2.1	Introd	uzione	53
	2.2	Bacini	di studio	57
		2.2.1	Il bacino del fiume Tanaro	58
		2.2.2	Il bacino del Brenta chiuso a Bassano del Grappa $\ .\ .\ .$	60

	2.3	Materiali e metodi	64
		2.3.1 Coarse-graining del campo di precipitazione	64
		2.3.2 Analisi dei meccanismi di trasporto superficiale	67
	2.4	Risultati	70
		2.4.1 Aggregazione delle precipitazioni	$\frac{10}{70}$
		2.4.2 Distribuzioni dei tempi di residenza campionate da cam-	10
		pi di pioggia atorogonoj	75
		2.4.3 Il ruolo dol trasporto noi versonti o noi conoli	76
	25	Considerazioni conclusivo	70 70
	2.0		19
3	App	olicazione: scenari di cambiamento climatico e salvaguardia	
	dell	a Laguna Veneta	83
	3.1	Introduzione	83
	3.2	Il Bacino Scolante nella Laguna di Venezia	85
	3.3	Materiali e metodi	87
		3.3.1 Dati idrologici	87
		3.3.2 Modello matematico	88
		3.3.3 Il sistema MOSE e la sua gestione operativa	92
	3.4	Risultati	93
		3.4.1 Ricostruzione degli eventi storici	93
		3 4 2 Approccio probabilistico	97
	3.5	Considerazioni conclusive	.02
4	Fon	damenti per lo studio delle interazioni tra idrologia ed	
	evol	luzione dei suoli 1	05
	4.1	Introduzione	.05
	4.2	Modellazione degli spessori di suolo	.07
		4.2.1 Condizioni di equilibrio per gli spessori di suolo: il ruolo	
		dell'idrologia	.09
	4.3	Un approccio idrologico per lo studio delle interazioni con la	
		geomorfologia	10
		4.3.1 Modellazione dell'evapotraspirazione	.11
		4.3.2 Un approccio per la modellazione idrologica di bacino 1	15
	4.4	Considerazioni conclusive e sviluppi futuri	20
~			~ ~
Co	onclu	isioni 1	23
Bi	bliog	grafia 1	28

Elenco delle figure

1.1	Configurazioni bidimensionali di osservazioni con diverse posi- zioni della stazione u_3 . In entrambi i casi il valore attribuito			
	alla posizione u_0 viene stimato mediante il kriging ordinario sul-			
	le cinque posizioni da u_1 a u_5 . Il cerchio tracciato con centro in			
	u_0 ha raggio 1 km, corrispondente al raggio di correlazione dei			
	dati.	13		
1.2	Forme caratteristiche delle relazioni idrauliche $\psi(\theta) \in K_h(\theta)$ per			
	terreni insaturi. Per questo terreno $\phi = 0, 5. \ldots \ldots \ldots$	18		
1.3	Triangolo di tessitura del terreno.	18		
1.4	Moti dell'acqua nel terreno.	20		
1.5	Profili del contenuto d'acqua in un terreno argilloso (porositá			
	$\phi = 0, 50$) per una forzante di precipitazione costante nel tempo			
	ed a battente idraulico nullo	21		
1.6	Schematizzazione dello strato collaborante del terreno secondo			
	il modello di Green-Ampt	22		
1.7	Il bilancio d'energia del suolo.	26		
1.8	Percorsi relativi ai processi di evapotraspirazione e corrispon-			
	denti resistenze	27		
1.9	Variazione tipica del LAI attivo durante il periodo di crescita			
	del mais	29		
1.10	Costruzione della curva del coefficiente k_{cb} per la soia utilizzando			
	durate delle fasi di crescita di 25,25,30 e 20 giorni	32		
1.11	Diagramma per la determinazione del coefficiente k_r	34		
1.12	Diagramma per la determinazione del coefficiente k_s	35		
1.13	Schematizzazione della traiettoria di una particella di massa m .	37		
1.14	Schematizzazione canale-versante.	40		
1.15	Bacino di forma rettangolare	47		
1.16	Schematizzazione dei procedimenti di determinazione delle dire-			
	zioni di drenaggio: (1) direzione Singola, (2) direzione Multipla.	49		

2.1	Inquadramento geografico dei bacini di studio	57
2.2	Esempio di idrogramma di calibrazione per il bacino del fiume Tanaro chiuso a Montecastello.	58
2.3	Sub-catchments of the Tanaro river considered in the numerical experiments	60
2.4	Computed vs measured discharge for the sub-catchments of Ta- naro system (calibration event of November 2002): Bormida at Cassine (a), Orba at Casalcermelli (b), Stura di Demonte at Ga- iola (c), Tanaro at Alba (d), Tanaro at Farigliano (e). In the other plots sample validation events for Brenta (f), Tanaro clo- sed at Montecastello (g) and Tanaro closed at Farigliano (h) are shown	61
2.5	Esempio di idrogramma di calibrazione per il bacino del fiume Brenta chiuso a Bassano del Grappa.	64
2.6	Infiltrazione e meccanismi di generazione dei deflussi nel bacino del fiume Brenta per l'evento di validazione dell'ottobre 1993. I diversi colori nel pannello superiore indicano, per un fissati istanti temporali, la distribuzione spaziale delle aree in cui si ve- rificano infiltrazione, saturazione per eccedenza della capacità di infiltrazione e saturazione per esaurimento del volume invasabile. Il pannello superiore mostra che, in risposta alla precipitazione media sul bacino (a), il deflusso superficiale per eccedenza della capacità di infiltrazione costituisce un contributo molto mode- sto al deflusso complessivo (b), mentre la produzione del deflusso per esaurimento del volume invasabile occorre con frequenza su- periore (c). In ogni caso il deflusso subsuperficiale rappresenta il contributo più importante alla risposta totale del bacino alla sezione di chiusura (d).	65
2.7	Rappresentazione della procedura di aggregazione spaziale dei campi di precipitazioni nel caso del bacino del fiume Tanaro chiu- so a Montecastello; risoluzione spaziale dei campi rappresentati pari a $0.1km$ (a), $10km$ (b) and $50km$ (c)	66
2.8	Esempi di funzioni di densità di probabilità (PDF) dei tempi di residenza ottenute mediante l'applicazione del modello cinematico del trasporto per due diversi rapporti tra velocità nel canale e nel versante v_c/v_h : $v_c/v_h = 1/1$ (a) e $v_c/v_h = 1/0.01$ (b)	70

2.9	Idrogrammi di piena simulati a Bassano del Grappa (bacino del fiume Brenta) per l'evento di precipitazione dell'ottobre 2000 a diverse scale di aggregazione spaziale. Sono riportati i ri- sultati ottenuti dall'applicazione della procedura di up-scaling non-conservativa (a) e conservativa (b)	71
2.10	Idrogrammi simulati nei sottobacini componenti il sistema idro- grafico del fiume Tanaro, nel casi di up-scaling conservativo delle precipitazioni. La risoluzione spaziale del campo di precipitazio- ne varia da 100 m fino alla scala necessaria per ottenere precipi- tazione omogenea sul sottobacino considerato. a) Stura di De- monte (600 km^2), b) Orba (800 km^2), c) Bormida (1500 km^2), d) Tanaro at Alba (3500 km^2).	73
2.11	Idrogramma simulato a Montecastello (bacino del fiume Tana- ro) per l'evento di precipitazione del novembre 1994 alle diverse scale di aggregazione spaziali (procedura di aggregazione con- servativa). In presenza (a) ed in assenza (b) del modulo di infiltrazione	74
2.12	Risposta idrologica del fiume Brenta a Bassano del Grappa in per 3 campi di precipitazione sintetici di volume unitario asse- gnati su aree circolari di raggio $R = 5 \ km. \ldots \ldots \ldots$	76
2.13	Divergenza di Jensen-Shannon calcolata sulle risposte del mo- dello idrologico del fiume Brenta a 100 eventi di precipitazione schematica di volume unitario posizionati in maniera casuale sul bacino al variare del raggio caratterizzante il disco di preci- pitazione. Valore elevati della JSD indicano una mancanza di similarità della risposta al variare della posizione del centro di pioggia	77
2.14	Andamento della JSD(R) per diversi rapporti v_c/v_h sul bacino del Brenta. Valori inferiori del rapporto cinematico produco- no maggiori differenze nella risposta idrologica del bacino alla sezione di chiusura.	78
2.15	Andamenti della JSD(R) per 4 bacini di studio con diverse di- mensioni variabili tra 800 km^2 e 8000 km^2 . Si riportano i casi di due rapporti cinematici: $v_c/v_h = 1/1$ (a) e $v_c/v_h = 1/0.01$ (b).	79
3.1	Il bacino Scolante nella laguna di Venezia: suddivisione nei prin- cipali bacini idrografici e posizione delle stazioni di misura della precipitazione e della portata.	86

- 3.3 Confronto tra le portate osservate e simulate, per 2 dei 27 punti di immissione del bacino scolante nella Laguna di Venezia. I grafici sono relativi a due eventi di validazione del modello per il bacino del canale di Lova, in alto, (evento dell'aprile 1999) e per il bacino del fiume Marzenego (evento del marzo 2001). Si notano i caratteri indotti dalle oscillazioni di marea, rimossi dalla presenza di significativi contributi idrologici. Le oscillazioni di marea vengono riprodotte dal modello idraulico mediante l'imposizione di una condizione al contorno di valle sui livelli misurati in prossimità della foce in laguna. Le condizioni al contorno di monte per la rete idraulica a moto vario sono fornite dai deflussi idrologici simulati mediante il modello geomorfologico. 89
- 3.4 La mesh per la rappresentazione del dominio modellistico (~ 51000 nodi e ~ 100000 elementi). 3 April 2003: (a) velocità del vento misurata (linea continua) e sua direzione (linea tratteggiata) sulla laguna di Venezia; confronto tra livelli lagunari misurati (cerchi) e simulati in prossimità delle stazioni 1BF (b) and 2BF (c). Vengono riportati i risultati comparativi ottenuti in assenza (linee tratteggiate) ed in presenza dell'effetto del vento sulla distribuzione delle superfici libere (linee continue); (d) confronto tra le altezze d'onda misurate (cerchi) e simulate (linee continua e tratteggiata) alle stazioni di misura 1BF e 2BF; portata misurata alle tre bocche di porto, Lido (e), Malamocco (f) e Chioggia (g), trascurando (linee tratteggiate) e considerando (linee continue) l'effetto del vento.

- Simulazioni di sovralzo complessivo in laguna per 3 eventi storici 3.5di chiusura (febbraio 1951, novembre 1966 e dicembre 1981). Per ogni evento il livello medio in laguna tiene conto in ogni passo temporale delle simulazioni del modello idrologico generale del Bacino Scolante e delle stime di portata transitante attraverso le paratoie mobili. L'andamento del sovralzo medio in condizione di chiusura (linea continua) viene confrontato con l'andamento dei livelli registrato a Punta della Salute per l'evento considerato (cerchi). Il sovralzo simulato viene anche confrontato con le stime proposte da Pirazzoli e Umgiesser [2003] per i medesimi eventi (linee tratteggiate). Gli insets riportano il solo contributo al sovralzo dato dagli apporti d'acqua dolce per ciascun evento (linee tratteggiate) ed il confronto con l'assunzione in Pirazzoli e Umgiesser [2003] che tale contributo eguagli la precipitazione diretta (linee continue).
- 3.6 Simulazioni numeriche del modello idrologico-idraulico completo. Tre eventi osservati (14/11/2001, 16/11/2002 e 31/10/2004) sono stati simulati con uno scenario di innalzamento del medio mare di +50 cm. La velocità, direzione e durata del vento sono quelle osservate in corrispondenza delle stazioni anemometriche presenti sul territorio. Si noti che un evento (16/11/2002, in basso a sinistra) è caratterizzato da persistente e forte vento. I grafici riportano il sovralzo locale in diversi punti della laguna (si veda la legenda). Si evidenzia che trascurando l'effetto del vento (negli insets) i sovralzi locali collassano sulla retta indicante il sovralzo statico entro poche ore dall'inizio della chiusura. . . .

95

3.8	Cumulative distribution function of closure durations directly
	derived from the given operational rules and the 1924-2007 hour-
	If the interval of the interval is $(2) + 50$ are a model. Inset: The onlar
	$(\pm 0); (2) \pm 50$ cm a.m.s.i.; (3) ± 50 cm a.m.s.i. mset: The emar-
	gement of the range 7 – 15 nours suggests that the RSL increa-
	12 12 hours but as the modifies the distribution of decuments
	12 - 13 nours, but rather modifies the distribution of closures in the near res $2 - 11$ has
2.0	the range $\delta = 11$ mrs. \ldots
3.9	Frequenze (pdf) dei livelli massimi raggiunti all'interno della la-
	de 2000 - 2007 gette diversi general di combiomente elimetico
	do $2000 - 2007$ sotto diversi scenari di cambiamento ciimatico $(+0, +20, c, +50, cm)$
2 10	$(\pm 0, \pm 50 \ e^{-1} \pm 50 \ e^{-1})$
5.10	Numero di ore/anno di chiusura nene quan la quota lagunare assumo valori maggiori uguali ad una soglia (h) prefissata. Lo
	simulazioni sono svolte sul periodo di osservazione $2000 - 2007$
	ed il grafico ottenuto è normalizzato sul numero di ore di chiu-
	sura all'anno ed esprime quindi la funzione di distribuzione dei
	crossovers sulla soglia h
	0
4.1	Funzione di estrazione dell'umidità del suolo. I parametri adot-
	tati per la stima sono $\theta_{fc} = 0.3, \ \theta_{wp} = 0.05, \ \theta_d = 0.65 \theta_{fc} =$
1.0	0.195, n = 0.5
4.2	Evaporazione media su base mensile in funzione del deficit idrico
4.9	medio sul bacino (D)
4.5	Dipendenza dei dencit idrico medio dai denusso ipodermico dei
1 1	Dacino
4.4	forzaro il modelle idrelogico
15	Andamento della funzione $1/(a + \overline{E})$ al variare del del deficit
4.0	idrico medio \overline{D} \overline{E} varia alla scala mensile e nel grafico ogni
	curva rappresenta la suddetta funzione valutata per ogni mese
	dell'anno 118
16	$\mathbf{D}_{\mathbf{r}}[\mathbf{r}] = \mathbf{r} \mathbf{r} \mathbf{r} \mathbf{r} \mathbf{r} \mathbf{r} \mathbf{r} \mathbf{r}$
4.0	Relatione tra il deficit e l'interarrivo della precipitazione
4.0 4.7	Mappa del deflusso superficiale risultante dall'applicazione del

Elenco delle tabelle

1.1	Valori dei parametri che definiscono i legami costitutivi dei ter-	
	reni secondo lo schema di Figura 1.3 [Clapp e Hornberber, 1978]	19

2.1	Caratteristiche degli eventi di precipitazione utilizzati per la cali-
	brazione dei modelli e per gli esperimenti numerici effettuati sul
	bacino del Tanaro chiuso a Montecastello. Per ogni evento di
	precipitazione vengono riportati i parametri ricavati per fittare
	il variogramma sperimentale, derivati dall'analisi delle precipita-
	zioni orarie mediando nel tempo i variogrammi stimati a partire
	dalle osservazioni orarie. L'adattamento ai dati è stato effettua-
	to mediante interpolazione ai minimi quadrati con modello di
	variogramma esponenziale (scala integrale I e varianza spaziale
	σ^2)

- 2.2 Caratteristiche degli eventi di precipitazione utilizzati per la calibrazione dei modelli e per gli esperimenti numerici effettuati sul bacino del Brenta chiuso a Bassano. Per ogni evento di precipitazione vengono riportati i parametri ricavati per fittare il variogramma sperimentale, derivati dall'analisi delle precipitazioni orarie mediando nel tempo i variogrammi stimati a partire dalle osservazioni orarie. L'adattamento ai dati è stato effettuato mediante interpolazione ai minimi quadrati con modello di variogramma esponenziale (scala integrale I e varianza spaziale σ^2).....

Abstract

This work describes hydrologic modeling studies focusing on i) the role of external forcings in hydrologic models, ii) the continuous description of the flow regimes towards Venice Lagoon, aiming at evaluating the planned system of mobile barriers (MOSE) designed for the protection of Venice from major floods and on studying the impact of spatial distribution of soil depths with reference to runoff production mechanisms, and iii) the interaction between hydrology and landscape evolution. Such analyses allowed the evaluation of the influence of the spatial resolution of rainfall and of its variability on the hydrologic response and the identification of the role of catchment geometry and morphology in attenuating or enhancing the effects of heterogenous rainfall patterns. In the second part of the present work a continuous models of the hydrologic response is applied to the watershed draining into the Venice lagoon and is shown to constitute a robust tool for the evaluation of the impacts of prolonged closures of the Venice Lagoon under different climate change scenarios. Finally, this work presents some preliminary investigations on soil formation and its modelling at the catchment scale, allowing to setup a simplified hydrological model suitable for studying the relevant feedbacks between hydrology, geomorphology and landscape evolution, under different conditions of dynamic equilibrium for the soil.

Sommario

Il presente lavoro di tesi si inserisce nell'ambito della modellazione idrologica, con particolare riferimento i) allo studio del ruolo delle forzanti esterne nei modelli di risposta idrologica, ii) alla modellazione in continuo degli afflussi alla Laguna di Venezia, per l'analisi del funzionamento delle costruende barriere mobili (MOSE) e iii) allo studio dei meccanismi di produzione dei deflussi e dell'interazione tra fenomeni idrologici ed evoluzione dei paesaggi. Tali studi hanno consentito di valutare l'effetto della definizione spaziale della precipitazione sulla risposta idrologica, indagare l'esistenza di una relazione tra la dimensione del bacino e la risoluzione necessaria per descrivere i campi di precipitazione al fine di ottenere una risposta modellistica sufficientemente dettagliata, studiare i meccanismi fisici attraverso i quali la formazione dei deflussi idrologici risente della variabilità spaziale della precipitazione. L'impiego di modelli continui della risposta idrologica ha permesso la valutazione dell'efficacia dei meccanismi di isolamento della Laguna di Venezia dal mare, per periodi anche prolungati, in diversi scenari di cambiamento climatico. Infine gli studi preliminari sulla modellazione degli spessori di suolo ha consentito la messa a punto di un modello idrologico adatto allo studio delle relazioni tra distribuzione spaziale dello spessore di suolo e relativi feedback idrologici, in diverse condizioni di equilibrio dinamico del terreno.

Introduzione

La presente tesi rende conto di un lavoro di ricerca articolato, che ha riguardato numerosi aspetti della modellistica idrologica, con la finalità generale di approfondire alcuni problemi aperti, dandone delle soluzioni adeguate, da applicarsi a casi di particolare rilevanza. In ragione della varietà degli argomenti affrontati si ritiene dunque opportuno presentare il lavoro svolto ed i risultati ottenuti suddividendo tale presentazione in tre parti.

La prima parte riguarda lo studio dell'influenza delle eterogeneità spaziali sulla risposta idrologica attraverso l'uso di modelli a fondamento geomorfologico. Tale lavoro ha permesso di: a) determinare l'influenza della definizione spaziale della precipitazione sulla risposta idrologica; b) identificare le dimensioni di un bacino idrografico per le quali diviene importante la risoluzione con la quale sono descritti i campi di precipitazione; c) studiare i meccanismi fisici attraverso i quali la formazione dei deflussi può risentire della variabilità spaziale della precipitazione. Le analisi, condotte su bacini con diverse caratteristiche geometriche e morfologiche, hanno evidenziato come la risposta idrologica sia maggiormente sensibile al volume di precipitazione affluente al bacino, istante per istante, piuttosto che alla sua dettagliata distribuzione spaziale. Tale circostanza è determinata dal ruolo dominante dei meccanismi di versante nel determinare i tempi di residenza dell'acqua all'interno del bacino. L'argomento ed i risultati ottenuti risultano di concreta attualità nelle applicazioni di modellistica idrologica.

La seconda parte della presente tesi riferisce dello sviluppo e dell'applicazione di strumenti modellistici geomorfologici adeguati a descrivere la risposta in continuo del Bacino Scolante nella Laguna di Venezia al fine di valutare le implicazioni idrologiche connesse al funzionamento delle opere di salvaguardia della laguna delle acque alte eccezionali (MOSE). Un modello geomorfologico generale del Bacino Scolante è stato applicato alla valutazione del contributo idrologico all'innalzamento del livello lagunare al di sopra della quota di salvaguardia in caso di prolungati periodi di isolamento della laguna dal mare Adriatico. Il problema, di sicuro interesse applicativo, rappresenta un significativo apporto al lavoro di tesi nella valutazione di diversi scenari di cambiamento climatico che permettono la simulazione di corrispondenti scenari operativi nei prossimi 100 anni. Lo sviluppo di un approccio statistico per la valutazione del rischio di allagamento costituisce ulteriore elemento di novità permettendo una caratterizzazione delle distribuzioni di probabilità per le durate delle chiusure e per il livello raggiunto nella laguna nei periodi di isolamento della stessa dal mare.

Il terzo argomento sviluppato nell'ambito del Dottorato di Ricerca si astrae dall'approccio modellistico adottato nel resto del lavoro ed affronta lo studio dell'eterogeneità spaziale degli spessori di suolo, nell'ottica della determinazione della loro influenza sulla risposta idrologica. Tale argomento, oggetto di un periodo di collaborazione con il Prof. Tarboton presso la Utah State University nel periodo maggio-novembre 2008, contribuisce a porre le basi di una formulazione della risposta idrologica interamente basata sulla geomorfologia di bacino. Lo spessore dello strato di suolo idrologicamente attivo è un parametro determinante per la valutazione dei processi idrologici per il suo ruolo dominante nei processi di generazione di deflusso e nel condizionare la disponibilità di umidità e di nutrienti, con importanti conseguenze ecosistemiche. Gli studi proposti mirano allo sviluppo di modelli matematici fisicamente basati per lo studio delle interazioni tra idrologia e geomorfologia e per la modellazione dei processi di formazione dei suoli e dunque per la previsione della distribuzione spaziale degli spessori di suolo, nell'ottica di una co-evoluzione del sistema geologico e idrologico.

Capitolo 1

Fondamenti teorici e modellistici

Il capitolo descrive gli strumenti teorici e i modelli che costituiscono il fondamento della ricerca effettuata nell'ambito dell'applicazione dei modelli idrologicomatematici sviluppati presso l'Università degli Studi di Padova. Ulteriori elementi teorici e gli strumenti sviluppati nell'ambito della ricerca riguardante l'accoppiamento di modelli bio-morfologici e idrologici verranno invece presentati separatamente (Capitolo 4). Nei paragrafi che seguono verranno quindi descritti i modelli impiegati per: i) l'interpolazione spaziale delle precipitazioni; ii) la separazione degli afflussi meteorici e la valutazione dei deflussi superficiali, ipodermici e profondi; iii) l'estrazione della rete di drenaggio a partire dalle mappe digitali del terreno e la descrizione del trasporto dei deflussi lungo i percorsi definiti dalle caratteristiche geomorfologiche del bacino.

1.1 Interpolazione spaziale delle precipitazioni

La precipitazione è un fenomeno che presenta una grande variabilità sia spaziale che temporale. Nella pratica della modellazione idrologica alla scala di bacino è richiesta una descrizione dei campi di pioggia a partire dalle registrazioni puntuali effettuate presso le stazioni pluviometriche dislocate sul territorio. Il kriging rappresenta un efficace strumento di interpolazione statistica dei dati di pioggia misurati [De Marsily, 1986]; esso permette, a partire da una serie di dati misurati in diverse stazioni del bacino, di produrre la stima del valore di precipitazione in un punto generico caratterizzata da assenza di errore sistematico e dal minimo errore di stima. Ripetendo il calcolo per i centri di ogni cella di una griglia regolare è possibile risalire alla distribuzione della precipitazione sull'intero bacino (si veda Lebel *et al.* [1987] per una discussione sull'appropriatezza del kriging come strumento di stima della distribuzione spaziale della precipitazione).

Assunto che la precipitazione misurata al suolo, $z(\overline{x})$, sia una funzione delle coordinate spaziali \overline{x} , tale funzione deve essere ricostruita in ogni punto della regione di studio a partire dalle misure disponibili e dalle considerazioni legate alla natura del fenomeno fisico la origina. $z(\overline{x})$ è dunque considerata un campo aleatorio del quale la distribuzione reale $Z(\overline{x})$ si immagina essere una delle infinite ed equiprobabili realizzazioni $Z(\overline{x})_1, Z(\overline{x})_2, \dots, Z(\overline{x})_k$. Per descrivere in maniera completa tale funzione aleatoria continua, si ricorre alla stima dei suoi momenti, che forniscono informazioni sulle proprietà del campo aleatorio. Tali momenti sono

• il valore atteso

$$\mu = E(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} Z \cdot d[F(Z)] = \int_{-\infty}^{+\infty} Z \cdot f(Z) \cdot dZ$$
(1.1)

che rappresenta la media pesata, mediante la probabilità, di tutti i possibili eventi;

• la *varianza*

$$\sigma_z^2 = E[(z-\mu)^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} (Z-\mu)^2 \cdot d(F(Z)) = \int_{-\infty}^{+\infty} (Z-\mu)^2 \cdot f(Z) \cdot dZ \quad (1.2)$$

che è la media pesata, mediante la probabilità, dei quadrati delle deviazioni della funzione rispetto al valore atteso;

• il variogramma

$$\gamma(\overline{x},\overline{h}) = 1/2 \ \sigma^2[z(\overline{x}+\overline{h}) - z(\overline{h})] =$$
(1.3)
= $1/2E\left\{ \left[[z(\overline{x}+\overline{h}) - z(\overline{x})] - E[z(\overline{x}+\overline{h}) - z(\overline{x})] \right]^2 \right\}$

dove \overline{x} rappresenta il vettore coordinate di un punto generico dello spazio e $\hat{x} + \hat{h}$ il vettore coordinate di un punto che dista \overline{h} da \overline{x} ;

• l'autocovarianza

$$C(\overline{x},\overline{h}) = E\{[z(\overline{x}+\overline{h})-\mu] \cdot [z(\overline{x})-\mu]\}$$
(1.4)

Tra le ultime due grandezze, nell'ipotesi che sia definita la varianza $\sigma^2(\overline{x})$, esiste una relazione, che può essere ricavata partendo dalla definizione di variogramma, sviluppandone il quadrato e sfruttando le proprietà di linearità dell'operatore media. La relazione si presenta nella forma:

$$2\gamma(\overline{x},\overline{h}) = \sigma^2(\overline{x},\overline{h}) + \sigma^2(\overline{x}) - 2C(\overline{x},\overline{h})$$
(1.5)

Infine è opportuno definire due proprietà che permettono di semplificare il calcolo dei momenti definiti poc'anzi:

• omogeneità (o stazionarietà): la possibilità di estendere a tutto il campo $z(\overline{x})$ le proprietà statistiche che si ottengono dalle misure a disposizione. In un campo stazionario quindi le proprietà statistiche non variano nello spazio. In particolare la stazionarietà del secondo ordine sottende le seguenti proprietà:

$$E[z(\overline{x})] = \mu$$
$$C(\overline{x}, \overline{h}) = C(\overline{h})$$
$$\gamma(\overline{x}, \overline{h}) = \gamma(\overline{h})$$

• ergodicità: ovvero le realizzazioni disponibili (le misure) sono rappresentative dell'intera popolazione in esame, cioè possiedono le stesse proprietà statistiche dell'insieme di tutte le possibili realizzazioni. In altri termini, dato un processo stocastico, indicata con m(x) la media calcolata su una singola realizzazione di N elementi, il processo si dice ergodico nella media se, al tendere di N all'infinito, m(x) tende allo stesso valore $\mu(x)$ qualunque sia la realizzazione considerata;

Nel caso di campo omogeneo, la (1.5) diventa

$$\gamma(\overline{h}) = \sigma^2(z) - C_z(h) \tag{1.6}$$

Al tendere di h ad infinito, la covarianza tende ad annullarsi e quindi il variogramma tende alla varianza, mentre al tendere di h a 0, anche il variogramma tende a 0. Questo significa che, il valore assunto dalla variabile aleatoria in un punto dello spazio si avvicina al valore assunto in un altro punto in misura tanto maggiore, quanto minore è la distanza che separa i due punti. Quindi il variogramma dà una misura del grado di correlazione del campo: meno il campo è correlato e più rapidamente il variogramma si avvicina al suo valore massimo, cioè alla varianza. Nel caso del campo delle precipitazioni è possibile approssimare l'andamento del variogramma al crescere della distanza, tramite la seguente legge di natura esponenziale:

$$\gamma_h(r) = \sigma_h^2 [1 - e^{r'}] \qquad r' = \sqrt{\left(\frac{r_x}{I}\right)^2 + \left(\frac{r_y}{I}\right)^2} \tag{1.7}$$

dove r_x e r_y rappresentano le componenti secondo gli assi coordinati della distanza fra i due punti rispetto ai quali il variogramma è calcolato, $\sigma^2(h)$ è la varianza della variabile aleatoria h, I è una grandezza chiamata scala integrale di h. I rappresenta una misura della distanza entro la quale il campo risulta significativamente correlato [Goovaerts, 1997].

1.1.1 Il kriging nel campo omogeneo

Data una variabile aleatoria z(x, y) appartenente ad un campo omogeneo (equazione (1.6)), di cui sia noto il valore misurato in alcuni punti di un assegnato dominio, si voglia stimare z in un generico punto di coordinate (x_0, y_0) . Una stima ottimale $\hat{z}(x_0, y_0)$ è definita dalle condizioni:

$$E(\hat{z}_0 - z_0) = 0$$
(1.8)

$$var(\hat{z}_0 - z_0) = min$$

La prima condizione richiede l'assenza di errore sistematico, cioè che l'errore medio sia nullo; la seconda condizione richiede invece la minimizzazione della varianza dell'errore.

Se $z_i(x_i, y_i)$ sono i valori di z misurati in n punti dello spazio, il valore ottimo $\hat{z}(x_0, y_0)$ può essere ottenuto come combinazione lineare degli $z_i(x_i, y_i)$:

$$\widetilde{z} = \sum \lambda_{i0} \cdot z_i \tag{1.9}$$

Nell'ipotesi omogenea e in particolare di media costante, il valore di \hat{z} così calcolato soddisfa automaticamente la prima delle (1.8). La seconda condizione è soddisfatta imponendo

$$\frac{\partial var[\hat{z}_0 - z_0]}{\partial \lambda_{k0}} \qquad k = 1, 2, \dots, n \tag{1.10}$$

La soluzione della (1.10) è rappresentata da un vettore di coefficienti

$$\overline{\lambda_0} = \tilde{C}^{-1} \cdot \overline{c_0} \tag{1.11}$$

dove \tilde{C} è la matrice delle covarianze il cui generico elemento \tilde{C}_{ij} rappresenta $C(r_{ij})$, cioè l'autocovarianza della variabile aleatoria z fra due punti che distano tra loro r_{ij} , mentre $\overline{c_0}$ è il vettore il cui generico elemento $\overline{c_{0i}}$ rappresenta l'autocovarianza della variabile aleatoria z di lag r_{0i} . Il valore di \hat{z}_0 così calcolato minimizza la varianza dell'errore che risulta sempre minore o uguale alla varianza originaria della variabile aleatoria (uguale nel caso in cui si assuma \hat{z}_0 uguale alla media dei valori misurati).

1.1.2 Il kriging nel campo non omogeneo

Dato un generico dominio dello spazio, per semplicità un quadrato di lato L, è possibile definire le grandezze

$$m_z = \frac{1}{L^2} \int_{L \times L} z(\overline{x}) dx \tag{1.12}$$

$$s^{2}(z) = \frac{1}{L^{2}} \int_{L \times L} [z(\overline{x}) - m_{z}]^{2} dx \qquad (1.13)$$

Mentre, in generale, al tendere di L ad infinito m_z tende alla media, in alcuni casi il limite di $s^2(z)$ non è finito e non risultano dunque definiti la varianza e l'autocovarianza del campo. Al fine di poter utilizzare una forma di kriging per interpolare i dati osservati, si può adottare l'ipotesi meno restrittiva che il campo degli incrementi sia omogeneo:

$$E[z(\overline{x} + \overline{h}) - z(\overline{x})] = \mu_{\Delta}(\overline{h})$$

$$var[z(\overline{x} + \overline{h}) - z(\overline{x})] = 2\gamma(\overline{x}, \overline{h}) = 2\gamma(\overline{h})$$
(1.14)

Si impone come nel caso omogeneo che

$$E(\hat{z}_0) = \mu \tag{1.15}$$

$$var(\hat{z}_0 - z_0) = min \tag{1.16}$$

Sviluppando la (1.15) si ottiene

$$E\left(\sum_{i}^{n}\lambda_{i0}z_{i}\right) = \sum_{i}^{n}\lambda_{i0}E(z_{i}) = \mu\sum_{i}^{n}\lambda_{i0} \qquad (1.17)$$

da cui

$$\sum_{i}^{n} \lambda_{i0} = 1 \tag{1.18}$$

mentre dalla (1.16) si ottiene

$$E\left[\sum_{i}^{n} (\lambda_{i0} z_i - z_0)^2\right] = min \tag{1.19}$$

Il problema si risolve minimizzando l'equazione (1.19) con il vincolo dato dalla (1.18) tramite il metodo dei moltiplicatori di Lagrange, cioè minimizzando l'espressione seguente

$$g(z) = E\left[\sum_{i}^{n} \lambda_{i0}(z_i - z_0)^2\right] - \alpha\left(\sum_{i} \lambda_{i0} - 1\right)$$
(1.20)

Per minimizzare la (1.20) si impone l'annullarsi della derivata prima rispetto ai coefficienti incogniti

$$\frac{\partial g}{\partial \lambda_{k0}} = 0 \qquad \frac{\partial g}{\partial \alpha} = 0 \tag{1.21}$$

alcuni sviluppi permettono di ottenere il vettore dei coefficienti $\overline{\lambda}$

$$\overline{\lambda} = \widetilde{\Gamma}^{-1} \gamma_0 \tag{1.22}$$

dove

$$\overline{\lambda} = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n, \alpha] \qquad \overline{\gamma_0} = [\gamma_{10}, \gamma_{20}, \dots, \gamma_{n0}, \alpha]$$
$$\widetilde{\Gamma} = \begin{bmatrix} \gamma(r_{11}) & \dots & \gamma(r_{1n}) & 1\\ \gamma(r_{21}) & \dots & \gamma(r_{2n}) & 1\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Quest'ultima rappresenta una soluzione generale del problema di interpolazione spaziale di dati misurati in campi aleatori, valida quindi anche nel caso di campo omogeneo.

1.1.3 Alcuni aspetti di dettagli nel calcolo dei pesi

Il vettore dei pesi del kriging ordinario, utilizzando la notazione matriciale, si può esprimere nel modo seguente:

$$\begin{bmatrix} [\lambda_i(r0)]^T \\ \nu(r0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [C(r_{ij})] & [1]^T \\ [1] & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} [C(r_{0j})]^T \\ 1 \end{bmatrix}$$
(1.23)

nella quale i pesi del sistema incorporano informazioni relative a:

- 1. la distanza fisica tra i punti di misura dei dati e la posizione in cui si vuole stimare il valore assunto dal campo, mediante il termine di covarianza $C(r_{0j})$;
- 2. la ridondanza dei dati mediante i termini della matrice di covarianza $[C(r_{ij})].$

Invece della distanza fisica $|r_{0j}|$, comune a tutte le variabili, le distanze utilizzate nel kriging sono le distanze del semivariogramma $\gamma(r_{0j})$, ricavato dalle osservazioni a disposizione. I pesi del kriging dipendono soltanto dalla forma (relativa all'anisotropia, al raggio di correlazione) del semivariogramma e non da ogni fattore moltiplicativo del semivariogramma o delle covarianze [Goovaerts, 1997]. Si consideri, ad esempio, la stima mediante il kriging ordinario della variabile z nella posizione u_0 , utilizzando i dati rilevati nelle cinque posizioni come mostrato in Figura 1.1(a). Il sistema del kriging ordinario dell'equazione 1.23 diventa:

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & 1\\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & 1\\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & 1\\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & 1\\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1(u_0) \\ \lambda_2(u_0) \\ \lambda_3(u_0) \\ \lambda_4(u_0) \\ \lambda_5(u_0) \\ \nu(u_0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{10} \\ C_{20} \\ C_{30} \\ C_{40} \\ C_{50} \\ 1 \end{bmatrix}$$
(1.24)



Figura 1.1: Configurazioni bidimensionali di osservazioni con diverse posizioni della stazione u_3 . In entrambi i casi il valore attribuito alla posizione u_0 viene stimato mediante il kriging ordinario sulle cinque posizioni da u_1 a u_5 . Il cerchio tracciato con centro in u_0 ha raggio 1 km, corrispondente al raggio di correlazione dei dati.

dove i termini $C_{\alpha\beta}$ rappresentano le covarianze tra i dati misurati, mentre i termini $C_{\alpha0}$ determinano la covarianza tra i dati misurati e quelli incogniti della posizione considerata. Supponendo di considerare un semivariogramma sfericamente isotropo e avente scala integrale di 1km, il corrispondente modello di covarianza risulta:

$$C(h) = \begin{cases} 1 - [1.5\frac{h}{a} - 0.5(\frac{h}{a})^3] & se \quad h < 1 \quad km \\ 0 & se \quad h \ge 1 \quad km \end{cases}$$
(1.25)

Dato il modello di covarianza e la configurazione dei dati mostrata in Figura 1.1(a), il sistema del kriging (1.24) diventa:

$$\begin{bmatrix} 1.00 & 0.06 & 0.05 & 0.00 & 0.00 & 1\\ 0.06 & 1.00 & 0.85 & 0.00 & 0.00 & 1\\ 0.05 & 0.85 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 1\\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 1\\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1(u_0) \\ \lambda_2(u_0) \\ \lambda_3(u_0) \\ \lambda_4(u_0) \\ \lambda_5(u_0) \\ \nu(u_0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.43 \\ 0.43 \\ 0.42 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 1 \end{bmatrix}$$
(1.26)

Si noti come un alto valore di covarianza (0.85) evidenzi una ridondanza dei dati presso le stazioni 2 e 3. D'altra parte, i valori nulli mostrano come il punto nel quale si voglia stimare il dato, si trovi al di fuori del raggio di correlazione dei dati registrati nelle stazioni 4 e 5. I seguenti pesi del kriging ordinario

rappresentano la soluzione del sistema 1.26:

$$\lambda_1(u_0) = 0.446 \quad \lambda_2(u_0) = 0.284 \quad \lambda_3(u_0) = 0.190 \\ \lambda_4(u_0) = 0.040 \quad \lambda_5(u_0) = 0.040$$

Si può notare come i pesi del kriging diminuiscano al crescere della distanza tra la posizione incognita e i punti nei quali il campo assume valori noti, inoltre:

- 1. Entrambi i punti 1 e 2 si trovano alla medesima distanza dal punto 0 ma il peso della stazione 2 risulta minore rispetto al precedente per effetto della ridondanza di osservazioni dovuta alla vicinanza della posizione 3;
- 2. I dati noti nelle posizioni 4 e 5 hanno pesi non nulli nonostante siano al di fuori del raggio di correlazione dei dati. Il valore non nullo è dovuto al contributo di tali pesi alla stima della componente di "trend" nella locazione 0 (la stima della componente di "trend" è implicita nel kriging ordinario).

Si consideri ora una seconda configurazione dei dati illustrata nel grafico della Figura 1.1(b). I pesi del kriging ordinario in questa configurazione sono:

$$\lambda_1(u_0) = 0.311 \quad \lambda_2(u_0) = -0.057 \quad \lambda_3(u_0) = 0.702 \\ \lambda_4(u_0) = 0.022 \quad \lambda_5(u_0) = 0.022$$

Si noti come il peso della posizione 2 assuma un valore negativo. Pesi negativi tipicamente si presentano nel caso in cui l'influenza di uno specifico dato sia schermato da uno ad esso vicino. In particolare in Figura 1.1, il dato nella posizione 3 scherma le informazioni disponibili nella posizione 2. La presenza di pesi negativi può implicare una stima di valori al di fuori del campo di validità della variabile allo studio. Sebbene questa non-convessità dello stimatore kriging sia una proprietà desiderabile, essa può fornire risultati non accettabili, come ad esempio concentrazioni o valori di precipitazione negativi. Per ovviare ai problemi di non-convessità è possibile procedere in uno dei modi seguenti:

- 1. Forzare tutti i pesi del kriging ad assumere valori positivi [Barnes e Johnson, 1984];
- 2. Aggiungere a tutti i pesi una costante eguale al modulo del maggior valore negativo nei pesi riscalando poi tutti i pesi imponendone una somma unitaria [Journel e Rao, 1996];
- 3. Forzare ogni valore al di fuori del campo di validità della variabile al più prossimo valore accettabile [Mallet, 1980]. Nel presente lavoro si è scelto di procedere in questo modo;

4. Imporre dei limiti sulle stime del kriging anzichè sui suoi pesi attraverso l'uso di indicatori e di intervalli vincolanti [Journel, 1986].

1.2 Teoria della risposta idrologica

Identificata una sezione di un corso d'acqua, il bacino idrografico da questa sotteso è la porzione di territorio tale che la pioggia caduta su di essa deve transitare, se non si infiltra raggiungendo la falda regionale e non ri-evapora, attraverso la sezione fissata. Quest'ultima è detta sezione di chiusura del bacino. Un problema teorico e pratico di grande interesse è quello di determinare, a partire dall'intensità di precipitazione j(t) che insiste su un bacino idrografico, l'idrogramma Q(t) alla sua sezione di chiusura. I processi che sono coinvolti nella determinazione della risposta idrologica di un bacino possono essere discussi considerando il bilancio di massa relativo ad un volume di controllo coincidente con il bacino stesso. La legge di conservazione della massa, per tale volume di controllo, si scrive nel modo seguente:

$$\frac{dV}{dt} = P(t) - Q(t) - F(t) - ET(t)$$
(1.27)

dove F(t) è il flusso totale che lascia il bacino attraverso le acque sotterranee e ET(t) è l'evapotraspirazione.

Se si concentra l'attenzione sui fenomeni di piena e quindi sulle scale temporali approssimativamente comprese tra l'ora e i giorni, il flusso relativo ai moti di filtrazione risulta trascurabile rispetto al deflusso superficiale Q(t), in quanto caratterizzato da velocità senz'altro inferiori. Inoltre, durante l'evento, la radiazione solare incidente è molto ridotta e l'umidità atmosferica molto elevata: il flusso dovuto all'evapotraspirazione ET(t) è dunque anch'esso trascurabile rispetto al deflusso superficiale. L'equazione di bilancio della massa si scrive dunque, per un evento di piena:

$$Q(t) = P(t) - \frac{dV}{dt} = P(t) - \frac{dV_g}{dt} - \frac{dV_s}{dt}$$
(1.28)

nella quale si è suddiviso il volume d'acqua invasato nel bacino nei termini sub-superficiale V_g e superficiale V_s . Si noti che la derivata temporale di V_g rappresenta il flusso di precipitazione che si infiltra nel suolo e raggiunge la falda, risultando così 'perso' ai fini del deflusso. Per tale ragione il termine

$$P_e(t) = P(t) - \frac{dV_g}{dt}$$

è detto precipitazione efficace: esso è la parte di pioggia che effettivamente contribuisce alla formazione della piena. La descrizione della risposta idrologica richiede dunque, come primo passo, la determinazione della precipitazione efficace P_e . L'equazione di continuità può ora essere riscritta nel modo seguente:

$$Q(t) = P_e(t) - \frac{dV_s}{dt}$$
(1.29)

La (1.29) evidenzia come il deflusso di una particella d'acqua attraverso la sezione di chiusura sia 'ritardato' rispetto all'istante in cui essa cade sul bacino in relazione alla variazione del volume d'acqua invasato all'interno del bacino stesso. Esprimere Q(t) nella (1.29) esplicitamente rispetto a $P_e(t)$ e alle caratteristiche del bacino significa descrivere i meccanismi di trasporto dell'acqua all'interno del bacino stesso. È questa la seconda componente di un modello di risposta idrologica.

Nel caso in cui si voglia descrivere la risposta idrologica di un bacino non a scala di evento, ma in modo continuo, è importante notare che, poichè alcuni dei processi che avvengono nel sistema idrologico implicano un cambiamento di fase per l'acqua (e.g. evapotraspirazione), il bilancio idrologico risulta fortemente accoppiato al bilancio di energia per lo stesso sistema, come risulta dall'equazione (1.27). Un modello idrologico continuo risulta uno strumento in grado di accoppiare al bilancio di massa un opportuno bilancio di energia che metta in conto l'effetto a lungo termine dovuto all'evapotraspirazione. La valutazione di tale termine, infatti, è di grande importanza per la determinazione dello stato di umidità del terreno nel tempo che intercorre tra un evento di precipitazione e quello successivo. L'approccio adottato consente di valutare lo stato di imbibizione del suolo all'inizio di ciascun evento, e quindi di determinare in modo corretto la quota di precipitazione infiltrata nel terreno.

L'equazione di continuità nel caso di modelli idrologici continui, per un volume di controllo coincidente con il bacino stesso, si scrive:

$$Q(t) = P_e(t) - ET(t) - \frac{dV_s}{dt}$$
(1.30)

La descrizione della risposta idrologica si risolve dunque nella descrizione di due processi in sequenza: i) la separazione dell'infiltrazione dalla pioggia efficace e la descrizione del termine legato all'evapotraspirazione; ii) la descrizione dei processi di trasporto, superficiale e sub-superficiale, a scala di bacino. Prima di procedere alla descrizione dei modelli teorici e pratici che interpretano i processi descritti è importante sottolineare come qualsiasi prospettiva di applicazione dei concetti esposti dipenda necessariamente dalla disponibilità di misure sperimentali della precipitazione, delle forzanti meteorologiche e della portata per la determinazione dei valori dei parametri in gioco.

1.3 Modelli di separazione dei deflussi

1.3.1 Proprietà idrauliche dei terreni

Il moto nei mezzi porosi saturi è descritto dalla legge di Darcy

$$v_x = -K_h \frac{d(z + \frac{p}{\gamma_w})}{dx},\tag{1.31}$$

dove v_x è la velocità in direzione x, z l'altezza rispetto ad un sistema di riferimento arbitrariamente scelto, p la pressione dell'acqua, γ_w la densità dell'acqua e K_h la conduttività idraulica del mezzo. Poichè γ_w è costante, nel caso di problemi idrologici che non coinvolgano gradienti di temperatura o salinità, nell'applicare la legge di Darcy allo studio dell'infiltrazione, conviene usare la '*piezometrica*' ψ , definita come

$$\psi = \frac{p}{\gamma_w}.\tag{1.32}$$

Nei moti di filtrazione in mezzi porosi insaturi conduttività idraulica e piezometrica sono fuzioni del contenuto d'acqua θ ; la legge di Darcy perciò diventa:

$$v_x = -K_h(\theta) \frac{d[z + \psi(\theta)]}{dx}.$$
(1.33)

Dalla (1.33) si può dedurre che la conduttività idraulica, o permeabilità, è la velocità alla quale l'acqua si muove in un mezzo poroso sotto l'azione di un gradiente unitario di energia potenziale. Essa dipende dalle dimensioni dei canalicoli disponibili per il passaggio dell'acqua: in condizioni di saturazione (i.e. $\theta = \phi$), K_h raggiunge il valore massimo di K_{hsat} che dipende dalle dimensioni dei grani che costituiscono il terreno; in condizioni di parziale saturazione la conducibilità dipende dalle dimensioni dei grani e dal grado di saturazione $S = \frac{\theta}{\phi}$. Per un dato suolo la relazione tra conduttività idraulica e contenuto d'acqua è generalmente non lineare, l'andamento qualitativo di tale relazione è riportato in Figura 1.2. Nel presente lavoro si sono utilizzate relazioni largamente adottate nella letteratura [Clapp e Hornberber, 1978]:

$$\psi(\theta) = |\psi_s| \left(\frac{\theta}{\phi}\right)^{-b},\tag{1.34}$$

$$K_h(\theta) = K_{hsat}(\frac{\theta}{\phi})^c.$$
(1.35)



Figura 1.2: Forme caratteristiche delle relazioni idrauliche $\psi(\theta)$ e $K_h(\theta)$ per terreni insaturi. Per questo terreno $\phi = 0, 5$.



Figura 1.3: Triangolo di tessitura del terreno.

Classe di	ϕ	K_{hsat}	ψ_f	θ_{FC}
tessitura		(mm/h)	(mm)	
Sand	0.437	> 40	49.5	$0.07 \div 0.17$
Loamy sand	0.437	29.9	61.3	$0.11 \div 0.19$
Sandy loam	0.453	10.9	110.1	$0.18 \div 0.28$
Silt loam	0.501	6.5	166.8	$0.22 \div 0.36$
Loam	0.463	3.4	88.9	$0.20 \div 0.30$
Sandy clay loam	0.398	1.5	218.5	$0.22 \div 0.32$
Silty clay loam	0.471	1.0	273.0	$0.30 \div 0.37$
Clay loam	0.464	1.0	208.8	$0.30 \div 0.37$
Sandy clay	0.430	0.6	239.0	$0.27 \div 0.34$
Silty clay	0.479	0.5	292.2	$0.30 \div 0.42$
Clay	0.475	0.3	316.3	$0.32 \div 0.40$

Tabella 1.1: Valori dei parametri che definiscono i legami costitutivi dei terreni secondo lo schema di Figura 1.3 [Clapp e Hornberber, 1978]

Nelle equazioni (1.34) e (1.35) ψ_s , $b \in c$ ($c \cong 2b + 3$) sono parametri sperimentali dipendendi dalla tessitura del terreno, determinata dalla percentuale in peso di argilla, limo e sabbia presenti nel suolo dopo che le particelle aventi diametro superiore a quelle di sabbia (0, 2 mm) siano state rimosse, secondo lo schema elaborato dallo U.S. Department of Agriculture (Figura 1.3). I valori dei parametri che definiscono i legami costitutivi [Clapp e Hornberber, 1978; Dingman, 1994] sono riportati nella Tabella 1.1 per diverse tipologie di terreno. θ_{FC} rappresenta il contenuto d'acqua che può essere trattenuto dal terreno contro la forza di gravità. I valori attribuiti alla piezometrica ψ sono stati determinati anch'essi per via sperimentale in base alla tessitura del terreno.

1.3.2 L'infiltrazione

Lo studio dell'infiltrazione dell'acqua nel terreno gioca un ruolo decisivo nei modelli di risposta idrologica poiché determina la separazione degli afflussi nelle due componenti, rapida (deflusso superficiale) e lenta (deflusso sub-superficiale) della risposta idrologica. La precipitazione che raggiunge la superficie del terreno, in parte defluisce superficialmente ed, in parte, si infiltra nel terreno stesso. Lo studio dei complessi fenomeni di infiltrazione e redistribuzione (si veda la Figura 1.4), ovvero il movimento dell'acqua infiltrata nella zona non satura del terreno, costituisce la base di molti aspetti di cruciale importanza nella gestione delle risorse idriche, tra cui la risposta idrologica ad eventi meteoro-



Figura 1.4: Moti dell'acqua nel terreno.



logici ordinari ed estremi. Nel corso di un evento di precipitazione si osserva

Figura 1.5: Profili del contenuto d'acqua in un terreno argilloso (porositá $\phi = 0, 50$) per una forzante di precipitazione costante nel tempo ed a battente idraulico nullo.

un fronte di saturazione che si propaga verso il basso a partire dalla superficie del terreno: si tratta, una volta analizzata la dinamica, di determinare la velocitá di infiltrazione in funzione del tempo, f(t), la quale dipende dall'intensitá di precipitazione, j(t), dalla conducibilitá idraulica satura, K_{hsat} , dal contenuto iniziale d'acqua del terreno, θ_0 , dalla pendenza, dalla scabrezza e dalle caratteristiche chimiche della superficie del terreno. La soluzione adottata nel presente lavoro si basa su uno schema alla Green-Ampt adattato al caso di terreni di profondità limitata (con spessore dello strato collaborante del suolo ΔZ) in presenza di precipitazioni non stazionarie [Green e Ampt, 1911; Chu, 1978; Dingman, 1994; Barry *et al.*, 2005]. Si rimanda al paragrafo successivo per una descrizione approfondita del modello in parola.

1.3.3 Il modello di Green-Ampt

Il modello di Green-Ampt ipotizza che i processi di infiltrazione dell'acqua nel terreno siano approssimabili mediante la presenza di un fronte di saturazione orizzontale si propaga nel terreno con una velocitá dipendente dalla conducibilitá idraulica satura, K_{hsat} . Tale formulazione, nell'implementazione adottata prevede due meccanismi di produzione dei deflussi superficiali:

- il meccanismo di *Dunne* per cui la saturazione avviene per progressivo esaurimento del volume invasabile nello strato collaborante del terreno; raggiunta la saturazione non è possibile alcuna infiltrazione aggiuntiva ed il deflusso risulta, quindi, interamente superficiale;
- il meccanismo di *Horton* secondo il quale la saturazione avviene superficialmente quando l'intensitá di precipitazione, j(t), supera la capacitá di infiltrazione del terreno, f(t).



Figura 1.6: Schematizzazione dello strato collaborante del terreno secondo il modello di Green-Ampt

Nell'applicazione del modello, si consideri l'esistenza di uno strato di suolo collaborante ai processi di generazione dei deflussi (di profondità Z), limitato inferiormente da una superficie impermeabile o dalla falda freatica. Le proprietá idrauliche dello strato collaborante siano spazialmente uniformi. Il volume d'acqua, V_0 , presente nel terreno all'inizio dell'evento di pioggia, i.e per t = 0, dia luogo ad un valore di contenuto d'acqua pari a θ_0 , uniforme all'interno dello strato di terreno di porositá ϕ (Figura 1.6). Avendo indicato con $z_f(t)$ la profonditá equivalente del fronte bagnato in funzione del tempo, facendo un bilancio di massa si ottiene:

$$z_f(t) = \frac{F(t)}{\phi - \theta_0} \tag{1.36}$$

dove F(t) rappresenta il volume d'acqua infiltratosi nel terreno al tempo t. Applicando la legge di Darcy alle differenze finite, a moti di filtrazione in mezzi porosi insaturi, nei quali le proprietá idrauliche siano funzione del contenuto d'acqua θ , tra la superficie e lo strato impermeabile, si ottiene l'espressione della capacità di infiltrazione del terreno:

$$f(t) = K_{hsat} \left[1 + \frac{|\psi_f| (\phi - \theta_0)}{F(t)} \right]$$
(1.37)

dove ψ_f rappresenta l'altezza piezometrica corrispondente al fronte bagnato. Nella formulazione adottata nel presente lavoro si considera trascurabile il tempo richiesto alla saturazione superficiale del terreno. Del volume d'acqua che si infiltra nel suolo, una parte concorre a ricaricare la falda e si considera definitivamente "persa", una parte, invece, contribuisce a formare il deflusso sub-superficiale. Il parametro sintetico η rappresenta la frazione d'acqua immagazzinata nel terreno che defluisce ipodermicamente. Tale frazione viene restituita al corso d'acqua con tempi caratteristici dell'ordine dei giorni e contribuisce, cosí, alla fase di esaurimento della piena; il coefficiente η dipende dalla capacitá di campo, θ_{FC} , i.e. il contenuto d'acqua presente nel terreno che puó essere trattenuto contro la forza di gravitá.

Durante un evento di precipitazione possono verificarsi due casi:

- 1. Lo strato collaborante considerato si trova in condizioni non sature; il fronte bagnato avanza verso lo strato impermeabile presentando una residua capacità d'invaso (si veda la Figura 1.6). In tal caso si possono presentare due situazioni:
 - a) l'intensità di precipitazione é inferiore alla capacità di infiltrazione nel terreno (j(t) < f(t)); tutta la precipitazione si infiltra i.e. f(t) = j(t);

- b) l'intensità di precipitazione é superiore alla capacità di infiltrazione nel terreno (j(t) > f(t)); la frazione f(t) pertanto si infiltra mentre l'eccedenza (j(t) - f(t)) contribuisce alla formazione del deflusso superficiale (deflusso di tipo Hortoniano). In questo caso la velocitá di filtrazione f(t) viene calcolata mediante l'equazione 1.37, risolta per tentativi in funzione del volume d'acqua per unitá di superficie, F(t), infiltrato al tempo t, osservando che f(t) = dF(t)/dt.
- 2. Il fronte bagnato raggiunge il limite inferiore dello strato collaborante; il suolo raggiunge condizioni di saturazione e la totalità della precipitazione che raggiunge la superficie contribuisce alla formazione dei deflussi superficiali (deflusso di Dunne).

1.4 Modellazione dell'Evapotraspirazione

La stima dell'evapotraspirazione avviene secondo il metodo FAO Penman Montieth [Allen *et al.*, 1998], che si basa sull'istituzione di un'equazione di conservazione dell'energia per lo strato di suolo interagente con l'atmosfera. Le forzanti idrometeorologiche sono specificate utilizzando le grandezze ottenute in modo spazialmente distribuito per mezzo di tecniche di kriging (Sezione 1.1). L'approccio adottato per la stima dell'evapotraspirazione consente di tenere inoltre conto dell'effettiva distribuzione spaziale delle colture (ottenuta dalle carte di copertura del suolo e facilmente aggiornabile, tramite tecniche di telerilevamento) e della possibile limitazione esercitata dal contenuto d'acqua del suolo, calcolato dall'accoppiamento delle equazioni di continuità (Sezione 1.2) e di conservazione dell'energia.

1.4.1 Il modello FAO

L'evaporazione è il processo attraverso il quale l'acqua superficiale passa allo stato aeriforme e viene trasferita all'atmosfera. Se l'acqua evapora da uno specchio d'acqua o direttamente dal suolo il processo è propriamente detto evaporazione. Se invece l'evaporazione avviene attraverso gli 'stoma', minuscole aperture sulla superfici delle foglie, il processo è chiamato traspirazione. Tre importanti condizioni sono necessarie affinchè l'evapotraspirazione (il processo combinato di evaporazione e traspirazione) possa avvenire:

- 1. vi deve essere disponibilità d'acqua alla superficie;
- 2. vi deve essere disponibilità di energia sufficiente a permettere il cambiamento di fase liquido-aeriforme.
3. vi deve essere un meccanismo di trasporto che garantisca l'allontanamento del vapore dalla zona considerata. In mancanza di questo si raggiunge progressivamente una condizione di saturazione dell'atmosfera che impedisce una ulteriore evaporazione.

Fattori metereologici che influenzano la evapotraspirazione

Il flusso di evapotraspirazione è determinato dall'equazione di conservazione dell'energia alla superficie del suolo. Per impostare tale equazione si assume un volume di controllo delimitato superiormente dalla superficie del terreno ed inferiormente da una superficie sufficientemente approfondita affinchè il flusso di energia che la attraversa sia trascurabile alla scala temporale considerata. In tal modo, per un'area unitaria, il bilancio d'energia si può scrivere:

$$C\frac{dT_s}{dt} = R_h^{\downarrow}(1-\alpha) + R_a^{\downarrow} - R_s^{\uparrow} - H - \lambda E$$
(1.38)

dove:

C è la capacità termica dello strato di terreno che si può assumere interagire con l'atmosfera;

 R_h^{\downarrow} è il flusso radiativo solare incidente sulla superficie;

 α è l'albedo del sistema, ovvero la frazione di radiazione solare riflessa verso l'esterno;

 R_a^{\downarrow} è il flusso radiativo emesso dall'atmosfera verso la superficie;

 R_{s}^{\uparrow} è il flusso radiativo emesso dalla superficie;

H è il flusso turbolento di calore uscente dalla superficie;

E è l'evapotraspirazione;

 λ è il calore latente di vaporizzazione ($\lambda = 2.25 \ 10^6 \ Jkg^{-1}$ a 10 °C, ma debolmente dipendente dalla temperatura).

Si nota come il termine di evapotraspirazione compaia sia nell'equazione di conservazione della massa (bilancio idrologico) sia nell'equazione di conservazione dell'energia. Esse sono dunque fortemente accoppiate e non è possibile risolvere l'una trascurando l'altra, almeno alle scale temporali alle quali l'evaporazione è rilevante. L'equazione di conservazione dell'energia, con l'ausilio di equazioni che descrivano lo stato dell'atmosfera ed il trasporto di vapore, può essere utilizzata per esprimere il flusso di evapotraspirazione in modo esplicito, ottenendo l'equazione di Penman-Montieth.



Figura 1.7: Il bilancio d'energia del suolo.

Equazione di Penman-Monteith

Il flusso evaporativo può essere espresso nella forma:

$$E = \frac{\rho}{r} \left(q_s - q_a \right) \tag{1.39}$$

dove 1/r tiene conto delle condizioni di stabilità dell'atmosfera e del trasporto turbolento, q_s è l'umidità specifica dell'aria in prossimità del suolo e q_a il suo valore ad un livello atmosferico più elevato. Il parametro r ha il significato di una resistenza offerta dall'atmosfera al trasporto di vapore. Nella stima dell'evapotraspirazione è necessario tenere conto di termini di resistenza addizionali, legati al controllo esercitato dalla vegetazione sulla traspirazione e dalla tensione superficiale sull'evaporazione in suoli parzialmente saturi. Si assume dunque che per trasportare il vapore dalla parte interna degli stoma alla superficie sia necessario vincere una resistenza r_v e che, analogamente, il trasporto di vapore dai pori del terreno alla superficie richieda il superamento di una resistenza r_s . Due sono i percorsi accessibili al vapore per giungere allo strato superficiale atmosferico, attraverso il terreno (resistenza r_s) e attraverso la vegetazione (resistenza r_v). Il processo è analogo a quello della conduzione elettrica attraverso resistenze in parallelo soggette ad una differenza di potenziale $\Delta V = \rho(q_s - q_a)$ (Figura 1.8). Per ottenere la resistenza totale r_{sv} si considerano i flussi E_s , flusso attraverso il suolo all'atmosfera, e E_v , traspirazione attraverso la vegetazione:

$$E_s = \frac{\Delta V}{r_s} \tag{1.40}$$

$$E_v = \frac{\Delta V}{r_v}$$



Figura 1.8: Percorsi relativi ai processi di evapotraspirazione e corrispondenti resistenze.

Il flusso totale verso l'atmosfera è dato dalla somma di tali flussi:

$$E_{sv} = E_s + E_v = \Delta V \frac{r_v + r_s}{r_v r_s}$$

La resistenza totale relativa ai due percorsi in parallelo è dunque:

$$r_{sv} = \frac{r_s r_v}{r_s + r_v}$$

 r_{sv} rappresenta l'effetto globale, in termini di resistenza, legato alla coesistenza dei due percorsi che conducono alla superficie. A questa resistenza si aggiunge quella, in serie, dovuta all'atmosfera, cosicchè l'evapotraspirazione può essere espressa nel modo seguente:

$$ET = \frac{\rho}{r_a + r_{sv}} \left(q^*(T_s) - q_a \right)$$
(1.41)

nella quale si è introdotta l'assunzione che il vapore nei pori del terreno e negli stoma sia in condizioni di saturazione alla temperatura superficiale T_s , i.e. $q_s = q^*(T_s)$.

Con ragionamenti del tutto analoghi, il flusso di calore H può essere espresso nella forma:

$$H = \frac{\rho c_p}{r_a} \left(T_s - T_a \right) \tag{1.42}$$

nella quale compare unicamente la resistenza dovuta all'atmosfera.

Le (1.41) e (1.42) richiedono, per la stima dei flussi che esprimono, misure a due livelli $(q_s, T_s \in q_a, T_a)$. Poichè l'equazione di bilancio dell'energia per la superficie è una equazione indipendente che contiene il termine ET è possibile, facendone uso, eliminare la necessità di misure a due livelli separati. L'equazione di conservazione dell'energia (1.38) può esprimersi nella seguente forma:

$$H = R_n - G - \lambda ET \tag{1.43}$$

nella quale R_n è la radiazione netta alla superficie (differenza tra la radiazione solare e termica incidente e la radiazione termica emessa dal suolo), G è il flusso netto di calore nel suolo (il termine CdT_s/dt nell'equazione (1.38)). Per combinare le due equazioni per prima cosa si linearizza l'espressione (1.41) per l'evapotraspirazione attorno al valore della temperatura dell'aria:

$$ET = \frac{\rho}{r_a + r_{sv}} \left(q^*(T_a) + \frac{dq^*}{dT} \Big|_{T_a} (T_s - T_a) - q_a \right)$$
(1.44)

Posto

$$\left. \frac{dq^*}{dT} \right|_{T_a} = \frac{\epsilon}{p} \frac{de*}{dT} = \frac{\epsilon}{p} \Delta$$

eliminando $(T_s - T_a)$ tra la (1.42) e la (1.44) si ricava:

$$ET = \frac{\rho}{r_a + r_{sv}} \left(q^*(T_a) + \frac{\epsilon}{\rho c_p p} r_a H \Delta - q_a \right)$$

Si definisce ora

$$\gamma = \frac{c_p p}{\epsilon \lambda}$$

e si utilizza la (1.43) per esprimere H. Esplicitando l'evapotraspirazione, il flusso di calore latente si esprime

$$\lambda ET = \frac{\frac{\Delta}{\gamma}(R_n - G) + \frac{\rho\lambda}{r_a}[q^*(T_a) - q_a]}{1 + \frac{\Delta}{\gamma} + \frac{r_{sv}}{r_a}}$$
(1.45)

Questa relazione è detta equazione di Penman-Montieth e stabilisce che il flusso di calore latente è dato da una composizione della forzante (l'energia disponibile $R_n - G$) e della domanda evaporativa dell'atmosfera $(\rho\lambda)/r_a[q^*(T_a) - q_a]$.

Il trasferimento di calore dalla superficie di evaporazione all'atmosfera è determinato dalla resistenza aerodinamica:

$$r_a = \frac{\ln\left[\frac{z_v - d}{z_{om}}\right] \ln\left[\frac{z_h - d}{z_{oh}}\right]}{k^2 \bar{v}(z_v)} \tag{1.46}$$

dove z_v , è l'altezza alla quale viene misurata la velocità del vento, z_{om} è la lunghezza d'attrito per il trasporto di quantità di moto, z_h è l'altezza alla



Figura 1.9: Variazione tipica del LAI attivo durante il periodo di crescita del mais.

quale è misurata l'umidità, z_{oh} la lunghezza d'attrito per il trasporto di vapore e $\bar{v}(z_v)$ è la velocità del vento misurata. La resistenza dovuta al suolo e alla traspirazione può essere espressa come:

$$r_s = \frac{r_l}{LAI_a} \tag{1.47}$$

dove LAI_a è il Leaf Area Index attivo, indice dell'area delle foglie che effettivamente contribuisce allo scambio superficiale di calore e di vapore, generalmente calcolato rispetto alla porzione superiore della superficie vegetale illuminata dal sole. Tale parametro, definito dal rapporto tra l'area delle foglie (con riferimento al solo lato superiore) per unità di area del suolo sottostante (LAI), dipende dal tipo di coltura e dallo stadio di maturazione raggiungendo il valore massimo in prossimità del periodo di fioritura. Un'espressione generale per LAI_a è:

$$LAI_a = 0.5 \, LAI \tag{1.48}$$

che assume che solo la metà superiore della coltura contribuisca attivamente allo scambio di calore e vapore.

Procedura di calcolo

Pressione atmosferica

$$P = 101300 \left(\frac{293 - 0.0065 \, z}{293}\right)^{5.26}$$

fornisce valori in Pascal in funzione della quota z rispetto al livello del mare. Calore latente di vaporizzazione Esprime l'energia richiesta per trasformare una unità di massa d'acqua dallo stato liquido in vapore a temperatura e pressione costante: $\lambda = 2.45 \, 10^6 J \, kg^{-1}$ Costante psicosometrica La costante psicosometrica è data da:

$$\gamma = \frac{c_p P}{\epsilon \lambda}$$

dove $c_p = 1.013 \, 10^3 J \, kg^{-1 \, o} K^{-1}$ e $\epsilon = 0.622$. Pressione parziale di vapore alla saturazione

$$e^{0}(T) = 0.6108exp[\frac{17.27T}{T+237.3}]$$
(1.49)

dove $e^0(T)$ rappresenta la pressione di vapore dell'aria alla temperatura T[kPa]. La pressione di vapore media giornaliera può essere calcolata come media tra i valori assunti in corrispondenza alla temperatura minima e massima.

$$e^* = \frac{e^*(T_{max}) + e^*(T_{min})}{2}$$

Pendenza della curva della pressione di vapore alla saturazione

$$\Delta = \frac{4098[0.6108exp(\frac{17.27T}{T+237.3})}{(T+237.3)^2} \tag{1.50}$$

dove Δ è la pendenza della curva della pressione di vapore alla saturazione alla temperatura T [$kPa^{\circ}C^{-1}$], T temperatura dell'aria [$^{\circ}C$]. Pressione parziale di vapore Se non sono disponibili misure di e_a , questa può essere stimata sulla base delle misure di umidità relativa minima e massima:

$$e_a = \frac{e^*(T_{max})RH_{min}/100 + e^*(T_{min})RH_{max}/100}{2}$$

 $Radiazione \ extraterrestre$

$$R_a = \frac{24(60)}{\pi} G_{sc} d_r [\omega_s \sin(\varphi) \sin(\delta) + \cos(\varphi) \cos(\delta) \sin(\omega_s)]$$
(1.51)

dove R_a radiazione extraterrestre rappresenta la quantità di energia che giunge su di una ipotetica superficie esterna all'atmosfera $[MJm^{-2}day^{-1}]$, G_{sc} costante solare = $0.0820MJm^{-2}min^{-1}$, d_r inverso della distanza relativa sole-terna, φ latitudine [rad].

$$d_r = 1 + 0.033 \cos(\frac{2\pi J}{365}) \tag{1.52}$$

$$\omega_s = \cos^{-1}[-tg(\phi)tg(\delta)] \tag{1.53}$$

$$\delta = 0.409 \sin(\frac{2\pi}{365}D - 1.39) \tag{1.54}$$

Radiazione netta solare

$$R_{ns} = (1 - \alpha) \cdot R_s \tag{1.55}$$

dove R_s è la radiazione solare misurata $[MJm^{-2}day^{-1}]$ e α l'albedo. Radiazione netta di onda lunga

$$R_{nl} = \sigma \left[\frac{T_{max}^4 + T_{min}^4}{2} \right] \left(0.34 - 0.14\sqrt{e_a} \right) \left(1.35 \frac{R_s}{R_{s0}} - 0.35 \right)$$
(1.56)

dove $\sigma = 5.5576 \, 10^{-8} \, W \, m^{-2} \, {}^o K^{-4}$ e:

$$R_{s0} = (0.75 + 2\,10^{-5}\,z)R_a \tag{1.57}$$

Radiazione netta totale

$$R_n = R_{ns} - R_{nl} \tag{1.58}$$

Flusso di calore terrestre Esistono modelli complessi per descrivere il flusso di calore terrestre. Dato che questo flusso è particolarmente piccolo se confrontato con la radiazione netta, soprattutto quando la superficie è coperta dalla vegetazione, si può ragionevolmente assumere per passi temporali giornalieri G = 0.

Il modello FAO-Penman-Montieth

Allo scopo di semplificare e standardizzare il calcolo dell'evapotraspirazione per diverse colture, la FAO [FAO, 1998] introduce la coltura di riferimento: "una coltura con un'altezza di 0.12 m, una resistenza fissata $r_{sv} = 70 s m^{-1} ed$ un albedo pari a 0.23",. L'evapotraspirazione riferita a tale coltura è indicata con ET_0 e può essere espressa per mezzo dell'equazione di Penman-Montieth nel seguente modo:

$$\lambda ET_0 = \frac{\Delta (R_n - G) + \frac{\epsilon \lambda}{208R_d} \frac{\gamma u_2}{T} \left[e^* - e_a \right]}{\gamma (1 + 0.34 \, u_2) + \Delta} \tag{1.59}$$

L'evapotraspirazione, ET_c , per una qualsiasi coltura viene poi stimata ponendo:

$$ET_c = k_c \cdot ET_0 \tag{1.60}$$

dove k_c è un coefficiente colturale.

La FAO propone diversi approcci per il calcolo di k_c e quindi di ET. Nel presente lavoro si è utilizzato un metodo in grado di porre in conto separatamente i contributi di evaporazione dal terreno e di traspirazione, nonchè di



Figura 1.10: Costruzione della curva del coefficiente k_{cb} per la soia utilizzando durate delle fasi di crescita di 25,25,30 e 20 giorni.

descrivere gli effetti della diminuzione del contenuto d'acqua nel suolo sul flusso di evapotraspirazione. Secondo tale impostazione si ha:

$$k_c = k_{cb} + k_e \tag{1.61}$$

dove k_{cb} è un coefficiente riferito alla coltura mentre k_e è un coefficiente di evaporazione dal suolo. La somma dei due coefficienti non può mai eccedere un valore massimo determinato dall'energia disponibile. Inoltre, il calcolo del coefficiente k_e richiede un bilancio giornaliero di volume per la determinazione del contenuto d'acqua nello strato collaborante del terreno. Si ottiene quindi:

$$ET_c = (k_{cb} + k_e)ET_0$$
 (1.62)

Componente di traspirazione

Il coefficiente colturale integra gli effetti delle caratteristiche che distinguono una coltura da quella di riferimento. A causa delle differenze di albedo, altezza della pianta, resistenza aerodinamica, proprietà degli stoma e delle foglie, la traspirazione da una coltura che ricopre interamente il suolo differisce da quella di riferimento. Anche le diverse caratteristiche vegetative delle piante durante il ciclo di vita influenzano la risposta evaporativa delle stesse, cosicchè nei diversi periodi dell'anno l'influenza colturale risulta variabile. Mediante appositi abachi [FAO, 1998] è possibile ricavare i valori del coefficiente k_{cb} durante le varie fasi di crescita e la durata delle stesse mediante le quali si giunge alla costruzione della curva del Kcb, come esemplificato in Figura 1.10. Da questa, in relazione al giorno corrente si determina facilmente il coefficiente ad esso corrispondente. I valori di k_{cbmid} e k_{cbend} , nel caso in cui l'umidità relativa minima giornaliera differisca da 45% o la velocità del vento sia diversa da 2 m/s, devono essere corretti mediante la:

$$k_{cb} = k_{cb(tab)} + [0.04(u_2 - 2) - 0.004(RH_{min} - 45)](\frac{h}{3})^{0.3}$$
(1.63)

Componente di evaporazione

Dove la superficie è secca k_e tende a zero e non rimane acqua sulla superficie disponibile per la evaporazione. Quando la parte superficiale del terreno è bagnata, in seguito ad una pioggia o ad irrigazione, k_e è massimo, non potendo tuttavia superare il valore massimo determinato dall'energia disponibile. Quando la parte superficiale del terreno si asciuga, si riduce la disponibilità d'acqua e l'evaporazione si riduce in proporzione alla quantità d'acqua rimanente nello strato collaborante.

$$k_e = k_r (k_{cmax} - k_{cb}) \le (f_{ew} k_{cmax}) \tag{1.64}$$

dove k_e è il coefficiente di evaporazione del suolo, k_{cb} un coefficiente colturale, k_{cmax} è il massimo valore di k_c in seguito ad una pioggia o ad irrigazione, k_r è un coefficiente adimensionale di riduzione dell'evaporazione dipendente dalla profondità nel suolo dell'acqua che evapora, f_{ew} è invece la frazione di suolo che è esposta e bagnata.

$$k_{cmax} = \max(\{1.2 + [0.04(u_2 - 2) - 0.004(RH_{min} - 45)](\frac{h}{3})^{0.3}\}, \{k_{cb} + 0.05\})$$
(1.65)

dove h rappresenta la massima altezza della pianta durante il periodo considerato. Quando la quantità d'acqua nello strato superficiale di terreno diviene limitante k_r decresce fino a zero quando il suolo è privo di acqua mobile. La quantità d'acqua che può essere allontanata per evaporazione può essere stimata mediante:

$$TEW = 1000(\theta_{FC} - 0.5\theta_{WP})Z_e \tag{1.66}$$

dove θ_{FC} =contenuto d'acqua oltre il quale questa non può più essere allontanata per gravità, θ_{WP} =contenuto d'acqua al punto di appassimento delle piante, Z_e =profondità dello strato di suolo soggetto ai processi evaporativi. Infine la



Figura 1.11: Diagramma per la determinazione del coefficiente k_r .

frazione di suolo esposta all'evaporazione è data da:

$$f_{ew} = 1 - f_c \tag{1.67}$$

dove f_c è la porzione di terreno coperta dalla vegetazione.

Traspirazione in condizioni di stress idrico

Quando il suolo è imbibito, l'acqua nel suolo è caratterizzata da un elevato potenziale totale (somma della suzione, dell'energia di posizione ed, eventualmente, del potenziale osmotico), è relativamente libera di muoversi ed è facilmente mobilitata dalle radici delle piante. In suoli secchi l'acqua ha un basso potenziale di energia ed è fortemente vincolata alla matrice solida risultando meno facilmente estraibile. Quando il contenuto d'acqua nel suolo diminuisce per effetto dell'evapotraspirazione, l'energia potenziale dell'acqua nel suolo decresce corrispondentemente e, al di sotto di un valore di soglia, la coltura entra in condizioni di stress idrico. In tali condizioni, poichè la suzione cresce al diminuire del contenuto d'acqua, diminuisce il flusso d'acqua legato alla traspirazione delle piante, le quali riducono progressivamente la loro attività fotosintetica chiudendo gli "stoma", per conservare il più a lungo possibile le riserve d'acqua. L'estrazione dell'acqua dalle radici si arresta del tutto quando viene raggiunto il punto di appassimento, situazione nella quale la suzione nel terreno è talmente elevata che le piante non sono più in grado di estrarne l'acqua.



Figura 1.12: Diagramma per la determinazione del coefficiente k_s .

TAW La quantità d'acqua effettivamente disponibile ad una coltura ('Total Available Water', TAW) è definita:

$$TAW = 1000(\theta_{FC} - \theta_{WP})Z_e \tag{1.68}$$

Coefficiente di stress idrico dove θ_{FC} è il contenuto d'acqua alla capacità di campo e θ_{WP} è il contenuto d'acqua al punto di appassimento.

Gli effetti della scarsità d'acqua per la coltura vengono descritti mediante una riduzione del valore del coefficiente colturale considerando una costante moltiplicativa di stress k_s che può essere determinata come mostrato in Figura 1.12.

$$\theta_T = \theta_{FC} - (\theta_{FC} - 0.5\theta_{WP}) \frac{RAW}{TAW}$$
(1.69)

dove RAW rappresenta la quantità d'acqua disponibile senza che vi siano restrizioni legate allo stress idrico.

1.5 L'idrogramma unitario istantaneo

Il problema della trasformazione degli afflussi di precipitazione ad un bacino idrologico nei deflussi alla sua sezione di chiusura, si traduce nella ricerca di un operatore che trasformi la precipitazione, anche eventualmente spazialmente distribuita, che incide sul bacino nel corrispondente idrogramma Q(t) alla sezione di chiusura del bacino stesso. In generale tale operatore non è né lineare né invariante, in quanto la risposta di un bacino idrografico dipende dal suo stato, il quale tiene memoria degli eventi precedenti. Tuttavia, una volta che si siano debitamente descritti i processi di generazione del deflusso, che producono come risultato i flussi d'acqua che transitano attraverso percorsi superficiali ed ipodermici, i processi di trasporto all'interno di un bacino idrologico possono essere assunti sostanzialmente invarianti rispetto alla 'storia idrologica' del sistema e lineari rispetto ai flussi netti in ingresso così determinati. In tal caso può dirsi che, date le intensità di precipitazione efficace $j_{eff}^{(1)}(\tau), j_{eff}^{(2)}(\tau)$ e le relative risposte del bacino, $Q_1(t), Q_2(t)$, la risposta ad una precipitazione definita nel modo seguente:

$$j_{eff}(\tau) = \alpha_1 j_{eff}^{(1)}(\tau) + \alpha_2 j_{eff}^{(2)}(\tau), \qquad (1.70)$$

deve essere esprimibile nella forma:

$$Q(t) = \alpha_1 Q_1(t) + \alpha_2 Q_2(t). \tag{1.71}$$

In tale ipotesi si può utilizzare una descrizione dei fenomeni di trasporto fondata su una teoria generale dei sistemi lineari ed invarianti, che esprime la loro risposta attraverso un integrale di convoluzione nel quale compare la risposta impulsiva del sistema. È questa la risposta del bacino (i.e. idrogramma di piena) corrispondente ad un volume di pioggia unitario iniettato istantaneamente nel sistema in modo uniforme nello spazio. Tale risposta impulsiva u(t) è detta idrogramma unitario istantaneo. Si può quindi dimostrare che la risposta Q(t) ($[L^3/T]$) prodotta da una precipitazione efficace j(t) ([L/T]) su di un bacino di superficie S ($[L^2]$) puó essere espressa mediante la:

$$Q(t) = S \, \int_0^t j(\tau) \, u(t-\tau) \, d\tau, \qquad (1.72)$$

dove con j(t) si intende un'intensità mediata sull'area del bacino.

1.6 Il modello geomorfologico

Il modello Geomorfologico, utilizzato nel presente lavoro, appartiene alla classe di modelli idrologici basati sulla definizione di un idrogramma unitario istantaneo, come discusso in precedenza. Tale modello consente di determinare l'idrogramma unitario istantaneo, e quindi la risposta idrologica, di un bacino a partire dalle sue caratteristiche morfologiche. Il modello geomorfologico si fonda sulla considerazione che il tempo necessario ad una goccia d'acqua, iniettata in un punto generico del bacino, per giungere alla sezione di controllo, sia legato al cammino percorso e quindi alla morfologia della rete di drenaggio. La molteplicità delle situazioni che caratterizzano le vicende delle gocce d'acqua all'interno di un bacino rende inverosimile una trattazione deterministica del problema e richiede il ricorso ad un'impostazione probabilistica. Devono quindi essere specificate le grandezze probabilistiche associate a ciascun possibile cammino della goccia d'acqua individuato dallo studio cartografico della morfologia del bacino in esame. A questo proposito vale la pena notare come la scala utilizzata abbia una grande influenza sulle caratteristiche (numerazione di Strahler, ordine del bacino, andamento planimetrico dei rami) attribuite al bacino. Per tale ragione la scala deve essere scelta sulla base delle dimensioni del bacino considerato, richiedendosi, generalmente, una definizione più precisa della rete per i bacini di dimensioni inferiori. Lo studio delle distribuzioni dei tempi di residenza é lo strumento adatto a trattare i complessi processi coinvolti nella risposta idrologica a scala di bacino. Tale complessitá deriva dal fatto che i mezzi fisici in cui hanno luogo i processi di trasformazione afflussi/deflussi costituiscono un insieme di formazioni naturali eterogenee. In base a questa eterogeneitá, é accettato che i modelli deterministici siano troppo grossolani per descrivere i processi idrologici [Rodriguez-Iturbe e Rinaldo, 1997].

Si consideri una particella in moto all'interno di un volume di controllo, soggetta ad un moto convettivo di natura idrologica; tale particella possiede una traiettoria che, al tempo $t \neq 0$ sia solo parzialmente nota, ovvero, sia nota con una certa probabilitá.



Figura 1.13: Schematizzazione della traiettoria di una particella di massa m.

Sia $m(\mathbf{x}_0, t_0)$ la massa iniziale di una particella d'acqua iniettata al tempo t_0 nella posizione iniziale $\mathbf{X}_0(t_0) = \mathbf{x}_0$ (si veda la Figura 1.13); ogni traiettoria

é definita dalle coordinate lagrangiane:

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{X}(t; \mathbf{x}_0, t_0) = \mathbf{x}_0 + \int_0^t \mathbf{u}(\mathbf{X}(\tau), \tau) d\tau$$
(1.73)

dove $\mathbf{u}(\mathbf{X}, t)$ rappresenta il vettore velocitá. Si noti come la notazione (cfr. equazione 1.73) sottolinei il carattere lagrangiano dell'analisi in cui tutte le proprietà dipendono dalla traiettoria della particella. La distribuzione spaziale della concentrazione nel volume di controllo ν é data da (Taylor, 1921):

$$C(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_0, t_0) = \frac{m}{\phi} \cdot \delta(\mathbf{x} - \mathbf{X}(t; \mathbf{x}_0, t_0))$$
(1.74)

dove:

- i) ϕ é la porositá del terreno, ovvero la porzione attiva del volume di trasporto;
- ii) $\int_{\nu} C\phi d\mathbf{x} = m;$
- iii) $\delta()$ é la funzione Delta di Dirac.

La distribuzione δ é definita, semplicemente, da due proprietá integrali:

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{x} \delta(\mathbf{x}) = 1 \tag{1.75}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(\mathbf{x})\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)d\mathbf{x} = f(\mathbf{x}_0)$$
(1.76)

L'equazione (1.74) indica che la concentrazione é diversa da zero solo nel punto in cui si trova la particella (i.e. sulla sua traiettoria). É da notare come il sistema sopra descritto debba essere generalizzato al fine di essere applicato alla teoria della risposta idrologica, la quale é tipicamente caratterizzata da vaste aree di iniezione e da pronunciate variabilitá temporali.

I processi idrologici definiscono l'evoluzione nel tempo e nello spazio della traiettoria della particella, $\mathbf{X}(t; \mathbf{x}_0, t_0)$, la quale é trattata come una variabile aleatoria, caratterizzata dalla distribuzione di probabilitá degli spostamenti $g(\mathbf{x}, t)$; quindi $g(\mathbf{x}, t)d\mathbf{X}$ é la probabilitá che la particella si trovi, al tempo t, nell'intorno di un generico punto \mathbf{x} . La media d'insieme sulle n possibili realizzazioni (i.e. percorsi delle particelle), diverse a causa della natura strutturalmente non ripetitiva dei sistemi naturali, porta alla relazione [Dagan, 1989] e [Taylor, 1979]:

$$\langle C(\mathbf{x},t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{m(\mathbf{X},t)}{\phi} \cdot \delta(\mathbf{x}-\mathbf{X})g(\mathbf{X},t)d\mathbf{X}$$
 (1.77)

Il caso particolare di soluto passivo, ovvero di un soluto la cui massa si conserva nel tempo e nello spazio, risulta significativo per lo studio dei processi di trasporto rilevanti alla risposta idrologica a scala di bacino. Nell'ipotesi di essere di soluto passivo si può porre $m(\mathbf{x}, t) \approx m$, ed assumere che la materia trasportata non influenzi il campo di moto. L'integrazione dell'equazione (1.77) [Taylor, 1979] porta alla:

$$\langle C(\mathbf{x},t) \rangle = \frac{m}{\phi}g(\mathbf{x},t)$$
 (1.78)

nella quale la media d'insieme della concentrazione é proporzionale alla densitá di probabilitá degli spostamenti delle particelle. Un'importante connessione tra il metodo lagrangiano descritto ed un approccio euleriano consiste nella determinazione di una relazione tra la densitá di probabilitá degli spostamenti delle particelle, $g(\mathbf{x}, t)$, e la distribuzione dei tempi di residenza in una sezione di controllo coincidente con la sezione di chiusura del bacino; tale sezione viene rappresentata come una barriera assorbente attraverso cui ogni particella iniettata nel volume di controllo, ν , debba transitare in un tempo finito, τ , con probabilitá pari ad uno. Il tempo di primo passaggio, τ , o tempo di residenza, é definito come l'intervallo di tempo tra l'iniezione della particella ed il transito di essa attraverso la sezione di controllo. L'incertezza che caratterizza la traiettoria **X** implica che il tempo di arrivo τ sia una variabile aleatoria caratterizzata da una probabilitá di non superamento $P(\tau < t) = P(t; \mathbf{x}_0, t_0)$. Il collegamento tra gli approcci euleriano e lagrangiano é definito dalla seguente relazione:

$$P(\tau < t) = 1 - P(\tau > t) = 1 - \int_{\nu} g(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_0, t_0) d\mathbf{x}$$
(1.79)

Infatti $\int_{\nu} g(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_0, t_0) d\mathbf{x}$ rappresenta la probabilitá che la particella si trovi all'interno del volume di controllo al tempo t, ossia che il tempo di residenza sia maggiore di t. Sostituendo la (1.78) nella (1.79), si ottiene la fondamentale relazione:

$$P(\tau > t) = \frac{\phi}{m} \int_{\nu} \langle C(\mathbf{x}, t) \rangle d\mathbf{x} = \frac{\langle M(t) \rangle}{m}$$

dove $\langle M(t) \rangle$ é la media d'insieme della massa presente nel volume di controllo al tempo t, mentre m rappresenta la massa totale iniettata. Derivando ambo i membri e ricordando che f(t) é la densitá di probabilitá dei tempi di residenza, si ottiene, per un'iniezione di massa unitaria:

$$f(t) = \frac{dP(\tau < t)}{dt} = -\frac{dP(\tau > t)}{dt} = -\frac{1}{m}\frac{d < M(t) >}{dt}$$
(1.80)

Per intervalli di tempo successivi all'iniezione, il bilancio di massa all'interno del volume di controllo impone che:

$$\frac{l < M >}{dt} = -Q(t) \tag{1.81}$$

dove Q(t) é la portata di massa in uscita dal volume di controllo, ν . Da quest'ultima osservazione e dalla (1.80), si ottiene:

$$f(t) = \frac{Q(t)}{m} \tag{1.82}$$

La densità di probabilitá dei tempi di residenza coincide, quindi, con la portata di massa in uscita dal volume di controllo a seguito di una iniezione istantanea di massa unitaria m; il significato fisico risulta evidente: nell'idrologia superficiale, quando l'input é la pioggia efficace unitaria, la densitá di probabilitá dei tempi di residenza risulta essere l'idrogramma unitario istantaneo. La determinazione di f(t) si riconduce all'identificazione della distribuzione di probabilitá relativa ai diversi percorsi disponibili alle particelle che cadano sulla superficie del bacino.



Figura 1.14: Schematizzazione canale-versante.

Per fare questo si individuano, all'interno del bacino, degli stati, dalla cui composizione si ottengono tutti i percorsi possibili attraverso i quali le particelle d'acqua devono transitare. Indicato con Ω l'ordine del bacino, si definisce c_i , $1 \leq i \leq \Omega$, lo stato canale i secondo la numerazione di Strahler; si definisce v_i , $1 \leq i \leq \Omega$, lo stato versante del bacino che drena nel canale i. Si assume [Rodriguez-Iturbe e Valdés, 1979] che le particelle si trovino, inizialmente, negli stati versante. Di conseguenza le particelle, inizialmente poste in una delle regioni v_i , si trovano a dover seguire le seguenti regole:

- a) l'unica transizione fuori da uno stato v_i permessa é del tipo $v_i \longrightarrow c_i$, $1 \le i \le \Omega$;
- b) l'unica transizione fuori da uno stato c_i permessa é del tipo $c_i \longrightarrow c_j$ con $j > i, i = 1, 2, ..., \Omega;$
- c) lo stato $c_{\Omega+1}$ definisce le sezione di chiusura del bacino idrografico (i.e. la barriera assorbente).

Tali regole definiscono un insieme, Γ , di percorsi, γ , che una particella potrebbe seguire nel suo percorso fino alla sezione di chiusura. Ogni particella d'acqua passerá un certo tempo, T_x , in ogni singolo stato che attraversa; tale tempo é una variabile aleatoria caratterizzata da una densitá di probabilitá $f_x(t)$. Nell'ipotesi di indipendenza statistica dei tempi di residenza all'interno di due stati differenti, si ha che il tempo di residenza complessivo all'interno del generico percorso γ_i , é dato da:

$$T_{\gamma} = T_{x_1} + T_{x_2} + \ldots + T_{x_k} \tag{1.83}$$

con $x_1, \ldots, x_k \in (v_1, \ldots, v_{\Omega}, c_1, \ldots, c_{\Omega})$. Dall'indipendenza statistica della variabile aleatoria T_{x_i} risulta che la densitá di probabilitá della somma dei tempi di residenza, T_{γ} , é la convoluzione delle singole densitá di probabilitá:

$$f_{\gamma}(t) = f_{x_1} * \dots * f_{x_k} \tag{1.84}$$

dove l'asterisco indica il termine di convoluzione.

La distribuzione della densitá dei tempi di residenza f(t) alla sezione di chiusura di un sistema la cui massa iniziale sia distribuita sull'intero dominio [Rodriguez-Iturbe e Rinaldo, 1997] e [Gupta *et al.*, 1980] è data da:

$$f(t) = \sum_{\gamma \in \Gamma} p(\gamma) f_{\gamma}(t)$$
(1.85)

dove $p(\gamma)$ rappresenta la probabilitá che una particella si trovi a seguire il generico percorso $\gamma = \{x_1, \ldots, x_k\}$; tale probabilitá, nel caso di precipitazione uniforme, é data dal rapporto tra l'area afferente al percorso γ e l'area totale. L'equazione (1.85) mostra come, durante il processo di trasporto, l'impulso di precipitazione subisca una dispersione legata all'eterogeneitá dei possibili percorsi delle particelle [Rinaldo *et al.*, 1991]. La questione dei tempi di residenza nello stato *versante* impone alcune considerazioni con riferimento sia ai processi di trasporto della massa sia al fatto che la velocitá delle particelle aumenti di almeno un ordine di grandezza una volta che l'acqua abbia raggiunto

gli stati *canale*. Al fine di determinare i tempi di residenza fuori rete si introduce una densitá di probabilitá di tipo esponenziale:

$$f_{h_i}(t) = \lambda_{h_i} e^{-\lambda_{h_i} t} \tag{1.86}$$

dove con h_i si indica l'i-esimo stato fuori rete, e

$$\lambda_{h_i} = \frac{1}{2D \cdot V_h},$$

dove D é la densitá di drenaggio locale e V_h é una caratteristica scala di velocitá nei versanti.

1.6.1 Il trasporto di massa con dispersione

La componente geomorfologica non è l'unica sorgente di dispersione presente nel sistema; esiste infatti una componente dispersiva idrodinamica agente nei singoli tratti dei corsi d'acqua legata alle fluttuazioni turbolente di velocità. Per rendere conto di tali fenomeni e quantificarli si consideri il moto del fluido in un generico tratto di corso d'acqua di lunghezza L. Il campo di moto $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ all'interno del tratto al tempo t può essere scomposto in due termini: una componente media $\langle \mathbf{u} \rangle = E[\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)]$ ed una fluttuante $\mathbf{u}'(\mathbf{x}, \mathbf{t})$:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x},t) = <\mathbf{u}> +\mathbf{u}'(\mathbf{x},\mathbf{t}) \tag{1.87}$$

Integrando l'equazione (1.87) è possibile esprimere la posizione $\mathbf{x}(t)$ della particella, al tempo t:

$$\mathbf{X}(t) = <\mathbf{X}> +\mathbf{X}'(t;\mathbf{X}_0,t_0) + \mathbf{X}_B(t)$$

dove

$$<\mathbf{X}>=<\mathbf{u}>t$$

 $\mathbf{X}'(t) = \int_0^t \mathbf{u}'(\mathbf{x}(\tau), \tau) d\tau$

e \mathbf{x}_o é la posizione della particella al tempo t = 0; il termine $\mathbf{X}_B(t)$ definisce una componente isotropica e browniana del moto, la quale viene matematicamente definita da $\langle \mathbf{X}_B \rangle = 0$, media nulla, e varianza pari a $\langle \mathbf{X}_B^2 \rangle = 2D_B t$, con D_B coefficiente di diffusione.

Al fine di caratterizzare la densitá di probabilitá degli spostamenti $g(\mathbf{x}, t)$, si utilizza il modello di Fokker-Planck:

$$\frac{\partial g(\mathbf{x},t)}{\partial t} + \sum_{i} \langle u \rangle_{i} \frac{\partial g(\mathbf{x},t)}{x_{i}} = \sum_{i} \sum_{j} D_{ij}(t) \frac{\partial^{2} g(\mathbf{x},t)}{\partial x_{i} \partial x_{j}}$$
(1.88)

dove $D_{ij}(t)$ é il tensore di dispersione. La funzione $g(\mathbf{x}, t)$ caratterizza la probabilità che la traiettoria di una particella sia in \mathbf{x} , al tempo t; la probabilità massima é data dalla traiettoria media $\langle X \rangle_i = \langle u \rangle_i t$. Il termine $\sum_i \langle u \rangle_i \frac{\partial g(\mathbf{x},t)}{x_i}$ tende a spostare la probabilità massima lungo la traiettoria media, mentre il secondo membro dell'uguaglianza considera la probabilità di avere degli scostamenti dalla traiettoria media, dovuti alle fluttuazioni turbolente della velocità. É da notare che, matematicamente, il termine diffusivo é generalmente anisotropo e dipendente dal tempo (poiché é legato alla struttura eterogenea dei campi convettivi), ma indipendente dallo spazio [Rodriguez-Iturbe e Rinaldo, 1997], in contrasto con i modelli di tipo Fickiano.

Si vogliano, ora, tradurre le equazioni di fondamento idrodinamico che descrivono la dipendenza spazio-temporale della profondità y(x,t) del moto, in equazioni che determinano la forma della densità di probabilità g(x,t). Si consideri, pertanto, l'equazione di De Saint-Venant:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha \frac{v^2}{2g} + \frac{P}{\gamma} + h \right) = -\frac{\beta}{g} \frac{\partial V}{\partial t} - j \tag{1.89}$$

dove v è la velocità media nella sezione, P la pressione in un generico punto al suo interno e h la quota di tale punto rispetto ad un piano di riferimento. Si noti che:

$$\frac{p}{\gamma} + h = y + z$$

dove y è appunto la profondità del moto, mentre z è la quota del fondo rispetto al piano di riferimento. Ponendo α , il coefficiente di Coriolis, pari ad 1, come usuale i problemi fluviali [Rodriguez-Iturbe e Rinaldo, 1997] l'equazione (1.89) diviene:

$$\frac{1}{g}V\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{1}{g}\frac{\partial V}{\partial t} - j$$
(1.90)

ovvero:

$$\frac{1}{g}V\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} = -\frac{1}{g}\frac{\partial V}{\partial t} + i_f - j$$
(1.91)

dove $i_f = -\partial z / \partial x$ è la pendenza del fondo.

A questa equazione si aggiunga l'equazione di continuità per una corrente lineare:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \tag{1.92}$$

Il sistema di equazioni dato dalla (1.91) e dalla (1.92) permette di risolvere la propagazione di un'onda di piena. Se si ipotizza una successione di moti permanenti $(\partial V/\partial t = 0)$ e, se si trascurano le accelerazioni locali $(\partial V/\partial x = 0)$, si ottiene il modello dell'onda parabolica:

$$j = i_f - \frac{\partial y}{\partial x} \tag{1.93}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \tag{1.94}$$

È questa una buona approssimazione quando le onde non sono molto ripide e dunque ben sia adatta allo studio della propagazione di un onda di piena in un corso d'acqua.

Supponiamo ora, per semplicità di calcolo, che il canale sia rettangolare, cioé che valga: A = B y. Le equazioni che reggono il moto sono dunque:

$$j = i_f - \frac{\partial y}{\partial x} \tag{1.95}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + B \frac{\partial y}{\partial t} = 0 \tag{1.96}$$

Assumendo valide le formule di moto permanente si ha:

$$Q = CA^{\gamma} j^{1/2} = CA^{\gamma} \left(i_f - \frac{\partial y}{\partial x} \right)$$
(1.97)

dove $\gamma = 3/2$. La derivata spaziale della portata è dunque:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\partial Q}{\partial A}\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial j}\frac{\partial j}{\partial x} = \frac{\partial Q}{\partial A}B\frac{\partial y}{\partial x} - \frac{\partial Q}{\partial j}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$
(1.98)

nella cui formulazione si è sfruttata la (1.95) per esprimere la derivata spaziale di j. Utilizzando la (1.98), la (1.96) può ora essere riscritta:

$$\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial A}\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{1}{B}\frac{\partial Q}{\partial j}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \tag{1.99}$$

Si utilizzi ora la (1.97) per esprimere le derivate di Q rispetto ad $A \in j$:

$$\frac{\partial Q}{\partial A} = C\gamma A^{\gamma-1} j^{1/2} = \frac{3}{2} V = a$$

$$\frac{1}{B} \frac{\partial Q}{\partial j} = \frac{A}{B\gamma j} C\gamma A^{\gamma-1} \frac{1}{2} j^{1/2} = \frac{ay}{3\sqrt{i_f - \frac{\partial y}{\partial x}}} \cong \frac{ay_0}{3i_f} = D_H$$

$$(1.100)$$

Il parametro a si definisce celerità di propagazione dell'onda di piena, mentre D_H rappresenta il coefficiente di dispersione idrodinamica. La (1.99) diviene quindi:

$$\frac{\partial y}{\partial t} + a \frac{\partial y}{\partial x} = D_H \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \tag{1.101}$$

che è un'equazione del tipo dispersione-diffusione (dispersione idrodinamica espressa da D_H) con una componente di natura convettiva (celerità di propagazione a); tale equazione é del tipo della (1.88). Infatti si puó dimostrare che, nelle ipotesi descritte, valga la porporzionalitá $y(x,t) \propto g(x,t)^{-1}$. Senza perdita di generalità si può semplificare la (1.101) introducendo la nuova variabile indipendente s = x - at. La (1.101) diviene così:

$$\frac{\partial y}{\partial t} = D_H \frac{\partial^2 y}{\partial s^2} \tag{1.102}$$

Moltiplicando la (1.102) per s^2 e integrando tra $-\infty e +\infty$, si ottiene:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} s^2 \frac{\partial y}{\partial t} ds = \int_{-\infty}^{+\infty} D_H s^2 \frac{\partial^2 y}{\partial s^2} ds = D_H \left| s^2 \frac{\partial y}{\partial s} - 2sy \right| + 2D_H \int_{-\infty}^{+\infty} y ds \quad (1.103)$$

Se:

$$\lim_{s \to \pm \infty} s^2 \frac{\partial y}{\partial s} = 0$$

e:

$$\lim_{s \to \pm \infty} sy = 0$$

allora la (1.103) può essere riscritta:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{+\infty} s^2 y ds = 2D_H \int_{-\infty}^{+\infty} y ds ds \qquad (1.104)$$

Si noti che, assumendo come riferimento di coordinate il baricentro di y(s), la varianza di y(s) è definita:

$$\sigma^2(t) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} s^2 y ds}{\int_{-\infty}^{+\infty} y ds}$$
(1.105)

¹Indicata con x la coordinata intrinseca, parallela in ogni sezione alla velocità media $\langle \mathbf{u} \rangle$, sia g(x,t) la probabilità che la particella rilasciata in x_0 in t = 0 si trovi in (x, x + dx) al tempo t. La probabilità che al tempo t la particella si trovi ancora all'interno del ramo considerato è $P[T \ge t] = \int_0^L g(x,t)dx$, ovvero $P[T \le t] = 1 - \int_0^L g(x,t)dx$. La densità di probabilità del tempo di residenza nel tratto considerato è dunque $f(t) = -\frac{d}{dt} \int_0^L g(x,t)dx$, e ricordando che $f(t) = u(t) = -\frac{dV}{dt}$, si ha $\frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt} \int_0^L g(x,t)dx$, ovvero $V = \int_0^L g(x,t)dx$. Se il canale è prismatico si ha d'altra parte $V = \int_0^L y(x,t)dx$, da cui $y(x,t) \propto g(x,t)$, c.v.d.

La varianza costituisce una misura di quanto 'dispersa' sia la massa rispetto al baricentro della distribuzione. La (1.104) fornisce allora:

$$\frac{d\sigma^2}{dt} = 2D_H \tag{1.106}$$

nella quale si è tenuto conto del fatto che

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{-\infty}^{+\infty}yds=\frac{\partial M}{\partial t}=0$$

poichè la massa totale M deve conservarsi. La (1.106) porge allora:

$$\sigma^2(t) \propto 2D_H t \tag{1.107}$$

Questa relazione indica che la varianza di y(s) cresce linearmente nel tempo e proporzionalmente al coefficiente di dispersione. È questa una proprietà generale dell'equazione della dispersione (1.101).

1.6.2 L'idrogramma unitario istantaneo geomorfologico

Dalla relazione $f(t) = -d/dt \int_{\nu} g(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x}$ e risolvendo la (1.88) con le opportune condizioni al contorno, si ottiene la densitá di probabilitá dei tempi di residenza. Le appropriate condizioni al contorno per risolvere la (1.88) sono le seguenti:

i) g(x,0) = 0 per $x \neq 0$; per x = 0 vale:

$$| < u > g(x,t) - D_L \frac{\partial g}{\partial x}|_{x=0} = \delta(t)$$
(1.108)

ii) barriera assorbente per x = L, per cui g(L, t) = 0.

Al fine di ottenere una soluzione in forma chiusa è utile introdurre la trasformata di Laplace:

$$\hat{f}(s) = \int_0^\infty f(t) e^{-st} dt$$

Mentre la sua inversa è:

$$f(t) = \int_0^\infty \hat{f}(s) e^{st} ds$$

La trasformata di Laplace gode della proprietà seguente:

$$(f * g)(s) = \hat{f}(s)\,\hat{g}(s)$$

La soluzione risulta, quindi:

$$f_x(t) = \frac{1}{\left(4\pi D_H t^3\right)^{1/2}} exp\left\{\left(-\frac{(L-a\,t)^2}{4\,D_H\,t}\right)\right\},\tag{1.109}$$

Dal sistema di equazioni composto dalla (1.85) e dalla (1.109) si ottiene la soluzione, per una rete di canalizzazioni:

$$f(t) = \frac{1}{(4\pi D_H)^{1/2}} \sum_{\gamma \in \Gamma} p(\gamma) L(\gamma) * t^{-3/2} exp\left\{ \left(-\frac{(L(\gamma) - at)^2}{4 D_H t} \right) \right\}, \quad (1.110)$$

dove $L(\gamma)$ è la lunghezza del percorso γ . Per quanto riguarda lo stato versante, é possibile ottenere una formulazione generale per un bacino situato in pianura. Si consideri un bacino di forma rettangolare (vedi Figura 1.15). Indicata con L la lunghezza dell'asta del canale cui il bacino afferisce, la lunghezza media del percorso che una particella d'acqua, iniettata all'istante t in un generico punto dello stato versante, deve percorrere per raggiungere il corso d'acqua, è:



Figura 1.15: Bacino di forma rettangolare.

$$\langle L \rangle = \frac{A}{4L} \tag{1.111}$$

Il tempo medio di residenza fuori rete si potrà quindi ottenere, in generale, dividendo tale lunghezza per una velocità:

$$\langle T \rangle = \frac{\langle L \rangle}{v} \tag{1.112}$$

Ricordando, quindi, l'espressione utilizzata per la densitá di probabilitá dei tempi di residenza fuori rete, data dall'equazione (1.86) ed ipotizzando che,

lungo la rete canalizzata, i valori di dispersione, D_H , e di celeritá, a, siano costanti, l'idrogramma unitario istantaneo puó finalmente scriversi:

$$f(t) = \frac{1}{(4\pi D_H)^{1/2}} \sum_{\gamma \in \Gamma} p(\gamma) L(\gamma) f_{h_i}(t) * t^{-3/2} exp\left\{ \left(-\frac{(L(\gamma) - a t)^2}{4 D_H t} \right) \right\},$$
(1.113)

1.7 Estrazione del reticolo idrografico

Lo sviluppo recente di strumenti di acquisizione e di adeguate tecniche di elaborazione delle immagini digitali rende possibile analizzare in modo dettagliato ed oggettivo le principali proprietà morfologiche di un bacino idrografico. Questo tipo di approccio prevede l'uso dei cosiddetti GridDTM. Questi sono un insieme di valori di elevazione, organizzati in forma di matrice, che rappresentano la topografia discretizzata della zona di interesse. Le mappe digitali del terreno (Digital Terrain Maps) consentono, dunque, di rappresentare in modo spazialmente dettagliato la topografia di un territorio attraverso l'individuazione delle elevazioni della superficie terrestre in corrispondenza ai nodi di una griglia omogenea bidimensionale. In bacini caratterizzati da marcate pendenze, nei quali i gradienti topografici svolgono un ruolo decisivo nel determinare la direzione dei flussi in transito, una mappa digitale delle elevazioni consente una accurata descrizione di molte proprietà geomorfologiche di rilievo idrologico, quali la pendenza, le direzioni di drenaggio, la curvatura e l'area drenata da ogni singola cella.

Nella moderna idrologia una delle applicazioni principali delle tecniche di analisi geomorfologica riguarda l'estrazione della rete idrografica dei bacini imbriferi a partire da mappe digitali del terreno. Tale strumento infatti risulta indispensabile nel caso di applicazioni a bacini molto estesi, per i quali i rilievi sul campo costituiscono uno strumento di difficile esecuzione, consentendo la determinazione delle principali proprietà geomorfologiche (ovvero le direzioni di drenaggio e l'area drenata) per ogni pixel appartenente al bacino e quindi l'individuazione dei siti canalizzati. Tali grandezze si possono determinare a partire dalle mappe di un bacino, tramite l'applicazione di un modello di analisi delle mappe digitali [Tarboton, 1997]. Le direzioni di drenaggio possono essere valutate seguendo due approcci distinti servendosi dell'algoritmo a direzione Singola o Multipla (cfr. Figura 1.16). Nel primo caso si assume che una cella possa drenare verso una sola delle celle ad essa adiacenti, l'algoritmo a direzione multipla consente, invece, di: *i*. determinare infinite direzioni di drenaggio; *ii*. suddividere il flusso su più celle mediante il calcolo di opportuni coefficienti di ripartizione in base alle direzioni di riferimento per il drenaggio verso le celle circostanti. In entrambi i casi la direzione di drenaggio viene determinata mediante il criterio della massima pendenza, in funzione, cioè, della differenza di quota esistente tra un pixel della griglia e quelli ad esso circostanti. Tuttavia



Figura 1.16: Schematizzazione dei procedimenti di determinazione delle direzioni di drenaggio: (1) direzione Singola, (2) direzione Multipla.

all'interno di un DTM possono esistere dei siti caratterizzati da una quota inferiore rispetto a quelle dei pixel circostanti (Pits), per i quali non è quindi possibile la determinazione di una direzione di drenaggio; nella maggioranza dei casi questa situazione deriva da errori nella mappatura del territorio. Questo tipo di inconveniente, sia esso reale o derivante da errori nella raccolta dei dati, si risolve 'colmando' tali depressioni ed assegnando una quota superiore al pixel in questione in modo tale che esso possa drenare verso uno dei pixel adiacenti. Una accurata descrizione della rete di drenaggio è possibile attraverso una corretta individuazione dei siti canalizzati all'interno di un bacino idrografico. Tra i diversi metodi per la determinazione di tali siti si riporta una descrizione di quelli più usati:

- 1. metodo dell'area cumulata;
- 2. metodo dell'area-pendenza;

Il metodo dell'area cumulata consiste nell'imporre, per la canalizzazione, una soglia sull'area drenata cumulata, classificando cioè come canalizzati quei pixel per cui il valore dell'area drenata A_i ecceda una soglia fissata A_s :

$$A_i \le A_s \tag{1.114}$$

Il metodo si basa sull'ipotesi che le strutture permanenti di drenaggio si formino nelle zone di un bacino dove il flusso maggiormente si concentra. Solitamente la soglia A_s si sceglie cercando di approssimare al meglio le reti idrografiche riportate nella cartografia ufficiale, sebbene essa sia generalmente poco accurata e tralasci molti canali del primo ordine. In generale all'aumentare della soglia si ottiene una maggior precisione nella determinazione delle strutture permanenti di drenaggio, tuttavia al di sotto di certe soglie la rete estratta si infittisce includendo formazioni temporanee. Viste le caratteristiche di semplicità e precisione di questo procedimento il metodo dell'area cumulata è stato adottato per l'estrazione della rete del fiume Brenta nel presente lavoro.

Il metodo detto dell'area-pendenza nasce dall'osservazione che le reti naturali manifestano la proprietà di essere maggiormente drenate nella loro parte montana. Ciò è dovuto alla orografia di tali zone caratterizzate da elevate pendenze e da rapida alternanza di versanti e vallate. Il metodo dell'areapendenza prevede l'imposizione di una soglia che coinvolga sia l'area cumulata che la pendenza, e sia dunque in grado di riprodurre la disuniformità spaziale delle densità di drenaggio tipica dei bacini reali. Il criterio [Montgomery e Dietrich, 1988] prevede che risultino canalizzati quei siti per cui il prodotto fra l'area drenata A_i e la potenza k-esima della pendenza locale ∇z_i ecceda un certo valore di soglia S:

$$A_i^2 \nabla z_i \ge S \tag{1.115}$$

Questo criterio rende conto di come i fenomeni di canalizzazione siano, a parità di flusso, favoriti dalla presenza di zone ad elevata pendenza. Le reti di drenaggio estratte mediante l'applicazione di una soglia sul prodotto area-pendenza risultano caratterizzate da densità di drenaggio decrescenti da monte verso valle, per via della naturale diminuzione delle pendenze in gioco nelle zone più

FONDAMENTI TEORICI

prossime alla sezione di chiusura del bacino, rendendo conto pertanto delle disomogeneità spaziali delle reti naturali.

CAPITOLO 1

Capitolo 2

Sull'influenza dei pattern di precipitazione sulla risposta idrologica

Il presente capitolo riferisce in merito agli studi sull'influenza esercitata da pattern di precipitazione sulla risposta idrologica, al fine di determinare le scale alle quali l'eterogeneità spaziale delle precipitazioni possa ricoprire un ruolo significativo nella ricostruzione degli idrogrammi di piena generati in bacini con diverse caratteristiche geologiche, climatiche e morfologiche [Nicótina *et al.*, 2008]. Le analisi eseguite si fondano su robusti strumenti modellistici per mezzo dei quali vengono esplorati i meccanismi che originano i risultati evidenziati. Una sezione introduttiva descrive i progressi scientifici sull'argomento in questione, evidenziando i settori esplorati dal presente lavoro. Vengono quindi descritti i bacini di applicazione delle analisi svolte e gli strumenti e le metodologie utilizzate. In una sezione successiva vengono riportati e commentati i risultati ottenuti. Alcune considerazioni conclusive riassumono infine gli obiettivi raggiunti nel presente lavoro.

2.1 Introduzione

La precipitazione è un processo fortemente eterogeneo ed interessa un ampio spettro di scale sia spaziali che temporali [e.g. Lovejoy e Schertzer, 1985; Rodriguez-Iturbe *et al.*, 1998; Marani, 2005]. Di conseguenza la determinazione del livello di dettaglio richiesto per cogliere le eterogeneità rilevanti ai fini della risposta idrologica e per descrivere le componenti del ciclo idrologico, e.g. per le applicazione modellistiche di tipo idrologico/climatico, rappresenta un problema tuttora aperto e attuale nel dibattito scientifico sui temi dell'idrologia di bacino [e.g. Eagleson, 1978; Salvucci e Entekhabi, 1995; Marani et al., 1997]. In particolare, una rivisitazione della principale letteratura scientifica sull'argomento evidenzia che le risposte prodotte a queste domande sono state molteplici con conclusioni talvolta contrastanti. Wilson et al. [1979] hanno per esempio valutato la risposta di un piccolo bacino naturale a diverse precipitazioni sintetiche con assegnata struttura di correlazione spazio-temporale. Tali analisi, basate su un approccio deterministico per la modellazione dei meccanismi di trasporto all'interno del bacino mediante l'approssimazione dell'onda cinematica, evidenziano una discreta sensibilità dei modelli alle caratteristiche spazio-temporali degli eventi di precipitazione in termini di portata al colmo e tempo di risposta del bacino. Tuttavia Wilson et al. [1979] non approfondiscono i meccanismi fisici responsabili di tale influenza sulla risposta di bacino, né considerano il possibile effetto della dimensione del bacino. Sulla scia di queste analisi Krajewski et al. [1991], adottando un approccio sperimentale confrontabile con quello di Wilson et al. [1979], concludono che sebbene la variabilità temporale dell'evento di precipitazione eserciti un importante controllo sulla risposta modellistica, non altrettanto rilevante appare l'influenza della variabilità spaziale. Le analisi di Krajewski et al. [1991] sono state svolte su un bacino molto piccolo $(7.5 \ km^2)$ e non hanno evidenziato relazioni significative tra l'eterogeneità spaziale delle forzanti e la risposta idrologica.

Un ruolo primario come fonte di variabilità nella formazione delle piene viene riconosciuto da Shah et al. [1996] ai meccanismi di separazione dei deflussi superficiali. Mediante analisi su un modello idrologico fisicamente basato, applicato ad un piccolo bacino di montagna (10.55 km^2), gli autori studiano la sensibilità del modello alle eterogeneità spaziali dei campi di pioggia in relazione alle preesistenti condizioni di umidità del suolo riportando un incremento di tale influenza solo in presenza di bassi contenuti d'acqua. Tali conclusioni sono supportate dal lavoro di Segond *et al.* [2007], che identificano nei meccanismi di produzione del deflusso la principale fonte di variabilità nella risposta idrologica. Anche in questo caso tali conclusioni sono basate su esperimenti numerici eseguiti su un bacino di medie dimensioni (1400 km^2). Segond *et al.* [2007] ipotizzano anche che gli effetti indotti dall'eterogeneità spaziale dei campi di pioggia possano essere smorzati all'aumentare della dimensione del bacino mentre verrebbero incrementati all'aumentare della frazione di deflusso superficiale (e.g. a causa di una crescente urbanizzazione degli ambienti naturali). Conclusioni contrastanti vengono proposte da Smith et al. [2005] i quali non rilevano una significativa influenza delle eterogeneità spaziali della precipitazione in un piccolo bacino urbano (14.3 km^2). Gli autori, sulla base di dati osservati di precipitazione e portata, riportano che, anche in risposta ad eventi

meteorici caratterizzati da una forte variabilità spaziale, non si producono differenze significative negli idrogrammi di piena risultanti a causa dell'effetto di 'mescolamento' ascrivibile alla rete di drenaggio; ovvero la variabilità spaziale della precipitazione è molto inferiore se valutata in uno spazio non-euclideo definito dalla struttura della rete di drenaggio.

Un diverso approccio al problema è stato adottato da Gabellani *et al.* [2007] con esperimenti, svolti su bacini di diversa dimensione, che mostrano variazioni significative (fino al 25% sulla portata al colmo) nella risposta ad eventi meteorici con diverse strutture di correlazione spazio-temporali. Gabellani *et al.* [2007] suggeriscono anche che l'importanza delle eterogeneità spaziali dipenda dal rapporto tra la scala caratteristica delle forzanti meteoriche e la dimensione del bacino, ulteriormente enfatizzate dalle non-linearità derivanti dai meccanismi di produzione dei deflussi superficiali.

Dalla disamina complessiva della letteratura di settore emerge come, sebbene la gran parte dei lavori precedenti si riferisca a bacini relativamente piccoli (con aree dell'ordine di $10^2 \ km^2$, i.e. inferiori o al più confrontabili con le strutture perturbative di mesoscala [Winchell et al., 1998; Dodov e Foufoula-Georgiou, 2005), i contributi che indagano il ruolo della variabilità spaziale delle precipitazioni risultano piuttosto eterogenei sia in termini di strumenti e approcci metodologici utilizzati sia per quanto riguarda le conclusioni raggiunte mediante le rispettive analisi eseguite. Al fine di identificare i meccanismi attraverso i quali le eterogeneità delle forzanti meteoriche influenzano la risposta di bacino sono state proposte diverse ipotesi con particolare enfasi sui meccanismi di produzione dei deflussi [e.g. Shah et al., 1996; Brath e Montanari, 2003; Gabellani et al., 2007], mentre gli effetti dei meccanismi di trasporto degli stessi all'interno del bacino non è stato considerato in precedenza. Dalle conoscenze disponibili non sono emersi tentativi precedenti di collegare la scala spaziale delle eterogeneità della pioggia con quelle insite nella struttura geomorfologica del bacino (con l'eccezione di Smith et al. [2005] che comunque trattano il caso peculiare di un bacino urbano molto piccolo).

Il presente lavoro di tesi si inserisce quindi in questo conteso, prefiggendosi l'obiettivo di indagare la significatività dell'influenza della variabilità spaziale delle precipitazioni sulla risposta idrologica in funzione della dimensione del bacino, delle scale caratteristiche degli eventi meteorici, dei meccanismi di produzione del deflusso e dei meccanismi di trasporto degli stessi nei versanti e lungo il corso dei canali componenti la rete idrografica. Tali obiettivi vengono perseguiti mediante l'esecuzione di dettagliati esperimenti numerici che mirano a individuare una dimensione di bacino per cui la specifica distribuzione spaziale delle precipitazioni possa rappresentare un'informazione imprescindibile per la definizione delle caratteristiche salienti degli idrogrammi di piena. Questo

$CAPITOLO \ 2$

aspetto assume particolare in portanza in quanto, in generale, ci si aspetta che gli effetti del pattern spaziale della precipitazione siano più consistenti all'aumentare della superficie del bacino. Al fine di indagare e caratterizzare tale ipotesi vengono utilizzati modelli matematici della risposta idrologica di fondamento geomorfologico estensivamente validati su osservazioni di precipitazione e portata, applicati ad un'ampia varietà di bacini (con superfici dell'ordine di $O(10^2 - 10^3) \ km^2$) nel clima temperato dell'Italia settentrionale. Gli esperimenti numerici di cui sopra, che verranno descritti in dettaglio nei paragrafi successivi, si basano su una progressiva riduzione della risoluzione spaziale con la quale vengono specificati i campi di precipitazione forzanti il modello, da 100 m a 50 km, al fine di indagare l'influenza di tale risoluzione sulla risposta del modello [Nicótina *et al.*, 2008].

Gli effetti della variabilità spaziale della pioggia sugli idrogrammi di piena possono essere indotti dal campionamento di percorsi di drenaggio preferenziali in funzione della specifica struttura spaziale del campo di precipitazione, così come da significative eterogeneità spaziali nei meccanismi di produzione dei deflussi superficiali. Allo scopo di discernere e trattare separatamente questi due ultimi effetti sono stati approntati esperimenti numerici nei quali il modello di infiltrazione viene disattivato, considerando dunque il bacino completamente impermeabile e tutti gli afflussi efficaci ai fini del deflusso superficiale. Viene proposta un'interpretazione dei meccanismi fisici alla base dei risultati ottenuti in termini di distribuzioni condizionate dei tempi di residenza nel bacino così come campionate dalla distribuzione complessiva dei tempi di residenza per mezzo di ipotetiche strutture di precipitazione. Tale distribuzione dei tempi di residenza all'interno del bacino viene rappresentata mediante la funzione di ampiezza del bacino stesso [e.g. Rodriguez-Iturbe e Rinaldo, 1997; Lashermes e Foufoula-Georgiou, 2007], mentre il confronto e l'interpretazione dei risultati ottenuti viene svolto per mezzo di strumenti matematici mutuati dalla teoria dell'informazione e basati sull'entropia di Shannon associata ad una distribuzione di probabilità [Lin, 1991; Grosse et al., 2002]. Le conclusioni tratte da tale lavoro sono supportate dal fondamento fisico dei modelli utilizzati, basati sulla distribuzione dei tempi di residenza dell'acqua all'interno del bacino, e dalla loro capacità di riprodurre in maniera accurata e robusta la risposta idrologica di diversi sistemi anche se soggetti ad regimi di precipitazione che presentano strutture di correlazione spazio-temporali ampiamente differenti.

2.2 Bacini di studio

Le analisi e gli esperimenti numerici descritti nei paragrafi seguenti sono basate sull'applicazione di modelli geomorfologici della risposta idrologica al bacino del fiume Brenta chiuso a Bassano del Grappa ed al bacino del fiume Tanaro chiuso a Montecastello (Figura 2.1). Tali modelli idrologici sono stati sviluppati dal Centro Internazionale di Idrologia dell'Università degli Studi di Padova a fini operativi per la gestione delle risorse idriche e la pianificazione idrogeologica finalizzata alla protezione del territorio [Rinaldo et al., 2002; Settin et al., 2005; Rinaldo et al., 2006a,b]. I modelli utilizzati sono stati testati su un numero di eventi di validazione (i.e. distinti dagli eventi usati per la calibrazione dei parametri). Il confronto con le registrazioni di portata in sezioni significative e ha mostrato una robusta rappresentazione dei caratteri salienti della risposta di bacino in presenza di diverse condizioni idrologiche, a conferma del fatto che essi riproducono adeguatamente i processi fisici che governano la risposta idrologica. La scelta dei bacini di studio deriva dall'esigenza di studiare situazioni in cui gli eventi di precipitazione simulati fossero significativamente eterogenei nello spazio e, allo scopo di indagare l'influenza della dimensione del bacino sulla rappresentazione della variabilità spaziale della pioggia, di poter disporre di un ampio intervallo nelle dimensioni del bacino (circa $10 - 10^3 km^2$ nei casi presentati nel seguito).



Figura 2.1: Inquadramento geografico dei bacini di studio.

2.2.1 Il bacino del fiume Tanaro

Il fiume Tanaro situato nell'Italia nord occidentale nasce nel Piemonte meridionale, al confine con la Liguria, sulle Alpi Liguri dalla confluenza tra il torrente Tanarello, che proviene dal Monte Saccarello (2201 m), ed il torrente Negrone. (si veda la Figura 2.1a per l'inquadramento geografico. Nel presente lavoro viene impiegato un modello matematico della risposta idrologica del Tanaro chiuso a Montecastello (poco a monte della confluenza dello stesso con il fiume Pò). L'asta principale del Tanaro a Montecastello misura 276 km e la superficie del corrispondente bacino di drenaggio ammonta a circa 8000 km^2 . Data l'ampia superficie del bacino considerato appare natu-



Figura 2.2: Esempio di idrogramma di calibrazione per il bacino del fiume Tanaro chiuso a Montecastello.

rale osservare rilevanti differenze nelle caratteristiche geo-litologiche dei suoli presenti sul territorio oggetto d'esame. La distribuzione dei tipi di suolo è stata caratterizzata mediante le informazioni fornite dall'ARPA Piemonte, sulla base di questi dati si sono riscontrate differenze significative nei tipi di suolo particolarmente tra la porzione alpina, responsabile della generazione dei deflussi, appoggiata sulle alpi liguri (che presenta valori di conducibilità idraulica satura nel range $K_{hsat} \approx 10-30 \ mm/h$) e la porzione pedemontana del bacino $(K_{hsat} \approx 0.3 - 1 \ mm/h)$. Le differenze indotte da tali osservazioni sui processi di generazione dei deflussi vengono riprodotte nel modello mediante il modulo di infiltrazione basato sul modello di Green-Ampt (cfr. Capitolo 1). In tale applicazione, infatti, i parametri che definiscono il modello risultano variabili nello spazio alla scala del sottobacino. Tale distribuzione dei parametri avviene in ragione deile informazioni spazialmente distribuite disponibili.

Il regime pluviometrico del bacino del Tanaro è particolarmente eterogeneo sia nello spazio che nel tempo, con picchi di precipitazione localizzati sulla fascia pedemontana ed i minimi nella piana di Alessandria. I dati pluviometrici per l'applicazione del modello idrologico sono stati ottenuti dalla rete pluviometrica operata dall'ARPA Piemonte, con più di 100 pluviometri dislocati sul territorio. La calibrazione e validazione del modello idrologico del fiume Tanaro e dei bacini componenti il suo sistema idrologico è basata sulle registrazioni di precipitazioni e portate relative ai seguenti eventi: 12-20 ottobre 2000, 14-19 luglio 2002, 14-30 novembre 2002, 21 novembre 2003 - 7 dicembre 2003 ed il catastrofico evento di piena del 2-12 novembre 1994. Gli eventi suddetti sono i medesimi utilizzati nel presente lavoro per lo svolgimento degli esperimenti numerici descritti nel paragrafo seguente. La Tabella 2.1 riporta le caratteristiche salienti di ogni evento di precipitazione considerato. Nelle analisi che seguo-

Tabella 2.1: Caratteristiche degli eventi di precipitazione utilizzati per la calibrazione dei modelli e per gli esperimenti numerici effettuati sul bacino del Tanaro chiuso a Montecastello. Per ogni evento di precipitazione vengono riportati i parametri ricavati per fittare il variogramma sperimentale, derivati dall'analisi delle precipitazioni orarie mediando nel tempo i variogrammi stimati a partire dalle osservazioni orarie. L'adattamento ai dati è stato effettuato mediante interpolazione ai minimi quadrati con modello di variogramma esponenziale (scala integrale I e varianza spaziale σ^2).

Bacino	Evento	Densità pluviometri	Ι	σ^2
		$[\# pluviom./km^2]$	[km]	$[mm^2]$
Tanaro	2-12 novembre 1994	0.005	49.1	2.09
	12-20 ottobre 2000	0.010	54.3	1.67
	14-19 luglio 2002	0.012	36.8	1.62
	14-30 novembre 2002	0.012	51.4	1.42
	21 novembre-7 dicembre 2003	0.005	41.5	1.81

no viene considerato sia l'intero bacino del Tanaro chiuso a Montecastello, sia diversi sottobacini che ne compongono il sistema idrografico. I sottobacini considerati (si veda Figura 2.3) sono: la Stura di Demonte a Gaiola ($\simeq 600 \ km^2$), il bacino del Tanaro chiuso a Farigliano ($\simeq 1500 \ km^2$), la Bormida a Carsine ($\simeq 1500 \ km^2$), il bacino dell'Orba chiuso a Casalcermelli ($\simeq 800 \ km^2$) ed il Tanaro ad Alba ($\simeq 3500 \ km^2$). Un approfondito studio di calibrazione e validazione dei modelli suddetti risulta estraneo al presente lavoro di tesi, per questo motivo vengono riportati, a titolo esemplificativo, alcuni esempi del funzionamento del modello, per gli eventi di calibrazione e validazione, nella Figura 2.2. In Figura 2.4 vengono riportati ulteriori esempi, anche relativamente ai



Figura 2.3: Sub-catchments of the Tanaro river considered in the numerical experiments.

sottobacini del sistema idrografico del Tanaro considerati nel presente lavoro. Per ulteriori dettagli sulle procedure adottate e sui valori assunti dai parametri di taratura del modello si rimanda al rapporto tecnico [Settin *et al.*, 2005]. In questa sede ci si limita a sottolineare che in tutti gli eventi di calibrazione e validazione si evidenzia una dominanza del deflusso subsuperficiale rispetto al deflusso superficiale (con una frazione del deflusso totale tra il 70% ed il 90% proveniente dal comparto subsuperficiale). Tale circostanza risulta significativa ai fini della successiva interpretazione dei risultati presentati nei paragrafi seguenti.

2.2.2 Il bacino del Brenta chiuso a Bassano del Grappa

Il bacino del fiume Brenta, situato nell'Italia nord orientale (Figura 2.1b), presenta una porzione alpina responsabile della generazione dei deflussi di piena, caratterizzata da una superficie di 1560 km^2 ed una lunghezza dell'asta principale di 72 km fino alla sezione di chiusura posta nell'abitato di Bassano del Grappa. Il Brenta ha origine dal lago di Caldonazzo, nel Trentino orientale, ad una quota di circa 450 m sul livello del mare, prosegue verso Est ricevendo inizialmente le acque dal lago di Levico e poi quelle di numerosi torrenti,


Figura 2.4: Computed vs measured discharge for the sub-catchments of Tanaro system (calibration event of November 2002): Bormida at Cassine (a), Orba at Casalcermelli (b), Stura di Demonte at Gaiola (c), Tanaro at Alba (d), Tanaro at Farigliano (e). In the other plots sample validation events for Brenta (f), Tanaro closed at Montecastello (g) and Tanaro closed at Farigliano (h) are shown.

tra cui il T. Centa, il T. Moggio, il T. Gàdena ed il T. Frenzela, provenienti dalle Prealpi e tributari di destra, ed il T. Ceggio, il T. Maso, il T. Grigno ed il T. Cismòn, tributari di sinistra idrografica che hanno origine sulle Alpi Dolomitiche.

Il sistema idrografico del fiume Brenta va ascritto alla categoria dei corsi d'acqua a regime subalpino con massimi di portata in primavera ed in autunno e minimi in inverno ed estate. Il bacino appare disomogeneo per caratteristiche idrologiche ed idrografiche. Procedendo da monte a valle, esso presenta scarsa piovosità dalle origini alla confluenza con il torrente Cismòn; al contrario, il bacino imbrifero del Cismòn è caratterizzato da abbondanti precipitazioni ed in primavera riceve un importante contributo, dovuto allo scioglimento nivale. In queste zone a carattere spiccatamente torrentizio, la superficie del bacino risulta fortemente incisa e ciò contribuisce ad originare una fitta rete idrografica che caratterizza il corso del fiume. Nella porzione del corso del Brenta che precede la confluenza con il Cismòn il fiume è quasi privo di affluenti, a causa delle caratteristiche geomorfologiche e litologiche del bacino [Zunica, 1981]. Infatti, la porzione di bacino ricadente nelle alpi dolomitiche, ovvero l'intero arco alpino che va dal lago di Caldonazzo alle sorgenti del torrente Cismòn, è formato principalmente da rocce eruttive (intrusive ed effusive) e metamorfiche. Formazioni dello stesso tipo prevalgono in tutti i maggiori rilievi. Lungo i versanti e nei fondi vallivi, si ritrovano numerosi depositi quaternari, di origine alluvionale o morenica, di tipo detritico o di frana. Tali depositi possono presentare una permeabilità variabile, che può essere anche molto bassa se la componente argillosa è elevata. Nella parte restante del bacino, e particolarmente in quella centrale, affiorano rocce sedimentarie (dolomie, calcari, marne e arenarie) che spesso presentano una elevata permeabilità, per fessurazione e per carsismo. Gran parte del bacino del Brenta è stata sottoposta, soprattutto nell'era terziaria, ad importanti fenomeni tettonici che, associati ai fenomeni carsici, hanno prodotto un esteso sistema idrologico sotterraneo. Sia in destra che in sinistra idrografica, esistono infatti numerose sorgenti la cui acqua proviene, rispettivamente, dall'Altopiano di Asiago e dal massiccio del Grappa. Per ulteriori approfondimenti sulle caratteristiche del bacino del fiume Brenta si veda [Rinaldo et al., 2002].

La calibrazione e validazione del modello matematico del fiume Brenta è stata effettuata per mezzo di registrazioni pluviometriche ed idrografiche relative ai seguenti eventi: 7-17 luglio 1992, 25 settembre-2 ottobre 1992, 10-18 ottobre 1996, 7-10 ottobre 1998, 10-15 ottobre 2000. Tali eventi sono i medesimi sui quali sono basati gli esperimenti numerici descritti nei paragrafi seguenti. Le registrazioni pluviometriche di cui sopra sono state acquisite mediante una rete pluviometrica composta da 20 pluviometri gestiti dall'ARPA Veneto e dalla Provincia di Trento. La Tabella 2.2 riassume le informazioni salienti relative ad ogni evento di precipitazione considerato. Esempi della calibrazione e vali-

Tabella 2.2: Caratteristiche degli eventi di precipitazione utilizzati per la calibrazione dei modelli e per gli esperimenti numerici effettuati sul bacino del Brenta chiuso a Bassano. Per ogni evento di precipitazione vengono riportati i parametri ricavati per fittare il variogramma sperimentale, derivati dall'analisi delle precipitazioni orarie mediando nel tempo i variogrammi stimati a partire dalle osservazioni orarie. L'adattamento ai dati è stato effettuato mediante interpolazione ai minimi quadrati con modello di variogramma esponenziale (scala integrale I e varianza spaziale σ^2).

Bacino	Evento	Densità pluviometri	Ι	σ^2
		$[\# pluviom./km^2]$	[km]	$[mm^2]$
Brenta	7-17 luglio 1992	0.011	12.5	2.13
	25 settembre-2 ottobre 1992	0.012	16.5	1.45
	10-18 ottobre 1996	0.009	25.0	1.18
	7-10 ottobre 1998	0.005	20.0	1.31
	10-15 ottobre 2000	0.012	18.5	1.65

dazione del modello sono riportati nella Figura 2.5 e nella seguente Figura 2.4f. Si evince tuttavia come tale modello sia globalmente rispettoso dei caratteri della risposta idrologica del sistema, essendo in grado di riprodurre in maniera fedele gli idrogrammi misurati. Per ulteriori approfondimenti sulle procedure di calibrazione e validazione si rimanda ai rapporti tecnici prodotti [Rinaldo et al., 2002; Uccelli et al., 2004]. Come già evidenziato nel caso del fiume Tanaro, anche per il Brenta il deflusso totale alla sezione di chiusura è controllato dai deflussi ipodermici, per tutti gli eventi qui considerati (il 65 - 85% del deflusso totale risulta essere proveniente dal comparto sub-superficiale). La Figura 2.6 evidenzia, relativamente ad uno degli eventi di validazione del modello, il ruolo preponderante dei deflussi ipodermici nella formazione del deflusso totale alla sezione di chiusura del bacino, dato che la porzione più significativa del volume precipitato sul bacino si infiltra nel terreno (Figura 2.6d). Negli istanti temporali in cui si produce deflusso superficiale questo è prevalentemente generato per mezzo di meccanismi dunniani di produzione del deflusso - i.e. per esaurimento del volume invasabile nello strato collaborante di suolo - piuttosto che hortoniani - ovvero per eccedenza della capacità di infiltrazione del terreno - (per un confronto si vedano le Figure 2.6b e 2.6c). Il bacino del fiume Tanaro



Figura 2.5: Esempio di idrogramma di calibrazione per il bacino del fiume Brenta chiuso a Bassano del Grappa.

mostra un comportamento molto simile sotto questo aspetto e tale circostanza risulterà funzionale all'interpretazione dei successivi risultati.

2.3 Materiali e metodi

Le analisi svolte per caratterizzare l'influenza delle eterogeneità spaziali sulla risposta idrologica trovano fondamento teorico e modellistico negli strumenti descritti in precedenza (si veda Capitolo 1). Il presente paragrafo discute nel dettaglio le procedure utilizzate per: i) lo svolgimento degli esperimenti numerici atti a caratterizzare il comportamento dei modelli al variare della risoluzione spaziale della forzante meteorica; ii) l'analisi dei meccanismi di trasporto superficiale attraverso cui la morfologia del bacino riflette le proprietà del campo di precipitazione in ingresso.

2.3.1 Coarse-graining del campo di precipitazione

Si è svolto un insieme di esperimenti di coarse-graining (o up-scaling) del campo di precipitazione al fine di indagare gli effetti che il livello di dettaglio con cui viene specificata la forzante di precipitazione provoca sulla risposta del sistema. A partire dalla griglia di precipitazione più dettagliata $(0.1 \times 0.1 \ km^2)$, ottenuta dall'interpolazione spaziale delle osservazioni pluviometriche mediante kriging (Zawadzki [1973]; Lebel *et al.* [1987]; cfr. Capitolo 1), i campi orari



Figura 2.6: Infiltrazione e meccanismi di generazione dei deflussi nel bacino del fiume Brenta per l'evento di validazione dell'ottobre 1993. I diversi colori nel pannello superiore indicano, per un fissati istanti temporali, la distribuzione spaziale delle aree in cui si verificano infiltrazione, saturazione per eccedenza della capacità di infiltrazione e saturazione per esaurimento del volume invasabile. Il pannello superiore mostra che, in risposta alla precipitazione media sul bacino (a), il deflusso superficiale per eccedenza della capacità di infiltrazione costituisce un contributo molto modesto al deflusso complessivo (b), mentre la produzione del deflusso per esaurimento del volume invasabile occorre con frequenza superiore (c). In ogni caso il deflusso subsuperficiale rappresenta il contributo più importante alla risposta totale del bacino alla sezione di chiusura (d).

così definiti sono stati progressivamente aggregati fino ad ottenere precipitazione omogenea sull'intera area di generazione dei deflussi. Il procedimento di aggregazione proposto consiste nel mediare i valori della griglia di precipitazione su aree quadrate di lato crescente, imponendo ad ogni cella costituente tale area il valore di precipitazione medio (si veda la Figura 2.7 per un esempio di tale procedimento). In particolare i valori di precipitazione da assegnare su un campo con risoluzione pari a $2\Delta x$ si ottengono mediando i valori dei quattro pixel che lo compongono nella griglia con risoluzione Δx (cfr. Figure 2.7b-c). La procedura di aggregazione descritta non permette di conservare il volume



Figura 2.7: Rappresentazione della procedura di aggregazione spaziale dei campi di precipitazioni nel caso del bacino del fiume Tanaro chiuso a Montecastello; risoluzione spaziale dei campi rappresentati pari a 0.1km (a), 10km(b) and 50km (c).

medio affluente sull'area di generazione dei deflussi nel singolo passo temporale poichè i valori di precipitazione pertinenti alle aree limitrofe al bacino possono entrare nel computo della precipitazione media del pixel aggregato. Questa procedura risulta tuttavia significativa in quanto è la condizione tipica dell'applicazione di stime di precipitazione a larga scala (e bassa risoluzione spaziale) vengono impiegate per forzare i modelli idrologici - come nel caso di accoppiamento tra modelli idrologici e previsionali [Alessi Celegon, 2008]. Nel seguito adottiamo l'appellativo 'non-conservativa' per questa procedura di aggregazione. Al fine di isolare e valutare gli effetti indotti dalla sola risoluzione spaziale delle precipitazioni, senza indurre effetti secondari sul volume di precipitazione medio affluente, è stata utilizzata una seconda procedura - definita 'conservativa' - nella quale il computo della precipitazione media sui pixel della griglia a minore risoluzione tiene conto dei soli pixel appartenenti al bacino nella mappa ad alta risoluzione. In questo modo il volume di precipitazione sul bacino viene esattamente preservato in ogni passo temporale.

2.3.2 Analisi dei meccanismi di trasporto superficiale

L'eterogeneità spaziale delle precipitazioni può influenzare la risposta idrologica in modo rilevante attraverso i meccanismi di trasporto superficiale qualora diverse distribuzioni spaziali del campo di pioggia producano campionamenti della distribuzione dei tempi di residenza sul bacino sensibilmente differenti. Allo scopo di indagare il livello di similarità tra diverse distribuzioni di probabilità dei tempi di residenza è stata utilizzata una *misura di divergenza*, i.e. una misura della distanza tra due o più distribuzioni di probabilità [Wolpert, 2004; Wolpert e Macready, 2007]. Inoltre allo scopo di semplificare l'analisi dei risultati ottenuti e di depurarli da effetti secondari non connessi ai meccanismi di trasporto superficiale è stata sviluppata una versione semplificata del modello di trasporto fondata esclusivamente su un approccio cinematico che deriva dall'identificazione dei percorsi di drenaggio all'interno del bacino.

La divergenza generalizzata di Jensen-Shannon

L'ampia letteratura di settore, in particolare nel campo della teoria dell'informazione, presenta diversi strumenti atti a valutare la distanza tra distribuzioni di probabilità. Nel caso in esame la divergenza generalizzata di Jensen-Shannon (JSD) è stata ritenuta lo strumento più adatto allo svolgimento delle analisi in oggetto, in quanto consente di valutare il grado di similarità tra più distribuzioni di probabilità - piuttosto che tra coppie di esse [Lin, 1991]. Date n distribuzioni di probabilità $\mathbf{p}_i = [p_i(1), p_i(2), \dots, p_i(k)]$ $(i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, k;$ $\sum_{j=1}^k p_i(j) = 1, \quad \forall i; \ 0 \leq p_i(j) \leq 1 \quad \forall i, j)$ la divergenza generalizzata di Jensen-Shannon può essere definita come [Grosse *et al.*, 2002]:

$$JSD(\mathbf{p}_{1}, \mathbf{p}_{2}, \dots, \mathbf{p}_{n}) = H[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\mathbf{p}_{i}] - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}H[\mathbf{p}_{i}], \qquad (2.1)$$

dove $H[\mathbf{p}] = -\sum_{j=1}^{k} p(j) \cdot \log_2 p(j)$ rappresenta l'entropia di Shannon di \mathbf{p} [Shannon, 1948]. Il primo termine a destra nell'equazione (2.1) rappresenta l'entropia di Shannon della distribuzione di probabilità media delle n considerate, mentre il secondo termine è l'entropia media delle n distribuzioni. Si può dimostrare, si rimanda alla letteratura specifica per le dimostrazioni, che la JSD è una misura simmetrica e definita positiva [Lamberti e Majtey, 2003]:

$$JSD(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_n) \ge 0, \tag{2.2}$$

dove l'uguaglianza si ha se e solo se $\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_2 = \ldots = \mathbf{p}_n$. La *JSD* è inoltre invariante rispetto ad ogni permutazione dei suoi argomenti.

Il modello di trasporto cinematico

Al fine di indagare in maniera diretta il ruolo relativo dei processi di canale e di versante è stata implementata ed utilizzata una versione semplificata del modello di trasporto superficiale. Tale formulazione consiste nella costruzione degli idrogrammi unitari istantanei mediante l'assunzione di una velocità caratteristica - e spazialmente omogenea - sia per gli stati versante (v_h) che per gli stati canale (v_c) [Robinson *et al.*, 1995; Botter e Rinaldo, 2003; D'Odorico e Rigon, 2003; Saco e Kumar, 2004]. In tale circostanza vengono trascurati i meccanismi di separazione dei deflussi e viene quindi rimosso il loro effetto sulla distribuzione spaziale della pioggia - i.e. l'intero volume di precipitazione viene trasferito alla sezione di chiusura del bacino e il risultato, data l'invarianza dei parametri del modello e della geometria del bacino, dipende dalla sola distribuzione spaziale delle precipitazioni. Tale formulazione si fonda sull'individuazione dei percorsi di drenaggio da ogni pixel del modello digitale del terreno (DTM) alla sezione di chiusura del bacino, mediante le consolidate procedure di estrazione di estrazione della rete di drenaggio già descritte nel precedente paragrafo 1.7 [e.g. Tarboton, 1997]. Richiamando brevemente, la porzione canalizzata del bacino è stata identificata mediante una soglia sull'area cumulata, parametro derivato per mezzo degli algoritmi fondati sulle direzioni di drenaggio multiple. I percorsi di drenaggio stessi vengono individuati secondo la direzione di massima pendenza. La scelta della soglia, che comporta considerevoli effetti sulla riproduzione delle caratteristiche geomorfologiche del bacino [Rodriguez-Iturbe e Rinaldo, 1997], è stata effettuata mediante confronti con le densità di drenaggio osservate sulla rete reale analizzando le distribuzioni delle lunghezze non canalizzate per ogni sottobacino piuttosto che mediante l'usuale misura hortoniana delle lunghezze canalizzata rapportata all'area [Rinaldo et al., 2002; Settin et al., 2005].

La distribuzione dei tempi di residenza all'interno del bacino è stata determinata successivamente mediante il computo del tempo necessario per raggiungere la sezione di chiusura partendo da ogni singolo punto del bacino, assegnate le celerità di propagazione negli stati canale e varsante. Tale distribuzione definisce un idrogramma unitario istantaneo che può essere convoluto con la distribuzione spazio temporale delle precipitazioni determinando in questo modo la risposta del sistema. Tale modello, fissata la geometria del bacino, può essere applicato mediante la definizione di un unico parametro definito come il rapporto cinematico v_c/v_h tra le velocità nei siti canalizzati e quelle nei versanti. Al variare di tale rapporto si ottengono diversi comportamenti nei processi di trasporto superficiale all'interno del bacino. Un esempio visivo di tale comportamento è riscontrabile dal confronto delle distribuzioni dei tempi di residenza riportate nella Figura 2.8. La natura fisicamente basata dei parametri coinvolti in tale determinazione della risposta del sistema consente di estrapolare il rapporto cinematico adeguato alla rappresentazione del sistema sulla base della calibrazione effettuata per il modello geomorfologico del trasporto, in quanto si riconosce una corrispondenza tra tali parametri e quelli richiesti per l'impiego del modello cinematico. Pertanto l'impiego del modello cinematico si basa sul confronto tra risultati modellistici a prescindere dalla calibrazione dei parametri imposti.

Nel caso in oggetto la realizzazione di tale modello cinematico non mira alla riproduzione dei caratteri salienti della risposta del bacino - per tale scopo il modello geomorfologico costituisce uno strumento più evoluto ed affidabile ma si ripropone di confrontare l'influenza della struttura del bacino nel tener conto della distribuzione spaziale delle precipitazioni in maniera diretta. La formulazione geomorfologica completa del modello idrologico, invece, si avvale di distribuzioni dei tempi di residenza spazialmente variabili alla scala del sottobacino, in ragione dell'area del sottobacino stesso (cfr. Capitolo 1), rendendo di difficile interpretazione il risultato reso alla sezione di chiusura in quanto sollecitazioni pertinenti a zone diverse del bacino campionano distribuzioni dei tempi di residenza eterogenee nello spazio. Tuttavia nei paragrafi successivi verranno presentati a titolo esemplificativo alcuni risultati dell'esperimento numerico descritto nel seguito ottenuti mediante l'applicazione del modello geomorfologico completo del bacino del fiume Brenta chiuso a Bassano del Grappa.

L'esperimento numerico per il quale è stato predisposto il modello cinematico del trasporto, al fine di indagare l'effetto delle diverse distribuzioni spaziali delle precipitazioni sulla risposta idrologica, consiste nella generazione di 100 eventi di precipitazione di volume unitario, assegnati su aree circolari di raggio R il cui centro viene posizionato in maniera casuale sul bacino. Per ognuno di tali eventi unitari viene determinata la risposta del sistema mediante l'applicazione del solo modello di trasporto cinematico (trascurando il partizionamento dei deflussi). Viene quindi valutata la JSD(R) tra tutti gli idrogrammi così ottenuti (che soddisfano i requisiti per il computo della JSD in quanto il volume di precipitazione e, di conseguenza, l'area sottesa all'idrogramma risultante sono unitari) ripetendo la procedura per raggi assegnati nell'intervallo $0.2 \ km < R < 40 \ km$. Il numero di dischi di pioggia considerati (100) è stato scelto mediante analisi sperimentali volte ad accertare il campionamento esaustivo della distribuzione dei tempi di residenza in particolare per i valori inferiori di R e nei bacini di maggiori dimensioni. Infatti l'andamento della JSD in funzione di R non è risultata sensibile ad ulteriori incrementi del numero di campi di precipitazione schematici al di sopra di 100.



Figura 2.8: Esempi di funzioni di densità di probabilità (PDF) dei tempi di residenza ottenute mediante l'applicazione del modello cinematico del trasporto per due diversi rapporti tra velocità nel canale e nel versante v_c/v_h : $v_c/v_h = 1/1$ (a) e $v_c/v_h = 1/0.01$ (b)

2.4 Risultati

2.4.1 Aggregazione delle precipitazioni

Gli esperimenti di aggregazione delle precipitazioni eseguiti sul modello geomorfologico del fiume Brenta evidenziano differenze anche significative negli idrogrammi simulati alla sezione di chiusura del bacino in risposta a diverse scale di aggregazione spaziale della precipitazione, nel caso di aggregazione 'non-conservativa' della precipitazione. In particolare osservando la risposta del sistema si riscontra un errore nella stima della portata al colmo (si veda la Figura 2.9a, per il caso dell'evento dell'ottobre 2000). Al contrario tali differenze paiono trascurabili, per il medesimo evento, se la procedura di aggregazione viene eseguita conservando il volume di precipitazione affluito sul bacino in ogni passo temporale (Figura 2.9b), anche nel caso in cui si consideri precipitazione omogenea sull'intero bacino (i.e. con una risoluzione spaziale di 50km un singolo pixel copre l'intero bacino del Brenta). Il confronto tra i risultati ottenuti con le procedure di aggregazione conservativa e non-conservativa è piuttosto chiaro e viene confermato per tutti gli eventi considerati. Tali risultati indicano che le differenze nella risposta del sistema, ottenute mediante gli esperimenti numerici eseguiti con la procedura di aggregazione non-conservativa, sono il risultato di un'inaccurata rappresentazione della precipitazione media sul bacino



Figura 2.9: Idrogrammi di piena simulati a Bassano del Grappa (bacino del fiume Brenta) per l'evento di precipitazione dell'ottobre 2000 a diverse scale di aggregazione spaziale. Sono riportati i risultati ottenuti dall'applicazione della procedura di up-scaling non-conservativa (a) e conservativa (b).

piuttosto che della sua variabilità spaziale.

La mancanza di effetti significativi negli esperimenti di aggregazione conservativa è un risultato parzialmente inatteso data l'estensione del bacino in oggetto $(O(10^3) km^2)$ e dal carattere spazialmente variabile del modello. Un'interpretazione di tale risultato deriva dalla osservata dominanza del deflusso ipodermico sulla portata totale a causa i) delle intensità locali della precipitazione che, anche nei campi di precipitazione a maggiore risoluzione spaziale, non sono tali da sollecitare i meccanismi di produzione del deflusso per eccedenza della capacità di infiltrazione, e ii) dei volumi infiltrati non sufficienti ad indurre la saturazione dello strato collaborante del terreno (cfr. Figura 2.6). La procedura di aggregazione riduce ulteriormente i picchi locali di precipitazione, mediando le intensità su superfici crescenti, ma non cambia l'ammontare del volume d'acqua infiltrato, originando un input subsuperficiale molto simile a quello corrispondente ottenuto dall'applicazione del campo di precipitazione a maggiore risoluzione (100 m) [Nicótina et al., 2008]. Dunque il coarse-graining delle precipitazioni non modifica in modo apprezzabile il partizionamento degli afflussi nelle componenti superficiale ed ipodermica. La mancanza di effetti sul deflusso appena evidenziata richiede inoltre che anche i meccanismi di trasporto non siano affetti dalle procedure di aggregazione, tale circostanza richiede un approfondimento di indagine sui meccanismi attraverso i quali avviene la selezione dei diversi percorsi di drenaggio al variare dei campi di precipitazione che insistono sul bacino.

Gli esperimenti di aggregazione del campo di precipitazione sono stati eseguiti anche sui diversi sottobacini componenti il sistema idrografico del fiume Tanaro (Figura 2.3). I risultati di queste analisi (riportati in Figura 2.10) confermano quelli precedentemente ottenuti nel caso del bacino del Brenta. Fissato il volume di precipitazione afferente al bacino in ogni passo temporale, la variabilità spaziale della precipitazione non esercita un ruolo primario nella definizione della risposta idrologica per bacini con aree comprese tra 600 km^2 (Stura di Demonte at Gaiola) e 3500 km^2 (Tanaro at Alba). La variabilità spaziale associata al campo di pioggia diventa importante solo per l'intero bacino del Tanaro (8000 km^2), per il quale i risultati del modello evidenziano una chiara sensibilità alle variazioni della risoluzione spaziale delle precipitazioni (si veda la Figura 2.11a per un esempio rappresentativo). In ogni caso per scale di aggregazione spaziale inferiori o uguali a 10 km i risultati modellistici non mostrano variazioni apprezzabili in termini di portate simulate confrontate con quelle ottenute in risposta all'evento di precipitazione a maggiore risoluzione. E' necessario evidenziare, tuttavia, che la risoluzione massima del campo di precipitazione è stata fissata pari a 0.1 km per poter essere confrontabile con la risoluzione delle altre informazioni disponibili (i.e. DTM, dati di uso e tipo

di suolo). Come riportato nelle Tabelle 2.1 e 2.2 questa risoluzione è superiore alla distanza media tra i le stazioni pluviometriche disponibili, la quale è tuttavia appropriata in ragione delle finalità operative per la quale i reticoli pluviometrici sono stati progettati ed in considerazione delle estese scale di correlazione spaziale della precipitazione dovute alla natura frontale degli eventi di precipitazione tipici delle aree alpine oggetto d'indagine.



Figura 2.10: Idrogrammi simulati nei sottobacini componenti il sistema idrografico del fiume Tanaro, nel casi di up-scaling conservativo delle precipitazioni. La risoluzione spaziale del campo di precipitazione varia da 100 m fino alla scala necessaria per ottenere precipitazione omogenea sul sottobacino considerato. a) Stura di Demonte (600 km^2), b) Orba (800 km^2), c) Bormida (1500 km^2), d) Tanaro at Alba (3500 km^2).

La mancanza di sensibilità mostrata dai modelli alla scala di aggregazione spaziale della precipitazione è dovuta sia alla predominanza dei percorsi di drenaggio sub-superficiali, come notato in precedenza nel caso del bacino del Brenta, i quali non vengono influenzati dai cambiamenti nella risoluzione spaziale dei campi di precipitazione, sia all'inaspettata invarianza delle distribuzioni dei tempi di residenza superficiali campionati dai diversi pattern di precipitazione insistenti sui bacini. Allo scopo di investigare il ruolo relativo di questi due fattori vengono distinti gli effetti del campionamento dei percorsi di drenaggio da quelli direttamente ascrivibili alle eterogeneità spaziali attraverso i meccanismi di produzione del deflusso, disattivando il modello di produzione del deflusso (i.e. il modello di Green-Ampt). I bacini allo studio vengono quindi assunti completamente impermeabili. Gli idrogrammi di piena così ottenuti sul bacino del Tanaro (Figura 2.11b) esibiscono moderate variazioni per scale di aggregazioni della precipitazione fino a 50 km, e mostrano che solo una precipitazione uniforme (ad una risoluzione di 150 km) produce delle differenze significative sulla risposta del sistema. Questi risultati se confrontati con quelli derivati dal modello completo - ovvero includendo il modulo di partizionamento dei deflussi - suggeriscono fortemente che la dipendenza della risposta idrologica dalla risoluzione spaziale delle precipitazioni può essere prevalentemente ascritta alle caratteristiche eterogenee dei suoli piuttosto che agli effetti della variabilità spaziale (nello spazio Euclideo) dei percorsi di drenaggio all'interno del bacino e delle associate distribuzioni dei tempi di arrivo alla sezione di chiusura o dei tempi di residenza all'interno del bacino.



Figura 2.11: Idrogramma simulato a Montecastello (bacino del fiume Tanaro) per l'evento di precipitazione del novembre 1994 alle diverse scale di aggregazione spaziali (procedura di aggregazione conservativa). In presenza (a) ed in assenza (b) del modulo di infiltrazione.

E' certamente rilevante la determinazione delle circostanza sotto le quali le interazioni tra le eterogeneità del campo di precipitazione e quelle dei percorsi di drenaggio arrivano a giocare un ruolo primario nella determinazione della risposta idrologica. A tal fine sono stati eseguiti gli esperimenti numerici, descritti nel paragrafo precedente, nei quali l'eterogeneità spaziale della pioggia è rappresentata mediante eventi di precipitazione istantanei e schematici permettendo di caratterizzare in maniera diretta le differenze nelle distribuzioni di probabilità dei tempi di residenza dell'acqua all'interno del bacino - e dunque della risposta idrologica associata a tale parametro.

2.4.2 Distribuzioni dei tempi di residenza campionate da campi di pioggia eterogenei

La rappresentazione modellistica adottata per la descrizione dei fenomeni di trasporto superficiale alla scala di bacino, fondata sull'idrogramma istantaneo geomorfologico (cfr. Capitolo 1), tiene conto della possibile influenza dell'ete-rogeneità spaziale della precipitazione attraverso un eventuale campionamento preferenziale della popolazione dei percorsi di drenaggio che caratterizzano il bacino. Tale meccanismi possono essere indagati attraverso lo studio della di-stribuzione di probabilità dei tempi residenza all'interno del bacino ed il suo campionamento per mezzo di assegnate distribuzioni spaziali della precipitazione. Negli esperimenti numerici eseguiti vengono assunte precipitazioni schematiche di volume unitario e durata oraria, uniformemente distribuite su un area circolare di raggio R (e nulle sulla rimanente area del bacino). Questo apparato sperimentale mira a studiare i meccanismi attraverso i quali le distribuzioni dei tempi di residenza campionate da una di tali precipitazioni schematiche, posizionata casualmente sul bacino, variano al variare della dimensione del disco e delle dinamiche del trasporto all'interno del bacino.

Le risposte unitarie del modello matematico del fiume Brenta, relativamente a 3 eventi di precipitazione unitaria di raggio $R = 5 \ km$ (un disco di tali dimensioni occupa approssimativamente il 5% dell'intera superficie del bacino), evidenziano le similarità tra gli idrogrammi simulati sebbene sia riscontrabile un effetto minore dovuto alla localizzazione del centro di pioggia (Figura 2.12). In questo esperimento il modulo di infiltrazione è stato disattivato, evidenziando quindi i soli effetti dei meccanismi di trasporto superficiale sulla produzione della risposta idrologica. Confrontando una serie di 100 dischi di precipitazione e variando il loro raggio è stata valutata la JSD tra le risposte unitarie generate alla sezione di chiusura del bacino (Figura 2.13). I risultati di questo esperimento (quadratini rossi in Figura) mostrano come la JSD misurata tra gli idrogrammi simulati per un raggio fissato diminuisca velocemente all'aumentare di R. Appare interessante notare che al diminuire del tempo di residenza medio nei versanti, $\bar{t}_{\gamma,1} = \lambda_1 \times A_{\gamma}^{0.38}$ [Boyd, 1978; D'Odorico e Rigon, 2003] (controllato mediante il parametro λ_1), le differenze tra le risposte



Figura 2.12: Risposta idrologica del fiume Brenta a Bassano del Grappa in per 3 campi di precipitazione sintetici di volume unitario assegnati su aree circolari di raggio $R = 5 \ km$.

del sistema sollecitate dalle precipitazioni schematiche aumenta (curva verde e blu in Figura 2.13). Questa osservazione può essere giustificata dal fatto che tipicamente il tempo trascorso dalle particelle d'acqua nei versanti domina il tempo di residenza totale all'interno del bacino. Infatti la porzione canalizzata del bacino è solitamente inferiore e viene attraversata con velocità decisamente superiori [Botter e Rinaldo, 2003]. Una diminuzione nel tempo di residenza medio nei versanti tende quindi ad attenuarne il ruolo dominante ed il risultato riportato nella Figura 2.13 indica che il ruolo relativo del trasporto nei canali e nei versanti risulta rilevante nella determinazione della sensitività della risposta idrologica alle eterogeneità spaziali della pioggia.

2.4.3 Il ruolo del trasporto nei versanti e nei canali

Come nell'esperimento precedente eseguito sul modello geomorfologico del fiume Brenta sono stati generati 100 cerchi di precipitazione unitaria, posizionati casualmente sul bacino. Per ogni raggio di tali piogge sintetiche (variabile tra $0.4 \ km \le R \le 100 \ km$) è stata valutata la JSD(R) delle risposte unitarie, ottenute mediante l'applicazione del modello cinematico semplificato descritto nel paragrafo precedente (cfr. 2.3.2). Tale approccio cinematico infatti offre una



Figura 2.13: Divergenza di Jensen-Shannon calcolata sulle risposte del modello idrologico del fiume Brenta a 100 eventi di precipitazione schematica di volume unitario posizionati in maniera casuale sul bacino al variare del raggio caratterizzante il disco di precipitazione. Valore elevati della JSD indicano una mancanza di similarità della risposta al variare della posizione del centro di pioggia.

visione più diretta ed un controllo maggiore dei parametri di simulazione senza trascurare il fondamento geomorfologico che caratterizza il modello di trasporto basato sulla distribuzione dei tempi di residenza all'interno del bacino (e.g. Figura 2.8). L'esperimento è stato ripetuto al variare del rapporto cinematico che caratterizza il modello di trasporto (v_c/v_h) e per diversi bacini, allo scopo di caratterizzare il livello di similarità tra le pdf campionate in funzione della dimensione caratteristica dell'evento di precipitazione e dei diversi rapporti di velocità canale/versante (e dunque diversi rapporti dei tempi di residenza nei canali e nei versanti). I valori di velocità assegnati ai siti canalizzati e non canalizzati hanno chiaramente una grande influenza sulla distribuzione dei tempi di residenza risultante (cfr. Figura 2.14) ma la divergenza tra le risposte del sistema in funzione del raggio R decresce velocemente e monotonicamente all'aumentare del rapporto v_c/v_h . Nel seguito sono stati approfonditi due casi contrastanti (Figura 2.14): i) $v_c/v_h = 1 \ ms^{-1}/1 \ ms^{-1}$ in cui il trasporto nei canali e nei versanti procede alla stessa velocità; ii) $v_c/v_h = 1 \ ms^{-1}/0.01 \ ms^{-1}$, che rappresenta una situazione più realistica dell'importanza relativa dei tempi di residenza nei canali e nei versanti nel caso di bacini reali Botter e Rinaldo, 2003]. In quest'ultimo caso la distribuzione dei tempi di residenza è fortemente dominata dai tempi di residenza negli stati versante, maggiori e più eterogenei rispetto a quelli nei canali. Come atteso la differenza tra le distribuzioni dei



Figura 2.14: Andamento della JSD(R) per diversi rapporti v_c/v_h sul bacino del Brenta. Valori inferiori del rapporto cinematico producono maggiori differenze nella risposta idrologica del bacino alla sezione di chiusura.

tempi di residenza campionate dalle piogge circolari diminuisce, anche in questo caso, all'aumentare del diametro del disco (Figure 2.15) perchè dischi di diametro maggiore campionano una quantità maggiore dei percorsi disponibili, omogeneizzando quindi le distribuzioni risultanti. Le differenze nelle distribuzioni di probabilità dei tempi di residenza sono superiori quando la velocità delle particelle d'acqua nei versanti è uguale a quella nei canali (i.e. $v_c/v_h = 1$, Figura 2.15a). In questo caso le differenze tra i tempi di residenza nei diversi percorsi possono essere piuttosto nette. Al contrario, quando la velocità nei versanti è realisticamente inferiore rispetto a quella nei canali (i.e. $v_c/v_h = 100$, Figura 2.15b) le differenze tra le distribuzioni dei tempi di residenza si riducono drasticamente anche per i raggi più piccoli dei dischi di pioggia sintetica (ovvero per una piccola scala caratteristica delle eterogeneità spaziali della precipitazione). In questo caso i tempi di residenza sono dominati dal tempo trascorso nei versanti e quindi, finchè la scala caratteristica delle eterogeneità della precipitazione rimane inferiore alla dimensione tipica del versante (i.e. fino a $1-2 \ km^2$) ogni distribuzione della precipitazione campionerà tutti i percorsi di drenaggio possibili producendo approssimativamente la medesima risposta. In conclusione è necessario notare che la sensitività della risposta del sistema al variare della dimensione caratteristica degli eventi di precipitazio-



Figura 2.15: Andamenti della JSD(R) per 4 bacini di studio con diverse dimensioni variabili tra 800 km^2 e 8000 km^2 . Si riportano i casi di due rapporti cinematici: $v_c/v_h = 1/1$ (a) e $v_c/v_h = 1/0.01$ (b).

ne è superiore nei bacini più grandi con $v_c/v_h = 1$ (i.e. i valori di JSD per il bacino del Tanaro basin rappresentano la curva più alta in Figura 2.15a, mentre quelli per il bacino del torrente Cismòn stanno sulla curva più bassa). D'altra parte tali differenze sono notevolmente ridotte nel caso più realistico in cui $v_c/v_h = 100$ (gli andamenti della JSD sono molto simili e vicini per tutti i bacini considerati come si evidenzia dalla Figura 2.15b).

2.5 Considerazioni conclusive

Le analisi descritte nel presente lavoro, effettuate su diversi sottobacini del sistema del Brenta e del Tanaro con superfici fino ad 8000 km^2 mostrano che la risposta idrologica è maggiormente sensibile alla precipitazione media istantaneamente afferente sul bacino (Figure 2.9 e 2.10a-e). Segue che, anche nel caso di bacini relativamente grandi (con superfici dell'ordine delle migliaia di chilometri quadrati), è necessario disporre di reticoli pluviometrici sufficientemente densi al fine di poter stimare correttamente il volume di precipitazione che insiste sul bacino, piuttosto che caratterizzare la variabilità spaziale dell'evento di precipitazione. I risultati mostrati suggeriscono che quando i meccanismi di produzione del deflusso per saturazione dello strato di suolo collaborante risultano dominanti l'elemento che induce la corretta riproduzione dei caratteri dell'evento di piena è la stima corretta del volume di precipitazione totale sul bacino, in ogni passo temporale. Come già evidenziato, tale evenienza è dovuta al fatto che le scale spaziali che caratterizzano gli eventi di precipitazione sono spesso notevolmente superiori se confrontate con le scale tipiche dei versanti. Quando i meccanismi di produzione del deflusso per eccedenza della capacità di infiltrazione assumono un'importanza significativa la distribuzione spaziale delle intensità di precipitazione può diventare un fattore importante nella determinazione della risposta del sistema e, in quest'ottica, lo studio delle interrelazioni tra le scale caratteristiche delle eterogeneità dei suoli e della precipitazione rappresenta un interessante campo d'indagine. Un altro aspetto interessante, sul quale risultano necessarie ulteriori indagini, riguarda gli strumenti più adatti alla riproduzione degli effetti orografici nella stima dei campi di precipitazione istantanei in presenza di ostacoli orografici che possono indurre la non-stazionarietà del campo di precipitazione.

La distribuzione spaziale della pioggia assume un ruolo primario nel caso di bacini di elevate dimensioni (come nel caso del bacino del Tanaro, con una superficie di circa $8000 \ km^2$, Figura 2.11a), in ragione dell'eterogeneità dei percorsi di drenaggio campionati da diversi eventi di precipitazione a causa della consistenza dei tempi di residenza nei canali. Si è evidenziato inoltre come la non-linearità dei meccanismi di produzione del deflusso induca un effetto moderato sulla risposta del sistema nei casi esaminati nel presente lavoro (e.g. si vedano le differenze nelle portate al colmo riprodotte nella Figura 2.11a), perchè la risposta alla sezione di chiusura del sistema è dominata dal deflusso sub-superficiale. La sensibilità della risposta idrologica all'eterogeneità della precipitazione può diventare rilevante nei sistemi idrologici caratterizzati da proprietà geo-litologiche che inducano la dominanza dei meccanismi di produzione del deflusso per eccedenza della capacità di infiltrazione, a causa della diminuzione dei picchi locali di precipitazione indotta dall'aggregazione dei campi di pioggia.

Disattivando il modulo di infiltrazione - e quindi inducendo l'emergenza dell'intera variabilità della precipitazione a causa dei meccanismi di trasporto all'interno del bacino - si è mostrato che anche ad una scala di bacino di $8000 \ km^2$ la variabilità spaziale del campo di pioggia induce effetti limitati sulla risposta del sistema (Figura 2.11b). Le analisi effettuate per mezzo di campi di precipitazione schematici suggeriscono un'interpretazione fisica di tali osservazioni, legata alle proprietà delle distribuzioni dei tempi di residenza all'interno del bacino ed al loro campionamento da parte degli eventi di precipitazione. Poichè il tempo di residenza totale dell'acqua nel bacino è dominato dal tempo che essa risiede nei versanti si evince che la dimensione del versante rappresenta il fattore che controlla la sensibilità della risposta idrologica alle distribuzioni spaziali della precipitazione. Di conseguenza, finchè la scala che caratterizza la correlazione spaziale della pioggia è superiore alla dimensione tipica dei versanti le distribuzioni di probabilità dei tempi di residenza campionate da un qualsiasi evento di precipitazione saranno indipendenti dalla sua specifica distribuzione spaziale, la quale dunque non eserciterà un influenza significativa sull'idrogramma di piena risultante anche nel caso di bacini con superfici di diverse migliaia di chilometri quadrati. Tale risultato può essere ribadito considerando la lunghezza di ogni ramo della rete tra due successive confluenze come un surrogato della dimensione lineare del versante ad essa associato. La dimensione caratteristica del versante può essere ricavata come la media di tali lunghezze. Il parametro così definito nel caso dei bacini in esame varia tra $2.25 \ km \in 2.72 \ km$, in accordo con il valore di R per il quale si osserva una rapida variazione nella pendenza di JSD(R) (si vedano le Figure 2.14 e 2.15b). Nel caso, invece, di campi di precipitazione con scale caratteristiche oltre tale soglia la specifica distribuzione della precipitazione non assume un ruolo significativo nella determinazione della risposta del sistema (il valore di JSD(R) rimane molto piccolo, indicando una elevata similarità tra gli idrogrammi campionati). Nei campi di precipitazione reali la dimensione dei cerchi di precipitazione sintetica può essere sostituita da una dimensione caratteristica, ad esempio la scal integrale della funzione di autocorrelazione del campo di precipitazione. I valori assunti da tale parametro nei sistemi frontali che si incontrano comunemente nel nostro clima sono tipicamente superiori ai 10 km [si veda anche Zawadzki, 1973; Lebel et al., 1987; Bacchi e Kottegoda, 1995], mentre le dimensioni caratteristiche dei versanti ammontano, come evidenziato in precedenza, a qualche chilometro quadrato. In considerazione di tali circostanze i risultati ottenuti suggeriscono che la distribuzione spaziale della precipitazione non svolge un ruolo primario nella generazione della risposta idrologica di piena. Per bacini di dimensione superiore (o, probabilmente, per bacini di forma particolare, e.g. con una struttura prevalentemente longitudinale) il tempo di residenza nei canali potrebbe assumere valori elevati e diventare paragonabile a quello nei versanti (in analogia con il caso $v_c = v_h$, Figura 2.15a). In questo caso la distribuzione spaziale della precipitazione diventerebbe un fattore primario nel controllare la risposta del sistema.

In conclusione i risultati ottenuti nel presente lavoro di tesi contribuiscono a chiarire il ruolo relativo del tempo di residenza nei diversi comparti del bacino (canale/versante) al fine della determinazione della risposta dei sistemi idrologici alla variabilità spaziale della precipitazione. Tali conclusioni consento una riconciliazione dei risultati contrastanti precedentemente riportati in letteratura e forniscono un fondamento teorico e pratico per lo sviluppo di modelli idrologici accurati e robusti nella rappresentazioni dei processi in atto.

Capitolo 3

Applicazione: scenari di cambiamento climatico e salvaguardia della Laguna Veneta

Il presente capitolo riferisce in merito all'applicazione degli strumenti modellistici di impianto geomorfologico al caso studio della laguna di Venezia. L'esercizio, facendo uso di un modello continuo del Bacino Scolante nella laguna per la descrizione degli elementi idrologici, mira alla valutazione di scenari di cambiamento climatico ed alle conseguenze per la città di Venezia nell'ottica del funzionamento delle costruende barriere mobili (MOSE) per la salvaguardia della città dalle acque alte eccezionali [?]. Il capitolo è organizzato nel modo seguente: una sezione introduttiva rende conto delle problematiche allo studio. Vengono quindi descritti il territorio di indagine e gli strumenti utilizzati. Una sezione di risultati riporta e commenta le analisi effettuate. Alcune considerazioni conclusive riassumono infine i principali risultati conseguiti.

3.1 Introduzione

La descrizione degli apporti d'acqua dolce nella Laguna di Venezia è stata per molto tempo il soggetto di approfonditi studi, anche a causa delle complessità dovute alla successione degli interventi antropici nel corso di diversi secoli [e.g. Cucchini, 1928; Dorigo, 1983; Zonta *et al.*, 2005; Collavini *et al.*, 2005; Zuliani *et al.*, 2005]. La rilevanza della stima degli apporti d'acqua dolce nella Laguna risiede nell'importanza delle opere idrauliche costruite nei secoli per soddisfare i bisogni di un sistema economico e sociale in continua evoluzione [e.g. Dorigo, 1983], nonchè per le implicazioni sulla morfodinamica [D'Alpaos, 2004; D'Alpaos e Defina, 2007] e sull'evoluzione degli e ecosistemi lagunari [Fagherazzi et al., 2006; Marani et al., 2007]. Recentemente stime accurate degli apporti d'acqua dolce nella laguna di Venezia hanno assunto ulteriore importanza al fine della valutazione degli impatti del costruendo sistema di barriere mobili (MOSE) sul livello lagunare in periodi di isolamento temporaneo della laguna dal mare.

Il presente lavoro riferisce intorno all'applicazione di un modello idrologicoidrodinamico del sistema lagunare veneto. Il modello idrologico si fonda su una descrizione dettagliata della geomorfologia del territorio, dei processi di produzione del deflusso e di quelli evapotraspirativi (si veda per i dettagli modellistici il Capitolo 1 e per ulteriori approfondimenti Marani *et al.* [2006] e Rinaldo *et al.* [2006a,b]).La componente idrodinamica è descritta mediante un modello agli elementi finiti che riproduce in elevato dettaglio la morfologia della laguna di Venezia [Defina, 2000; Carniello *et al.*, 2005; D'Alpaos e Defina, 2007; Defina *et al.*, 2007]. Un fattore determinante per le analisi descritte nel presente lavoro è rappresentato dall disponibilità di registrazioni meteorologiche ed idrologiche sufficientemente lunghe (si veda la Figura 3.2), per le quali la risoluzione temporale di osservazione sia inferiore al tempo caratteristico della risposta idrologica dei bacini che compongono il sistema allo studio (tra 6 e 32 ore). La validazione dei modelli in parola è risultata determinante per l'applicazione in previsione degli stessi.

Lo scopo delle analisi presentate nel seguito è quello di prevedere i volumi scaricati all'interno della laguna nei periodi di isolamento della stessa dal mare nei periodi di acqua alta. Recenti previsioni di cambiamento climatico evidenziano un innalzamento generale del livello medio del mare che porterebbe ad un incremento sensibile rispetto agli attuali incrementi del livello lagunare nei periodi di acqua alta [Pirazzoli, 2002]. Sebbene tali scenari di cambiamento climatico siano ancora piuttosto incerti [Bindoff et al., 2007; IPCC, 2007], viene simulato il funzionamento del sistema in diversi scenari, assumendo i conseguenti prolungamenti dei tempi di chiusura delle paratoie. Poichè il livello medio del mare influenza direttamente i criteri operativi per la gestione delle opere di salvaguardia risulta interessante la previsione dei volumi defluenti nella laguna in presenza di diversi scenari. In tale contesto viene anche affrontato il tema della presunta insostenibilità dei futuri innalzamenti del livello medio mare da parte delle opere di protezione ed il conseguente previsto innalzamento del livello lagunare al di sopra delle quote di salvaguardia a causa degli afflussi d'acqua dolce, degli apporti meteorici e delle portate filtranti attraverso le paratoie [Pirazzoli e Tomasin, 2002; Pirazzoli e Umgiesser, 2003, 2006].

I criteri di gestione del sistema di paratoie mobili prevedono il mantenimento del livello interno alla laguna al di sotto dei $+110 \ cm \ s.l.m.$, quota limite per evitare significativi allagamenti della città [CVN, 1997; Carbognin *et al.*, 2004], anche nello scenario più sfavorevole di innalzamento del livello medio mare di $+50 \ cm$ entro il 2100 [Pirazzoli e Tomasin, 2002]. Assumendo tali vincoli viene offerta una previsione compatibile con gli scenari di cambiamento climatico [Bindoff *et al.*, 2007] e con il tempo di vita atteso per l'opera realizzanda [Bras *et al.*, 2001].

3.2 Il Bacino Scolante nella Laguna di Venezia

Con il termine 'Bacino Scolante' si indica il territorio la cui rete idrica superficiale scarica in Laguna di Venezia (cfr. Figura 3.1). Esso si estende su una superficie di circa 1850 km^2 , delimitata a Sud dal fiume Gorzone, che segue la sponda sinistra del fiume Adige nel tratto terminale di quest'ultimo, ad Ovest dalla linea dei Colli Euganei e delle Prealpi Asolane e a Nord dal fiume Sile. Un'appendice settentrionale del Bacino Scolante è costituita dal sottobacino del sistema Vallio-Meolo, scolante in Laguna tramite il canale della Vela. Nella determinazione del Bacino Scolante il limite geografico viene individuato con riferimento ai territori idrologicamente tributari della rete idrografica superficiale in condizioni di deflusso ordinario. A tale territorio è necessario aggiungere la punta più settentrionale (situata a Nord di Castelfranco Veneto) che può sfociare parzialmente in Laguna attraverso i fiumi Dese e Marzenego a seconda delle regolazioni effettuate in corrispondenza del nodo idrografico di Castelfranco Veneto. Il territorio fin qui individuato viene generalmente indicato come 'Bacino Scolante Convenzionale' (Figura 3.1). Vengono fatte infine rientrare nel Bacino Scolante anche le zone di origine delle acque di risorgiva che alimentano i corsi d'acqua più settentrionali (i.e. F. Tergola, F. Marzenego e F. Muson Vecchio). Il Bacino Scolante ha inoltre una serie di interconnessioni con i bacini idrografici limitrofi (del Sile, Brenta e Bacchiglione), attraverso i quali si possono avere trasferimenti di portata, anche se modesti, da un bacino all'altro. Le acque meteoriche afferenti al Bacino Scolante, assieme a quelle di risorgiva sgorganti approssimativamente lungo la linea Cittadella-Castelfranco Veneto, vengono recapitate in Laguna attraverso una complessa rete costituita da alcuni corsi d'acqua naturali (Dese, Zero, Marzenego-Osellino, Lusore, Muson Vecchio, Tergola), da alvei e canali a deflusso controllato artificialmente (Naviglio Brenta, Canale di Mirano, Taglio Novissimo) e da una fitta trama di collettori di bonifica minori gestiti dai Consorzi di Bonifica che assicurano il drenaggio dell'area. Gli apporti del Bacino Scolante raggiungono la Laguna



Figura 3.1: Il bacino Scolante nella laguna di Venezia: suddivisione nei principali bacini idrografici e posizione delle stazioni di misura della precipitazione e della portata.

di Venezia in 27 punti di immissione distribuiti lungo l'intero sviluppo della gronda lagunare, dalla valle del Brenta a Sud fino al litorale del Cavallino a Nord.

3.3 Materiali e metodi

3.3.1 Dati idrologici

Una fitta rete di osservazioni pluviometriche ed idrometriche [Marani *et al.*, 2004a], mirate allo studio della risposta idrologica del Bacino Scolante [Zonta *et al.*, 2005], rende disponibili i dati necessari per lo studio della risposta idrologica del territorio in esame (si veda la Figura 3.1 per la posizione delle stazioni di misura). La disponibilità di dati pluviometrici con opportuna risoluzione spaziale e temporale permette una caratterizzazione completa del campo di precipitazione su una griglia regolare a maglie di $100m \times 100m$ (si veda la Figura 3.2) per mezzo del kriging ordinario (Capitolo 1). La classificazione degli



Figura 3.2: Esempi di interpolazione spaziale dell'intensità di precipitazione mediante kriging dei dati osservati. Si evidenzia la presenza di gradienti spaziali di precipitazione che può inficiare la stima del volume di precipitazione sul bacino nel caso di assunzione di pioggia omogenea nello spazio.

usi del suolo rilevanti rispetto alla produzione dei deflussi è stata ottenuta per mezzo delle tecniche di telerilevamento come descritto nel Capitolo 1 [si veda anche Marani et al., 2004b, a, 2006], mentre la modellazione della risposta idrologica segue lo schema modellistico di fondamento geomorfologico descritto in precedenza (Capitolo 1), integrando al già descritto modello di Green-Ampt un approccio per l'aggiornamento in continuo del contenuto d'acqua del terreno che comprende la modellazione dei flussi evapotraspirativi secondo il metodo FAO-Penman-Montieth [Allen et al., 1998]. I deflussi idrologici prodotti dal modello geomorfologico continuo costituiscono la condizione al contorno per il modello idraulico monodimensionale che permette la simulazione di dettaglio dei tratti terminali dei canali soggetti sollevamento meccanico o inversione del flusso a causa degli effetti mareali alle foci lagunari. [Marani et al., 2006] (si vedano anche i dati misurati riportati nella Figura 3.3). I tratti di canale soggetti all'influenza della marea sono nettamente delimitati, solitamente da discontinuità nel profilo longitudinale, per cui il passaggio attraverso le condizioni critiche assicura l'indipendenza dei tratti a monte dagli effetti di marea. Per ulteriori dettagli sulla modellazione monodimensionale degli effetti idrodinamici salienti si rimanda al precedente Capitolo 1 [si veda anche Defina, 2000; Marani *et al.*, 2006].

3.3.2 Modello matematico

Il modello idrologico utilizzato nel presente lavoro trova fondamento operativo nell'estensiva procedura di validazione effettuata sui dati idrologici disponibili in prossimità dei 27 punti di immissione nella laguna. La calibrazione e validazione del modello è stato oggetto di precedenti lavori, in questa sede vengono riportati a titolo esemplificativo alcuni risultati di validazione (Figura 3.3) rimandando alle relazioni tecniche per ulteriori dettagli [Marani et al., 2006; Rinaldo et al., 2006b]. Vengono inoltre riportati, nella Tabella 3.1, gli indici di Nash-Sutcliffe per sequenze orarie di diversi mesi, che mostrano il carattere robusto delle previsioni modellistiche utilizzate nelle analisi seguenti. L'errore totale nella simulazione di sequenze relativamente lunghe a passo orario si è rivelato variabile nel range 3 - 15% (si veda anche Figura 3.3) [Marani *et al.*, 2006]. Le performance del modello peggiorano, ma risultano tuttavia accettabili, nel caso della porzione meridionale del Bacino Scolante (Bacino Sud o del Canale dei Cuori - Tabella 3.1 e Figura 3.1) che risulta particolarmente complesso dal punto di vista idraulico (con ampie zone soggette a doppio o triplo sollevamento meccanico).

Il modello idrologico è stato applicato per la valutazione dei volumi defluenti nella laguna in tempi prolungati di isolamento della stessa dal mare



Figura 3.3: Confronto tra le portate osservate e simulate, per 2 dei 27 punti di immissione del bacino scolante nella Laguna di Venezia. I grafici sono relativi a due eventi di validazione del modello per il bacino del canale di Lova, in alto, (evento dell'aprile 1999) e per il bacino del fiume Marzenego (evento del marzo 2001). Si notano i caratteri indotti dalle oscillazioni di marea, rimossi dalla presenza di significativi contributi idrologici. Le oscillazioni di marea vengono riprodotte dal modello idraulico mediante l'imposizione di una condizione al contorno di valle sui livelli misurati in prossimità della foce in laguna. Le condizioni al contorno di monte per la rete idraulica a moto vario sono fornite dai deflussi idrologici simulati mediante il modello geomorfologico.

Tabella 3.1: Performance del modello per i 5 principali bacini (il 72% dell'intera superficie drenante) componenti il sistema idrologico del Bacino Scolante. Vengono riportate media ($\langle Q_{mis} \rangle$) e varianza ($\sigma^2_{Q_{mis}}$) delle portate osservate e l'indice di Nash-Sutcliffe (N&S) per l'adattamento delle simulazioni ai dati su 1 anno di simulazione a passo orario.

	Dese	Marzenego	Lusore	Vallio-Meolo	Cuori
$< Q_{mis} > [m^3/s]$	9.88	3.62	4.16	4.54	2.73
$\sigma^2_{Q_{mis}} \ [m^3/s]^2$	388.83	31.75	33.36	53.73	23.22
N&S	0.89	0.80	0.77	0.82	0.72

Adriatico sotto diversi scenari di cambiamento climatico. In questi esperimenti è stato fatta un'ipotesi conservativa sulla permanenza del livello interno alla laguna durante i periodi di chiusura del sistema MOSE, consentendo quindi la conversione diretta dei volumi in ingresso in sovralzi lagunari equivalenti (i.e. ipotesi di sovralzo statico). L'adeguatezza di tale ipotesi è stata verificata mediante una serie di simulazioni eseguite mediante il modello bidimensionale dettagliato dell'idrodinamica lagunare che considera anche l'effetto dei sovralzi locali dovuti all'effetto del vento. La natura distribuita delle immissioni di portata dal Bacino Scolante e la scala temporale caratteristica dei fenomeni idrodinamici di ridistribuzione del livello interno alla laguna, trascurabile se confrontata con il tempo medio di isolamento della laguna dal mare, garantiscono la dissipazione dei gradienti della superficie libera in assenza di vento. Al contrario, si osservano effetti significativi sui sovralzi locali in presenza di forti venti. Tuttavia tali effetti possono essere trascurati in quanto vengono considerati nei criteri operativi di gestione delle paratoie e perchè si manifestano in presenza di forti venti di Bora [D'Alpaos, 2004; Carniello et al., 2005; Bajo et al., 2007], generando sovralzi differenziali anche elevati tra le porzioni settentrionale e meridionale della laguna. Inoltre la posizione centrale della città di Venezia assicura la secondarietà di tali effetti al fine della protezione della città dagli allagamenti. Simulazioni numeriche mostrano che, in assenza di vento, il massimo sovralzo istantaneo a Venezia non supera mai i 20 cm [Carniello et al., 2005]. La Figura 3.4 riporta le caratteristiche principali del modello idrodinamico della laguna, che rappresenta il dominio di studio con una mesh composta da circa 51000 nodi e 100000 elementi finiti triangolari [per i dettagli modellistici si veda Carniello et al., 2005; D'Alpaos e Defina, 2007].



Figura 3.4: La mesh per la rappresentazione del dominio modellistico (~ 51000 nodi e ~ 100000 elementi). 3 April 2003: (a) velocità del vento misurata (linea continua) e sua direzione (linea tratteggiata) sulla laguna di Venezia; confronto tra livelli lagunari misurati (cerchi) e simulati in prossimità delle stazioni 1BF (b) and 2BF (c). Vengono riportati i risultati comparativi ottenuti in assenza (linee tratteggiate) ed in presenza dell'effetto del vento sulla distribuzione delle superfici libere (linee continue); (d) confronto tra le altezze d'onda misurate (cerchi) e simulate (linee continua e tratteggiata) alle stazioni di misura 1BF e 2BF; portata misurata alle tre bocche di porto, Lido (e), Malamocco (f) e Chioggia (g), trascurando (linee tratteggiate) e considerando (linee continue) l'effetto del vento.

3.3.3 Il sistema MOSE e la sua gestione operativa

Il sistema MOSE consiste in un insieme integrato di 79 barriere mobili progettate per isolare temporaneamente la Laguna di Venezia dal Mare Adriatico in presenza di maree meteorologiche eccezionali che provocherebbero un innalzamento del livello interno alla laguna superiore a $+110 \ cm \ s.l.m.$ La progettazione dell'opera fa riferimento al prefissato tempo di ritorno degli eventi di marea stabilito sulla base delle osservazioni mareografiche di lungo periodo registrate al mareografo di Punta dell Salute (VE). Tale criterio comprende vincoli sul tempo necessario per la manovra delle paratoie e l'uso di modelli previsionali di mare [CVN, 2003b; Eprim *et al.*, 2005]. La scelta dei criteri di gestione, e quindi dell'incidenza delle chiusure, è frutto di un bilancio costibenefici che considera la situazione attuale della laguna e della città ed cerca di prevederne i bisogni futuri.

Si assume che nei periodi di chiusura solo tre contributi producano incrementi significativi del livello lagunare: i) il deflusso idrologico dal Bacino Scolante, che produce un incremento medio del livello lagunare - il rapporto tra volumi scaricati e superficie lagunare - calcolato per integrazione nel tempo degli apporti istantanei durante il periodo di chiusura; ii) la portata filtrante attraverso le paratoie in tempo di chiusura legata alla progettazione del sistema di protezione; e iii) il volume di precipitazione direttamente afferente sulla superficie lagunare, stimato mediante interpolazione spaziale delle registrazioni pluviometriche disponibili e integrato nel tempo sulla durata della chiusura. Altri contributi sono stati trascurati in questa sede perchè ritenuti di secondo ordine. Infatti, i moti di filtrazione sotterranei dal primo acquifero di un sistema profondo e molto articolato [Gambolati et al., 1974; Gatto e Carbognin, 1981] è trascurato alla luce delle informazioni disponibili sulla loro entità e sul verificarsi di intrusioni saline al suo interno [e.g. Di Sipio *et al.*, 2006]. L'evaporazione diretta dalla superficie della laguna è anch'essa trascurata in ragione delle scale temporali delle chiusure che la rendono del tutto secondaria. Si noti tuttavia l'effetto contrastante derivante dai flussi idrologici trascurati.

Per quanto riguarda i contributi idrologici dovuti agli apporti dal Bacino Scolante sono stati analizzati diversi eventi storici di acqua alta eccezionale, in presenza di diversi scenari di cambiamento climatico. Tali scenari sono stati ottenuti effettuando le simulazioni sotto l'ipotesi di un innalzamento del livello medio mare fino a $+50 \ cm$ s.l.m., che corrisponde all'estremo superiore previsto secondo l'ultimo scenario dell'IPCC nel mar Mediterraneo per l'anno 2100 [Bindoff *et al.*, 2007]. Sono state effettuate valutazioni comparative, mediante l'uso del modello idrologico del Bacino Scolante, sulle ipotesi avanzate da Pirazzoli [2002] e Pirazzoli e Umgiesser [2003, 2006] che stimano il contributo di portata afferente dal Bacino Scolante come equivalente al volume di precipitazione direttamente pervenuto nella laguna (quindi trascurando i controlli idrologici del bacino sulla risposta idrologica ed assumendo un coefficiente di deflusso costante per l'intero Bacino Scolante).

Il contributo dovuto alla filtrazione attraverso le barriere mobili è dovuto al disegno progettuale adottato che considera gli spazi necessari per il l'operazione dei macchinari e tiene anche conto della possibilità di oscillazioni asincrone tra le paratoie che possono generarsi in particolari configurazioni dell'onda incidente [Blondeaux *et al.*, 1993; Mei *et al.*, 1994; Vittori *et al.*, 1996; Sammarco *et al.*, 2000a; Panizzo *et al.*, 2006]. Esperimenti eseguiti su modello fisico in scala 1:10 della laguna di Venezia [CVN, 2003a, 2006] hanno evidenziato che il flusso attraverso le paratoie dipende dalla differenza istantanea di livello esistente tra il mare e la laguna stessa, dall'estensione della sezione bagnata, da un coefficiente di permeabilità e dall'angolo di oscillazione delle paratoie. In particolare il sovralzo medio in laguna Δh può essere rappresentato come una funzione della durata della chiusura, *d*, secondo la relazione:

$$\Delta h \sim 0.0042 \ d^2 + 0.1955 \ d \tag{3.1}$$

dove Δh è espresso in [cm] e d in [ore]. Si noti che i valori assunti da Pirazzoli e Umgiesser [2003] e Umgiesser e Matticchio [2006] sono significativamente più elevati di quelli suggeriti dagli studi sul modello fisico. Le stime di cui in Pirazzoli e Umgiesser [2003] e Umgiesser e Matticchio [2006] concludono che sotto lo scenario di cambiamento climatico utilizzato la città di Venezia verrebbe allagata nonostante il funzionamento delle paratoie mobili a causa del prolungamento del periodo di chiusura indotto dall'innalzamento del medio mare, a causa degli apporti idrici residui nel periodo di chiusura.

3.4 Risultati

3.4.1 Ricostruzione degli eventi storici

Il sovralzo lagunare medio, R_{tot} , è stato calcolato come $R_{tot} = v_Q + v_P + v_L$, dove: $v_Q \in v_P$ rappresentano la portata specifica e l'altezza di precipitazione diretta sulla laguna rispettivamente. Date le scale temporali coinvolte il sovralzo medio è stato calcolato assumendo una ridistribuzione istantanea degli afflussi sull'intera superficie lagunare (i.e. v_Q è il rapporto tra il volume totale in ingresso dal Bacino Scolante e la superficie lagunare); v_L rappresenta il contributo del deflusso attraverso le paratoie durante le chiusure. Cinque eventi di acqua alta registrati negli ultimi 60 anni (febbraio 1951, novembre 1966, ottobre 1976 e 1980 e dicembre 1981) sono stati ricostruiti e simulati in condizioni di operatività del sistema MOSE. Le corrispondenti osservazioni pluviometriche (e, ove disponibili, le registrazioni meteorologiche) sono state usate per rappresentare i campi delle forzanti meteorologiche.

La disponibilità di un database completo di osservazioni pluviometriche, idrometriche, meteorologiche e mareografiche nel periodo 1999 - 2007 ha permesso l'analisi di lungo periodo del sistema di paratoie mobili, anche sotto le predette ipotesi di cambiamento climatico. L'uso delle portate simulate dal modello permette una dettagliata descrizione degli apporti in laguna ed una rappresentazione adeguata dei ritardi che caratterizzano la risposta del bacino, particolarmente rilevanti se si considera il ruolo della propagazione lungo tratti di canale soggetti all'influenza della marea ed alla non-stazionarietà dovuta al regime di deflusso artificiale che caratterizza i comprensori di bonifica. La Figura 3.5 mostra tre esempi dei risultati riportati nei più severi dei cinque eventi storici analizzati. Il livello lagunare osservato viene riportato e confrontato con l'incremento di livello che si produrrebbe (linee continue) ipotizzando l'operatività del sistema MOSE e l'implementazione dei previsti criteri di gestione per lo stesso. Il risultato ottenuto viene anche confrontato con le stime prodotte da Pirazzoli e Umgiesser [2003] e Pirazzoli e Umgiesser [2006] (linee tratteggiate). In ogni caso l'inizio della chiusura delle barriere mobili corrisponde con il minimo di marea precedente l'evento critico. Per l'evento del febbraio 1951 (Figura 3.5 in alto) il livello medio lagunare è incrementato di 60 piuttosto che di 50 cm, come in Pirazzoli e Tomasin [2002], per tenere conto dei rilevanti tassi di subsidenza. Durante le 58 ore di chiusura si osserva un tasso complessivo di incremento di $\sim 0.5 \ cm/h$. Si evidenzia che il contributo idrologico al sovralzo risulta inferiore a quello della portata filtrante attraverso le paratoie. L'evento catastrofico del novembre 1966 (Figure 3.5 centro) rappresenta il peggior evento di allagamento della città mai registrato, con un tempo di ritorno stimato superiore ai 100 anni. Nel peggior scenario decisionale sarebbe richiesta una chiusura di circa 60 ore. Secondo le stime di Pirazzoli e Umgiesser [2003] si verificherebbe un sovralzo lagunare di 18 cm nel periodo di chiusura, mentre tenendo conto della dettagliata distribuzione spazio-temporale della precipitazione e del deflusso simulato si è ottenuto un contributo totale di $\sim 13 \ cm$. La similitudine dei risultati in questo caso è dovuta alla durata della chiusura estremamente lunga e quindi superiore al tempo caratteristico della risposta della maggior parte dei bacini coinvolti, anche se questa non è la situazione generale. La Figura 3.5 in basso riporta la simulazione per l'evento del dicembre 1981 dove l'alta marea eccezionale è indotta dalla sovrapposizione di onde da vento di bora (nord-est) e scirocco (sud-est). L'effetto complessivo sui sovralzi lagunari, stimato in 1 cm/h da Pirazzoli e Umgiesser [2003], è ridot-



Figura 3.5: Simulazioni di sovralzo complessivo in laguna per 3 eventi storici di chiusura (febbraio 1951, novembre 1966 e dicembre 1981). Per ogni evento il livello medio in laguna tiene conto in ogni passo temporale delle simulazioni del modello idrologico generale del Bacino Scolante e delle stime di portata transitante attraverso le paratoie mobili. L'andamento del sovralzo medio in condizione di chiusura (linea continua) viene confrontato con l'andamento dei livelli registrato a Punta della Salute per l'evento considerato (cerchi). Il sovralzo simulato viene anche confrontato con le stime proposte da Pirazzoli e Umgiesser [2003] per i medesimi eventi (linee tratteggiate). Gli insets riportano il solo contributo al sovralzo dato dagli apporti d'acqua dolce per ciascun evento (linee tratteggiate) ed il confronto con l'assunzione in Pirazzoli e Umgiesser [2003] che tale contributo eguagli la precipitazione diretta (linee continue).

to dall'applicazione del modello matematico a $0.05 \ cm/h$ per quanto riguarda il contributo idrologico del Bacino Scolante. Si noti tuttavia che più recenti interventi hanno cambiato notevolmente il regime di deflusso di alcuni dei corsi d'acqua recapitanti nella laguna (e.g. il contributo del Fiume Sile è stato aumentato mediante la realizzazione di un taglio arginale in località Trezze, mentre una diversione di portata piuttosto significativa è stata realizzata per assicurare la protezione idraulica del comune di Mestre), complicando ulteriormente l'interpretazione di risultati basati su approssimazioni grossolane che trascurano del tutto l'idrologia dei bacini allo studio. Le nostre analisi suggeriscono che nessuno degli eventi studiati avrebbe provocato l'allagamento della città in condizioni operative del sistema di paratoie mobili.



Figura 3.6: Simulazioni numeriche del modello idrologico-idraulico completo. Tre eventi osservati (14/11/2001, 16/11/2002 e 31/10/2004) sono stati simulati con uno scenario di innalzamento del medio mare di +50 cm. La velocità, direzione e durata del vento sono quelle osservate in corrispondenza delle stazioni anemometriche presenti sul territorio. Si noti che un evento (16/11/2002, in basso a sinistra) è caratterizzato da persistente e forte vento. I grafici riportano il sovralzo locale in diversi punti della laguna (si veda la legenda). Si evidenzia che trascurando l'effetto del vento (negli insets) i sovralzi locali collassano sulla retta indicante il sovralzo statico entro poche ore dall'inizio della chiusura.

I sovralzi locali in diverse zone della laguna, possono risultare significativi (Figura 3.6), ma non comunque nelle vicinanze della città di Venezia, per
durata sufficiente elevata delle chiusure. In particolare, se l'evento di chiusura è caratterizzato da breve durata e forti venti, l'ordine di grandezza del sovralzo locale in alcune zone del bacino può essere confrontabile con il sovralzo medio (e.g. Figura 3.5, in basso a sinistra). Si evidenzia tuttavia come la rimozione dell'effetto del vento comporta un allineamento dei sovralzi locali (calcolati con il modello idrdinamico completo) con quelli ottenuti mediante l'ipotesi statica entro poche ore dall'inizio della chiusura in tutti i casi riportati nella Figura 3.6 (si vedano gli insets).

3.4.2 Approccio probabilistico

Le analisi eseguite sono state estese ad un database completo sul periodo (1999-2005) sotto l'ipotesi di incremento del livello medio del mare di +50 cmprevedendo l'operatività del sistema MOSE. Le registrazioni mareografiche corrette per il predetto scenario di cambiamento climatico, permettono di individuare un centinaio di eventi che superano la soglia critica di $+110 \ cm$ su Punta della Salute. I tempi di chiusura delle paratoie variano da 12 a 45 ore. L'ipotesi che il sovralzo lagunare medio dovuto agli apporti d'acqua dolce dal bacino scolante possa raddoppiare il contributo della precipitazione diretta sulla laguna [Pirazzoli e Umgiesser, 2003] può essere testata su un database completo. La Figura 3.7 mostra che una relazione lineare può essere usata per interpretare i risultati modellistici, la pendenza di tale retta è approssimativamente la metà di quella assunta in [Pirazzoli e Umgiesser, 2003, 2006]. Si noti che la linearità è garantita principalmente dal contributo di portata attraverso i traferri delle paratoie, il quale è normalmente più importante del contributo idrologico. L'inserto evidenzia la mancanza di correlazione tra il volume di deflusso totale e la precipitazione sulla laguna, integrata sulla durata della chiusura. Inoltre, per basse portate, il deflusso di base del bacino scolante gioca un ruolo primario nella determinazione dei volumi di deflusso, rendendo il deflusso completamente scorrelato dalla precipitazione (Figura 3.7). I risultati mostrati evidenziano l'adeguatezza del sistema di protezione della laguna dal punto di vista idrologico, anche assumendo i più cautelativi scenari di cambiamento climatico durante il tempo di vita dell'opera.

Risulta interessante anche studiare la distribuzione di probabilità della durata degli eventi di acqua alta a diverse quote, il che permetterebbe di fornire una valutazione quantitativa del rischio connesso ai fenomeni di allagamento. Al fine di modellare in maniera ancor più realistica il funzionamento delle paratoie si fanno le seguenti considerazioni. Si assume che all'inizio dell'evento di chiusura il livello interno alla laguna corrisponde a quello misurato alla bocca di porto di Lido. Questa assunzione porta a sovrastimare il livello di marea



Figura 3.7: Relazione sperimentale tra la precipitazione media diretta sulla laguna e l'incremento medio di livello lagunare. La linea continua interpola i punti sperimentali relativi al periodo di osservazione (2000-2007). La linea tratteggiata riproduce i risultati del modello proposto da Pirazzoli e Umgiesser [2003]. I pallini indicano gli eventi storici studiati da Pirazzoli e Umgiesser [2003] e nel presente lavoro. I triangoli indicano gli eventi di chiusura simulati per il periodo (2000 – 2006) nello scenario di $+50 \ cm \ s.l.m.$ attuale.

perchè gli allarmi vengono lanciati durante la fase ascendente della marea (i.e. con livelli in mare superiori a quelli in laguna). Vengono definite regole differenziate per le manovre alle bocche di porto [Eprim et al., 2005], in dipendenza dal sovralzo previsto, dalla velocità del vento e dalla durata prevista in base a modelli di previsione meteorologica e mareografica CVN, 2003b; Vieira et al. 1993; Eprim et al., 2005; Massalin et al., 2007]. Gli eventi vengono distinti in due classi. Quelli di classe 2 sono i più intensi, con acque alte che superano i $+150 \ cm \ s.l.m.$ o tempo di chiusura previsto superiore alle 11 ore (in condizioni attuali tali valori corrispondono all'evento con tempo di ritorno pari a 10 anni). Per gli eventi di classe 2 la manovra di chiusura inizia quando il livello in laguna è di $+65 \ cm \ s.l.m.$, chè costituisce poi la condizione iniziale per il modello. Gli eventi di classe 1 sono meno intensi, e si suddividono a loro volta in classe 1A (chiusure inferiori a 11 ore, assenza di precipitazione, velocità del vento inferiore a 10 m/s con quota di inizio chiusura a +100 cm s.l.m.) e classe 1B (chiusure inferiori a 11 ore, vento trascurabile, intensità di precipitazione a > 1 mm/h sulla laguna e non nulla sul bacino scolante nel giorno precedente l'evento, quota inizio chiusura $+90 \ cm \ s.l.m.$).

Per le analisi che seguono è stato usato il database completo delle registrazioni mareografiche (e delle ricostruzioni effettuate per i periodi mancanti) al mareografo storico di Punta della Salute. Tale database consiste nelle rilevazioni orarie di livello all'interno della laguna per l'intero periodo (1924 – 2007) (database opportunamente corretto per la rimozione delle non-stazionarietà indotte dall'innalzamento eustatico del medio mare nell'ultimo secolo e dalla subsidenza locale di Venezia [Cecconi *et al.*, 1998]. Inoltre la disponibilità di tutti i dati mareografici (livelli misurati alle bocche di porto ed a punta della salute), idrologici (portate misurate in 18 stazioni idrometriche poste lungo la gronda lagunare) e meteorologici (precipitazione e altre variabili meteorologiche in 21 stazioni sparse sul bacino scolante e sulla laguna) per il periodo 2000 - 2007 ha permesso la caratterizzazione completa della distribuzione di probabilità dei livelli interni alla laguna nel caso di eventi di isolamento della laguna stessa dal mare a causa dell'operatività del sistema MOSE.

Gli scenari di cambiamento climatico sono rappresentati da un innalzamento del livello medio mare. Questo accorgimento pare sufficiente a rappresentare le possibili condizioni del clima previste per il 2100, con il loro bagaglio di incertezza [Pal *et al.*, 2004; Piani *et al.*, 2007]. Nella presente analisi statistica viene anche considerato lo scenario intermedio di un innalzamento del livello medio del mare di $+30 \ cm$; entrambi gli scenari vengono confrontati con la situazione attuale ($+0 \ cm \ s.l.m.$). La Figura 3.8 mostra la distribuzione cumulata della durata di tutte le chiusure risultanti dall'analisi del database dei livelli di mare a Punta della Salute sotto i diversi scenari descritti. Si notano le code più pronunciate per per la distribuzione ottenuta con $+50 \ cm$ che portano ad una frequenza non nulla per le durate dell'ordine delle 20 ore. Sebbene le statistiche possano dipendere dall'intervallo di campionamento dei dati analizzati, appare significativo che il tempo medio di chiusura non cambi drasticamente in presenza del peggiore scenario proposto, sebbene il numero di chiusure aumenterebbe quasi esponenzialmente. Ciò è dovuto chiaramente alla natura periodica delle oscillazioni di marea. I risultati riportati nelle Figure 3.9 e 3.10 si riferiscono alle analisi eseguite sul database completo disponibile per il periodo 2000 - 2007 e mirano a testare la validità dei risultati precedentemente ottenuti per casi specifici in un framework statistico. La Figura 3.9 riporta le



Figura 3.8: Cumulative distribution function of closure durations directly derived from the given operational rules and the 1924-2007 hourly tidal level database. RSL scenarios considered are: (1) current (+0); (2) +30 cm a.m.s.l.; (3) +50 cm a.m.s.l. Inset: The enlargement of the range 7 - 15 hours suggests that the RSL increase does not appreciably affect closures of duration larger than 12-13 hours, but rather modifies the distribution of closures in the range 8-11 hrs.

frequenze dei massimi livelli raggiunti all'interno della laguna in tempo di chiusura delle paratoie (livelli espressi in cm s.l.m.). I tempi ed i livelli di chiusura sono stati valutati con le regole precedentemente descritte sotto i tre diversi scenari di cambiamento climatico (attuale, $+30 \ cm \ e +50 \ cm$).Le distribuzioni risultanti appaiono piuttosto complesse a causa del forte carattere non-lineare delle regole di chiusura adottate. Un risultato inatteso consiste nell'evidenza che alcune chiusure di classe 2 (quelle più in tense) che iniziano ad un livello interno di $+65 \ cm$ portano poi ad un incremento del livello interno alla laguna di pochi centimetri. Si nota anche che la distribuzione delle elevazioni massime raggiunte a seguito di una chiusura è più ampia nel caso degli scenari di cambiamento climatico in confronto alla situazione attuale. Il nucleo delle distribuzioni è sempre centrato sugli eventi di classe 1 (i.e. nell'intervallo $90 - 95 \ cm \ s.l.m.$). Vale la pena notare che per gli eventi analizzati anche nel caso di un incremento del livello medio del mare di $+50 \ cm$ non si raggiunge mai la soglia critica di $+110 \ cm$ in condizioni di chiusura delle paratoie stesse. La Figura 3.10 mostra, per l'intero periodo di simulazione 2000 - 2007, (delibe-



Figura 3.9: Frequenze (pdf) dei livelli massimi raggiunti all'interno della laguna in tempo di chiusura delle paratoie mobili per il periodo 2000 - 2007 sotto diversi scenari di cambiamento climatico (+0, +30 e + 50 cm).

ratamente in maniera dimensionale, piuttosto che normalizzata) il numero di ore simulate all'anno per le quali, in tempo di chiusura, nella laguna si verifica un livello $\geq h$. Il grafico approssima la probabilità di *crossovers* per una soglia fissata (h) sul livello. E' notevole osservare che non si verificano eventi di classe 2 considerando il database degli ultimi 8 anni con le condizioni del mare medio attuali (+0 cm s.l.m.), e soprattutto che non si verificherebbero quote superiori a $+105 \ cm$ anche nello scenario $+50 \ cm$ s.l.m. (i.e. zero ore al di sopra di tale quota nella Figura 3.10).



Figura 3.10: Numero di ore/anno di chiusura nelle quali la quota lagunare assume valori maggiori uguali ad una soglia (h) prefissata. Le simulazioni sono svolte sul periodo di osservazione 2000 - 2007 ed il grafico ottenuto è normalizzato sul numero di ore di chiusura all'anno ed esprime quindi la funzione di distribuzione dei *crossovers* sulla soglia h.

3.5 Considerazioni conclusive

Le seguenti conclusioni possono essere tratte dalle analisi presentate.

Modelli dettagliati, di natura idrologica ed idrodinamica, del territorio scolante nella laguna di Venezia sono stati applicati ad un caso studio di particolare interesse nell'ottica della salvaguardia della laguna veneta e della città di Venezia. Il modello idrologico ha permesso di prevedere i volumi d'acqua dolce in ingresso alla laguna di Venezia nelle più generiche condizioni di deflusso, mostrando errori contenuti nella riproduzione delle portate osservate. Le suddette previsioni sono state usate per valutare gli impatti del costruendo sistema di barriere mobili sui sovralzi interni alla laguna generati dalle portate residue in tempo di chiusura delle paratoie. Le barriere del sistema MOSE vengono gestite secondo criteri operativi codificati che prevedono la chiusura delle stesse al livello di +65, +90

o $+100\ cm$ s.l.m. in funzione dell'intensità e della durata dell'evento di alta marea considerato;

- Mediante l'uso di un database completo di osservazioni mareografiche, meteorologiche, pluviometriche ed idrografiche sono state simulate le condizioni operative delle barriere mobili per il periodo 2000–2007. I risultati modellistici hanno permesso di stimare le frequenze dei livelli massimi raggiunti in laguna durante le chiusure e il numero di ore di chiusura per il quale il livello risulta maggiore o uguale ad una quota fissata. In caso di prolungati periodi di isolamento della laguna dal mare, o in assenza di vento, il sovralzo statico dovuto ai contributi delle acque esterne recapitati nella laguna durante le chiusure approssima in maniera adeguata il comportamento idraulico del sistema, mentre per le valutazioni specifiche sulla città di Venezia risulta sempre accurato grazia alla posizione baricentrica della città rispetto alla laguna;
- Si è evidenziato come approssimazioni troppo spinte dei comportamenti idrologici che caratterizzano il regime del Bacino Scolante non sono in grado di riprodurre i caratteri salienti dei processi in atto e portano a sovrastime, anche notevoli, dei deflussi idrologici perchè trascurano il tempo di risposta caratteristico di ciascun bacino idrografico.
- Dai risultati prodotti appare che il sistema di barriere mobili, con le regole di gestione codificate, risulti adeguato dal punto di vista idrologico alla gestione del rischio di allagamento della città di Venezia, anche in presenza dei più pessimistici scenari di cambiamento climatico per i prossimi 100 anni (incremento di +50 cm s.l.m. attuale);
- Sono state derivate e discusse le distribuzioni di probabilità delle durate degli eventi estremi, negli scenari di cambiamento climatico proposti. Di particolare interesse è risultata l'osservazione che gli innalzamenti del livello medio del mare non influenzano significativamente la struttura della distribuzione di probabilità delle durate, anche se aumentano sensibilmente la frequenza delle chiusure. Infine non si è osservata alcun superamento della quota critica di +110 cm simulando le chiusure delle paratoie, neanche in presenza di un innalzamento del livello del mare di +50 cm s.l.m.

$CAPITOLO\ 3$

Capitolo 4

Fondamenti per lo studio delle interazioni tra idrologia ed evoluzione dei suoli

Il presente capitolo descrive i fondamenti teorici e modellistici adottati al fine di sviluppare un approccio integrato alla modellazione idrologica che sia in grado di riprodurre i pattern di spessore di suolo osservati in natura. Le indagini si pongono a conclusione di un percorso di ricerca incentrato sullo studio delle eterogeneità spaziali sulla risposta idrologica, a seguito delle conoscenze acquisite che identificano nei meccanismi di produzione del deflusso uno degli elementi principali per una corretta riproduzione dei fenomeni idrologici. Il capitolo è organizzato in una sezione introduttiva che evidenzia la rilevanza dell'argomento e riassume gli strumenti attualmente disponibili evidenziando il settore d'indagine del presente lavoro. Vengono quindi discusse le conoscenze modellistiche attuali sui meccanismi di produzione e trasporto dei suoli. Una sezione successiva introduce gli strumenti idrologici già sviluppati nell'ottica di un'integrazione con i suddetti modelli di produzione del suolo. Alcune considerazioni sugli sviluppi del presente lavoro e sugli obiettivi d'indagine concludono il capitolo.

4.1 Introduzione

Come evidenziato in un recente contributo di [Lin *et al.*, 2006] un elemento attuale e imprescindibile per i progressi nella modellazione idrologica è rappresentato dallo studio delle interazioni tra pedologia e scienze idrologiche. Allo scopo di approfondire le conoscenze alla base dei meccanismi che originano la

risposta idrologica appare necessario uno studio approfondito delle interazioni del suolo con il comparto idrologico e dei feedback che ne derivano. Tali interazioni ricoprono un ruolo primario nella fisica dei sistemi idrologici e per questo la capacità di prevedere la distribuzione spaziale delle caratteristiche dei suoli riveste un ruolo primario nella definizione delle funzioni di produzione del deflusso [Willgoose e Parera, 2001].

Lo spessore di suolo è uno dei parametri più importanti per la modellazione degli ambienti naturali. Gli spessori di suolo osservabili in natura sono il risultato di complesse interazioni di numerosi fattori (e.g. topografia, geo-litologiche, clima, processi chimici, fisici e biologici) [Summerfield, 1997], di conseguenza la sua previsione risulta complicata. Nonostante ciò la sua distribuzione spaziale influenza significativamente l'umidità del suolo, la produzione dei deflussi e i flussi idrologici sub-superficiali e profondi, contribuisce a determinare la disponibilità idrica del suolo che a sua volta influenza la produttività biologica del bacino e quindi interagisce ancora con l'idrologia nella quantificazione dei flussi evapotraspirativi [Rodriguez-Iturbe et al., 2001]. Per la previsione dei pattern spaziali di spessore di suolo sono stati usati approcci statistici, mirati a riprodurre in maniera puntuale le distribuzioni di spessore di suolo osservate in natura [e.g. Bierkens e Burrough, 1993; Moore et al., 1993] e approcci fisicamente basati [Dietrich et al., 1995; Saco et al., 2006]. Nell'approccio di Dietrich et al. [1995] si assume che i) la produzione di suolo sia una funzione dello spessore di suolo stesso, ii) che il trasporto sia proporzionale alla pendenza e iii) la produzione di suolo sia in equilibrio dinamico con la divergenza del trasporto di sedimenti. Gli studi di Heimsath et al. [1997] hanno permesso la formulazione della funzione di produzione di suolo rafforzando il framework proposto. Saco et al. [2006] hanno ulteriormente sviluppato questo approccio incorporando la dipendenza della produzione di suolo dal contenuto di umidità del terreno ([si veda Dietrich et al., 2003; Gabet et al., 2003] per una rivisitazione completa delle teorie proposte)

Gli approcci modellistici descritti per la quantificazione degli spessori di suolo contengono tuttavia alcune limitazioni e si sono dimostrati affidabili solo sotto determinate condizioni ed in zone non canalizzate del bacino. Tale circostanza deriva dalla modellazione dei soli processi diffusivi offerta da tali strumenti [Dietrich *et al.*, 1995; Roering *et al.*, 1999], dalla scelta della funzione di produzione del suolo e dal fatto che la dipendenza di quest'ultima da ulteriori fattori non è stata esplorata a sufficienza. Il ruolo dei fenomeni di deterioramento dell'interfaccia rocciosa per cause chimiche e fisiche e le loro conseguenze sulla produzione di suolo, nonchè gli effetti di altri vari fattori (e.g. esposizione, pendenza etc.) non sono esplicitamente considerati in questi modelli. Nel presente lavoro viene posta l'attenzione sulle interazioni tra terreno e comparto idrico e vengono svolte indagini atte a descrivere i feedback rilevanti tra idrologia e geomorfologia. Vengono studiati i) l'impatto della definizione dei pattern di spessore di suolo attraverso lo sviluppo di strumenti modellistici spazialmente distribuiti e fisicamente basati atti a cogliere tale influenza e ii) i meccanismi attraverso i quali i processi idrologici contribuiscono, sulle scale temporali opportune, alla definizione morfologica degli ambienti naturali in condizioni di equilibrio opportunamente definite. In tale contesto il lavoro di ricerca mira a fornire una risposta alle seguenti domande:

- Che relazioni esistono tra spessore di suolo, topografia e generazione dei deflussi?
- Attraverso quali meccanismi i fenomeni idrologici e geomorfologici conducono ai pattern di spessore di suolo che, a loro volta, influenzano la generazione dei deflusso?

La risposta idrologica costituisce infatti una forzante esterna per i modelli di evoluzione dei suoli, attraverso i fenomeni erosivi, ma è allo stesso tempo dipendente dalla specifica distribuzione spaziale dello spessore di suolo. In un contesto basato sui processi idro-geomorfologici si presenta nel seguito un approccio integrato per la modellazione e lo studio delle distribuzioni spaziali di equilibrio dello spessore di suolo per mezzo di modelli di produzione del suolo [Dietrich *et al.*, 1995; Heimsath *et al.*, 1997] in presenza di diverse condizioni idrologiche.

4.2 Modellazione degli spessori di suolo

I modelli numerici per lo studio dell'evoluzione dei suoli rappresentano un importante strumento di ricerca per lo studio delle interazioni tra idrologia e geomorfologia. Tuttavia il loro valore è vincolato alla capacità di rappresentare e parametrizzare tutti i processi geomorfologici che definiscono i paesaggi [Dietrich e Perron, 2006]. L'evoluzione temporale degli spessori di suolo, su scale temporali adeguate, per un versante ricoperto da terreno ed in presenza di uno strato roccioso sottostante può essere determinata dal bilancio tra produzione di suolo e processi erosivi:

$$\rho_s \frac{\partial h}{\partial t} = \rho_r P - E \tag{4.1}$$

dove h è lo spessore di suolo, t il tempo, P è la velocità di conversione dello strato roccioso in terreno ed E è il tasso di erosione. $\rho_r \in \rho_s$ rappresentano le

densità di massa per la roccia e per il terreno sciolto rispettivamente. Per poter applicare l'equazione (4.1) è necessario poter quantificare le leggi di trasporto geomorfologico e la funzione di produzione del suolo.

L'origine dei meccanismi dominanti il fenomeno della produzione di suolo può essere biogenica (i.e. caduta degli alberi, presenza di animali scavatori o insetti) o abiotica (i.e. cicli gelo-disgelo, deformazioni tettoniche e dissoluzione chimica o fisica dei materiali) [Dietrich *et al.*, 1995; Heimsath *et al.*, 1997]. In ogni caso appare acquisita l'evidenza di una generale diminuzione della produzione di suolo all'aumentare della profondità dell'interfaccia suolo-roccia. Heimsath *et al.* [1997] modellano la funzione di produzione di suolo, sulla base di evidenze sperimentali e mediante l'assunzione di un modello di decadimento esponenziale in funzione del solo spessore di suolo, come:

$$P(h) = P_0 e^{-h/\alpha} \tag{4.2}$$

Tale formulazione trascura tuttavia l'influenza sul tasso di disgrazione dello strato roccioso già riconosciuto ad altri fattori, tra cui particolarmente rilevante appare essere il contenuto d'acqua del terreno [Anderson et al., 2002; Saco et al., 2006]. Questo parametro infatti può influenzare i processi in atto in modo diretto (cicli gelo-disgelo) o indiretto (consentendo la presenza di vegetazione o catalizzando il disfacimento chimico delle rocce). Saco et al. [2006] evidenziano che se la funzione di produzione di suolo è costante nello spazio le distribuzioni di spessore del suolo riflettono semplicemente la funzione di erosione; ciò implica, sotto le ipotesi di equilibrio dinamico, l'uniformità dello spessore di suolo nello spazio, condizione chiaramente irreale. Evidenze sperimentali hanno inoltre dimostrato l'elevata variabilità spaziale dello spessore di suolo e le differenze anche notevoli tra i pattern di elevazione dello strato roccioso sottostante il mantello di terreno e la quota topografica, circostanza che può originare diversi percorsi di drenaggio relativamente ai comparti superficiale e sub-superficiale della risposta idrologica [e.g. Freer et al., 2002]. In risposta a queste osservazioni emerge il bisogno di una rappresentazione della funzione di produzione del suolo che possa riprodurre in maniera adeguata le eterogeneità spaziali degli spessori di suolo [Saco et al., 2006].

Il secondo termine a secondo membro nell'equazione (4.1) rappresenta il tasso di erosione dello strato di suolo che riveste il terreno. Tali processi erosivi sono guidati principalmente dal trasporto diffusivo e dai fenomeni di dilavamento (legati al trasporto fluviale o ai processi dipendenti dalla presenza di copertura nivale o glaciale). In ogni caso l'entità dei fenomeni coinvolti dipende anche dalle caratteristiche topografiche del sito in esame. Il termine erosivo (E) è dato dalla divergenza del flusso di sedimenti e può essere scritto come:

$$E = \nabla \mathbf{q}_{\mathbf{s}} = \nabla \mathbf{q}_{\mathbf{s}\mathbf{d}}(\nabla z) + \nabla \mathbf{q}_{\mathbf{s}\mathbf{a}}(q, \nabla z)$$
(4.3)

l'equazione (4.3) è costituita dalla somma di una componente diffusiva del trasporto (\mathbf{q}_{sd}), dominante nelle zone a topografia convessa (i.e. versanti), e di una avvettiva (\mathbf{q}_{sa}) che risulta preponderante nelle zone a topografia convergente. Quest'ultima comprende il trasporto fluviale ma anche i fenomeni di ruscellamento dovuti all'insorgere di deflusso superficiale. Le teorie classiche sul trasporto diffusivo di sedimenti nei versanti [e.g. Davis, 1892; Gilbert, 1909] ascrivono, in assenza di fenomeni di dilavamento, alla pendenza topografica il controllo sui meccanismi di trasporto. I comportamenti osservati sono il risultato di processi di scivolamento (i.e. *s*oil creep) dovuti all'attività biogenica ed ai movimenti del manto superficiale del terreno [Gilbert, 1909; Dietrich *et al.*, 1995]. Il flusso diffusivo di sedimenti è quindi proporzionale al gradiente locale dell'elevazione nel modo seguente:

$$\mathbf{q_{sd}} = -K\nabla\mathbf{z} \tag{4.4}$$

dove q_{sd} è il vettore di flusso, K rappresenta un coefficiente di diffusione e ∇z è il gradiente dell'elevazione.

Il termine avvettivo può essere quantificato in modi differenti, con diverso livello di dettaglio. In ogni caso questo termine è strettamente legato alla stocasticità del segnale di precipitazione attraverso la modellazione idrologica di bacino. Rappresentazioni semplificate dei processi di trasporto nei canali e del dilavamento superficiale (i.e. semplice proporzionalità all'area cumulata) non permettono una completa rappresentazione delle interazioni dell'idrologia con i meccanismi che portano allo sviluppo dello spessore di suolo. Da questa esigenza deriva quindi la necessità di provvedere ad una modellizzazione che sia valida sia per i siti canalizzati che per quelli non canalizzati e che dipenda sia dalla pendenza lungo il percorso di drenaggio che dal deflusso superficiale:

$$\mathbf{q_{sa}} = \beta q^m (\nabla \mathbf{z})^n \tag{4.5}$$

dove q è la portata fluviale (o il deflusso superficiale) per unità di larghezza, $(\nabla \mathbf{z})$ è il gradiente topografico nella direzione di massima pendenza, β è un parametro che può consentire distinzioni tra parte canalizzata e non-canalizzata del bacino, m ed n sono parametri del modello [Willgoose *et al.*, 1991; Saco *et al.*, 2006].

4.2.1 Condizioni di equilibrio per gli spessori di suolo: il ruolo dell'idrologia

I modelli di evoluzione dei suoli con le leggi geomorfologiche di trasporto e di produzione del suolo permettono lo studio delle configurazioni spaziali di equilibrio per gli spessori di suolo. Si può considerare una condizione di equilibrio dinamico *l*ocale, che implica l'equivalersi dei termini di produzione di suolo ed erosione:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = P - E = 0 \Rightarrow P = E \tag{4.6}$$

Alla condizione definita dall'equazione (4.6) si può aggiungere una condizione di equilibrio globale del paesaggio:

$$\frac{\partial z}{\partial t} = -U \tag{4.7}$$

dove U rappresenta il tasso di innalzamento tettonico (costante nello spazio).

Le (4.6) e (4.7) insieme definiscono una seconda condizione di equilibrio dinamico qlobale, caratterizzata da scale temporali presumibilmente superiori alla prima condizione. Con la prima condizione di equilibrio dinamico locale, considerando fissa la topografia del bacino e modellando i termini presenti nella (4.6) è possibile ricavare il pattern di spessore di suolo di equilibrio che porta al rispetto di tale condizione. Nel caso invece di equilibrio dinamico globale si risolve l'equazione (4.6) la quale risulta quindi una funzione dell'elevazione (adesso variabile nel tempo). Mediante questo approccio è possibile ricavare, all'equilibrio, un pattern di elevazioni da confrontare quindi con le osservazioni reali. Un tale approccio postula un accoppiamento completo della componente idrologica all'interno delle equazioni suddette, e la capacità di valutare la stessa sulle scale temporali adeguate per il raggiungimento di tali condizioni di equilibrio. Nel seguito verrà descritto un semplice approccio idrologico che permetta la valutazione delle quantità idrologiche rilevanti che influenzano la produzione di suolo e l'evoluzione dei paesaggi (deflusso superficiale, contenuto d'umidità del suolo e pattern di saturazione del suolo) in maniera spazialmente distribuita. Nei paragrafi seguenti verrà descritto l'approccio adottato per la modellazione delle componenti idrologiche rilevanti nello studio delle interazioni con l'evoluzione del suolo, in una formulazione che tenga conto a sua volta dello spessore di suolo e della sua distribuzione spaziale nella determinazione di tali parametri.

4.3 Un approccio idrologico per lo studio delle interazioni con la geomorfologia

Nel presente paragrafo viene proposto un approccio fisicamente basato e spazialmente distribuito per la modellazione delle componenti idrologiche rilevanti ai fini dell'accoppiamento dello stesso con i modelli di evoluzione dei suoli descritti nel paragrafo precedente. Il modello idrologico viene applicato a scale temporali dalla scala dell'evento alla scala annuale. A queste scale la geomorfologia (nello specifico topografia e spessore di suolo) vengono considerate costanti. Il modello presentato, pur offrendo una formulazione drasticamente semplificata delle condizioni operative, modella i processi di evapotraspirazione e la produzione del deflusso superficiale per esaurimento del volume invasabile nel comparto subsuperficiale. La natura pienamente distribuita nello spazio consente di ottenere le distribuzioni spaziali dettagliate di deficit idrico del terreno D(x), deflusso superficiale $R_s(x)$ e perdite evapotraspirative ET(x). Nelle sezioni seguenti vengono descritti nel dettaglio l'approccio adottato per la valutazione della componente evapotraspirativa e la formulazione completa del modello idrologico.

4.3.1 Modellazione dell'evapotraspirazione

L'evapotraspirazione viene quantificata in funzione dello stato di umidità del suolo e degli input energetici in arrivo al modello. Lo strumento predisposto permette il calcolo dell'evapotraspirazione potenziale sulla base della stima della radiazione solare netta. La radiazione netta $R_n [MJ m^{-2} g^{-1}]$ è la radiazione in arrivo alla superficie terrestre, data dalla somma della radiazione ad onde corte (S_n) e di quella ad onde lunghe (L_n) :

$$R_n = S_n + L_n \tag{4.8}$$

Il secondo termine assume entità trascurabile per cui la radiazione netta può essere identificata nella sola radiazione solare ad onde corte. S_n è quella porzione di radiazione solare incidente che arriva al suolo, dopo essere stata depurata delle perdite di energia dovute ai fenomeni di riflessione:

$$S_n = S_t (1 - \alpha) \tag{4.9}$$

dove S_t è la radiazione solare totale e α è il coefficiente di riflessione (o albedo) che dipende dal tipo di superficie riflettente; una buona stima per l'albedo è data dal valore $\alpha = 0.23$ per le superfici naturali, questo valore verrà assunto costante nel seguito.

La radiazione totale ad onde corte può essere stimata in funzione del numero di ore di esposizione, nota la radiazione totale incidente S_0 :

$$S_t = S_0(a_s + b_s \frac{n}{N}) \tag{4.10}$$

dove a_s è la frazione di radiazione solare incidente (S_0) in arrivo nei giorni coperti (nel caso in cui n = 0), $a_s + b_s$ è la frazione di radiazione solare in

arrivo nelle giornate limpide, mentre il rapporto n/N è definito come frazione di nuvolosità con n numero di ore limpide in un giorno ed N è la lunghezza di un giorno in ore (i.e. N = 24h). A causa della mancanza di dati per la calibrazione di questi parametri si sono assunti, da letteratura, i seguenti valori [Maidment, 1993]:

$$a_s = 0.25$$
 and $b_s = 0.50.$ (4.11)

E' necessario disporre anche di una stima della radiazione solare ad onde corte incidente l'atmosfera terrestre S_0 , che dipenderà dalla posizione geografica del sito di studio, dal periodo dell'anno e dal numero di ore limpide al giorno [Maidment, 1993]. Il numero massimo di ore luminose è dato dalla relazione:

$$N = \frac{24}{\pi}\omega_s \tag{4.12}$$

dove ω_s [rad] è l'angolo orario definito come:

$$\omega_s = \arccos(-\tan\phi\,\tan\delta) \tag{4.13}$$

con ϕ latitudine del sito e δ declinazione solare [rad] che può essere calcolata come:

$$\delta = 0.4093 \sin\left(\frac{2\pi}{365}J - 1.405\right) \tag{4.14}$$

dove J is è il giorno dell'anno.

Con le relazioni riportate si può finalmente scrivere la radiazione solare totale ad onde corte [mm/d] come:

$$S_0 = 15.392 \ d_r \ (\omega_s \ sin\phi \ sin\delta + \cos\phi \ cos\delta \ sin\omega_s) \tag{4.15}$$

dove d_r rappresenta la distanza relativa tra la terra ed il sole:

$$d_r = 1 + 0.033 \cos\left(\frac{2\pi}{365}J\right) \tag{4.16}$$

Evapotraspirazione potenziale ed effettiva

Viene descritto ed utilizzata nell'ambito del presente lavoro l'equazione della radiazione per la stima dell'evapotraspirazione potenziale per una coltura di riferimento $(E_{rc} [mm/d])$ [Maidment, 1993; Priestley e Taylor, 1972], che assume la forma:

$$E_{rc} = \beta \frac{\Delta}{\Delta + \gamma} (R_n - G) \tag{4.17}$$

dove il parametro β è assunto pari a 1.26 come suggerito in [Maidment, 1993]; G rappresenta nella (4.17) il flusso di calore dal sottosuolo, considerato trascurabile se confrontato con R_n ; Δ è il gradiente della curva di pressione di vapore saturo $[kPa \ ^{\circ}C^{-1}]$ e rappresenta una funzione nota della temperatura, mentre γ è la costante psicrometrica. Viene inoltre assunto che il tasso di evapotraspirazione effettivo dal bacino sia una funzione del contenuto d'acqua del bacino stesso e che lo spessore di collaborante ai fini della stima dell'evapotraspirazione (i.e. la profondità massima alla quale la vegetazione può raggiungere l'acqua disponibile nel terreno) sia uguale allo spessore di suolo totale. L'evapotraspirazione effettiva dipende da quella potenziale nel modo seguente:

$$E = f(\theta) E_{rc} \tag{4.18}$$

dove $f(\theta)$ è una funzione di estrazione dell'umidità che vincola i flussi evapotraspirativi in funzione della disponibilità idrica del suolo. Quando il terreno è saturo il drenaggio del suolo dipende principalmente dalla forza di gravità e non ci sono restrizione sui flussi evapotraspirativi $(f(\theta) = 1)$. Quando viene raggiunto l'equilibrio tra forza di gravità e tensione superficiale il terreno si trova alla capacità di campo (con contenuto d'acqua relativo θ_{fc})), anche in questo continuano a non esserci restrizioni sulla rimozione di contenuto d'acqua per evapotraspirazione finchè il contenuto d'acqua stesso non raggiunge il limite di aridità $(\theta_d \simeq 0.65\theta_{fc})$; al di sotto di questo valore si registra una diminuzione lineare del tasso di estrazione dell'acqua dal terreno dovuto alla diminuzione nella conducibilità idraulica satura. Tale decremento continua finchè il contenuto d'acqua non raggiunge il punto di appassimento delle piante (θ_{wp}) , al di sotto del quale non si verificano ulteriori processi evapotraspirativi. La Figura 4.1 riporta l'andamento della $f(\theta)$ ottenuta con i parametri usati per i test descritti nei paragrafi seguenti. Il modello per la stima della radiazione solare netta permette di valutare l'input, variabile nel tempo, che controlla i processi evapotraspirativi. Nel presente lavoro si è scelto di descrivere i processi evapotraspirativi alla scala mensile, in accordo con la scala scelta per la descrizione dei fenomeni idrologici. La Figura 4.2 mostra, per ogni mese dell'anno, la relazione tra il deficit d'umidità medio del bacino e l'evapotraspirazione attuale. Tale risultato tiene anche conto della topografia del bacino, infatti è stato ottenuto valutando il pattern spaziale di deficit idrico D (surrogato del contenuto d'acqua e che dipende dalla topografia), e calcolando quindi per ogni pixel del bacino il relativo flusso evapotraspirativo vincolato al deficit idrico locale. L'evapotraspirazione media sul bacino (\overline{E}) è stata ottenuta quindi come media spaziale dei valori puntuali ed è stata plottata, per ogni mese, contro l'umidità del suolo nella Figura 4.2.



Figura 4.1: Funzione di estrazione dell'umidità del suolo. I parametri adottati per la stima sono $\theta_{fc} = 0.3$, $\theta_{wp} = 0.05$, $\theta_d = 0.65 \theta_{fc} = 0.195$, n = 0.5



Figura 4.2: Evaporazione media su base mensile in funzione del deficit idrico medio sul bacino (\overline{D}) .

4.3.2 Un approccio per la modellazione idrologica di bacino

Il modello idrologico proposto si basa sulle seguenti ipotesi:

- 1. le dinamiche della zona satura sono descritte mediante una successione di stati stazionari;
- 2. il tasso di ricarica (r) è spazialmente omogeneo sull'intero bacino;
- 3. il gradiente idraulico può essere approssimato dal gradiente topografico locale;
- si considera il solo meccanismo di produzione del deflusso per esaurimento del volume invasabile, dipendente dalla distribuzione spaziale delle aree sature. Lo strato di suolo attivo è limitato inferiormente da uno strato roccioso;
- 5. lo spessore di suolo (h) è spazialmente variabile e deriva dall'accoppiamento con il modello di evoluzione del suolo;
- 6. la conducibilità idraulica (K) è omogenea sia orizzontalmente che verticalmente.

Dalle ipotesi 1 e 2 il tasso di ricarica (r, [L/T]) può essere considerato come un deflusso sub-superficiale per unità di superficie. Questa evenienza viene caratterizzata ulteriormente scrivendo $q_b = r$, ovvero $Q_b = rA$, essendo A la superficie del bacino. Il deflusso subsuperficiale totale per unità di superficie (q) può essere scritto come:

$$q = ra \tag{4.19}$$

dove a è l'area cumulata.

Segue dalle ipotesi 3 e 4 che il deflusso ipodermico del bacino può essere scritto come:

$$q = \left(h - \frac{D}{n}\right)KS\tag{4.20}$$

dove *h* rappresenta lo spessore di suolo, *D* è il deficit idrico locale, *n* è la porosità, *K* la conducibilità idraulica e *S* la pendenza; il termine (h - D/n) rappresenta quindi la quota dell'interfaccia aria acqua al di sopra dello strato roccioso impermeabile. Combinando le equazioni (4.19) e (4.20) si ha:

$$\left(h - \frac{D}{n}\right)KS = ra\tag{4.21}$$

che può essere risolta per D dando:

$$D = n\left(h - \frac{ra}{KS}\right) = n\left(h - \frac{r}{K}\lambda\right) \tag{4.22}$$

dove $\lambda = a/S$ rappresenta il topographic wetness index del bacino. Ricordando che il deficit idrico può variare nell'intervallo (0 - nh), viene imposto il vincolo:

$$D = max\left(0, \ n\left(h - \frac{r}{K}\lambda\right)\right) = D(r, h, \lambda)$$
(4.23)

L'integrazione sull'intera superficie del bacino dell'espressione data dalla (4.23) restituisce il deficit idrico medio sul bacino, \overline{D} , come una funzione del tasso di ricarica (ovvero del deflusso ipodermico a seguito dell'ipotesi fatta):

$$\overline{D} = \frac{1}{A} \int_{A} D(r, h, \lambda) dA = \Psi(r) = \Psi(q_b)$$
(4.24)

essendo sia lo spessore di suolo h che il wetness index λ costanti nel tempo. La Figura 4.3 riporta la valutazione del deficit idrico in funzione del tasso di ricarica secondo l'equazione (4.24) nel caso semplificato di spessore di suolo costante nello spazio e paria a 1 m, conducibilità idraulica $K = 10^{-5} m/s$ e porosità n = 0.5. La forma funzionale data dall'equazione (4.24) può essere valutata



Figura 4.3: Dipendenza del deficit idrico medio dal deflusso ipodermico del bacino.

numericamente è invertita per ottenere il deflusso ipodermico in funzione del deficit medio del bacino:

$$q_b = r = \Psi^{-1}(\overline{D}) \tag{4.25}$$

e quindi valutare il deficit locale combinando la (4.23) e la (4.25):

$$D = max\left(0, \ n\left(h - \frac{\Psi^{-1}(\overline{D})\lambda}{K}\right)\right)$$
(4.26)

Considerando ora una configurazione schematica data da un'evanto di precipitazione istantaneo di intensità fissata (P) e con una struttura ciclica caratterizzata da un interarrivo fissato (T) (cfr. Figure 4.4), è possibile risolvere il bilancio idrico separatamente per i periodi secchi e per l'evento di precipitazione. Il bilancio di massa durante i periodi asciutti da:



Figura 4.4: Rappresentazione schematica della configurazione adottata per forzare il modello idrologico.

$$\frac{d\overline{D}}{dt} = q_b = \Psi^{-1}(\overline{D}) + \overline{E}(\overline{D})$$
(4.27)

dove $\overline{E}(\overline{D})$ è l'evapotraspirazione media sul bacino, funzione del deficit idrico medio, ottenuta come descritto nel paragrafo precedente. L'equazione (4.27) può essere integrata nel tempo dando:

$$\int_{0}^{T} dt = \int_{\overline{D}_{1}}^{\overline{D}_{2}} \frac{1}{(\Psi^{-1}(\overline{D}) + \overline{E}(\overline{D}))} d\overline{D}$$
$$T = \int_{\overline{D}_{1}}^{\overline{D}_{2}} \frac{1}{(\Psi^{-1}(\overline{D}) + \overline{E}(\overline{D}))} d\overline{D} = \Omega(\overline{D}_{1}, \overline{D}_{2})$$
(4.28)

Nella Figura 4.5 è rappresentata la forma funzionale che appare all'interno



Figura 4.5: Andamento della funzione $1/(q_b + \overline{E})$ al variare del del deficit idrico medio \overline{D} . \overline{E} varia alla scala mensile e nel grafico ogni curva rappresenta la suddetta funzione valutata per ogni mese dell'anno.

dell'integrale nella (4.28). Questi 12 integrali (uno per ognuna delle curve di Figura 4.5) possono essere calcolati numericamente, dato un deficit iniziale (\overline{D}_1) e fissato l'interarrivo (T), per ottenere una relazione tra il deficit all'inizio ed alla fine del periodo secco, per ciascun mese $\overline{D}_{2,i} = \Phi(\overline{D}_{1,i},T)$ $i = 1, \ldots, 12$. Il bilancio per i periodi asciutti viene risolto con un passo temporale mensile, in modo che la soluzione (i.e. il deficit idrico alla fine del time step) ad ogni passo temporale cade su una delle curve ottenute dal procedimento descritto. Nella Figura 4.6 è riportata, a titolo esemplificativo una di queste relazioni per il caso di spessore di suolo omogeneo sul bacino e per un mese. Sulle ordinate è possibile leggere il deficit medio iniziale e finale fissato il passo di calcolo. Si è assunto per i calcoli che l'evento di precipitazione, secondo lo schema riportato nella Figura 4.4, avvenga ai fini del calcolo dell'evapotraspirazione il primo di maggio di ogni anno e che l'interarrivo sia annuale. Questa situazione riflette le caratteristiche medie annue del bacino di applicazione, il bacino semiarido di Dry Creek (Boise, ID) dove il picco di deflusso corrisponde ogni anno al periodo dello scioglimento nivale. Il deficit medio ottenuto alla fine del periodo secco (\overline{D}_2) rappresenta dunque le condizioni iniziali del bacino immediatamente precedenti l'arrivo del seguente impulso di precipitazione e attraverso la topografia consente la descrizione del deficit locale in ogni punto del bacino e la determinazione del deflusso superficiale prodotto per esaurimento del volume invasabile al verificarsi dell'evento di precipitazione:

$$R_{surf} = max(P - D, 0) \tag{4.29}$$



Figura 4.6: Relatione tra il deficit e l'interarrivo della precipitazione.

Nella Figura 4.7 è riportata una mappa dei deflussi superficiali sul bacino di Dry Creek, assumendo un interarrivo della precipitazione T = 1 anno è un volume di precipitazione istantaneamente iniettato sul bacino pari a P = 2.27 m. La precipitazione viene assunta omogenea nello spazio. Mediando nello spazio i deflussi superficiali ottenuti localmente tramite la 4.29 si ottiene il termine R_{surf} medio che permette di svolgere il bilancio di massa sull'evento di precipitazione:

$$\overline{R_{surf}} = \frac{1}{A} \int_{A} R_{surf} dA = \Lambda(\overline{D}_2, P)$$
(4.30)

Noti quindi tutti i termini necessari il bilancio di massa può essere scritto come:

$$\overline{D}_{1} = \overline{R_{surf}} - P + \overline{D}_{2}$$

$$\overline{D}_{1} = \Lambda(\overline{D}_{2}, P) - P + \overline{D}_{2}$$

$$\overline{D}_{1} = \Lambda(\Phi(\overline{D}_{1}, T), P) - P + \Phi(\overline{D}_{1}, T)$$
(4.31)

dove \overline{D}_1 rappresenta il deficit medio seguente l'evento di precipitazione, grazie all'ipotesi di ciclicità della configurazione assunta. Nella (4.31) l'unica incognita è \overline{D}_1 , per cui l'equazione implicità può essere risolta numericamente fino a convergenza.



Figura 4.7: Mappa del deflusso superficiale risultante dall'applicazione del modello idrologico.

4.4 Considerazioni conclusive e sviluppi futuri

Gli strumenti sviluppati nell'ambito del presente argomento di ricerca rappresentano il lavoro di un periodo di 6 mesi svolto in collaborazione con il Prof. David Tarboton presso la Utah State University (Logan, UT). Durante tale periodo sono state poste le basi teoriche e modellistiche per lo studio delle interrelazioni tra idrologia e geomorfologia. Gli strumenti presentati non consentono ancora di trarre conclusioni su eventuali risultati conseguibili, ma mostrano la solidità dell'approccio sviluppato che richiederà tuttavia ulteriori approfondimenti per rilassare alcune ipotesi e provvedere uno strumento che consenta di caratterizzare le interazioni tra idrologia e geomorfologia e studiare l'origine dei pattern di spessore di suolo osservabili in natura. Mediante gli strumenti realizzati è possibile porsi i seguenti obiettivi:

- 1. studiare i pattern di spessore di suolo in relazione alle ipotesi di equilibrio dinamico locale e topografico;
- 2. indagare le scale temporali coinvolte nei processi in atto sotto le diverse condizioni di equilibrio dinamico;

- 3. estendere il framework presentato per l'inclusione della stocasticità della precipitazione e delle variabili climatiche;
- 4. includere la dipendenza da pendenza ed esposizione oltre che dallo spessore di suolo. Tali fattori possono risultare importanti sia per la stima dei processi evapotraspirativi e di scioglimento nivale sia per esplorare la dipendenza della funzione di produzione del suolo da questi fattori.

I risultati delle analisi proposte potranno essere testati su un ampio database di rilevazioni puntuali di spessore di suolo eseguite dalla Utah State University presso il bacino di Dry Creek nell'Idaho.

$CAPITOLO\ 4$

Conclusioni

La presente tesi di Dottorato di Ricerca riferisce intorno ai risultati ottenuti nello studio dell'influenza delle eterogeneità spaziali sulla risposta idrologica. Sono stati presentati i diversi argomenti trattati nei tre anni di attività pertinenti al Dottorato, analizzando il problema dell'eterogeneità delle forzanti con riguardo ai campi di precipitazione e quello relativo alla determinazione su base morfologica degli spessori di suolo nell'ottica di una formulazione pienamente geomorfologica della risposta idrologica. L'applicazione degli strumenti modellistici al caso della laguna di Venezia permette di analizzare l'influenza delle costruende opere di salvaguardia della città dalle acque alte sotto diversi scenari di cambiamento climatico. Per mezzo di un approccio pienamente distribuito nella definizione delle forzanti modellistiche, si applicano i risultati ottenuti al fine di valutare il rischio di superamento delle quote di salvaguardia all'interno della laguna a causa dei controlli idrologici dovuti al Bacino Scolante.

Lo studio delle eterogeneità spaziali della precipitazione e della loro influenza sulla risposta idrologica ha evidenziato come risulti di primaria importanza una stima corretta del volume di precipitazione sul bacino ad ogni istante temporale, piuttosto che un'accurata descrizione della variabilità spaziale della pioggia. Questo risultato ribadisce da una parte il valore di una rete di osservazione pluviometrica sufficientemente densa (caratteristica imprescindibile per una stima accurata del volume di precipitazione mediante campionamento puntuale) e evidenzia come il maggiore valore aggiunto associato agli strumenti remoti di misurazione della pioggia (i.e. osservazioni radar e satellitari) risieda in una più accurata quantificazione dei volumi. I risultati delle analisi svolte su bacini con diverse caratteristiche geometriche e morfologiche hanno mostrato come solo per bacini di dimensioni molto grandi (nei casi esaminati per dimensioni superiori a 3500 km^2) l'influenza delle risoluzione spaziale della forzante sulla loro risposta diventi rilevante. Il meccanismo fisico che giustifica tale conclusione è legato al controllo esercitato dai versanti sulla determinazione della distribuzione dei tempi di residenza all'interno del bacino. In vista di ciò, qualora i tempi di residenza nei canali risultassero confrontabili con quelli nei versanti (i.e. per bacini sufficientemente grandi o di forma particolare), la specifica distribuzione spaziale della precipitazione assume un ruolo non trascurabile nella definizione dei caratteri salienti della risposta di bacino.

Analisi idrologiche e statistiche sono state condotte, per mezzo del modello idrologico generale del Bacino Scolante nella laguna di Venezia, sull'ambiente lagunare veneziano per la valutazione del rischio di allagamento della città in condizioni di operatività delle costruende opere di protezione della laguna dalle acque alte eccezionali ed in presenza di diversi scenari di cambiamento climatico. L'applicazione del modello idrologico continuo ha mostrato l'inadeguatezza di semplificazioni grossolane nel descrivere il comportamento idrologico del bacino scolante, ancor più in ragione dell'elevata complessità connessa ai meccanismi di deflusso che caratterizzano i territorio di bonifica che vi appartengono. Tali semplificazioni porterebbero ad una stima delle portate recapitate in laguna che trascura i tempi caratteristici della risposta del sistema, i quali rappresentano un fattore determinante nella corretta stima degli apporti idrici in questione essendo inferiori o al più confrontabili con i tempi che caratterizzano le previste interruzioni artificiali del rapporto mare-laguna. Infatti la caratterizzazione delle distribuzioni di probabilità delle durate per le progettate chiusure, ottenute simulando i criteri codificati per la gestione operativa delle opere di salvaguardia, evidenziano una sostanziale indifferenza della durata media anche in presenza del più pessimistico scenario di cambiamento climatico. Il fattore climatico risulta rilevante nella valutazione della frequenza delle chiusure, senza però inficiare la validità dei meccanismi di salvaguardia nel corso del tempo di vita previsto per l'opera. Tale risultato è confermato dall'analisi della frequenza di *crossover* che mostra come per il periodo di simulazione (2000 - 2007), anche in presenza di un innalzamento del livello medio mare di $+50 \ cm$, il modello non evidenzi superamenti della quota di salvaguardia di +110 cm sul riferimento di Punta della Salute.

La distribuzione spaziale degli spessori di suolo è un fattore determinante al fine di una corretta modellazione della risposta idrologica, mediante la riproduzione dei processi fisici in atto. Nel presente lavoro di tesi è stato presentato il lavoro svolto al fine di porre le basi di un approccio modellistico che consenta lo studio delle interazioni tra idrologia e geomorfologia e la modellazione dei processi che portano alla definizione delle caratteristiche morfologiche dei paesaggi. Infatti la distribuzione spaziale dello spessore di suolo rappresenta una variabile difficilmente indagabile con gli strumenti attualmente a disposizione. L'ottica di una integrazione tra idrologia e geomorfologia muove dall'esigenza di una modellazione accoppiata che sia in grado di riprodurre i meccanismi co-evolutivi che portano alla definizione degli spessori di suolo e al loro conseguente impatto sulla determinazione della risposta di bacino. Le analisi preliminari presentate in questa sede descrivono l'approccio modellistico utilizzato al fine di fornire una rappresentazione semplice, seppur fisicamente basata, della risposta di bacino. La formulazione adottata risulta pienamente distribuita nella rappresentazione geometrica (allo scopo di cogliere l'influenza della variabilità spaziale degli spessori di suolo) e sensibile nei parametri che a loro volta influenzano i meccanismi di produzione e trasporto del terreno. Si ritiene che tale approccio abbia elevate potenzialità, anche in vista di possibili accoppiamenti con modelli di evoluzione della vegetazione, al fine di offrire una più profonda comprensione dei processi che portano alla definizione delle forme naturali.

CONCLUSIONI

Ringraziamenti

Il compimento del mio percorso di Dottorato di Ricerca è stato possibile grazie al costante supporto ricevuto dalla mia famiglia e dalle persone che mi sono state vicine in questi anni e, specialmente, in questi ultimi mesi. Rivolgo un sentito ringraziamento all'intero corpo docente del Dipartimento IMAGE ed al personale tecnico amministrativo. Un ringraziamento particolare al Prof. Marco Marani ed al Prof. Andrea Rinaldo che mi hanno sempre mostrato la loro fiducia ed il loro sostegno, che ho cercato di ripagare con il massimo impegno in questi anni di lavoro insieme. Ringrazio inoltre il Prof. David Tarboton per avermi accolto come uno dei suoi studenti ed aver dedicato grandi energie nell'avviare i lavori che, grazie a questa esperienza, avremo la possibilità di continuare.

Bibliografia

- Alessi Celegon E. (2008). Contributi allo sviluppo di modelli idrologici accoppiati previsionali e Montecarlo. Tesi di Dottorato di Ricerca, Università degli Studi di Padova, Scuola di Dottorato di Ricerca in Scienze dell'Ingegneria Civile ed Ambientale.
- Allen R., L.S.Pereira, Raes D. e Smith M. (1998). Crop evapotranspiration -Guidelines for computing crop water requirements. Irrigation and drainage paper 56, FAO - Rome.
- Anderson R., Dietrich W. e Jr. G. B. (2002). Weathering profiles, mass-balance analysis and rates of solute loss: linkages between weathering and erosion in a small, steep catchment. *Geol. Soc. Am. Bull.*, **114**(9), 1143–1158.
- Bacchi B. e Kottegoda N. T. (1995). Identification and calibration of spatial correlation patterns of rainfall. J. Hydrol., 165, 311–348.
- Bajo M., Zampato L., Umgiesser G., Cucco A. e Canestrelli P. (2007). Biodiversity and Ecosystem Functioning in Coastal and Transitional Waters, volume 75 di Estuarine Coastal Shelf Sci., capitolo A finite element operational model for storm surge prediction in Venice, pp. 236–249. Elsevier, New York.
- Barnes R. e Johnson T. (1984). Positive Kriging. Reidel.
- Barry D., Parlange J.-Y., Li L., Jeng D.-S. e Crapper M. (2005). Green-ampt approximations. Adv. Water. Res., 28, 1003–1009.
- Beven K. e Binley A. (1992). The future of distributed models: Model calibration and uncertainty prediction. *Hydrol. Proc.*, **6**, 279–298.
- Bierkens M. e Burrough P. (1993). The indicator approach to categorical soil data. 2. Application to mapping and land-use suitability analysis. *Journal* of Soil Science, 44, 369–381.

- Bindoff N., Willebrand J., Artale V., Cazenave A., Gregory J., Gulev S., Hanawa K., Quéré C. L., Levitus S., Nojiri Y., Shum C., Talley L. e Unnikrishnan A. (2007). Climate Change 2007: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change, capitolo Observations: Oceanic Climate Change and Sea Level. Cambridge Univ. Press, Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA.
- Blondeaux P., Seminara G. e Vittori G. (1993). Linear response of the gate system for protection of the Venice lagoon. 2. Excitation of transverse subharmonic modes. *Rend. Mat. Acc. Lincei*, **59**, 299–305.
- Botter G. e Rinaldo A. (2003). Scale effect of geomorphologic and kinematic dispersion. *Water Resour. Res.*, **39**(10), 1286.
- Botter G., Settin T., Marani M. e Rinaldo A. (2006). A stochastic model of nitrate transport and cycling at basin scale. *Water Resour. Res.*, **42**, W04415.
- Botter G., Peratoner F., Putti M., Zuliani A., Zonta R., Rinaldo A. e Marani M. (2008). Observation and modeling of catchment scale solute transport in the hydrologic response: A tracer study. *Water Resour. Res.*, **In press**.
- Bourdeau P., Martin J., Mei C., Musu I., Vellinga P. e Beinat E. (1998).Rreport on the mobile gates project for the tidel flow regulation at the venice lagoon inlets. Relazione tecnica, Collegio di Esperti di Livello Internazionale Brussels.
- Boyd M. J. (1978). A storage routing model relating drainage basin hydrology and geomorphology. *Water Resour. Res.*, 14, 921–928.
- Bras R., Donald R., Harleman F., Rinaldo A. e Rizzoli P. (2001). Rescuing Venice from a watery grave. *Science*, **291**, 2315–2316.
- Brath A. e Montanari A. (2003). Sensitivity of the peak flows to the spatial variability of the soil infiltration capacity for different climatic scenarios. *Phys. Chem. Earth*, **28**, 247–254.
- Brutsaert W. (2005). *Hydrology. An introduction*. Cambridge Univ. Press, New York.
- Carbognin L., Teatini P. e Tosi L. (2004). Eustacy and land subsidence in the Venice Lagoon at the beginning of the new millennium. *Journal of Marine* Systems, 51, 345–353.

- Carniello L., Defina A., Fagherazzi S. e D'Alpaos L. (2005). A combined wind wave-tidal model for the Venice lagoon. J. Geophys. Res. - Earth Surface, 110, F04007.
- Cecconi G., Canestrelli P., Corte C. e Donato M. D. (1998). Climate record of storm surges in Venice. In Proc. RIBAMOD Workshop: Impact of climate change on flooding and sustainable river management, pp. 23–34, Wallingford.
- Chu S. (1978). Infiltration during unsteady rain. Water Resour. Res., 14(3), 461–466.
- Clapp R. e Hornberber G. (1978). Empirical equations for some soil hydraulic properties. Water Resources Research, 14, 601–604.
- Collavini F., Zonta R., Bettiol C., Fagherazzi O. e Zaggia L. (2005). Pollutant loads from the drainage basin to the Venice lagoon. *Environment International*, **31**, 939–947.
- Cucchini E. (1928). Le acque dolci che si versano nella Laguna di Venezia. Pubbl. 126, Ufficio Idrografico del Magistrato alle Acque - Roma.
- Dagan G. (1989). Flow and transport in porous formations. Springer-Verlag editor.
- D'Alpaos A., Lanzoni S., Marani M. e Rinaldo A. (2007). Landscape evolution in tidal embayments: Modeling the interplay of erosion, sedimentation, and vegetation dynamics. J. Geophys. Res. - Earth Surface, 112(F1), F01008.
- D'Alpaos L. (2004). Conoscere il comportamento idrodinamico della laguna del passato per progettare la laguna del futuro. In *Atti dell'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti*, volume 162 di *Cl. Sc. Fisiche*, pp. 377–422.
- D'Alpaos L. e Defina A. (2007). Mathematical modeling of tidal hydrodynamics in shallow lagoons: A review of open issues and applications to the Venice lagoon. *Computers & Geosciences*, **33**, 476–496.
- Davis W. (1892). The convex profile of badland divides. Science, 20, 245.
- De Marsily G., (A cura di) (1986). *Quantitative hydrogeology: Groundwater Hydrology for Engineers.* Academic Press, San Diego.
- Defina A. (2000). Two-dimensional shallow flow equations for partially dry areas. *Water Resour. Res.*, **36**(11), 3251–3264.

- Defina A., Carniello L., Fagherazzi S. e D'Alpaos L. (2007). Self organization of shallow basins in tidal flats and salt marshes. J. Geophys. Res. - Earth Surface, 112, F03001.
- Di Sipio E., Galgaro A. e Zuppi G. (2006). New geophysical knowledge of groundwater systems in Venice estuarine environment. *Est. Coast. Shelf Sci.*, **66**, 6–12.
- Dietrich W. e Perron J. T. (2006). The search for a topographic signature of life. *Nature*, **439**, 411–418.
- Dietrich W., Hsu M. e Montgomery D. (1995). A process-based model for colluvial soil depth and shallow landsliding using digital elevation data. *Hydrol. Proc.*, 9, 383–400.
- Dietrich W., Bellugi D., Sklar L., Stock J., Heimsath A. e Roering J. (2003). Geomorphic transport laws for predicting landscape forms and dynamics. Geophysical Monographs.
- Dingman S., (A cura di) (1994). *Physical hydrology*. Macmillian Publishing Company, New York.
- D'Odorico P. e Rigon R. (2003). Hillslope and channel contributions to the hydrologic response. *Water Resour. Res.*, **39**(5), 1113.
- Dodov B. e Foufoula-Georgiou E. (2005). Incorporating the spatio-temporal distribution of rainfall and basin geomorphology into nonlinear analyses of streamflow dynamics. *Adv. Water. Res.*, **28**, 711–728.
- Dorigo W. (1983). Venezia Origini: fondamenti, ipotesi, metodi. Electa, Milano.
- Eagleson P. S. (1978). Climate, soil, and vegetation, 1, Introduction to water balance dynamics. Water Resour. Res., 14(5), 705–712.
- Eprim Y., Donato M. D. e Cecconi G. (2005). Challenges for Venice and its Lagoon. State of Knowledge, capitolo Gates strategies and storm surge forecasting system developed for the Venice flood management, pp. 267–277. University of Cambridge.
- Fagherazzi S., Carniello L., D'Alpaos L. e Defina A. (2006). Critical bifurcation of shallow microtidal landforms in tidal flats and salt marshes. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, **103**, 8337–8341.
- FAO (1998). Crop evapotranspiration Guidelines for computing crop water requirements. FAO Irrigation and drainage paper, Rome.
- Freer J., McDonnell J., Beven K., Peters N., Burns D., Hooper R., Aulenbach B. e Kendall C. (2002). The role of bedrock topography on subsurface stormflow. *Water Resour. Res.*, **38**(12), 1269.
- Gabellani I., Boni G., Ferraris L., von Hardenberg J. e Provenzale A. (2007). Propagation of uncertainty from rainfall to runoff: A case study with a stochastic rainfall generator. *Adv. Water Resour.*, **30**, 2061–2071.
- Gabet E., Reichman O. e Seabloom E. (2003). The effects of bioturbation on soil processes and sediment transport. Annu. Rev. Earth Planet. Sci., 31, 249–273.
- Gambolati G., Gatto P. e Freeze R. (1974). Mathematical simulation of the subsidence of Venice. 2. Results. *Water Resour. Res.*, **10**(3), 563–577.
- Gatto P. e Carbognin L. (1981). The lagoon of Venice natural environmental trend and man-induced modifications. *Hydrol. Sci. Bull.*, **26**(4), 379–391.
- Gilbert G. (1909). The convexity of hilltops. J. Geol., 17, 344–350.
- Giorgi F., Whetton P. e et al. R. J. (2001). Emerging patterns of simulated regional climatic changes for the 21st century due to anthropogenic forcings. *Geophys. Res. Lett.*, 28, 3317–3320.
- Goovaerts P., (A cura di) (1997). *Geostatistics for natural resources evaluation*. Oxford Univ. Press, New York.
- Grayson R. e Blöschl G., (A cura di) (2000). Spatial patterns in catchment hydrology. Observation and modeling. Cambridge University Press, Cambridge.
- Green W. e Ampt G. (1911). Studies on soil physics, 1: The flow of air and water through soils. J. Agric. Sci., 4(1), 1–24.
- Grosse I., Bernaola-Galván P., Carpena P., Román-Roldán R., Oliver J. e Stanley H. (2002). Analysis of symbolic sequences using the Jensen-Shannon divergence. *Phys. Rev. E*, **65**(4), 041905.
- Gupta V., Waymire E. e Wang C. (1980). A representation of a unit hydrograph from geomorphology. *Water Resources Research*, **16**(5), 855–862.

- Heimsath A., Dietrich W., Nishiizumi K. e Finkel R. (1997). The soil production function and landscape equilibrium. *Nature*, **388**, 358–361.
- Journel A. (1986). Geostatistics: models and tools for the earth science. Mathematical Geology.
- Journel A. e Rao S. (1996). *Geostatistics*. Kluwer Academic Publisher.
- Krajewski W. F., Lakshmi V., Georgakakos K. P. e Subashi C. J. (1991). A Monte Carlo study of rainfall sampling effect on a distributed catchment model. *Water Resour. Res.*, 27(1), 119–128.
- Lamberti P. e Majtey A. (2003). Non-logarithmic jensen-shannon divergence. *Physica A*, **329**, 81–90.
- Lashermes B. e Foufoula-Georgiou E. (2007). Area and width functions of river networks: New results on multifractal properties. *Water Resour. Res.*, 43, W09405.
- Lebel T., Bastin G., Obled C. e Creutin J. (1987). On the accuracy of areal rainfall estimation: a case study. *Water Resour. Res.*, **23**(11), 2123–2134.
- Lin H., Bouma J., Pachpsky Y., Western A., Thompson J., van Genuchten R., Vogel H. e Lilly A. (2006). Hydropedology: synergistic integration of pedology and hydrology. *Water Resour. Res.*, 42, W05301.
- Lin J. (1991). Divergence measures based on the shannon entropy. *IEEE T.* Inform. Theory, **37**(1), 145–151.
- Lovejoy S. e Schertzer D. (1985). Generalized scale invariance in the atmosphere and fractal models of rain. *Water Resour. Res.*, **21**(8), 1233–1250.
- Maidment D., (A cura di) (1993). *Handbook of hydrology*. McGraw-Hill, New York.
- Majone B., Bellin A. e Borsato A. (2004). Runoff generation in karst catchments: multifractal analysis. J. Hydrol., **294**(1-3), 176–195.
- Mallet J. (1980). Regression sous contraintes lineaires: Application au codage des variables aleatoires. *Revue de statistique Appliquée*.
- Marani M. (2005). Non-power-law scale properties of rainfall in space and time. Water Resour. Res., 41, W08413.

- Marani M., Grossi G., Napolitano F., Wallace M. e Entekhabi D. (1997). Forcing intermittency and land surface hydrologic partitioning. *Water Resour. Res.*, **33**(1), 167–175.
- Marani M., Uccelli A., Settin T., Botter G., Gasparetto D. e Rinaldo A. (2004a). Analisi e interpolazione geostatistica di dati meteorologici nel bacino scolante e nella Laguna di Venezia. Technical Report 12-04, International Center for Hydrology "D. Tonini" - University of Padova.
- Marani M., Uccelli A., Settin T., Ambrosi T., Celegon E. A. e Rinaldo A. (2004b). Modello idrologico generale del bacino scolante nella Laguna di Venezia: formulazione teorica e metodologica. Technical Report 11-04, International Center for Hydrology "D. Tonini" - University of Padova.
- Marani M., Uccelli A., Settin T., Celegon E. A., Ambrosi T. e Rinaldo A. (2004c). Modello idrologico generale del bacino scolante nella Laguna di Venezia: sistema Lusore-Menegon. Technical Report 13-04, International Center for Hydrology "D. Tonini" - University of Padova.
- Marani M., Uccelli A., Settin T., Celegon E. A., Ambrosi T. e Rinaldo A. (2004d). Modello idrologico generale del bacino scolante nella Laguna di Venezia: sistema Osellino-Scolmatore Marzenego. Technical Report 14-04, International Center for Hydrology "D. Tonini" - University of Padova.
- Marani M., Uccelli A., Sartori M., Casara T., Nicótina L., Settin T. e Rinaldo A. (2005a). Modello idrologico generale del bacino scolante nella Laguna di Venezia: Bacino del Canale di Lova. Technical Report 2-05, International Center for Hydrology "D. Tonini" - University of Padova.
- Marani M., Uccelli A., , Casara T., Nicótina L., Settin T. e Rinaldo A. (2005b). Modello idrologico generale del bacino scolante nella Laguna di Venezia: Bacino del Canale Montalbano. Technical Report 4-05, International Center for Hydrology "D. Tonini" - University of Padova.
- Marani M., Uccelli A., Casara T., Nicótina L., Settin T. e Rinaldo A. (2005c). Modello idrologico generale del bacino scolante nella Laguna di Venezia: Bacino Scolante Sud. Technical Report 3-05, International Center for Hydrology "D. Tonini" - University of Padova.
- Marani M., Uccelli A., Casara T., Settin T., Celegon E. A. e Rinaldo A. (2005d). Modello idrologico generale del bacino scolante nella Laguna di Venezia: sistema Vallio-Meolo. Technical Report 1-05, International Center for Hydrology "D. Tonini" - University of Padova.

- Marani M., Uccelli A., Nicótina L., Settin T., Celegon E. A., Ambrosi T., Casara T., Gasparetto D., Mason L., Santello A., Sartori M., Turrin D. e Rinaldo A. (2006). Modello idrologico generale del bacino scolante nella Laguna di Venezia: Rapporto finale. Technical Report 6-06, International Center for Hydrology "D. Tonini" - University of Padova.
- Marani M., D'Alpaos A., Lanzoni S., Carniello L. e Rinaldo A. (2007). Biologically-controlled multiple equilibria of tidal landforms and the fate of the Venice lagoon. *Geophys. Res. Lett.*, **34**, L11402.
- Massalin A., Zampato L., Papa A. e Canestrelli P. (2007). Data monitoring and sea level forecasting in the Venice lagoon: the ICPSM's activity. *Bollettino di Geofisica Teorica e Applicata*, **48**, 241–257.
- McGuire K., Weiler M. e McDonnell J. (2007). Integrating tracer experimentes with modeling to assess runoff processes and water tranist times. *Water Resour. Res.*, **30**(4), 824–837.
- Mei C., Sammarco P., Chan E. e Procaccini C. (1994). Subharmonic resonance of proposed storm gates for the Venice lagoon. Proc. Roy. Soc. Lond. A, 444, 257–265.
- Moore I., Gessler P. e Peterson G. (1993). Soil attribute prediction using terrain analysis. Soil Sci. Soc. of Amer. Journ., 57, 443–452.
- Nicótina L., Celegon E. A., Rinaldo A. e Marani M. (2008). On the impact of rainfall patterns on the hydrologic response. *Water Resour. Res.*, 44, W12401.
- Consorzio Venezia Nuova (1997). Interventi alle bocche lagunari per la regolazione dei flussi di marea - Studio di impatto ambientale del progetto di massima. Relazione tecnica, Ministero dei Lavori Pubblici and Magistrato alle Acque, Venezia.
- Consorzio Venezia Nuova (2003a). Studio sugli effetti di scala nelle prove su modello fisico delle paratoie, 2.5 Valutazione della portata transitante nei traferri delle paratoie. Relazione Tecnica B.6.53, Magistrato alle Acque di Venezia and Protecno, Venezia.
- Consorzio Venezia Nuova (2003b). Sviluppo di uno strumento operativo (modello decisionale) per la gestione delle opere mobili. Rapporto finale. Relazione Tecnica C.1.6, Magistrato alle Acque di Venezia and Technital, Venezia.

- Consorzio Venezia Nuova (2006). Studio di particolari aspetti idrodinamici delle paratoie attraverso prove su modelli fisici - II fase: misura delle portate attraverso lo sbarramento e delle forze trasmesse alla fondazione. Relazione Tecnica B.06.08/II, Magistrato alle Acque di Venezia, Venezia.
- Intergovernmental Panel on Climate Change (2007). Intergovernmental panel on climate change (IPCC) fourth assessment report. Relazione tecnica, Intergovernmental Panel on Climate Change.
- Pal J., Giorgi F. e Bi X. (2004). Consistency of recent European summer precipitation trends and extremes with future regional climate projections. *Geophys. Res. Lett.*, **31**, L21703.
- Panizzo A., Sammarco P., Bellotti G. e Girolamo P. D. (2006). EOF analysis of complex response of Venice mobile gates. J. Waterway Port Coast. Ocean Engrg. ASCE, 132, 172–179.
- Piani C., Sanderson B., Giorgi F. e Allen M. (2007). Regional probabilistic climate forecasts from a multithousand, multimodel ensemble of simulations. *J. Geophys. Res. Atmosphere*, **112**, D24108.
- Pirazzoli P. (2002). Did the Italian government approve an obsolete project to save Venice? EOS, 83(20), 217–223.
- Pirazzoli P. e Tomasin A. (2002). Recent evolution of surge-related events in the northern Adriatic area. J. Coastal Res., 18, 537–554.
- Pirazzoli P. e Umgiesser G. (2003). Ese il progetto MOSE fosse già obsoleto? Relazione tecnica, CNR - Venezia.
- Pirazzoli P. A. e Umgiesser G. (2006). The projected MOSE barriers against flooding in Venice (Italy) and the expected global sea-level rise. J. Marine Environ. Eng., 8(3), 247–261.
- Priestley C. e Taylor R. (1972). On the assessment of surface heat flux and evaporation using large scale parameters. *Mon. Weather Rev.*, **100**, 81–92.
- Rinaldo A. e Rodriguez-Iturbe I. (1996). The geomorphological theory of the hydrologic response. *Hydrol. Process.*, 10(6), 803–844.
- Rinaldo A., Marani A. e Rigon R. (1991). Geomorphological dispersion. Water Resources Research, 27(4), 513–525.

- Rinaldo A., Bellin A., Ferri M., Marani M., Rigon R., Fornasiero A. e Silvestri S. (2002). Modellazione matematica del bacino del Fiume Brenta (chiuso a Bassano del Grappa). Relazione tecnica, University of Padova, Dept. IMAGE and Autoritá di Bacino dell'Alto Adriatico.
- Rinaldo A., Botter G., Bertuzzo E., Settin T., Uccelli A. e Marani M. (2006a). Transport at basin-scales, 1. Theoretical framework. *Hydrol. Earth Syst. Sc.*, 10, 19–26.
- Rinaldo A., Botter G., Bertuzzo E., Settin T., Uccelli A. e Marani M. (2006b). Transport at basin-scales, 2. Applications. *Hydrol. Earth Syst. Sc.*, 10, 31–48.
- Rinaldo D. (2005). Valutazione degli apporti dal bacino scolante Aggiornamento del modello idrologico. Definizione degli schemi idraulici di funzionamento della rete di bonifica del Bacino Scolante in laguna di Venezia. Relazione tecnica, Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti - Magistrato alle Acque, Venezia.
- Robinson J., Sivapalan M. e Snell J. (1995). On the relative roles of hillslope processes, channel routing, and network geomorphology in the hydrologic response of natural catchmerits. *Water Resour. Res.*, **12**, 3089–3101.
- Rodriguez-Iturbe I. e Rinaldo A., (A cura di) (1997). Fractal River Basins: Chance and Self-Organization. Cambridge Univ. Press, New York.
- Rodriguez-Iturbe I. e Valdés J. (1979). The geomorphologic structure of hydrologic response. *Water Resour. Res.*, **15**(6), 1409–1420.
- Rodriguez-Iturbe I., Marani M., D'Odorico P. e Rinaldo A. (1998). On spacetime scaling of cumulated rainfall fields. Water Resour. Res., 34(12), 3461– 3469.
- Rodriguez-Iturbe I., Porporato A., Laio F. e Ridolfi L. (2001). Plants in watercontrolled ecosystems: active role in hydrologic processes and response to water stress: I. scope and general outline. Adv. Water Res., 24(7), 695–705.
- Roering J., Kirchner J. e Dietrich W. (1999). Evidence for nonlinear, diffusive sediment transport on hillslopes and implications for landscape morphology. *Water Resour. Res.*, **35**(3), 853–870.
- Saco P. e Kumar P. (2004). Kinematic dispersion effects of hillslope velocities. Water Resour. Res., 40, W01301.

- Saco P., Willgoose G. e Hancock G. (2006). Spatial organization of soil depths using a landform evolution model. *Journal of Geophysical Research*, **111**, F02016.
- Salvucci G. e Entekhabi D. (1995). Hillslope and climatic controls on hydrologic fluxes. Water Resour. Res., 31(7), 1725–1739.
- Sammarco P., Tran H. e Mei C. (2000a). Subharmonic resonance of venice gates in waves. part 1. evolution equation and uniform incident waves. *Journal of Fluid Mechanics*, **349**, 295–325.
- Sammarco P., Tran H., Gottlieb O. e Mei C. (2000b). Subharmonic resonance of venice gates in waves. part 2. sinusoidally modulated incident waves. *Journal* of Fluid Mechanics, **349**, 327–359.
- Segond M., Wheater H. e Onof C. (2007). The significance of spatial rainfall representation for flood runoff estimation: A numerical evaluation based on the lee catchment, uk,. J. Hydrol., 347, 116–131.
- Settin T., Botter G., Gasparetto D., Uccelli A., Belluco E., Alvaro A., Zanetti S., Sangati M., Sartori M., Mazzarini M., Marani M. e Rinaldo A. (2005). Modello matematico della risposta idrologica del Fiume Tanaro (chiuso ad Alessandria). Relazione tecnica, University of Padova, Dept. IMAGE and Agenzia interregionale per il Fiume Po.
- Settin T., Botter G., Rodriguez-Iturbe I. e Rinaldo A. (2007). Numerical studies on soil moisture distributions in heterogeneous catchments. *Water Resour. Res.*, **43**, W05425.
- Shah S., O'Connell P. e Hosking J. (1996). Modelling the effects of spatial variability in rainfall on catchment response. 2. Experiments with distributed and lumped models. J. Hydrol., 175, 89–111.
- Shannon C. (1948). A mathematical theory of communication. AT & T Tech. J., 27, 379–423 and 623–656.
- Smith J., Baeck M., Mierdiercks K., Nelson P., Miller A. e Holland E. (2005). Field studies of the storm event hydrologic response in an uranizing watershed. *Water Resour. Res.*, **41**, W10413.

Summerfield M., (A cura di) (1997). Global geomorphology. Longmann.

- Tarboton D. (1997). A new method for the determination of flow directions and upslope areas in grid digital elevation models. Water Resour. Res., 33(2), 309–320.
- Taylor G. (1979). Diffusion by continous movements. Proc. London Math. Soc. Ser., 20, 196–211.
- Uccelli A., Settin T., Marani M. e Rinaldo A. (2004). Sui modelli matematici di fondamento geomorfologico: telerilevamento e produzione di deflusso. Proceedings of the XXIX Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche, Trento, Italy.
- Umgiesser G. e Matticchio B. (2006). Simulating the mobile barrier (MOSE) operation in the Venice lagoon, Italy. Global sea level rise and its implication for navigation. *Ocean Dynamics*, **56**, 320–332.
- Vieira J., Fons J. e Cecconi G. (1993). Statistical and hydrodynamic models for the operational forecasting of floods in the Venice lagoon. *Coastal Engineering*, 21, 301–331.
- Vittori G., Blondeaux P. e Seminara G. (1996). Waves of finite amplitude trapped by oscillating gates. Proc. Roy. Soc. Lond. A, 452, 791–811.
- Vivoni E. R., Entekhabi D., Bras R. L. e Ivanov V. Y. (2007). Controls on runoff generation and scale-dependence in a distributed hydrologic model. *Hydrology and Earth System Sciences*, **11**(5), 1683–1701.
- Willgoose G. e Parera H. (2001). A simple model of saturation excess runoff generation based on geomorphology, steady state soil moisture. Water Resour. Res., 37(1), 147–155.
- Willgoose G., Bras R. e Rodriguez-Iturbe I. (1991). A coupled channel network growth and hillslope evolution model. 1. theory. *Water Resour. Res.*, **27**(7), 1671–1684.
- Wilson C. B., Valdes J. B. e Rodriguez-Iturbe I. (1979). On the influence of the spatial distribution of rainfall on storm runoff. *Water Resour. Res.*, 15(2), 321–328.
- Winchell M., Gupta H. V. e Sarooshian S. (1998). On the simulation of infiltration- and saturation-excess runoff using radar-based rainfall estimates: effects of algorithm uncertainty and pixel aggregation. *Water Resour. Res.*, **34**(10), 2665–2670.

- Wolpert D. H. (2004). Metrics for more than two points at once. *CoRR*, nlin.AO/0404032.
- Wolpert D. H. e Macready W. G. (2007). Using self-dissimilarity to quantify complexity. *Complexity*, **12**(3), 77–85.
- Zawadzki I. I. (1973). Statistical properties of precipitation patterns. J. Appl. Meteorol., 12, 459–472.
- Zonta R., Costa F., Collavini F. e Zaggia L. (2005). Objectives and structure of the DRAIN project: An extensive study of the delivery from the drainage basin of the Venice lagoon (Italy). *Environment International*, **31**, 923–928.
- Zuliani A., Zaggia L., Collavini F. e Zonta R. (2005). Freshwater discharge from the drainage basin to the Venice lagoon. *Environment International*, 31, 929–938.
- Zunica M., (A cura di) (1981). Il territorio del Brenta. CLEUP.