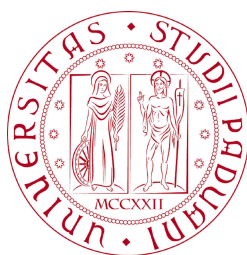


UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA







**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA**

Sede amministrativa: Università degli Studi di Padova

Dipartimento di Innovazione Meccanica e Gestionale

SCUOLA DI DOTTORATO DI RICERCA IN: INGEGNERIA INDUSTRIALE

INDIRIZZO: MECCATRONICA E SISTEMI INDUSTRIALI

CICLO XXI

**STABILIZZAZIONE ATTIVA DI MACCHINE PER IL  
SOLLEVAMENTO**

**Direttore della scuola:** Ch.mo Prof. PAOLO BARIANI

**Supervisore:** Ch.mo Prof. ALDO ROSSI

**Dottorando:** ANDREA BIONDI



# Indice

<b>Sommario</b>	<b>IX</b>
<b>Introduzione</b>	<b>XI</b>
<b>1 Macchine Operatrici</b>	<b>1</b>
1.1 Andamento del mercato . . . . .	3
1.2 Sicurezza sul lavoro . . . . .	13
1.3 Obiettivi del lavoro . . . . .	19
<b>2 Sollevatore Telescopico</b>	<b>21</b>
2.1 Problematiche legate alla stabilità . . . . .	26
2.1.1 Sistemi di controllo della stabilità . . . . .	26
2.1.2 Autogrù . . . . .	30
2.2 Problematiche legate alla resistenza strutturale . . . . .	34
2.3 Diagramma di carico . . . . .	35
<b>3 Analisi cinematica</b>	<b>37</b>
3.1 Notazione DH . . . . .	38
3.2 Veicolo . . . . .	44
3.2.1 Due ruote sterzanti . . . . .	48
3.2.2 Sterzata in tondo . . . . .	49
3.2.3 Sterzata a granchio . . . . .	50
3.3 Meccanismo di sollevamento . . . . .	51
3.3.1 Analisi di posizione . . . . .	51

3.3.2	Analisi di velocità . . . . .	55
3.3.3	Analisi di accelerazione . . . . .	56
3.4	Braccio . . . . .	57
3.4.1	Analisi di posizione, velocità e accelerazione . . . . .	57
3.5	Punto generico del veicolo . . . . .	59
<b>4</b>	<b>Analisi statica</b>	<b>61</b>
4.1	Equazioni cardinali della statica . . . . .	61
4.2	Calcolo delle reazioni vincolari verticali . . . . .	63
4.2.1	Baricentro della macchina . . . . .	65
4.2.2	Forza peso . . . . .	67
4.2.3	Forze e coppie esterne . . . . .	69
4.2.4	Centro di pressione equivalente . . . . .	71
4.3	Calcolo delle reazioni vincolari orizzontali . . . . .	72
<b>5</b>	<b>Analisi dinamica</b>	<b>77</b>
5.1	Equazioni cardinali della dinamica . . . . .	77
5.2	Calcolo delle reazioni vincolari verticali . . . . .	82
5.2.1	Forze e momenti d'inerzia . . . . .	82
5.2.2	Centro di pressione equivalente . . . . .	83
5.3	Calcolo delle reazioni vincolari orizzontali . . . . .	84
<b>6</b>	<b>Analisi strutturale</b>	<b>85</b>
6.1	Modello strutturale del braccio . . . . .	86
6.1.1	Forze e coppie agenti . . . . .	91
6.1.2	Diagrammi degli sforzi e dei momenti . . . . .	95
6.1.3	Analisi delle sezioni critiche . . . . .	97
6.1.4	Calcolo del coefficiente di sicurezza . . . . .	101
6.2	Sollecitazioni sulla ralla . . . . .	103
<b>7</b>	<b>Stima del baricentro complessivo</b>	<b>107</b>
7.1	Metodo indiretto . . . . .	108

7.2	Metodo diretto . . . . .	120
7.3	Analisi dell'errore sulle stime . . . . .	121
7.4	Propagazione dell'incertezza nelle misure indirette . . . . .	123
7.5	Efficienza . . . . .	125
7.6	Diagramma di carico stimato . . . . .	125
7.6.1	Sollevatore telescopico di tipo frontale . . . . .	126
7.6.2	Sollevatore telescopico con torretta girevole . . . . .	129
<b>8</b>	<b>Stima del centro di pressione equivalente</b>	<b>133</b>
8.1	Veicolo in moto con braccio fermo . . . . .	134
8.1.1	Sterzata stradale e in tondo . . . . .	134
8.1.2	Traslazione a granchio . . . . .	139
8.2	Veicolo fermo con braccio in moto . . . . .	140
8.2.1	Attuatore di sollevamento . . . . .	140
8.2.2	Braccio di base . . . . .	141
8.2.3	Primo sfilo . . . . .	142
8.2.4	Secondo sfilo . . . . .	143
8.2.5	Forca con carico . . . . .	144
8.2.6	Scostamento . . . . .	145
<b>9</b>	<b>Impianto oleodinamico</b>	<b>147</b>
9.1	Alimentazione . . . . .	148
9.2	Valvola proporzionale . . . . .	150
9.3	Attuatore idraulico . . . . .	152
9.3.1	Variable Volume Chamber . . . . .	154
9.3.2	Translational Hydro-Mechanical Converter . . . . .	156
9.3.3	Translational Hard Stop . . . . .	157
9.3.4	Ideal Translational Motion Sensor . . . . .	158
9.4	Pilotaggio della valvola proporzionale . . . . .	159
9.5	Risultati delle simulazioni . . . . .	171

<b>10 Progetto funzionale del sistema di controllo</b>	<b>185</b>
10.1 Modello del sistema di controllo . . . . .	186
10.2 Variabili indipendenti e dipendenti . . . . .	187
10.3 Sistema di controllo . . . . .	189
10.3.1 Caso statico . . . . .	191
10.3.2 Caso dinamico . . . . .	194
<b>11 Sviluppi futuri</b>	<b>197</b>
11.1 Joystick attuali . . . . .	198
11.1.1 Joystick idraulico . . . . .	198
11.1.2 Joystick elettronico . . . . .	202
11.1.3 Joystick aptico . . . . .	206
11.2 Joystick aptico innovativo . . . . .	211
<b>Conclusioni</b>	<b>215</b>
<b>Appendice</b>	<b>217</b>
Metodo delle velocità relative . . . . .	217
Metodo delle accelerazioni relative . . . . .	219
Codice Matlab . . . . .	221
Stima dei coefficienti . . . . .	221
<b>Bibliografia</b>	<b>225</b>



# Sommario

## Testo italiano

Secondo l'Ufficio Internazionale del Lavoro (ILO) ogni anno 2.2 milioni di persone muoiono o non sono più in grado di lavorare a causa di incidenti o malattie legate al mondo del lavoro. Una consistente percentuale di questi incidenti avviene nei processi di movimentazione ed interazione tra macchine operatrici di grosse dimensioni ed operatori umani.

Le cause possono essere diverse e complesse. Sicuramente, come messo in evidenza dall'ILO, uno dei problemi principali va ricercato nel livello inadeguato di interazione tra la macchina operatrice e l'operatore che la governa.

Per far fronte a questo problema, l'obiettivo del presente lavoro di ricerca consiste nello sviluppare modelli matematici di una macchina per il sollevamento in modo da permettere di individuare, studiare e realizzare sistemi mecatronici in grado di garantirne la stabilità in fase operativa.

## **Testo inglese**

According to the International Labour Organization (ILO), every year 2.2 millions of people die or loose the working capability because of accidents or work-related diseases. A considerable percentage of these accidents occur during the execution of motion and transportation tasks and during human-machine interaction involving heavy duty machines.

The causes for this phenomenon are several and complex. For sure, the insufficient degree of interaction between the human operator and the guided machine is one of the major problems, as ILO underlines.

The main goal of this work is to develop mathematical models of earth moving machines for identifying, studying and realizing mechatronic systems that allow to guarantee the steady condition of the machine during its operative phase.

# Introduzione

L'attività di ricerca oggetto del presente lavoro è stata svolta nell'ambito del XXI ciclo della Scuola di Dottorato di Ricerca in Ingegneria Industriale con indirizzo in Meccatronica e Sistemi Industriali dell'Università degli Studi di Padova, presso il Dipartimento di Innovazione Meccanica e Gestionale (DIMEG). Il lavoro è parte integrante di un Progetto di Ricerca, cofinanziato dal Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca, dal titolo 'SMS SIAMO - Sistemi Master Slave per la Sicurezza Attiva di Macchine Operatrici'.

L'obiettivo di tale Progetto di Ricerca Nazionale consiste nell'individuare, studiare e realizzare sistemi meccatronici in grado di aumentare il grado di sicurezza nell'interazione tra l'uomo e la macchina, rendendone anche più semplice ed intuitivo l'utilizzo.

Il raggiungimento di tale risultato, frutto del lavoro congiunto di tre Unità afferenti a tre diverse Università (di Padova, Udine e Trieste), è garantito dallo sviluppo di:

- innovativi dispositivi di comando sia attivi (master aptici) che passivi (master per 'extenders');
- strategie di controllo capaci di filtrare, incrementare e migliorare le informazioni che il modulo di comando (master) e la macchina operatrice (slave) si scambiano;
- supervisor capaci di agire sia a livello master che a livello slave nella gestione di situazioni di pericolo imminente.

L'Unità operativa di Padova ha il compito di studiare le problematiche di sicurezza relative allo slave e di sviluppare un sistema di teleoperazione che permetta di evitare l'innescarsi di situazioni di pericolo nel funzionamento della macchina, realizzando un modulo del controllore supervisore (SSC, Slave Supervisor Controller) che, sulla base del modello dinamico della macchina, ne preveda le condizioni di instabilità e generi opportuni segnali sul master al fine di permettere all'operatore di evitarle.

L'Unità operativa di Trieste, invece, si occupa delle problematiche di sicurezza relativamente ai segnali che master e slave si scambiano, realizzando un altro modulo del supervisore, detto DRC (Delayed Reference Control), in grado di filtrare, incrementare e migliorare le informazioni che il master e la macchina operatrice si scambiano.

L'Unità operativa di Udine, infine, studia le problematiche relative al controllo e alla sicurezza lato master. Essendo questo dispositivo in diretto contatto con l'operatore, è necessario da un lato che sia in grado di riprodurre fedelmente i feedback necessari al completamento del task, dall'altro che sia capace di garantire la sicurezza stessa dell'operatore, in particolare quando il master è collegato direttamente allo slave, come nel caso degli 'extenders'.

L'attività di ricerca descritta nella presente tesi di dottorato riguarda le tematiche affrontate dall'Unità operativa di Padova e, in particolare, è focalizzata sullo sviluppo di un modello cinematico e dinamico di una determinata macchina per il sollevamento. I modelli sono stati sviluppati con lo scopo di risultare di carattere generale in modo da poter essere facilmente applicabili a qualsiasi genere di macchina movimento terra. Inoltre, sono stati implementati in un simulatore al fine di individuare le configurazioni di instabilità in fase operativa, sia in campo statico che dinamico. Si è proceduto, quindi, ad una semplificazione dei modelli cinematici e dinamici della macchina per consentirne l'implementazione in sistemi di controllo real-time. A tal fine, sono stati individuati gli algoritmi di semplificazione ed un numero limitato di variabili da monitorare durante il funzionamento della macchina, dalla cui misura è possibile ottenere una stima sufficientemente

attendibile della vicinanza di eventuali condizioni di instabilità. Inoltre, sono stati definiti, nel caso di modelli semplificati in campo statico, i diagrammi di carico della macchina che indicano, al variare del peso del carico da sollevare, il corrispondente campo di lavoro della macchina stessa. Tali diagrammi, se confrontati con i diagrammi sperimentali forniti dai costruttori, consentono di validare i modelli cinematici sviluppati.

Questo lavoro di ricerca è alla base sia del progetto di un sistema di supervisione e controllo, che permetta di evitare l'insorgere di fenomeni di instabilità della macchina, sia del progetto di un master aptico da utilizzare per la validazione sperimentale delle tecniche di supervisione e controllo sviluppate.



# Capitolo 1

## Macchine Operatrici

Per costruire la piramide di Cheope ci vollero 2,6 milioni cubi di materiale e il lavoro di 100 mila uomini che vi si dedicassero per 23 anni. Ancora all'inizio del *XIX* secolo il migliore lavoratore munito di pala e della sua energia fisica non poteva muovere più di 19 metri cubici di terra al giorno. Se l'inizio della storia della movimentazione della terra affonda le proprie radici nelle prime attività edili ed agricole umane (operazioni di sbancamento, livellamento, aratura, canalizzazione, ecc...), la prima meccanizzazione di cui si ha notizia è opera dell'italiano Giovanni Fontana che nel 1420 disegnò una draga con braccio escavatore (vedi Figura 1.1).

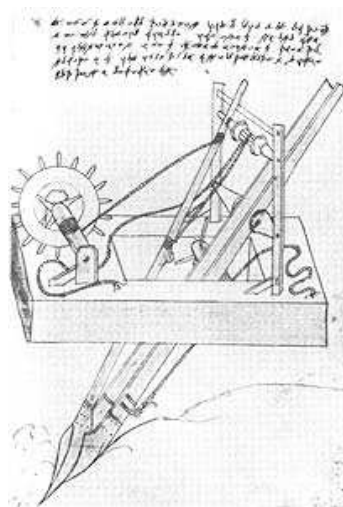


Figura 1.1: Draga disegnata da Giovanni Fontana nel 1420.

Nel 1836 lo Yankee Geologist, il primo escavatore a vapore permise di scavare 380 metri cubi di terra al giorno. Questo significa (se facciamo astrazione dal trasporto e dalla costruzione vera e propria) che un solo uomo alla guida di tale veicolo avrebbe potuto scavare tutto il materiale necessario alla costruzione della piramide di Cheope in ‘soli’ 18 anni, con un aumento enorme della produttività del lavoro. Invece, il più grande escavatore mai esistito, il Marion 6360 costruito nel 1965, avrebbe potuto svolgere lo stesso lavoro in 31 giorni lavorativi di 12 ore.

Se la prima macchina movimento terra storicamente esistita è italiana, per assistere alla nascita in Italia di una vera e propria industria in questo settore bisogna attendere il secondo dopoguerra, quando le aziende produttrici di macchine agricole cominciarono ad utilizzare i propri impianti e il proprio know-how tecnologico per realizzare apripista, escavatori, pale e, successivamente negli anni settanta e ottanta, terne, minipale compatte (skid steer loader) e miniescavatori.



Figura 1.2: Una delle prime pale cingolate prodotte in Italia.

Oggi l'industria italiana di settore è tra le più avanzate del mondo, produce macchine per l'intera gamma che oltre a rendere possibile la costruzione di monumenti come la piramide di Cheope con grandissimo risparmio di lavoro, permette un approccio sempre più rispettoso dell'ambiente e delle norme di sicurezza.



## 1.1 Andamento del mercato

In questo paragrafo viene analizzato l'andamento del mercato delle macchine per il movimento terra relativamente ai bienni 2006-2007 e 2008-2009. I dati riportati sono citati nell'ultima versione consultabile di: 'Osservatorio previsionale sul mercato europeo delle macchine per il movimento di terra', aggiornata al primo trimestre 2008 [1]. Come riportato in tale documento, nel 2007 la domanda italiana di macchine movimento terra ha toccato un nuovo livello record, superando le 30 mila unità (+5.9% rispetto al 2006). La crescita dell'attività economica, ad un ritmo di poco superiore al potenziale, ed in particolare la vivace intonazione dell'edilizia sono i principali elementi che hanno sostenuto i buoni risultati di vendita dello scorso anno. Gli effetti espansivi diretti della forte crescita delle costruzioni (stimata prossima al 4% nella media del 2007) sono stati amplificati anche da altri fattori: le positive condizioni ambientali hanno favorito un'accelerazione del processo di rinnovo del parco ed un aumento significativo della domanda di macchine volta ad alimentare le flotte noleggio (fenomeno in progressiva diffusione nel nostro paese, con importanza crescente anche al sud). L'espansione del mercato è stata particolarmente intensa nella prima parte dell'anno, per poi mostrare un rallentamento nei mesi successivi (evidente soprattutto nel quarto trimestre). Sebbene tale andamento abbia determinato una moderazione del ritmo di crescita medio annuo, a consuntivo del 2007 le vendite di macchine movimento terra hanno superato le 30 mila unità (circa 1700 in più rispetto al massimo storico dell'anno precedente).

A trainare la crescita del mercato italiano sono stati principalmente miniescavatori, skidsteer loaders ed escavatori cingolati (vedi Figura 1.3). Pur a fronte di un rallentamento nel secondo semestre, sono queste le tipologie di macchine che maggiormente hanno alimentato le vendite in Italia nel corso del 2007. Nel loro complesso, queste tre linee di prodotto rappresentano poco meno dell'80% della domanda italiana di movimento terra. Il contributo maggiore, in termini di unità vendute, è offerto dalle macchine compatte. Nonostante una pressoché

totale battuta d'arresto nell'ultimo trimestre del 2007, la sostenuta crescita acquisita nei primi 9 mesi dell'anno ha consentito a questo comparto del mercato di segnare un nuovo massimo storico, con oltre 18 mila e 700 macchine vendute (di cui 14 mila miniescavatori). La domanda di macchine tradizionali, trainata da escavatori cingolati e pale cariatrici gommate, dopo la forte accelerazione del primo trimestre ha rallentato significativamente nei mesi successivi, attestandosi a consuntivo d'anno sulle 7 mila e 600 unità.



Figura 1.3: A sinistra un esempio di Miniescavatore; al centro un esempio di Pala Compatta; a destra un esempio di Pala Cingolata [2].

Un interessante cambio di dinamica ha interessato le terne (vedi Figura 1.4): dopo una fase di arretramento durata un quinquennio, nel 2007 le vendite in questo comparto hanno registrato un leggero incremento (+1.3%).



Figura 1.4: A sinistra un esempio di Terna; a destra un esempio di Sollevatore Telescopico [2].

Tale risultato è tuttavia ascrivibile al solo segmento delle terne rigide, che ha beneficiato di un forte rimbalzo di domanda nel terzo trimestre. Allo stato attuale non vi sono pertanto sufficienti elementi per prospettare l'inizio di una strutturale inversione di tendenza per il mercato di questo prodotto. In controtendenza rispetto alla dinamica del mercato complessivo sono risultate, invece, le vendite di sollevatori telescopici ( $-7\%$  rispetto al 2006, nonostante un leggero recupero negli ultimi mesi dello scorso anno).

	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Tradizionali (*)	7088	6684	7135	7608	7620	7490
var. %	11.3	-5.7	6.7	6.6	0.2	-1.7
Terne (*)	1830	1518	1380	1406	1415	1380
var. %	-17.7	-17.0	-8.6	1.3	0.6	-2.5
Compatte (*)	15224	15751	17372	18722	19300	19700
var. %	13.5	3.5	10.3	7.8	3.1	2.1
Totale (*) (**)	26138	25987	28434	30123	30766	31024
var. %	9.1	-0.6	9.4	5.9	2.1	0.8
Totale [ton] (**)	142052	134548	142190	150213	153637	154812
var. %	5.1	-5.3	5.7	5.6	2.3	0.8
Totale [milioni di euro] (**)	1167	1126	1218	1350	1408	1440
var. %	8.7	-3.5	8.2	10.8	4.3	2.3
(*) Unità fisiche						
(**) Compresi Sollevatori telescopici e Dumper (rigidi e articolati)						

Tabella 1.1: Il mercato italiano delle macchine movimento terra.

Il 2007 è stato caratterizzato da una forte crescita della domanda di macchine movimento terra anche nei paesi dell'Europa Occidentale diversi dall'Italia: con una accelerazione del  $+19.4\%$  in media d'anno, il mercato complessivo di quest'area ha quasi raggiunto le 175 mila macchine. Il consolidarsi dell'espansione economica ed il vigore dell'attività edilizia hanno favorito un ulteriore sviluppo della domanda di movimento terra. Nonostante una moderata decelerazione rispetto al 2006 (registrata principalmente in Germania, Francia e Spagna), i volumi di

attività costruttiva sviluppati in Europa Occidentale continuano ad aumentare a passo sostenuto (+3% l'incremento medio degli investimenti in edilizia stimato per il 2007). In questo contesto di dinamicità delle costruzioni, la forte richiesta di nuove macchine riflette anche una tendenziale accelerazione del ciclo di rinnovo del parco esistente, favorita dall'assorbimento di macchine usate da parte dei paesi dell'est europeo, fenomeno che, negli ultimi anni, sta assumendo proporzioni sempre più significative.

	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Europa Occidentale	142	154	175	205	210	215
var. %	17.8	8.3	13.4	17.2	2.6	2.2
Europa Occidentale (escl. Italia)	116	128	146	175	180	184
var. %	20.0	10.4	14.3	19.4	2.7	2.5
Europa Centro-Orientale e Turchia	12	18	26	41	55	69
var. %	42.8	54.0	46.6	56.9	34.1	25.2
Resto del Mondo	342	378	409	435	475	514
var. %	26.4	10.6	8.3	6.3	9.1	8.3
Totale Mondo	496	550	610	681	740	799
var. %	24.1	11.0	11.0	11.6	8.7	7.9
Domanda mondiale (*)	121.2	142.5	169.6	221.9	258.7	295.8
var. %	23.0	17.6	19.0	30.8	16.6	14.4
(*) Indice di domanda mondiale rivolta all'Italia (media 2000-2004 = 100)						

Tabella 1.2: Il mercato mondiale delle macchine movimento terra (migliaia di unità).

Grazie al combinarsi di questi fattori di sostegno alla domanda, tutti i principali mercati dell'area europea occidentale hanno registrato, nel corso del 2007, crescite a doppia cifra, mostrando grande dinamicità fin dai primi mesi dell'anno. I contributi più significativi sono venuti dai tre mercati maggiori: in primis Regno Unito (+26%), che ha superato le 40 mila macchine a consuntivo d'anno, Germania (+19%) e Francia (+17%). Il mercato spagnolo, invece, pur mettendo a segno

un nuovo massimo storico, ha registrato una progressiva decelerazione del ritmo di espansione in corso d'anno. Dal punto di vista delle tipologie di prodotto (tutte in crescita nel 2007), l'aumento del mercato è stato sostenuto principalmente da escavatori cingolati, mini e pale gommate. Degna di nota è inoltre la buona performance delle terne che, dopo anni di relativa stagnazione della domanda, hanno manifestato nuova vitalità recuperando livelli paragonabili a quelli di fine anni '90.

In un contesto di sostenuta dinamica dell'edilizia, nel 2007 il mercato movimento terra in Europa Centro-Orientale e Turchia si è confermato in forte espansione, superando la soglia delle 40 mila macchine (livello pari a 7 volte quello del 2000). Dopo la relativa stagnazione dei primi anni di questo decennio, tra il 2003 ed il 2007 gli investimenti in costruzioni nel complesso dell'est Europa sono aumentati del 60%, alimentati dalla carenza infrastrutturale che caratterizza molti paesi, non più sostenibile alla luce della fase di forte sviluppo economico attraversata in questi anni. A ciò si aggiunge la condizione di inadeguatezza del parco macchine esistente e la necessità di una maggiore meccanizzazione dell'edilizia. Questo è lo scenario alla base della forte accelerazione della domanda di macchine registrata in quest'area negli anni recenti. In particolare, nel 2007, a fronte di un aumento degli investimenti in costruzioni prossimo al 15%, la domanda di macchine movimento terra è aumentata di quasi 15 mila unità rispetto all'anno precedente. Il principale contributo a questa espansione proviene dal mercato russo, a cui si aggiungono quelli importanti di Polonia, Turchia e, in secondo luogo, Romania. Il 70% della crescita è alimentato da terne ed escavatori cingolati, macchine tipicamente associate alle fasi di prima meccanizzazione.

La vigorosa crescita economica dei paesi emergenti continua ad alimentare forti investimenti in costruzioni, riflettendosi in una intensa espansione della domanda di macchine movimento terra. Cina, India e America Latina (ma anche le altre aree mondiali in via di sviluppo) confermano la fase di forte accelerazione della domanda di macchine, necessaria a fronteggiare gli elevati volumi di attività costruttiva sviluppati. Nel 2007, l'incremento medio annuo delle vendite di mac-

chine movimento terra è risultato superiore al 60% in India e prossimo al 40% nelle altre principali aree emergenti. In particolare, la domanda cinese ha sfiorato la soglia delle 55 mila unità.

Un contributo fortemente negativo è, invece, venuto dal mercato statunitense, penalizzato dalla profonda crisi dell'edilizia residenziale. Il progressivo accentuarsi della crisi immobiliare ha provocato una consistente flessione degli investimenti in costruzioni negli Stati Uniti nel 2007. Di riflesso, la domanda di macchine movimento terra, che già nel 2006 era risultata in arretramento, ha subito una nuova pesante correzione (-22% nella media dello scorso anno): il mercato è così sceso ad un livello di 136 mila unità, 50 mila in meno rispetto al massimo toccato nel 2005.

Come risultato di queste dinamiche, nel 2007 il mercato mondiale del movimento terra ha raggiunto una dimensione di 680 mila macchine (+11.6% rispetto al 2006). Si è trattato del quinto anno consecutivo di crescita a doppia cifra: sebbene con un cambiamento nei mercati che hanno rivestito il ruolo di traino (sempre più impersonato dai paesi in via di sviluppo), tra il 2003 ed il 2007 l'incremento complessivo della domanda mondiale di macchine da costruzioni è stato prossimo al 90%.

I flussi di esportazioni di macchine e componenti di produzione italiana si sono confermati in forte aumento nel corso del 2007, grazie al vigore della domanda estera. Sia le esportazioni di macchine sia quelle di componenti hanno beneficiato principalmente dell'elevato sviluppo della domanda in Europa, area a cui è diretta la gran parte delle vendite di prodotti italiani all'estero. Complessivamente, nella media del 2007 le esportazioni italiane del settore sono stimate aver riportato una crescita del 16% in quantità e del 21.5% a valore.

La crescita del mercato interno ha mantenuto elevati i livelli di importazioni. Il contributo netto del commercio con l'estero si è tuttavia confermato ampiamente positivo, alimentando gran parte dell'incremento produttivo stimato per il 2007. Pur a fronte di importazioni di macchine stimate in aumento del 10% (in quantità), la produzione nazionale ha potuto beneficiare dell'elevata dina-

micità delle vendite all'estero e, seppure in misura più contenuta, della buona intonazione del mercato interno. La produzione di componenti è stata invece alimentata prevalentemente dalle vendite estere. Dopo alcune difficoltà nei mesi iniziali, caratterizzati da un'offerta sottodimensionata rispetto alle forti richieste del mercato, la produzione ha preso forte slancio in corso d'anno. Nella media del 2007 i livelli produttivi del settore italiano del movimento terra (per il complesso di macchine e componenti) sono stimati aver registrato una crescita prossima al 15% in quantità e al 20% a valore, raggiungendo circa 4.6 miliardi di euro.

	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Macchine [ton]	205487	217538	291146	349376	382840	411541
var. %	10.0	5.9	33.8	20.0	9.6	7.5
Componenti [ton] (*)	306393	340096	352000	397760	427997	457017
var. %	16.0	11.0	3.5	13.0	7.6	6.8
Totale [ton]	511880	557634	643146	747136	810838	868557
var. %	13.5	8.9	15.3	16.2	8.5	7.1
Totale [milioni di euro]	1795	2040	2410	2928	3248	3541
var. %	16.6	13.6	18.2	21.5	10.9	9.0
(*) Compresse macchine incomplete e cingolature						

Tabella 1.3: Le esportazioni italiane.

Per il biennio 2008-2009 si prospetta un rallentamento dell'attività economica internazionale. Dopo la forte espansione del 2006-2007, quando il Pil mondiale è aumentato ad un tasso medio annuo superiore al 5%, lo sviluppo dell'economia internazionale è previsto attestarsi su ritmi più moderati, prossimi al 4–4.5%. La decelerazione sarà più consistente nell'anno in corso, quando la crescita è attesa subire una riduzione di circa un punto percentuale rispetto al 2007. Il rallentamento, guidato dagli Stati Uniti, avrà ripercussioni maggiori per l'Uem. Quest'ultima, infatti, sarà penalizzata non solo dagli effetti di riduzione dell'assorbimento USA e dell'apprezzamento dell'euro, ma anche da una possibile maggiore difficoltà di rientro dalle tensioni sul mercato del credito (rispetto a quanto sta avvenendo

sul mercato americano). Per quanto riguarda i paesi in via di sviluppo, invece, i rischi di bruschi arresti nella crescita rimangono bassi. In particolare, il processo di integrazione commerciale che vede aumentare gli scambi intra-area tra i paesi asiatici consentirà di scongiurare significativi contraccolpi del rallentamento su queste economie. Saranno pertanto i paesi emergenti ad evitare la recessione dell'economia mondiale, assumendone un ruolo di traino. Nel 2009, a fronte della progressiva uscita dalla crisi dell'economia americana (comunque in crescita a tassi inferiori al potenziale), si potrà assistere ad una nuova significativa accelerazione del commercio internazionale, che consentirà al Pil mondiale di registrare una crescita annua di poco inferiore al 4.5%. Questo scenario non è, tuttavia, esente da rischi, legati prevalentemente al timore che la crisi dell'economia USA sfoci in una recessione (intesa come una contrazione dell'attività economica in media d'anno per il 2008), a cui si affiancano timori inflazionistici a livello mondiale.

	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Produzione (*)	250576	255012	307000	357871	389172	416861
var. %	9.3	1.8	20.4	16.6	8.7	7.1
Importazioni (**)	210459	209697	239764	264220	275949	281963
var. %	11.1	-0.4	14.3	10.2	4.4	2.2
Esportazioni (**)	205487	217538	291146	349376	382840	411541
var. %	10.0	5.9	33.8	20.0	9.6	7.5
Assorbimento apparente	255548	247171	255618	272715	282280	287283
var. %	10.2	-3.3	3.4	6.7	3.5	1.8
Vendite mercato interno (***)	142052	134548	142190	150213	153637	154812
var. %	5.1	-5.3	5.7	5.6	2.3	0.8
(*) Macchine complete e incomplete al netto di componenti e ricambi						
(**) Macchine complete compreso l'usato						
(***) Escluso l'usato e la doppia contabilizzazione delle macchine incomplete						

Tabella 1.4: La produzione italiana di macchine movimento terra (tonnellate).



Il quadro prospettico per il mercato mondiale delle macchine movimento terra rimane molto positivo anche per il biennio 2008-2009, sebbene con ritmi di crescita che potranno attestarsi su livelli lievemente più moderati rispetto all'ultimo quinquennio. L'espansione dell'edilizia mondiale è prevista confermarsi sostenuta nel prossimo futuro, grazie soprattutto al contributo dell'attività sviluppata nei paesi emergenti. Questi ultimi saranno i protagonisti assoluti della crescita stimata per il 2008, mentre nel 2009, a fronte di un possibile recupero del settore statunitense delle costruzioni, il ruolo dei paesi industrializzati tornerà ad essere moderatamente più significativo. In entrambi gli anni del periodo di previsione, comunque, la sola Cina dovrebbe alimentare circa il 40% dell'incremento complessivamente atteso per gli investimenti in costruzioni a livello mondiale. Una così elevata dinamica costruttiva sosterrà pertanto ancora un forte aumento della domanda di macchine movimento terra sul mercato cinese che sarà, insieme a quello dell'Europa Centro-Orientale e Turchia, il maggiore artefice dell'espansione della domanda mondiale di macchine nel biennio 2008-2009. In particolare, i paesi dell'est europeo (con la Russia protagonista di un vero e proprio boom) beneficeranno degli effetti di impulso al mercato derivanti dalla necessità di sviluppare nuove infrastrutture, di adeguare il patrimonio abitativo, oltre che dall'intensificarsi della meccanizzazione dell'edilizia. I nuovi investimenti saranno sostenuti, oltre che da una consistente e regolare crescita economica nella maggior parte dei paesi dell'area, dal maggiore afflusso di capitali stranieri successivo all'ingresso di alcuni di essi nell'Unione Europea e dal contributo dei fondi comunitari. L'Europa Occidentale risentirà, invece, di una decelerazione nell'espansione degli investimenti in edilizia, che si rifletterà in un ancora più deciso rallentamento per quanto riguarda la domanda di macchine movimento terra. Dopo un quadriennio 2004-2007 di crescite a doppia cifra, grazie alle quali il mercato di quest'area (Italia esclusa) è passato da poco meno di 100 mila unità alle quasi 175 mila del 2007, il ritmo di espansione medio annuo è previsto attestarsi al 2.5% nel biennio 2008-2009. I contributi maggiori verranno da Regno Unito, Germania e, con un peso più rilevante nel 2009, Francia. In Spagna, dove più intenso è stato il

boom immobiliare degli ultimi anni, il rallentamento dovrebbe manifestarsi con più forza, fino a far registrare, nel 2009, una flessione della domanda di macchine movimento terra. Tra gli altri grandi mercati industrializzati si prospetta un progressivo recupero di quello statunitense, che potrà sperimentare una accelerazione più significativa nel 2009, grazie anche al sostegno di un ciclo di sostituzioni.

Per il 2008 si prevede una dinamica ancora positiva per il mercato italiano: l'espansione dovrebbe, tuttavia, essere più contenuta (prossima al +2% in media d'anno) rispetto a quelle registrate nel recente passato. Un'ulteriore e più decisa decelerazione è attesa per il 2009. La dinamica espansiva della domanda di macchine sarà frenata da un progressivo rallentamento dell'attività costruttiva (che si manterrà comunque positiva, grazie principalmente al supporto del comparto non residenziale e del Genio Civile, a fronte di un rallentamento del residenziale). La minore crescita prevista per l'attività economica generale e le incertezze della situazione politica produrranno, inoltre, un peggioramento del clima di fiducia tra gli operatori. Si prospettano pertanto comportamenti di acquisto più orientati alla prudenza, con una fase di maggiore esitazione nei primi mesi dell'anno ed un progressivo recupero della domanda a partire dalla primavera. A consuntivo del 2008 le vendite di macchine potrebbero così arrivare a superare le 30 mila e 700 unità. Il rallentamento del mercato è previsto manifestarsi con maggiore intensità nel 2009.

Nel complesso dei mercati mondiali le vendite di macchine sono attese aumentare dell'8.7% nel 2008, per poi rallentare moderatamente ad un ritmo di poco inferiore all'8% nel 2009. Il mercato mondiale potrà così sfiorare, il prossimo anno, la soglia delle 800 mila macchine, livello pari al doppio di quello del 2003.

Il rallentamento della domanda atteso in Europa Occidentale, principale area di destinazione delle esportazioni italiane, si rifletterà in una moderazione della dinamica delle vendite all'estero di macchine e componenti di produzione italiana. Sebbene su ritmi più contenuti di quelli sperimentati nel biennio 2006-2007 (+15.8% medio annuo), le esportazioni italiane del settore confermeranno comunque la fase di buona espansione di cui sono protagoniste dal 2004: la crescita

prevista (in quantità) è dell'8.5% per il 2008 e del 7% per il 2009. Le esportazioni potranno così raggiungere un valore di 3.5 miliardi di euro nell'ultimo anno di previsione.

	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Produzione di macchine [ton]	250576	255012	307000	357871	389172	416861
var. %	9.3	1.8	20.4	16.6	8.7	7.1
Produzione di comp. [ton]	312809	346625	364000	411680	442832	472589
var. %	15.9	10.8	5.0	13.1	7.6	6.7
Totale [ton]	563385	601637	671000	769551	832004	889450
var. %	12.9	6.8	11.5	14.7	8.1	6.9
Totale [milioni di euro]	3097	3370	3847	4628	5104	5538
var. %	16.8	8.8	14.2	20.3	10.3	8.5

Tabella 1.5: Produzione e valore della produzione italiana.

Nel biennio 2008-2009, la più debole evoluzione del mercato interno, a cui si affiancherà un rallentamento delle importazioni, rafforzerà il ruolo delle vendite estere quale fattore di traino per l'attività produttiva nazionale. Dopo le brillanti performance degli ultimi anni, la produzione, nel complesso di macchine e componenti, è prevista ancora in crescita ad un tasso dell'8% nel 2008 e prossimo al 7% nel 2009 (in quantità). In termini di valore la crescita attesa è prossima rispettivamente al 10% e 8.5%, fino a raggiungere i 5.5 miliardi di euro nel 2009.

Come già scritto all'inizio di questo paragrafo, l'analisi riportata si basa sui dati attualmente disponibili e riguardanti il primo trimestre del 2008. L'acuirsi della crisi economico/finanziaria sembra non permettere il rispetto delle previsioni fatte.

## 1.2 Sicurezza sul lavoro

Secondo l'Ufficio Internazionale del Lavoro (ILO) ogni anno 2.2 milioni di persone muoiono o non sono più in grado di lavorare a causa di incidenti o malattie

legate al mondo del lavoro [3, 4]. Una consistente percentuale di questi incidenti avviene nei processi di movimentazione ed interazione tra macchine operatrici di grosse dimensioni ed operatori umani. Le cause possono essere diverse e complesse. Sicuramente, come messo in evidenza dall'ILO, uno dei problemi principali va ricercato nel livello inadeguato di interazione tra la macchina operatrice e l'operatore che la governa. In questo senso l'automazione ha acuito il fenomeno perché in molti casi ha reso indipendente la macchina operatrice rispetto all'operatore che ha visto ridotto il proprio ruolo di vigilanza.

Per facilitare il compito dell'operatore sono stati sviluppati negli ultimi decenni sistemi di tipo master-slave [5]: master è il sistema con cui interagisce l'operatore, che svolge il ruolo di interfaccia tra l'uomo e la macchina; la macchina operatrice vera e propria è detta slave. I due moduli comunicano reciprocamente implementando ciò che viene detta telemanipolazione. Malgrado esistano molti studi riguardanti questo argomento come si evince da una copiosa bibliografia, l'aspetto della sicurezza non è stato ancora affrontato con completezza. Per questo motivo la sicurezza nella telemanipolazione robotica è stata inserita tra le priorità della Piattaforma Tecnologica sulla Robotica per la formalizzazione del VII Programma Quadro dell'Unione Europea [6].

I sistemi di tipo master-slave per azionare macchine operatrici di grosse dimensioni o sistemi di movimentazione in generale non sono dotati di sistemi master intuitivi e facilmente interagenti con l'operatore. Ciò comporta una difficoltà non trascurabile nella possibilità di guidare efficacemente lo slave a discapito della sicurezza. Inoltre sono pochi gli esempi di sistemi di controllo pensati appositamente per incrementare la sicurezza, sistemi che possano agire a livello di master, a livello di slave o nella comunicazione tra i due: nel primo caso dovrebbero essere in grado di 'guidare' l'operatore evitandogli operazioni pericolose attraverso sistemi aptici (vale a dire sistemi con ritorno di forza); nel secondo caso dovrebbero limitare lo spazio di lavoro dello slave in funzione di situazioni pericolose dovute all'ambiente con cui interagisce od alla dinamica stessa della macchina operatrice; nel terzo caso dovrebbero filtrare ed elaborare le informazioni che master e slave

si scambiano al fine di aumentare la sensibilità dell'operatore.

Una macchina operatrice complessa può essere suddivisa in due moduli operanti in concomitanza: il modulo slave ed il modulo master. Il modulo slave è rappresentato dalla macchina operatrice che interagisce con l'ambiente ed esegue il task specifico (escavatori, robot teleguidati, gru, sistemi trasporto); il modulo master è rappresentato dal sistema con cui interagisce l'operatore per teleguidare il sistema slave (joystick, console, teaching box, interfacce aptiche).

Le problematiche in gioco, inoltre, aumentano di complessità nel caso di ambienti estremamente pericolosi per l'operatore, come nel caso delle macchine movimento terra operanti in miniere, delle unità semoventi di trivellazione e trasporto, delle gru di grosse dimensioni, della telemalipolazione in ambienti nocivi [7, 8, 9, 10].

Al fine di ridurre i rischi legati all'utilizzo di queste macchine, alcuni studiosi orientano il loro lavoro nella direzione di rendere autonome le operazioni svolte dalla macchina, basandosi sullo sviluppo di modelli cinematici e dinamici delle macchine al fine di pianificare e svolgere le operazioni richieste [11].

Vähä e Skibniewski [12] presentano un modello dinamico di un escavatore sviluppato con le equazioni di Newton ed Eulero per poterne descrivere il moto, inoltre, propongono un sistema di controllo [13] che, in maniera autonoma, può modificare la traiettoria della benna, precedentemente pianificata, in funzione della resistenza del terreno. Koivo [14] espone l'analisi cinematica diretta ed inversa di un escavatore e, successivamente, con Thoma et al. [15] propone un modello dinamico del mezzo, migliorando quello di Vähä e Skibniewski [12]. Questo modello ha in input le forze generate dall'azione degli attuatori idraulici e in output la posizione e l'orientazione della benna. Towarek [16] propone lo studio della dinamica di un escavatore usando le equazioni di Lagrange e considerando il veicolo come insieme di più corpi rigidi interconnessi fra loro. Nel modello si tiene conto del cedimento del terreno secondo Kelvin-Voigt. Guangfu Sun e Michael Kleeberger [17] propongono lo sviluppo di un modello di autogrù idraulica che permetta di determinare le deformazioni elastiche e il moto della

struttura, inoltre riportano delle simulazioni riguardanti la rotazione del braccio in determinate condizioni di lavoro. Successivamente, Guangfu Sun e Jie Liu [18] presentano i risultati di simulazioni ottenute utilizzando il modello dinamico descritto nel lavoro precedente con lo scopo di determinare la risposta dinamica della gru durante il moto del braccio. Posiadala [19] presenta il modello dinamico di un carro gru e del carico sollevato, considerando l'elasticità del supporto. Geu Flores et al. [20] hanno sviluppato un metodo per determinare lo spazio di lavoro di un escavatore e la forza massima esercitata dalla benna. Tale metodo è basato sul concetto di '*kinematical transformers*' per trovare una soluzione in forma chiusa per la cinematica della macchina. Frimpon et al. [21] hanno sviluppato un modello dinamico della benna sfruttando le equazioni di Newton ed Eulero. Papadopoulos et al. [22] propongono l'analisi del comportamento dinamico di un manipolatore idraulico, mettendo insieme il modello matematico di ogni singolo componente in cui hanno suddiviso il sistema complessivo. Dopo aver validato il modello con prove sperimentali propongono un controllore per il moto dell'endpoint del manipolatore. Abo-Shanab e Sepehri [23] propongono un modello di un escavatore idraulico per studiarne il ribaltamento, tenendo in considerazione la dinamica della base, il sistema costituito dalle sospensioni e dall'interazione dei pneumatici col terreno, l'attrito fra pneumatici e terreno e il funzionamento degli attuatori idraulici. Tan et al. [24] propongono uno studio per permettere al controllore dell'escavatore di stimare in tempo reale le caratteristiche principali del terreno su cui opera, in modo da migliorare le operazioni di scavo evitando di danneggiare la struttura per sovraccarichi. Park et al. [25] analizzano un altro aspetto importante per le macchine movimento terra, ossia, le oscillazioni del braccio. Queste, oltre a ridurre il comfort per l'operatore, possono causare l'urto del braccio stesso con l'ambiente circostante, durante la fase di carico-scarico.

Altri autori propongono un software grazie al quale vengono simulati i movimenti dell'operatore, valutato il grado di pericolosità di questi e, infine, generata la sequenza di lavoro ottimale [26]. Tali studi hanno condotto da un lato alla progettazione di macchine nelle quali il fattore umano [27] è considerato in termini

globali, e dall'altro all'implementazione di sistemi di monitoraggio dei lavoratori sul cantiere con l'introduzione di sensori di posizione che inviano i propri dati ad un supervisore che riconosce le situazioni pericolose e, di conseguenza, previene gli incidenti [28].

Nel campo della movimentazione pesante e nei cantieri tale processo ha portato alla semiautomatizzazione dei movimenti. Implementazioni di tali sistemi si possono trovare applicati alle gru industriali come per esempio in Rosenfeld [29] e Rosenfeld et al. [30]. Tuttavia bisogna sottolineare come il processo di automatizzazione sia possibile solamente laddove la macchina automatica si trovi ad operare in un ambiente fortemente strutturato e in processi praticamente deterministici. In ambienti non strutturati, un sistema completamente automatizzato risulta di difficile applicazione in quanto la macchina da sola non può reagire in tempi brevi ad eventi inattesi. Una possibile soluzione può derivare dall'introduzione di sistemi di teleoperazione innovativi. I sistemi di telecontrollo attuali permettono infatti ad un operatore di realizzare operazioni in posizioni differenti da quella in cui egli si trova e quindi con molti vantaggi in termini di sicurezza. Negli ultimi dieci anni si è registrata una notevole evoluzione dei sistemi di telecontrollo.

Hainsworth in [7] presenta un sistema di telemanipolazione per robot da miniera. Tutti i sistemi di teleoperazione possiedono le seguenti caratteristiche: l'interfaccia operatore, che incorpora un dispositivo master di input con il quale l'operatore impartisce i comandi allo slave; il dispositivo slave che risponde ai comandi impartiti operando sul sito remoto; un sistema di comunicazione tra il master e lo slave. Il master può essere sia passivo che attivo. Nel primo caso è costituito da un semplice sistema meccanico con caratteristiche cinematiche simili a quelle dello slave ma privo di qualsiasi sistema di attuazione. In tal modo il master segue passivamente i movimenti imposti dall'operatore e questi movimenti vengono poi riprodotti dallo slave [31].

In alcuni ambiti [32] nei quali non è richiesta precisione e sicurezza nei movimenti, il solo feedback visivo può risultare sufficiente. In altri ambiti invece, il feedback di forza associato a quello visivo risulta indispensabile. Tafazoli et al. in

[33] presentano un sistema di controllo per la telemanipolazione applicato al settore delle macchine movimento-terra. L'operatore, agendo sui comandi del master riesce a percepire la consistenza del terreno e in tal modo è in grado di distinguere la presenza o meno di tubazioni o altri oggetti pericolosi con il quale interagisce lo scavatore. Goldenberg et al. in [34] presentano un sistema di controllo master-slave con ritorno di forza applicato alle macchine operatrici forestali. Idealmente l'operatore dovrebbe avere la sensazione di interagire direttamente con l'oggetto da manipolare, e perciò il master dovrebbe risultargli 'trasparente'. Molti autori come Lawrence [35] hanno affrontato il problema della trasparenza. Quest'ultima dipende da molteplici aspetti. Tra di essi risultano fondamentali le caratteristiche del sistema di controllo, quelle del canale di trasmissione tra il master e lo slave e, chiaramente, le proprietà meccaniche del dispositivo master. Il sistema di controllo, infatti, deve essere in grado di riprodurre i segnali campionati sullo slave garantendo nel contempo la stabilità dell'intero sistema. Nei sistemi con feedback di forza (force reflecting) il ritardo nella trasmissione dei segnali tra master e slave influenza in modo diretto la stabilità dell'anello di controllo. Quando i ritardi sono elevati il feedback di forza non è più possibile ed è necessario ricorrere a sistemi di telecontrollo più evoluti [32]. Per quanto concerne il master, non è fisicamente possibile realizzare un dispositivo che soddisfi le caratteristiche di trasparenza in tutto lo spettro di frequenza. Di conseguenza il dispositivo master deve essere progettato per garantire il massimo delle prestazioni di trasparenza nello spettro di frequenze di interesse. Nei sistemi di controllo master-slave industriali, le forze in gioco sono elevate e in genere vengono opportunamente scalate. I dispositivi master possono essere caratterizzati in base ai gradi di libertà della loro struttura meccanica e in base alla presenza oppure no del feed-back di forza. In Dennerlein et al.[36] viene presentato un sistema per esplorazione di fondali marini dove vengono riprodotte le interazioni tra end-effector e fondale marino su di un master realizzato con una replica scalata dello slave. Applicazioni di questo tipo relative alle macchine operatrici si possono trovare anche in Tafazoli et al [33]. Il feedback di forza è generato dai sensori disposti sullo slave, ma può essere anche creato



artificialmente dal sistema di controllo, al fine di servire come strumento di guida all'operatore durante il funzionamento della macchina. In campo industriale tale forza virtuale può prevenire movimenti pericolosi delle macchine operatrici, come nel caso delle macchine forestali nelle vicinanze di linee elettriche ad alta tensione [34].

Talvolta l'operatore non ha la possibilità di rimanere in posizione remota rispetto allo slave. E' il caso di alcune operazioni di posizionamento per le macchine operatrici di cantiere o di certi processi industriali di assemblaggio, nei quali l'abilità e la destrezza dell'operatore non sono riproducibili né mediante un sistema master-slave né tantomeno, tramite un processo completamente automatico. In tutti questi casi l'uomo e la macchina sono costretti a condividere lo spazio di lavoro. In Kazerooni [37], vi è un esempio di questi dispositivi, detti 'extenders' o 'collaborative robots'. Opportuni sensori disposti sui link terminali delle macchine misurano le forze di comando impresse e permettono all'operatore di manovrarle. Il sistema di controllo della macchina non solo deve essere affidabile, stabile e robusto ma deve limitarne dinamicamente i movimenti al fine di ridurre la componente inerziale delle forze di interazione con l'operatore umano. Il comportamento dinamico e la variabilità delle caratteristiche dell'operatore determinano in modo critico le prestazioni del sistema (Colgate et al. [38]). Ne deriva la necessità di caratterizzare l'operatore all'interno dell'anello di controllo. Hajian in [39] ha affrontato tale problema in sistemi ad un grado di libertà ottenendo risultati pressoché simili.

### 1.3 Obiettivi del lavoro

L'obiettivo del Progetto di Ricerca Nazionale, all'interno del quale è stato sviluppato il presente lavoro, consiste nell'individuare, studiare e realizzare sistemi mecatronici in grado di aumentare il grado di sicurezza nell'interazione tra l'uomo e la macchina, rendendone anche più semplice ed intuitivo l'utilizzo.

In particolare, lo sviluppo di un sistema di teleoperazione che permetta di evi-

tare l'innescarsi di situazioni di pericolo nel funzionamento della macchina rende necessario definire i modelli cinematico e dinamico della macchina operatrice. Infatti, grazie ad un modello dinamico della macchina e alle informazioni provenienti da opportuni sensori, il modulo del controllore supervisore (SSC, Slave Supervisor Controller) risulta in grado di identificare, in real time, la configurazione assunta dallo slave, permettendo di prevederne le condizioni di instabilità e di generare segnali sul master per consentire all'operatore di evitarle.

I segnali generati sul master, mediante una retroazione di forza, consentono all'operatore di avvertire in maniera intuitiva l'insorgere dei fenomeni di instabilità inducendolo a non comandare gli attuatori che porterebbero la macchina in condizioni di pericolo.

Al fine di raggiungere questo obiettivo, il presente studio propone lo sviluppo di un modello cinematico e dinamico di un determinato slave. La tipologia di macchina movimento terra presa in considerazione è il 'Sollevatore Telescopico'. Tale scelta è stata dettata dal fatto che una nota azienda del settore ha gentilmente fornito i dati tecnici di questo tipo di veicolo. Comunque i modelli sviluppati risultano di carattere generale in modo da poter essere facilmente applicabili a qualsiasi tipo di macchina movimento terra e sono stati implementati in un simulatore al fine di individuare le configurazioni di instabilità del mezzo in fase operativa, sia in campo statico che dinamico.

Si è proceduto, quindi, ad una semplificazione dei modelli cinematici e dinamici della macchina per consentirne l'implementazione in sistemi di controllo real-time. A tal fine, sono stati individuati gli algoritmi di semplificazione ed un numero limitato di variabili da monitorare durante il funzionamento della macchina, dalla cui misura è possibile ottenere una stima sufficientemente attendibile della vicinanza di eventuali condizioni di instabilità. Inoltre, sono stati definiti, nel caso di modelli semplificati in campo statico, i diagrammi di carico della macchina che indicano, al variare del peso del carico da sollevare, il corrispondente campo di lavoro della macchina stessa.

## Capitolo 2

### Sollevatore Telescopico



Figura 2.1: Esempio di Sollevatore Telescopico di tipo frontale [2].

Il sollevatore telescopico è caratterizzato dall'aver un braccio costituito da più sfilì che scorrono l'uno all'interno dell'altro. La variazione di inclinazione del braccio è dovuta all'azione di un apposito attuatore idraulico, detto di sollevamento. Un secondo attuatore idraulico, detto di compensazione, affianca il primo e permette di mantenere l'inclinazione dell'attrezzatura costante (rispetto all'asse longitudinale della macchina) durante la variazione del solo angolo di inclinazione del braccio per evitare la caduta del carico dall'attrezzatura stessa. In ogni caso, tale attuatore non impedisce all'operatore di svolgere movimenti combinati come la variazione contemporanea dell'inclinazione e dell'estensione del braccio e dell'inclinazione dell'attrezzatura. La traslazione di uno sfilo rispetto al precedente è garantita da un attuatore idraulico, detto di estensione, interno al braccio e collegato ad una estremità al braccio di base (ossia allo scatolato di acciaio esterno, incernierato al telaio della macchina e al cui interno sono alloggiati i vari sfilì) e all'altra estremità al primo sfilo. Il moto degli sfilì successivi è garantito da catene, dette di estensione o di ritrazione a seconda del verso del moto stesso. La variazione dell'inclinazione dell'attrezzatura è garantita da un apposito attuatore idraulico posto all'estremità superiore dell'ultimo sfilo. Grazie alla disponibilità di molteplici attrezzature, il sollevatore telescopico risulta essere una macchina polivalente. Può svolgere lavori di movimentazione di materiale pallettizzato, di sollevamento di persone ed attrezzature, di impiego del verricello, di montaggio di pannelli e vetrate, di miscelazione e getto del calcestruzzo, di movimentazione in galleria. Quindi, i campi di impiego variano da quello dell'edilizia, al restauro, alle costruzioni, alla manutenzione dei ponti, alle cave, alle miniere, al trattamento dei rifiuti. Diverse case produttrici (come Merlo, Komatsu e Manitou [2, 40, 41]) offrono sul mercato una tipologia di sollevatore telescopico detto frontale (vedi Figura 2.1) in quanto non presenta la torretta girevole, quindi, il piano su cui lavora il braccio, una volta posizionata la macchina, rimane fisso. Vi sono modelli appartenenti a questa categoria che sono privi di stabilizzatori in quanto hanno un braccio, costituito da due soli sfilì, che consente di raggiungere un'altezza di sollevamento limitata di circa 9 metri, con una capacità di carico di circa

3,5 tonnellate. All'aumentare delle prestazioni si hanno modelli che presentano due stabilizzatori anteriori in modo da avere un poligono di appoggio più grande che garantisca una maggiore stabilità. Come si può vedere in Figura 2.2, Merlo propone alcuni modelli in cui la parte superiore del telaio e, con essa, il braccio telescopico, possono essere traslati lateralmente rispetto all'asse longitudinale della macchina, senza bisogno di riposizionarla.

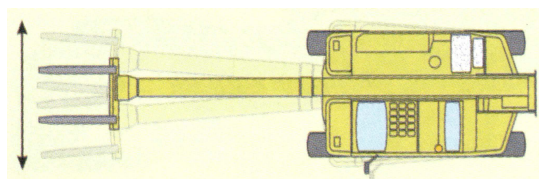


Figura 2.2: Traslazione laterale del braccio [40].

Un'altra tipologia di sollevatore telescopico (vedi Figura 2.3) è quella con torretta girevole, che può ruotare di  $360^\circ$  così da permettere all'operatore di raggiungere qualunque punto di lavoro intorno alla macchina, senza il bisogno di doverla riposizionare. La cabina è studiata in modo da garantire la massima visuale all'operatore tanto da essere, in alcuni casi, inclinabile verso l'alto. Per poter garantire una stabilità uniforme durante la rotazione della torretta, viene creata una base di appoggio con l'utilizzo di quattro stabilizzatori telescopici a forbice. Le diverse configurazioni di lavoro consentite, grazie agli stabilizzatori completamente sfilati o in posizione intermedia, permettono di lavorare anche in cantieri stretti.



Figura 2.3: Esempi di Sollevatore Telescopico con torretta girevole [40, 41].

Da un punto di vista strettamente tecnico, questi modelli possono essere definiti come l'evoluzione di due tipologie di macchine già esistenti, il sollevatore telescopico frontale e la gru mobile, permettendo di superarne le limitazioni d'impiego. Offrono un'eccezionale manovrabilità, sono polivalenti e, grazie al loro braccio telescopico porta-attrezzi, sono un'ottima soluzione nel lavoro in cantiere. Questi modelli hanno capacità di carico fino a circa 5 tonnellate ed hanno altezze di sollevamento che permettono di superare i 30 metri. Dispongono di quattro ruote motrici e di tre modalità di sterzata (vedi Figura 2.4). Il modo di sterzata viene selezionato in funzione del tipo di terreno e del tipo di lavoro da eseguire. Durante la circolazione stradale è obbligatorio usare la tipologia *a due ruote*, che consente di sterzare variando l'angolo di sterzata delle sole ruote anteriori, mentre rimane nullo quello delle posteriori. La tipologia *a quattro ruote sterzanti in discordanza di fase*, detta anche sterzata in tondo, permette di compiere delle curve di raggio minore rispetto al caso precedente, in quanto l'angolo di sterzata delle ruote anteriori risulta essere uguale a quello delle ruote posteriori, ma di segno opposto. Infine, si ha la tipologia *a quattro ruote sterzanti in concordanza di fase*, detta anche sterzata a granchio, che permette di compiere traslazioni laterali, in quanto l'angolo di sterzata delle ruote anteriori risulta essere uguale a quello delle ruote posteriori.

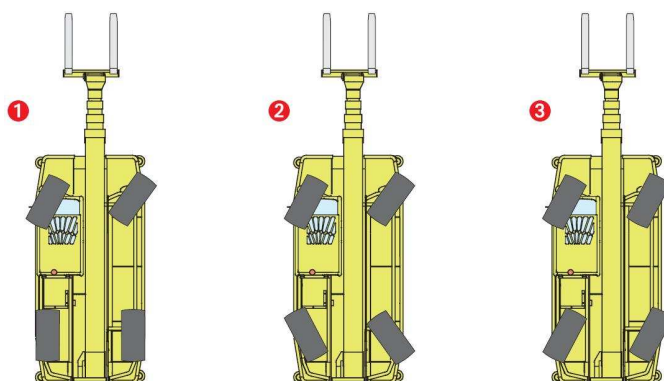


Figura 2.4: L'immagine n°1 rappresenta la modalità di sterzata a due ruote sterzanti; l'immagine n°2 rappresenta la modalità di sterzata in tondo e l'immagine n°3 la modalità di sterzata a granchio.

Queste macchine possono avere applicazioni particolari. Merlo ha proposto un modello che, grazie ad un apposito dispositivo, può trasformarsi da macchina operatrice stradale a ferroviaria, come si può vedere in Figura 2.5. Il passaggio da una configurazione all'altra avviene idraulicamente con comando diretto da cabina che permette il posizionamento di due assali ferroviari. Le dimensioni della macchina rientrano nella sagoma limite delle Ferrovie Internazionali.



Figura 2.5: Applicazione ferroviaria di un Sollevatore Telescopico [40].

La stessa azienda propone un sistema per la presa, movimentazione e posa in opera delle centine di armamento in galleria (vedi Figura 2.6). Questo modello presenta un braccio telescopico orientabile con piattaforma porta-persone montato sul braccio principale tramite un supporto autolivellante. Questa soluzione offre l'operatività contemporanea ma indipendente di due bracci distinti, così da permettere di raggiungere dalla piattaforma tutti i punti di lavoro senza dover movimentare il braccio principale impiegato per il sollevamento del carico.



Figura 2.6: Applicazione di un Sollevatore Telescopico in galleria [40].

## 2.1 Problematiche legate alla stabilità

Per le macchine movimento terra in generale la stabilità è un argomento molto importante. Prendendo in esame i sollevatori telescopici, si hanno molti fattori che possono concorrere a renderli instabili. Situazioni di pericolo si possono verificare durante gli spostamenti su pendii con o senza la presenza di carico. Le condizioni atmosferiche sfavorevoli, come la nebbia e la pioggia, potrebbero innescare scivolamenti, inoltre, se il carico dovesse offrire grandi superfici e l'estensione del braccio dovesse raggiungere i limiti massimi, si creerebbe un effetto vela, che potrebbe provocare il ribaltamento della macchina a causa del vento. Se il terreno dovesse essere gelato o innevato, il mezzo potrebbe non rispondere più con precisione ai comandi direzionali impressi dal volante e, in presenza di molta neve, eventuali ostacoli potrebbero risultare nascosti. È molto importante tener presente la natura del terreno perché, soprattutto in prossimità dei bordi dei fossi, delle scarpate, degli scavi, si possono verificare cedimenti del suolo dovuti al peso della macchina, alle vibrazioni che può trasmettere al terreno e all'effetto di rullatura dei pneumatici. È fondamentale anche la procedura con cui si carica il materiale e la conoscenza da parte dell'operatore delle caratteristiche dello stesso, come la posizione del baricentro, in modo da evitarne l'instabilità sull'attrezzatura.

### 2.1.1 Sistemi di controllo della stabilità

Le varie case produttrici hanno reagito al problema della stabilità introducendo diversi sistemi di sicurezza. Komatsu [2], come altre aziende, ha adottato un dispositivo di controllo della stabilità che, con allarme acustico e visivo, avverte l'operatore del progressivo avvicinarsi del limite di stabilità, qualora la configurazione del veicolo in fase operativa non dovesse essere quella ideale per la sicurezza. Inoltre, utilizza un sistema anti-ribaltamento che blocca automaticamente i movimenti aggravanti, consentendo solo il rientro degli sfilii del braccio. Per far sì che il braccio lavori sempre in un piano verticale, Komatsu offre la possibilità di



dotare i propri mezzi di un sistema che consenta il livellamento trasversale del telaio con una inclinazione massima di  $\pm 10^\circ$ . Per garantire un corretto livellamento si utilizza una livella a bolla d'aria posta all'interno della cabina. Merlo [40] permette la possibilità di disporre di sospensioni sul braccio telescopico o di sospensioni attive a controllo elettronico sull'assale anteriore (vedi Figure 2.7 e 2.8).



Figura 2.7: Sospensioni 'attive' sul braccio di sollevamento [40].

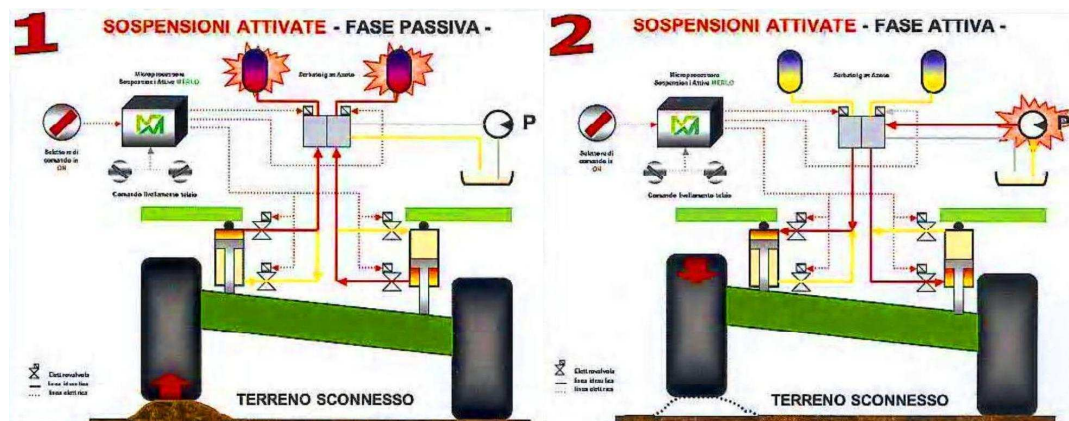


Figura 2.8: Sospensioni 'attive' sull'assale anteriore [40].

Questi sistemi assicurano un'efficace azione di sospensione, indipendentemente dal carico, migliorando la dinamica del veicolo e, di riflesso, garantendo una maggiore stabilità. Il sistema di sospensioni sul braccio adotta smorzatori di pressione, operanti sul cilindro idraulico di sollevamento, i quali offrono un'efficace

azione di riduzione delle sollecitazioni che vengono trasmesse al carico durante le fasi di lavoro. Le sospensioni attive utilizzano i cilindri idraulici del correttore di inclinazione trasversale e operano grazie all'integrazione omogenea ed equilibrata di un sistema di smorzamento idropneumatico con un dispositivo di controllo elettronico gestito da microprocessore. In generale, si cerca di ottenere un baricentro complessivo della macchina il più basso possibile proprio a vantaggio di una maggiore stabilità.

Per quanto riguarda i sollevatori telescopici a cabina rotante, Manitou [41] equipaggia i propri modelli con un limitatore di momento di carico in grado di memorizzare diagrammi specifici per ciascun accessorio montato, di analizzare il peso e la posizione del carico nello spazio e di individuare la configurazione di lavoro della macchina. Confronta l'insieme dei dati con i diagrammi di carico memorizzati e, in caso di sovraccarico, provoca l'interruzione automatica dei movimenti (vedi Figura 2.9).



Figura 2.9: Manitou Safety System, sistema per il controllo di stabilità [41].

Il sistema adottato da Merlo per la serie Roto (sollevatori telescopici a torretta girevole) consiste in un sistema informatizzato per il controllo continuo della stabilità (*CSS - Continuous Slew Safety*) della macchina durante le fasi di lavoro. Quando la macchina opera su stabilizzatori, il sistema di controllo misura e controlla in tempo reale le forze che agiscono su ognuno dei quattro piedi sta-

bilizzatori. Con questi valori il sistema calcola automaticamente la posizione del centro di gravità complessivo rispetto agli appoggi e decide, in funzione della posizione del baricentro in quel dato momento, se la condizione di stabilità è garantita o meno, bloccando in questa seconda evenienza tutti i movimenti aggravanti. L'algoritmo di calcolo è valido qualunque sia la geometria della pianta di appoggio al suolo (vedi Figura 2.10). In questo modo l'operatore può posizionare gli stabilizzatori in funzione delle esigenze operative con la certezza che il diagramma di carico sarà 'dinamicamente' ed automaticamente adattato alla scelta effettuata. Si può, così, operare in piena sicurezza in tutte le condizioni e con qualsiasi attrezzatura in uso.

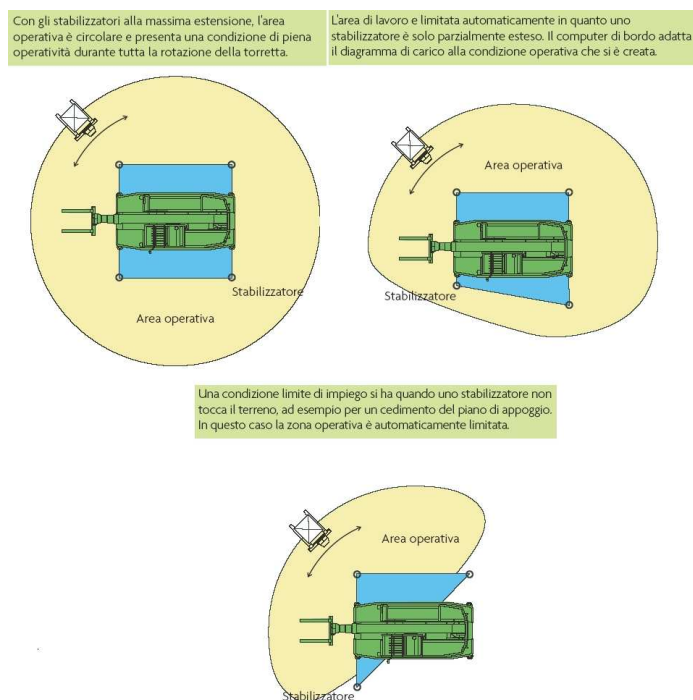


Figura 2.10: Poligono d'appoggio e area operativa in varie configurazioni.

Inoltre, si può visualizzare in tempo reale sia in forma numerica che grafica, la posizione e lo spostamento del baricentro stesso seguendo il reale spostamento del carico durante le fasi di lavoro. L'operatore può predeterminare l'area di lavoro impostando sul computer di bordo l'angolo di rotazione della torretta ed i limiti di sfilo e di sollevamento del braccio (vedi Figura 2.11).



Figura 2.11: Visualizzazione grafica del baricentro sui sollevatori Roto 4025 [40].

### 2.1.2 Autogrù

Visto lo stretto legame che c'è fra il comparto del sollevatore telescopico e quello delle autogrù, risulta importante analizzare anche quest'ultima tipologia di macchina operatrice per evidenziare quali siano i sistemi di controllo della stabilità utilizzati per incrementare la sicurezza dei lavoratori durante la fase operativa.



Figura 2.12: Esempio di Autogrù [42].

Liebherr [42], una delle case costruttrici leader del mercato delle autogrù, presenta una varietà di macchine che permette di sollevare carichi compresi fra le 35 e le 70 tonnellate, raggiungendo, in alcuni casi, altezze superiori agli 80 metri. Il loro utilizzo varia quindi notevolmente in base alla capacità di sollevamento e alle dimensioni. Tali mezzi lavorano su staffe stabilizzatrici che permettono di aumentare il poligono di appoggio in modo da avere una maggiore stabilità anche su terreni in pendenza (possono essere compensate le inclinazioni laterali comprese nell'intervallo di  $\pm 10^\circ$  per poter permettere al braccio di lavorare sempre su un piano verticale). Il comando degli stabilizzatori avviene da parte dell'operatore e il controllo dell'inclinazione avviene attraverso una bolla elettronica posta all'interno della cabina (vedi Figura 2.13).

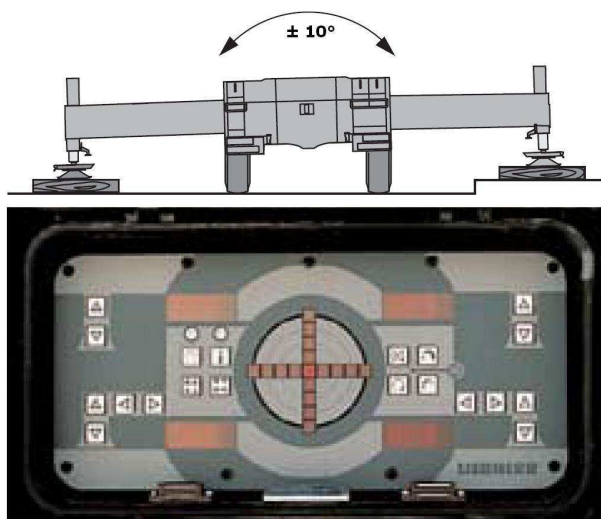


Figura 2.13: Esempio di applicazione degli stabilizzatori su terreno inclinato e di 'bolla elettronica' installata sull'autogrù Liebherr LTC 1055.

Come si può vedere in Figura 2.14, la cabina risulta molto ergonomica e i comandi (joystick per l'azionamento del braccio di sollevamento, dell'argano e della rotazione della torretta) sono collocati ai lati dell'operatore per permettergli di poter compiere manovre precise anche durante la movimentazione di carichi di grosso volume. Inoltre, in posizione ben visibile, è posto un ampio display attraverso il quale l'operatore può tenere sotto controllo tutta la macchina.



Figura 2.14: Interno della cabina dell'autogrù Liebherr LTC 1055.

Il cuore del sistema di controllo è il sistema *Liccon* (*Liebherr computed controlling*), appositamente sviluppato da Liebherr per le proprie autogrù. In Figura 2.15 si può avere una visione generale di come questo operi e come sia stato implementato sull'autogrù LTM 1070. Le informazioni provenienti dai vari sensori installati sulla macchina 'viaggiano' su CAN bus e su un sistema di bus di campo appositamente studiato da Liebherr per assicurare una maggiore sicurezza e salvaguardia dei dati che devono essere elaborati dall'unità centrale Liccon (PLC). A quest'ultima, oltre alla verifica continua delle condizioni di stabilità, spetta anche il controllo del motore per la gestione della movimentazione della macchina, di particolare complessità soprattutto per quelle multiassiali. In Figura 2.16 si può vedere schematicamente la parte relativa alla movimentazione (sia della macchina che degli argani di sollevamento) dell'autogrù Liebherr LTC 1055. A livello di display si possono avere informazioni sul diagramma di carico della macchina e un limitatore elettronico di carico sul braccio telescopico e sugli stabilizzatori blocca i movimenti aggravanti nel caso in cui ci si stia avvicinando alle condizioni di instabilità. Lo sfilo dei bracci è completamente assistito permettendo di programmare e raggiungere automaticamente la lunghezza desiderata del braccio con un rallentamento automatico nella fuoriuscita e nel raggiungimento della posizione finale.

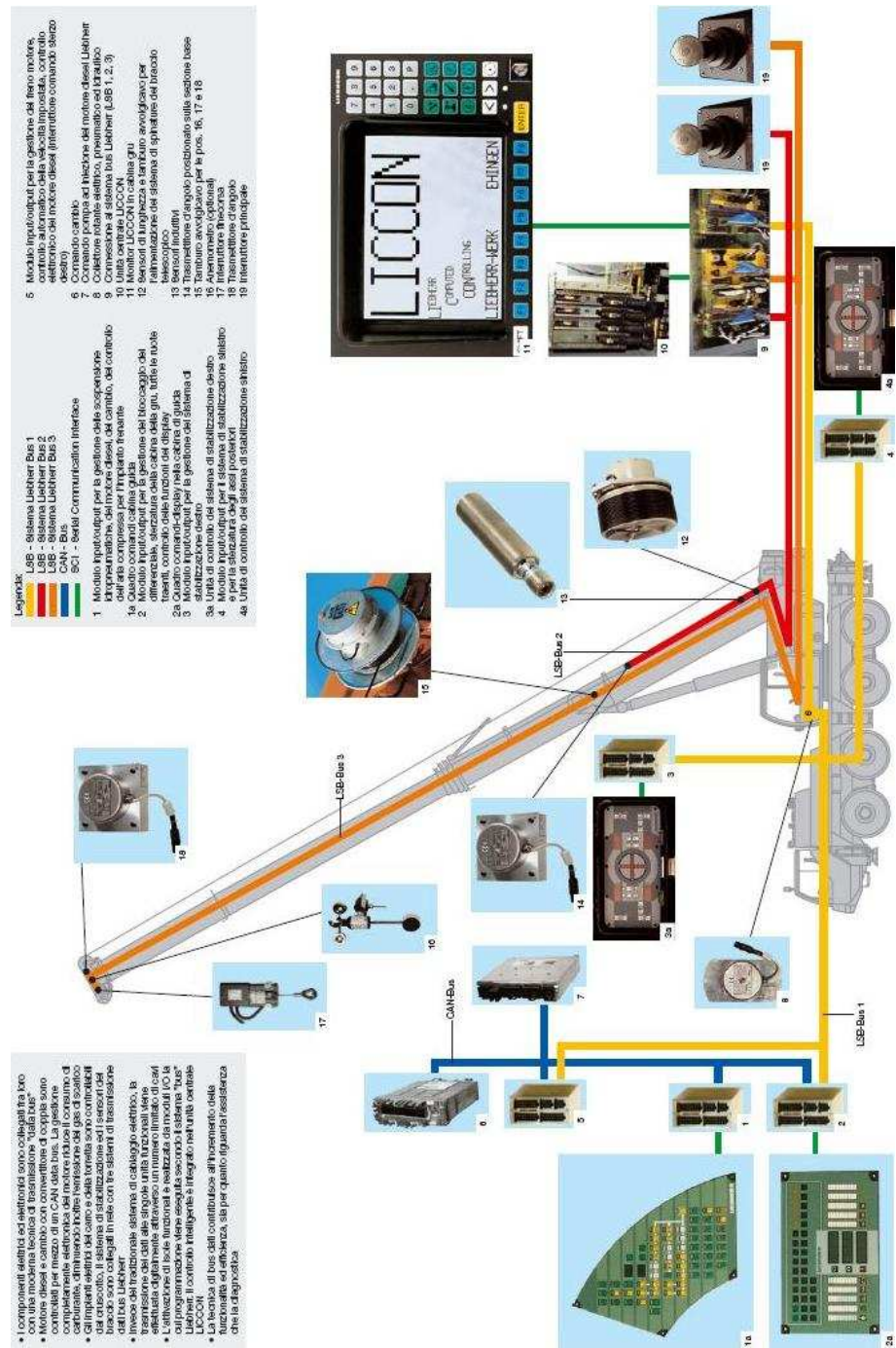


Figura 2.15: Schema di implementazione del controllo Liccon sviluppato da Liebherr per l'autogrù LTM 1070.

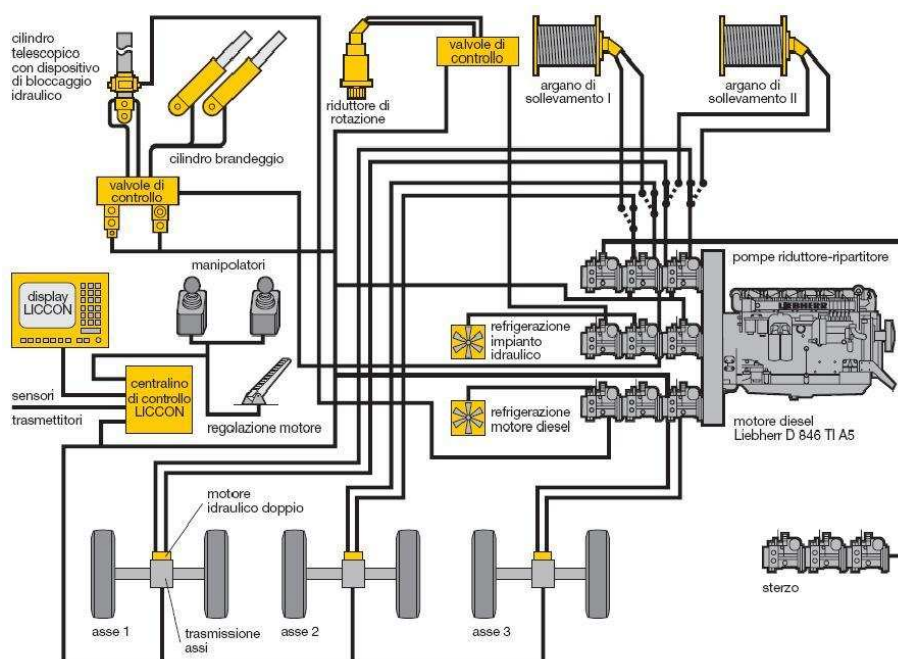


Figura 2.16: Schema di controllo della parte di 'movimentazione' (assali e argani) dell'autogrù Liebherr LTC 1055.

## 2.2 Problematiche legate alla resistenza strutturale

Il problema della resistenza strutturale riguarda ovviamente ogni componente della macchina, ma è comunque possibile individuare gli elementi critici principali su cui focalizzare l'attenzione come quelli costituenti la struttura che permette il movimento del sistema braccio/torretta: scatolati, attuatore di estensione, attuatore di sollevamento, catene e pulegge per l'estensione e il rientro degli sfili, perni, ralla per la rotazione della torretta.

Al fine di ottimizzare il progetto della macchina è utile considerare contemporaneamente gli aspetti legati alla stabilità e alla resistenza strutturale. Inoltre, bisogna notare che la resistenza strutturale dipende fortemente dalle configurazioni assunte dalla macchina, che possono essere numerose e in funzione di diversi parametri fra cui: l'attrezzatura, il carico applicato, le forze esterne o inerziali, l'estensione e l'angolo di inclinazione del braccio, la rotazione della torretta e



l'inclinazione del terreno. Inoltre, vi sono altri parametri da considerare, come: la lunghezza e il numero degli sfilii, la posizione dei pattini, le dimensioni e lo spessore degli scatolati, i punti di attacco delle catene di estensione e degli attuatori idraulici, la ralla, la scelta dei materiali.

Alcuni dei parametri elencati precedentemente (come la resistenza e la stabilità della ralla) possono, inoltre, concorrere alla determinazione dei diagrammi di carico descritti nel paragrafo successivo.

## 2.3 Diagramma di carico

Le case costruttrici forniscono per le loro macchine dei diagrammi di carico che riportano il carico ammesso in funzione dell'angolo di sollevamento, dell'estensione del braccio e della rotazione della torretta. Sono specifici per ogni attrezzatura montata e sono riferiti alla macchina ferma su gomme o su stabilizzatori permettendo all'operatore di capire quale sia, di volta in volta, lo spazio di lavoro del veicolo in funzione di un dato carico.

Tali diagrammi sono ricavati in base alle seguenti assunzioni:

- macchina operante su un piano orizzontale (è trascurata l'eventuale inclinazione del terreno);
- macchina in condizione statica (sono trascurate le forze d'inerzia);
- angolo di rotazione della torretta nullo;
- assenza di carichi aggiuntivi come l'azione del vento.

A fronte delle ipotesi di calcolo sopra citate, le aziende costruttrici si cautelano utilizzando degli opportuni coefficienti di sicurezza. La Figura 2.17 mostra alcuni esempi di diagrammi di carico. Il campo di lavoro della macchina è diverso da quello cinematicamente permesso dal meccanismo costituito dalla torretta girevole col braccio estensibile e inclinabile, perché sono considerati anche gli aspetti

strutturali del mezzo stesso, in particolare, la resistenza del braccio telescopico e della ralla.

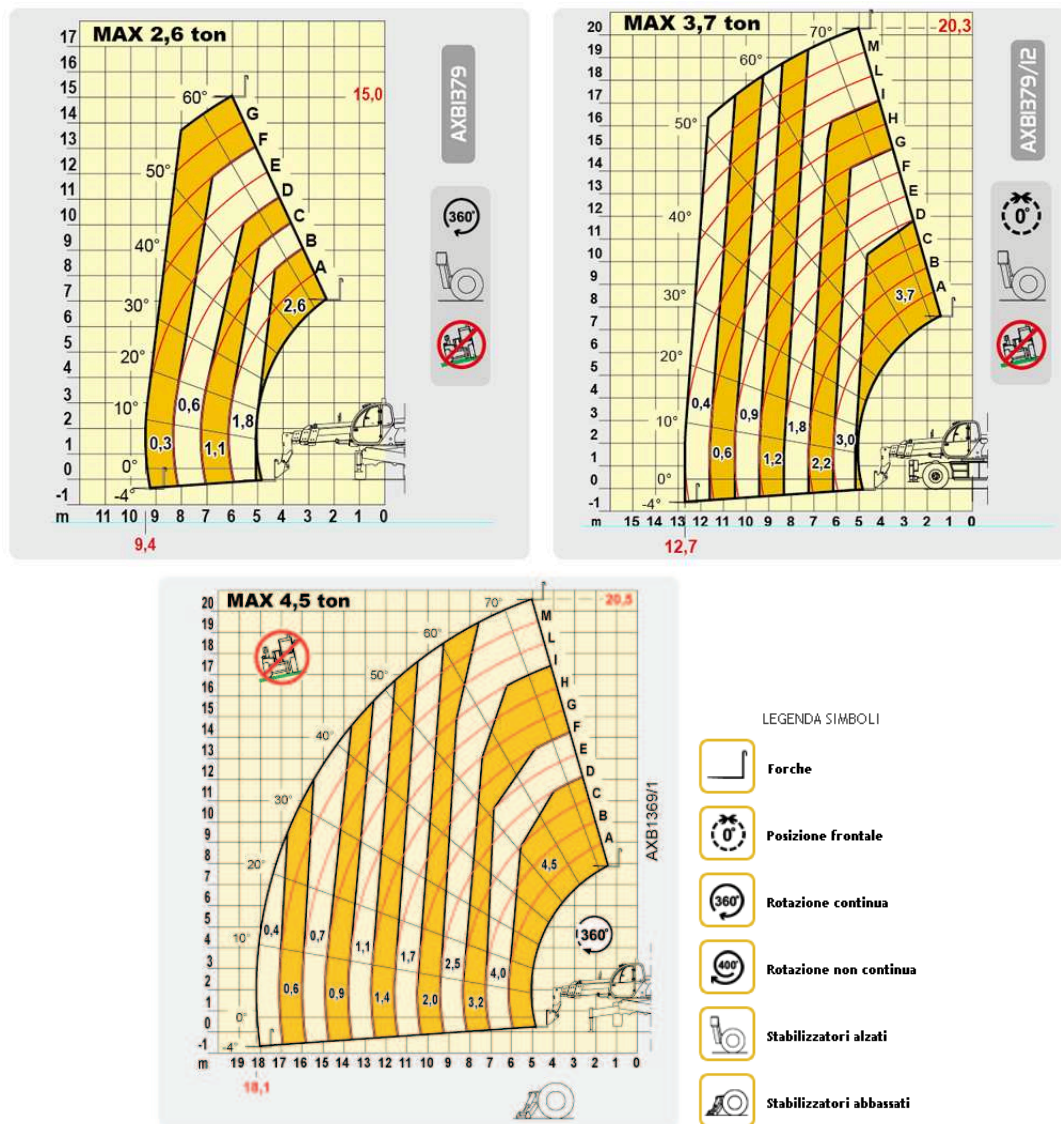


Figura 2.17: Esempi di diagrammi di carico [43].

# Capitolo 3

## Analisi cinematica

Il terzo capitolo tratta in dettaglio l'analisi cinematica svolta per le due tipologie di sollevatore telescopico prese in considerazione, il sollevatore telescopico di tipo frontale e quello con torretta girevole.

### 3.1 Notazione DH

Come si può vedere nelle seguenti Figure 3.1, 3.2 e 3.3, per sviluppare l'analisi cinematica della macchina per ogni componente principale è stato individuato e posizionato un sistema di riferimento ad esso solidale, in accordo con la notazione di Denavit-Hartenberg [44].

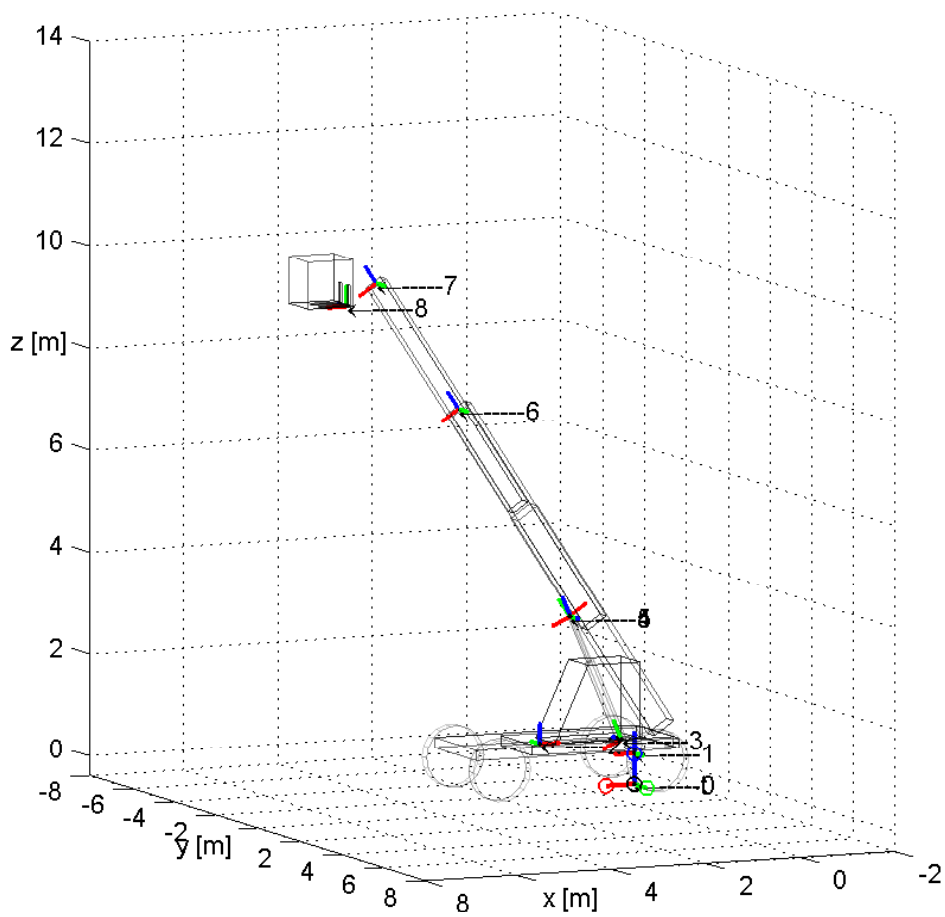


Figura 3.1: Posizionamento dei sistemi di riferimento solidali ai componenti principali della macchina. L'asse x è rappresentato in rosso, l'asse y in verde e l'asse z in blu.

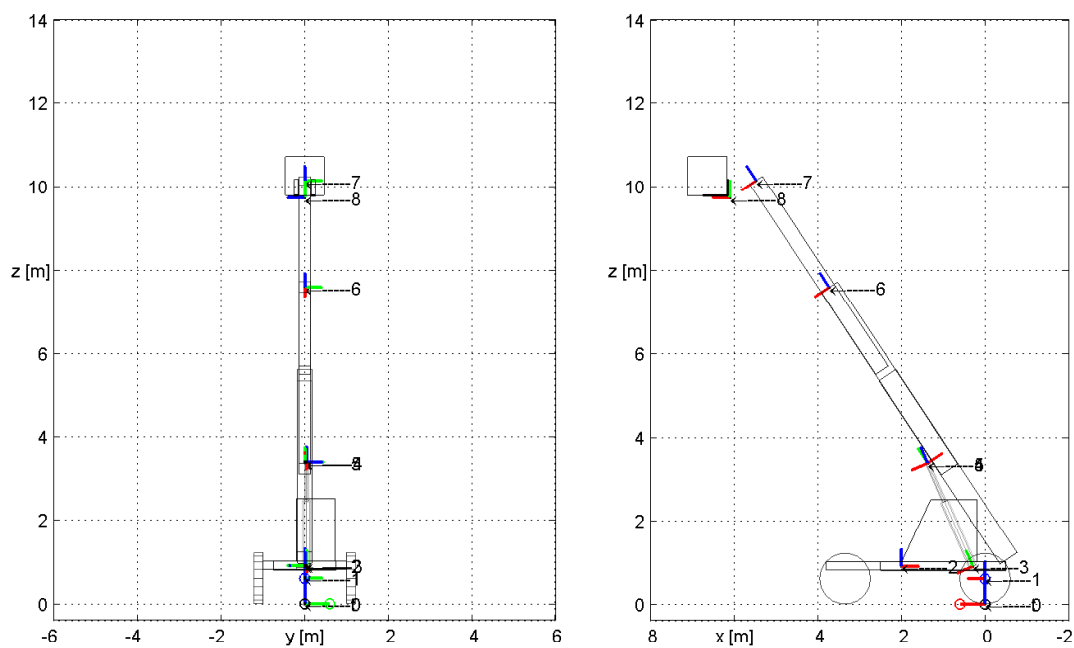


Figura 3.2: Vista frontale e laterale della macchina.

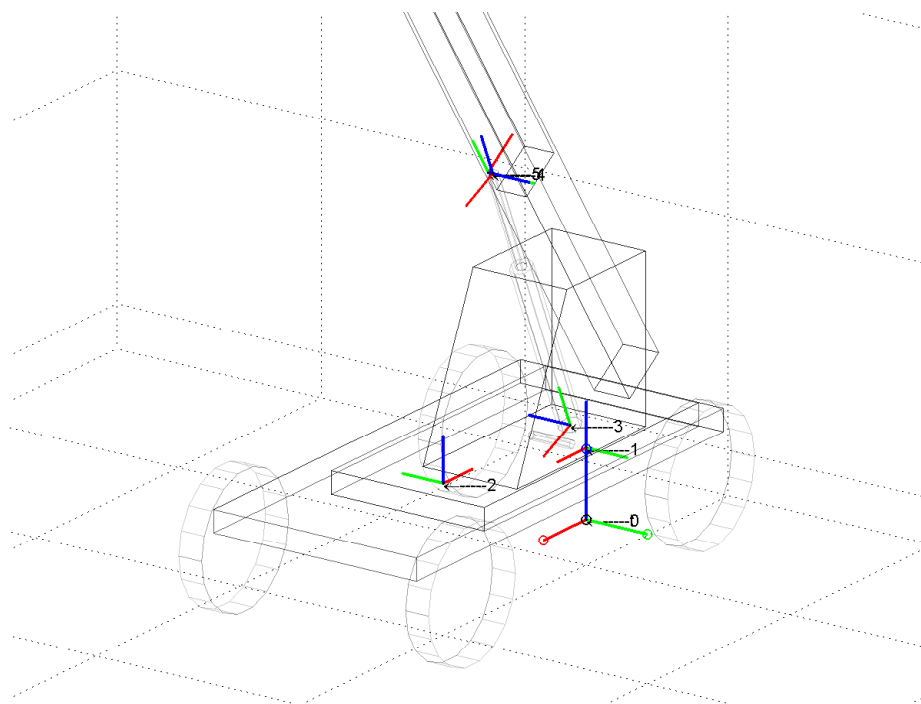


Figura 3.3: Dettaglio in cui è evidenziata la posizione dei sistemi di riferimento 1, 2, 3, 4 e 5.

Di seguito vengono descritti i singoli sistemi di riferimento e per ognuno di essi si sottintende che l'asse non citato sia orientato secondo la *regola della mano destra*:

- Il **sistema 1** è solidale al veicolo, la sua origine è nell'intersezione dell'asse geometrico dell'assale posteriore con il piano longitudinale di mezzeria della macchina, l'asse  $x$  è rivolto verso l'assale anteriore, l'asse  $z$  verso l'alto.
- Il **sistema 2** ha l'asse  $z$  coincidente con l'asse di rotazione della cabina. Con angolo di rotazione nullo l'asse  $x$  è parallelo a quello della terna 1.
- Il **sistema 3** è solidale al cilindro dell'attuatore di sollevamento, la sua origine è nell'intersezione dell'asse geometrico del perno, che lo collega al telaio, con l'asse geometrico del cilindro stesso. Considerando l'immagine di destra della Figura 3.2 l'asse  $z$  è entrante, l'asse  $y$  lungo l'asse del cilindro.
- Il **sistema 4** è solidale allo stelo dell'attuatore di sollevamento, la sua origine è nell'intersezione dell'asse geometrico del perno, che lo collega al braccio di base, con l'asse geometrico dello stelo stesso. Considerando l'immagine di destra della Figura 3.2, l'asse  $z$  ha la direzione del moto dello stelo, l'asse  $y$  è uscente.
- Il **sistema 5** è solidale al braccio di base. La sua origine è nell'intersezione dell'asse geometrico del perno, che lo collega allo stelo dell'attuatore di sollevamento, con il piano passante per l'asse geometrico del braccio di base stesso. Considerando l'immagine di destra della Figura 3.2, l'asse  $z$  ha verso uscente, l'asse  $y$  è parallelo alla direzione di estensione del braccio.
- Il **sistema 6** è solidale al primo sfilo. L'origine appartiene al suo asse di simmetria ed è all'altezza dell'estremità superiore dello sfilo. Considerando l'immagine di destra della Figura 3.2, l'asse  $z$  ha la direzione del moto dello sfilo, l'asse  $y$  con verso uscente.

- Il **sistema 7** è solidale al secondo sfilo. L'origine appartiene al suo asse di simmetria ed è all'altezza dell'estremità superiore dello sfilo. Gli assi sono orientati come quelli del sistema 6.
- Il **sistema 8** è solidale all'attrezzatura. Ha l'origine nell'intersezione dell'asse di rotazione dell'attrezzatura con il piano longitudinale di mezzeria del braccio. L'asse  $z$  ha verso entrante. Nel caso in cui l'angolo di inclinazione dell'attrezzatura sia nullo, l'asse  $x$  risulta appartenere ad un piano parallelo al piano  $xy$  del sistema 1.

La seguente Tabella 3.1 riporta i parametri necessari per il posizionamento delle terne di riferimento secondo la notazione di Denavit-Hartenberg [45]:

$[T_{i,i-1}]$	$\alpha_{i-1}$	$a_{i-1}$	$d_i$	$\vartheta_i$
$[T_{2,1}]$	0	$a_1$	$L_2$	$\pi + \gamma$
$[T_{3,2}]$	$-\pi/2$	$a_2$	$-L_3$	$\beta_1 + \pi/2$
$[T_{4,3}]$	$-\pi/2$	0	$s_2 + k_2$	0
$[T_{5,4}]$	$-\pi/2$	0	$-L_3$	$-\pi + \beta_1 - \beta_3$
$[T_{6,5}]$	$-\pi/2$	$a_5$	$-k_4 + s_4$	$\pi$
$[T_{7,6}]$	0	$a_6$	$L_4 + k_5 + s_4$	0
$[T_{8,7}]$	$\pi/2$	$a_7$	0	$\pi/2 - \beta_3 + \beta_6$

Tabella 3.1: Parametri di Denavit-Hartenberg.

Dove  $L_2, L_3, L_4, k_2, k_4, k_5, a_1, a_2, a_5, a_6, a_7$  sono costanti geometriche, mentre  $s_2$  (corsa dell'attuatore idraulico di sollevamento),  $s_4$  (corsa dell'attuatore idraulico di estensione),  $\gamma$  (angolo di rotazione della cabina),  $\beta_1$  (angolo di inclinazione dell'attuatore idraulico di sollevamento rispetto all'asse longitudinale della macchina  $X_1$ ),  $\beta_3$  (angolo di inclinazione del braccio rispetto all'asse longitudinale della macchina  $X_1$ ) e  $\beta_6$  (angolo di inclinazione dell'attrezzatura rispetto all'asse longitudinale della macchina  $X_1$ ) sono variabili.

Per poter considerare l'inclinazione del terreno su cui poggia il veicolo, è stata posizionata una terna di riferimento  $t$  ad esso solidale il cui piano  $xy$  coincide

con la superficie del terreno stesso. Il sistema di riferimento 1 è definito rispetto a  $t$  che, a sua volta, è definito rispetto al sistema assoluto 0. Con inclinazione nulla del terreno, la terna di riferimento  $t$  e la terna assoluta 0 coincidono. La posizione del sistema assoluto è stata scelta in modo da avere l'origine coincidente con l'intersezione della congiungente i punti di appoggio delle due ruote posteriori con il piano di simmetria longitudinale della macchina nella condizione in cui il veicolo debba ancora iniziare a muoversi.

La seguente Figura 3.4 mostra la posizione delle terne di riferimento  $t$  e 0 nel caso in cui la macchina abbia percorso una traiettoria rettilinea (come si può vedere le due terne non coincidono).

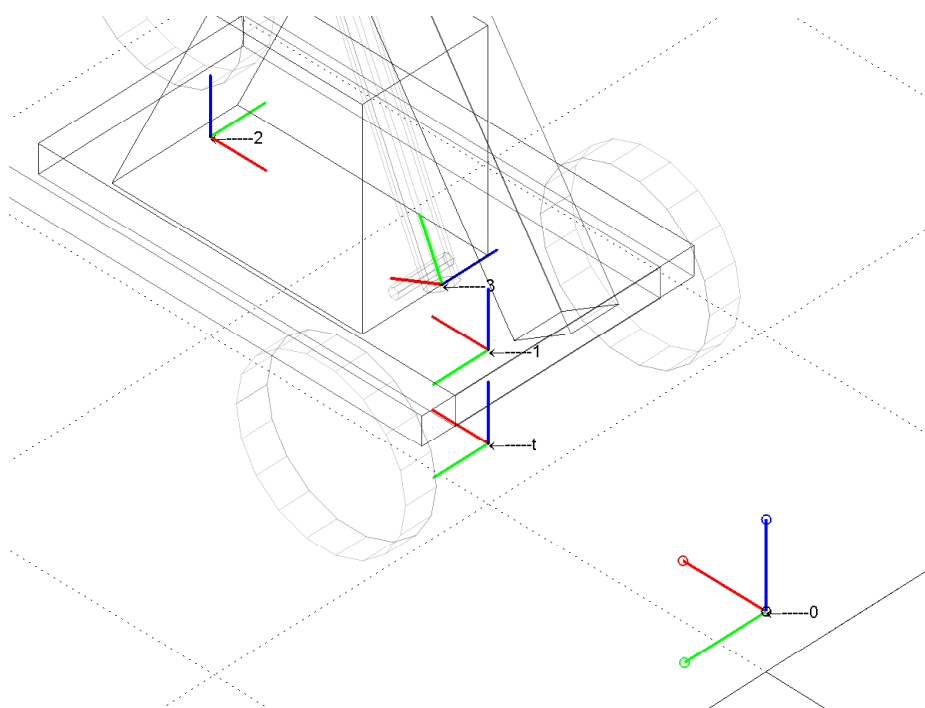


Figura 3.4: Posizione del sistema di riferimento del terreno  $t$  e del sistema di riferimento assoluto 0. Con il colore rosso è rappresentato l'asse x, con il verde l'asse y e con il blu l'asse z.

La matrice di rototraslazione che descrive la trasformazione dal sistema di riferimento  $t$  al sistema assoluto 0 si ottiene applicando due rotazioni successive



su assi relativi (angoli di Eulero): prima una rotazione attorno all'asse  $y$  della terna fissa ed infine, attorno all'asse  $x'$  della terna mobile:

$$[T_{t,0}] = \begin{bmatrix} c(\varphi_b) & s(\varphi_b)s(\varphi_r) & s(\varphi_b)c(\varphi_r) & x_{t,0} \\ 0 & c(\varphi_r) & -s(\varphi_r) & y_{t,0} \\ -s(\varphi_b) & c(\varphi_b)s(\varphi_r) & c(\varphi_b)c(\varphi_r) & z_{t,0} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

dove i termini  $c(x)$  e  $s(x)$  corrispondono rispettivamente a  $\cos(x)$  e  $\sin(x)$  e, in particolare:

- $\varphi_b$  è l'angolo di inclinazione frontale del terreno che corrisponde ad una rotazione positiva attorno all'asse  $y$  del sistema di riferimento  $t$ ;
- $\varphi_r$  è l'angolo di inclinazione laterale del terreno che corrisponde ad una rotazione positiva attorno all'asse  $x$  del sistema di riferimento  $t$ ;
- $x_{t,0}, y_{t,0}, z_{t,0}$  sono le coordinate dell'origine della terna  $t$  nel sistema di riferimento assoluto  $0$ .

La matrice di rototraslazione che descrive la trasformazione dal sistema di riferimento  $1$  al sistema  $t$  è data da:

$$[T_{1,t}] = \begin{bmatrix} c(\eta') & -s(\eta') & 0 & 0 \\ s(\eta') & c(\eta') & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h^* \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

dove  $h^*$  è l'altezza da terra dell'assale posteriore e l'angolo  $\eta'$  corrisponde alla rotazione della macchina durante un avanzamento con sterzata.

Quindi, la matrice  $[T_{1,0}]$  è data da:

$$[T_{1,0}] = [T_{t,0}] \cdot [T_{1,t}] \quad (3.3)$$

## 3.2 Veicolo

La cinematica è una parte della meccanica che riguarda la descrizione del moto di un corpo, indipendentemente dalle cause che lo determinano. In questo caso, il corpo rigido è costituito dal sollevatore telescopico, il cui moto è definito studiando quello di una terna trirettangola levogira ad esso solidale rispetto ad una seconda terna a cui è riferito lo spazio ambiente. Si usa, come sistema di riferimento per la macchina, una terna con origine nell'intersezione fra l'asse geometrico dell'assale posteriore e il piano di mezzeria longitudinale del mezzo. L'asse  $z$  è rivolto verso l'alto, l'asse  $x$  verso l'assale anteriore, l'asse  $y$  secondo la classica *regola della mano destra*. Come esposto nel capitolo precedente, il veicolo ha tre modalità di sterzata. Nella tesi, si assume di dare al modello, in input, la velocità e l'accelerazione tangenziale, considerate come vettori applicati nell'origine del sistema di riferimento del veicolo. Quindi, per poter definire, in ogni condizione di marcia, sia la velocità che l'accelerazione lineari ed angolari del mezzo, si ricavano le relazioni matematiche che permettono di ottenere il raggio di sterzata in funzione dell'angolo di sterzata delle ruote.

Si consideri un punto generico  $P$  appartenente allo spazio individuato dalla terna trirettangola levogira  $Oxyz$ . Il moto di  $P$  è conosciuto non appena siano note le sue coordinate in funzione del tempo:

$$x = x(t); \quad y = y(t); \quad z = z(t) \quad (3.4)$$

che sono le equazioni parametriche della *traiettoria* di  $P$ .

Si stabilisce sulla traiettoria un sistema di ascisse curvilinee,  $s$ , fissando un'origine  $P^*$ , un verso di percorrenza e chiamando  $s$  la lunghezza dell'arco compreso tra  $P^*$  e  $P$ , presa positivamente o negativamente a seconda che il cammino, che sulla traiettoria porta da  $P^*$  a  $P$ , sia concorde o discorde al verso stabilito sulla traiettoria stessa (Figura 3.5).

L'ascissa  $s$  di  $P$  è una funzione  $s(t)$  del tempo e l'equazione:

$$s = s(t) \quad (3.5)$$

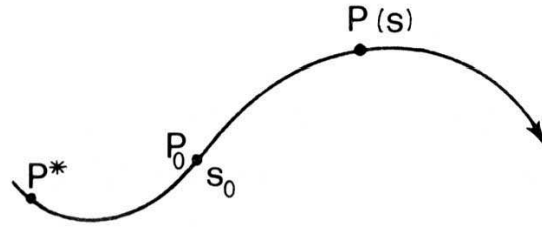


Figura 3.5: Traiettoria di un punto generico P.

è detta *legge oraria* del moto di P.

Quindi, nota la traiettoria e la legge oraria, si può individuare  $\bar{P}$ :

$$\bar{P} = \bar{P}(s(t)) \quad (3.6)$$

Per determinare la velocità e l'accelerazione vettoriali relative a P, basta derivare, rispettivamente, una volta e due volte l'equazione (3.6), ottenendo:

$$\dot{\bar{P}} = \bar{v} = \frac{d\bar{P}}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} = \frac{d\bar{P}}{ds} \cdot \dot{s} \quad (3.7)$$

$$\ddot{\bar{P}} = \bar{a} = \frac{d\bar{P}}{ds} \cdot \ddot{s} + \frac{d^2\bar{P}}{ds^2} \cdot \frac{ds}{dt} \cdot \dot{s} = \frac{d\bar{P}}{ds} \cdot \ddot{s} + \frac{d^2\bar{P}}{ds^2} \cdot \dot{s}^2$$

Considerando un moto circolare, si suppone che P si muova su una circonferenza di centro O e raggio R. La terna di riferimento  $Oxyz$  ha gli assi x e y coincidenti con due suoi diametri ortogonali (Figura 3.6). Si definisce come  $\vartheta$  l'angolo tra OP e x contato positivamente nel verso antiorario.

Le componenti di  $\bar{P}$ , lungo gli assi cartesiani, sono date da:

$$\bar{P}(s) = \begin{Bmatrix} R\cos(s/R) \\ R\sin(s/R) \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R\cos(\vartheta) \\ R\sin(\vartheta) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.8)$$

La derivata dell'equazione (3.8) rispetto ad s è:

$$\frac{d\bar{P}}{ds} = \begin{Bmatrix} -\sin(s/R) \\ \cos(s/R) \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\sin(\vartheta) \\ \cos(\vartheta) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.9)$$

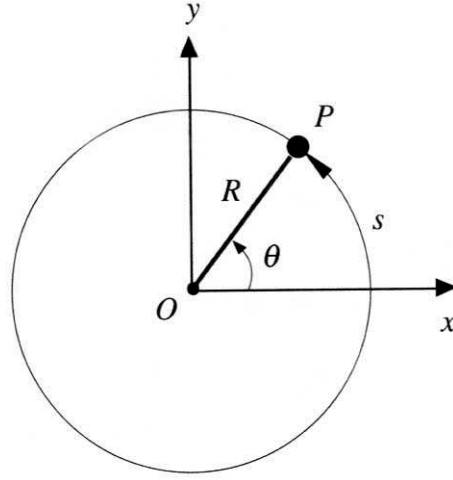


Figura 3.6: Traiettoria circolare di un punto generico P

Con le opportune sostituzioni, dall'equazione (3.7) si ottiene:

$$\dot{\vec{P}} = \begin{Bmatrix} -\sin(\vartheta) \\ \cos(\vartheta) \\ 0 \end{Bmatrix} R\dot{\vartheta} = \begin{Bmatrix} -\sin(\vartheta) \\ \cos(\vartheta) \\ 0 \end{Bmatrix} \underbrace{R\omega}_{v_T} \quad (3.10)$$

dove il modulo della velocità angolare è definito da:

$$\omega = \frac{d\vartheta}{dt} = \dot{\vartheta} = \frac{1}{R} \frac{ds}{dt} = \frac{\dot{s}}{R} = \frac{v_T}{R} \quad (3.11)$$

Con le opportune sostituzioni, dall'equazione (3.8) si ottiene:

$$\begin{aligned} \ddot{\vec{P}} &= \begin{Bmatrix} -\sin(\vartheta) \\ \cos(\vartheta) \\ 0 \end{Bmatrix} R\alpha - \frac{1}{R} \begin{Bmatrix} \cos(\vartheta) \\ \sin(\vartheta) \\ 0 \end{Bmatrix} (R\omega)^2 \\ &= \begin{Bmatrix} -\sin(\vartheta) \\ \cos(\vartheta) \\ 0 \end{Bmatrix} \underbrace{R\alpha}_{a_T} - \begin{Bmatrix} \cos(\vartheta) \\ \sin(\vartheta) \\ 0 \end{Bmatrix} \underbrace{R\omega^2}_{a_N} \end{aligned} \quad (3.12)$$

dove il modulo dell'accelerazione angolare è definito da:

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \dot{\omega} = \frac{d^2\vartheta}{dt^2} = \ddot{\vartheta} = \frac{1}{R} \frac{dv_T}{dt} = \frac{\dot{v}_T}{R} = \frac{a_T}{R} \quad (3.13)$$

Il modulo della velocità angolare è proporzionale al modulo della velocità con cui è descritta la circonferenza e, nel caso di moto circolare uniforme, il modulo dell'accelerazione è costante:

$$a_N = \omega^2 \cdot R = \frac{v_T^2}{R} \quad (3.14)$$

La direzione del vettore di intensità  $a_N$  è normale alla traiettoria.

Nel caso di moto circolare non uniforme, oltre all'accelerazione centripeta, che è variabile perché la velocità varia anche in modulo, dobbiamo considerare l'accelerazione tangenziale, il cui modulo è:

$$a_T = \frac{dv_T}{dt} \quad (3.15)$$

Si definisce con  $\alpha_1$  l'angolo di sterzata della ruota anteriore, esterna alla curva, analogamente si definisce con  $\alpha_2$  l'angolo relativo alla ruota posteriore. La distanza fra l'assale anteriore e quello posteriore è indicata con  $WB$ .

Dai dati tecnici è noto il raggio minimo di sterzata  $R$  nella modalità in discordanza di fase e in riferimento al centro del cerchio che delimita il bordo esterno della ruota. Questa grandezza va corretta diminuendola della semilarghezza del pneumatico, perché, nel modello, si considera  $R_{min}$  facendo riferimento al centro della ruota stessa.

Come si può vedere dalla Figura 3.8, si ha che il valore massimo degli angoli di sterzata  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  è dato dall'equazione seguente:

$$\alpha_{1 \max} = \alpha_{2 \max} = \arcsin \left[ \frac{WB}{(2 \cdot R_{min})} \right] \quad (3.16)$$

### 3.2.1 Due ruote sterzanti

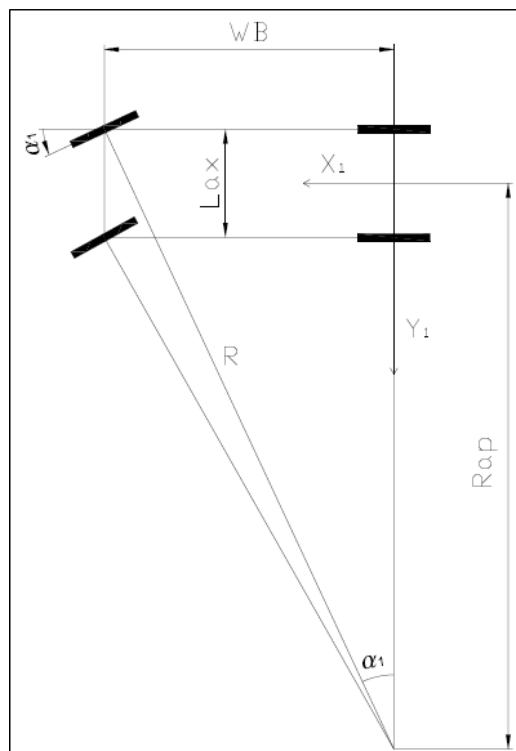


Figura 3.7: Raggio di sterzata nella modalità delle due ruote sterzanti.

Questa modalità è caratterizzata dall'aver  $\alpha_1 \neq 0$ ,  $\alpha_2 = 0$  e il raggio pari a:

$$R(\alpha_1) = \frac{WB}{\sin(\alpha_1)} \quad (3.17)$$

mentre, il raggio di sterzata, relativo all'origine del sistema di riferimento solidale al veicolo nell'assale posteriore, è dato da:

$$R_{ap} = \sqrt{R^2 - (WB)^2} - L_{ax}/2 \quad (3.18)$$

### 3.2.2 Sterzata in tondo

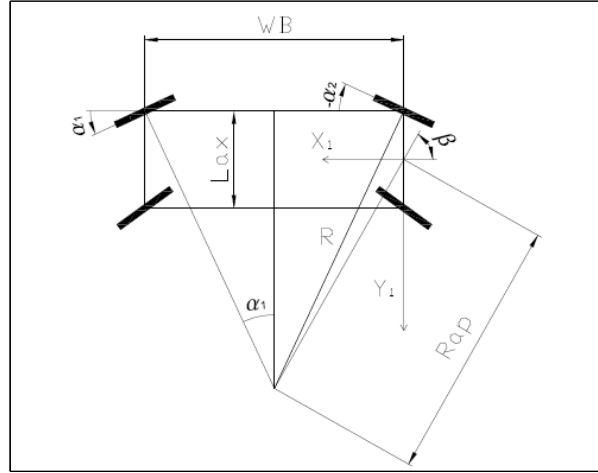


Figura 3.8: Raggio di sterzata nella modalità di sterzata in tondo.

Questa modalità è caratterizzata dall'aver  $\alpha_1 = -\alpha_2$  e dal raggio di sterzata pari a:

$$R(\alpha_1) = \frac{WB}{2 \cdot \sin(\alpha_1)} \quad (3.19)$$

che risulta essere la metà di quello ottenuto con la formula (3.17).

Il raggio di sterzata, relativo all'origine del sistema di riferimento solidale al veicolo nell'assale posteriore, è dato da:

$$Rap = \sqrt{(WB/2)^2 + \left[ \sqrt{R^2 - (WB/2)^2} - Lax/2 \right]^2} \quad (3.20)$$

con  $Lax$  si indica la lunghezza degli assali.

Definito l'angolo:

$$\beta = \arctan\left[\frac{\sqrt{R^2 - (WB/2)^2} - Lax/2}{WB/2}\right] \quad (3.21)$$

si possono determinare le componenti della velocità ed accelerazione lineari rispetto al sistema di riferimento del veicolo.

### 3.2.3 Sterzata a granchio

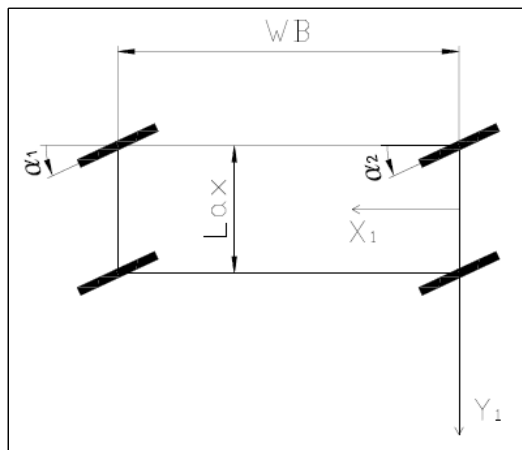


Figura 3.9: Raggio di sterzata nella modalità di sterzata a granchio.

Questa modalità è caratterizzata dall'aver  $\alpha_1 = \alpha_2$ .

In questo caso si ha solo una traslazione del mezzo, quindi, la velocità e l'accelerazione angolari risultano essere nulle, mentre le componenti della velocità e dell'accelerazione lineari, rispetto al sistema di riferimento del veicolo, dipendono dall'angolo di sterzata (uguale per le quattro ruote).



### 3.3 Meccanismo di sollevamento

Per determinare i gradi di libertà (g.d.l.) del meccanismo considerato, si utilizza, nel piano, l'equazione di *Grübler* (vale per meccanismi piani in catena chiusa). Considerando che con  $n$  si indica il numero dei g.d.l.,  $m$  è il numero di membri,  $c_1$  indica il numero di coppie di classe  $c_1$  che tolgono due gradi di libertà, mentre  $c_2$  indica il numero di coppie di classe  $c_2$  che tolgono un grado di libertà, si ha:

- *Catene cinematiche piane:*

$$n = 3m - 2c_1 - c_2 \quad (3.22)$$

- *Meccanismi piani:*

$$n = 3(m - 1) - 2c_1 - c_2 \quad (3.23)$$

I gradi di libertà sono pari a quelli delle relative catene cinematiche, ridotti di tre a causa del membro fisso a telaio.

L'equazione di *Grübler* va applicata con cautela, infatti, non è valida quando sono presenti vincoli che non influenzano il moto, come nel doppio parallelogramma.

#### 3.3.1 Analisi di posizione

Come mostrato in Figura 3.10, il meccanismo di sollevamento in questione è un meccanismo piano in catena chiusa, costituito da quattro membri uniti fra loro da tre coppie rotoidali e da una prismatica [45, 46]. Applicando l'equazione (3.23) si ottiene che il numero di gradi di libertà del meccanismo è:

$$n = 3 \cdot (4 - 1) - 2 \cdot 4 = 1 \quad (3.24)$$

Quindi, data la corsa  $s_2$  dello stelo dell'attuatore di sollevamento, si vuole determinare l'inclinazione  $\beta_1$  dello stelo e l'inclinazione  $\beta_3$  del braccio, rispetto all'asse longitudinale del veicolo.

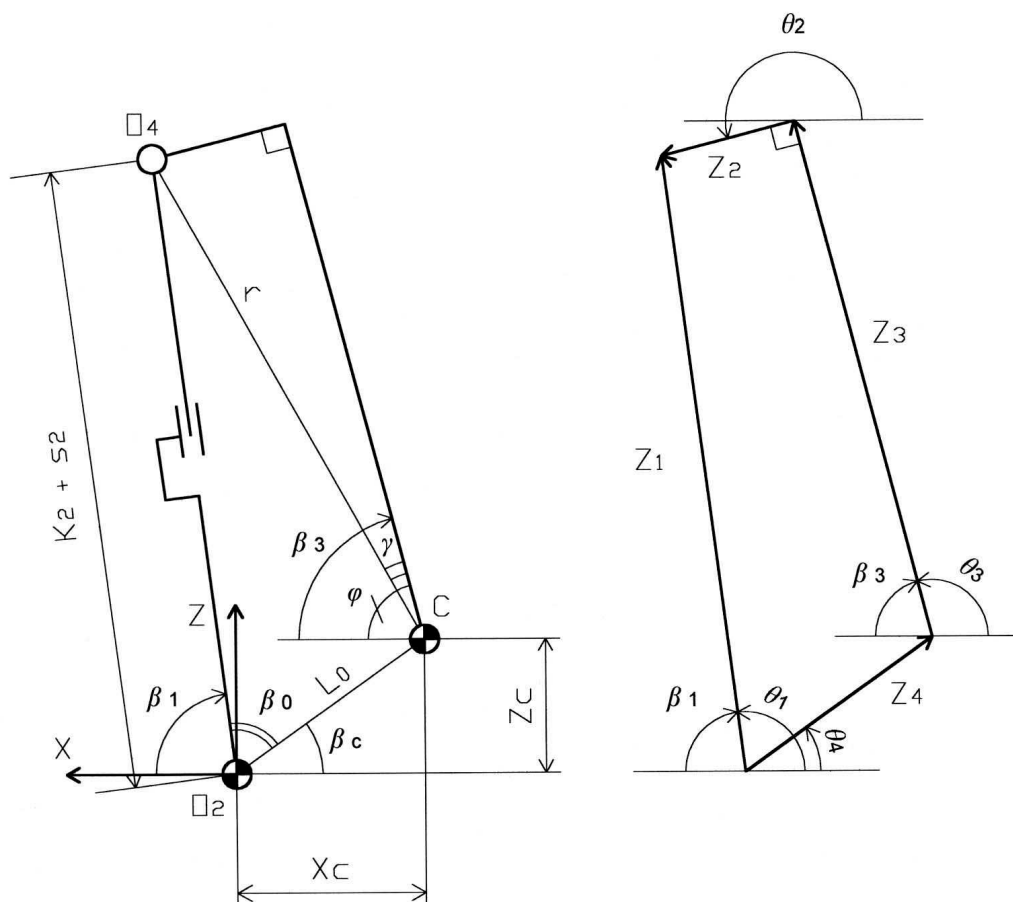


Figura 3.10: Schema cinematico del meccanismo di sollevamento

Nell'immagine di sinistra della Figura 3.10, le coppie rotoidali sono rappresentate dai tre punti  $O_2$ ,  $O_4$ ,  $C$  che corrispondono ai perni che collegano, rispettivamente, il cilindro dell'attuatore di sollevamento col telaio, lo stelo dell'attuatore di sollevamento con il primo sfilo, il primo sfilo col telaio. La coppia prismatica rappresenta lo scorrere dello stelo nel cilindro dell'attuatore di sollevamento. Quest'ultimo collega il punto  $O_2$  con  $O_4$ .

Nell'immagine di destra della Figura 3.10, si mostrano i vettori che, associati ai membri del braccio, ne uniscono le relative coppie cinematiche, formando un poligono chiamato *poligono di chiusura*. Il verso dei vettori può essere scelto arbitrariamente. In questo caso sarebbero bastati tre vettori, corrispondenti ai

lati del triangolo che hanno per vertici i punti  $O_2$ ,  $O_4$ ,  $C$ , però, per ottenere in maniera immediata la  $\dot{\beta}_3$ , si considera il vettore corrispondente al segmento  $\overline{CO_4}$  come la somma di due vettori ortogonali,  $\bar{z}_2$  e  $\bar{z}_3$ , di cui  $\bar{z}_3$  è parallelo al braccio e, quindi, in relazione diretta con  $\beta_3$ . Si svolge un'analisi cinematica bidimensionale perché ciò è suggerito dalla stessa geometria del braccio, che lavora su un unico piano una volta posizionata la macchina.

Stabilito un opportuno verso di percorrenza, orario, si scrive l'equazione di chiusura vettoriale:

$$\bar{z}_1 - \bar{z}_2 - \bar{z}_3 - \bar{z}_4 = \bar{0} \quad (3.25)$$

Indicando con  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $a_4$  l'intensità di ogni vettore, la precedente equazione vettoriale (3.25) può essere scritta scalarmente, proiettandola sugli assi fissi, nella forma:

$$a_1 \begin{Bmatrix} c\vartheta_1 \\ s\vartheta_1 \end{Bmatrix} - a_2 \begin{Bmatrix} c\vartheta_2 \\ s\vartheta_2 \end{Bmatrix} - a_3 \begin{Bmatrix} c\vartheta_3 \\ s\vartheta_3 \end{Bmatrix} - a_4 \begin{Bmatrix} c\vartheta_4 \\ s\vartheta_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.26)$$

Considerando che:

$$\left\{ \begin{array}{l} \vartheta_1 = (\pi - \beta_1) \\ \vartheta_2 = (3\pi/2 - \beta_3) \\ \vartheta_3 = (\pi - \beta_3) \\ \vartheta_4 = \text{costante nota} \\ a_1 = (s_2 + k_2) \\ a_2 = \text{costante nota} \\ a_3 = \text{costante nota} \\ a_4 = \text{costante nota} \end{array} \right. \quad (3.27)$$

e sostituendo nella (3.26), si ha:

$$(s_2 + k_2) \begin{Bmatrix} -c\beta_1 \\ s\beta_1 \end{Bmatrix} + a_2 \begin{Bmatrix} s\beta_3 \\ c\beta_3 \end{Bmatrix} - a_3 \begin{Bmatrix} -c\beta_3 \\ s\beta_3 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} x_c \\ y_c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.28)$$

Per risolvere le equazioni scalari (3.28) si usa un metodo geometrico.

Durante il moto del braccio, dovuto all'azione dell'attuatore di sollevamento, il punto  $O_4$  percorre una traiettoria circolare di raggio  $r$  e centro  $C$ , la cui equazione

è data da:

$$(x_{04} + x_c)^2 + (z_{04} - z_c)^2 = r^2 \quad (3.29)$$

Le coordinate dell'origine  $O_4$  rispetto al sistema 0, sono date da:

$$\begin{cases} x_{04} = (s_2 + k_2)c(\beta_1) \\ z_{04} = (s_2 + k_2)s(\beta_1) \end{cases} \quad (3.30)$$

e, sostituendole nell'equazione (3.29), si ottiene:

$$[(s_2 + k_2)c\beta_1 + x_c]^2 + [(s_2 + k_2)s\beta_1 - z_c]^2 = r^2 \quad (3.31)$$

ponendo:

$$a = [(s_2 + k_2)^2 + x_c^2 + z_c^2 - r^2]/[2 \cdot (s_2 + k_2)] \quad (3.32)$$

dall'equazione (3.31) si ottiene:

$$x_c c\beta_1 - z_c s\beta_1 + a = 0 \quad (3.33)$$

l'equazione (3.33) risulta essere di tipo trascendente e può essere trasformata in forma quadratica con la sostituzione:

$$t = \tan(\beta_1/2); \quad c\beta_1 = (1 - t^2)/(1 + t^2); \quad s\beta_1 = 2t/(1 + t^2) \quad (3.34)$$

Risolviendo il polinomio di secondo grado in t, si ottengono le due possibili soluzioni:

$$(\beta_1)_{1,2} = 2 \cdot \arctan \left[ (-x_c \pm \sqrt{x_c^2 + z_c^2 - a^2})/(-a - z_c) \right] \quad (3.35)$$

Poiché  $\beta_1$  è esprimibile in funzione della corsa dell'attuatore di sollevamento  $s_2$ , il segno positivo o negativo presente nella precedente equazione è scelto in modo da essere concorde al segno dell'incremento di  $s_2$  ( $\Delta s_2$ ).

Utilizzando la formula del coseno (o di Carnot), si ha:

$$(k_2 + s_2)^2 = L_0^2 + r^2 - 2 \cdot L_0 \cdot r \cdot c(\varphi + \beta_c) \quad (3.36)$$

Da cui:

$$\varphi = \arccos \left[ \frac{L_0^2 + r^2 - (k_2 + s_2)^2}{2 \cdot L_0 \cdot r} \right] - \beta_c \quad (3.37)$$

L'angolo di inclinazione del braccio è dato da:

$$\beta_3 = \varphi + \gamma = \varphi + \arccos \left[ \frac{a_4}{r} \right] \quad (3.38)$$

Sia  $\beta_1$  che  $\beta_3$  sono in funzione di  $s_2$ , cioè della corsa dell'attuatore di sollevamento.

### 3.3.2 Analisi di velocità

Per determinare  $\dot{\beta}_1$  e  $\dot{\beta}_3$  si deriva, rispetto al tempo, l'equazione (3.25), ottenendo:

$$\dot{z}_1 - \dot{z}_2 - \dot{z}_3 - \dot{z}_4 = \bar{0} \quad (3.39)$$

Scrivendo in forma scalare la precedente equazione vettoriale, si ottiene:

$$\dot{a}_1 \begin{Bmatrix} c\vartheta_1 \\ s\vartheta_1 \end{Bmatrix} + a_1 \dot{\vartheta}_1 \begin{Bmatrix} -s\vartheta_1 \\ c\vartheta_1 \end{Bmatrix} - a_2 \dot{\vartheta}_2 \begin{Bmatrix} -s\vartheta_2 \\ c\vartheta_2 \end{Bmatrix} - a_3 \dot{\vartheta}_3 \begin{Bmatrix} -s\vartheta_3 \\ c\vartheta_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Facendo le opportune sostituzioni, si ottiene:

$$\dot{s}_2 \begin{Bmatrix} -c\beta_1 \\ s\beta_1 \end{Bmatrix} + (s_2 + k_2) \dot{\beta}_1 \begin{Bmatrix} s\beta_1 \\ c\beta_1 \end{Bmatrix} + a_2 \dot{\beta}_3 \begin{Bmatrix} c\beta_3 \\ -s\beta_3 \end{Bmatrix} - a_3 \dot{\beta}_3 \begin{Bmatrix} s\beta_3 \\ c\beta_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Si tratta di un sistema lineare di due equazioni nelle incognite  $\dot{\beta}_1$  e  $\dot{\beta}_3$  che può essere scritto come:

$$\begin{bmatrix} (s_2 + k_2)s(\beta_1) & a_2c(\beta_3) - a_3s(\beta_3) \\ (s_2 + k_2)c(\beta_1) & -a_2s(\beta_3) - a_3c(\beta_3) \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \dot{\beta}_1 \\ \dot{\beta}_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} c(\beta_1) \\ -s(\beta_1) \end{Bmatrix} \cdot \dot{s}_2$$

La matrice del primo membro è lo Jacobiano della equazione di chiusura di posizione.

Per calcolare le velocità, moltiplichiamo ambo i membri per l'inversa dello Jacobiano, ottenendo:

$$\begin{pmatrix} \dot{\beta}_1 \\ \dot{\beta}_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} (s_2 + k_2)s(\beta_1) & a_2c(\beta_3) - a_3s(\beta_3) \\ (s_2 + k_2)c(\beta_1) & -a_2s(\beta_3) - a_3c(\beta_3) \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} c(\beta_1) \\ -s(\beta_1) \end{pmatrix} \cdot \dot{s}_2$$

Le velocità angolari  $\dot{\beta}_1$  e  $\dot{\beta}_3$  sono in funzione di  $\dot{s}_2$ .

### 3.3.3 Analisi di accelerazione

Per determinare  $\ddot{\beta}_1$  e  $\ddot{\beta}_3$  si deriva, rispetto al tempo, l'equazione (3.39), ottenendo:

$$\ddot{z}_1 - \ddot{z}_2 - \ddot{z}_3 - \ddot{z}_4 = \bar{0} \quad (3.40)$$

Scrivendo in forma scalare la precedente equazione vettoriale, si ottiene:

$$\begin{aligned} \ddot{a}_1 \begin{pmatrix} c\vartheta_1 \\ s\vartheta_1 \end{pmatrix} + 2\dot{a}_1\dot{\vartheta}_1 \begin{pmatrix} -s\vartheta_1 \\ c\vartheta_1 \end{pmatrix} + a_1\ddot{\vartheta}_1 \begin{pmatrix} -s\vartheta_1 \\ c\vartheta_1 \end{pmatrix} + a_1\dot{\vartheta}_1^2 \begin{pmatrix} -c\vartheta_1 \\ -s\vartheta_1 \end{pmatrix} + \\ -a_2\ddot{\vartheta}_2 \begin{pmatrix} -s\vartheta_2 \\ c\vartheta_2 \end{pmatrix} + a_2\dot{\vartheta}_2^2 \begin{pmatrix} c\vartheta_2 \\ s\vartheta_2 \end{pmatrix} - a_3\ddot{\vartheta}_3 \begin{pmatrix} -s\vartheta_3 \\ c\vartheta_3 \end{pmatrix} + a_3\dot{\vartheta}_3^2 \begin{pmatrix} c\vartheta_3 \\ s\vartheta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Facendo le opportune sostituzioni, si ottiene:

$$\begin{aligned} \ddot{s}_2 \begin{pmatrix} -c\beta_1 \\ s\beta_1 \end{pmatrix} + 2\dot{s}_2\dot{\beta}_1 \begin{pmatrix} s\beta_1 \\ c\beta_1 \end{pmatrix} + (s_2 + k_2)\ddot{\beta}_1 \begin{pmatrix} s\beta_1 \\ c\beta_1 \end{pmatrix} + (s_2 + k_2)\dot{\beta}_1^2 \begin{pmatrix} c\beta_1 \\ -s\beta_1 \end{pmatrix} + \\ + a_2\ddot{\beta}_3 \begin{pmatrix} c\beta_3 \\ -s\beta_3 \end{pmatrix} - a_2\dot{\beta}_3^2 \begin{pmatrix} s\beta_3 \\ c\beta_3 \end{pmatrix} - a_3\ddot{\beta}_3 \begin{pmatrix} s\beta_3 \\ c\beta_3 \end{pmatrix} - a_3\dot{\beta}_3^2 \begin{pmatrix} c\beta_3 \\ -s\beta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Si tratta di un sistema lineare di due equazioni nelle incognite  $\ddot{\beta}_1$  e  $\ddot{\beta}_3$  che può essere scritto come:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} (s_2 + k_2)s(\beta_1) & a_2c(\beta_3) - a_3s(\beta_3) \\ (s_2 + k_2)c(\beta_1) & -a_2s(\beta_3) - a_3c(\beta_3) \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \ddot{\beta}_1 \\ \ddot{\beta}_3 \end{pmatrix} = \\ & = \begin{pmatrix} c(\beta_1) \\ -s(\beta_1) \end{pmatrix} \ddot{s}_2 - 2 \begin{pmatrix} s(\beta_1) \\ c(\beta_1) \end{pmatrix} \dot{s}_2\dot{\beta}_1 + (s_2 + k_2) \begin{pmatrix} -c(\beta_1) \\ s(\beta_1) \end{pmatrix} \dot{\beta}_1^2 + \\ & \quad + \begin{pmatrix} a_2s(\beta_3) + a_3c(\beta_3) \\ a_2c(\beta_3) - a_3s(\beta_3) \end{pmatrix} \dot{\beta}_3^2 \end{aligned}$$

Per calcolare le accelerazioni, moltiplichiamo ambo i membri per l'inversa dello Jacobiano, ottenendo:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \ddot{\beta}_1 \\ \ddot{\beta}_3 \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} (s_2 + k_2)s(\beta_1) & a_2c(\beta_3) - a_3s(\beta_3) \\ (s_2 + k_2)c(\beta_1) & -a_2s(\beta_3) - a_3c(\beta_3) \end{bmatrix}^{-1} \\ &\cdot \left[ \begin{Bmatrix} c(\beta_1) \\ -s(\beta_1) \end{Bmatrix} \ddot{s}_2 - 2 \begin{Bmatrix} s(\beta_1) \\ c(\beta_1) \end{Bmatrix} \dot{s}_2 \dot{\beta}_1 + \right. \\ &\left. + (s_2 + k_2) \begin{Bmatrix} -c(\beta_1) \\ s(\beta_1) \end{Bmatrix} \dot{\beta}_1^2 + \begin{Bmatrix} a_2s(\beta_3) + a_3c(\beta_3) \\ a_2c(\beta_3) - a_3s(\beta_3) \end{Bmatrix} \dot{\beta}_3^2 \right] \end{aligned}$$

## 3.4 Braccio

L'analisi cinematica del braccio è un problema di analisi diretta, cioè, note le variabili di coppia, si determina la posizione dell'attrezzatura rispetto al sistema assoluto.

### 3.4.1 Analisi di posizione, velocità e accelerazione

Le posizioni relative di tutti i sistemi di riferimento locali sono in funzione di  $s_2$ ,  $s_4$ ,  $\gamma$  e  $\beta_6$ , che corrispondono alle grandezze governate direttamente dall'operatore della macchina per la gestione dei movimenti del braccio.

Le analisi di velocità e di accelerazione sono state svolte utilizzando i metodi delle velocità e dell'accelerazioni relative, descritti in Appendice. Per implementarle in MatLAB, sono state modificate le relative formule, proiettandole nella terna  $k$ -esima in luogo della  $(k-1)$ -esima, così da avere delle espressioni più semplici delle velocità e delle accelerazioni lineari relative.

Sostituendo il pedice  $k$  con  $i$  nell'equazione (A.1), si proietta quest'ultima nel sistema  $i$ -esimo, ottenendo:

$$(\bar{v}_i)_i = [R_{i,i-1}]^{-1} [(\bar{v}_{i-1})_{i-1} + (\bar{\omega}_{i-1,0})_{i-1} \wedge (\bar{P}_i - \bar{P}_{i-1})_{i-1}] + (\bar{v}_{i,i-1})_i \quad (3.41)$$

Sostituendo il pedice  $k$  con  $i$  nell'equazione (A.2), si proietta quest'ultima nel sistema  $i$ -esimo, ottenendo:

$$(\bar{\omega}_{i,0})_i = [R_{i,i-1}]^{-1} (\bar{\omega}_{i-1,0})_{i-1} + (\bar{\omega}_{i,i-1})_i \quad (3.42)$$

Analogamente si opera per le accelerazioni, considerando rispettivamente le equazioni (A.5) e (A.6):

$$\begin{aligned} (\bar{a}_i)_i &= [R_{i,i-1}]^{-1} [(\bar{a}_{i-1})_{i-1} + (\bar{\alpha}_{i-1,0})_{i-1} \wedge (\bar{P}_i - \bar{P}_{i-1})_{i-1} + \\ &\quad + (\bar{\omega}_{i-1,0})_{i-1} \wedge ((\bar{\omega}_{i-1,0})_{i-1} \wedge (\bar{P}_i - \bar{P}_{i-1})_{i-1})] + \\ &\quad + 2 [[R_{i,i-1}]^{-1} (\omega_{i-1,0})_{i-1}] \wedge (\bar{v}_{i,i-1})_i + (\bar{a}_{i,i-1})_i \end{aligned} \quad (3.43)$$

$$\begin{aligned} (\bar{\alpha}_{i,0})_i &= [R_{i,i-1}]^{-1} (\bar{\alpha}_{i-1,0})_i + [[R_{i,i-1}]^{-1} (\bar{\omega}_{i-1,0})_{i-1}] \wedge (\bar{\omega}_{i,i-1})_{i-1} + \\ &\quad + (\bar{\alpha}_{i,i-1})_i \end{aligned} \quad (3.44)$$

Nella tabella (3.2) si riportano le velocità e le accelerazioni sia lineari che angolari del sistema  $i$ -esimo rispetto al precedente, espresse nel sistema  $i$ -esimo. Come si può vedere, le  $(\bar{v}_{i,i-1})$  e  $(\bar{a}_{i,i-1})$  risultano espresse in maniera più semplice.



### 3.5 Punto generico del veicolo

Per poter determinare, mediante i metodi della velocità e dell'accelerazione relative, le velocità e le accelerazioni (lineari ed angolari) delle origini di tutti i sistemi di riferimento bisogna definire le velocità e le accelerazioni relative (lineari ed angolari) fra il sistema di riferimento 1 e il sistema di riferimento assoluto 0.

<i>i</i> -esimo componente	$(\bar{v}_{i,i-1})_i$	$(\bar{\omega}_{i,i-1})_i$	$(\bar{a}_{i,i-1})_i$	$(\bar{\alpha}_{i,i-1})_i$
1 - base	$(v_{1,0})_1$	$(\omega_{1,0})_1$	$(a_{1,0})_1$	$(\alpha_{1,0})_1$
2 - torretta	/	$(0, 0, \dot{\gamma})$	/	$(0, 0, \ddot{\gamma})$
3 - cil. att. soll.	/	$(0, 0, \dot{\beta}_1)$	/	$(0, 0, \ddot{\beta}_1)$
4 - stelo att. soll.	$(0, 0, \dot{s}_2)$	/	$(0, 0, \ddot{s}_2)$	/
5 - braccio base	/	$(0, 0, \dot{\beta}_1 - \dot{\beta}_3)$	/	$(0, 0, \ddot{\beta}_1 - \ddot{\beta}_3)$
6 - sfilo	$(0, 0, \dot{s}_4)$	/	$(0, 0, \ddot{s}_4)$	/
7 - sfilo	$(0, 0, \dot{s}_4)$	/	$(0, 0, \ddot{s}_4)$	/
8 - attrezzatura	/	$(0, 0, \dot{\beta}_6 - \dot{\beta}_3)$	/	$(0, 0, \ddot{\beta}_6 - \ddot{\beta}_3)$

Tabella 3.2: Tabella delle velocità e delle accelerazioni relative

In questo modo è possibile calcolare la velocità e l'accelerazione (lineari ed angolari) di ogni punto P dei componenti della macchina.

La velocità angolare rimane costante per ogni P appartenente ad uno stesso corpo rigido, mentre la velocità lineare, nota la velocità di un punto  $\Omega$  del corpo rigido, è definibile grazie alla *legge fondamentale della cinematica*:

$$\bar{v}_P = \bar{v}_\Omega + \bar{\omega} \wedge \bar{\Omega P} \quad (3.45)$$

In questo caso il punto  $\Omega$  corrisponde all'origine di un sistema locale.

Come per le velocità, sono calcolabili le accelerazioni lineari e angolari di qualsiasi punto P appartenente ad un qualsiasi sistema locale. L'accelerazione angolare è uguale per ogni punto appartenente allo stesso corpo rigido, mentre per le accelerazioni lineari si ha:

$$\bar{a}_P = \bar{a}_\Omega + \bar{\omega} \wedge (\bar{\omega} \wedge \bar{\Omega P}) + \bar{\alpha} \wedge \bar{\Omega P} \quad (3.46)$$

Anche in questo caso il punto  $\Omega$  corrisponde all'origine del sistema locale in esame.

Applicando queste formule per i baricentri dei singoli componenti del braccio si ottiene:

$$(\bar{v}_{G_i})_i = (\bar{v}_i)_i + (\bar{\omega}_i)_i \wedge (\bar{G}_i)_i \quad (3.47)$$

$$(\bar{a}_{G_i})_i = (\bar{a}_i)_i + (\bar{\omega}_i)_i \wedge [(\bar{\omega}_i)_i \wedge (\bar{G}_i)_i] + (\bar{\alpha}_i)_i \wedge (\bar{G}_i)_i \quad (3.48)$$

Per riferire le componenti dei vettori della velocità e dell'accelerazione al sistema di riferimento assoluto 0 si utilizzano le matrici di rototraslazione:

$$(\bar{v}_{G_i})_0 = [T_{i0}](\bar{v}_{G_i})_i \quad (3.49)$$

$$(\bar{a}_{G_i})_0 = [T_{i0}](\bar{a}_{G_i})_i \quad (3.50)$$

# Capitolo 4

## Analisi statica

Il quarto capitolo tratta in dettaglio l'analisi statica svolta per le due tipologie di sollevatore telescopico prese in considerazione, il sollevatore telescopico di tipo frontale e quello con torretta girevole.

In particolare vengono definite le reazioni vincolari verticali ed orizzontali in corrispondenza dei punti di appoggio del veicolo col terreno.

### 4.1 Equazioni cardinali della statica

Uno dei compiti principali della *Meccanica* è quello di studiare il movimento dei corpi in relazione alle circostanze e cause che lo generano e influenzano o, in particolare, le condizioni sotto cui essi possono stare in quiete rispetto ad un determinato sistema di riferimento. Nel primo caso si rimane nell'ambito della *Dinamica*, nel secondo caso della *Statica*. Quest'ultima, quindi, si occupa dello studio dell'equilibrio dei corpi, cioè della ricerca delle condizioni a cui devono soddisfare la posizione di un dato sistema e le forze applicate affinché esso possa rimanere in quiete rispetto ad un prefissato sistema di riferimento, quando l'atto di moto iniziale sia nullo [47]. Con atto di moto si intende un insieme di vettori applicati  $(A, \bar{v})$ , ossia, fissato un istante  $t$  e un punto  $A$  dello spazio ambiente, si considera  $\bar{v}$  il vettore velocità di quel punto del sistema mobile che, nell'istante  $t$ , transita per  $A$ . Al variare dell'istante  $t$  varia il punto del sistema mobile che

transita per un prefissato punto A dello spazio ambiente, a meno che quel punto non sia in quiete in A. Inoltre, molto importante per la statica è la determinazione delle forze interne e delle reazioni vincolari. Analizziamo, in un primo momento, le condizioni di equilibrio di un punto materiale P, eventualmente soggetto ad un vincolo. Questo si trova in quiete in una determinata posizione rispetto ad un sistema assoluto se la sua accelerazione è nulla.

$$\bar{F} + \bar{\phi} = \bar{0} \quad (4.1)$$

con  $\bar{F}$  si indica una forza attiva, con  $\bar{\phi}$  una reazione vincolare. Generalmente, le forze attive che si considerano dipendono dalla posizione P e dalla velocità, cioè:  $\bar{F} = \bar{F}(P, \bar{v})$ .

Nel caso di assenza di vincolo (punto libero) si ha:

$$\bar{F} = \bar{0} \quad (4.2)$$

Si dice posizione di equilibrio ogni posizione in cui il vincolo è capace di esplicare la reazione direttamente opposta alla forza attiva, valutata per valore nullo della velocità, o in cui è soddisfatta l'equazione (4.2), se il vincolo non c'è. Le due relazioni (4.1), (4.2) si possono leggere dicendo che condizione necessaria per la quiete di un punto materiale è che esso si trovi in posizione di equilibrio.

Tutto ciò che è stato detto in precedenza, rispetto ad un sistema di riferimento assoluto, si estende immediatamente al caso di un sistema di riferimento mobile di moto qualsiasi rispetto ad un riferimento assoluto. Basta sostituire alla forza attiva la risultante della forza attiva e di quelle apparenti del moto relativo. Poiché le forze vanno considerate per valori nulli della velocità relativa, la forza complementare risulta nulla. Si conclude che la posizione di equilibrio relativo è ogni posizione in cui il vincolo è capace di esplicare la reazione direttamente opposta al risultante della forza attiva e di quella di trascinamento o, se vincolo non c'è, in cui si annulla il risultante della forza attiva e di quella di trascinamento. Condizione necessaria e sufficiente per la quiete di un punto materiale rispetto a qualsiasi sistema di riferimento è che esso si trovi in posizione di equilibrio relativo rispetto a quel sistema e con velocità relativa nulla.

Passiamo ora a considerare un sistema materiale. Si dice che tale sistema è in quiete rispetto ad un prefissato sistema di riferimento quando ogni suo punto materiale (se il sistema è particellare) od ogni suo elemento di materia (se il sistema è continuo) è in quiete rispetto ad esso. Generalizzando quanto detto per un unico punto, si definisce posizione di equilibrio per un qualunque sistema materiale, ogni posizione in cui i vincoli hanno la capacità di esplicitare un insieme di reazioni tali che i risultanti delle forze attive e vincolari agenti sui singoli punti o elementi del sistema siano tutti nulli.

Per un qualunque sistema materiale in quiete si annullano le forze di inerzia, ottenendo:

$$\bar{R}^{(e)} = \bar{0}; \quad \bar{M}_T^{(e)} = \bar{0} \quad (4.3)$$

Le forze che intervengono nella formazione dei primi membri delle (4.3) si devono valutare per valori nulli delle velocità. Considerando che le forze esterne si dividono in attive e vincolari, le (4.3) si possono scrivere come:

$$\bar{R}^{(e,a)} + \bar{R}^{(e,v)} = \bar{0}; \quad \bar{M}_T^{(e,a)} + \bar{M}_T^{(e,v)} = \bar{0} \quad (4.4)$$

Nel caso di corpo rigido, queste sono condizioni necessarie e sufficienti affinché una posizione sia di equilibrio. Questi concetti sono applicati al sollevatore telescopico in esame, infatti, lo scopo è quello di determinare come ogni configurazione, che il veicolo può assumere durante la fase operativa, possa incidere sulla stabilità del mezzo stesso.

## 4.2 Calcolo delle reazioni vincolari verticali

Nell'analisi statica del veicolo, consideriamo il sollevatore telescopico come un corpo rigido liberamente appoggiato ad un piano fisso,  $\pi$ , privo di attrito. Si suppone, in un primo momento, che anche il piano di appoggio sia rigido. Per semplicità, si considerano i 4 punti di appoggio  $A_1, A_2, A_3, A_4$ , localizzati nel centro delle superfici di contatto tra pneumatici e terreno e si denotano con  $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4$  le corrispondenti reazioni vincolari. Si definisce *poligono di appoggio*

[47], di cui è riportato un esempio in Figura 4.1, il poligono determinato dalle seguenti tre condizioni: è convesso; ha dei punti di appoggio per vertici; i punti di appoggio che non sono vertici sono ad esso interni.

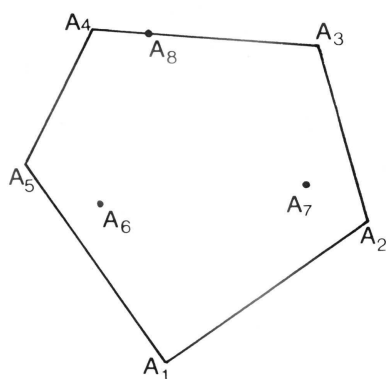


Figura 4.1: Esempio di poligono di appoggio con 8 punti di appoggio.

Come si può vedere in Figura 4.2, nel caso in cui si consideri un sollevatore telescopico di tipo frontale, il poligono di appoggio è rettangolare se la macchina è su gomma, mentre, è a forma di trapezio se gli stabilizzatori sono abbassati, impedendo il contatto delle ruote anteriori col terreno. Nel caso di sollevatore telescopico con torretta girevole, il poligono di appoggio è solo di forma rettangolare ma di dimensioni diverse a seconda dell'utilizzo o meno delle quattro staffe stabilizzatrici.

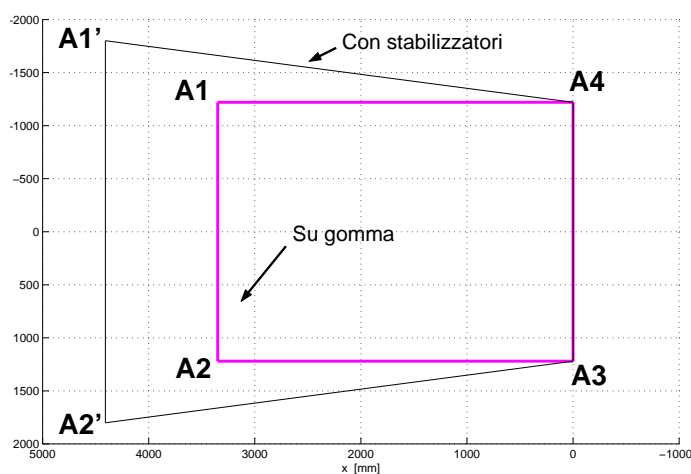


Figura 4.2: Poligoni di appoggio relativi al Sollevatore Telescopico di tipo frontale.

In assenza di attrito i vincoli possono esplicare tutte e sole le reazioni ortogonali a  $\pi$  e orientate nella regione consentita dal vincolo. Nel loro insieme, le reazioni vincolari costituiscono un sistema di forze parallele e concordi, applicate nei punti di appoggio, equivalenti ad un'unica forza ortogonale a  $\pi$  e orientata verso la regione consentita dal vincolo, applicata in un punto non esterno al poligono di appoggio. Quindi, condizione necessaria e sufficiente affinché un corpo rigido, appoggiato senza attrito ad un piano  $\pi$ , sia in posizione di equilibrio è che la sollecitazione attiva sia riducibile ad una forza unica ortogonale a  $\pi$  e orientata verso la parte impedita dal vincolo, applicata su una retta che interseca  $\pi$  in un punto non esterno al poligono di appoggio. Nel caso di solido pesante si giunge a tale condizione di equilibrio applicando il *principio di Torricelli*: il baricentro  $G^*$  non è suscettibile di abbassamento per effetto di uno spostamento virtuale allora e soltanto allora che la sua proiezione su  $\pi$  sia non esterna al poligono di appoggio. L'intersezione  $C^*$  con  $\pi$  della verticale per  $G^*$  si chiama *centro di pressione*, quindi, condizione necessaria e sufficiente affinché un corpo rigido pesante appoggiato senza attrito ad un suolo orizzontale sia in posizione di equilibrio è che il centro di pressione sia non esterno al poligono di appoggio. In questo paragrafo, si sta considerando la fase di carico/scarico del materiale, quindi, il veicolo è fermo sui suoi appoggi. Ci possono essere delle situazioni in cui, a causa di certe combinazioni dovute al peso del carico sull'attrezzatura, al sollevamento e all'estensione del braccio, la macchina possa trovarsi su tre appoggi, in quanto una delle ruote si distacca dal terreno prima delle altre. Quindi, bisogna studiare la stabilità sia nel caso di 3 che di 4 appoggi.

### 4.2.1 Baricentro della macchina

È fondamentale, per questo studio, la determinazione della posizione del baricentro globale della macchina così da poter localizzare il centro di pressione e capire quale sia il margine di sicurezza per l'operatore e le persone attorno al mezzo. Il veicolo in esame è molto complesso. Si è dovuto raccogliere in gruppi gli elementi che lo costituiscono e calcolarne il relativo baricentro complessivo. Infine,

si è calcolato il baricentro globale dell'intero sollevatore telescopico e del solo braccio, inteso come insieme dei 3 sfili. Si è deciso di considerare come elementi significativi quelli per i quali sono state definite le terne di riferimento per la notazione di Denavit-Hartenberg.

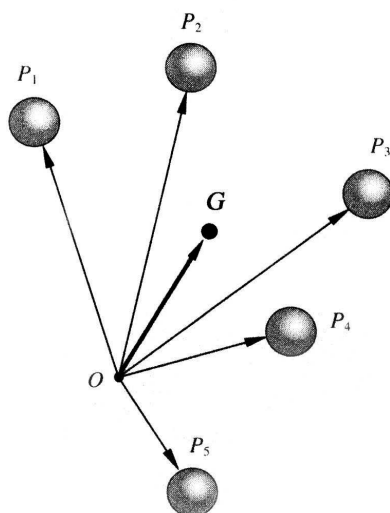


Figura 4.3: Baricentro di un sistema particellare.

Visto che sono note le masse e le posizioni dei componenti di tali elementi rispetto al sistema locale corrispondente, si possono considerare i vari membri come sistemi particellari. Per baricentro si intende il centro di un qualunque sistema di vettori paralleli, concordi e di modulo proporzionale alle masse, applicati nei punti del sistema. Come si può vedere dalla Figura 4.3, si indica con  $G$  il baricentro, con  $O$  un qualunque punto di riferimento, con  $m_i$  la massa del generico punto  $P_i$  del sistema particellare e con  $m$  la massa del sistema, ottenendo:

$$\vec{OG} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \vec{OP}_i \quad (4.5)$$

Da cui si ricavano subito le coordinate  $x_G, y_G, z_G$  del baricentro rispetto ad una qualunque terna di riferimento che, in questo caso, è quella locale del membro considerato.

$$x_G = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i x_i; \quad y_G = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i y_i; \quad z_G = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i z_i \quad (4.6)$$



### 4.2.2 Forza peso

Considerando un solido pesante, quindi, soggetto solo alla forza peso, si possono applicare le equazioni cardinali della statica che, esplicitamente si scrivono:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \phi_i = -p^* \\ \sum_{i=1}^n \Omega A_i \wedge \phi_i = -\Omega C^* \wedge p^* \end{cases} \quad (4.7)$$

Con  $n$  si indica il numero di appoggi considerato e con  $p^*$  la forza peso. Supposto  $\Omega$  su  $\pi$  e coincidente con l'origine degli assi di riferimento,  $z$  orientato come la verticale ascendente e denotando con  $x_i, y_i, 0$  le coordinate di  $A_i$  e con  $x^*, y^*, 0$  quelle di  $C^*$ , se si proiettano le (4.7) sugli assi di riferimento, si ottengono 3 identità e 3 equazioni effettive che sono:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \phi_i = p^* \\ \sum_{i=1}^n x_i \phi_i = x^* p^* \\ \sum_{i=1}^n y_i \phi_i = y^* p^* \end{cases} \quad (4.8)$$

Alle quali vanno associate le condizioni:  $\phi_i \geq 0$  ( $i=1,2,\dots,n$ ). Nel caso di  $n = 3$  appoggi non allineati, il sistema (4.8) ha il determinante dei coefficienti delle incognite  $\phi_i$  diverso da zero. Il problema, in questo caso, risulta staticamente determinato. Il caso in cui il numero delle reazioni da determinare sia maggiore di 3 risulta essere un problema staticamente indeterminato. Supponendo il centro di pressione  $C^*$  interno al poligono di appoggio è sempre possibile considerare tre suoi vertici, che denotiamo con  $A_1, A_2, A_3$ , tali che  $C^*$  sia interno al triangolo da essi definito. Di conseguenza  $\phi_1, \phi_2, \phi_3$  sono determinabili e si possono dare valori arbitrari (ad esempio nulli) alle rimanenti reazioni vincolari. Ci si è ricondotti al caso precedente di 3 appoggi. È evidente che si hanno più soluzioni per un numero di appoggi maggiore di 3, eccetto i casi per i quali la soluzione risulta univocamente determinata, ossia, di  $C^*$  appartenente ad uno dei lati del poligono di appoggio non contenente 3 punti di appoggio e di  $C^*$  coincidente con uno dei suoi vertici. La causa dell'indeterminatezza delle reazioni vincolari è l'ipotesi di rigidità ammessa per il corpo e per il suolo. Questa, da un lato facilita

la determinazione della condizione di equilibrio ma, dall'altro, implica la rinuncia della conoscenza di qualche aspetto significativo del fenomeno stesso. Se, invece, si ammette che il suolo, in corrispondenza ad ogni punto di appoggio, subisca un cedimento verticale proporzionale alla reazione esplicata, ossia, se ne ipotizza un comportamento elastico, si rende il problema staticamente determinato. Questo tipo di ipotesi non muta la condizione di equilibrio espressa precedentemente, perché uno spostamento verticale dei vettori applicati  $(A_i, \phi_i)$  costituisce una operazione elementare che non varia il loro risultante né il loro momento risultante. Una scelta opportuna degli assi di riferimento permette di avere delle formule semplici. Si considera, quindi, la terna  $T = (\Omega, x, y, z)$  con gli assi coincidenti con gli assi centrali di inerzia del sistema dei 4 punti di appoggio, pensati come punti materiali dotati di massa unitaria e nella posizione che occupano prima della deformazione. L'asse  $z$ , ortogonale a  $\pi$ , è considerato orientato verso l'alto.

Di conseguenza:

$$\sum_{i=1}^4 x_i = \sum_{i=1}^4 y_i = \sum_{i=1}^4 x_i y_i = 0 \quad (4.9)$$

Si pone:

$$\rho_x^2 = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 y_i^2; \quad \rho_y^2 = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 x_i^2 \quad (4.10)$$

Il cedimento del generico punto di appoggio  $A_i$  si può ritenere misurato dalla coordinata  $z_i$  di  $A_i$  a cedimento avvenuto e si può porre:  $\phi_i = -kz_i$  in base all'ipotesi di proporzionalità tra cedimento e reazione, essendo  $k$  una costante positiva caratteristica del suolo. Poiché si continua a mantenere l'ipotesi di rigidità del corpo appoggiato, si deve ritenere che anche a deformazione avvenuta i punti ove permane il contatto tra solido e suolo appartengano ad un medesimo piano,  $\pi'$ . Si ha:  $z_i = ax_i + by_i + c$  con  $a, b, c$  costanti da determinarsi. Si ottiene, quindi, la quarta equazione voluta per rendere determinato il problema.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^4 \phi_i = p^* \\ \sum_{i=1}^4 x_i \phi_i = x^* p^* \\ \sum_{i=1}^4 y_i \phi_i = y^* p^* \\ \phi_i = -k(ax_i + by_i + c) \end{array} \right. \quad (4.11)$$

Risolviendo il sistema (4.11), tenendo presente di (4.9), si ottiene:

$$\begin{cases} -4kc = p^* \\ -4k\rho_y^2 a = x^* p^* \\ -4k\rho_x^2 b = y^* p^* \end{cases} \quad (4.12)$$

$$a = -\frac{x^* p^*}{4k\rho_y^2}; \quad b = -\frac{y^* p^*}{4k\rho_x^2}; \quad c = -\frac{p^*}{4k} \quad (4.13)$$

Da cui:

$$\phi_i = \frac{p^*}{4} \left[ \frac{x^* x_i}{\rho_y^2} + \frac{y^* y_i}{\rho_x^2} + 1 \right] \quad (4.14)$$

Se qualcuna delle  $\phi_i$  risulta negativa vuol dire che il punto di appoggio corrispondente si distacca dal piano di appoggio. In questo caso si procede ripetendo il procedimento senza contare gli appoggi che hanno dato reazioni negative.

### 4.2.3 Forze e coppie esterne

Nel modello della macchina si è voluto tener conto, oltre che della forza peso, anche dell'azione di una forza esterna generica considerata applicata in un punto qualsiasi del veicolo stesso. Questa forza può permettere di simulare l'influenza del vento sulla stabilità del sollevatore telescopico, se si fa l'ipotesi di considerare questo evento atmosferico come l'azione di una forza concentrata applicata nel baricentro geometrico della superficie del mezzo che da esso è investita. Si possono simulare anche altre situazioni, come il caso in cui l'operatore, distrattamente, causi un contatto fra il braccio della macchina e qualche ostacolo nell'ambiente circostante al veicolo, come un ponte troppo basso. L'azione del braccio causa una reazione uguale e contraria da parte dell'oggetto investito. Questa reazione, è la forza generica del modello. Un altro esempio è quello di traino, tramite una fune, nel caso di avaria del mezzo. Per quanto riguarda l'aspetto matematico, si considerano le componenti  $F_x, F_y, F_z$  della forza generica nella direzione degli assi del sistema di riferimento assoluto A. Il segno di tali componenti è considerato positivo se il verso è concorde a quello degli assi, altrimenti è considerato negativo. Si considera agente, in un primo momento, la sola forza esterna. Nel caso di

poligono di appoggio triangolare si procede in maniera analoga al caso precedente. Con  $x, y, z$  si considerano le coordinate del punto di applicazione della forza nel nuovo sistema di riferimento definito nel paragrafo 4.2.2, per il quale si è assunto che il verso degli assi coincida con quello del sistema di riferimento assoluto A.

Se si considera applicata una sola forza esterna, si ha:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^3 \phi_i = -F_z \\ \sum_{i=1}^3 x_i \phi_i = -F_z \cdot x + F_x \cdot z \\ \sum_{i=1}^3 y_i \phi_i = -F_z \cdot y + F_y \cdot z \end{cases} \quad (4.15)$$

Mentre, se si considera applicata una sola coppia esterna, il cui segno è considerato positivo se causa una rotazione positiva secondo la *regola della mano destra*, si ha:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^3 \phi_i = 0 \\ \sum_{i=1}^3 x_i \phi_i = -C_y \\ \sum_{i=1}^3 y_i \phi_i = -C_x \end{cases} \quad (4.16)$$

La risoluzione di questi due sistemi ci permette di ottenere il valore delle reazioni vincolari incognite, nelle due rispettive situazioni di sola forza o sola coppia. I due contributi si possono sommare per la *sovrapposizione degli effetti*. Anche nel caso di poligono di appoggio rettangolare o trapezoidale, quindi con 4 punti di appoggio, si procede come nel caso della sola forza peso applicata.

$$\begin{cases} -4kc = -F_z \\ -4k\rho_y^2 a = -F_z \cdot x + F_x \cdot z \\ -4k\rho_x^2 b = -F_z \cdot y + F_y \cdot z \end{cases} \quad (4.17)$$

$$a = -\frac{-F_z \cdot x + F_x \cdot z}{4k\rho_y^2}; \quad b = -\frac{-F_z \cdot y + F_y \cdot z}{4k\rho_x^2}; \quad c = \frac{F_z}{4k} \quad (4.18)$$

Da cui:

$$\phi_i = \frac{1}{4} \left[ \frac{(-F_z \cdot x + F_x \cdot z)x_i}{\rho_y^2} + \frac{(-F_z \cdot y + F_y \cdot z)y_i}{\rho_x^2} - F_z \right] \quad (4.19)$$

Si considerano ora una coppia esterna, si ha:

$$\begin{cases} -4kc = 0 \\ -4k\rho_y^2 a = -C_y \\ -4k\rho_x^2 b = -C_x \end{cases} \quad (4.20)$$

$$a = -\frac{C_y}{4k\rho_y^2}; \quad b = -\frac{C_x}{4k\rho_x^2}; \quad c = 0 \quad (4.21)$$

$$\phi_i = \frac{1}{4} \left[ \frac{C_y x_i}{\rho_y^2} + \frac{C_x y_i}{\rho_x^2} \right] \quad (4.22)$$

Ovviamente, anche in questo caso si possono sommare i due contributi grazie alla *sovrapposizione degli effetti*.

#### 4.2.4 Centro di pressione equivalente

Una volta calcolate le reazioni vincolari totali, dovute cioè all'azione della forza peso e all'azione di una forza e di una coppia esterna generica, si possono ricavare le coordinate di un *centro di pressione equivalente* la cui posizione all'interno del poligono di appoggio permette di capire in che situazione si trova il veicolo. Cioè, quanto si è vicini ad una condizione di instabilità e, quindi, di pericolo. Per definire le coordinate di tale punto, nel caso di 3 appoggi basta riutilizzare l'equazione (4.8) in cui le incognite sono ora le  $x_{eq}^*$  e  $y_{eq}^*$ . Essendo solo 2 incognite, bastano 2 equazioni:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^3 x_i \phi_i = x_{eq}^* p^* \\ \sum_{i=1}^3 y_i \phi_i = y_{eq}^* p^* \end{cases} \quad (4.23)$$

Invece, nel caso di 4 appoggi, si riutilizza l'equazione (4.14) ed, analogamente a prima, bastano 2 equazioni. Per esempio, si possono considerare la  $\phi_{1tot}$  e la  $\phi_{2tot}$  ottenendo il sistema:

$$\begin{cases} \phi_{1tot} = \frac{p^*}{4} \left[ \frac{x_{eq}^* x_1}{\rho_y^2} + \frac{y_{eq}^* y_1}{\rho_x^2} + 1 \right] \\ \phi_{2tot} = \frac{p^*}{4} \left[ \frac{x_{eq}^* x_2}{\rho_y^2} + \frac{y_{eq}^* y_2}{\rho_x^2} + 1 \right] \end{cases} \quad (4.24)$$

### 4.3 Calcolo delle reazioni vincolari orizzontali

La stabilità del veicolo va verificata anche tenendo conto della forza d'attrito che gli appoggi riescono ad esercitare parallelamente al piano del terreno. Il coefficiente di attrito è di difficile determinazione poiché legato al tipo di appoggio e al tipo di terreno. Ogni appoggio può esercitare una forza di attrito  $F_{o,i}$  il cui valore massimo è dato da:

$$F_{o,i} = \mu_s \cdot F_{v,i} \quad (\text{con } F_{v,i} > 0) \quad (4.25)$$

dove  $F_{v,i}$  è il valore della reazione verticale per quell'appoggio e  $\mu_s$  il coefficiente di attrito statico posto uguale a 0.9, come suggerito in [23].

Considerando condizioni statiche, le non linearità delle equazioni di attrito non entrano in gioco e, quindi, per la trattazione matematica si può sfruttare il principio della *sovrapposizione degli effetti* considerando le singole forze orizzontali agenti sul veicolo (forza peso, forze/coppie esterne) come una forza generica applicata nel baricentro dei punti di appoggio (pensati come punti materiali dotati di massa unitaria) e un momento di trasporto. Inoltre, di un generico momento agente sulla macchina si considera la sola componente lungo l'asse  $z$  del sistema di riferimento del poligono di appoggio. Considerando come sistema di riferimento del poligono di appoggio  $p$  lo stesso descritto nel paragrafo 4.2.2, data una forza generica  $F$  agente sulla macchina, vengono considerate le sue componenti  $F_{x,p}$  e  $F_{y,p}$ , rispettivamente lungo l'asse  $x$  e lungo l'asse  $y$  (ossia parallele al terreno). Nel caso di quattro appoggi, le coordinate  $x_{gp}$  e  $y_{gp}$  del baricentro dei punti di appoggio, rispetto al sistema di riferimento del poligono di appoggio, sono nulle. Nel caso di tre appoggi (vedi Figura 4.5) occorre trovare il baricentro di un triangolo rettangolo ed esprimerne le coordinate rispetto al sistema di riferimento  $p$  come segue:

$$x_{gp} = \frac{L}{2} - \frac{L}{3}; \quad y_{gp} = \frac{l}{2} - \frac{l}{3} \quad (4.26)$$

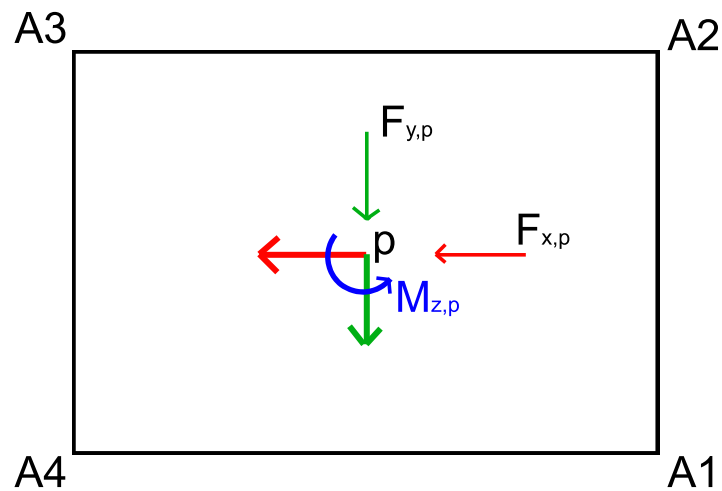


Figura 4.4: Sistema di riferimento  $p$  relativo al poligono di appoggio.

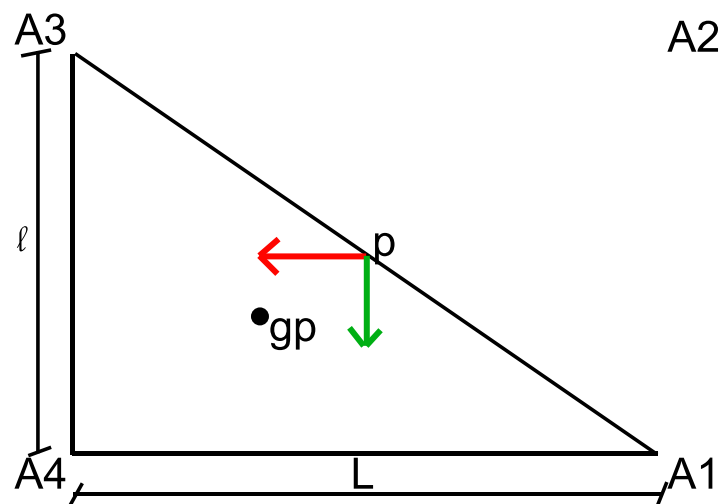


Figura 4.5: Baricentro nel caso di tre appoggi.

È facile dedurre il valore delle coordinate  $x_{gp}$  e  $y_{gp}$  nel caso in cui l'appoggio mancante sia diverso da quello riportato in Figura 4.5.

Come si può vedere in Figura 4.6, per la risoluzione del problema staticamente indeterminato si assume che i vincoli siano elastici. Inoltre, nel caso in cui si considerino piccole rotazioni si può ritenere che la reazione vincolare abbia direzione perpendicolare a quella della congiungente il centro di rotazione, di coordinate  $x_{gp}$  e  $y_{gp}$ , e il punto in cui è applicato il vincolo.

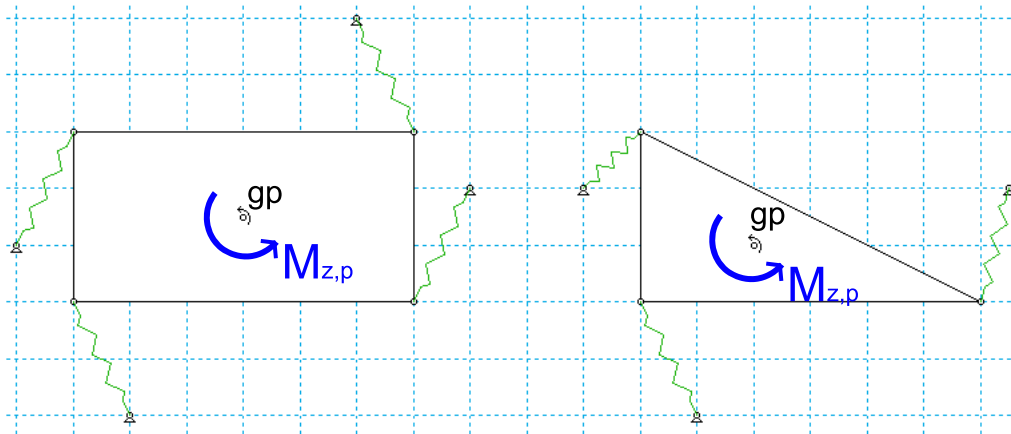


Figura 4.6: Modello di vincolo per effetto di un momento.

L'applicazione di una forza  $F_{y,p}$  con direzione parallela all'asse  $y$  del sistema del poligono di appoggio dà luogo al seguente momento di trasporto:

$$M_{z,p} = F_{y,p} \cdot (x_{F,p} - x_g) \quad (4.27)$$

dove  $x_{F,p}$  è la coordinata  $x$  del punto di applicazione della forza  $F_{y,p}$ .

Analogamente, l'applicazione di una forza  $F_{x,p}$  con direzione parallela all'asse  $x$  del sistema del poligono di appoggio dà luogo al seguente momento di trasporto:

$$M_{z,p} = -F_{x,p} \cdot (y_{F,p} - y_g) \quad (4.28)$$

Il valore delle reazioni vincolari dovute all'azione del solo momento di trasporto e nel caso di 4 appoggi è:

$$\begin{cases} R_{i,x} = \pm M_{z,p} \cdot l / [2(L^2 + l^2)] \\ R_{i,y} = \pm M_{z,p} \cdot L / [2(L^2 + l^2)] \end{cases} \quad (4.29)$$

dove il segno  $\pm$  è deducibile dalla Figura 4.6.



Nel caso di 3 appoggi:

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{1,x} = M_{z,p}/2 \cdot l/(L^2 + l^2) \\ R_{2,x} = 0 \\ R_{3,x} = -M_{z,p} \cdot l/(L^2 + l^2) \\ R_{4,x} = M_{z,p}/2 \cdot l/(L^2 + l^2) \\ \\ R_{1,y} = M_{z,p}L/(L^2 + l^2) \\ R_{2,y} = 0 \\ R_{3,y} = -M_{z,p}/2 \cdot L/(L^2 + l^2) \\ R_{4,y} = -M_{z,p}/2 \cdot L/(L^2 + l^2) \end{array} \right. \quad (4.30)$$

Analogamente si possono ricavare le componenti delle reazioni vincolari nel caso l'appoggio mancante sia diverso da quello dell'esempio. Sempre assumendo i vincoli elastici, la forza  $F_{y,p}$  applicata nel baricentro dei punti di appoggio (Figure 4.7 e 4.8) non provoca rotazione, e per le reazioni vincolari si può fare riferimento al modello di trave appoggio-appoggio, salvo ricordare che se gli appoggi su un lato sono due, la reazione si divide a metà.

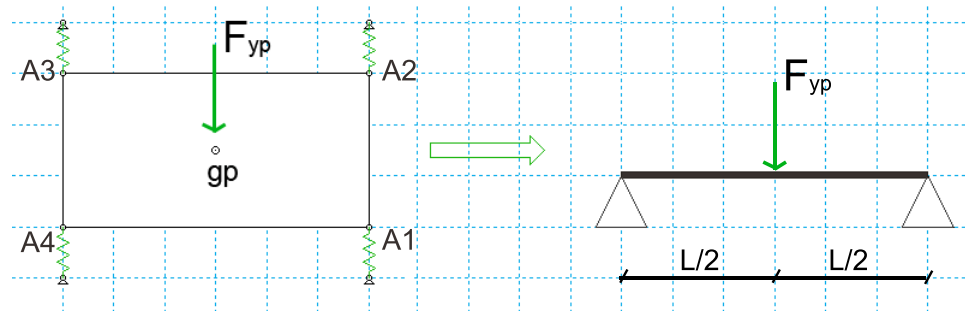


Figura 4.7: Modello trave appoggio-appoggio

Ad esempio, nel caso di 4 appoggi, una forza  $F_{y,p}$ , applicata nel baricentro dei punti di appoggio, genera le reazioni vincolari:

$$R_{1,y} = R_{2,y} = R_{3,y} = R_{4,y} = F_{y,p}/4 \quad (4.31)$$

Nel caso di 3 appoggi, una forza  $F_{y,p}$  applicata in  $gp$ , genera le reazioni

vincolari:

$$R_{1,y} = R_{3,y} = R_{4,y} = F_{y,p}/3 \quad (4.32)$$

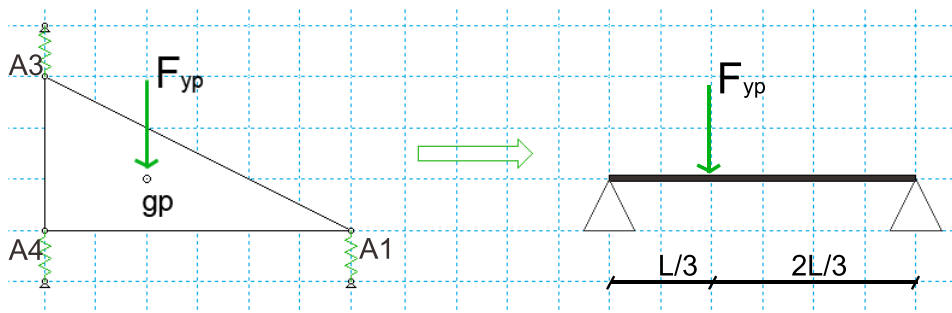


Figura 4.8: Modello trave appoggio-appoggio.

Analogamente è facile ricavare le reazioni vincolari date da una forza  $F_{x,p}$  applicata nel baricentro dei punti di appoggio e parallela all'asse  $x$ . Si ricorda che, anche in questo caso, se la forza non è applicata nel baricentro, bisogna considerare anche il momento di trasporto generato da questa.

# Capitolo 5

## Analisi dinamica

Il quinto capitolo tratta in dettaglio l'analisi dinamica svolta per le due tipologie di sollevatore telescopico prese in considerazione, il sollevatore telescopico di tipo frontale e quello con torretta girevole.

In particolare vengono definite le reazioni vincolari verticali ed orizzontali in corrispondenza dei punti di appoggio del veicolo col terreno.

### 5.1 Equazioni cardinali della dinamica

Da un punto di vista storico, la Statica ha origini molto remote, infatti, basta ricordare gli studi di Archimede sulla teoria della *leva* ed i fondamenti dell'*idrostatica*, mentre la Dinamica è una scienza relativamente recente, le cui basi definitive sono dovute essenzialmente a Galileo e Newton.

Si chiama *forza di inerzia* di un punto materiale di massa  $m$  ed accelerazione  $\bar{a}$  il vettore  $-m\bar{a}$ . Per un sistema particellare, il risultante delle forze di inerzia è:

$$\bar{R}^{(m)} = - \sum_{i=1}^n m_i \bar{a}_i \quad (5.1)$$

Qualunque sia il sistema (particellare o continuo) si ha che il risultante delle forze di inerzia coincide con la forza d'inerzia del baricentro pensato come punto materiale dotato della massa dell'intero sistema e differisce solo per il verso dalla

derivata della quantità di moto:

$$\bar{R}^{(m)} = -\dot{\bar{Q}} = -m\bar{a}_G \quad (5.2)$$

Il momento risultante delle forze d'inerzia del sistema rispetto al polo  $\Omega$  è dato da:

$$\bar{M}_\Omega^{(m)} = -\sum_{i=1}^n \Omega \bar{P}_i \wedge m_i \bar{a}_i \quad (5.3)$$

Per qualunque sistema materiale, questo momento risultante, rispetto ad un polo fisso o coincidente con il baricentro, differisce solo per il verso dal derivato del momento della quantità di moto rispetto al medesimo polo.

$$\bar{M}_\Omega^{(m)} = -\dot{\bar{K}}_\Omega \quad (5.4)$$

La derivata del momento della quantità di moto, rispetto al tempo, mi dà:

$$\dot{\bar{K}}_\Omega = -\sum_{i=1}^n \Omega \bar{P}_i \wedge m_i \dot{\bar{v}}_i \quad \Rightarrow \quad \dot{\bar{K}}_\Omega = -\bar{v}_\Omega \wedge m\bar{v}_G - \bar{M}_\Omega^{(m)} \quad (5.5)$$

Nel caso che il sistema considerato (particellare o continuo) sia rigido, si sostituisce nella formula del momento della quantità di moto (5.5) il termine della velocità  $\bar{v}_i$  del punto generico  $P_i$  con l'espressione fornita dalla *formula fondamentale della Cinematica*:

$$\bar{v}_i = \bar{v}_\Omega + \bar{\omega} \wedge \Omega \bar{P} \quad (5.6)$$

Sviluppando i calcoli si ottiene:

$$\dot{\bar{K}}_\Omega = m\Omega \bar{G} \wedge \bar{v}_\Omega + [I]_\Omega \bar{\omega} \quad (5.7)$$

Con  $[I]_\Omega$  si indica la *matrice o tensore di inerzia* valutato nel punto  $\Omega$ . Nel caso in cui  $\Omega$  è fisso o coincide con il baricentro  $G$ , il primo termine del secondo membro dell'equazione (5.7) risulta essere nullo. Quindi, il momento delle forze di inerzia applicato nel baricentro  $G$  è dato da:

$$\bar{M}_G^{(m)} = -\{[I]_G \dot{\bar{\omega}} + \bar{\omega} \wedge [I]_G \bar{\omega}\} \quad (5.8)$$

Questa equazione è valida se scritta rispetto ad un sistema di riferimento solidale al corpo rigido e baricentrica. È da notare la distinzione tra tensore e

matrice, di cui ne è una rappresentazione. Il tensore rappresenta una proprietà fisica, quindi è un ente assoluto, indipendente dal sistema di riferimento anche se può variare la sua rappresentazione al variare del sistema di riferimento. Così, la matrice  $[I]$  varia con il riferimento adottato, ma non varia lo stato del sistema considerato, per quanto riguarda il momento di inerzia. Si definisce *momento di inerzia*  $I$  di un qualunque sistema particellare, rispetto ad una retta  $r$ , la somma dei prodotti delle masse per i quadrati delle distanze dei loro punti di applicazione dalla retta. Quindi, detta  $m_i$  la massa del generico punto  $P_i$  del sistema e  $\delta_i$  la sua distanza da  $r$ , si ha:

$$I = \sum_{i=1}^n m_i \delta_i^2 \quad (5.9)$$

Importante è il teorema di Huygens che permette di definire come varia il momento di inerzia quando la retta  $r$  si sposta parallelamente a sè stessa (Figura 5.1).

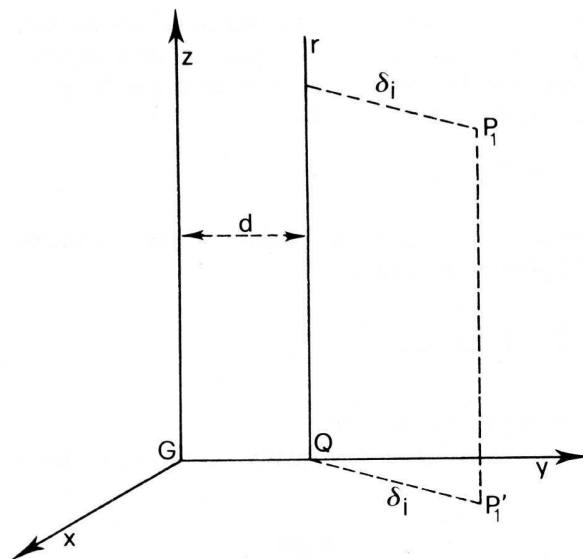


Figura 5.1: Spostamento dell'asse parallelamente a sè stesso

L'enunciato è: *Il momento di inerzia di un qualunque sistema materiale,  $C$ , rispetto ad una retta,  $r$ , è uguale a quello rispetto alla parallela,  $r_G$ , ad  $r$  passante per il baricentro di  $C$ , aumentato del prodotto della massa totale,  $m$ , di  $C$  per il*

quadrato della distanza,  $d$ , di  $r$  da  $r_G$  [47, 48].

$$I = I_G + md^2 \quad (5.10)$$

Quindi, la retta, rispetto alla quale il momento di inerzia è minimo, è quella baricentrale. Inoltre, è fondamentale sapere come varia  $I$  quando  $r$  cambia di direzione, passando sempre per uno stesso punto  $O$  (Figura 5.2).

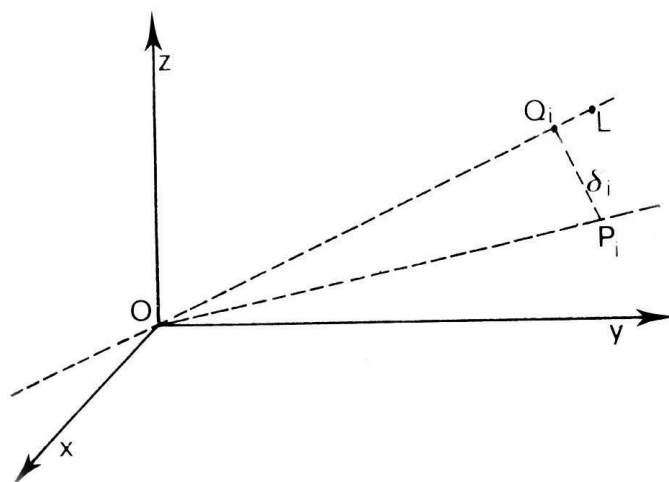


Figura 5.2: Spostamento dell'asse passando sempre per un punto  $O$

Siano  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  i coseni direttori di  $r$  rispetto alla terna di riferimento che supponiamo avere come origine il punto  $O$  e si pone:

$$\left\{ \begin{array}{l} A = \sum_{i=1}^n m_i (y_i^2 + z_i^2) \\ B = \sum_{i=1}^n m_i (x_i^2 + z_i^2) \\ C = \sum_{i=1}^n m_i (x_i^2 + y_i^2) \\ A' = \sum_{i=1}^n m_i y_i z_i \\ B' = \sum_{i=1}^n m_i x_i z_i \\ C' = \sum_{i=1}^n m_i x_i y_i \end{array} \right. \quad (5.11)$$

Con  $A$ ,  $B$ ,  $C$  si indicano i momenti di inerzia rispetto agli assi  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , mentre  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  si chiamano i *momenti di deviazione* o *momenti centrifughi misti* o *prodotti misti*.

La matrice o tensore di inerzia è data da:

$$[I] = \begin{bmatrix} A & -C' & -B' \\ -C' & B & -A' \\ -B' & -A' & C \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

Quindi, considerando un punto generico  $P_i$ , di un qualunque sistema particellare, di cui si denotano con  $m_i, \bar{v}_i, \bar{a}_i, \bar{e}_i, \bar{i}_i$  rispettivamente la sua massa, velocità, accelerazione e la forza esterna ed interna agenti su di esso [47], l'equazione fondamentale della Meccanica:  $\bar{F} = m\bar{a}$ , applicata a  $P_i$ , è:

$$m_i \bar{a}_i = \bar{e}_i + \bar{i}_i \quad (5.13)$$

Se la terna di riferimento non è galileiana, il vettore delle forze esterna è da considerarsi come la somma delle forze esterne effettive e di quelle apparenti del moto relativo. Per riferimenti galileiani si intendo tutti e soli quelli rispetto ai quali un corpuscolo isolato si muove di moto rettilineo e uniforme. Se si sommano le (5.13) rispetto all'indice  $i$  si ottiene:

$$\sum_{i=1}^n m_i \bar{a}_i = \bar{R}^{(e)} + \bar{R}^{(i)} \quad (5.14)$$

Considerando con  $\bar{R}^{(e)}$  e  $\bar{R}^{(i)}$  il risultante delle forze esterne ed interne. Tenendo presente che le forze interne, ossia quelle dovute all'interazione dei punti che costituiscono il corpo rigido, equivalgono ad un insieme di coppie di braccio nullo, l'equazione (5.14) si semplifica in:

$$\sum_{i=1}^n m_i \bar{a}_i = \bar{R}^{(e)} \quad (5.15)$$

Moltiplicando vettorialmente a sinistra i membri dell'equazione (5.14) per  $\Omega P_i$ , dove  $\Omega$  è un qualunque punto dello spazio, si ottiene:

$$\sum_{i=1}^n \Omega P_i \wedge m_i \bar{a}_i = \bar{M}_\Omega^{(e)} + \bar{M}_\Omega^{(i)} \quad (5.16)$$

Considerando con  $\bar{M}_\Omega^{(e)}$  e  $\bar{M}_\Omega^{(i)}$  i momenti risultanti rispetto ad  $\Omega$  delle forze esterne e quelle interne, applicate nei punti  $P_i$ . In base all'osservazione precedente,

anche l'equazione (5.16) si semplifica, ottenendo:

$$\sum_{i=1}^n \bar{\Omega} \bar{P}_i \wedge m_i \bar{a}_i = \bar{M}_{\Omega}^{(e)} \quad (5.17)$$

Le equazioni (5.15) e (5.17) prendono il nome di *Equazioni cardinali della Dinamica per i sistemi particellari*. Queste equazioni possono assumere un'altra espressione valida per sistemi sia particellari che continui, utilizzando il concetto di forza di inerzia, cioè:

$$\begin{cases} \bar{R}^{(m)} + \bar{R}^{(e)} = \bar{0} \\ \bar{M}_{\Omega}^{(m)} + \bar{M}_{\Omega}^{(e)} = \bar{0} \end{cases} \quad (5.18)$$

Considerando come polo il baricentro G, si ha:

$$\begin{cases} \bar{R}^{(e)} = m \bar{a}_G \\ \bar{M}_G^{(e)} = \{[I]_G \dot{\bar{\omega}} + \bar{\omega} \wedge [I]_G \bar{\omega}\} \end{cases} \quad (5.19)$$

La prima equazione del sistema (5.18) afferma che durante il moto di un qualunque sistema materiale è nullo ad ogni istante il risultante delle forze di inerzia e di quelle esterne. La seconda equazione, invece, che è nullo il momento delle forze di inerzia e di quelle esterne rispetto ad un qualunque polo. Complessivamente, l'insieme delle forze di inerzie e delle forze esterne costituiscono un sistema equilibrato.

## 5.2 Calcolo delle reazioni vincolari verticali

Nel capitolo precedente si tiene conto, per il calcolo delle reazioni vincolari verticali, dell'azione della forza peso e di una forza e di una coppia esterna applicate in un punto generico della macchina. Ora, si vuole determinare il contributo delle forze e dei momenti d'inerzia.

### 5.2.1 Forze e momenti d'inerzia

Per quanto riguarda l'aspetto matematico, si considerano queste forze (formula (5.2)) e questi momenti (formula (5.8)) come se fossero delle forze e dei



momenti esterni, applicati nel baricentro dei rispettivi componenti costituenti il sollevatore telescopico.

Quindi, per il poligono di appoggio costituito da 3 punti di appoggio si utilizzano le formule (4.15) e (4.16), di cui si possono sommare i due contributi grazie alla *sovrapposizione degli effetti*. Invece, per il poligono di appoggio costituito da 4 punti di appoggio si utilizzano le formule (4.19) e (4.22), di cui, anche in questo caso, si possono sommare i due contributi grazie alla *sovrapposizione degli effetti*.

### 5.2.2 Centro di pressione equivalente

Come per la statica, anche per la dinamica si sono calcolate le coordinate del *centro di pressione equivalente*, la cui posizione, all'interno del poligono di appoggio, permette di capire in che situazione di pericolo si trova il veicolo. Le reazioni vincolari totali, in questo caso, tengono conto anche dei contributi delle forze di inerzia e dei momenti delle forze di inerzia relativi al veicolo, al braccio, al carico. Analogamente a quanto esposto nel (4.2.4), per definire le coordinate di tale punto, nel caso di 3 appoggi basta riutilizzare l'equazione (4.8) in cui le incognite sono ora le  $x_{eq}^*$  e  $y_{eq}^*$ . Essendo solo 2 incognite, bastano 2 equazioni:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^3 x_i \phi_i = x_{eq}^* p^* \\ \sum_{i=1}^3 y_i \phi_i = y_{eq}^* p^* \end{cases} \quad (5.20)$$

Invece, nel caso di 4 appoggi, si riutilizza l'equazione (4.14) e, analogamente a prima, bastano 2 equazioni. Per esempio, si possono considerare la  $\phi_{1tot}$  e la  $\phi_{2tot}$  ottenendo il sistema:

$$\begin{cases} \phi_{1tot} = \frac{p^*}{4} \left[ \frac{x_{eq}^* x_1}{\rho_y^2} + \frac{y_{eq}^* y_1}{\rho_x^2} + 1 \right] \\ \phi_{2tot} = \frac{p^*}{4} \left[ \frac{x_{eq}^* x_2}{\rho_y^2} + \frac{y_{eq}^* y_2}{\rho_x^2} + 1 \right] \end{cases} \quad (5.21)$$

### 5.3 Calcolo delle reazioni vincolari orizzontali

Nel capitolo precedente si tiene conto, per il calcolo delle reazioni vincolari orizzontali, dell'azione della forza peso e di una forza e di una coppia esterna applicate in un punto generico della macchina.

Per determinare il contributo delle forze di inerzia e dei loro momenti si procede allo stesso modo.

# Capitolo 6

## Analisi strutturale

In questo capitolo viene affrontata l'analisi strutturale della macchina, non svolta per ogni singolo componente del sollevatore telescopico, ma per le sue parti principali. In altre parole, viene posta l'attenzione sulla resistenza strutturale del braccio e della ralla che risultano essere le parti che più facilmente possono subire delle rotture in fase operativa in quanto le più sollecitate.

Molte case produttrici, soprattutto di autogrù, tengono in considerazione anche il limite strutturale della macchina per determinare il diagramma di carico della stessa (vedi paragrafo 2.3).

Di seguito viene descritto il modello matematico sviluppato per valutare la resistenza strutturale del braccio e le sollecitazioni agenti sulla ralla. Il software è realizzato per poter facilmente prendere in considerazione sollevatori telescopici caratterizzati da bracci con più di due sfilì.

## 6.1 Modello strutturale del braccio

Per ogni sfilo viene descritto il modello utilizzato per il calcolo delle sollecitazioni, tenendo in considerazione i punti di attacco delle catene, delle pulegge, degli attuatori, dei pattini, delle forze esterne e dell'attrezzatura.

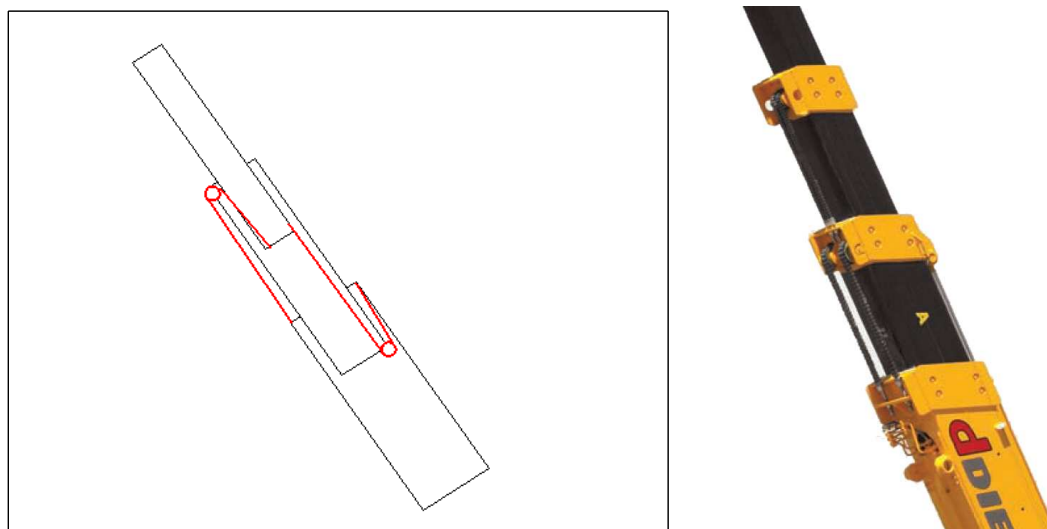


Figura 6.1: Sulla sinistra uno schema del meccanismo di estensione e ritrazione degli sfili (in rosso sono evidenziate le catene e le pulegge); sulla destra un esempio reale dello stesso meccanismo [43].

Il meccanismo che permette l'estensione e la ritrazione degli sfili è rappresentato in Figura 6.1 dove si può vedere come, imponendo un moto relativo tra il braccio di base e il primo sfilo, tramite un sistema di catene e pulegge, ne consegue il corrispondente moto del successivo sfilo a cui è applicata l'attrezzatura. Le forze dovute al peso e alle inerzie non sono rappresentate graficamente, ma sono conteggiate nel valutare le reazioni vincolari. Come mostrato in Figura 6.2, per poter descrivere il modello matematico sviluppato si fa riferimento alla rappresentazione di un caso particolare in cui si considera una corsa dell'attuatore di sollevamento di 1000 mm, una corsa dell'attuatore di estensione di 2300 mm, un carico di 500 Kg e l'applicazione all'estremità superiore dell'ultimo sfilo di un momento torcente esterno di 5 kNm.

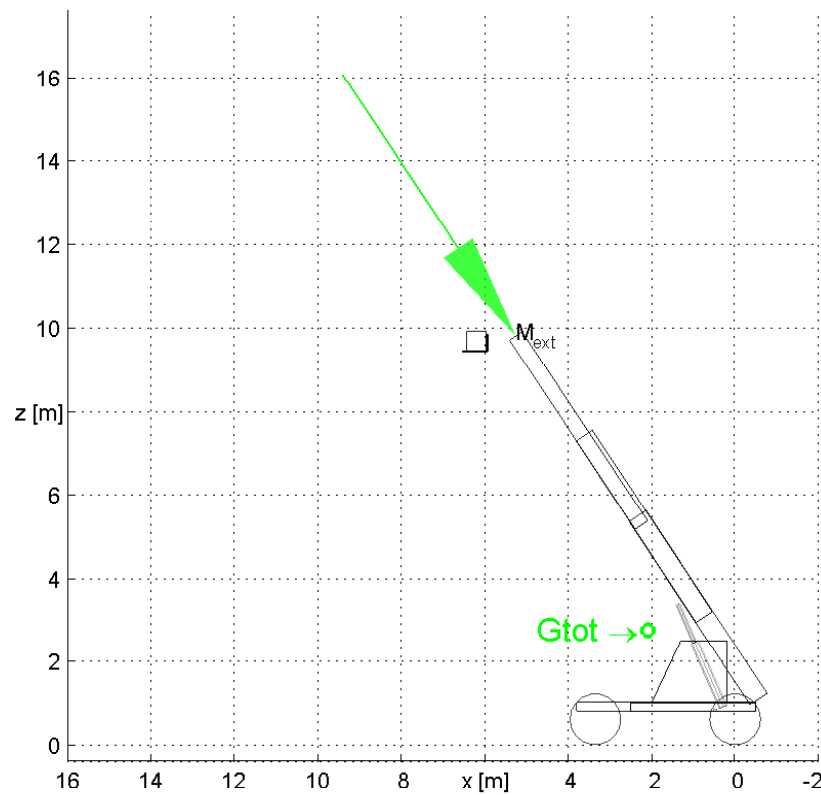


Figura 6.2: Configurazione di esempio ( $s_2 = 1000mm$ ;  $s_4 = 2300mm$ ;  $W = 500kg$  e applicazione di un momento esterno  $M_{ext} = 5kNm$ ).

Le forze scambiate tra i vari sfili sono ricavate risolvendo le equazioni di equilibrio definite partendo a ritroso dall'ultimo elemento fino al primo. Nelle seguenti figure sono rappresentati in rosso i vettori forza e in verde i vettori momento. Inoltre, per ogni sfilo è definito un ulteriore sistema di riferimento (diverso da quello precedentemente descritto nel capitolo 3) posto in corrispondenza dell'estremità superiore, con l'origine appartenente all'asse di simmetria longitudinale (linea blu tratteggiata), l'asse  $x$  rivolto verso l'altra estremità e l'asse  $z$  uscente dalla figura.

La seguente Figura 6.3 illustra le forze e i momenti agenti sulla struttura del secondo ed ultimo sfilo all'estremità del quale è installata l'attrezzatura.

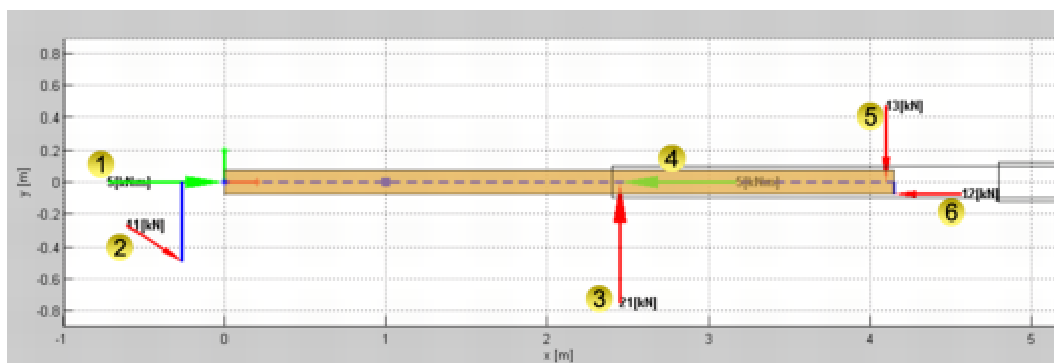


Figura 6.3: Modello strutturale del secondo sfilo.

I numeri riportati nella precedente figura corrispondono a:

1. momento torcente esterno applicato all'estremità superiore del secondo sfilo in corrispondenza dell'origine del sistema di riferimento
2. forza peso generata dal carico e dall'attrezzatura
3. reazione vincolare tra il secondo e il primo sfilo
4. reazione vincolare che bilancia il momento torcente
5. reazione vincolare tra il secondo e il primo sfilo
6. reazione vincolare della catena che permette l'estensione dello sfilo.

La seguente Figura 6.4 illustra le forze e i momenti agenti sulla struttura del primo sfilo.

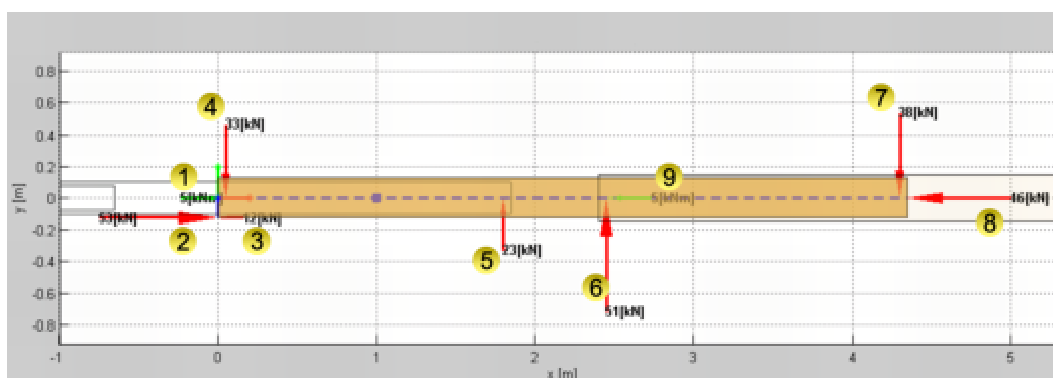


Figura 6.4: Modello strutturale del primo sfilo.

I numeri riportati nella precedente figura corrispondono a:

1. momento torcente
2. forza esercitata dalla puleggia di rinvio che permette l'estensione del secondo sfilo
3. ulteriore forza esercitata in prossimità dalla puleggia di rinvio che permette l'estensione del secondo sfilo
4. reazione vincolare tra il secondo e il primo sfilo
5. reazione vincolare tra il secondo e il primo sfilo
6. reazione vincolare tra il primo sfilo e il braccio di base
7. reazione vincolare tra il primo sfilo e il braccio di base
8. reazione vincolare esercitata dall'attuatore di estensione
9. reazione al momento torcente.

La seguente Figura 6.5 illustra le forze e i momenti agenti sulla struttura del braccio di base.

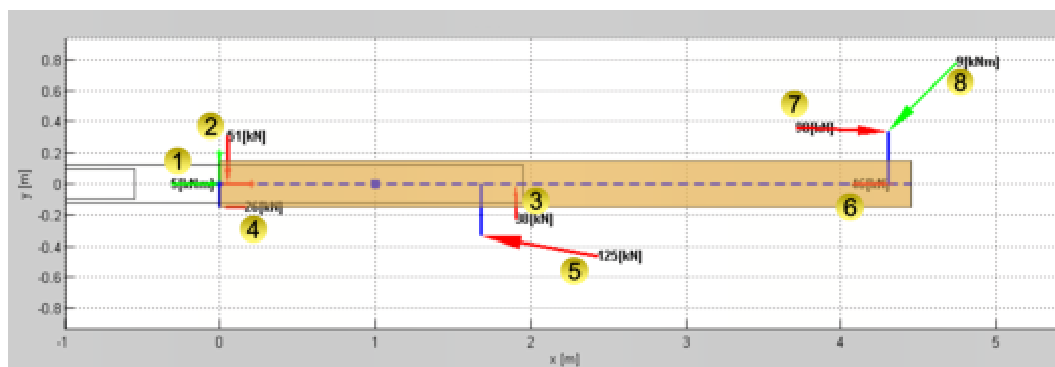


Figura 6.5: Modello strutturale del braccio di base.

I numeri riportati nella precedente figura corrispondono a:

1. momento torcente
2. reazione vincolare tra il primo sfilo e il braccio di base
3. reazione vincolare tra il primo sfilo e il braccio di base
4. forza esercitata dalla catena che permette l'estensione del secondo sfilo
5. forza esercitata dall'attuatore di sollevamento
6. forza esercitata dall'attuatore di estensione
7. reazione esercitata dal perno che permette il sollevamento del braccio
8. reazione al momento nel piano  $xy$ : la componente lungo  $x$  è uguale e contraria a 1), mentre la componente parallela a  $y$  contrasta l'azione della forza 5) data dall'attuatore di sollevamento.



### 6.1.1 Forze e coppie agenti

Per risolvere le equazioni di equilibrio che permettono di determinare le reazioni vincolari deve essere considerato anche il contributo delle forze peso e di inerzia che, nel modello matematico, sono trattate come forze distribuite. È importante, quindi, esprimere i vettori delle forze in gioco rispetto ai sistemi di riferimento usati per il calcolo delle sollecitazioni che, come descritto all'inizio del precedente paragrafo, sono diversi da quelli determinati secondo la convenzione di Denavit-Hartenberg. Per poter passare dalla terna di riferimento di uno sfilo  $T_{braccio}$  alla corrispondente terna  $T_{DH}$  si può definire una opportuna matrice di rototraslazione  $[T]_{T_{braccio}}^{T_{DH}}$ . Scegliendo di moltiplicare da destra verso sinistra una rotazione attorno all'asse  $x$  di  $-\pi/2$  e poi attorno all'asse  $z$  di  $\pi/2$ , in modo che la rotazione sia fatta rispetto agli assi della terna fissa  $T_{DH}$  si ottiene:

$$[T]_{T_{braccio}}^{T_{DH}} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

dove, interpretando la prima colonna, si può verificare che la componente  $x$  di un vettore espresso nel sistema  $T_{braccio}$  diventa una componente negativa per l'asse  $z$  del sistema  $T_{DH}$ , e analogamente per le colonne successive che contengono sempre i coseni direttori degli assi della terna corrente  $T_{braccio}$  rispetto a quelli della terna fissa  $T_{DH}$ , che è quella nella quale si vogliono esprimere le componenti dei vettori.

Per la terna del braccio di base è necessaria anche una traslazione le cui componenti sono espresse sempre nella terna  $T_{DH}$ :

$$[T]_{T_{braccio}}^{T_{DH}} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & l_x \\ 0 & 0 & 1 & l_y \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

La  $[T]_{T_{braccio}}^{T_{DH}}$  permette di esprimere le componenti del vettore forza peso  $F_p$

nel sistema dello sfilo in questione:

$$\bar{F}_p^{T_{braccio}} = [R_{T_{braccio}}^{TDH}]^{-1} [R_0^{TDH}] \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \cdot m_{braccio} \end{Bmatrix}^0 [N] \quad (6.3)$$

Nel modello utilizzato si considera una trave con sezione uniforme e massa distribuita lungo l'asse. La forza distribuita dovuta al peso  $\bar{q}_p$  è quindi costante lungo tutto il braccio e vale:

$$\bar{q}_p^{T_{braccio}} = \bar{F}_p^{T_{braccio}} / L_{braccio} \quad [N/m] \quad (6.4)$$

La forza di inerzia distribuita  $\bar{q}_{in}$  si calcola a partire dall'accelerazione assoluta:

$$\bar{q}_{in}^{T_{braccio}} = -\frac{m_{braccio}}{L} [R_{T_{braccio}}^{TDH}] [R_0^{TDH}] \bar{a}^0 \quad [N/m] \quad (6.5)$$

L'accelerazione, in generale, varia da punto a punto pertanto anche la forza distribuita non sarà costante. Per calcolarne la forza e il momento risultante rispetto all'origine di una forza distribuita variabile  $q(x)$  è necessario eseguire un integrale:

$$F_{ris} = \int_{x=0}^{x=L_{braccio}} q(x) dx$$

$$M_{ris} = \int_{x=0}^{x=L_{braccio}} q(x) \cdot x dx$$

Nel programma, il valore della accelerazione assoluta, e di conseguenza della forza distribuita, viene calcolato per punti (si veda la Figura 6.6), pertanto è necessario passare ad una formula che consideri i contributi discreti di ogni tratto per poi sommarli ed ottenere la risultante, dove l'operazione si intende fatta componente per componente:

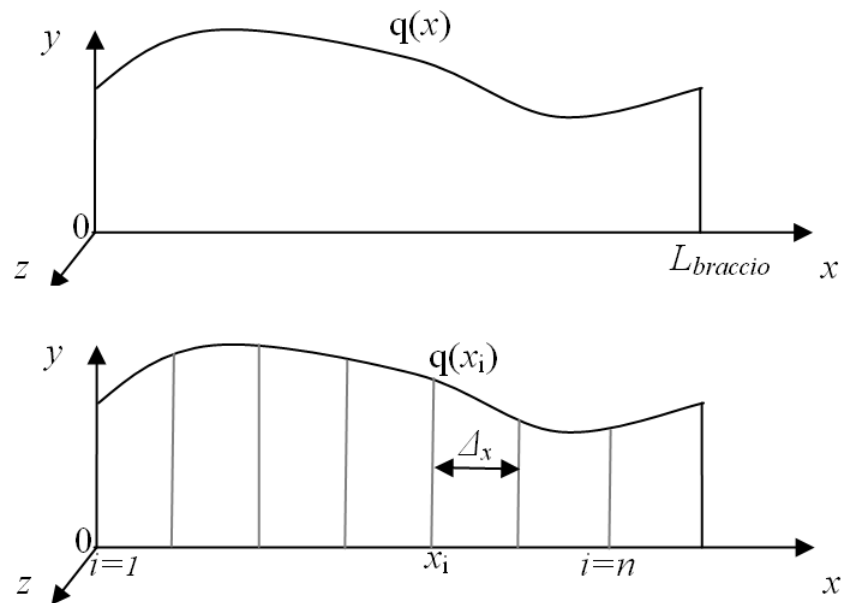


Figura 6.6: Forza distribuita, discretizzazione

$$\Delta F_i = q(x)_{x=x_i} \cdot \Delta x \quad (6.6)$$

$$F_{ris} = \sum_{i=1}^{i=n} \Delta F_i \quad (6.7)$$

$$M_{ris} = \sum_{i=1}^{i=n} \Delta F_i \cdot x_i \quad (6.8)$$

Una integrazione più precisa, di una funzione nota per punti (nodi), si può ottenere applicando il Metodo dei Trapezi o quello di Cavalieri-Simpson [49]. Ipotizzando che la funzione discretizzata non abbia discontinuità e scegliendo una discretizzazione piccola (ad esempio un nodo ogni cm di lunghezza) si può ritenere l'approssimazione sufficientemente accurata.

Una volta note tutte le forze e coppie che agiscono su ogni sfilo, si procede nel risolvere le equazioni di equilibrio per trovare le reazioni vincolari. Siano  $F_{ris}$

ed  $M_{ris}$  le risultanti delle forze distribuite (peso ed inerzia),  $F_a$  ed  $M_a$  momenti e forze attive (noti),  $F_r$  ed  $M_r$  momenti e forze reattive (incognite). Come polo per il calcolo dei momenti si può fare riferimento all'origine del sistema di riferimento, rispetto al quale sono espresse le componenti del generico braccio  $b$  della forza. Il modello utilizzato ha reso il problema staticamente determinato e il sistema di sei equazioni in sei incognite è:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_{a,x} + F_{ris,x} + \sum F_{r,x} = 0 \\ \sum F_{a,y} + F_{ris,y} + \sum F_{r,y} = 0 \\ \sum F_{a,z} + F_{ris,z} + \sum F_{r,z} = 0 \\ \sum M_{a,x} + M_{ris,x} + \sum (b_y F_{a,z} - b_z F_{a,y}) + \sum (b_y F_{r,z} - b_z F_{r,y}) = 0 \\ \sum M_{a,y} + M_{ris,y} + \sum (b_z F_{a,x} - b_x F_{a,z}) + \sum (b_z F_{r,x} - b_x F_{r,z}) = 0 \\ \sum M_{a,z} + M_{ris,z} + \sum (b_x F_{a,y} - b_y F_{a,x}) + \sum (b_x F_{r,y} - b_y F_{r,x}) = 0 \end{array} \right. \quad (6.9)$$

Per il braccio di base si deve aggiungere una condizione che tenga conto del fatto che l'attuatore di sollevamento può esercitare una forza  $F_s$  solo nella direzione del suo allungamento:

$$F_{s,x} = F_{s,y} \tan(\beta_1 - \beta_3) \quad (6.10)$$

### 6.1.2 Diagrammi degli sforzi e dei momenti

Per il calcolo delle forze normali e di taglio agenti lungo il braccio, si utilizza il modello mostrato in Figura 6.7.

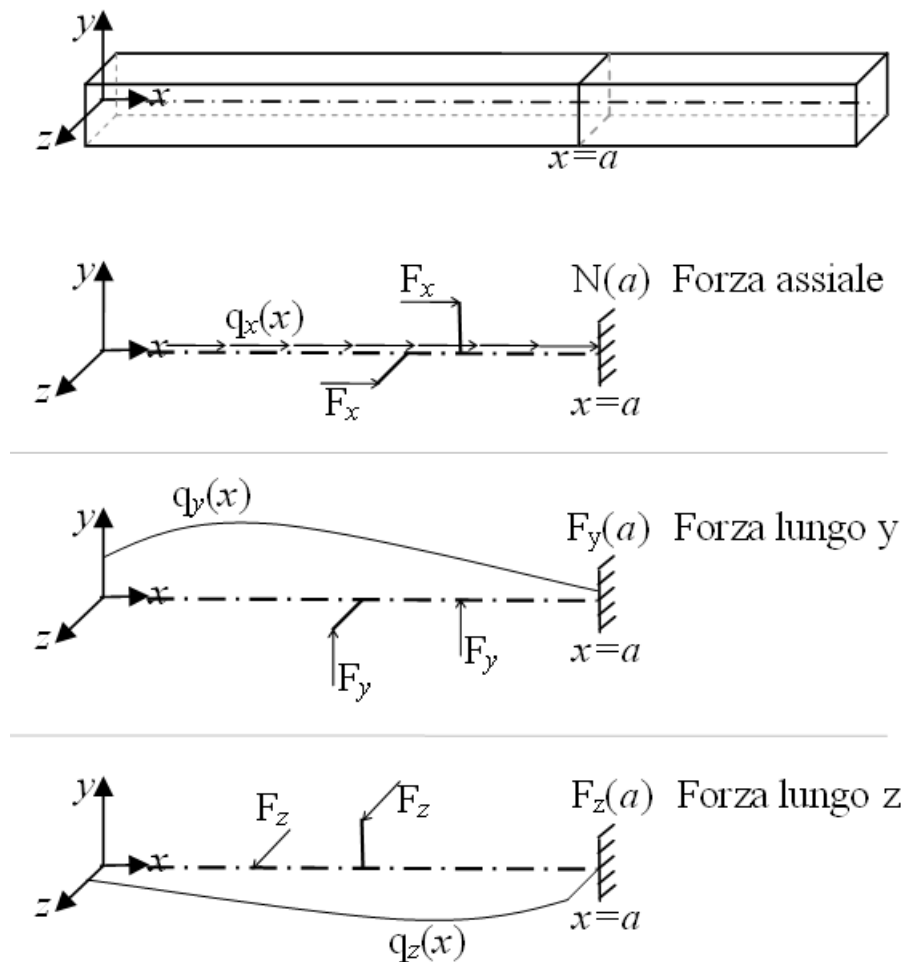


Figura 6.7: Modello utilizzato per il calcolo delle forze lungo il braccio.

Si rappresenta il braccio facendo riferimento al suo asse. La forza assiale in una generica sezione  $x = a$  è calcolata considerando l'azione di tutte le forze concentrate con punto di applicazione con coordinata  $x$  minore o uguale ad  $a$  e l'azione delle forze distribuite dovute al peso e all'inerzia:

$$N(a) = - \sum F_x - \int_{x=0}^{x=a} q_x(x) dx \quad (6.11)$$

Si è scelto il segno negativo per indicare che una forza  $F_x$ , positiva lungo l'asse

$x$ , genera uno stato di compressione nel punto  $a$ . Le forze che generano un taglio nella sezione in questione sono anch'esse calcolate considerando l'azione di tutte le forze concentrate con punto di applicazione con coordinata  $x$  minore o uguale ad  $a$  e l'azione delle forze distribuite dovute al peso e all'inerzia:

$$\begin{aligned} F_y(a) &= \sum F_y + \int_{x=0}^{x=a} q_y(x) dx \\ F_z(a) &= \sum F_z + \int_{x=0}^{x=a} q_z(x) dx \end{aligned} \quad (6.12)$$

Per il calcolo del momento torcente e dei momenti flessionali agenti lungo il braccio, si utilizza il modello mostrato in Figura 6.8. Per i versi positivi di forze e momenti si seguono gli assi del sistema di riferimento.

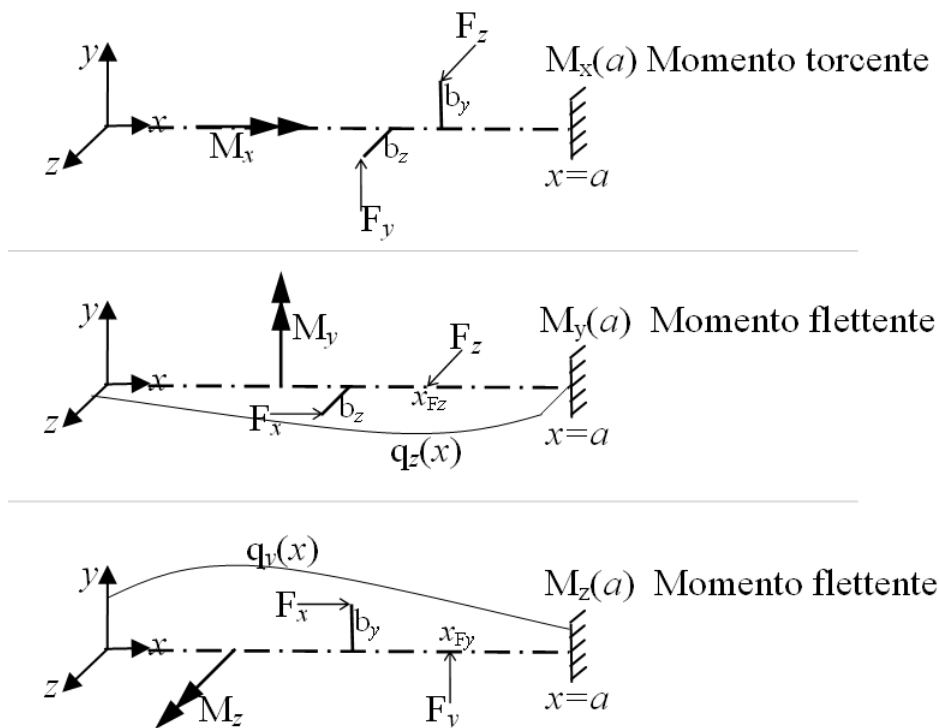


Figura 6.8: Modello utilizzato per il calcolo dei momenti lungo il braccio.

$$M_x(a) = \sum M_x + \sum b_y F_z - \sum b_z F_y \quad (6.13)$$

Le forze distribuite non appaiono nel calcolo poiché, immaginando la massa

del braccio concentrata lungo l'asse, non possono generare un momento torcente. Si calcolano infine gli andamenti dei momenti flessionali:

$$M_y(a) = \sum M_y + \sum b_z F_x + (a - x_f) F_z + \int_{x=0}^{x=a} q_z(x)(a - x) dx \quad (6.14)$$

$$M_z(a) = \sum M_z - \sum b_y F_x - (a - x_f) F_y - \int_{x=0}^{x=a} q_y(x)(a - x) dx \quad (6.15)$$

### 6.1.3 Analisi delle sezioni critiche

Noto l'andamento delle forze e dei momenti e le caratteristiche geometriche della sezione, è possibile calcolare il valore degli sforzi a cui il braccio è sottoposto. La forma regolare e simmetrica della sezione facilita notevolmente il calcolo e permette di individuare alcuni punti potenzialmente critici, nei quali verificare di avere un coefficiente di sicurezza sufficientemente elevato. La definizione dello stato tensionale in un punto tiene conto dello sforzo normale e dello sforzo di taglio tramite formule approssimate, che si riferiscono in particolare alle travi a sezione chiusa e sottile. Per la valutazione dello stato di tensione si utilizza l'ipotesi della energia di distorsione (criterio di Von Mises).

### Forza normale

Lo sforzo normale  $\sigma_{xx}$  dovuto ad una forza  $F_x$  che agisce lungo l'asse  $x$  del braccio è costante in tutti i punti della sezione e dipende dall'area della sezione mostrata in Figura 6.9.

$$\sigma_{xx,N} = F_x/A$$

$$A = lh - (l - 2s)(h - 2s)$$

### Momenti flettenti

Gli andamenti di  $\sigma_{xx}$  dovuti ai momenti flettenti  $M_z$  e  $M_y$  sono mostrati nell'immagine di destra di Figura 6.9; i valori massimi valgono:

$$\sigma_{xx \max, M_z} = M_z/W_{zz}$$

$$W_{zz} = J_{zz}/(h/2)$$

$$J_{zz} = \frac{1}{12}[lh^3 - (l - 2s)(h - 2s)^3]$$

$$\sigma_{xx \max, M_y} = M_y/W_{yy}$$

$$W_{yy} = J_{yy}/(l/2)$$

$$J_{yy} = \frac{1}{12}[hl^3 - (h - 2s)(l - 2s)^3]$$

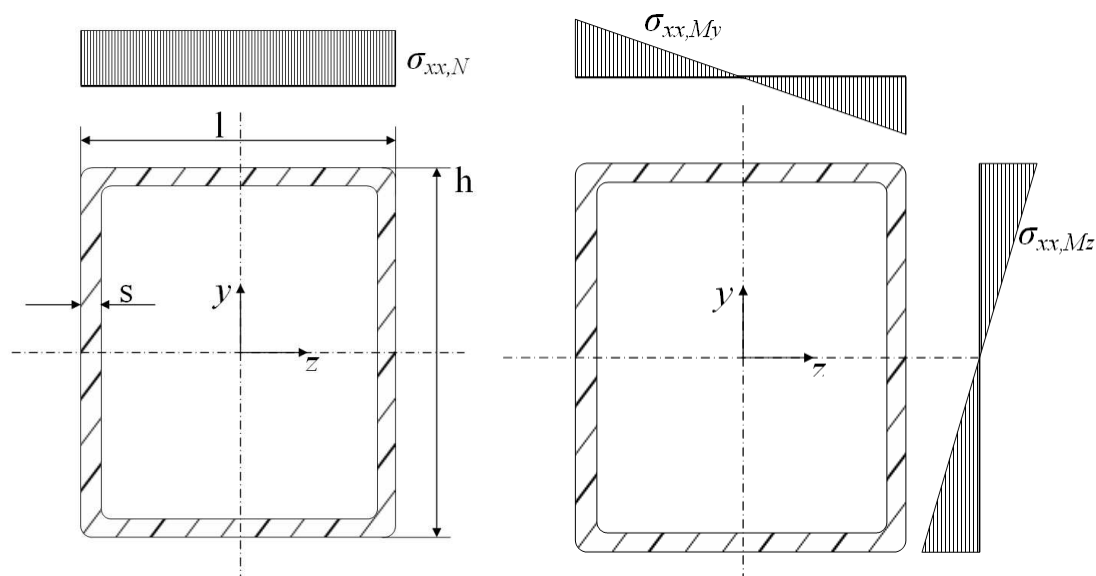


Figura 6.9: Sforzo normale per effetto della forza assiale e dei momenti flessionali.



### Momento torcente

L'analogia idrodinamica, per una sezione tubolare sottile chiusa indica che la tensione tangenziale  $\tau$  lungo lo spessore è diretta secondo la tangente alla linea media, con intensità e verso costanti e cresce al diminuire dello spessore della parete.

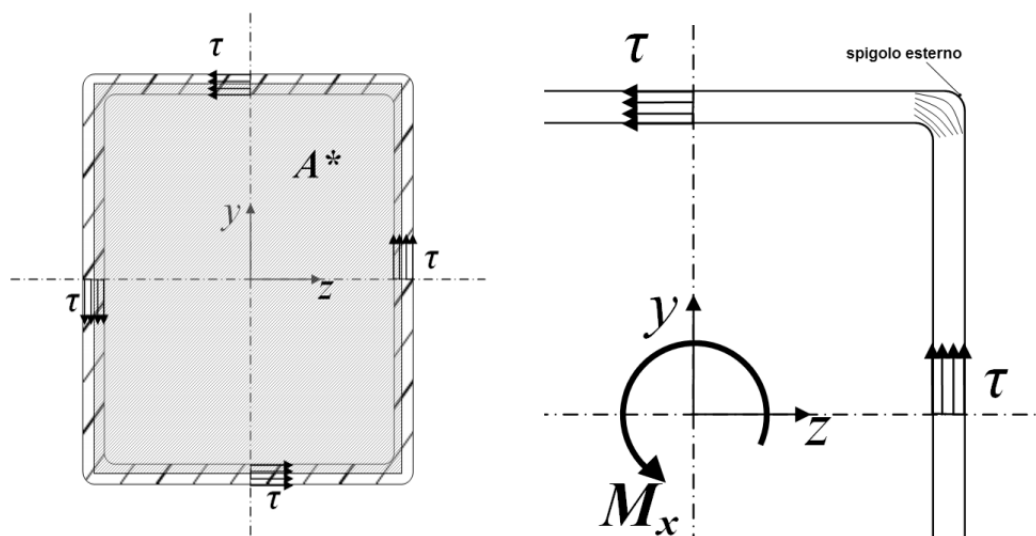


Figura 6.10: Sforzo di taglio per effetto del momento torcente

Nel nostro caso, in prossimità degli spigoli della sezione rettangolare, le ipotesi della teoria non sono valide per effetto del brusco cambiamento di direzione delle tensioni, ma come si vedrà in seguito, ciò non costituisce un reale problema, poiché nei punti per i quali si sceglierà di calcolare il valore delle tensioni, la stessa analogia idrodinamica suggerisce che negli spigoli esterni la tensione è nulla. Per i punti che distano dagli spigoli almeno quanto lo spessore, si può utilizzare per il calcolo approssimato della tensione tangenziale la *formula di Bredt*:

$$\tau = \frac{M_x}{2A^*s}$$

$$A^* = (l - s)(h - s)$$

## Forze di taglio

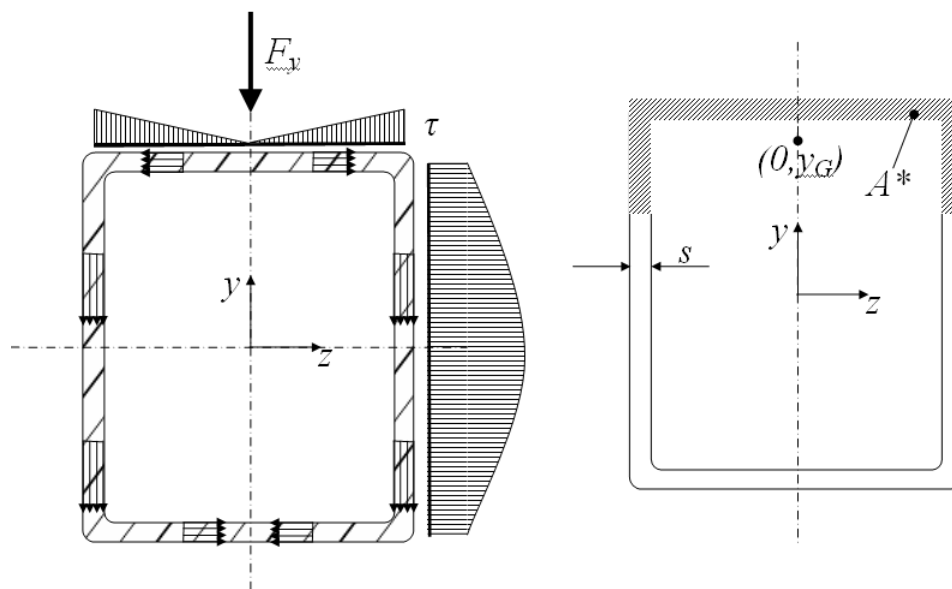


Figura 6.11: Effetto della forza di taglio.

Si consideri la sezione sottile biconnessa (chiusa), dotata di due assi di simmetria cosicché il centro di taglio coincide con il baricentro della sezione in Figura 6.11. Vi sia una forza che agisce lungo l'asse  $y$ . Si calcola il valore della tensione tangenziale media sulla corda corrente, costante lungo lo spessore con la formula seguente:

$$\tau = F_y S^* / (I_{zz} 2s)$$

$$S^* = A^* \cdot y_G$$

dove  $S^*$  indica il momento statico dell'area  $A^*$  staccata dalla sezione, e  $y_G$  è la coordinata  $y$  del baricentro dell'area  $A^*$ .

### 6.1.4 Calcolo del coefficiente di sicurezza

Analizzando separatamente gli andamenti delle sollecitazioni dovuti agli effetti di ogni singola forza (assiale o di taglio) e dei momenti (torcenti o flessionali), si possono fare delle osservazioni.

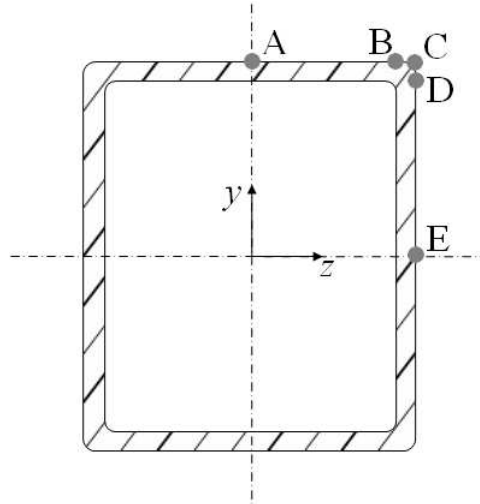


Figura 6.12: Punti analizzati

In Figura 6.12 sono indicati cinque punti per i quali verrà approfondita l'analisi, intendendo trattazione analoga per i rispettivi simmetrici rispetto agli assi di simmetria della sezione rettangolare.

- *Punto A*: lo sforzo normale  $\sigma_{xx}$  è dato dal momento flettente  $M_z$  (massimo) e dalla forza  $F_x$ , la  $\tau_{xz}$  è data dal momento torcente e dalla forza  $F_z$ .

$$\sigma_{xx,A} = \sigma_{\max,M_z} + \sigma_{F_x}$$

$$\tau_{xz,A} = \tau_{M_x} + \tau_{F_z}$$

- *Punto B*: lo sforzo normale  $\sigma_{xx}$  è dato dai momenti flettenti  $M_z$  (massimo),  $M_y$ , e dalla forza  $F_x$ , la  $\tau_{xz}$  è data dal momento torcente, dalla forza  $F_z$  e dalla forza  $F_y$ .

$$\sigma_{xx,B} = \sigma_{\max,M_z} + \sigma_{M_y} + \sigma_{F_x}$$

$$\tau_{xz,B} = \tau_{M_x} + \tau_{F_z} + \tau_{F_y}$$

- *Punto C*: lo sforzo normale è dato dai momenti flettenti  $M_z$  (massimo),  $M_y$  (massimo), e dalla forza  $F_x$ , la  $\tau$  è nulla per l'analogia idrodinamica, essendo C uno spigolo esterno.

$$\sigma_{xx,C} = \sigma_{\max,M_z} + \sigma_{\max,M_y} + \sigma_{F_x}$$

$$\tau_C = 0$$

- *Punto D*: lo sforzo normale  $\sigma_{xx}$  è dato dai momenti flettenti  $M_z$ ,  $M_y$  (massimo), e dalla forza  $F_x$ , la  $\tau_{xy}$  è data dal momento torcente, dalla forza  $F_z$  e dalla forza  $F_y$ .

$$\sigma_{xx,D} = \sigma_{M_z} + \sigma_{\max,M_y} + \sigma_{F_x}$$

$$\tau_{xy,D} = \tau_{M_x} + \tau_{F_z} + \tau_{F_y}$$

- *Punto E*: lo sforzo normale  $\sigma_{xx}$  è dato dal momento flettente  $M_y$  (massimo), e dalla forza  $F_x$ , la  $\tau_{xy}$  è data dal momento torcente e dalla forza  $F_z$ .

$$\sigma_{xx,E} = \sigma_{\max,M_y} + \sigma_{F_x}$$

$$\tau_{xy,E} = \tau_{M_x} + \tau_{F_y}$$

L'utilizzo di un criterio di resistenza permette di confrontare la tensione di snervamento  $\sigma_s$  del materiale, ottenuta con prove di tensione monoassiale, con lo stato di sollecitazione dato dalla composizione di  $\sigma$  e  $\tau$ . Si è scelto di utilizzare l'ipotesi della massima energia di distorsione (o ipotesi di Von Mises) che nel caso di flessione, forza normale e taglio diventa:

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma_{xx}^2 + 3\tau^2} \quad (6.16)$$

dove  $\tau = \tau_{xy}$  per i punti D ed E, mentre per A e B  $\tau = \tau_{xz}$ :

## 6.2 Sollecitazioni sulla ralla

Per dimensionare la ralla è necessario conoscere le sollecitazioni a cui è sottoposta. Il software permette di conoscere, in condizioni sia statiche che dinamiche, le forze e i momenti agenti su di essa. Vengono considerati separatamente i contributi dati dalla forza peso, dalla forza e coppia esterna e dalle forze e coppie d'inerzia. Si ricorda che il sistema di riferimento della ralla è la terna 2, e che concorrono a determinare le sollecitazioni della ralla tutti gli elementi a valle della stessa.

### Forza peso

Si calcola dapprima la massa totale di tutti gli  $n$  corpi a valle della ralla e le coordinate del baricentro totale degli stessi espresso nel sistema 2:

$$W_{tot} = \sum_{i=2}^n W_i$$

$$\{\bar{G}_{tot}\}^2 = \frac{\sum_{i=2}^n W_i \{\bar{G}_i\}^2}{W_{tot}}$$

dove  $W_i$  è la massa del corpo  $i$ -esimo e  $\{\bar{G}_i\}^2$  sono le coordinate del suo baricentro nel sistema 2. In generale, l'apice a destra della parentesi graffa indicherà il sistema di riferimento utilizzato per la rappresentazione del vettore.

Il contributo della forza peso e del momento dato dalla forza stessa valgono:

$$\{\bar{F}_p\}^2 = [R_{0,2}] \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ -g \cdot W_{tot} \end{array} \right\}^0 \quad (6.17)$$

$$\{\bar{C}_p\}^2 = \left\{ \begin{array}{c} G_{tot,y} \cdot F_{p,z} - G_{tot,z} \cdot F_{p,y} \\ G_{tot,z} \cdot F_{p,x} - G_{tot,x} \cdot F_{p,z} \\ G_{tot,x} \cdot F_{p,y} - G_{tot,y} \cdot F_{p,x} \end{array} \right\}^2 \quad (6.18)$$

### Forze e coppie esterne

In generale, la forza e la coppia esterne sono espresse nel sistema di riferimento del link  $i$ -esimo al quale sono applicate, perciò si opera prima la trasformazione seguente ( $\bar{P}_{F_{ext}}$  sono le coordinate del punto di applicazione della forza):

$$\{\bar{F}_{ext}\}^2 = [R_{i,2}] \{\bar{F}_{ext}\}^i \quad (6.19)$$

$$\{\bar{M}_{ext}\}^2 = [R_{i,2}] \{\bar{M}_{ext}\}^i$$

$$\{\bar{P}_{Fext}\}^2 = [T_{i,2}] \left\{ \begin{array}{c} \bar{P}_{Fext} \\ 1 \end{array} \right\}^i$$

La coppia agente sulla ralla sarà:

$$\{C_{ext}\}^2 = \left\{ \begin{array}{c} M_{ext,x} + P_{Fext,y} \cdot F_{ext,z} - P_{Fext,z} \cdot F_{ext,y} \\ M_{ext,y} + P_{Fext,z} \cdot F_{ext,x} - P_{Fext,x} \cdot F_{ext,z} \\ M_{ext,z} + P_{Fext,x} \cdot F_{ext,y} - P_{Fext,y} \cdot F_{ext,x} \end{array} \right\}^2 \quad (6.20)$$

### Forze e coppie d'inerzia

Le formule della dinamica forniscono il valore della forza di inerzia  $\bar{F}_{in,i}$  del corpo  $i$ -esimo (noto il suo peso  $W_i$  e l'accelerazione assoluta del suo baricentro  $\{\bar{a}_{G,i}\}^0$ ) e anche la coppia d'inerzia (note velocità e accelerazione angolari e il tensore d'inerzia  $[I_G]$  scritto rispetto al sistema baricentrico):

$$\{\bar{F}_{in,i}\}^0 = -W_i \{\bar{a}_{G,i}\}^0$$

$$\{C_{in,i}\}^G = -[I_G] \dot{\bar{\omega}} - \bar{\omega} \wedge [I_G] \bar{\omega}$$

Il vettore  $\bar{F}_{in,i}$  andrà espresso nel sistema di riferimento 2:

$$\{\bar{F}_{in,i}\}^2 = [R_{0,2}] \{\bar{F}_{in,i}\}^0$$

Se la terna baricentrica ha la stessa orientazione della terna di Denavit-Hartenberg del membro considerato si può scrivere:

$$\{C_{in,i}\}^2 = [R_{i,2}] \{C_{in,i}\}^G$$

Ora che sono note le forze d'inerzia, i punti di applicazione (baricentri) e le coppie d'inerzia nel sistema della ralla si possono calcolare i contributi globali,

sommando gli effetti dei singoli corpi.

$$\{\bar{F}_{in}\}^2 = \sum_{i=2}^n \{\bar{F}_{in,i}\}^2 \quad (6.21)$$

$$\{\bar{C}_{in}\}^2 = \sum_{i=2}^n \{\bar{C}_{in,i}\}^2 + \sum_{i=2}^n \left\{ \begin{array}{l} G_{i,y} \cdot F_{in,i,z} - G_{i,z} \cdot F_{in,i,y} \\ G_{i,z} \cdot F_{in,i,x} - G_{i,x} \cdot F_{in,i,z} \\ G_{i,x} \cdot F_{in,i,y} - G_{i,y} \cdot F_{in,i,x} \end{array} \right\}^2 \quad (6.22)$$

Infine, sommando i contributi di (6.17), (6.19) e (6.21) si ottiene la forza complessiva agente sulla ralla e sommando (6.18), (6.20) e (6.22) il momento complessivo:

$$\begin{aligned} \{\bar{F}_{tot}\}^2 &= \{\bar{F}_p\}^2 + \{\bar{F}_{ext}\}^2 + \{\bar{F}_{in}\}^2 \\ \{\bar{C}_{tot}\}^2 &= \{\bar{C}_p\}^2 + \{\bar{C}_{ext}\}^2 + \{\bar{C}_{in}\}^2 \end{aligned}$$

Con riferimento alla Figura 6.13, ottenuta in condizioni statiche,  $F_{tot,z}$  corrisponde alla forza rappresentata in rosso, mentre il vettore in verde rappresenta il momento flessionale agente sulla ralla dato dalla composizione di  $C_{tot,x}$  e  $C_{tot,y}$ .

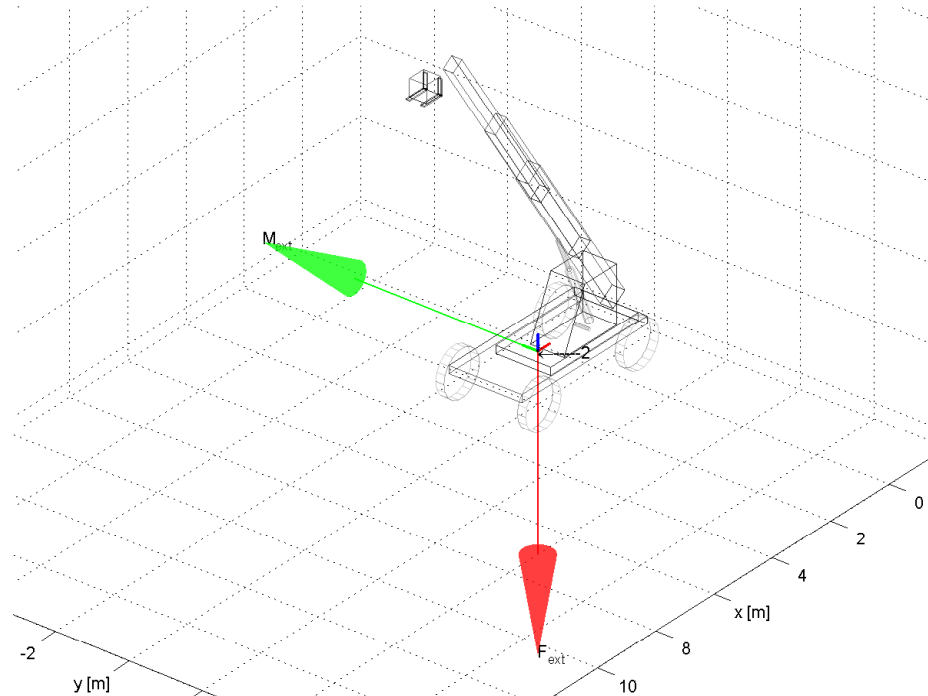


Figura 6.13: Forze e momenti agenti sulla ralla, rispettivamente di colore rosso e di colore verde.





# Capitolo 7

## Stima del baricentro complessivo

Per consentire l'implementazione del modello matematico del sollevatore telescopico in sistemi di controllo real-time si è reso necessario semplificare il modello cinematico e dinamico descritti nei capitoli precedenti. A tal fine, sono stati individuati gli algoritmi di semplificazione ed un numero limitato di variabili da monitorare durante il funzionamento della macchina, dalla cui misura è possibile ottenere una stima sufficientemente attendibile della vicinanza di eventuali condizioni di instabilità.

Il presente capitolo, per maggior chiarezza espositiva e vista la similitudine degli argomenti trattati, descrive le formule individuate per stimare la posizione del baricentro in campo statico del solo sollevatore telescopico di tipo frontale, mentre, vengono descritti i diagrammi di carico stimati sia del sollevatore telescopico di tipo frontale [50] che di quello con torretta girevole. Tali diagrammi indicano, al variare del peso del carico da sollevare, il corrispondente campo di lavoro del mezzo e, se confrontati con i diagrammi sperimentali forniti dai costruttori, consentono di validare i modelli cinematici sviluppati.

## 7.1 Metodo indiretto

Il metodo presentato in questo paragrafo è detto ‘indiretto’ in quanto le formule utilizzate per il calcolo delle coordinate del baricentro complessivo del sollevatore telescopico richiedono la determinazione delle coordinate dei baricentri dei sottosistemi in cui è stato suddiviso il mezzo per svolgere l’analisi. La posizione del baricentro complessivo, rispetto al sistema di riferimento assoluto 0, è stata calcolata in funzione della corsa dell’attuatore di sollevamento  $s_2$ , della corsa dell’attuatore di estensione  $s_4$  e della massa del carico  $W$  [45, 46].

Di seguito sono elencati i sottosistemi in cui è stato scomposto il sollevatore telescopico e per i quali sono state ricavate le relazioni matematiche che esprimono le coordinate del corrispondente baricentro rispetto al sistema assoluto 0:

1. Base
2. Attuatore di sollevamento
3. Braccio di base
4. Primo sfilo
5. Secondo sfilo
6. Attrezzatura con carico

Prima di affrontare l’analisi dei sottosistemi del sollevatore telescopico, è opportuno riportare lo studio fatto relativamente alla stima della variazione dell’angolo di inclinazione dell’attuatore di sollevamento e di estensione del braccio ( $\beta_1$  e  $\beta_3$ ) in funzione della corsa dell’attuatore di sollevamento stesso  $s_2$ .

La Figura 7.1 mostra l’andamento teorico di tali angoli di inclinazione, secondo le equazioni (3.35) e (3.38).

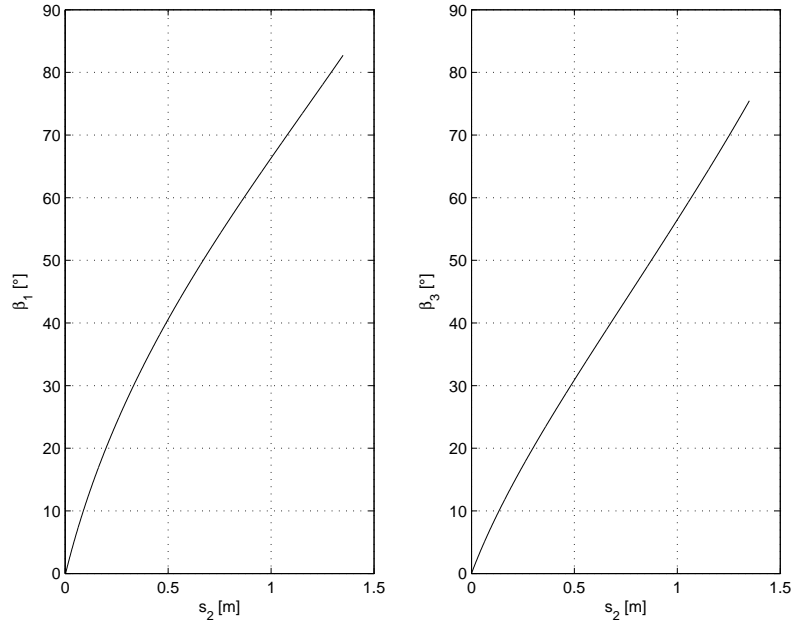


Figura 7.1: Andamento teorico degli angoli di inclinazione dell'attuatore di sollevamento e di estensione del braccio (rispettivamente  $\beta_1$  e  $\beta_3$ ) in funzione della corsa dell'attuatore di sollevamento  $s_2$ .

Con un errore massimo nella stima dei baricentri di circa 14 cm, gli andamenti precedentemente visti possono essere approssimati con le seguenti espressioni polinomiali di quarto grado:

$$\beta_1 = a_{\beta_1} \cdot s_2^4 + b_{\beta_1} \cdot s_2^3 + c_{\beta_1} \cdot s_2^2 + d_{\beta_1} \cdot s_2 + e_{\beta_1} \quad [^\circ] \quad (7.1)$$

$$\beta_3 = a_{\beta_3} \cdot s_2^4 + b_{\beta_3} \cdot s_2^3 + c_{\beta_3} \cdot s_2^2 + d_{\beta_3} \cdot s_2 + e_{\beta_3} \quad [^\circ] \quad (7.2)$$

dove i valori numerici dei coefficienti sono riportati nella seguente Tabella:

	a [1/m <sup>4</sup> ]	b [1/m <sup>3</sup> ]	c [1/m <sup>2</sup> ]	d [1/m]	e [°]
$\beta_1$	-17.11	66.1981	-98.7909	115.6799	0.3226
$\beta_3$	-8.1006	33.1818	-45.8416	76.8829	0.3447

Tabella 7.1: Coefficienti dei polinomi di stima di  $\beta_1$  e  $\beta_3$ .

Per le trattazioni seguenti, quando si parlerà degli angoli  $\beta_1$  e  $\beta_3$ , ci si riferirà sempre ai valori ottenuti con le equazioni (7.1) e (7.2).

### 1. Base

Le coordinate del baricentro della base del veicolo (o veicolo senza il braccio) non hanno bisogno di essere stimate in quanto sono costanti nel tempo (non dipendono da nessuna variabile) sia nel caso di presenza che di assenza dell'operatore in cabina.

Di seguito sono riportate le coordinate del baricentro del veicolo senza operatore a bordo,  $\mathbf{G}_b$ , e quelle del veicolo con operatore a bordo,  $\mathbf{G}_{b\ op}$ .

$$\mathbf{G}_b = \left\{ \begin{array}{c} 1.4661 \\ -0.0769 \\ 0.9581 \end{array} \right\}_0 \quad \mathbf{G}_{b\ op} = \left\{ \begin{array}{c} 1.4704 \\ -0.0677 \\ 0.9624 \end{array} \right\}_0 \quad (7.3)$$

Inoltre, la massa della base del veicolo è:

$$W_b = 7.7278 \cdot 10^3 \quad [kg] \quad (7.4)$$

Assumendo che la massa dell'operatore sia di 75 kg e non prendendo in considerazione l'effetto provocato dallo svuotamento del serbatoio del carburante e dell'olio.

## 2. Attuatore di sollevamento

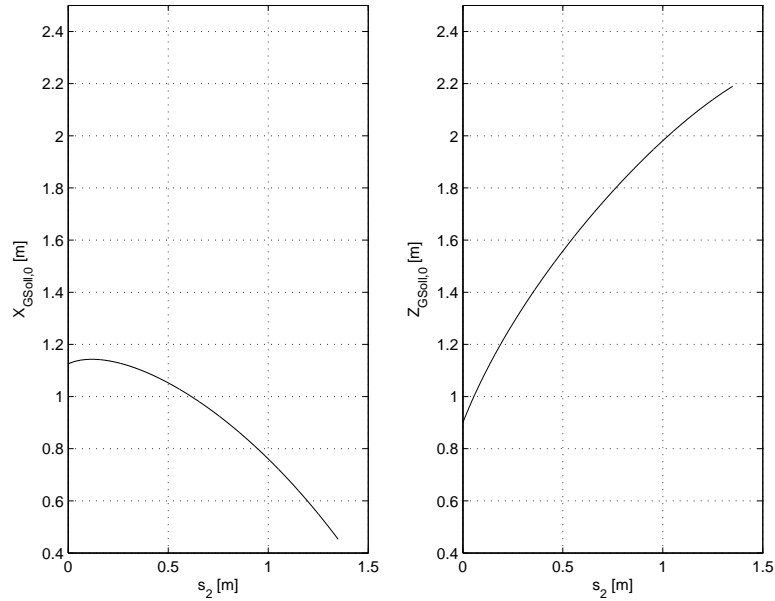


Figura 7.2: Andamento teorico delle coordinate X e Z del baricentro dell'attuatore di sollevamento del braccio in funzione della corsa dell'attuatore di sollevamento  $s_2$  [m] e rispetto al sistema di riferimento assoluto 0.

Analizzando l'andamento teorico delle coordinate del baricentro dell'attuatore di sollevamento rispetto al sistema di riferimento assoluto 0 (vedi Figura 7.2) e in funzione della corsa dell'attuatore di sollevamento  $s_2$  [m], è stata definita la seguente relazione:

$$\mathbf{G}_s = \left\{ \begin{array}{c} a_{xs} \cdot \cos(\beta_1) + b_{xs} \cdot s_2^2 + c_{xs} \cdot s_2 + d_{xs} \\ a_{ys} \\ a_{zs} \cdot \sin(\beta_1) + b_{zs} \cdot s_2^2 + c_{zs} \cdot s_2 + d_{zs} \end{array} \right\}_0 \quad (7.5)$$

dove i valori dei coefficienti sono riportati in Tabella 7.2.

Si può notare che le coordinate  $X_{G_s}$  e  $Z_{G_s}$  sono in funzione di  $\beta_1$  e di  $s_2$ , mentre la coordinata  $Y_{G_s}$  ha un andamento costante.

La seguente Figura (7.3) mostra l'andamento teorico della massa dell'attuatore di sollevamento in funzione della corsa dell'attuatore di sollevamento del braccio  $s_2$  [m].

	a [m]	b [1/m]	c	d [m]
$X_{G_s}$	0.7553	-0.2699	0.3586	0.3676
$Y_{G_s}$	0.02405	-	-	-
$Z_{G_s}$	0.4756	-0.0964	0.7336	0.9071

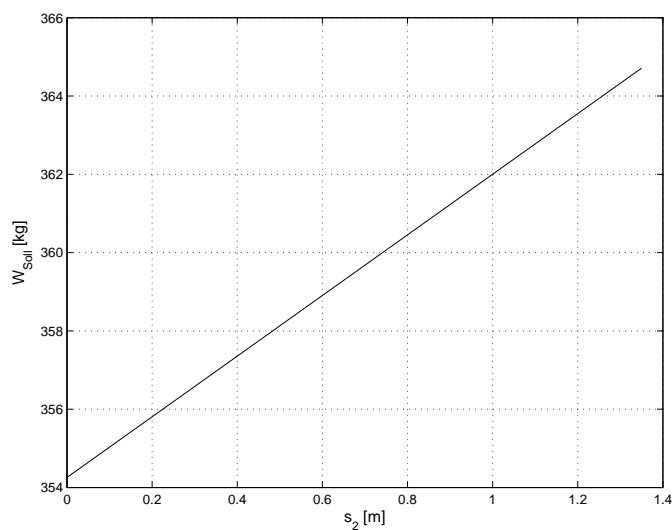
Tabella 7.2: Parametri di  $G_s$ .

Figura 7.3: Andamento teorico della massa dell'attuatore di sollevamento in funzione della corsa dell'attuatore di sollevamento del braccio  $s_2$  [m].

Tale andamento è esprimibile con il seguente polinomio di primo grado:

$$W_s = a_s \cdot s_2 + b_s \quad [kg] \quad (7.6)$$

dove i valori dei coefficienti sono riportati in Tabella 7.3:

	a [kg/m]	b [kg]
$W_s$	7.7440	354.2563

Tabella 7.3: Parametri di  $W_s$

## 3. Braccio di base

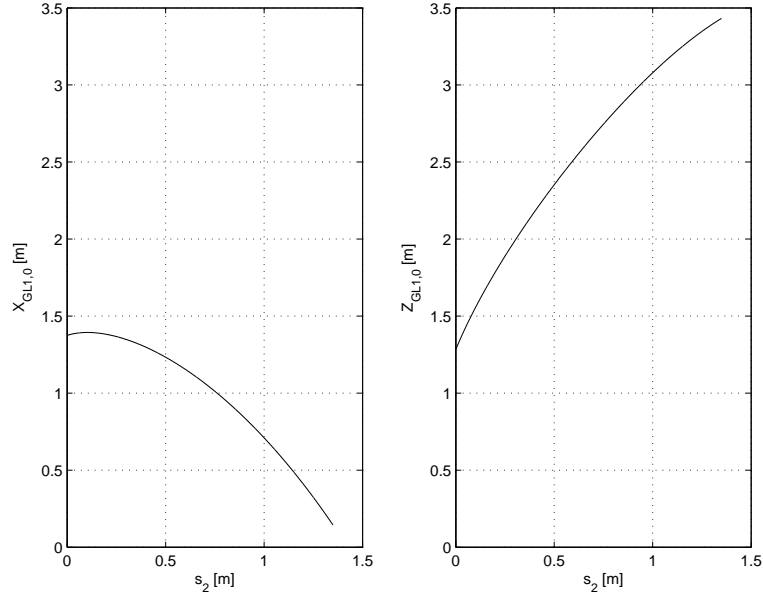


Figura 7.4: Andamento teorico delle coordinate X e Z del baricentro del braccio di base in funzione della corsa dell'attuatore di sollevamento  $s_2$  [m] e rispetto al sistema di riferimento assoluto 0.

Analizzando l'andamento teorico delle coordinate del baricentro del braccio di base rispetto al sistema di riferimento assoluto 0 (vedi Figura 7.4) e in funzione della corsa dell'attuatore di sollevamento  $s_2$  [m], è stata definita la seguente relazione:

$$\mathbf{G}_{L1} = \begin{Bmatrix} a_{xL1} \cdot \cos(\beta_1) + b_{xL1} \cdot \sin(\beta_1) + c_{xL1} \\ 0 \\ a_{zL1} \cdot \cos(\beta_1) + b_{zL1} \cdot \sin(\beta_1) + c_{zL1} \end{Bmatrix}_0 \quad (7.7)$$

dove i valori dei coefficienti sono riportati in Tabella 7.4.

	a [m]	b [m]	c [m]
$X_{L1}$	2.0105	0.2842	-0.6362
$Z_{L1}$	-0.2873	2.0035	1.5684

Tabella 7.4: Parametri di  $G_{L1}$ .

Come si può vedere, le coordinate  $X_{L1}$  e  $Z_{L1}$  sono in funzione di  $\beta_1$  (e quindi di  $s_2$ ), mentre la coordinata  $Y_{L1}$  è costantemente pari a 0.

La massa del braccio di base rimane costante al variare dei parametri che modificano le configurazioni del sollevatore telescopico ed è pari a:

$$W_{L1} = 926.0494 \quad [kg] \quad (7.8)$$

#### 4. Primo sfilo

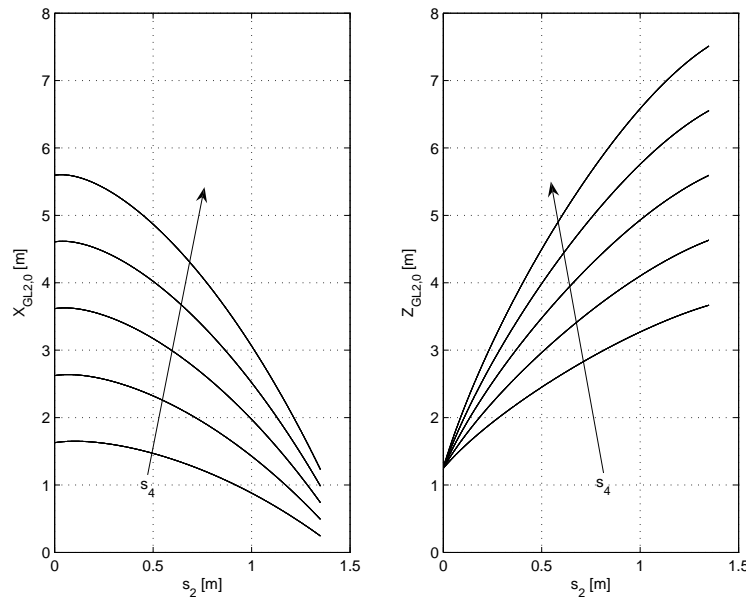


Figura 7.5: Andamento teorico delle coordinate X e Z del baricentro del primo sfilo del braccio, in funzione della corsa dell'attuatore di sollevamento del braccio  $s_2$  [m], rispetto al sistema di riferimento assoluto 0 e parametrizzato rispetto alla corsa dell'attuatore di estensione del braccio  $s_4$  [m].

Analizzando l'andamento teorico delle coordinate del baricentro del primo sfilo del braccio (sfilo intermedio) rispetto al sistema di riferimento assoluto 0 (vedi Figura 7.5) e in funzione della corsa dell'attuatore di sollevamento  $s_2$  [m] e parametrizzato rispetto alla corsa dell'attuatore di



estensione del braccio  $s_4$  [m], si è potuta definire la seguente relazione (7.9):

$$\mathbf{G}_{L2} = \begin{Bmatrix} (a_{xL2} \cdot s_4 + b_{xL2}) \cdot \cos(\beta_3) + c_{xL2} \cdot \sin(\beta_3) + d_{xL2} \\ 0 \\ (a_{zL2} \cdot s_4 + b_{zL2}) \cdot \sin(\beta_3) + c_{zL2} \cdot \cos(\beta_3) + d_{zL2} \end{Bmatrix}_0 \quad (7.9)$$

dove i valori dei coefficienti sono riportati in Tabella 7.5.

	a	b [m]	c [m]	d [m]
$X_{L2}$	0.9922	2.2587	0.3162	-0.6294
$Z_{L2}$	0.9926	2.2584	-0.3162	1.5635

Tabella 7.5: Parametri di  $G_{L2}$ .

Come si può vedere, le coordinate  $X_{L2}$  e  $Z_{L2}$  sono in funzione di  $\beta_3$  (quindi di  $s_2$ ) e di  $s_4$ , mentre la coordinata  $Y_{L2}$  è costantemente pari a 0.

La massa del primo sfilo è stata considerata costante al variare dei parametri che modificano la configurazione del veicolo, in quanto, l'errore provocato da questa assunzione è risultato trascurabile. Si è quindi assunto il valore della massa pari a:

$$W_{L2} = 703.5324 \quad [kg] \quad (7.10)$$

## 5. Secondo sfilo

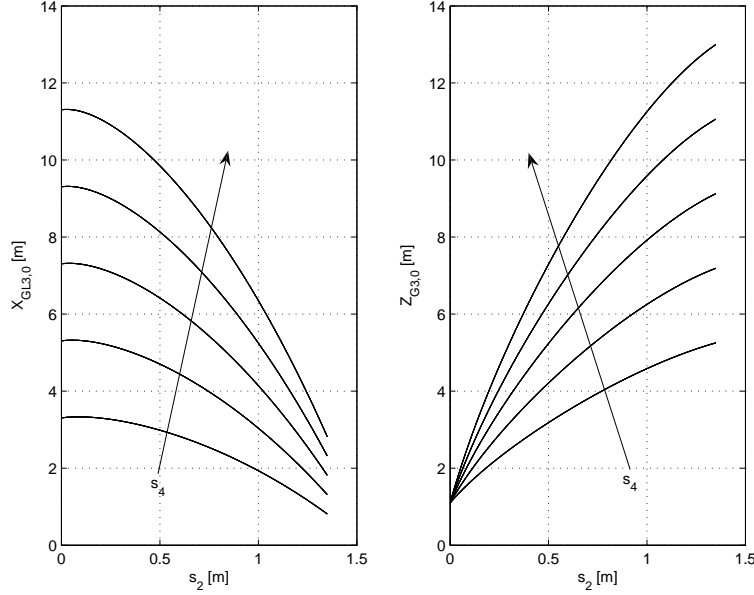


Figura 7.6: Andamento teorico delle coordinate X e Z del baricentro del secondo sfilo del braccio, in funzione della corsa dell'attuatore di sollevamento del braccio  $s_2$  [m], rispetto al sistema di riferimento assoluto 0 e parametrizzato rispetto alla corsa  $s_4$  [m] dell'attuatore di estensione.

Analizzando l'andamento teorico delle coordinate del baricentro del secondo sfilo del braccio rispetto al sistema di riferimento assoluto 0 (vedi Figura 7.6) e in funzione della corsa dell'attuatore di sollevamento  $s_2$  [m] e parametrizzato rispetto alla corsa dell'attuatore di estensione del braccio  $s_4$  [m], si è potuta definire la seguente relazione (7.11):

$$\mathbf{G}_{L3} = \left\{ \begin{array}{c} (a_{xL3} \cdot s_4 + b_{xL3}) \cdot \cos(\beta_3) + c_{xL3} \cdot \sin(\beta_3) + d_{xL3} \\ 0 \\ (a_{zL3} \cdot s_4 + b_{zL3}) \cdot \sin(\beta_3) + c_{zL3} \cdot \cos(\beta_3) + d_{zL3} \end{array} \right\}_0 \quad (7.11)$$

dove i valori dei coefficienti sono riportati in Tabella 7.6.

Come si può vedere, le coordinate  $X_{L3}$  e  $Z_{L3}$  sono in funzione di  $\beta_3$  (quindi di  $s_2$ ) e di  $s_4$ , mentre la coordinata  $Y_{L3}$  è costantemente pari a 0.

	a	b [m]	c [m]	d [m]
$X_{L3}$	2.0001	3.9346	0.4679	-0.6303
$Z_{L3}$	2.0001	3.9357	-0.4650	1.5600

Tabella 7.6: Parametri di  $G_{L3}$ .

Come nel caso precedente, la massa del secondo filo del braccio è stata considerata costante al variare dei parametri che modificano la configurazione del veicolo, in quanto, l'errore provocato da questa assunzione è risultato trascurabile. Si è quindi assunto il valore della massa pari a:

$$W_{L3} = 737.1 \quad [kg] \quad (7.12)$$

## 6. Attrezzatura con carico

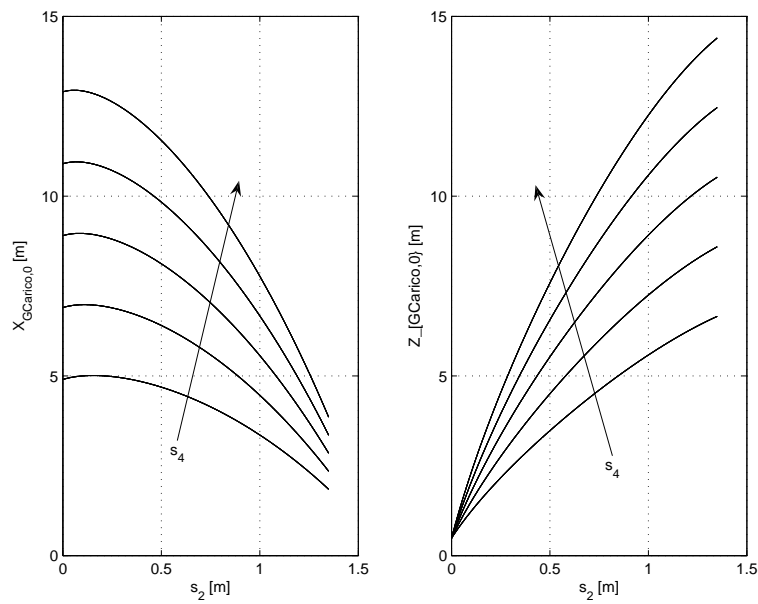


Figura 7.7: Andamento teorico delle coordinate X e Z del baricentro della forza con il carico, in funzione della corsa dell'attuatore di sollevamento del braccio  $s_2$  [m], rispetto al sistema di riferimento assoluto 0 e parametrizzato rispetto alla corsa  $s_4$  [m] dell'attuatore di estensione del braccio considerando  $\beta_6 = 0[^\circ]$  e  $W_{carico} = 2000$  kg.

Analizzando l'andamento teorico delle coordinate del baricentro del sistema forza più carico (con forza avente inclinazione nulla) rispetto al sistema di riferimento assoluto 0 (vedi Figura 7.7) e in funzione della corsa dell'attuatore di sollevamento  $s_2$  [m] e parametrizzato rispetto alla corsa dell'attuatore di estensione del braccio  $s_4$  [m], si è potuta definire la seguente relazione (7.13):

$$\mathbf{G}_f = \begin{Bmatrix} (a_{xf} \cdot s_4 + b_{xf}) \cdot \cos(\beta_3) + (c_{xf} \cdot s_4 + d_{xf}) \cdot \sin(\beta_3) + \\ + (e_{xf} \cdot W + f_{xf}) \cdot s_4 + (g_{xf} \cdot W + h_{xf}) \\ 0 \\ (a_{zf} \cdot s_4 + b_{zf}) \cdot \sin(\beta_3) + (c_{zf} \cdot s_4 + d_{zf}) \cdot \cos(\beta_3) + \\ + (e_{zf} \cdot W + f_{zf}) \cdot s_4 + (g_{zf} \cdot W + h_{zf}) \end{Bmatrix}_0 \quad (7.13)$$

dove i valori dei coefficienti sono riportati in Tabella 7.7.

	a	b [m]	c	d [m]	e [1/kg]	f	g [m/kg]	h [m/kg]
$X_f$	2	5.515	0.0006	1.111	$-0.2 \cdot 10^{-6}$	$-0.375 \cdot 10^{-3}$	0.0001	-0.468
$Z_f$	2	5.515	0.0002	-1.111	$-0.2 \cdot 10^{-6}$	$0.126 \cdot 10^{-3}$	0	1.635

Tabella 7.7: Parametri di  $G_f$ .

Come si può vedere, le coordinate  $X_f$  e  $Z_f$  sono in funzione di  $\beta_3$  (quindi di  $s_2$ ), di  $s_4$  e di  $W_{carico}$ , mentre la coordinata  $Y_{L3}$  è costantemente pari a 0.

La massa del sistema forza più carico è data da 7.14:

$$W_f = W_{forca} + W_{carico} \quad (7.14)$$

dove la massa della forza, che rimane costante al variare dei parametri che modificano le configurazioni del veicolo, è:

$$W_{forca} = 671 \quad [kg] \quad (7.15)$$

mentre la massa del carico è una variabile.

### 7. Baricentro complessivo

Le coordinate del baricentro complessivo del sollevatore telescopico  $\bar{G}$  è quindi determinato in base alla seguente equazione:

$$\mathbf{G} = \frac{\sum_{i=1}^7 W_i \mathbf{G}_i}{W_{tot}} \quad (7.16)$$

dove  $W_i$  è la massa dell' $i$ -th componente e  $W_{tot}$  è la massa totale della macchina.

## 7.2 Metodo diretto

Come già accennato, il metodo descritto nel paragrafo 7.1 non può essere usato facilmente per ottenere una forma esplicita delle equazioni riguardanti le coordinate del baricentro complessivo della macchina rispetto al sistema di riferimento assoluto 0.

Per questo motivo di seguito viene proposto un secondo metodo di stima della posizione del baricentro complessivo che, partendo dai risultati ottenuti col metodo precedentemente esposto, ne ha permesso di determinare in maniera diretta le coordinate [50].

Le equazioni finali ottenute sono le seguenti:

$$\mathbf{G}_0 = \left\{ \begin{array}{c} \frac{W_{mezzo}X_{Gmezzo} + M_{carico}X_{Gcarico}}{M_{mezzo} + M_{carico}} \\ aM_{carico}^2 + bM_{carico} + c \\ \frac{M_{mezzo}Z_{Gmezzo} + M_{carico}Z_{Gcarico}}{M_{mezzo} + M_{carico}} \end{array} \right\}_0 \quad (7.17)$$

dove  $W_{mezzo} = (W_{base} + W_{att.soll.} + W_{braccio} + W_{tool})$  è una costante,  $W_{carico}$  è una variabile,  $X_{Gmezzo}$  e  $Z_{Gmezzo}$  possono essere espressi in funzione di  $s_2$  e  $s_4$  ( $\beta_3$  può essere considerato in funzione di  $s_2$  come espresso dalla equazione (7.2)),  $X_{Gcarico}$  e  $Z_{Gcarico}$  possono essere espressi in funzione di  $s_2$ ,  $s_4$  e  $\beta_6$ , come segue:

$$X_{Gmezzo} = (a_x s_4 + b_x) \cos(\beta_3) + c_x \sin(\beta_3) + d_x \quad (7.18)$$

$$Z_{Gmezzo} = (a_z s_4 + b_z) \sin(\beta_3) + c_z \cos(\beta_3) + d_z \quad (7.19)$$

$$X_{Gcarico} = (p_1 + 2s_4) \cos(\beta_3) + p_2 \sin(\beta_3) + \rho_w \cos(\beta_6 + \phi_w) + c_1 \quad (7.20)$$

$$Z_{Gcarico} = (p_1 + 2s_4) \sin(\beta_3) - p_2 \cos(\beta_3) + \rho_w \sin(\beta_6 + \phi_w) + c_2 \quad (7.21)$$

dove tutti i parametri che non sono stati commentati in precedenza sono delle costanti. In particolare,  $a_x$ ,  $b_x$ ,  $c_x$ ,  $a_z$ ,  $b_z$ ,  $c_z$  sono calcolati con un processo di minimizzazione, che ha lo scopo di trovare il valore minimo di una funzione a più variabili. Tale funzione confronta il valore teorico del centro di massa del sollevatore telescopico con i valori stimati ottenuti con le equazioni (7.18) e (7.19), partendo da dei valori iniziali (vedi l'Appendice per maggiori dettagli).

### 7.3 Analisi dell'errore sulle stime

I risultati ottenuti col modello matematico teorico sono stati confrontati con quelli ottenuti con le equazioni semplificate in modo da poter determinare le prestazioni dei due metodi di stima descritti (vedi le equazioni (7.16) and (7.17)).

L'errore riguardante la stima della posizione del centro di massa complessivo è dato da:

$$\Delta G = \mathbf{G}_{teorico} - \mathbf{G}_{stimato} \quad (7.22)$$

Le seguenti Figure 7.8 e 7.9 mostrano la stima dell'errore relativo alle coordinate del centro di massa  $X_G$  e  $Z_G$  in funzione della posizione dell'attrezzatura, analogamente ai diagrammi di carico forniti dai costruttori di sollevatori telescopici [46, 50]. Negli esempi riportati sono state usate rispettivamente le equazioni semplificate (7.16) e (7.17).

É importante notare che per entrambi i casi l'errore massimo per  $X_G$  è ottenuto per alti valori di  $s_2$ , mentre l'errore massimo per  $Z_G$  è ottenuto per bassi valori di  $s_2$ . Inoltre, questi valori sono negativi e quindi risultano in favore di sicurezza per l'operatore, infatti la stima della coordinata  $x$  della macchina è maggiore della reale. Questo aspetto è molto importante per il nostro studio in quanto la coordinata  $X_{G,0}$  ha una maggior influenza sulla stabilità della macchina. L'errore massimo ottenuto è di circa  $10mm$  risultando di gran lunga accettabile per lo scopo del lavoro.

Come si può vedere il risultato della stima ottenuta con entrambi i metodi è sostanzialmente equivalente.

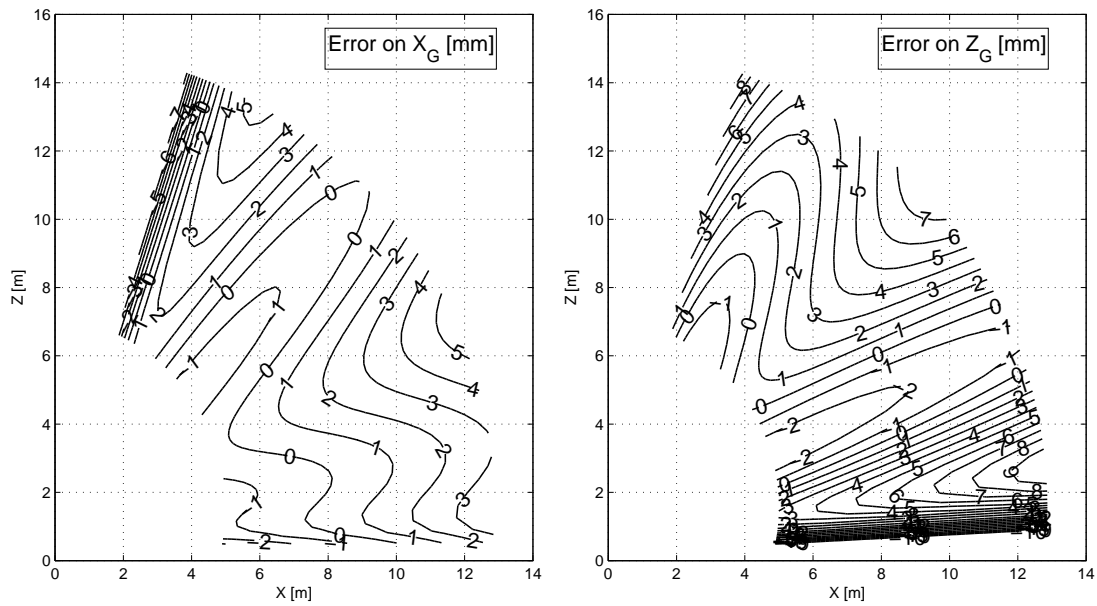


Figura 7.8: Errore su  $X_{G,0}$  e su  $Z_{G,A}$  in funzione della posizione dell'attrezzatura e calcolato considerando l'equazione (7.16) (con  $W_{cargo} = 2000kg$  e  $\beta_6 = 0$ ). Gli errori sono misurati in  $mm$ .

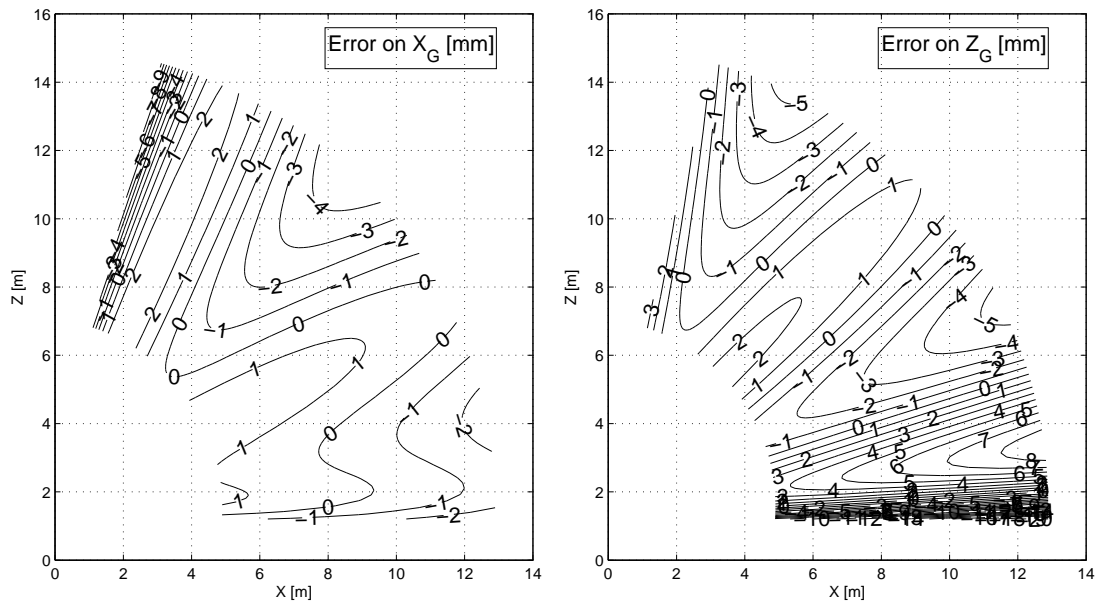


Figura 7.9: Errore su  $X_{G,0}$  e su  $Z_{G,A}$  in funzione della posizione dell'attrezzatura e calcolato considerando l'equazione (7.17). (con  $W_{cargo} = 2000kg$  e  $\beta_6 = 0$ ). Gli errori sono misurati in  $mm$ .



## 7.4 Propagazione dell'incertezza nelle misure indirette

Per poter calcolare la posizione del centro di massa  $\mathbf{G}_0$  della macchina è necessario misurare in real-time il valore della corsa degli attuatori idraulici ( $s_2$  e  $s_4$ ), dell'inclinazione dell'attrezzatura ( $\beta_6$ ) e della massa del carico  $W_{carico}$ . La propagazione dell'incertezza nelle misure indirette aumenta l'errore della stima della posizione del centro di massa complessivo [51].

Le coordinate del centro di massa totale del sollevatore telescopico possono essere scritte come segue:

$$\bar{\mathbf{G}}_0 = \begin{Bmatrix} X_G \\ Y_G \\ Z_G \end{Bmatrix}_0 = \begin{Bmatrix} f(s_2, s_4, \beta_6, W_{carico}) \\ g(s_2, s_4, \beta_6, W_{carico}) \\ h(s_2, s_4, \beta_6, W_{carico}) \end{Bmatrix}_0 \quad (7.23)$$

In questo studio è stata presa in considerazione la propagazione dell'incertezza delle misure indirette  $s_2$  e  $s_4$ . Lo scostamento assoluto sulle coordinate del centro di massa totale è dato da:

$$\Delta G_{inc} = \begin{Bmatrix} \Delta X_G \\ \Delta Y_G \\ \Delta Z_G \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \left| \frac{\partial f}{\partial s_2} \Delta s_2 \right| + \left| \frac{\partial f}{\partial s_4} \Delta s_4 \right| \\ \left| \frac{\partial g}{\partial s_2} \Delta s_2 \right| + \left| \frac{\partial g}{\partial s_4} \Delta s_4 \right| \\ \left| \frac{\partial h}{\partial s_2} \Delta s_2 \right| + \left| \frac{\partial h}{\partial s_4} \Delta s_4 \right| \end{Bmatrix} \quad (7.24)$$

dove  $\Delta s_2$  e  $\Delta s_4$  sono gli scostamenti corrispondenti alle variabili  $s_2$  e  $s_4$ .

Le seguenti Figure 7.10 e Figure 7.11 mostrano la propagazione dell'incertezza  $\Delta G_{inc}$  delle misure indirette relative alla stima delle coordinate del centro di massa  $X_G$  e  $Z_G$  in funzione della posizione dell'attrezzatura. Tali propagazioni sono calcolate sfruttando le equazioni (7.16) e (7.17) con  $\Delta s_2$  e  $\Delta s_4$  posti uguali allo 0.2% del massimo valore rispettivamente di  $s_2$  e  $s_4$ . È importante notare che, per entrambi i metodi di stima, la massima propagazione dell'incertezza su  $X_G$  è ottenuta per alti valori di  $s_2$  e  $s_4$ , mentre, su  $Z_G$  è ottenuta per bassi valori di  $s_2$  e alti valori di  $s_4$ . Inoltre, anche in questo caso i risultati ottenuti sono simili per i due metodi.

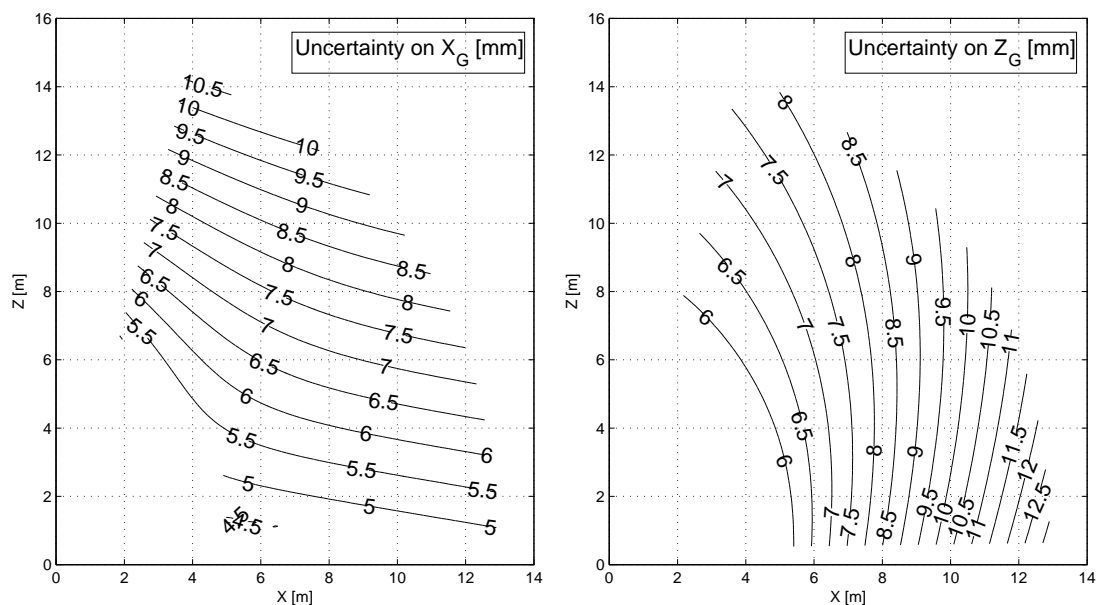


Figura 7.10: Propagazione dell'incertezza [mm] su  $X_{G,0}$  e su  $Z_{G,A}$  in funzione della posizione dell'attrezzatura e calcolato considerando l'equazione (7.16) (con  $W_{cargo} = 2000kg$  e  $\beta_6 = 0$ ).

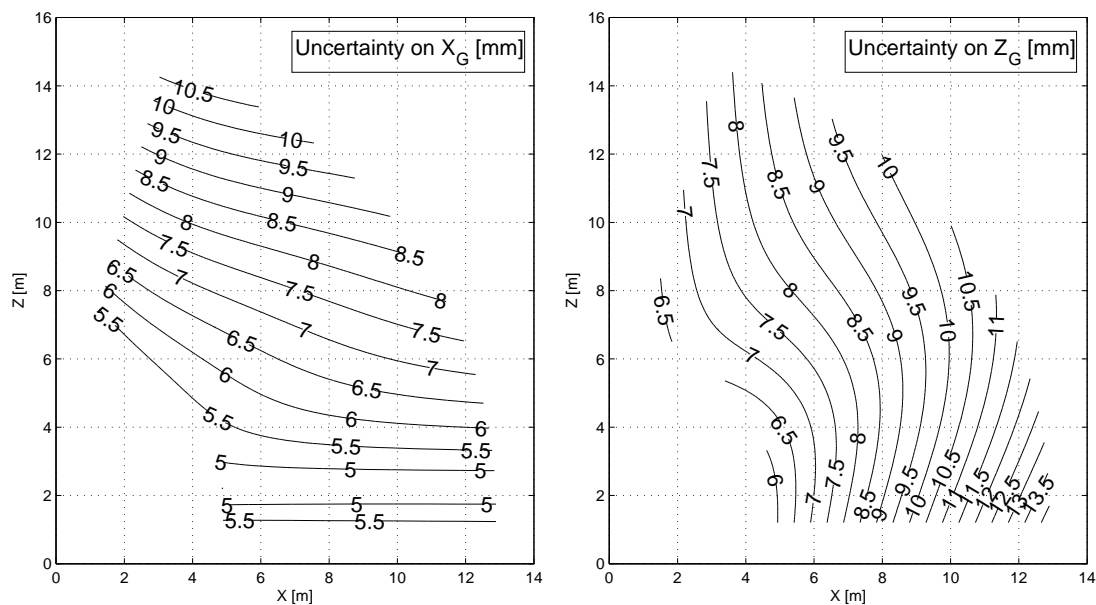


Figura 7.11: Propagazione dell'incertezza [mm] su  $X_{G,0}$  e su  $Z_{G,A}$  in funzione della posizione dell'attrezzatura e calcolato considerando l'equazione (7.17) (con  $W_{cargo} = 2000kg$  e  $\beta_6 = 0$ ).

## 7.5 Efficienza

È stato preso in considerazione il tempo di calcolo impiegato dai software sviluppati in ambiente MatLAB e corrispondenti ai tre metodi (il teorico e le due stime). Di fatto sono state calcolate le coordinate del centro di massa del sollevatore telescopico per differenti valori della corsa dell'attuatore di sollevamento e di estensione ( $s_2$  e  $s_4$ ) e della massa del carico ( $W_{carico}$ ). La Tabella seguente riassume i risultati ottenuti:

Metodo	Tempo impiegato [s]	Tempo impiegato [%]
Teorico	69.84	100.0
Indiretto	4.70	6.7
Diretto	2.67	3.8

Tabella 7.8: Tempo impiegato (simulazione con 20.000 cicli).

È importante notare come il metodo diretto risulti notevolmente più veloce in termini computazionali rispetto agli altri due.

Quindi, nonostante il metodo indiretto e diretto presentino caratteristiche simili in termini di errore sulle stime e di propagazione dell'incertezza sulle misure indirette, il metodo diretto è da preferirsi nell'ottica dello sviluppo di un sistema di controllo real-time della stabilità.

## 7.6 Diagramma di carico stimato

Di seguito viene riportato il metodo utilizzato per ricavare il diagramma di carico stimato sia per il sollevatore telescopico di tipo frontale sia per il sollevatore telescopico con torretta girevole.

### 7.6.1 Sollevatore telescopico di tipo frontale

L'equazione relativa alla coordinata  $X_{G,0}$  (vedi espressione 7.17) del centro di massa totale può essere usata per definire lo spazio di lavoro del sollevatore telescopico di tipo frontale in funzione del peso del carico  $W_{carico}$  e della corsa degli attuatori idraulici di sollevamento ed estensione  $s_2$  e  $s_4$ . Infatti, considerando che la stabilità statica della macchina è garantita dal rispetto della seguente disequazione:

$$X_{G,0} < X_{lim,0} \quad (7.25)$$

dove  $X_{lim,0}$  è determinata dalla posizione dei punti di contatto anteriori col terreno, dalla equazione (7.17) è possibile determinare il valore di  $s_4$  in funzione di  $s_2$  e  $W_{carico}$ , per un determinato valore di  $X_{lim,0}$ , come segue:

$$\begin{aligned} s_4 = & [X_{lim,0}(W_{mezzo} + M_{carico}) - \cos(\beta_3)(b_x W_{mezzo} + p_1 W_{carico}) + \quad (7.26) \\ & - \sin(\beta_3)(c_x W_{mezzo} + p_2 W_{carico}) - d_x W_{mezzo} + \\ & - (\rho_w \cos(\beta_6 + \phi_w) + c_1) W_{carico}] / (a_x W_{mezzo} + 2W_{carico} \cos(\beta_3)) \end{aligned}$$

La seguente Figura 7.12 mostra lo spazio di lavoro calcolato mediante l'equazione precedente, considerando alcuni valori significativi della massa del carico (1000kg, 2000kg, 3000kg, 4000kg). Questa rappresentazione, simile a quella dei diagrammi di carico forniti dai produttori di sollevatori telescopici, riporta lo spazio di lavoro della macchina in funzione della massa del carico  $W_{carico}$  e della corsa degli attuatori  $s_2$  e  $s_4$ . Le linee verticali rappresentano la posizione limite del carico, posizione oltre alla quale la macchina si ribalta.

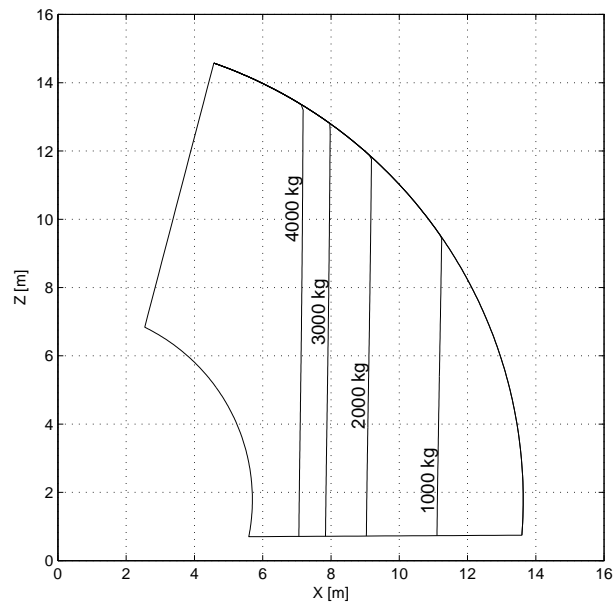


Figura 7.12: Rappresentazione dello spazio di lavoro del sollevatore telescopico nel piano  $X, Z$  del sistema di riferimento assoluto 0, al variare della massa del carico.

La seguente Figura 7.13 mostra gli stessi spazi di lavoro mostrati nella Figura precedente rappresentati nel piano  $s_4, s_2$ .

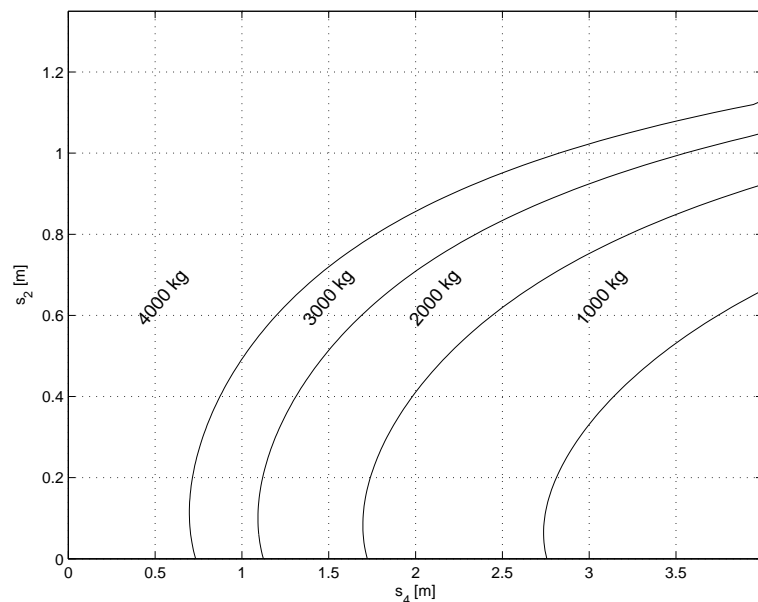


Figura 7.13: Rappresentazione dello spazio di lavoro del sollevatore telescopico nel piano  $s_4, s_2$ , al variare della massa del carico.

In Figura 7.14 è mostrata la superficie di livello corrispondente a  $X_{lim,0} = 3.35m$  calcolata in funzione del peso del carico  $W_{cargo}$  e della corsa degli attuatori idraulici  $s_2$  e  $s_4$ .

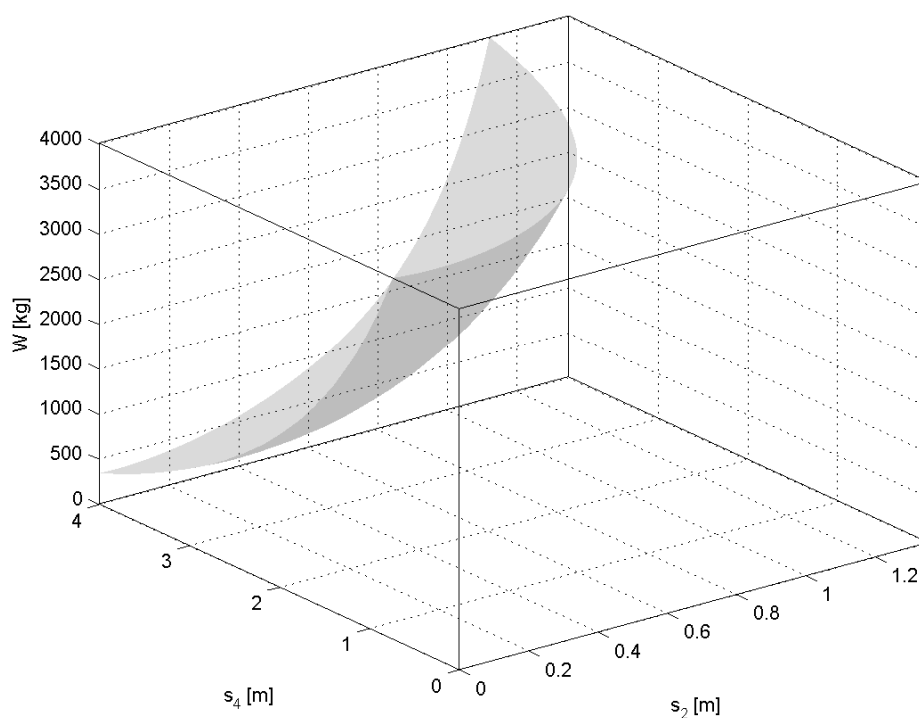


Figura 7.14: Superficie di livello per  $X_{lim,0} = 3.35m$  (distanza fra gli assali anteriore e posteriore della macchina) in funzione del peso del carico  $W_{carico}$  e della corsa degli attuatori idraulici  $s_2$  e  $s_4$ .

È importante notare che la superficie di livello permette di individuare due zone nello spazio definite da  $W_{carico}$ ,  $s_2$  e  $s_4$ . Se l'origine della terna di riferimento del carico dovesse occupare una posizione corrispondente ad un punto  $P(s_2, s_4, M_{cargo})$  appartenente allo spazio superiore alla superficie di livello stessa, la macchina si troverebbe in una configurazione di instabilità.

### 7.6.2 Sollevatore telescopico con torretta girevole

Come già descritto nel capitolo 4, il poligono di appoggio per un sollevatore telescopico con torretta girevole è di forma rettangolare (vedi Figura 7.15) sia nel caso di staffe stabilizzatrici abbassate che alzate. È importante far notare inoltre che, a seguito della trattazione matematica svolta, si deduce che condizione necessaria e sufficiente affinché nessuna delle reazioni vincolari risulti negativa è che il centro di pressione sia non esterno al rombo  $B_1B_2B_3B_4$ .

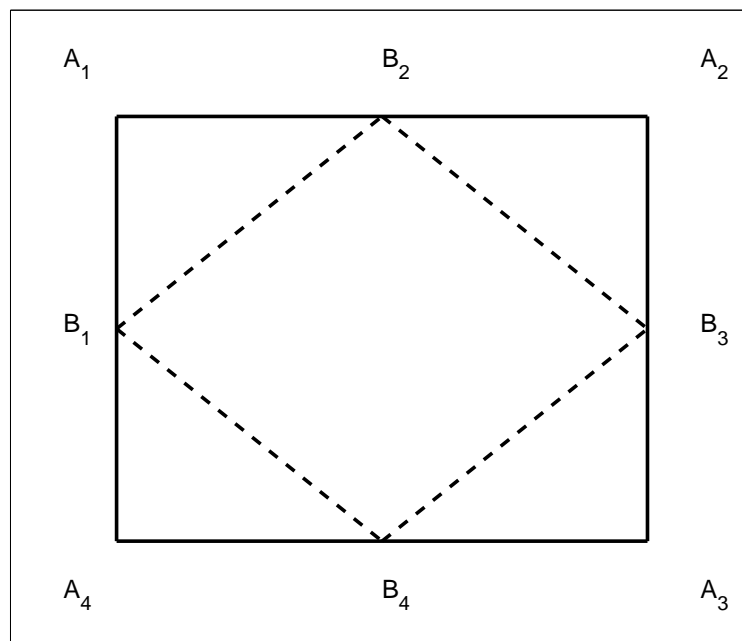


Figura 7.15: Rappresentazione schematica di un generico poligono di appoggio. I punti  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  e  $A_4$  corrispondono ai punti di contatto delle ruote o delle staffe stabilizzatrici col terreno.

Per poter ricavare una relazione matematica simile all'equazione (7.26) è necessario riferire le coordinate dei baricentri stimati rispetto al sistema di riferimento 2 della torretta. Inoltre, anche in questo caso, è importante considerare che la stabilità statica della macchina è garantita dal rispetto della seguente disequazione:

$$X_{G,2} < X_{lim,2}(\gamma) \quad (7.27)$$

dove  $X_{G,2}$  è la coordinata  $X$  del baricentro complessivo rispetto al sistema

di riferimento 2 e  $X_{lim,2}$  è la distanza della proiezione dell'origine del sistema di riferimento 2 sul poligono di appoggio (proiezione sempre interna al rombo rappresentato nella figura precedente) dal punto di intersezione di un lato del rombo col piano longitudinale del braccio la cui posizione varia in funzione dell'angolo di rotazione della torretta  $\gamma$ .

Quindi, analogamente a quanto fatto nel precedente paragrafo, è possibile definire lo spazio di lavoro del sollevatore telescopico con torretta girevole determinando il valore di  $s_4$  in funzione del peso del carico  $W_{carico}$  e della corsa degli attuatori idraulici di sollevamento ed estensione  $s_2$  e  $s_4$  per un determinato valore di  $X_{lim,2}$  che è in funzione dell'angolo di rotazione della torretta  $\gamma$ , come segue:

$$s_4 = [X_{lim,2}(W_{mezzo} + M_{carico}) + \cos(\beta_3)(B_x W_{mezzo} + p_1 W_{carico}) + \quad (7.28)$$

$$+ \sin(\beta_3)(C_x W_{mezzo} + p_2 W_{carico}) - D_x W_{mezzo} +$$

$$+ (\rho_w \cos(\beta_6 + \phi_w) + C_1)W_{carico}] / (-A_x W_{mezzo} - 2W_{carico} \cos(\beta_3))$$

dove tutti i parametri che non sono stati commentati in precedenza sono delle costanti. In particolare,  $A_x$ ,  $B_x$ ,  $C_x$ ,  $D_x$  sono dei coefficienti calcolati con un processo di minimizzazione, che ha lo scopo di trovare il valore minimo di una funzione a più variabili (analogamente a quanto visto per l'equazione (7.18) e seguenti).

La seguente Figura 7.16 mostra lo spazio di lavoro calcolato mediante l'equazione precedente, considerando alcuni valori significativi della massa del carico (0kg, 1000kg, 2000kg, 3000kg, 4000kg). Questa rappresentazione, simile a quella dei diagrammi di carico forniti dai produttori di sollevatori telescopici, riporta lo spazio di lavoro della macchina in funzione della massa del carico  $W_{carico}$ , della corsa degli attuatori  $s_2$  e  $s_4$  e dell'angolo di rotazione della torretta  $\gamma$ . Sulla sinistra è rappresentato il diagramma di carico per un angolo di rotazione della torretta pari a  $0^\circ$ , mentre, sulla destra pari a  $90^\circ$ . I valori negativi dell'asse delle ascisse sono dovuti al fatto che la terna di riferimento ha l'asse x orientato dalla parte opposta alla posizione del carico (vedi Figura 3.3). Le linee verticali rappresentano la posizione limite del carico, posizione oltre alla quale la macchina



si ribalta. È importante notare come nel caso di destra il campo di lavoro sia notevolmente ridotto, tanto da presentare una zona in cui non si possa sollevare del carico (massa indicata pari a 0 kg).

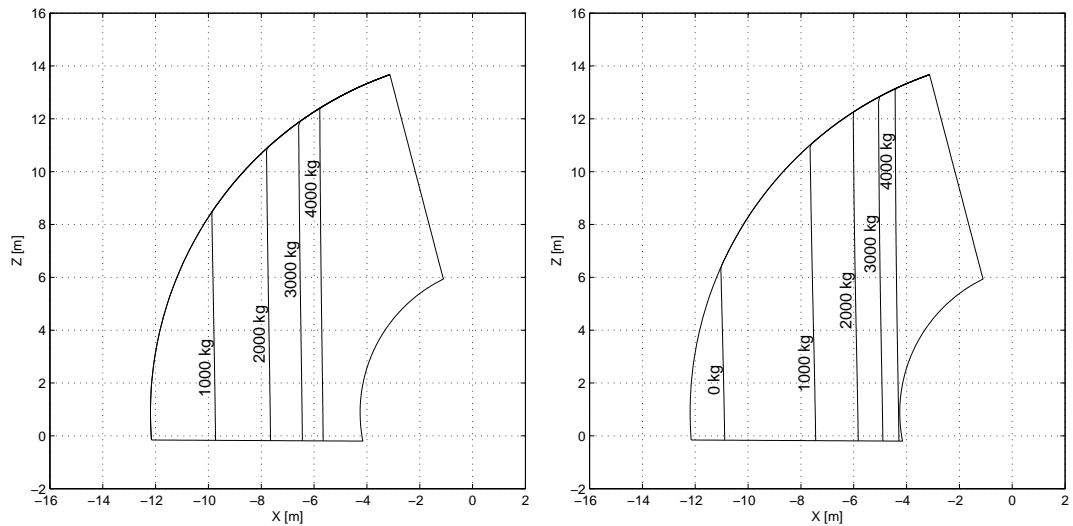


Figura 7.16: Rappresentazione dello spazio di lavoro del sollevatore telescopico con torretta girevole nel piano  $X, Z$  del sistema di riferimento 2, al variare della massa del carico per un angolo di rotazione della torretta  $\gamma$  pari a  $0^\circ$  sulla sinistra e a  $90^\circ$  sulla destra.



# Capitolo 8

## Stima del centro di pressione equivalente

Per poter sviluppare un sistema di controllo della stabilità che possa operare durante la fase operativa della macchina, è importante definire, anche in campo dinamico, delle semplici leggi matematiche che permettano di svolgere calcoli in real-time. Tali leggi devono consentire di stimare la posizione del centro di pressione equivalente del mezzo con una precisione sufficiente a poter garantire la sicurezza dell'operatore.

L'idea alla base di questo studio è quella di definire degli scostamenti ( $\Delta x$  e  $\Delta y$ ) tra le coordinate  $X$  ed  $Y$  (calcolate rispetto al sistema di riferimento della base 1) del baricentro totale della macchina  $G_{tot}$  e del centro di pressione equivalente  $C_{eq}$ . In questo modo è sufficiente stimare la posizione del baricentro complessivo con le equazioni definite nel capitolo precedente e correggerle con i valori degli scostamenti in questione [52].

Dopo aver analizzato le configurazioni operative del sollevatore telescopico sia di tipo frontale che con torretta girevole, assunte durante il suo utilizzo reale, sono state scelte da studiare le due configurazioni più rappresentative:

1. Veicolo in moto con braccio fermo;
2. Veicolo fermo con braccio in moto.

## 8.1 Veicolo in moto con braccio fermo

In questo paragrafo si considera che, durante il trasferimento del mezzo da una zona di lavoro ad un'altra, il solo braccio telescopico rimanga fermo in una determinata configurazione. Inoltre, nel caso di sollevatore telescopico con torretta girevole si considera che anche la torretta rimanga ferma con un angolo di rotazione nullo, ossia con cabina fronte marcia.

Per una stima apprezzabile è stato necessario analizzare il sollevatore telescopico suddividendolo nei suoi sottosistemi principali: base (comprensiva di torretta per il caso di sollevatore con torretta girevole), attuatore di sollevamento, braccio di base, primo sfilo, secondo sfilo e attrezzatura con carico. Tali sottosistemi sono gli stessi considerati per la trattazione del paragrafo 7.1.

È importante, per questo studio, analizzare separatamente la modalità di sterzata stradale e in tondo da quella a granchio (per maggiori dettagli sulle modalità di sterzata si vedano i paragrafi 3.2.1, 3.2.2, 3.2.3).

### 8.1.1 Sterzata stradale e in tondo

La trattazione del procedimento di stima della posizione del centro di pressione equivalente  $C_{eq}$  è generica e vale sia per il caso di veicolo in moto con sterzata di tipo stradale sia per il caso di veicolo in moto con sterzata in tondo. Di seguito viene proposto il metodo per calcolare gli scostamenti ( $\Delta x$  e  $\Delta y$ ) di cui si è parlato all'inizio del presente capitolo. La Figura 8.1 mostra un esempio di disposizione delle forze di inerzia relative ad ogni componente in cui è stato suddiviso il sollevatore telescopico per essere analizzato e applicate nei corrispondenti baricentri. Il caso rappresentato riguarda una sterzata di tipo stradale.

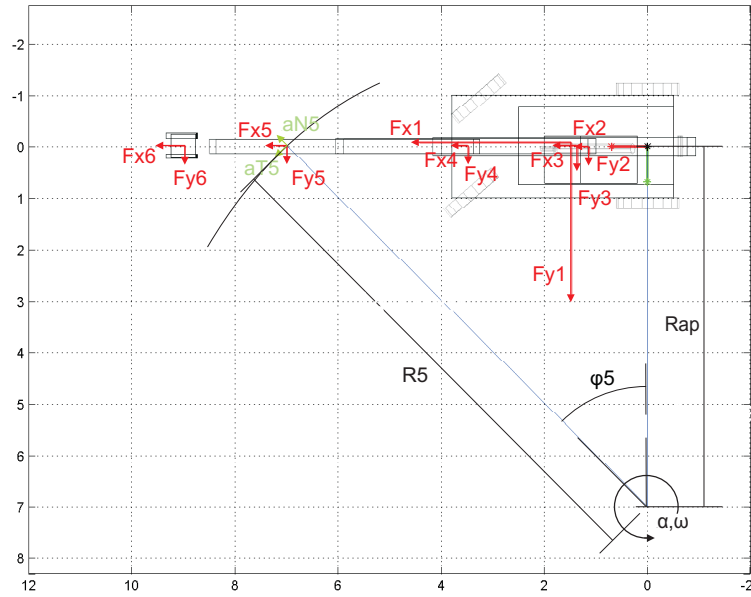


Figura 8.1: Schema delle forze d'inerzia applicate nei baricentri stimati del sollevatore telescopico durante una sterzata di tipo stradale.

Dalla conoscenza della velocità ed accelerazione relative lineari fra il sistema di riferimento 1 e il sistema di riferimento assoluto 0 si possono ricavare i valori delle corrispondenti velocità ed accelerazione relative angolari:

$$\omega = v/R_{ap} \quad \alpha = a/R_{ap} \quad (8.1)$$

dove con  $R_{ap}$  si indica il raggio di sterzata, relativo all'origine del sistema di riferimento solidale al veicolo nell'assale posteriore (vedi i paragrafi 3.2.1, 3.2.2).

Quindi, per ogni baricentro  $i$  –esimo stimato (vedi paragrafo 7.1) si può calcolare la velocità tangenziale ( $v_T$ ) e l'accelerazione tangenziale e normale ( $a_T$  e  $a_N$ ) alla traiettoria, come segue:

$$v_{Ti} = \omega \cdot R_i \quad a_{Ti} = \alpha \cdot R_i \quad a_{Ni} = v_{Ti}^2/R_i \quad (8.2)$$

dove con  $R_i$  si indica la distanza tra il baricentro  $i$ –esimo e il centro di istantanea rotazione del veicolo (vedi Figura 8.1).

Ora è possibile calcolare per il baricentro  $i$  –esimo la corrispondente forza d'inerzia rispetto al sistema di riferimento della base 1:

$$\mathbf{F}_i = \left\{ \begin{array}{l} a_{Ti} \cdot \cos(\phi_i) + a_{Ni} \cdot \sin(\phi_i) \\ a_{Ti} \cdot \sin(\phi_i) + a_{Ni} \cdot \cos(\phi_i) \end{array} \right\}_1 \cdot W_i \quad (8.3)$$

dove con  $W_i$  si indica la massa dell' $i$  –esimo componente del sollevatore telescopico e con  $\phi_i$  si indica l'angolo sotteso dai segmenti di lunghezza  $R_{ap}$  e  $R_i$  (come si può notare in Figura 8.1).

Le Figure 8.2 e 8.3 mostrano rispettivamente lo schema delle componenti, lungo l'asse  $X$  ed  $Y$ , delle forze d'inerzia rispetto al sistema di riferimento della base 1. Di fatto tali figure mostrano contemporaneamente una condizione statica in cui, come spiegato nel paragrafo 4.2, la direzione della forza peso complessiva  $F_p$  (in azzurro) passa per il centro di pressione (proiezione di  $G_{tot}$  sul poligono di appoggio) e una condizione dinamica in cui agiscono le forze di inerzia. Tali forze generano un momento complessivo che può essere bilanciato dalla forza peso stessa se moltiplicata per un certo braccio. Tale braccio è lo scostamento cercato lungo l'asse  $X$  e lungo l'asse  $Y$  ( $\Delta x$  e  $\Delta y$ ).

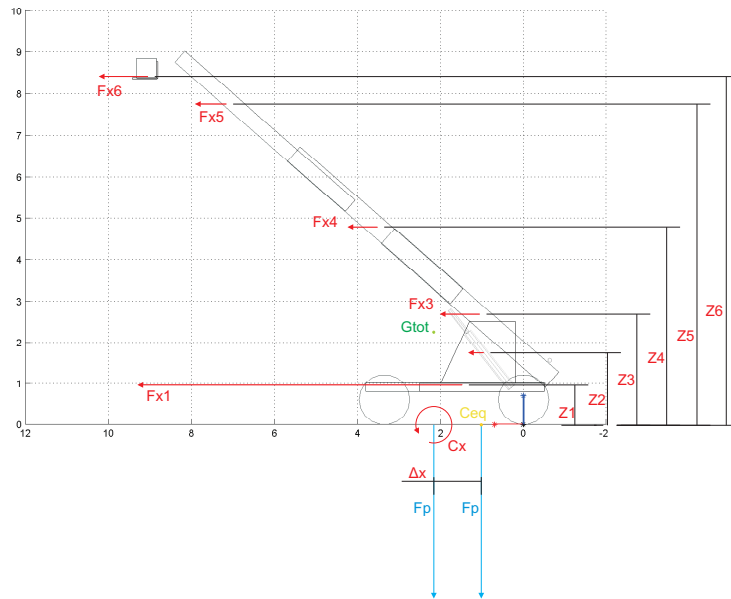


Figura 8.2: Schema delle forze d'inerzia lungo l'asse  $X$  ( $F_p$  non è in scala).

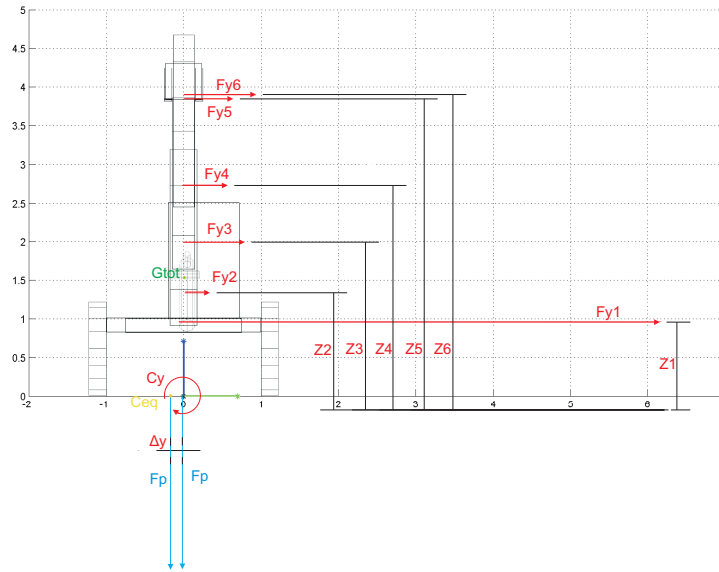


Figura 8.3: Schema delle forze d'inerzia lungo l'asse  $Y$  ( $\mathbf{F}_p$  non è in scala).

Da un punto di vista matematico, quanto visto nelle precedenti figure può essere espresso come segue:

$$\begin{aligned}\Delta x \cdot \mathbf{F}_p &= \mathbf{C}_x = \sum_{i=1}^6 \mathbf{F}_{ix} \cdot z_{Gi} \\ \Delta y \cdot \mathbf{F}_p &= \mathbf{C}_y = \sum_{i=1}^6 \mathbf{F}_{iy} \cdot z_{Gi}\end{aligned}\quad (8.4)$$

da cui:

$$\begin{aligned}\Delta x &= \frac{\sum_{i=1}^6 \mathbf{F}_{xi} \cdot z_{Gi}}{\mathbf{F}_p} \\ \Delta y &= \frac{\sum_{i=1}^6 \mathbf{F}_{yi} \cdot z_{Gi}}{\mathbf{F}_p}\end{aligned}\quad (8.5)$$

Conoscendo le coordinate stimate del baricentro complessivo della macchina  $G_{tot}$  (vedi capitolo 7), è, quindi, possibile calcolare la posizione stimata di  $C_{eq}$  come segue:

$$\mathbf{C}_{eq} = \left\{ \begin{array}{l} X_{G_{tot}} + \Delta x \\ Y_{G_{tot}} + \Delta y \end{array} \right\}_1 \quad (8.6)$$

La seguente Figura 8.4 mostra come varia la posizione del centro di pressione equivalente  $C_{eq}$ , all'interno del poligono di appoggio, in funzione delle velocità ed accelerazione relative lineari, per un dato valore dell'angolo di sterzata  $\alpha_1$  delle ruote anteriori (nel caso di sterzata stradale).

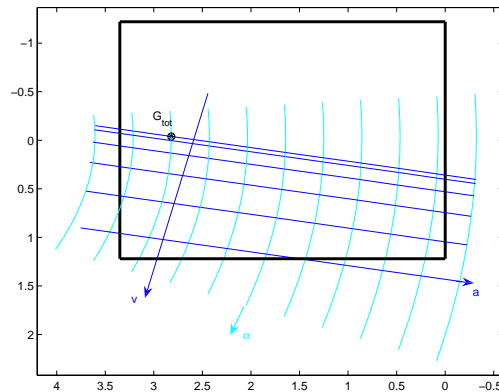


Figura 8.4: Variazione della posizione del centro di pressione equivalente  $C_{eq}$  in funzione delle velocità ed accelerazione relative lineari ( $\mathbf{v}$  ed  $\mathbf{a}$ ) per un dato valore dell'angolo di sterzata  $\alpha_1$  delle ruote anteriori (nel caso di sterzata stradale).

Si possono osservare due tipi di curve:

1. Curve blu caratterizzate da velocità  $\mathbf{v}$  costante ed accelerazione  $\mathbf{a}$  variabile per un dato valore dell'angolo di sterzata  $\alpha_1$ ;
2. Curve azzurre caratterizzate da velocità  $\mathbf{v}$  costante, accelerazione  $\mathbf{a}$  costante ed angolo di sterzata  $\alpha_1$  variabile.

Considerando le curve blu, si può notare che, in corrispondenza di una velocità  $\mathbf{v}=0$  m/s e di un dato angolo di sterzata  $\alpha_1$ , al variare dell'accelerazione  $\mathbf{a}$ , la posizione di  $C_{eq}$  varia lungo una retta passante per  $G_{tot}$ ; inoltre, al variare della velocità  $\mathbf{v}$  cambia la posizione di  $C_{eq}$  lungo delle rette parallele a quella appena considerata. La pendenza  $\xi$  di tali rette non è calcolabile o stimabile con una semplice funzione, dato che dipende da quattro parametri: la massa del carico  $W$ , la corsa dell'attuatore di sollevamento  $s_2$ , la corsa dell'attuatore di estensione  $s_4$  e



l'angolo di sterzata  $\alpha_1$ . Un semplice calcolo di tale pendenza avrebbe permesso di determinare  $C_{eq}$  stimando i valori delle intercette di un fascio di rette improprio avente coefficiente angolare  $\xi$ .

Considerando le curve azzurre, si può notare come al variare di  $\alpha_1$  e di  $\mathbf{a}$  cambi la posizione di  $C_{eq}$  lungo delle curve equidistanti, con distanza proporzionale all'accelerazione  $\mathbf{a}$ . Anche in questo caso in corrispondenza di un'accelerazione  $\mathbf{a}=0 \text{ m/s}^2$  le curve passano per  $G_{tot}$ .

### 8.1.2 Traslazione a granchio

In questo caso (vedi Figura 3.9), visto che il moto è rettilineo, la velocità relativa lineare  $\mathbf{v}$  non dà luogo a forze che causano lo scostamento tra  $G_{tot}$  e  $C_{eq}$ . Le forze d'inerzia dipendono solamente dall'accelerazione relativa lineare  $\mathbf{a}$ , come segue:

$$\mathbf{F}_i = \left\{ \begin{array}{l} a \cdot \cos(\alpha_1) \\ a \cdot \sin(\alpha_1) \end{array} \right\}_1 \cdot W_i \quad (8.7)$$

dove  $\alpha_1$  è l'angolo di sterzata.

Analogamente a quanto descritto nel paragrafo precedente, grazie all'equazione (8.7) si può calcolare la posizione stimata di  $C_{eq}$  con l'espressione (8.6).

## 8.2 Veicolo fermo con braccio in moto

In questo paragrafo si considera che il mezzo sia già stato trasferito da una zona di lavoro ad un'altra e sia già stato posizionato in modo da compiere la sola operazione di sollevamento del carico. Quindi, sia per il sollevatore telescopico di tipo frontale che con torretta girevole si considera il solo moto del braccio.

Analogamente al paragrafo precedente, per una stima apprezzabile è stato necessario analizzare il sollevatore telescopico suddividendolo nei suoi sottosistemi principali: base (comprensiva di torretta per il caso di sollevatore con torretta girevole), attuatore di sollevamento, braccio di base, primo sfilo, secondo sfilo e attrezzatura con carico. Tali sottosistemi sono gli stessi considerati per la trattazione del paragrafo 7.1.

### 8.2.1 Attuatore di sollevamento

Considerando l'attuatore di sollevamento come una massa concentrata in un punto (baricentro  $G_s$ ), si è risaliti alle forze d'inerzia dell'attuatore stesso come:

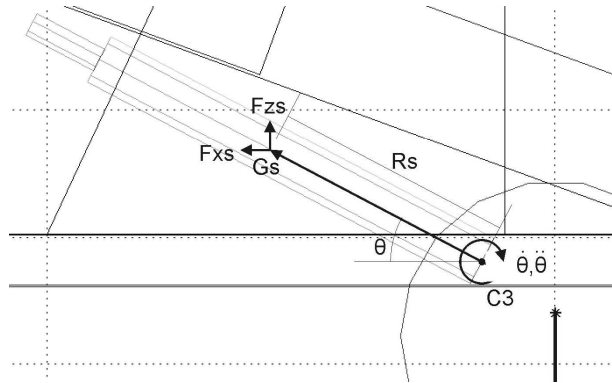


Figura 8.5: Schema dell'attuatore di sollevamento del braccio con le forze d'inerzia applicate nel baricentro.

$$\mathbf{F}_s = \left\{ \begin{array}{l} R_s \left[ \ddot{\beta}_1 \sin(\beta_1) + \dot{\beta}_1^2 \cos(\beta_1) \right] - c_{1X_s} \ddot{s}_2 \cos(\beta_1) + c_{2X_s} \dot{s}_2 \dot{\beta}_1 \sin(\beta_1) \\ R_s \left[ -\ddot{\beta}_1 \cos(\beta_1) + \dot{\beta}_1^2 \sin(\beta_1) \right] - c_{1Z_s} \ddot{s}_2 \sin(\beta_1) + c_{2Z_s} \dot{s}_2 \dot{\beta}_1 \cos(\beta_1) \end{array} \right\}_1 W_s \quad (8.8)$$

dove con  $\beta_1$  si intende l'angolo di inclinazione stimato con la relazione (7.1), con  $\dot{\beta}_1$  e  $\ddot{\beta}_1$  si intendono le corrispondenti velocità ed accelerazione angolari calcolate come riportato nel capitolo 3 e con  $R_s$  il raggio di rotazione calcolato come segue:

$$R_s = \sqrt{\frac{(X_{G_s} - X_{C3})^2}{(Z_{G_s} - Z_{C3})^2}} \quad (8.9)$$

I coefficienti  $c_{1X_s}$ ,  $c_{2X_s}$ ,  $c_{1Z_s}$  e  $c_{2Z_s}$  sono stati ricavati empiricamente:

$c_{1X_s}$	$c_{1Z_s}$	$c_{2X_s}$	$c_{2Z_s}$
0.35	0.35	0.8	0.4

Tabella 8.1: Coefficienti di Fs.

### 8.2.2 Braccio di base

Considerando la massa del braccio di base come una massa concentrata nel baricentro  $G_{L1}$ , sono state calcolate le corrispondenti forze d'inerzia come segue:

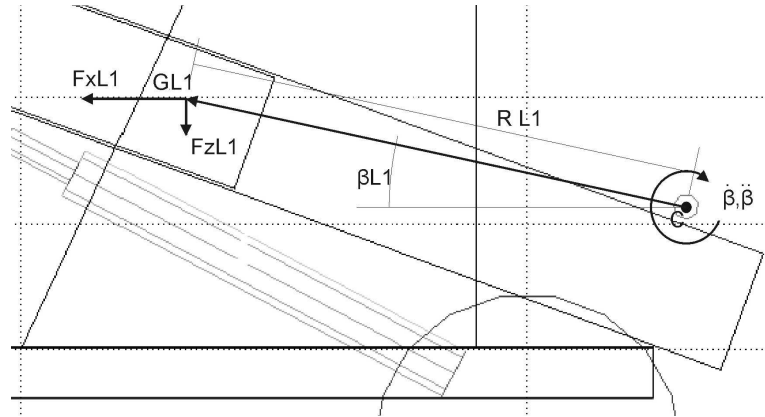


Figura 8.6: Schema del braccio di base con le forze d'inerzia applicate nel baricentro.

$$\mathbf{F}_{L1} = \left\{ \begin{array}{l} R_{L1} \left[ \sin(\beta_{L1}) \cdot \ddot{\beta} + \cos(\beta_{L1}) \cdot \dot{\beta}^2 \right] \\ -R_{L1} \left[ \cos(\beta_{L1}) \cdot \ddot{\beta} - \sin(\beta_{L1}) \cdot \dot{\beta}^2 \right] \end{array} \right\}_1 W_{L1} \quad (8.10)$$

dove il raggio di rotazione  $R_{L1}$  e l'angolo  $\beta_{L1}$  sono calcolati come segue:

$$R_{L1} = \sqrt{\frac{(X_{G_{L1}} - X_C)^2}{(Z_{G_{L1}} - Z_C)^2}} \quad (8.11)$$

$$\beta_{L1} = \arctan \left( \frac{Z_{G_{L1}} - Z_C}{X_{G_{L1}} - X_C} \right) \quad (8.12)$$

La velocità e l'accelerazione  $\dot{\beta}$  [rad/s] e  $\ddot{\beta}$  [rad/s<sup>2</sup>] sono state calcolate come riportato nel capitolo 3.

### 8.2.3 Primo sfilo

Considerando la massa del primo sfilo come una massa concentrata nel suo baricentro  $G_{L2}$ , sono state calcolate le corrispondenti forze d'inerzia come segue:

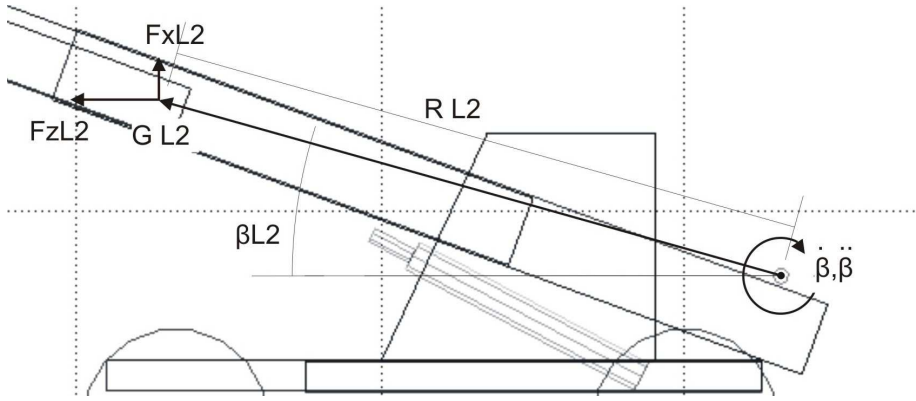


Figura 8.7: Schema del primo sfilo del braccio con le forze d'inerzia applicate nel baricentro.

$$\mathbf{F}_{L2} = \left\{ \begin{array}{l} R_{L2} \left[ \ddot{\beta} \sin(\beta_{L2}) + \dot{\beta}^2 \cos(\beta_{L2}) \right] - \ddot{s}_4 \cos(\beta) + 2\dot{s}_4 \dot{\beta} \sin(\beta) \\ -R_{L2} \left[ \ddot{\beta} \cos(\beta_{L2}) - \dot{\beta}^2 \sin(\beta_{L2}) \right] - \ddot{s}_4 \sin(\beta) + 2\dot{s}_4 \dot{\beta} \cos(\beta) \end{array} \right\}_1 W_{L2} \quad (8.13)$$

dove con  $\beta$  si intende l'angolo stimato con la relazione (7.2), con  $R_{L2}$  il raggio di rotazione e con  $\beta_{L2}$  l'angolo di rotazione calcolati come segue:

$$R_{L2} = \sqrt{\frac{(X_{G_{L2}} - X_C)^2}{(Z_{G_{L2}} - Z_C)^2}} \quad (8.14)$$

$$\beta_{L2} = \arctan \left( \frac{Z_{G_{L2}} - Z_C}{X_{G_{L2}} - X_C} \right) \quad (8.15)$$

La velocità e l'accelerazione  $\dot{\beta}$  e  $\ddot{\beta}$  sono state calcolate come riportato nel capitolo 3.

### 8.2.4 Secondo sfilo

Considerando la massa del secondo sfilo come una massa concentrata nel suo baricentro  $G_{L3}$ , sono state calcolate le corrispondenti forze d'inerzia come segue:

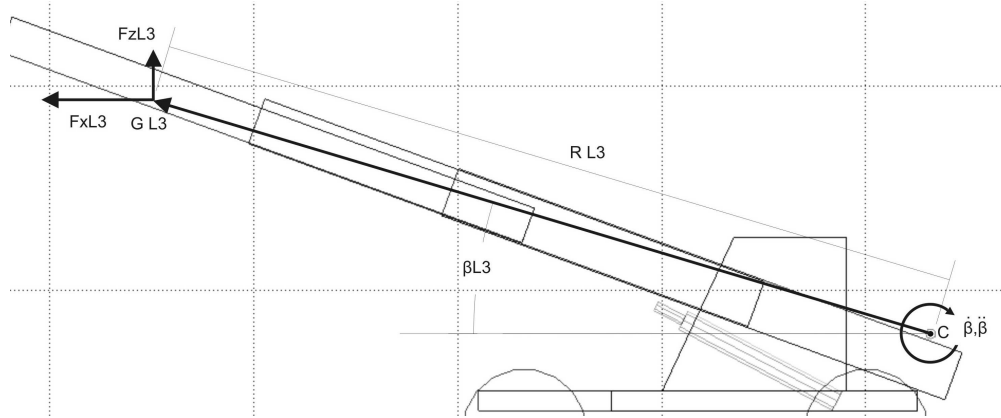


Figura 8.8: Schema del secondo sfilo del braccio con le forze d'inerzia applicate nel baricentro.

$$\mathbf{F}_{L3} = \left\{ \begin{array}{l} R_{L3} \left[ \ddot{\beta} \sin(\beta_{L3}) + \dot{\beta}^2 \cos(\beta_{L3}) \right] - 2\ddot{s}_4 \cos(\beta) + 4\dot{s}_4 \dot{\beta} \sin(\beta) \\ -R_{L3} \left[ \ddot{\beta} \cos(\beta_{L3}) - \dot{\beta}^2 \sin(\beta_{L3}) \right] - 2\ddot{s}_4 \sin(\beta) + 4\dot{s}_4 \dot{\beta} \cos(\beta) \end{array} \right\}_1 W_{L3} \quad (8.16)$$

dove con  $\beta$  si intende l'angolo stimato con la relazione (7.1), con  $R_{L3}$  il raggio di rotazione e con  $\beta_{L3}$  l'angolo di rotazione calcolati come segue:

$$R_{L3} = \sqrt{\frac{(X_{G_{L3}} - X_C)^2}{(Z_{G_{L3}} - Z_C)^2}} \quad (8.17)$$

$$\beta_{L3} = \arctan \left( \frac{Z_{G_{L3}} - Z_C}{X_{G_{L3}} - X_C} \right) \quad (8.18)$$

mentre la velocità e l'accelerazione  $\dot{\beta}$  e  $\ddot{\beta}$  sono state calcolate come riportato nel capitolo 3.

### 8.2.5 Forza con carico

Considerando la massa della forza e del carico come una massa concentrata nel baricentro  $G_f$ , sono state calcolate le corrispondenti forze d'inerzia come segue:

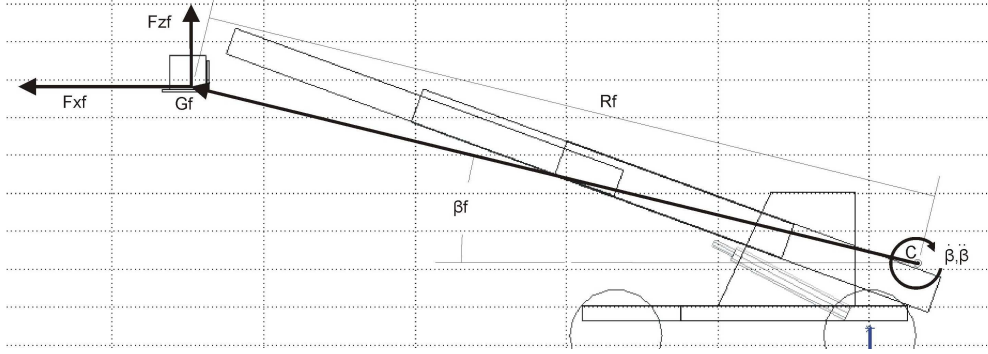


Figura 8.9: Schema del sistema forza più carico con le forze d'inerzia applicate nel baricentro.

$$\mathbf{F}_f = \left\{ \begin{array}{l} R_f \left[ \ddot{\beta} \sin(\beta_f) + \dot{\beta}^2 \cos(\beta_f) \right] - 2\ddot{s}_4 \cos(\beta) + 4\dot{s}_4 \dot{\beta} \sin(\beta) \\ -R_f \left[ \ddot{\beta} \cos(\beta_f) - \dot{\beta}^2 \sin(\beta_f) \right] - 2\ddot{s}_4 \sin(\beta) + 4\dot{s}_4 \dot{\beta} \cos(\beta) \end{array} \right\}_1 W_f \quad (8.19)$$

dove con  $\beta$  si intende l'angolo stimato dalla relazione (7.1), con  $R_f$  il raggio di rotazione e con  $\beta_f$  l'angolo di rotazione calcolati come segue:

$$R_f = \sqrt{\frac{(X_{G_f} - X_C)^2}{(Z_{G_f} - Z_C)^2}} \quad (8.20)$$

$$\beta_f = \arctan\left(\frac{Z_{G_f} - Z_C}{X_{G_f} - X_C}\right) \quad (8.21)$$

La velocità e l'accelerazione  $\dot{\beta}$  e  $\ddot{\beta}$  sono state calcolate come riportato nel capitolo 3.

## 8.2.6 Scostamento

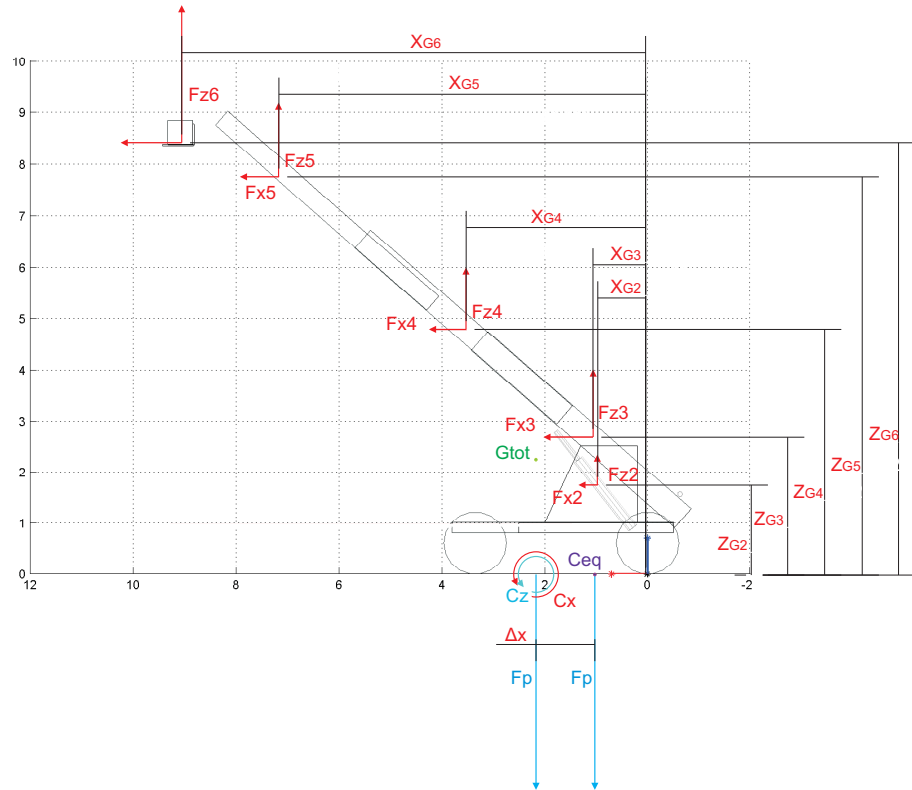


Figura 8.10: Schema delle forze d'inerzia lungo l'asse  $X$  e  $Z$  ( $\mathbf{F}_p$  non è in scala).

Analogamente a quanto descritto nel precedente paragrafo 8.1, conoscendo le forze d'inerzia *i-esime* (vedi la seguente Figura 8.10), si può definire l'equazione seguente:

$$\Delta x \cdot \mathbf{F}_p = \mathbf{C}_x + \mathbf{C}_z \quad (8.22)$$

da cui:

$$\Delta x = \frac{\mathbf{C}_x + \mathbf{C}_z}{\mathbf{F}_p} \quad (8.23)$$

dove  $C_x$  e  $C_z$  sono le coppie dovute rispettivamente alle forze *i-esime*  $F_x$  e  $F_z$ .

Conoscendo le coordinate stimate del baricentro complessivo della macchina  $G_{tot}$  (vedi capitolo 7), è, quindi, possibile calcolare la posizione stimata di  $C_{eq}$  come segue:

$$\mathbf{C}_{eq} = \left\{ \begin{array}{l} X_{G_{tot}} + \Delta x \\ Y_{G_{tot}} \end{array} \right\}_1 \quad (8.24)$$

É importante notare che, in questo caso, lo scostamento è solo lungo l'asse  $X$ . Ciò rispecchia il comportamento del sollevatore telescopico di tipo frontale e solo una configurazione del sollevatore telescopico con torretta girevole, ossia quando l'angolo di rotazione della torretta è nullo. Nel caso di angolo di rotazione della torretta non nullo, nella espressione (8.24) comparirebbe anche lo scostamento lungo  $Y$  ( $\Delta y$ ), analogamente all'espressione (8.6).



# Capitolo 9

## Impianto oleodinamico

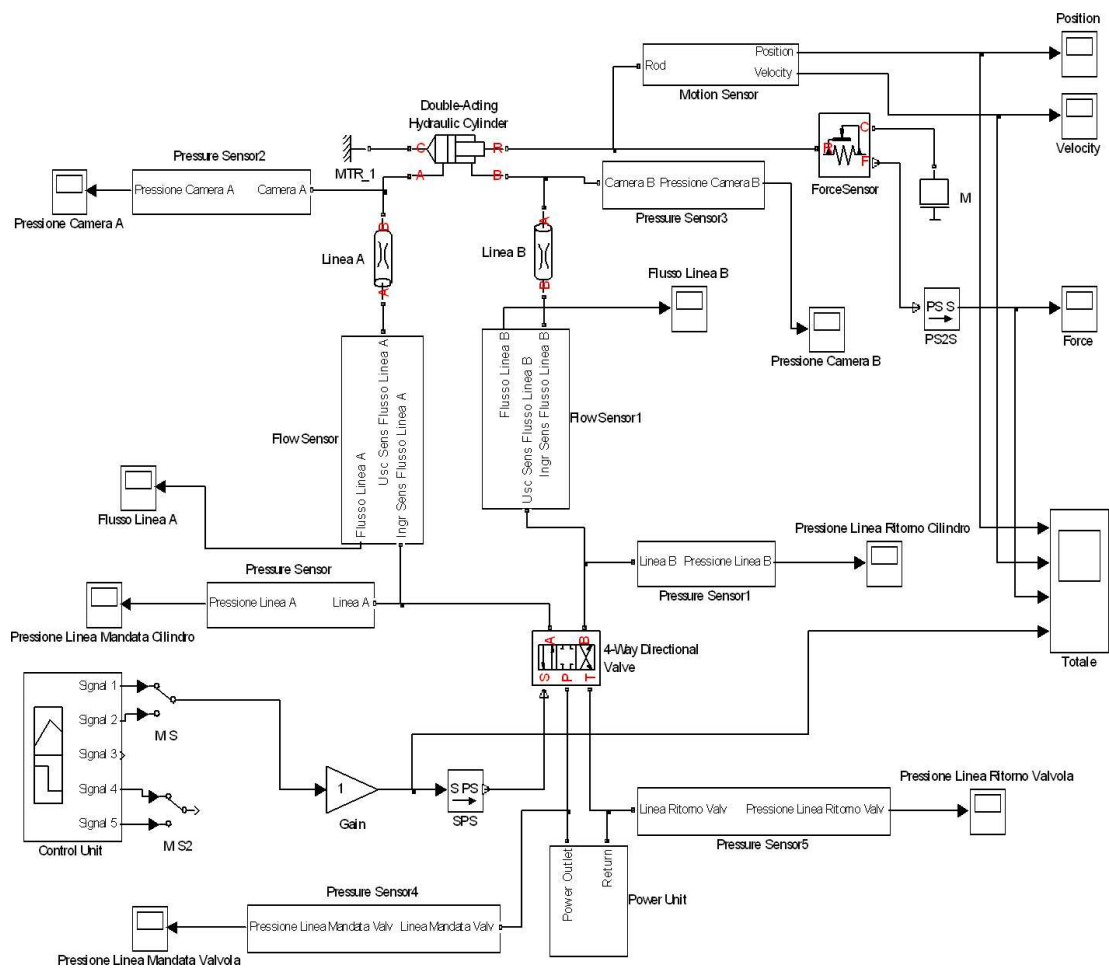


Figura 9.1: Schema di simulazione di un impianto oleodinamico.

Il lavoro descritto nei capitoli precedenti ha reso necessario porre le basi per uno studio del comportamento dinamico di un attuatore idraulico [53]. Per far ciò, come mostrato in Figura 9.1, è stato sviluppato in ambiente *SimHydraulics* [54] un modello matematico di un impianto oleodinamico. Come si può vedere, tale modello può essere considerato composto da tre sottosistemi principali: *Alimentazione*, *Valvola proporzionale* e *Attuatore idraulico* che sono interfacciati fra loro mediante linee di alimentazione dalla valvola al cilindro, misuratori di pressione, di portata, di posizione, di velocità, di forza e mediante blocco di comando della valvola proporzionale.

Di seguito viene descritto come sono stati modellati tali sottosistemi.

## 9.1 Alimentazione

La seguente Figura 9.2 mostra lo schema del sottosistema relativo all'alimentazione.

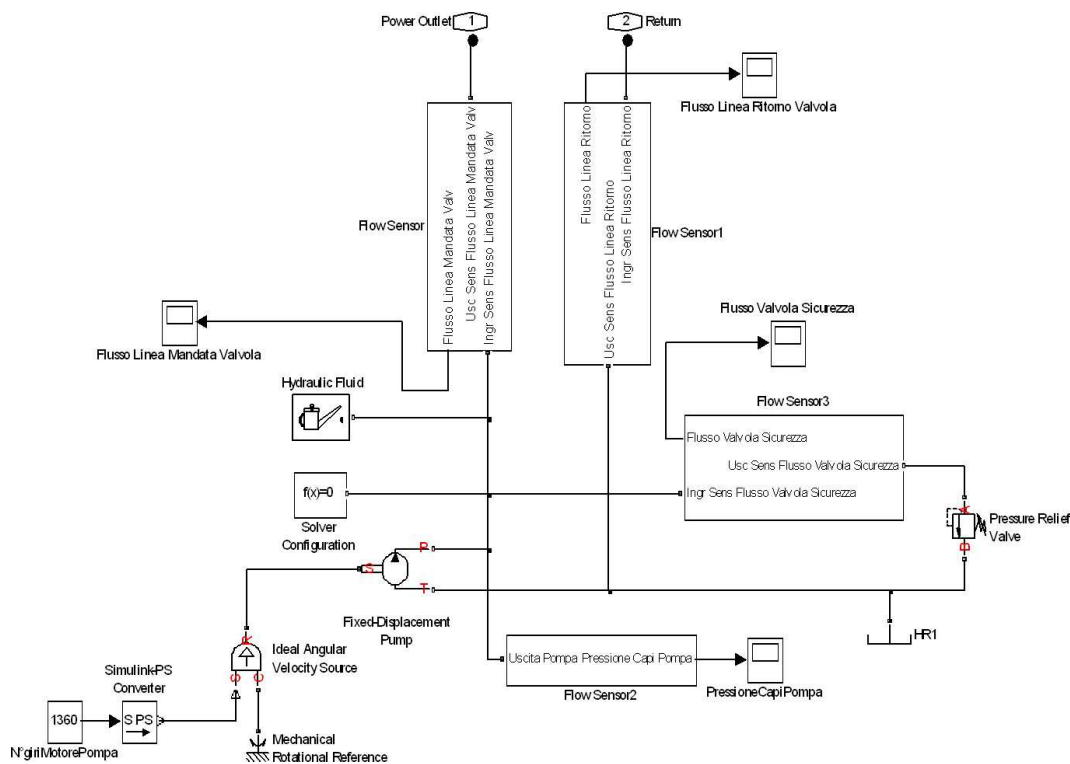


Figura 9.2: Schema del sottosistema relativo alla alimentazione.

È stato utilizzato un particolare blocco chiamato '*Ideal Angular Velocity Source block*' per permettere alla pompa volumetrica di funzionare ad un numero di giri costante (tale blocco è ideale nel senso che si assume che non risenta della coppia resistente esercitata dal sistema). L'utilizzo di una valvola di sicurezza ('*Pressure Relief Valve block*') salvaguarda l'impianto e soprattutto il funzionamento della pompa in quanto permette all'olio di fluire nel condotto di mandata anche quando la valvola proporzionale chiude il passaggio all'attuatore idraulico. Per definire le caratteristiche dell'olio considerato (come la densità, la viscosità cinematica, il bulk modulus e la quantità relativa di aria presente) è stato utilizzato il blocco denominato '*Custom Hydraulic Fluid*'. Tali caratteristiche sono state considerate costanti durante le simulazioni. Per misurare la portata dell'olio all'interno della linea di mandata e di ritorno e attraverso la valvola di sicurezza è stato utilizzato un blocco chiamato '*Ideal Hydraulic Flow Rate Sensor block*' (tale blocco è ideale perché non tiene in considerazione l'inerzia, l'attrito e le perdite di carico). Inoltre, un sensore di pressione ('*Ideal Hydraulic Pressure Sensor block*') è stato posto ai capi della pompa volumetrica. Anche tale blocco è ideale perché, come il precedente, non tiene in considerazione l'inerzia, l'attrito e le perdite di carico.

## 9.2 Valvola proporzionale

La seguente Figura 9.3 mostra lo schema del sottosistema relativo alla valvola proporzionale a 4 vie.

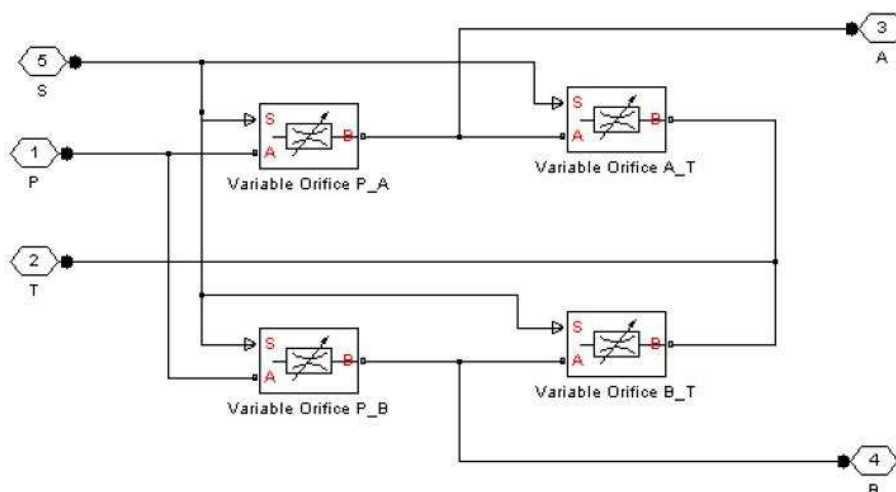


Figura 9.3: Schema del sottosistema relativo alla valvola a 4 vie.

Il blocco è caratterizzato dall'aver 4 connessioni idrauliche: una per la linea di ingresso ( $P$ ), due per i fori dell'attuatore idraulico ( $A$  e  $B$ ) e una per la linea di ritorno ( $T$ ). Inoltre, una quinta porta ( $S$ ) è riservata alla connessione per il segnale che permette di controllare la posizione dello spola. La valvola è configurata in modo tale che l'applicazione di un segnale positivo alla porta  $S$  genera l'apertura degli orifizi  $P_A$  e  $B_T$  e la chiusura di  $P_B$  e  $A_T$ . L'apertura degli orifizi viene calcolata come segue:

$$h_{PA} = h_{PA0} + x;$$

$$h_{PB} = h_{PB0} - x;$$

$$h_{AT} = h_{AT0} - x;$$

$$h_{BT} = h_{BT0} + x;$$

dove

- $h_{PA}$  è l'apertura dell'orifizio  $P_A$ ;

- $h_{PB}$  è l'apertura dell'orifizio  $P\_B$ ;
- $h_{AT}$  è l'apertura dell'orifizio  $A\_T$ ;
- $h_{BT}$  è l'apertura dell'orifizio  $B\_T$ ;
- $h_{PA0}$  è l'apertura iniziale dell'orifizio  $P\_A$ ;
- $h_{PB0}$  è l'apertura iniziale dell'orifizio  $P\_B$ ;
- $h_{AT0}$  è l'apertura iniziale dell'orifizio  $A\_T$ ;
- $h_{BT0}$  è l'apertura iniziale dell'orifizio  $B\_T$ ;
- $x$  è l'elemento di controllo dell'apertura degli orifizi.

È importante sapere che il modello si basa sull'assunzione di non considerare l'inerzia del fluido e i carichi sulla spola (come l'inerzia, le molle, le forze idrauliche) e di considerare la valvola simmetrica ossia con i 4 orifizi della stessa forma e dimensione.

Le manichette che collegano la valvola proporzionale con l'attuatore idraulico sono state modellate con '*Resistive Tube block*' che tengono in considerazione le sole perdite per attrito e non la compressibilità e inerzia del fluido.

Inoltre, tutti i misuratori utilizzati nello schema di simulazione sono misuratori ideali e, quindi, non vanno ad interagire con il circuito stesso alterandone la misura.

Il blocco di comando della valvola proporzionale permette di poter variare il segnale applicato alla porta  $S$  e verificare così l'influenza delle varie leggi di controllo sul sistema in esame.

Per quanto concerne il modello matematico dei vari componenti presenti nello schema di Figura 9.1 e per maggiori dettagli sulla valvola a 4 vie si rimanda alla guida di SimHydraulics [54].

### 9.3 Attuatore idraulico

Il cilindro idraulico a doppio effetto rappresenta un dispositivo che converte l'energia idraulica in energia meccanica sotto forma di movimento di traslazione dello stelo. Il fluido idraulico pompato sotto pressione in una delle due camere del cilindro forza il pistone a muovere ed esercitare forza allo stelo. Un cilindro idraulico si dice a doppio effetto quando trasferisce forza in entrambe le direzioni.

La seguente Figura 9.4 mostra lo schema del sottosistema relativo all'attuatore idraulico a doppio effetto.

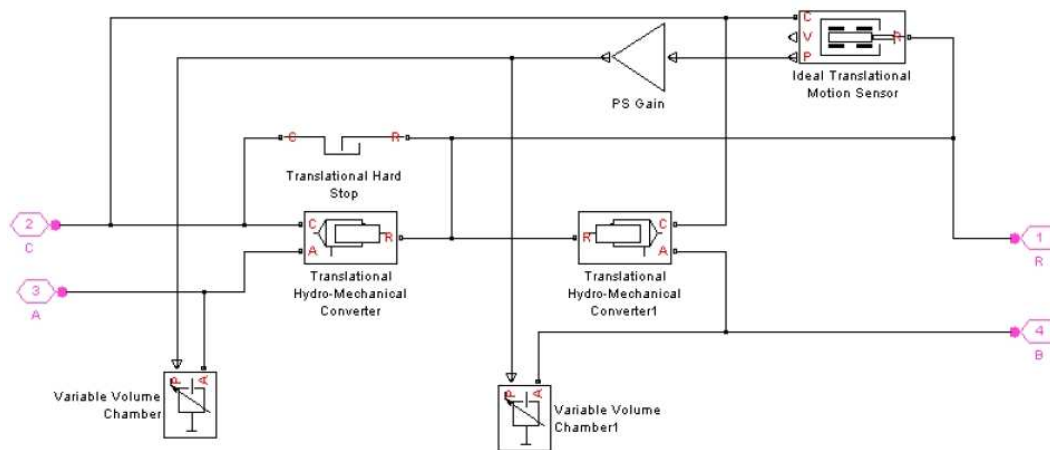


Figura 9.4: Schema del sottosistema dell'attuatore idraulico.

Le connessioni  $R$  e  $C$  corrispondono rispettivamente allo stelo e al corpo esterno del cilindro, mentre le porte  $A$  e  $B$  corrispondono rispettivamente alle camere  $A$  e  $B$  del cilindro stesso. L'energia idraulica che passa attraverso la porta  $A$  e  $B$  è diretta verso il blocco chiamato '*Translational Hydro-Mechanical Converter*' e verso il blocco chiamato '*Variable Volume Chamber*'. Il '*Converter*' trasforma l'energia idraulica in energia meccanica, mentre il '*Chamber*' tiene in considerazione la compressibilità del fluido che entra ed esce dalla camera. Lo spostamento dello stelo è limitato dal blocco meccanico *Translational Hard Stop block* in modo tale che il movimento possa essere compreso entro le due estremità del cilindro. Il blocco *Ideal Translational Sensor block* è introdotto nello schema per determina-

re la posizione istantanea del pistone, necessaria per calcolare i volumi di fluido presenti nelle due camere.

Il modello è basato sulle seguenti assunzioni:

- nessuna perdita, interna o esterna, è presa in considerazione;
- non sono considerati carichi sullo stelo, attriti, inerzie. È comunque sempre possibile prendere in esame questi parametri collegando i blocchi appropriati, presenti nelle librerie di SimHydraulics, alla porta R del cilindro.

I parametri che sono utilizzati nel modello di Figura 9.4 sono:

- area della camera A;
- area della camera B;
- corsa massima dello stelo;
- posizione iniziale dello stelo;
- il volume di fluido che rimane nella camera A dopo che il pistone è completamente ritratto;
- il volume di fluido che rimane nella camera B dopo che il pistone è completamente esteso;
- un coefficiente che tiene in considerazione il trasferimento di calore dell'olio nelle camere del cilindro;
- un coefficiente che prende in considerazione la rigidità del contatto, nel caso in cui ciò avvenga, tra il pistone e i due fine corsa presenti nel blocco 'Translational Hard Stop';
- un coefficiente che prende in considerazione lo smorzamento del contatto tra il pistone e i due fine corsa presenti nel blocco 'Translational Hard Stop';

- l'orientazione del cilindro rispetto alla direzione che 'globalmente' è considerata positiva. Il cilindro può essere 'settato' in modo positivo o negativo in funzione del fatto che la pressione applicata alla porta A eserciti una forza nella direzione positiva o negativa.

Per fornire una descrizione più dettagliata su come è costruito tutto il modello dell'attuatore idraulico, vengono di seguito descritti i seguenti sottoblocchi:

1. Variable Volume Chamber;
2. Translational Hydro-Mechanical Converter;
3. Translational Hard Stop;
4. Ideal Translational Motion Sensor.

### 9.3.1 Variable Volume Chamber

Modella la compressibilità di un fluido contenuto in camere dal volume variabile, come le camere di un attuatore idraulico. Il fluido è considerato essere un mix di liquido con una piccolissima quantità di gas disciolto. Il blocco prende in considerazione solo la velocità del flusso dovuta alla compressibilità del fluido. Il volume di fluido utilizzato per ottenere la velocità del pistone è modellizzato col 'Translational Hydro-Mechanical Converter block'.

La camera è simulata in accordo con le seguenti equazioni:

$$q = \frac{V_0 + A \cdot x \cdot or}{E} \cdot \frac{dp}{dt}$$

$$E = E_l \frac{1 + \alpha \left( \frac{p_a}{p_a + p} \right)^{1/n}}{1 + \alpha \frac{p_a^{1/n}}{n(p_a + p)^{\frac{n+1}{n}}} E_l}$$

dove

- $q$  è la velocità del flusso dovuta alla compressibilità del fluido;
- $V_0$  è il volume di fluido inizialmente presente nella camera;



- $A$  è l'area effettiva del pistone;
- $x$  è lo spostamento del pistone dalla posizione iniziale;
- $or$  è l'orientazione della camera rispetto alla posizione che globalmente è assegnata positiva. Se lo spostamento nella direzione positiva incrementa il volume di fluido presente nella camera,  $or$  è uguale a 1. Viceversa se lo spostamento nella direzione positiva decrementa il volume di fluido presente nella camera,  $or$  è uguale a -1;
- $E$  è il bulk Modulus del fluido;
- $E_l$  è il bulk Modulus del fluido ideale;
- $p$  è la pressione del fluido nella camera;
- $p_a$  è la pressione atmosferica;
- $n$  è il calore specifico del gas;
- $V_L$  è il volume di liquido presente nella camera;
- $V_G$  è il volume di gas presente nel liquido alla pressione atmosferica;
- $\alpha$  è la quantità relativa di gas presente alla pressione atmosferica, dove  $\alpha = V_G/V_L$ .

L'obiettivo principale è quello di rappresentare il fluido come un mix di liquido con disciolta all'interno una piccola quantità di gas e di introdurre un approssimativo modello di cavitazione, che si verifica nella camera se la pressione scende sotto la tensione di vapore. La cavitazione è un processo che non può essere accuratamente simulato in ambiente SimHydraulics. La versione semplificata implementata nel modello sopra riportato permette di determinare se la pressione scenda sotto un valore pericoloso ed evitare così errori di compilazione, che si verificano normalmente quando si raggiungono pressioni negative. Per incrementare la velocità di compilazione ed evitare spiacevoli inconvenienti con la cavitazione

è possibile settare il contenuto relativo di gas a zero utilizzando il blocco ‘*Custom Hydraulic Fluid block*’, che specifica le caratteristiche dell’olio utilizzato.

### 9.3.2 Translational Hydro-Mechanical Converter

Modella un trasduttore ideale che converte l’energia idraulica in energia meccanica sotto forma di movimento di traslazione. È utilizzato per simulare una grande varietà di cilindri idraulici. Il convertitore è simulato in accordo con le seguenti equazioni:

$$q = A(v_R - v_C) \cdot or$$

$$F = A \cdot p \cdot or$$

dove

- $q$  è il flusso di fluido che entra nella camera del cilindro;
- $A$  è l’area effettiva del pistone;
- $v_R$  è la velocità dello stelo del cilindro;
- $v_C$  è la velocità del corpo del cilindro;
- $F$  è la forza sviluppata dal convertitore;
- $p$  è la pressione del fluido nella camera dell’attuatore;
- $or$  è l’orientazione della camera rispetto alla posizione che globalmente è assegnata positiva. Se la pressione applicata alla porta d’ingresso del convertitore esercita forza nella direzione positiva,  $or$  è uguale a 1. Viceversa se la pressione alla porta d’ingresso del convertitore esercita forza nella direzione negativa,  $or$  è uguale a -1.

È importante considerare che il blocco simula un convertitore ideale nel quale non sono prese in considerazione inerzia, attriti, perdite.

### 9.3.3 Translational Hard Stop

Rappresenta uno stop meccanico bilaterale che restringe il movimento di un corpo tra due limiti (superiore ed inferiore). L'impatto con i due fine corsa è assunto essere elastico. Questo significa che lo stop è rappresentato come una molla che, quando risulta in contatto con il cursore, reagisce con una forza linearmente proporzionale alla penetrazione dello stesso oltre il limite consentito. Per tenere in considerazione la dissipazione di energia e gli effetti non elastici, è presente anche uno smorzatore. Nella seguente Figura 9.5 è riportato lo schema del blocco in questione.

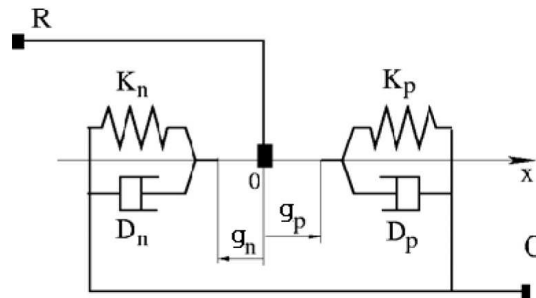


Figura 9.5: Schema dello stop meccanico implementato all'interno di un attuatore idraulico.

Lo stop meccanico è descritto dalle seguenti equazioni:

$$F = \begin{cases} K_p \cdot \delta + D_p(v_R - v_C) & \text{per } \delta \geq g_p \\ 0 & \text{per } g_n < \delta < g_p \\ K_n \cdot \delta + D_n(v_R - v_C) & \text{per } \delta \leq g_n \end{cases}$$

$$\delta = x_R - x_C$$

$$v_R = \frac{dx_R}{dt}$$

$$v_C = \frac{dx_C}{dt}$$

dove

- $F$  è la forza che si instaura tra il cursore e il corpo del cilindro;
- $\delta$  è l'allungamento relativo tra il cursore e il corpo del cilindro;

- $g_p$  è il gap tra il cursore e il corpo del cilindro nel caso di movimento nella direzione positiva;
- $g_n$  è il gap tra il cursore e il corpo del cilindro nel caso di movimento nella direzione negativa;
- $v_R, v_C$  sono le velocità assolute rispettivamente dello stelo e del corpo del cilindro;
- $x_R, x_C$  sono gli spostamenti assoluti rispettivamente dello stelo e del corpo del cilindro;
- $K_p$  è la rigidezza di contatto durante il movimento nella direzione positiva;
- $K_n$  è la rigidezza di contatto durante il movimento nella direzione negativa;
- $D_p$  è lo smorzamento del contatto durante il movimento nella direzione positiva;
- $D_n$  è lo smorzamento del contatto durante il movimento nella direzione negativa;
- $t$  è il tempo.

È utilizzato all'interno dell'attuatore idraulico per simulare l'impatto del pistone verso i due fine corsa.

### 9.3.4 Ideal Translational Motion Sensor

Rappresenta un trasduttore ideale di posizione, infatti, determina lo spostamento di un elemento rispetto ad un sistema preso come riferimento. È utilizzato all'interno del cilindro idraulico per fornire la posizione relativa dello stelo alle due camere che regolano il flusso di fluido alle loro porte di ingresso (vedi Figura 9.4).

## 9.4 Pilotaggio della valvola proporzionale

Nello schema di simulazione riportato in Figura 9.1 si può notare come in ingresso alla valvola proporzionale sia stato inserito un blocco (*Control Unit*) che permette di variare la tipologia di segnale applicato. Questo garantisce la possibilità di analizzare il comportamento del sistema in funzione di varie leggi di comando. Come primo caso è stato considerato l'utilizzo di un segnale a 'gradino'. Per evitare l'insorgere di problemi di carattere computazionale a seguito dell'utilizzo di un segnale a gradino, è stato considerato un segnale 'trapezoidale' con dei fronti di salita e di discesa ripidi per approssimare il più possibile l'applicazione del segnale a gradino stesso. È stato preso in considerazione questo caso perché risulta essere il più critico dal punto di vista pratico. All'applicazione di tale segnale la valvola risponde aprendo quasi istantaneamente il flusso verso l'attuatore idraulico, provocando così dei fronti molto ripidi della forza impressa al carico, come si potrà notare nei grafici riportati nel prossimo paragrafo. Questo è dovuto principalmente al fatto che il segnale presenta una derivata prima con punti di discontinuità in corrispondenza degli istanti di apertura e chiusura sia sul fronte 'positivo' che 'negativo'. Per risolvere questo problema si è pensato di modificare il segnale d'ingresso alla valvola proporzionale per eliminare tali discontinuità. Consideriamo il caso generale riportato in Figura 9.6.

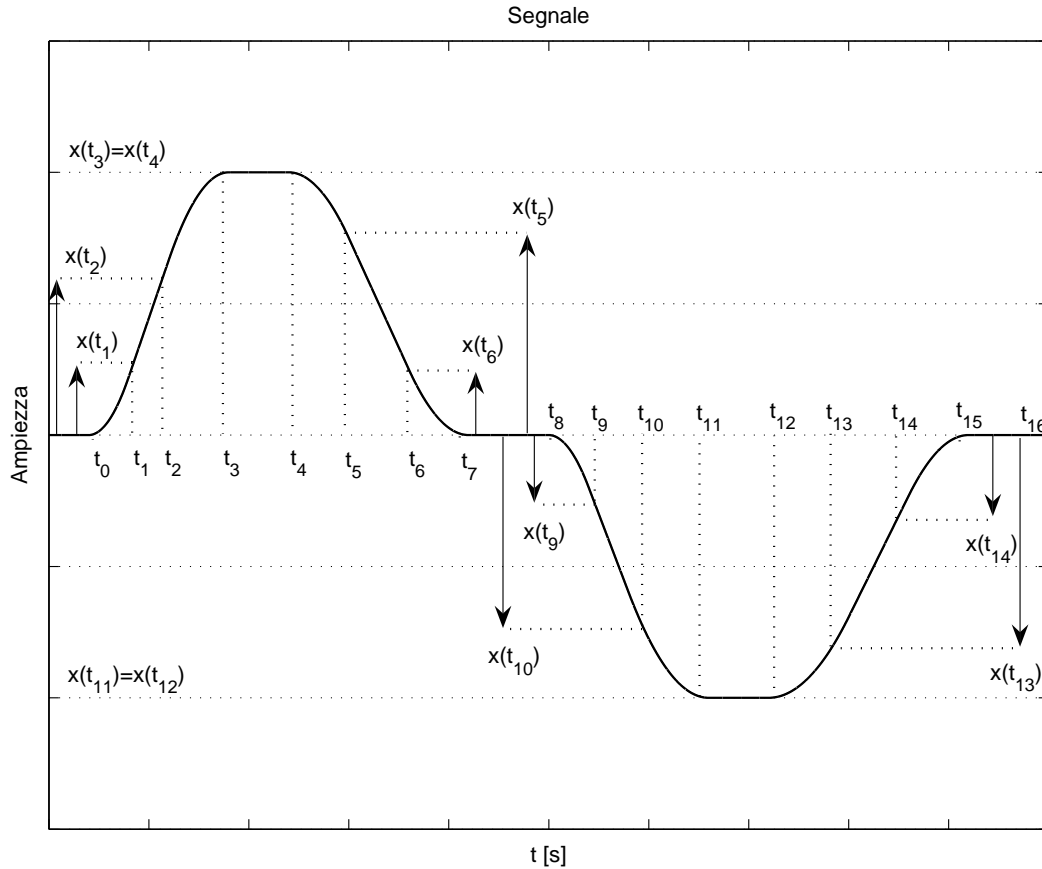


Figura 9.6: Andamento del segnale generico utilizzato per pilotare la valvola proporzionale.

Tale segnale è costituito da vari tratti: da  $t_0$  a  $t_1$  può avere andamento quadratico o cubico, rettilineo nel tratto da  $t_1$  a  $t_2$  e un'altra volta quadratico o cubico nel tratto da  $t_2$  a  $t_3$ . Allo stesso modo per i tratti da  $t_4$  a  $t_7$ , da  $t_8$  a  $t_{11}$  e da  $t_{12}$  a  $t_{15}$ . Rimane invece costante e pari al valore massimo positivo da  $t_3$  a  $t_4$  e al massimo negativo da  $t_{11}$  a  $t_{12}$ . Il segnale è inoltre sottoposto ai seguenti vincoli:

- essere pari a zero assieme alla derivata prima nei punti:  $t_0$ ,  $t_7$ ,  $t_8$  e  $t_{15}$ ;
- avere derivata prima nulla nei punti:  $t_3$ ,  $t_4$ ,  $t_{11}$  e  $t_{12}$ ;
- essere continuo assieme alla derivata prima nei punti:  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_5$ ,  $t_6$ ,  $t_9$ ,  $t_{10}$ ,  $t_{13}$  e  $t_{14}$ ;
- assumere valore pari a zero fino a  $t_0$  e da  $t_{15}$  a  $t_{16}$ .

Queste condizioni saranno utili per la determinazione dei coefficienti delle quadratiche o delle cubiche, a seconda del caso preso in esame. Altre due varianti a quanto riportato in Figura 9.6 sono state poi prese in considerazione. Assunto che i tratti rettilinei  $(t_1, t_2)$ ,  $(t_5, t_6)$ ,  $(t_9, t_{10})$  e  $(t_{13}, t_{14})$  si riducano a un punto è possibile costituire il segnale come ‘somma’ di otto quadratiche o di quattro cubiche. Anche in questi casi si richiede che nei punti di congiunzione tra i vari tratti ci sia la stessa derivata prima. Vedremo poi in dettaglio l’impostazione dei sistemi di equazioni che portano alla determinazione dei coefficienti delle parabole o delle cubiche.

Quindi, i casi affrontati risultano:

1. segnale costituito da otto cubiche più i quattro tratti rettilinei;
2. segnale costituito da otto quadratiche più i quattro tratti rettilinei;
3. segnale costituito da otto quadratiche;
4. segnale costituito da quattro cubiche.

Il primo caso è sicuramente il più complicato visto l’elevato numero di incognite presenti (quattro per ogni cubica) e le molteplici condizioni al ‘contorno’ che devono essere soddisfatte per ottenere un segnale del tipo riportato in Figura 9.6. Diamo ora una caratterizzazione matematica al problema cercando di ottenere una soluzione più generale possibile. Definiamo:  $A_1 = a_1t^3 + b_1t^2 + c_1t + d_1$ ,  $A_2 = a_2t^3 + b_2t^2 + c_2t + d_2$ ,  $A_3 = a_3t^3 + b_3t^2 + c_3t + d_3$ ,  $A_4 = a_4t^3 + b_4t^2 + c_4t + d_4$ ,  $A_5 = a_5t^3 + b_5t^2 + c_5t + d_5$ ,  $A_6 = a_6t^3 + b_6t^2 + c_6t + d_6$ ,  $A_7 = a_7t^3 + b_7t^2 + c_7t + d_7$  e  $A_8 = a_8t^3 + b_8t^2 + c_8t + d_8$  rispettivamente la  $I^\circ \dots VIII^\circ$  cubica. Il segnale è sottoposto ai seguenti vincoli:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1(t_0) = 0, \dot{A}_1(t_0) = 0 \\ A_2(t_3) = x(t_3), \dot{A}_2(t_3) = 0 \\ \dot{A}_2(t_2) = \dot{A}_1(t_1) = \frac{A_2(t_2) - A_1(t_1)}{t_2 - t_1} \\ \dot{A}_1(t) > 0 \forall t \in (t_0, t_1), \ddot{A}_1(t) > 0 \forall t \in (t_0, t_1) \\ \dot{A}_2(t) > 0 \forall t \in (t_2, t_3), \ddot{A}_2(t) < 0 \forall t \in (t_2, t_3) \end{array} \right. \quad (9.1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A_3(t_4) = x(t_3), \dot{A}_3(t_4) = 0 \\ A_4(t_7) = 0, \dot{A}_4(t_7) = 0 \\ \dot{A}_3(t_5) = \dot{A}_4(t_6) = \frac{A_3(t_5) - A_4(t_6)}{t_5 - t_6} \\ \dot{A}_3(t) < 0 \forall t \in (t_4, t_5), \ddot{A}_3(t) < 0 \forall t \in (t_4, t_5) \\ \dot{A}_4(t) < 0 \forall t \in (t_6, t_7), \ddot{A}_4(t) > 0 \forall t \in (t_6, t_7) \end{array} \right. \quad (9.2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A_5(t_8) = 0, \dot{A}_5(t_8) = 0 \\ A_6(t_{11}) = x(t_{11}), \dot{A}_6(t_{11}) = 0 \\ \dot{A}_5(t_9) = \dot{A}_6(t_{10}) = \frac{A_5(t_9) - A_6(t_{10})}{t_9 - t_{10}} \\ \dot{A}_5(t) < 0 \forall t \in (t_8, t_9), \ddot{A}_5(t) < 0 \forall t \in (t_8, t_9) \\ \dot{A}_6(t) < 0 \forall t \in (t_{10}, t_{11}), \ddot{A}_6(t) > 0 \forall t \in (t_{10}, t_{11}) \end{array} \right. \quad (9.3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A_7(t_{12}) = x(t_{12}), \dot{A}_7(t_{12}) = 0 \\ A_8(t_{15}) = 0, \dot{A}_8(t_{15}) = 0 \\ \dot{A}_7(t_{13}) = \dot{A}_8(t_{14}) = \frac{A_8(t_{14}) - A_7(t_{13})}{t_{14} - t_{13}} \\ \dot{A}_7(t) > 0 \forall t \in (t_{12}, t_{13}), \ddot{A}_7(t) > 0 \forall t \in (t_{12}, t_{13}) \\ \dot{A}_8(t) > 0 \forall t \in (t_{14}, t_{15}), \ddot{A}_8(t) < 0 \forall t \in (t_{14}, t_{15}) \end{array} \right. \quad (9.4)$$

Si vede come in tutti i sistemi di equazioni riportati sopra siano presenti anche le condizioni di disuguaglianza relative alle derivate prima e seconda in tutti i vari tratti. Prendiamo ora in considerazione le condizioni relative alla derivata prima e seconda delle cubiche del sistema (9.1). Possono essere equivalentemente riscritte nel modo seguente:



$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{A}_1(t) = 3a_1t^2 + 2b_1t + c_1 > 0 \quad \forall t \in (t_0, t_1) \\ \ddot{A}_1(t) = 6a_1t + 2b_1 > 0 \quad \forall t \in (t_0, t_1) \\ \dot{A}_2(t) = 3a_2t^2 + 2b_2t + c_2 > 0 \quad \forall t \in (t_2, t_3) \\ \ddot{A}_2(t) = 6a_2t + 2b_2 < 0 \quad \forall t \in (t_2, t_3) \end{array} \right.$$

Se la derivata seconda  $\ddot{A}_1(t) > 0 \quad \forall t \in (t_0, t_1)$  (funzione convessa), la derivata prima  $\dot{A}_1(t)$  è crescente nell'intervallo  $(t_0, t_1)$ . Visto che  $\dot{A}_1(t_0) = 0$  allora  $\dot{A}_1(t) > 0 \quad \forall t \in (t_0, t_1)$ . Quindi  $A_1$  crescente deriva da  $A_1$  convessa e  $\dot{A}_1(t_0) = 0$ . Delle due condizioni relative alla derivata prima e seconda basta allora che sia verificata quella sulla derivata seconda. Analogamente a quanto appena visto,  $A_2$  crescente in  $(t_2, t_3)$  segue da  $A_2$  concava e  $\dot{A}_2(t_3) = 0$ . Anche in questo caso basta che sia verificata la condizione sulla derivata seconda. Gli stessi concetti possono essere trasferiti ai sistemi (9.2), (9.3), (9.4) e quindi basta che siano verificate le condizioni sulle derivate seconde per ogni singola cubica considerata. Le condizioni di disuguaglianza del sistema (9.1) risultano allora

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{A}_1(t) = 3a_1t + b_1 > 0 \quad \forall t \in (t_0, t_1) \\ \ddot{A}_2(t) = 3a_2t + b_2 < 0 \quad \forall t \in (t_2, t_3) \end{array} \right. \quad (9.5)$$

Vogliamo cercare di trovare condizioni tali per cui le condizioni del sistema (9.5) siano vere, senza utilizzare il simbolo  $\forall$ . Questo perchè otterremo delle condizioni più semplici da poter far elaborare ad un calcolatore. Sicuramente se  $a_1 > 0$  e  $b_1 > 0$  allora la prima disequazione del sistema (9.5) è soddisfatta. Imponiamo ora  $a_2 < 0$ . Se  $a_2 < 0$  allora  $3a_2t < 3a_2t_2 < -b_2 \quad \forall t \in (t_2, t_3)$ . Quindi noi sostituiamo le condizioni del sistema (9.5) con

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 > 0 \\ b_1 > 0 \\ a_2 < 0 \\ t_2a_2 < -(1/3)b_2 \end{array} \right. \quad (9.6)$$

Supponiamo ora di conoscere tutta la distribuzione temporale  $t_0 \dots t_{16}$  e i valori  $x(t_3)$  e  $x(t_{11})$  e di voler determinare i coefficienti delle cubiche che soddisfano

le condizioni riportate nei sistemi (9.1) ... (9.4). Le condizioni riportate in (9.6) sono più semplici rispetto a quelle riportate in (9.5). Usando il pacchetto software *Mathematica* [55] si può utilizzare una sua particolare funzione *FindInstance*  $[\{espr_1, \dots, espr_k\}, \{v_1, \dots, v_r\}]$  che trova una  $r$ -upla  $\{v_1, \dots, v_r\}$  che soddisfi le condizioni imposte nelle espressioni  $\{espr_1, \dots, espr_k\}$ . Quindi il sistema (9.1) per noi si scriverà come:

$$\begin{aligned} FindInstance \quad & [\{ A_1(t_0) == 0, \dot{A}_1(t_0) == 0, \dot{A}_1(t_1) == \frac{A_2(t_2) - A_1(t_1)}{t_2 - t_1}, \\ & \dot{A}_1(t_1) == \dot{A}_2(t_2), A_2(t_3) == x(t_3), \dot{A}_2(t_3) == 0, a_1 > 0, \\ & b_1 > 0, a_2 < 0, t_2 a_2 < -(1/3)b_2 \}, \{a_1, b_1, c_1, d_1, a_2, b_2, c_2, d_2\}] \end{aligned}$$

Lo stesso ragionamento può essere ripetuto anche per la *III*° e *IV*° cubica. La *III*° cubica in  $(t_4, t_5)$  deve essere decrescente e concava, mentre la *IV*° cubica in  $(t_6, t_7)$  deve essere decrescente e convessa. Applicando gli stessi ragionamenti visti precedentemente,  $A_3$  decrescente deriva da  $A_3$  concava e  $\dot{A}_3(t_4) = 0$ ;  $A_4$  decrescente deriva da  $A_4$  convessa e  $\dot{A}_4(t_7) = 0$ . Si può allora scrivere:

$$\begin{cases} \ddot{A}_3(t) = 3a_3t + b_3 < 0 \quad \forall t \in (t_4, t_5) \\ \ddot{A}_4(t) = 3a_4t + b_4 > 0 \quad \forall t \in (t_6, t_7) \end{cases} \quad (9.7)$$

in sostituzione alle condizioni di disuguaglianza del sistema (9.2). Allo stesso modo del caso precedente, vogliamo determinare delle condizioni tali per cui le disequazioni in (9.7) siano vere senza utilizzare il simbolo  $\forall$ . Sicuramente se  $a_3 < 0$  e  $b_3 < 0$  la prima del sistema (9.7) è soddisfatta. Imponiamo ora  $a_4 > 0$ . Se  $a_4 > 0$  allora  $3a_4t > 3a_4t_6 > -b_4 \quad \forall t \in (t_6, t_7)$ . Quindi noi imponiamo le seguenti condizioni:

$$\begin{cases} a_3 < 0 \\ b_3 < 0 \\ a_4 > 0 \\ t_6 a_4 > -(1/3)b_4 \end{cases} \quad (9.8)$$

Abbiamo così ottenuto delle condizioni più semplici di quelle viste in (9.7).

Utilizzando sempre la funzione FindInstance di Mathematica si ha

$$\begin{aligned} \text{FindInstance} \quad & [\{ A_3(t_4) == x(t_4), \dot{A}_3(t_4) == 0, \dot{A}_3(t_5) == \frac{A_3(t_5) - A_4(t_6)}{t_5 - t_6}, \\ & \dot{A}_3(t_5) == \dot{A}_4(t_6), A_4(t_7) == 0, \dot{A}_4(t_7) == 0, a_3 < 0, \\ & b_3 < 0, a_4 > 0, t_6 a_4 > -(1/3)b_4 \}, \{a_3, b_3, c_3, d_3, a_4, b_4, c_4, d_4\}] \end{aligned}$$

Con ragionamenti analoghi a quelli svolti sopra, per le cubiche relative alla parte negativa del segnale, si può scrivere:

$$\begin{aligned} \text{FindInstance} \quad & [\{ A_5(t_8) == 0, \dot{A}_5(t_8) == 0, \dot{A}_5(t_9) == \frac{A_5(t_9) - A_6(t_{10})}{t_9 - t_{10}}, \\ & \dot{A}_5(t_9) == \dot{A}_6(t_{10}), A_6(t_{11}) == x(t_{11}), \dot{A}_6(t_{11}) == 0, a_5 < 0, \\ & b_5 < 0, a_6 > 0, t_{10} a_6 > -(1/3)b_6 \}, \{a_5, b_5, c_5, d_5, a_6, b_6, c_6, d_6\}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{FindInstance} \quad & [\{ A_7(t_{12}) == x(t_{12}), \dot{A}_7(t_{12}) == 0, \dot{A}_7(t_{13}) == \frac{A_8(t_{14}) - A_7(t_{13})}{t_{14} - t_{13}}, \\ & \dot{A}_7(t_{13}) == \dot{A}_8(t_{14}), A_8(t_{15}) == 0, \dot{A}_8(t_{15}) == 0, a_7 > 0, \\ & b_7 > 0, a_8 < 0, t_{14} a_8 < -(1/3)b_8 \}, \{a_7, b_7, c_7, d_7, a_8, b_8, c_8, d_8\}] \end{aligned}$$

La risoluzione di sistemi di equazioni nei quali sono presenti delle disequazioni attraverso la funzione FindInstance di Mathematica risulta agevole. Resta però da dire che la soluzione non è univoca, quindi si può richiedere a tale funzione di fornire un numero ‘arbitrario’ di soluzioni corrette. Alcune di esse però assumono dei valori dei coefficienti che non possono essere ritenuti da noi validi, visto l’utilizzo che ne dovremo fare successivamente come segnale di comando della valvola proporzionale, pur soddisfacendo tutte le condizioni imposte. Inoltre anche nel caso di distribuzione temporale tale che il segnale risulti simmetrico (per la parte positiva o negativa) lungo un qualche asse parallelo all’asse delle ampiezze, la determinazione dei coefficienti delle cubiche attraverso le funzioni riportate sopra non è tale da garantire che effettivamente poi il segnale risulti simmetrico rispetto a tale asse (perché dipende da come è stata implementata la funzione FindInstance). In tale caso conviene sfruttare anche la simmetria rispetto all’asse dei tempi e mantenere fissati i coefficienti delle cubiche della parte negativa uguali a quelli della parte positiva. Il problema sparisce in tutti gli altri casi affrontati.

Il secondo caso è molto simile a quello appena visto, anche se il numero di incognite da determinare scende a 3 per ogni quadratica. Definiamo:  $A_1 = a_1 t^2 +$

$b_1t + c_1$ ,  $A_2 = a_2t^2 + b_2t + c_2$ ,  $A_3 = a_3t^2 + b_3t + c_3$ ,  $A_4 = a_4t^2 + b_4t + c_4$ ,  
 $A_5 = a_5t^2 + b_5t + c_5$ ,  $A_6 = a_6t^2 + b_6t + c_6$ ,  $A_7 = a_7t^2 + b_7t + c_7$  e  $A_8 = a_8t^2 + b_8t + c_8$   
rispettivamente la  $I^\circ \dots VIII^\circ$  quadratica. Il segnale è sottoposto ai seguenti  
vincoli:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1(t_0) = 0, \dot{A}_1(t_0) = 0 \\ A_2(t_3) = x(t_3), \dot{A}_2(t_3) = 0 \\ \dot{A}_2(t_2) = \dot{A}_1(t_1) = \frac{A_2(t_2) - A_1(t_1)}{t_2 - t_1} \\ \dot{A}_1(t) > 0 \forall t \in (t_0, t_1), \ddot{A}_1(t) > 0 \forall t \in (t_0, t_1) \\ \dot{A}_2(t) > 0 \forall t \in (t_2, t_3), \ddot{A}_2(t) < 0 \forall t \in (t_2, t_3) \end{array} \right. \quad (9.9)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A_3(t_4) = x(t_3), \dot{A}_3(t_4) = 0 \\ A_4(t_7) = 0, \dot{A}_4(t_7) = 0 \\ \dot{A}_3(t_5) = \dot{A}_4(t_6) = \frac{A_3(t_5) - A_4(t_6)}{t_5 - t_6} \\ \dot{A}_3(t) < 0 \forall t \in (t_4, t_5), \ddot{A}_3(t) < 0 \forall t \in (t_4, t_5) \\ \dot{A}_4(t) < 0 \forall t \in (t_6, t_7), \ddot{A}_4(t) > 0 \forall t \in (t_6, t_7) \end{array} \right. \quad (9.10)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A_5(t_8) = 0, \dot{A}_5(t_8) = 0 \\ A_6(t_{11}) = x(t_{11}), \dot{A}_6(t_{11}) = 0 \\ \dot{A}_5(t_9) = \dot{A}_6(t_{10}) = \frac{A_5(t_9) - A_6(t_{10})}{t_9 - t_{10}} \\ \dot{A}_5(t) < 0 \forall t \in (t_8, t_9), \ddot{A}_5(t) < 0 \forall t \in (t_8, t_9) \\ \dot{A}_6(t) < 0 \forall t \in (t_{10}, t_{11}), \ddot{A}_6(t) > 0 \forall t \in (t_{10}, t_{11}) \end{array} \right. \quad (9.11)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A_7(t_{12}) = x(t_{12}), \dot{A}_7(t_{12}) = 0 \\ A_8(t_{15}) = 0, \dot{A}_8(t_{15}) = 0 \\ \dot{A}_7(t_{13}) = \dot{A}_8(t_{14}) = \frac{A_8(t_{14}) - A_7(t_{13})}{t_{14} - t_{13}} \\ \dot{A}_7(t) > 0 \forall t \in (t_{12}, t_{13}), \ddot{A}_7(t) > 0 \forall t \in (t_{12}, t_{13}) \\ \dot{A}_8(t) > 0 \forall t \in (t_{14}, t_{15}), \ddot{A}_8(t) < 0 \forall t \in (t_{14}, t_{15}) \end{array} \right. \quad (9.12)$$

Si vede come in tutti i sistemi di equazioni riportati sopra siano presenti anche le condizioni di disuguaglianza relative alle derivate prima e seconda in tutti i vari tratti. Questa volta però il numero di equazioni per ogni sistema è pari al numero di incognite. Si è così ristretto il problema risolvendo il solo sistema di equazioni e andando di volta in volta a verificare se sono soddisfatte anche le condizioni sulle derivate seconde (per le stesse considerazioni svolte per il caso precedente). Date le condizioni sulla distribuzione temporale ( $t_0 < \dots < t_{16}$ ) e  $x(t_3) > 0$  e  $x(t_{11}) < 0$  tali condizioni sono sempre verificate. La soluzione al nostro problema è quindi unica. Sempre utilizzando Mathematica si è usato stavolta il comando *Solve*  $[\{espr_1, \dots, espr_k\}, \{v_1, \dots, v_r\}]$  che determina la soluzione del sistema di equazioni nelle varie  $\{v_1, \dots, v_r\}$  che soddisfino le condizioni imposte nelle espressioni  $\{espr_1, \dots, espr_k\}$ . Quindi il sistema (9.9) (tolte le condizioni di disuguaglianza, che andranno verificate successivamente) si scriverà per noi come:

$$\text{Solve} \left[ \left\{ A_1(t_0) == 0, \dot{A}_1(t_0) == 0, \dot{A}_1(t_1) == \frac{A_2(t_2) - A_1(t_1)}{t_2 - t_1}, \dot{A}_1(t_1) == \dot{A}_2(t_2), \right. \right. \\ \left. \left. A_2(t_3) == x(t_3), \dot{A}_2(t_3) == 0 \right\}, \{a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2\} \right]$$

Analogamente per i sistemi (9.10) ... (9.12) si può scrivere:

$$\text{Solve} \left[ \left\{ A_3(t_4) == x(t_4), \dot{A}_3(t_4) == 0, \dot{A}_3(t_5) == \frac{A_3(t_5) - A_4(t_6)}{t_5 - t_6}, \right. \right. \\ \left. \left. \dot{A}_3(t_5) == \dot{A}_4(t_6), A_4(t_7) == 0, \dot{A}_4(t_7) == 0 \right\}, \{a_3, b_3, c_3, a_4, b_4, c_4\} \right]$$

$$\text{Solve} \left[ \left\{ A_5(t_8) == 0, \dot{A}_5(t_8) == 0, \dot{A}_5(t_9) == \frac{A_5(t_9) - A_6(t_{10})}{t_9 - t_{10}}, \dot{A}_5(t_9) == \dot{A}_6(t_{10}), \right. \right. \\ \left. \left. A_6(t_{11}) == x(t_{11}), \dot{A}_6(t_{11}) == 0 \right\}, \{a_5, b_5, c_5, a_6, b_6, c_6\} \right]$$

$$\text{Solve} \left[ \left\{ A_7(t_{12}) == x(t_{12}), \dot{A}_7(t_{12}) == 0, \dot{A}_7(t_{13}) == \frac{A_8(t_{14}) - A_7(t_{13})}{t_{14} - t_{13}}, \right. \right. \\ \left. \left. \dot{A}_7(t_{13}) == \dot{A}_8(t_{14}), A_8(t_{15}) == 0, \dot{A}_8(t_{15}) == 0 \right\}, \{a_7, b_7, c_7, a_8, b_8, c_8\} \right]$$

Supponendo di conoscere tutta la distribuzione temporale  $t_0 \dots t_{16}$  e i valori  $x(t_3)$  e  $x(t_{11})$ , grazie alle funzioni sopra riportate, si riescono a determinare univocamente i coefficienti delle quadratiche che soddisfano le condizioni riportate nei sistemi (9.9) ... (9.12). Tralasciamo in questa sede le espressioni analitiche dei vari coefficienti di tutte le quadratiche considerate che vengono comunque fornite direttamente dalla funzione *Solve*.

Per quanto concerne il terzo caso ('otto quadratiche'), definiamo:  $A_1 = a_1t^2 + b_1t + c_1$ ,  $A_2 = a_2t^2 + b_2t + c_2$ ,  $A_3 = a_3t^2 + b_3t + c_3$ ,  $A_4 = a_4t^2 + b_4t + c_4$ ,  $A_5 = a_5t^2 + b_5t + c_5$ ,  $A_6 = a_6t^2 + b_6t + c_6$ ,  $A_7 = a_7t^2 + b_7t + c_7$  e  $A_8 = a_8t^2 + b_8t + c_8$  rispettivamente la I°...VIII° quadratica. Il segnale è sottoposto ai seguenti vincoli:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1(t_0) = 0, \dot{A}_1(t_0) = 0 \\ A_2(t_3) = x(t_3), \dot{A}_2(t_3) = 0 \\ A_1(t_2) = A_2(t_2) \\ \dot{A}_1(t_2) = \dot{A}_2(t_2) \\ \dot{A}_1(t) > 0 \forall t \in (t_0, t_2), \ddot{A}_1(t) > 0 \forall t \in (t_0, t_2) \\ \dot{A}_2(t) > 0 \forall t \in (t_2, t_3), \ddot{A}_2(t) < 0 \forall t \in (t_2, t_3) \end{array} \right. \quad (9.13)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A_3(t_4) = x(t_3), \dot{A}_3(t_4) = 0 \\ A_4(t_7) = 0, \dot{A}_4(t_7) = 0 \\ A_3(t_5) = A_4(t_5) \\ \dot{A}_3(t_5) = \dot{A}_4(t_5) \\ \dot{A}_3(t) < 0 \forall t \in (t_4, t_5), \ddot{A}_3(t) < 0 \forall t \in (t_4, t_5) \\ \dot{A}_4(t) < 0 \forall t \in (t_5, t_7), \ddot{A}_4(t) > 0 \forall t \in (t_5, t_7) \end{array} \right. \quad (9.14)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A_5(t_8) = 0, \dot{A}_5(t_8) = 0 \\ A_6(t_{11}) = x(t_{11}), \dot{A}_6(t_{11}) = 0 \\ A_5(t_9) = A_6(t_9) \\ \dot{A}_5(t_9) = \dot{A}_6(t_9) \\ \dot{A}_5(t) < 0 \forall t \in (t_8, t_9), \ddot{A}_5(t) < 0 \forall t \in (t_8, t_9) \\ \dot{A}_6(t) < 0 \forall t \in (t_9, t_{11}), \ddot{A}_6(t) > 0 \forall t \in (t_9, t_{11}) \end{array} \right. \quad (9.15)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A_7(t_{12}) = x(t_{12}), \dot{A}_7(t_{12}) = 0 \\ A_8(t_{15}) = 0, \dot{A}_8(t_{15}) = 0 \\ A_7(t_{13}) = A_8(t_{13}) \\ \dot{A}_7(t_{13}) = \dot{A}_8(t_{13}) \\ \dot{A}_7(t) > 0 \forall t \in (t_{12}, t_{13}), \ddot{A}_7(t) > 0 \forall t \in (t_{12}, t_{13}) \\ \dot{A}_8(t) > 0 \forall t \in (t_{13}, t_{15}), \ddot{A}_8(t) < 0 \forall t \in (t_{13}, t_{15}) \end{array} \right. \quad (9.16)$$

Anche in questo caso sono presenti all'interno dei sistemi di equazioni (9.13)... (9.16) delle disuguaglianze che devono essere soddisfatte affinché la soluzione possa essere considerata corretta. Analogamente a quanto visto nel caso precedente, sono presenti un numero sufficiente di equazioni per determinare tutti i coefficienti delle quadratiche. Sono stati quindi risolti i sistemi "tralasciando" le condizioni di disuguaglianza e poi, di volta in volta, in base alla distribuzione dei tempi (con i loro vincoli), si è controllato se sono verificate. Fissati  $t_0, t_2, t_3, t_4, t_5, t_7, t_8, t_9, t_{11}, t_{12}, t_{13}, t_{15}, t_{16}$  e  $x(t_3)$  e  $x(t_{11})$ , le condizioni sulle derivate seconde (che devono essere soddisfatte, per le considerazioni svolte in precedenza) sono sempre verificate e quindi la soluzione al nostro problema è unica. Sempre utilizzando Solve i coefficienti posso essere determinati attraverso le seguenti righe di codice:

$$\text{Solve} \left[ \{ A_1(t_0) == 0, \dot{A}_1(t_0) == 0, \dot{A}_1(t_2) == \dot{A}_2(t_2), A_2(t_3) == x(t_3), \right. \\ \left. \dot{A}_2(t_3) == 0 \}, \{a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2\} \right]$$

$$\text{Solve} \left[ \{ A_3(t_4) == x(t_4), \dot{A}_3(t_4) == 0, \dot{A}_3(t_5) == \dot{A}_4(t_5), A_4(t_7) == 0, \right. \\ \left. \dot{A}_4(t_7) == 0 \}, \{a_3, b_3, c_3, a_4, b_4, c_4\} \right]$$

$$\text{Solve} \left[ \{ A_5(t_8) == 0, \dot{A}_5(t_8) == 0, \dot{A}_5(t_9) == \dot{A}_6(t_9), A_6(t_{11}) == x(t_{11}), \right. \\ \left. \dot{A}_6(t_{11}) == 0 \}, \{a_5, b_5, c_5, a_6, b_6, c_6\} \right]$$

$$\text{Solve} \left[ \{ A_7(t_{12}) == x(t_{12}), \dot{A}_7(t_{12}) == 0, \dot{A}_7(t_{13}) == \dot{A}_8(t_{13}), A_8(t_{15}) == 0, \right. \\ \left. \dot{A}_8(t_{15}) == 0 \}, \{a_7, b_7, c_7, a_8, b_8, c_8\} \right]$$

Tralasciamo in questa sede le espressioni analitiche dei vari coefficienti di tutte le quadratiche considerate che vengono comunque fornite direttamente dalla funzione Solve.

Per quanto concerne il quarto caso ('quattro cubiche'), definiamo  $A_1 = a_1t^3 + b_1t^2 + c_1t + d_1$ ,  $A_2 = a_2t^3 + b_2t^2 + c_2t + d_2$ ,  $A_3 = a_3t^3 + b_3t^2 + c_3t + d_3$ ,  $A_4 = a_4t^3 + b_4t^2 + c_4t + d_4$  rispettivamente la  $I^\circ \dots IV^\circ$  cubica.

Il segnale è sottoposto ai seguenti vincoli:

$$\begin{cases} A_1(t_0) = 0, \dot{A}_1(t_0) = 0, A_1(t_3) = x(t_3) \\ \dot{A}_1(t_3) = 0, \dot{A}_1(t) > 0 \forall t \in (t_1, t_3) \end{cases} \quad (9.17)$$

$$\begin{cases} A_2(t_4) = x(t_3), \dot{A}_2(t_4) = 0, A_2(t_7) = 0 \\ \dot{A}_2(t_7) = 0, \dot{A}_2(t) < 0 \forall t \in (t_4, t_7) \end{cases} \quad (9.18)$$

$$\begin{cases} A_3(t_8) = 0, \dot{A}_3(t_8) = 0, A_3(t_{11}) = x(t_{11}) \\ \dot{A}_3(t_{11}) = 0, \dot{A}_3(t) < 0 \forall t \in (t_8, t_{11}) \end{cases} \quad (9.19)$$

$$\begin{cases} A_4(t_{12}) = x(t_{12}), \dot{A}_4(t_{12}) = 0, A_4(t_{15}) = 0 \\ \dot{A}_4(t_{15}) = 0, \dot{A}_4(t) > 0 \forall t \in (t_{12}, t_{15}) \end{cases} \quad (9.20)$$

Come si può notare sono presenti vincoli di disuguaglianza sulle derivate prime. Allo stesso modo di quanto visto precedentemente, essendo comunque presenti un numero di equazioni sufficienti per determinare tutti i coefficienti delle cubiche, sono state tralasciate tali disuguaglianze e poi, di volta in volta, in base alla distribuzione dei tempi (con i loro vincoli), si è controllato se sono verificate. Tali vincoli risultano sempre soddisfatti e quindi la soluzione al problema è unica. Sempre utilizzando la funzione Solve si ha:

$$\text{Solve} \left[ \{ A_1(t_0) == 0, \dot{A}_1(t_0) == 0, A_1(t_3) == x(t_3), \dot{A}_1(t_3) == 0 \}, \{ a_1, b_1, c_1, d_1 \} \right]$$



$$\text{Solve } [\{ A_2(t_4) == x(t_4), \dot{A}_2(t_4) == 0, A_2(t_7) == 0, \dot{A}_2(t_7) == 0 \}, \\ \{a_2, b_2, c_2, d_2\}]$$

$$\text{Solve } [\{ A_3(t_8) == 0, \dot{A}_3(t_8) == 0, A_3(t_{11}) == x(t_{11}), \dot{A}_3(t_{11}) == 0 \}, \\ \{a_3, b_3, c_3, d_3\}]$$

$$\text{Solve } [\{ A_4(t_{12}) == x(t_{12}), \dot{A}_4(t_{12}) == 0, A_4(t_{15}) == 0, \dot{A}_4(t_{15}) == 0 \}, \\ \{a_4, b_4, c_4, d_4\}]$$

Tralasciamo volutamente le espressioni analitiche dei vari coefficienti di tutte le cubiche considerate che vengono comunque fornite direttamente dalla funzione Solve.

Questa parte è stata inserita per dare una trattazione matematica corretta al problema. Le soluzioni ottenute hanno comunque carattere generale e quindi possono facilmente essere estese, per esempio, alla pianificazione di traiettoria.

## 9.5 Risultati delle simulazioni

In questo paragrafo vengono analizzati i risultati delle simulazioni fatte utilizzando il modello rappresentato in Figura 9.1. Dei grafici di seguito riportati viene posta l'attenzione soprattutto agli istanti di apertura e chiusura delle luci della valvola proporzionale, essendo questi gli istanti più "critici" dal punto di vista della forza esercitata sul carico. Fissati alcuni parametri come le caratteristiche dell'olio utilizzato e della pompa volumetrica, sono state effettuate diverse simulazioni al variare di altri parametri significativi come la massa applicata allo stelo dell'attuatore idraulico e l'ampiezza e la tipologia del segnale di comando della valvola. In questo lavoro di tesi vengono proposti i seguenti casi:

1. apertura massima della valvola proporzionale e massa applicata allo stelo dell'attuatore idraulico pari a 20 Kg;

2. apertura massima della valvola proporzionale e massa applicata allo stelo dell'attuatore idraulico pari a 2 Kg;
3. apertura pari a 1/10 della massima apertura della valvola proporzionale e massa applicata allo stelo dell'attuatore idraulico pari a 20 Kg;
4. apertura pari a 1/10 della massima apertura della valvola proporzionale e massa applicata allo stelo dell'attuatore idraulico pari a 2 Kg.

Sono state confrontate le risposte del sistema a seguito dei diversi tipi di segnale utilizzati per pilotare la valvola proporzionale per cercare di minimizzare la forza trasmessa allo stelo e, quindi, al carico. La seguente Figura 9.7 mostra uno schema dell'attuatore idraulico.

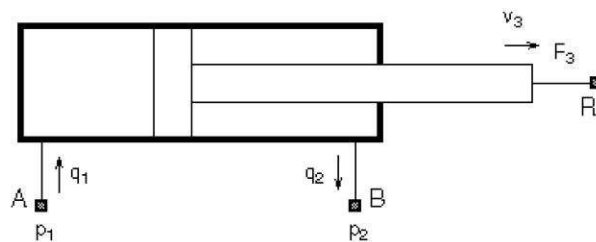


Figura 9.7: Schema di un attuatore idraulico.

Tale sistema è regolato dalle seguenti equazioni:

$$F_3 = p_1 A_1 - p_2 A_2$$

$$q_1 = A_1 v_3$$

$$q_2 = A_2 v_3$$

dove

- $q_1, q_2$  sono le portate attraverso  $A$  e  $B$ ;
- $p_1, p_2$  sono le pressioni in corrispondenza di  $A$  e  $B$ ;
- $A_1, A_2$  sono le aree del pistone rispettivamente nelle camere  $A$  e  $B$ ;
- $F_3$  è la forza agente sullo stelo;

-  $v_3$  è la velocità con la quale si muove lo stelo.

Per quanto concerne il primo caso proposto possiamo dire che l'applicazione del segnale 'trapezoidale' fornisce i valori di forza in uscita maggiori, come si può notare in Figura 9.8 e in Figura 9.15.

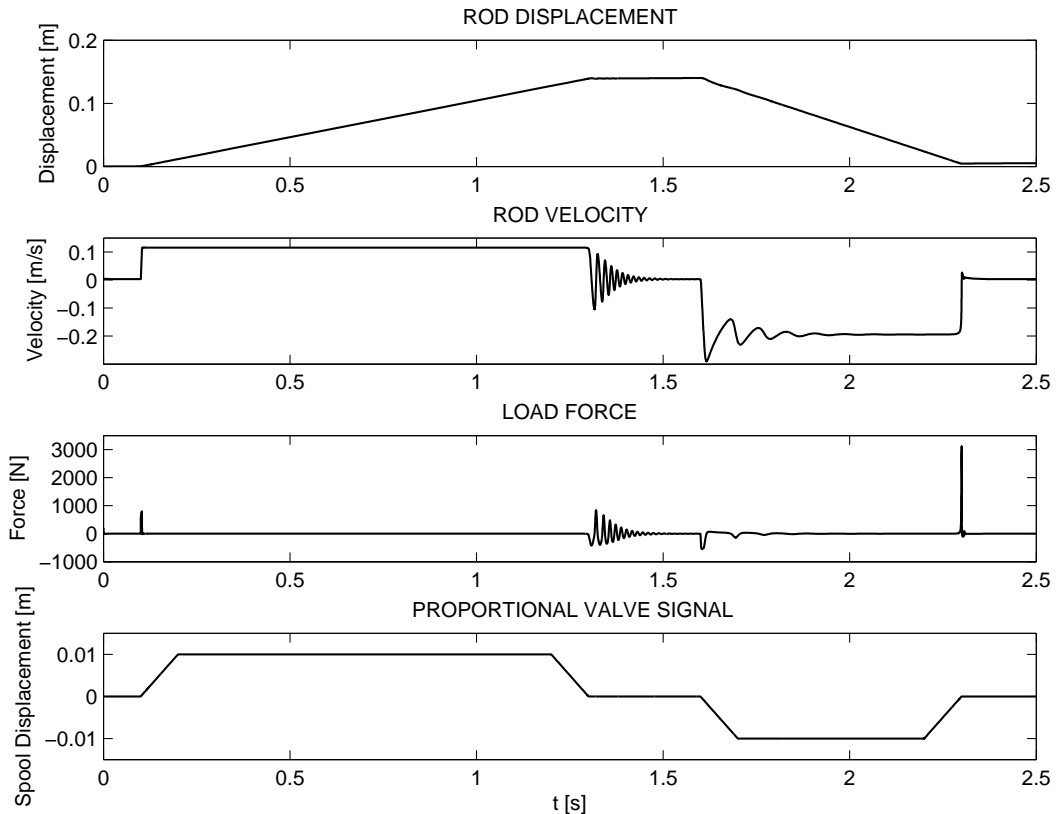


Figura 9.8: Risultati delle simulazioni nel caso di applicazione alla valvola proporzionale di un segnale 'trapezoidale' ( $M=20$  Kg).

Gli istanti temporali citati di seguito riprendono la notazione utilizzata in Figura 9.6. Come si può vedere in Figura 9.8, fino all'istante  $t_0$  il segnale applicato alla valvola proporzionale è nullo e il sistema risulta fermo. Al raggiungimento di tale istante la valvola apre la luce di mandata e l'olio viene pompato fino alla camera  $A$  del cilindro dell'attuatore idraulico sul cui stelo è applicata una massa  $M$ . L'olio all'interno di tale camera aumenta di pressione esercitando sul pistone un picco di forza di circa 800 N che imprime al carico un'accelerazione tale da portarlo rapidamente ad una velocità di regime di circa 0.115 m/s. Nella

condizione di regime la forza si annulla per il fatto che non è stata presa in considerazione nessuna forza resistente durante il moto dello stelo (ad ogni modo il modello potrebbe facilmente essere modificato per tenere in considerazione anche questo tipo di forze). All'istante  $t_7$  lo stelo si è spostato di circa 0.14 m e viene rapidamente frenato dal fatto che il segnale torna velocemente a zero. Rispetto al caso appena analizzato il sistema stelo più massa si trova ora in moto alla velocità di regime. Inizialmente il pistone risponde con una forza negativa (circa -400 N) a causa dell'inerzia della struttura, che viene rapidamente portata in oscillazione (colpo d'ariete). Al raggiungimento dell'istante  $t_7$ , infatti, la valvola si chiude (a meno delle perdite per trafileamento) producendo il fenomeno oscillatorio mostrato nella seguente Figura 9.9.

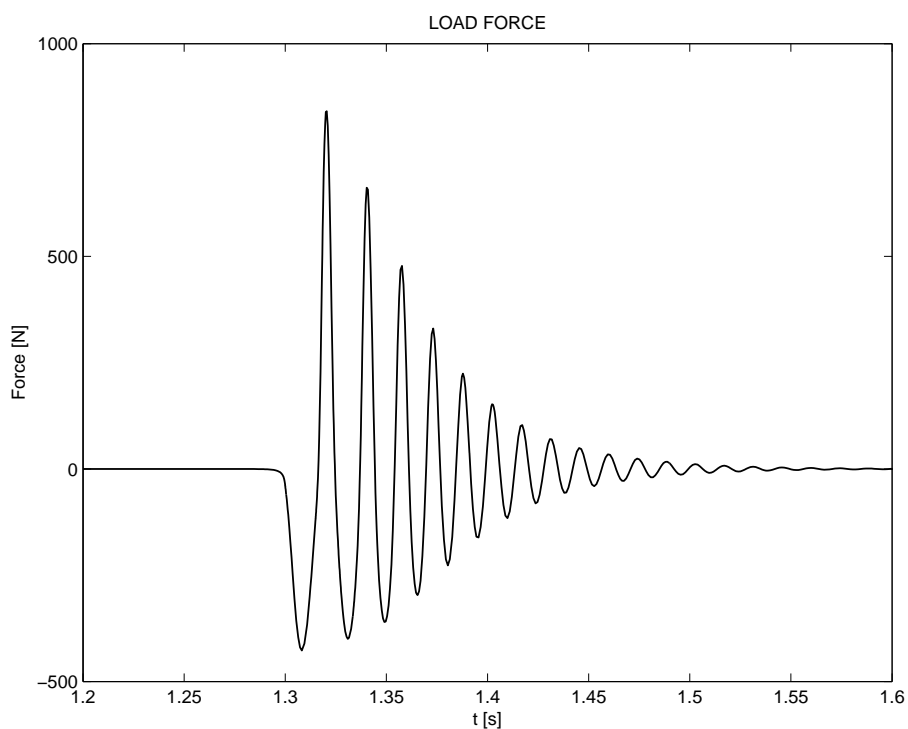


Figura 9.9: Particolare della forza applicata al carico sul fronte positivo di chiusura nel caso di applicazione alla valvola proporzionale di un segnale ‘trapezoidale’ ( $M=20$  Kg).

L'intensità del fenomeno di oscillazione dipende principalmente dalla massa applicata allo stelo, dalle caratteristiche del fluido, dalle perdite per trafileamento. A livello generale si sono riscontrati i seguenti legami:

- all'aumentare della massa diminuisce la frequenza delle oscillazioni, ma aumenta in modulo la forza applicata;
- al diminuire della viscosità del fluido aumenta l'effetto smorzante;
- all'aumentare delle perdite per trafileamento della valvola aumenta l'effetto smorzante.

Nel modello sviluppato l'unico effetto smorzante dipende dalle caratteristiche dell'olio.

All'istante  $t_8$  la valvola viene bruscamente aperta in modo da permettere all'olio di riempire la camera  $B$  dell'attuatore idraulico invertendo il moto dello stelo. Essendo la pompa a portata volumetrica e l'area del pistone nella zona  $B$  minore dell'area  $A$  a causa della presenza dello stelo, il sistema raggiunge una velocità maggiore (circa  $-0.2$  m/s) rispetto al caso dello spostamento nella direzione positiva. L'intervallo  $(t_8, t_{15})$  deve allora essere di durata inferiore rispetto all'intervallo  $(t_0, t_7)$  altrimenti il pistone impatta contro il fine corsa del cilindro. All'apertura della luce della valvola proporzionale lo stelo subisce una forza di intensità minore (circa  $-500$  N) perché, a parità di pressione, l'area della camera  $B$  è minore. Il fenomeno oscillatorio che si nota considerando il profilo di velocità dello stelo prima di assestarsi al valore di regime negativo è legato al valore della massa  $M$  e dell'ampiezza del segnale d'ingresso e quindi all'apertura della luce della valvola proporzionale. Negli altri casi analizzati il fenomeno sparisce. All'istante  $t_{15}$  la luce della valvola viene chiusa provocando l'arresto quasi istantaneo del sistema stelo più massa, caratterizzato stavolta da un'inerzia maggiore rispetto a quella posseduta nell'istante  $t_7$ . Il pistone risponde quindi con un picco di forza molto elevato (circa  $3100$  N) che provoca una forte decelerazione del sistema che rimane poi definitivamente fermo fino all'istante  $t_{16}$ , termine dell'intervallo temporale

di simulazione. Le seguenti Figure 9.10 e 9.11 riportano il confronto delle varie risposte dell'attuatore idraulico in termini di forza impressa al carico a seguito dell'applicazione dei vari segnali riportati nel paragrafo precedente.

CONFRONTO TRA I VALORI DI FORZA APPLICATA AL CARICO IN RELAZIONE AI VARI INGRESSI DELLA VALVOLA

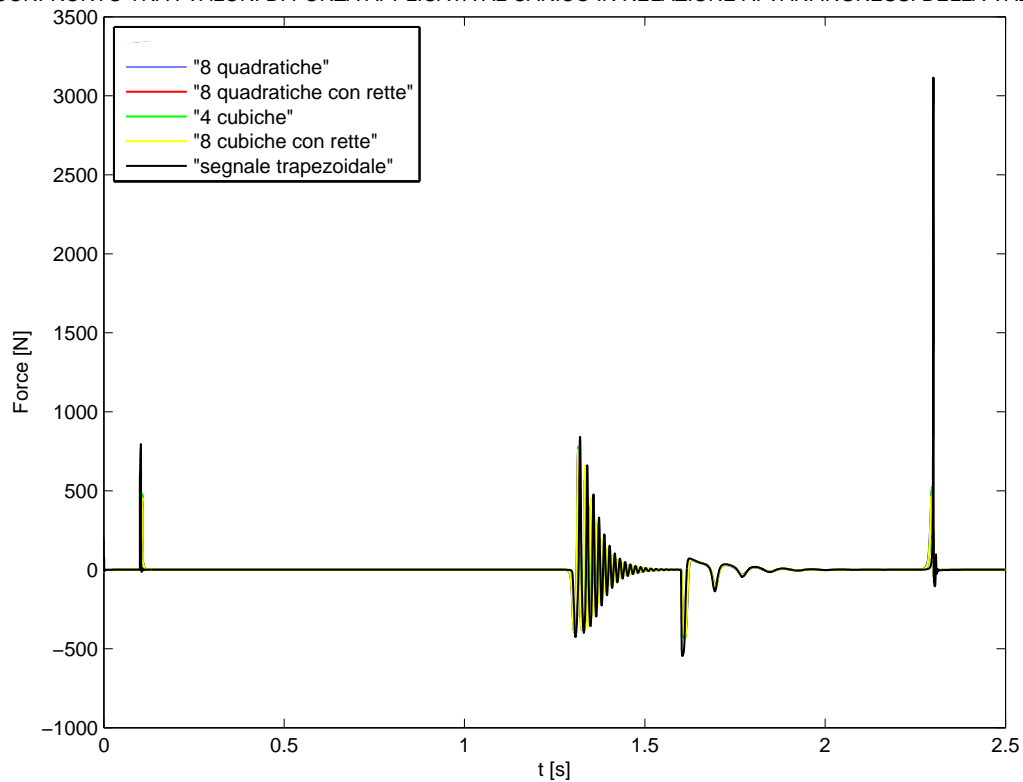


Figura 9.10: Confronto dei profili di forza applicata al carico in funzione dei vari segnali applicati alla valvola proporzionale ( $M=20$  Kg).

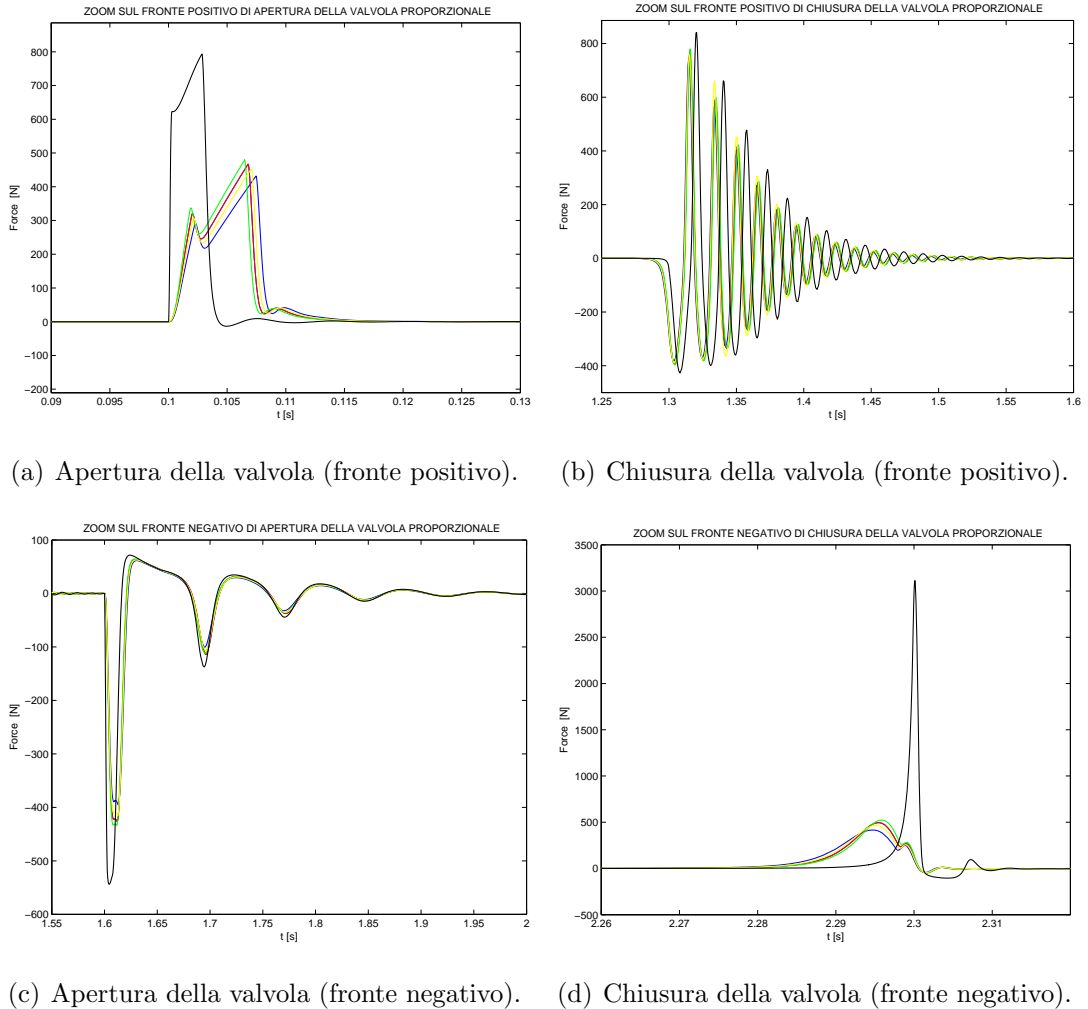


Figura 9.11: Particolari dei profili di forza applicata al carico in funzione dei vari segnali applicati alla valvola proporzionale ( $M=20$  Kg).

Si può concludere che l'utilizzo di segnali di comando che nell'intorno dell'istante iniziale abbiano caratteristica con tangente nulla permette un'apertura più graduale della valvola con corrispondenti picchi di forza in uscita bassi (come si può vedere in maggiore dettaglio negli zoom riportati nelle Figure precedenti). Bisogna dire che i valori di forza che si ottengono nel caso del segnale formato da otto quadratiche dipendono dalla scelta temporale di  $t_2$ ,  $t_5$ ,  $t_9$  e  $t_{13}$ , mentre nel caso dell'applicazione del segnale formato da otto quadratiche (o otto cubiche) più i quattro tratti rettilinei congiungenti, dipendono da  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_5$ ,  $t_6$ ,  $t_9$ ,  $t_{10}$ ,  $t_{12}$  e  $t_{13}$ , essendo comunque fissati gli altri istanti per ottenere un confronto corretto con il

caso di segnale ‘trapezoidale’. La differenza più significativa si ha tra quest’ultimo e tutti gli altri, mentre tra gli altri casi è molto ridotta (come si può vedere nelle Figure 9.15 e 9.16). La determinazione degli istanti temporali ‘ottimi’, che per una particolare configurazione di carico permettono di minimizzare la forza applicata al carico, dipendono anche dalle condizioni al contorno del nostro sistema sotto esame, come le caratteristiche del fluido, della valvola, dell’attuatore, delle linee di alimentazione che nel nostro caso sono state considerate costanti.



Considerando il secondo caso, il valore di massa  $M$  più basso provoca picchi di forza più bassi negli istanti di apertura e chiusura delle luci della valvola proporzionale sia sul fronte positivo che negativo. Aumenta la frequenza delle oscillazioni alla chiusura della valvola sul fronte positivo e sparisce il fenomeno oscillatorio relativo alla velocità dell'attuatore nel tratto di segnale negativo applicato alla valvola. Gli spostamenti e le velocità a 'regime' rimangono comunque invariati (vedi Figura 9.12).

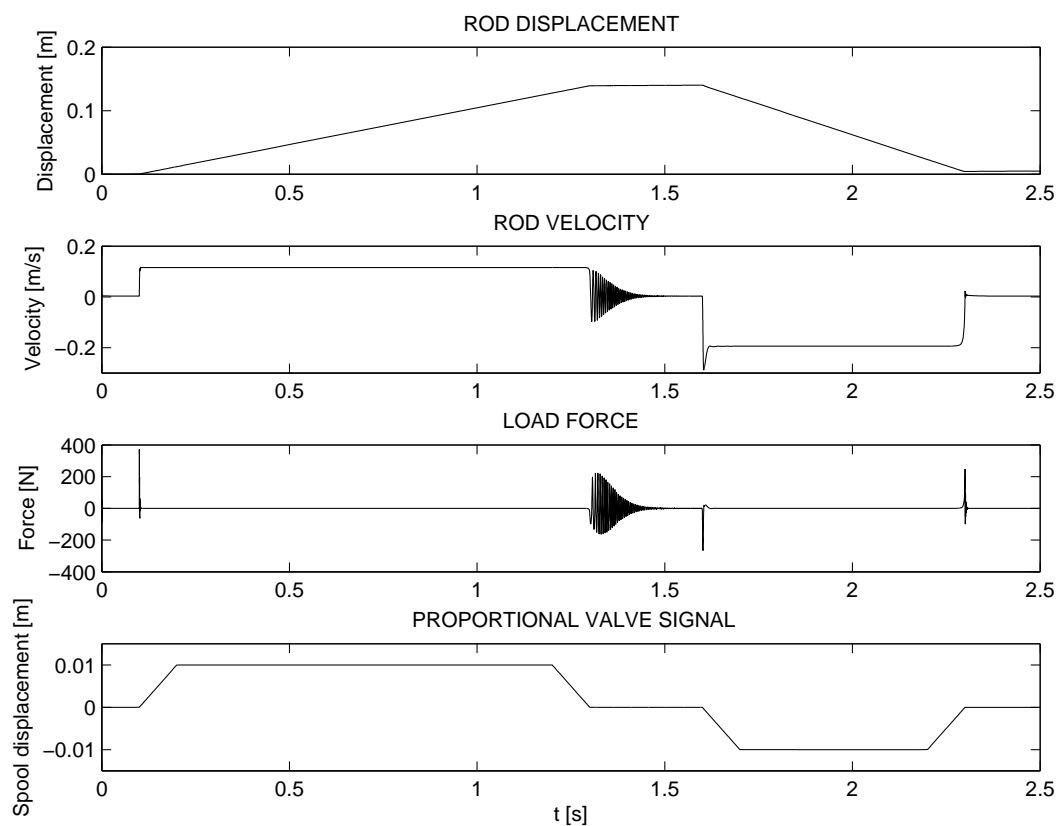


Figura 9.12: Risultati delle simulazioni nel caso di applicazione alla valvola proporzionale di un segnale 'trapezoidale' ( $M=2$  Kg).

Anche in questo caso l'applicazione del segnale 'smussato' ha prodotto buoni risultati rispetto al caso 'trapezoidale', come si può vedere dai dati riportati in Figura 9.15.

Per quanto concerne il terzo caso, l'apertura della luce della valvola è fissata pari a  $1/10$  della massima, ciò permette di ottenere dei picchi di forza nei vari istanti 'critici' più bassi e soprattutto di far sparire il fenomeno oscillatorio della velocità dell'attuatore nel tratto di segnale negativo applicato alla valvola proporzionale anche con carico  $M=20$  Kg. I valori di velocità a 'regime' e dello spostamento dello stelo restano comunque invariati (vedi Figura 9.13). Per quanto riguarda l'applicazione del segnale 'smussato' valgono le stesse considerazioni del caso precedente.

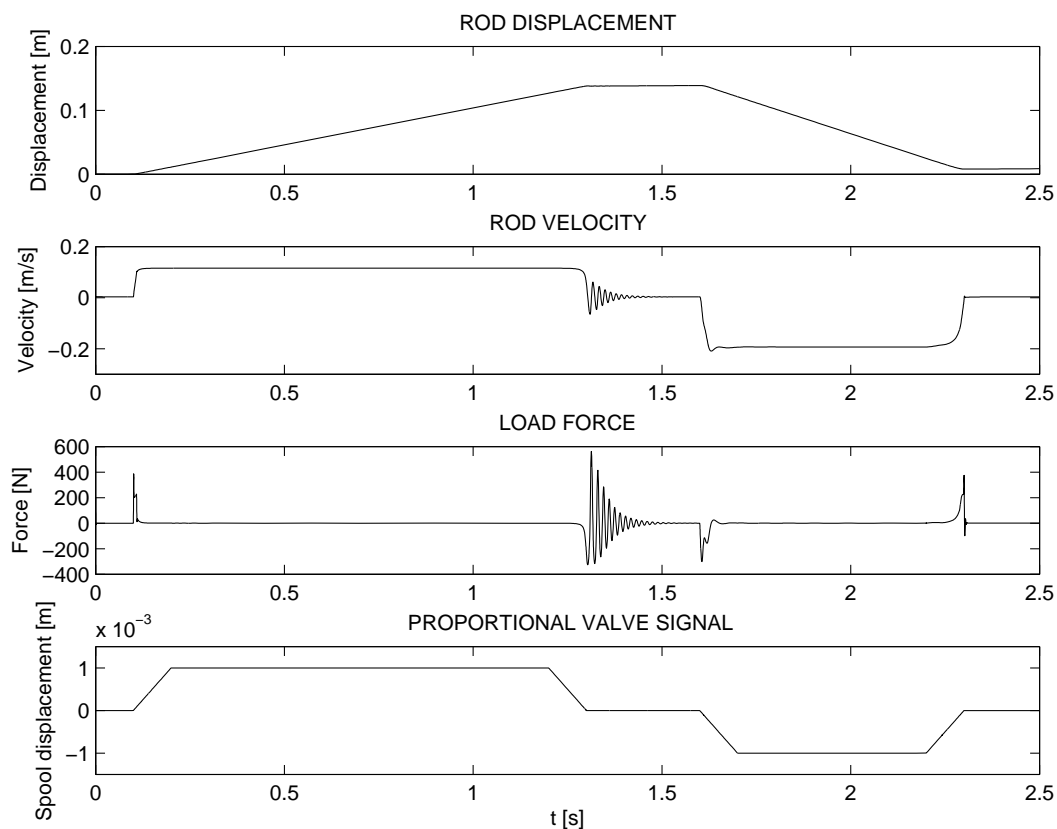


Figura 9.13: Risultati delle simulazioni nel caso di applicazione alla valvola proporzionale di un segnale 'trapezoidale' di ampiezza  $1/10$  della luce massima ( $M=20$  Kg).

Il quarto caso è del tutto simile al terzo tranne che per valori dei picchi di forza negli istanti significativi molto più bassi, come si può facilmente vedere dai grafici riportati in Figura 9.14 e in Figura 9.16.

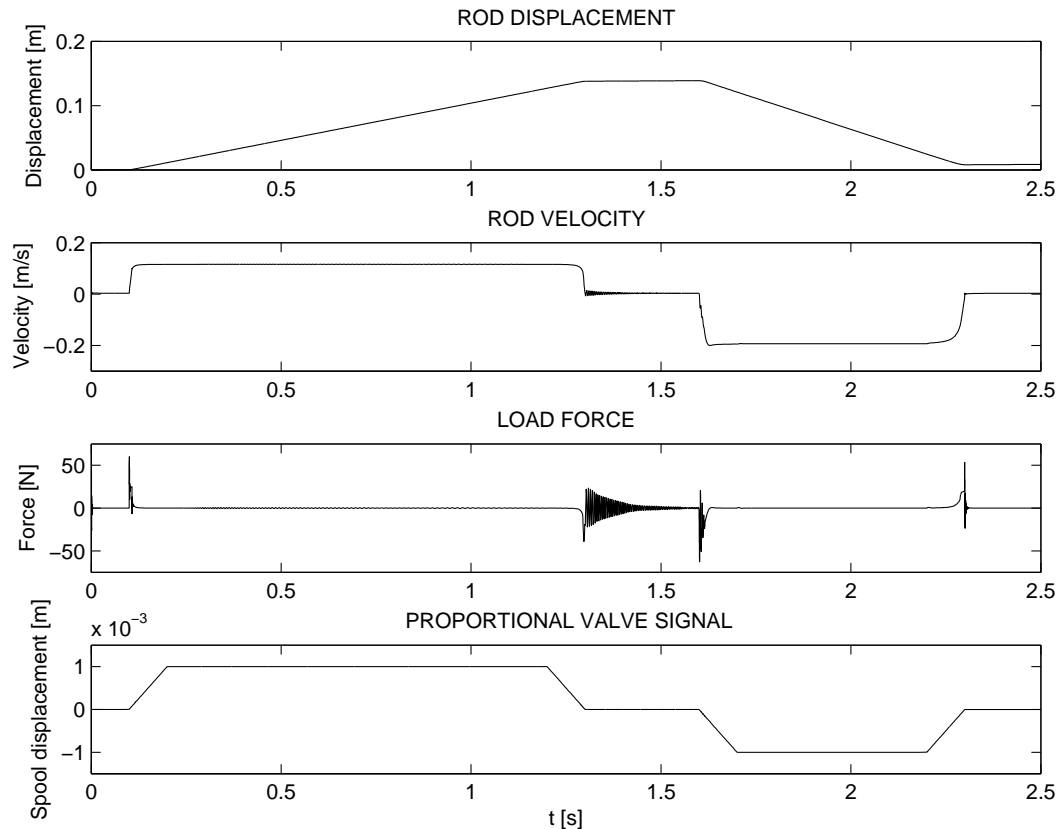


Figura 9.14: Risultati delle simulazioni nel caso di applicazione alla valvola proporzionale di un segnale “trapezoidale” di ampiezza 1/10 della massima ( $M=2$  Kg).

I valori riportati nelle Figure 9.15 e 9.16 riportano i picchi massimi (positivi e negativi) nei dintorni degli istanti ‘critici’. Sono inseriti inoltre i parametri aggiuntivi rispetto a quelli già noti del segnale ‘trapezoidale’ sulla distribuzione temporale utilizzata nelle simulazioni con gli altri segnali di comando della valvola proporzionale. Riassumendo si può dire che l’applicazione del segnale di tipo ‘smussato’ alla valvola proporzionale ha prodotto vantaggi dal punto di vista dei profili di forza applicata al carico in tutti e quattro i casi analizzati, in quanto permette un’apertura più graduale della valvola stessa.

<b>TIPOLOGIA DI SEGNALE ALLA VALVOLA</b>	<b>FRONTE POSITIVO DI APERTURA DELLA VALVOLA</b>	<b>FRONTE POSITIVO DI CHIUSURA DELLA VALVOLA</b>	<b>FRONTE NEGATIVO DI APERTURA DELLA VALVOLA</b>	<b>FRONTE NEGATIVO DI CHIUSURA DELLA VALVOLA</b>	<b>M</b>
“SEGNALE TRAPEZOIDALE”	793 N	- 427 N e 841 N	- 544 N	3114 N	20 Kg
“8 QUADRATICHE”	431 N ( $t_2=0.15$ s)	- 383 N e 746 N ( $t_5=1.25$ s)	- 395 N ( $t_9=1.65$ s)	415 N ( $t_{13}=2.25$ s)	20 Kg
“8 QUADRATICHE + RETTE”	467 N ( $t_1=0.13$ s, $t_2=0.16$ s)	- 403 N e 788 N ( $t_5=1.24$ s, $t_6=1.27$ s)	- 426 N ( $t_9=1.63$ s, $t_{10}=1.66$ s)	495 N ( $t_{13}=2.24$ s, $t_{14}=2.27$ s)	20 Kg
“4 CUBICHE”	479 N	- 398 N e 780 N	- 433 N	523 N	20 Kg
“8 CUBICHE + RETTE”	453 N ( $t_1=0.13$ s, $t_2=0.16$ s)	- 390 N e 758 N ( $t_5=1.24$ s, $t_6=1.27$ s)	- 415 N ( $t_9=1.63$ s, $t_{10}=1.66$ s)	465 N ( $t_{13}=2.24$ s, $t_{14}=2.27$ s)	20 Kg
“SEGNALE TRAPEZOIDALE”	370 N	- 164 N e 222 N	- 266 N	245 N	2 Kg
“8 QUADRATICHE”	57 N ( $t_2=0.15$ s)	- 81 N e 92 N ( $t_5=1.25$ s)	- 69 N ( $t_9=1.65$ s)	41 N ( $t_{13}=2.25$ s)	2 Kg
“8 QUADRATICHE + RETTE”	63 N ( $t_1=0.13$ s, $t_2=0.16$ s)	- 95 N e 112 N ( $t_5=1.24$ s, $t_6=1.27$ s)	- 81 N ( $t_9=1.63$ s, $t_{10}=1.66$ s)	45 N ( $t_{13}=2.24$ s, $t_{14}=2.27$ s)	2 Kg
“4 CUBICHE”	66 N	- 101 N e 120 N	- 84 N	48 N	2 Kg
“8 CUBICHE + RETTE”	61 N ( $t_1=0.13$ s, $t_2=0.16$ s)	- 91 N e 106 N ( $t_5=1.24$ s, $t_6=1.27$ s)	- 76 N ( $t_9=1.63$ s, $t_{10}=1.66$ s)	43 N ( $t_{13}=2.24$ s, $t_{14}=2.27$ s)	2 Kg

Figura 9.15: Confronto tra i valori dei picchi di forza massimi negli istanti ‘critici’ (apertura massima della valvola proporzionale).

TIPOLOGIA DI SEGNALE ALLA VALVOLA	FRONTE POSITIVO DI APERTURA DELLA VALVOLA	FRONTE POSITIVO DI CHIUSURA DELLA VALVOLA	FRONTE NEGATIVO DI APERTURA DELLA VALVOLA	FRONTE NEGATIVO DI CHIUSURA DELLA VALVOLA	M
“SEGNALE TRAPEZOIDALE”	386 N	- 326 N e 562 N	- 301 N	374 N	20 Kg
“8 QUADRATICHE”	173 N ( $t_2=0.15$ s)	- 181 N e 226 N ( $t_5=1.25$ s)	- 175 N ( $t_9=1.65$ s)	156 N ( $t_{13}=2.25$ s)	20 Kg
“8 QUADRATICHE + RETTE”	193 N ( $t_1=0.13$ s, $t_2=0.16$ s)	- 203 N e 303 N ( $t_5=1.24$ s, $t_6=1.27$ s)	- 195 N ( $t_9=1.63$ s, $t_{10}=1.66$ s)	171 N ( $t_{13}=2.24$ s, $t_{14}=2.27$ s)	20 Kg
“4 CUBICHE”	187 N	- 203 N e 169 N	- 175 N	169 N	20 Kg
“8 CUBICHE + RETTE”	189 N ( $t_1=0.13$ s, $t_2=0.16$ s)	- 192 N e 279 N ( $t_5=1.24$ s, $t_6=1.27$ s)	- 192 N ( $t_9=1.63$ s, $t_{10}=1.66$ s)	168 N ( $t_{13}=2.24$ s, $t_{14}=2.27$ s)	20 Kg
“SEGNALE TRAPEZOIDALE”	60 N	- 39 N e 23 N	- 63 N	54 N	2 Kg
“8 QUADRATICHE”	19 N ( $t_2=0.15$ s)	- 24 N e 9 N ( $t_5=1.25$ s)	- 21 N ( $t_9=1.65$ s)	15 N ( $t_{13}=2.25$ s)	2 Kg
“8 QUADRATICHE + RETTE”	21 N ( $t_1=0.13$ s, $t_2=0.16$ s)	- 27 N e 18 N ( $t_5=1.24$ s, $t_6=1.27$ s)	- 23 N ( $t_9=1.63$ s, $t_{10}=1.66$ s)	16 N ( $t_{13}=2.24$ s, $t_{14}=2.27$ s)	2 Kg
“4 CUBICHE”	20 N	- 27 N e 7 N	- 20 N	17 N	2 Kg
“8 CUBICHE + RETTE”	21 N ( $t_1=0.13$ s, $t_2=0.16$ s)	- 26 N e 8 N ( $t_5=1.24$ s, $t_6=1.27$ s)	- 22 N ( $t_9=1.63$ s, $t_{10}=1.66$ s)	16 N ( $t_{13}=2.24$ s, $t_{14}=2.27$ s)	2 Kg

Figura 9.16: Confronto tra i valori dei picchi di forza massimi negli istanti ‘critici’ (apertura pari a 1/10 della massima della valvola proporzionale).



# Capitolo 10

## Progetto funzionale del sistema di controllo

Questo capitolo fornisce una breve descrizione del progetto funzionale del sistema di controllo della stabilità di un sollevatore telescopico prendendo in esame le grandezze di 'input' e di 'output' di tale sistema che sono alla base di una sua futura realizzazione.

## 10.1 Modello del sistema di controllo

Un *sistema* è un oggetto fisico di qualsiasi natura a cui deve essere imposto un certo comportamento. L'interazione con l'esterno (ossia con tutto ciò che non fa parte del sistema) avviene tramite dei segnali che possono essere sia di tipo indipendente (cause/ingressi) che dipendente (effetti/uscite). In particolare:

- Le *variabili indipendenti* sono gli ingressi del sistema e si dividono in: *variabili di controllo*, ossia variabili che possono essere modificate arbitrariamente, e *variabili incerte*, ossia variabili che non possono essere manipolate direttamente e che rappresentano i disturbi, o, più generalmente, ciò che è incognito nel sistema, dividendosi a loro volta in misurabili e non misurabili.
- Le *variabili dipendenti* sono le uscite del sistema, dipendono dall'evoluzione di tutte le variabili di ingresso e si dividono in: *variabili controllate*, ossia variabili a cui si vuole imporre un assegnato comportamento, e *variabili misurate*, ossia variabili che permettono di avere informazioni sul sistema, che sono utilizzate per modificare opportunamente le variabili di controllo e che, spesso, coincidono con le variabili controllate.

La seguente Figura 10.1 mostra schematicamente un generico sistema.

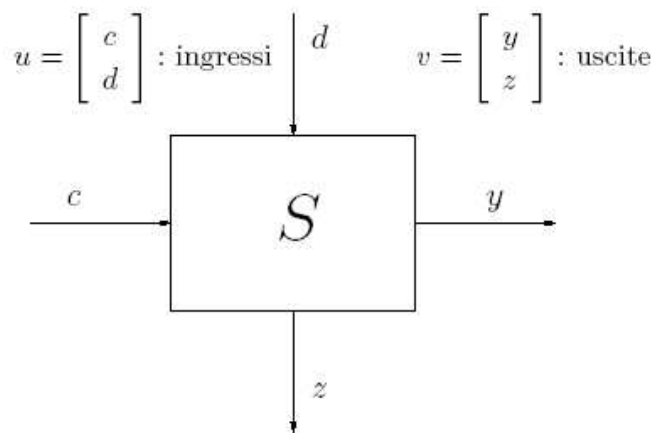


Figura 10.1: Rappresentazione schematica di un *sistema*. Con 'c' si intendono le variabili di controllo, con 'd' i disturbi, con 'y' le uscite e con 'z' le uscite misurate.



Normalmente il progetto di un sistema di controllo si basa sullo sviluppo del *modello matematico* che, pur non descrivendo esattamente il comportamento di ciò che si vuole controllare, ne permette una formulazione teorica.

Diamo ora la definizione di *problema di controllo*. Sia dato un sistema come quello riportato in Figura 10.1 ed una variabile  $y_d(t)$ , detta variabile di riferimento, che descriva il comportamento desiderato delle variabili controllate, allora la soluzione al problema di controllo consiste nel determinare per ogni istante  $t$  l'ingresso di controllo  $c(t)$  (in base alle informazioni disponibili) in modo che la variabile controllata  $y(t)$  sia sufficientemente vicina a  $y_d(t)$  per ogni andamento ammissibile dei disturbi.

Nel caso specifico del sollevatore telescopico il problema di controllo consiste nel determinare la posizione del baricentro globale della macchina e, quindi, del centro di pressione, per prevenirne le eventuali condizioni di instabilità in fase operativa. Infatti, come descritto nel capitolo 4, condizione necessaria e sufficiente affinché un corpo rigido pesante appoggiato senza attrito ad un suolo orizzontale sia in posizione di equilibrio è che il suo centro di pressione sia interno al poligono di appoggio. Inoltre, è importante determinare anche il valore delle reazioni parallele al piano del terreno ed esercitate dagli appoggi della macchina per evitare eventuali condizioni di instabilità dovute alla perdita di aderenza. Ne deriva che il sistema di controllo della stabilità debba operare in real-time per garantire tempi rapidi di reazione e condizioni operative ottimali nei diversi ambienti lavorativi in cui il sollevatore telescopico si trova ad operare.

## 10.2 Variabili indipendenti e dipendenti

Il sistema di controllo della stabilità, studiato presso il Dipartimento di Innovazione Meccanica e Gestionale dell'Università degli Studi di Padova, deve avere come variabili indipendenti le *misure dirette e indirette* delle grandezze che permettono di determinare la configurazione assunta dal mezzo in fase operativa. Per una maggiore chiarezza espositiva, di seguito vengono trattate sia le variabili

indipendenti che le variabili dipendenti, ossia le variabili in uscita al sistema di controllo della stabilità.

Alla categoria delle *misure dirette* appartengono tutte le misure effettuate a bordo macchina per individuare le condizioni di instabilità del veicolo. Tali misure costituiscono il metodo maggiormente utilizzato dalle case costruttrici (si veda per maggiore chiarezza il capitolo 2). Per esempio, Komatsu [2] utilizza una cella di carico installata sull'assale posteriore dei suoi veicoli per poter quantificare il carico agente sugli appoggi posteriori. All'operatore, viene indicata l'entità di tale carico grazie all'utilizzo di un segnalatore sia visivo che acustico collocato all'interno della cabina. Merlo [40] utilizza un sistema di controllo che misura le forze agenti su ognuna delle quattro staffe stabilizzatrici, calcola automaticamente la posizione del centro di pressione e decide se la condizione di stabilità della macchina sia garantita o meno. L'algoritmo di calcolo è tale da essere valido per qualunque geometria del poligono di appoggio così da permettere all'operatore di posizionare le staffe stabilizzatrici in funzione dello spazio a disposizione e di avere la sicurezza che il diagramma di carico venga automaticamente adattato alla configurazione scelta per il poligono di appoggio. Manitou [41] utilizza un sistema di controllo della stabilità che determina il peso e la posizione del carico nello spazio, individua la configurazione assunta dalla macchina in fase operativa e confronta l'insieme dei dati elaborati con i diagrammi di carico memorizzati. In caso di situazioni di pericolo tale sistema agisce arrestando automaticamente i movimenti aggravanti della macchina (vedi Figura 2.9).

Per quanto riguarda la categoria delle *misure indirette*, si presuppone di costruire un modello teorico della macchina per poter individuare a priori le condizioni di instabilità del veicolo. In particolare, tale modello deve permettere all'utilizzatore di valutare come la stabilità e la resistenza strutturale siano influenzati dalla variazione di alcuni parametri fra cui: l'angolo di inclinazione del braccio, la corsa dell'attuatore di estensione, l'angolo di rotazione della torretta, l'utilizzo degli stabilizzatori, il peso del carico da sollevare, l'inclinazione delle forche, la presenza di forze/momenti esterni, l'inclinazione del terreno e l'aderenza

dei pneumatici.

Presso il Dipartimento di Innovazione Meccanica e Gestionale dell'Università degli Studi di Padova si stanno svolgendo degli studi che hanno come obiettivo principale quello di permettere lo sviluppo di un joystick a retroazione di forza (joystick aptico) che assista l'operatore nella guida del mezzo. In altre parole, si vuole fornire all'operatore la percezione di una forza che si oppone al movimento che egli sta imponendo alla leva di comando in modo da evitare che la macchina possa assumere delle configurazioni di instabilità durante la fase operativa. Tale sistema verrà trattato più dettagliatamente nel capitolo successivo.

### 10.3 Sistema di controllo

Il sistema di controllo della stabilità rappresentato in Figura 10.1 può essere schematizzato anche nel modo seguente:



Figura 10.2: Schematizzazione del sistema di controllo della stabilità.

In Figura 10.3 è proposto un raffronto fra gli ingressi e le uscite dei sistemi di controllo di stabilità che sono o già in uso dai principali costruttori di sollevatori telescopici o in fase di studio presso il DIMEG. Come già descritto nel paragrafo precedente, i primi tre sistemi sfruttano la misura diretta di alcune grandezze significative, mentre, il sistema di controllo in fase di sviluppo presso il DIMEG opera direttamente a livello di modello (sfruttando quindi le misure indirette). Infatti è stato sviluppato un simulatore [56, 57] che permette di analizzare le configurazioni assunte dal mezzo in fase operativa determinandone la corrispondente condizione di stabilità. Inoltre, come già accennato, a tale modello sarà affiancato un joystick aptico, attualmente in fase di sviluppo, che fornirà all'operatore un feedback di forza.

Azienda	Ingressi	Sistema di controllo	Uscite
Komatsu	Cella di carico sull'assale posteriore	Sistema SLI ( <i>Safe Load Indicator</i> )	Feedback all'operatore in forma acustica e visiva. Blocco dei movimenti aggravanti.
Merlo	Misura della forza sugli appoggi (funzionamento su stabilizzatori).	Sistema CSS ( <i>Continuous Slew Safety</i> )	Feedback all'operatore in forma visiva. Blocco dei movimenti aggravanti.
Manitou	Peso e posizione del carico nello spazio. Cella di carico sull'assale posteriore.	Sistema MSS ( <i>Manitou Safety System</i> )	Feedback all'operatore in forma visiva. Blocco dei movimenti aggravanti.
DIMEG	<p>Caso statico: angolo di inclinazione e lunghezza del braccio, angolo di rotazione della torretta, presenza o meno degli stabilizzatori, inclinazione dell'attrezzatura, inclinazione del terreno, aderenza dei pneumatici o degli stabilizzatori con il suolo, peso del carico, distribuzione dei carichi sugli appoggi.</p> <p>Caso dinamico (in aggiunta a quelli del caso statico): angolo e modalità di sterzata, presenza di forze e momenti esterni, velocità e accelerazione del mezzo, della torretta e del braccio</p>	Sistema di controllo basato sul modello della macchina.	Feedback all'operatore in forma acustica, visiva e aptica. Blocco dei movimenti aggravanti.

Figura 10.3: Raffronto fra diversi sistemi di controllo.

### 10.3.1 Caso statico

In questo paragrafo è analizzata la scelta dei sensori da utilizzare per effettuare il controllo di stabilità di un sollevatore telescopico, in base al modello matematico sviluppato [56, 57]. La soluzione proposta vuole essere un esempio da seguire in funzione della macchina movimento terra in generale o del sollevatore telescopico in particolare che si sta analizzando. Nel caso statico deve essere misurato l'angolo di inclinazione del braccio, la corsa dell'attuatore di estensione del braccio, l'angolo di rotazione della torretta, l'utilizzo o meno degli stabilizzatori, l'angolo di inclinazione dell'attrezzatura (forche, benna ...), l'angolo di inclinazione del terreno, l'aderenza degli appoggi con il terreno, il peso del carico sull'attrezzatura e la distribuzione dei carichi sugli appoggi.

In Figura 10.4 si può vedere una possibile schematizzazione del caso statico.

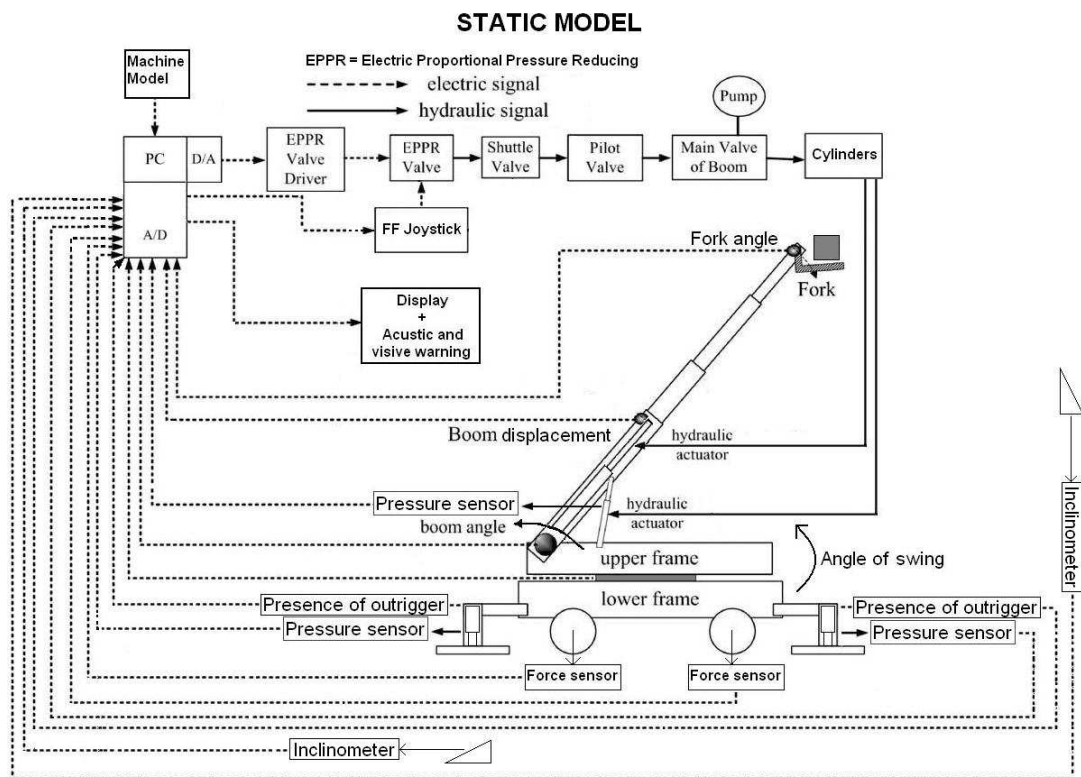


Figura 10.4: Schematizzazione del sistema di controllo della stabilità in fase di sviluppo presso il DIMEG per un sollevatore telescopico (caso statico).

La misura dell'angolo di inclinazione del braccio può essere sia di tipo diretto, grazie all'utilizzo di un encoder assoluto installato in prossimità dell'asse di rotazione del braccio stesso, sia di tipo indiretto misurando la corsa dell'attuatore di sollevamento con l'utilizzo di un sensore lineare potenziometrico a filo. A differenza del primo caso, nel secondo caso è richiesta un'elaborazione numerica per ricavare il valore della grandezza in esame [56].

La lunghezza del braccio viene solitamente determinata attraverso un sensore lineare di lunghezza di tipo potenziometrico a filo che permette di misurare la corsa dell'attuatore di estensione.

L'angolo di rotazione della torretta viene solitamente ricavato in maniera indiretta dalla misura, fatta con un encoder assoluto, del numero di giri del motore idraulico utilizzato per compiere la rotazione richiesta. Infatti, in base al rapporto di trasmissione tra la ruota dentata, calettata sull'asse del motore, e la ralla è possibile determinare il valore dell'angolo di rotazione.

L'utilizzo o meno degli stabilizzatori è un fattore determinante per il calcolo del poligono d'appoggio del mezzo. Per evitare che l'operatore possa spostare il mezzo con gli stabilizzatori parzialmente abbassati, alcune case costruttrici introducono uno switch elettronico che disabilita il movimento della macchina finché gli stabilizzatori non sono completamente ritratti.

La determinazione dell'angolo di inclinazione dell'attrezzatura (come le forche o la benna) può essere fatta in maniera analoga a quanto descritto per la determinazione dell'angolo di inclinazione del braccio.

Per determinare l'angolo di inclinazione degli assali del mezzo (e quindi del terreno) sono disponibili soluzioni commerciali di inclinometri biassiali con condizionatore di segnale che contengono delle uscite di allarme a relè nel caso in cui vengano superati i valori massimi di inclinazione stabiliti.

Per quanto riguarda l'aderenza dei pneumatici il discorso è abbastanza complicato in quanto i sollevatori telescopici, vista anche la varietà di accessori che vengono forniti, si trovano a dover lavorare in diversi tipi di ambienti. La determinazione del coefficiente d'attrito tra le ruote e il terreno o tra gli stabilizzatori e

il suolo non è di immediata soluzione. Solitamente non vengono utilizzati sensori per determinare questo valore ma, una volta calcolati i valori delle reazioni in prossimità degli appoggi, vengono considerati dei coefficienti ‘cautelativi’ [57].

Il peso del carico viene determinato inserendo un sensore di pressione nel cilindro di sollevamento. In base alla particolare geometria del braccio (angolo di inclinazione e corsa dell’attuatore di estensione) è possibile determinare la massa del carico che si sta sollevando.

La determinazione dei carichi sugli appoggi va suddivisa nel caso in cui gli appoggi siano costituiti dalle sole ruote o dalle staffe stabilizzatrici. Nel caso delle ruote vengono solitamente adottate delle celle di carico ad estensimetri inserite sugli assali della macchina. Nel caso di appoggio sugli stabilizzatori sono inseriti dei sensori di pressione nelle linee di alimentazione dei cilindri che li comandano. In base alla pressione che deve essere mantenuta e alla geometria degli attuatori è possibile determinare la forza in corrispondenza del punto di contatto col terreno.

### 10.3.2 Caso dinamico

Per quanto riguarda il caso dinamico, in aggiunta al caso statico riportato precedente, deve essere misurato anche l'angolo di sterzata in funzione della modalità di sterzata, la presenza di forze e momenti esterni, la velocità e l'accelerazione del mezzo e di tutte le sue parti in movimento.

In Figura 10.5 si può vedere una possibile schematizzazione del caso dinamico.

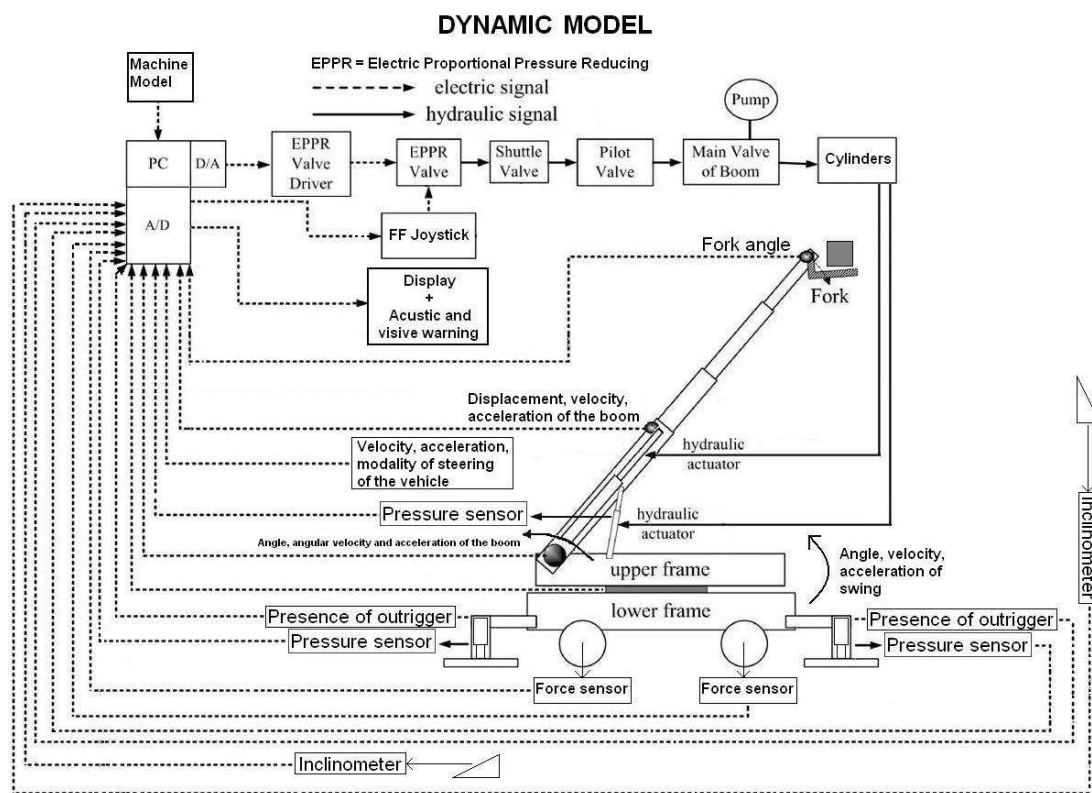


Figura 10.5: Schematizzazione del sistema di controllo della stabilità in fase di sviluppo presso il DIMEG per un sollevatore telescopico (caso dinamico).

La modalità di sterzata viene selezionata dall'operatore attraverso degli appositi comandi presenti in cabina. L'angolo di sterzata viene determinato direttamente misurando l'angolo di rotazione del volante grazie all'utilizzo di una colonna di direzione.

É difficile determinare e misurare le forze generalizzate esterne, come, per



esempio, la forza del vento (vedi capitolo 2). Alcune case costruttrici di autogrù ne tengono conto dotando i modelli dallo sbraccio particolarmente elevato di un anemometro collegato all'ultimo sfilo. È, quindi, opportuno assumere un coefficiente di sicurezza che permetta di garantire la funzionalità del mezzo durante la maggior parte delle condizioni operative.

Per quanto riguarda la misura delle velocità e dell'accelerazione delle parti della macchina in movimento in alcuni casi può essere opportuno inserire un sensore dedicato, mentre in altri casi bisogna cercare di determinare la grandezza d'interesse sfruttando i sensori che già sono presenti a bordo macchina e utilizzati per la misura delle grandezze inerenti. Per esempio la velocità e l'accelerazione angolare con la quale ruota la torretta possono essere determinate come derivata prima e seconda della misura fornita dal sensore di spostamento angolare associato. Allo stesso modo per tutte le altre misure per le quali non è necessaria una precisione di misura elevata e tale quindi da richiedere un sensore dedicato. Viceversa la misura della velocità e dell'accelerazione del veicolo sono fattori importanti tali da richiedere la misura diretta. Per la prima è sufficiente utilizzare una dinamo tachimetrica collegata con l'assale anteriore. Per la seconda abbiamo bisogno di conoscere le accelerazioni tangenziali e normali alla traiettoria del mezzo. È opportuno, quindi, installare un accelerometro che direttamente fornisca tali grandezze. Vista la grande varietà di sensori disponibili in commercio, la scelta deve essere fatta anche in base alla struttura meccanica della macchina.

È importante osservare che per avere una misura precisa di ogni grandezza è necessario installare il corrispondente sensore. Questa scelta comporterebbe un aumento della complessità del controllo e, di conseguenza, del costo finale del mezzo. Spesso, quindi, sono preferibili soluzioni economicamente più vantaggiose rispetto a quelle più complesse. A questo proposito è opportuno ricordare che sono presenti sul mercato aziende che si occupano della sola progettazione e realizzazione di sistemi di controllo di macchine movimento terra. Tali aziende hanno a disposizione un know-how che può essere fondamentale per cercare di mantenere contenuto il prezzo complessivo (si possono citare due famose aziende:

la BoschRexroth [58] e la 3B6 [59]). La prima è sicuramente una delle aziende europee più importanti per la fornitura della componentistica relativa all'oleodinamica e al controllo delle macchine movimento terra. La seconda fornisce tutta la sensoristica per la parte di controllo, con particolare attenzione all'utilizzo del CAN bus. In Figura 10.6 si può vedere cosa mettono a disposizione per il controllo di un sollevatore telescopico. Va inoltre aggiunto che una volta selezionati tutti i sensori da utilizzare a bordo macchina bisogna anche pensare all'elaborazione delle grandezze da loro fornite. Solitamente è presente un'unità centrale di elaborazione a PLC orientata all'utilizzo di protocolli di comunicazione quali CAN e Profibus.



Figura 10.6: Distribuzione della sensoristica per un sollevatore telescopico fornita da 3B6.

# Capitolo 11

## Sviluppi futuri

Il presente capitolo fornisce una breve descrizione delle tipologie di joystick attualmente prodotte e del joystick aptico a due gradi di libertà in fase di sviluppo nell'ambito dello stesso progetto di ricerca nazionale per il quale è stato realizzato lo studio oggetto della presente tesi di dottorato. Il sistema consentirà l'implementazione di tecniche di controllo innovative nel campo della stabilità delle macchine movimento terra.

## 11.1 Joystick attuali

Il joystick permette di trasformare le rotazioni della manopola in segnali elettrici od idraulici che vengono poi elaborati da una unità esterna. I campi di utilizzo spaziano da quello dell'aeronautica, a quello delle macchine movimento terra, delle sedie a rotelle fino ad arrivare al campo ludico. Di seguito sono trattati brevemente i joystick di tipo idraulico, elettronico ed aptico [53, 60].

### 11.1.1 Joystick idraulico

In questo paragrafo vengo presentati i joystick idraulici utilizzati principalmente nel campo delle macchine movimento terra. Tali joystick forniscono un segnale proporzionale alle servovalvole degli attuatori idraulici (come quello di sollevamento del braccio meccanico o di inclinazione delle forche). Prendiamo in considerazione, come esempio, i modelli 4TH6, 4TH6N, 4TH5 della serie 1X e 4THF6, 5THF6 della serie 2X della Rexroth [58].

Per quanto riguarda la prima serie, la Figura 11.1 ne mostra uno spaccato.

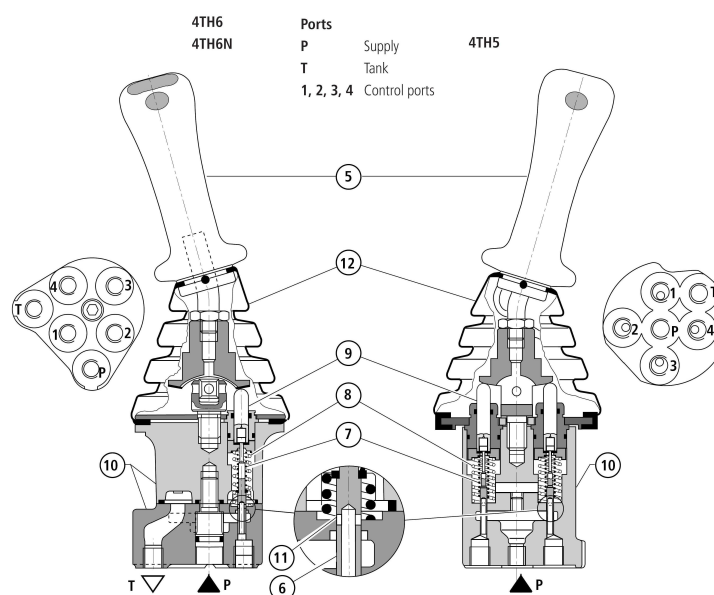


Figura 11.1: A sinistra uno spaccato del joystick elettro-idraulico tipo 4TH6, 4TH6N, e a destra del tipo 4TH5 della serie 1X della Rexroth.

Sono costituiti dalla leva di controllo (5), da quattro valvole di variazione della pressione e dall'alloggiamento (10). Ogni valvole di variazione della pressione comprende una bobina di controllo (6), una molla di controllo (7), una molla di ritorno (8) e un nucleo mobile (9). Quando non è applicata nessuna forza alla leva, questa è tenuta nella posizione 'zero' da quattro molle di ritorno (8). Le quattro porte controllate (1,2,3,4) sono connesse alla porta T attraverso un passaggio (11). Quando viene inclinata la leva di controllo (5) il nucleo mobile spinge contro la molla di ritorno (8) e la molla di controllo (7). Questa prima muove la bobina di controllo (6) verso il basso e poi chiude la connessione tra la porta appropriata e T. Allo stesso tempo la porta è connessa all'alimentazione P attraverso il passaggio (11). La fase di controllo inizia non appena la bobina di controllo (6) ha trovato il suo equilibrio tra la forza che imprime la molla di controllo (7) e la forza che risulta dalla pressione idraulica derivante dalla connessione di una delle porte (1,2,3,4). Attraverso l'interazione tra la bobina di controllo (6) e la molla di controllo (7), la pressione in una delle porte è proporzionale allo spostamento del nucleo mobile (9) e quindi della leva di controllo (5). La protezione di gomma (12) è messa per evitare ogni tipologia di danneggiamento alla componentistica meccanica interna del joystick. Sulla leva sono presenti anche degli switch elettrici utilizzati per modificare alcune tipologie di comando senza dover togliere la mano dal joystick. In Figura 11.2 si può vedere lo schema del joystick con i simboli classici dell'oleodinamica e la transcaratteristica pressione-angolo di inclinazione della leva.

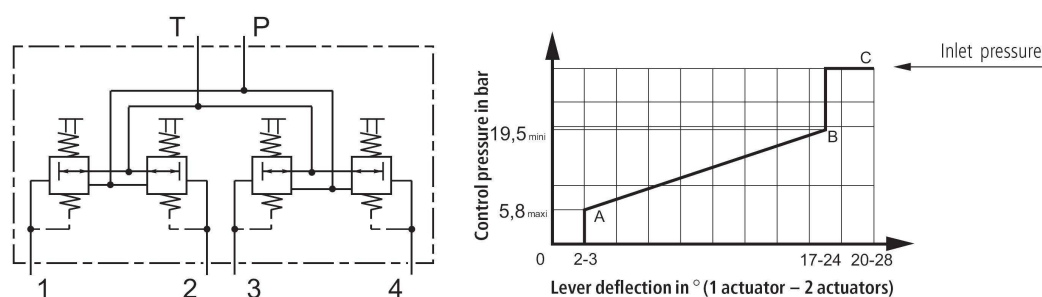


Figura 11.2: A sinistra schema del joystick elettro-idraulico tipo 4TH6, 4TH6N, 4TH5 e a destra transcaratteristica pressione-angolo di inclinazione della leva.

Per quanto riguarda la seconda serie, la Figura 11.3 ne mostra uno spaccato. La differenza fondamentale rispetto ai precedenti è quella di presentare un blocco elettro-magnetico che permette di mantenere la leva bloccata in una determinata posizione, mentre, il principio di funzionamento resta identico a quello visto precedentemente. Ognuna delle porte di controllo (1,2,3,4) per la quale è necessario mantenere la leva in una posizione diversa dalla 'zero' è dotata di un blocco posizione elettro-magnetico. Una molla aggiuntiva (7) posta sotto una piastra supplementare (12) avverte attraverso un aumento della forza per comprimerla che il nucleo mobile (5) e quindi la leva di controllo (1) stanno per raggiungere la posizione finale. Quando la soglia è raggiunta, un anello (10) tocca l'armatura del solenoide (11) e se su questo scorre corrente la leva di controllo (1) è tenuta nella sua posizione finale attraverso la forza magnetica che questo esercita sul nucleo mobile (5). Lo sblocco è attivato non appena sviene smagnetizzata l'armatura del solenoide.

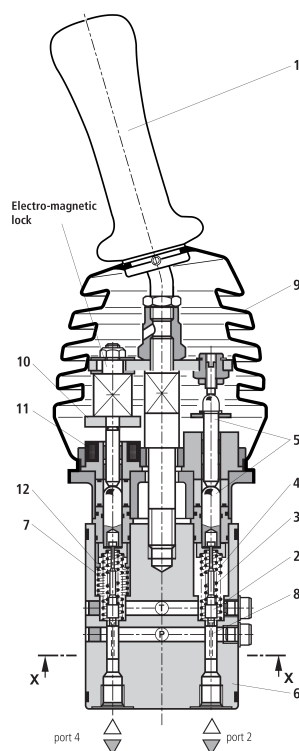


Figura 11.3: Spaccato del joystick elettro-idraulico tipo 4THF6, 5THF6 della serie 2X della Rexroth.

In Figura 11.4 si può vedere lo schema del joystick con i simboli classici dell'oleodinamica e la transcaratteristica pressione-angolo di inclinazione della leva.

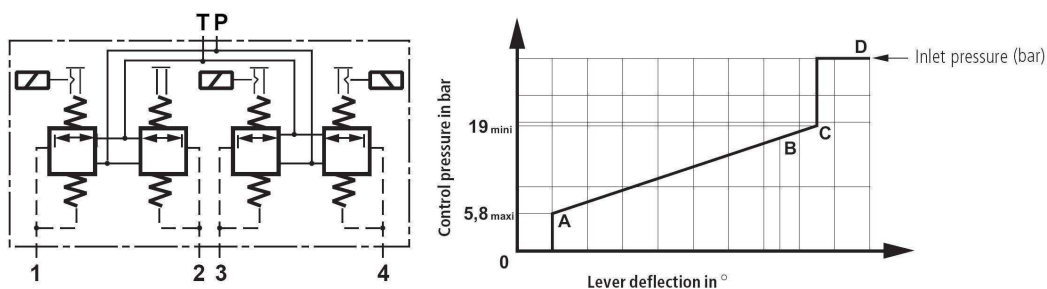


Figura 11.4: A sinistra schema del joystick elettro-idraulico tipo 4THF6, 5THF6 e a destra transcaratteristica pressione-angolo di inclinazione della leva.

La seguente Figura 11.5 riporta come esempio uno schema di un circuito di comando della benna e del braccio di un escavatore che utilizza il joystick 5THF6.

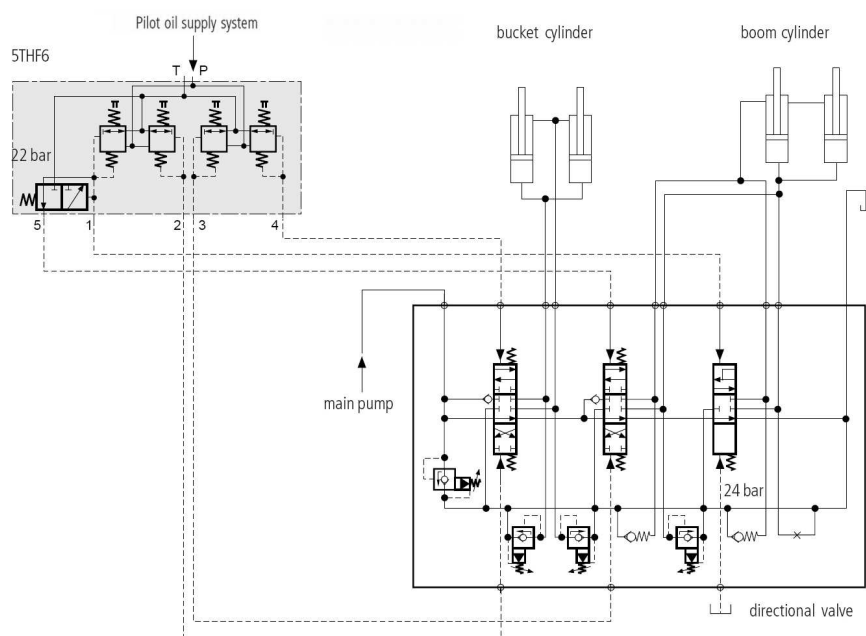


Figura 11.5: Schema di comando della benna e del braccio di un escavatore che utilizza il joystick 5THF6 della Rexroth.

### 11.1.2 Joystick elettronico

La seguente Figura 11.6 mostra la parte elettronica di uno dei primi joystick costruiti di tipo digitale. Il movimento dell'asta, collegata alla base mediante un involucro di gomma flessibile, viene convertito in segnali elettrici mediante l'utilizzo di micro-switch (i movimenti in diagonale vengono rilevati premendo contemporaneamente due micro-switch).

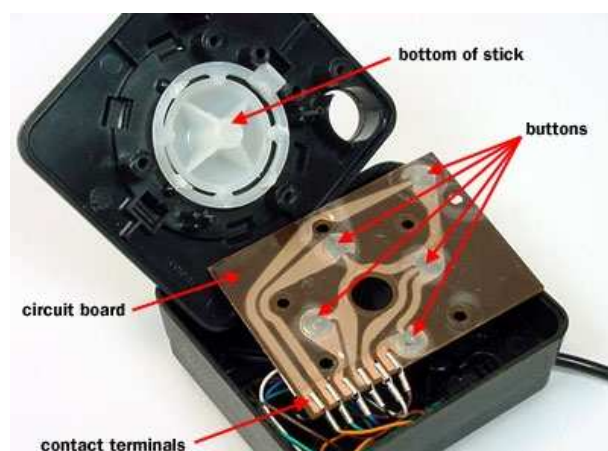


Figura 11.6: Parte elettronica di uno dei primi joystick Atari per ambiente ludico.

Questa tipologia di joystick non permette di considerare la velocità con cui l'operatore aziona la leva perché viene generato in uscita un segnale costante a seguito della chiusura di uno o più contatti. Quindi, per ovviare a questo problema sono stati introdotti i joystick di tipo analogico che forniscono un segnale continuo e proporzionale alla rotazione dell'asta mediante l'utilizzo di potenziometri o resistori variabili. L'immagine di sinistra della seguente Figura 11.7 fornisce un esempio di joystick analogico. Come si può vedere, due guide semicircolari si interfacciano con la leva del joystick il cui movimento ne causa una rotazione che viene misurata da opportuni potenziometri rotativi. Tali potenziometri permettono di convertire la posizione della leva in un segnale elettrico che viene successivamente campionato e digitalizzato per essere elaborato dalla CPU. Poiché l'elaborazione del segnale elettrico risulta essere un'operazione dispendiosa in termini di tempo sono stati introdotti i joystick di tipo digitale. L'immagine di destra di Figura



11.7 propone un esempio di joystick digitale in cui vengono utilizzati due encoder incrementali.

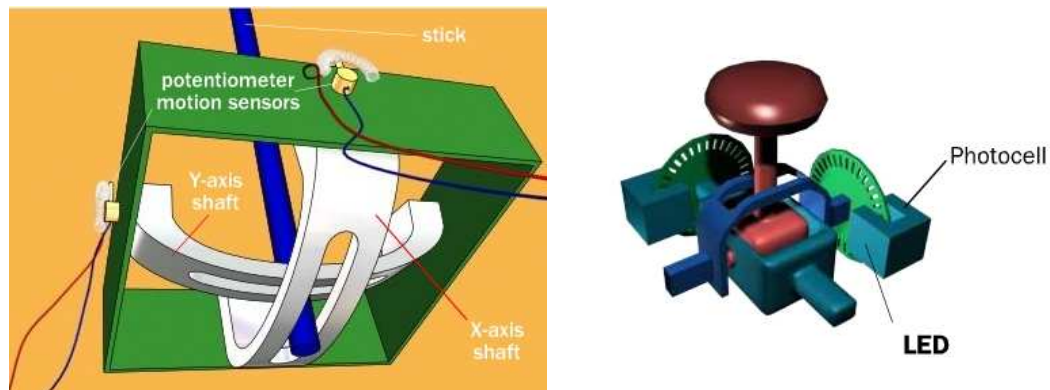


Figura 11.7: Particolare di un joystick di tipo analogico (sulla sinistra) e di un joystick di tipo digitale (sulla destra).

Le tipologie di joystick finora trattate hanno riguardato principalmente il campo dell'informatica in generale e del gioco in particolare.

Analizzando il settore delle macchine movimento terra, si può constatare che lo sviluppo dell'elettronica e dell'automazione ha fatto sì che le aziende produttrici di joystick per questo settore si spostassero dai modelli elettro-idraulici a quelli completamente elettronici. Prendendo sempre come esempio Rexroth [58], i modelli elettronici si differenziano principalmente per la tipologia di segnale in uscita che riescono a fornire: 4THES5 genera una tensione analogica, THEC5 genera un frame per bus CAN, THE5 fornisce una corrente modulata PWM che può comandare direttamente e proporzionalmente i solenoidi delle valvole di riduzione della pressione. La struttura meccanica e il principio di funzionamento per i tre modelli sono simili. Considerando la Figura 11.8, il joystick è costituito dalla leva (1), da un corpo fisso (2) e il corpo esterno che contiene i sensori e l'elettronica di elaborazione del segnale. Quando non è applicata nessuna forza alla leva, questa è tenuta in posizione 'neutra' attraverso 4 molle (8). Quando la leva viene inclinata il nucleo mobile (5) spinge contro la molla di ritorno (8). Un sensore di posizione è presente per rilevare lo spostamento di ogni asse. Il cursore (4) del sensore è fissato al nucleo mobile (5) che si sposta avanti e indietro generando un segnale

proporzionale allo spostamento della leva. Una copertura di gomma (6) protegge tutti i componenti meccanici da eventuali danneggiamenti.

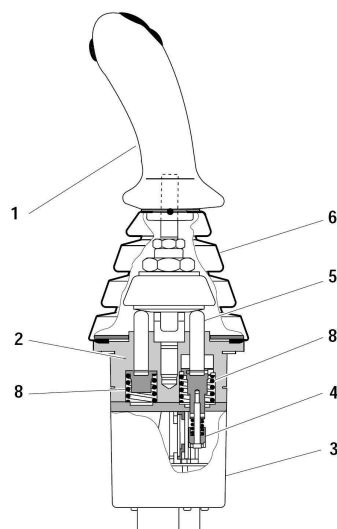


Figura 11.8: Spaccato del joystick elettronico THE5 della Rexroth.

Il joystick 4THES5 richiede un'alimentazione esterna  $0 \div 5 \text{ V}$  o  $0 \div 10 \text{ V}$  e fornisce un'uscita in tensione che varia tra il 20% e l'80% della tensione di alimentazione esterna, permettendo così di determinare eventuali cortocircuiti o rotture o mancanza di alimentazione. In Figura 11.9 si può vedere come sono distribuiti i segnali che arrivano ed escono da tale modello e la sua transcaratteristica ingresso-uscita.

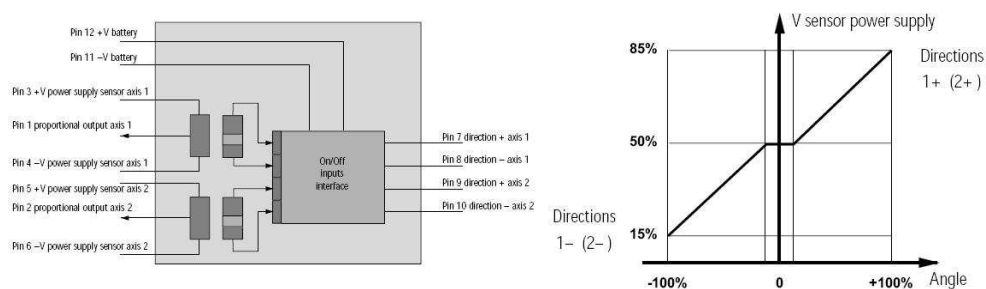


Figura 11.9: A sinistra si può vedere la gestione dei segnali di input-output per il joystick elettronico 4THE5 della Rexroth, mentre a destra la sua transcaratteristica ingresso-uscita.

Il joystick THE5 richiede la stessa alimentazione del modello 4THES5 e

fornisce un'uscita in tensione tra il 15% e l'85% della tensione di alimentazione esterna, che viene poi elaborata per fornire un frame che viaggia su bus CAN. In Figura 11.10 si può vedere come sono distribuiti i segnali che arrivano ed escono da tale modello e la sua transcaratteristica ingresso-uscita.

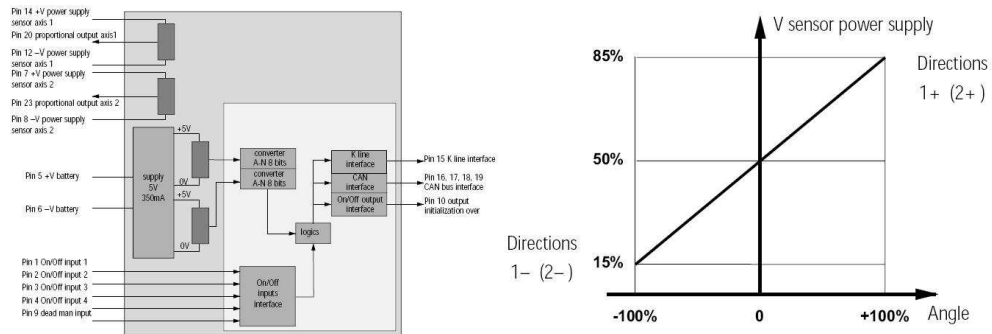


Figura 11.10: A sinistra si può vedere la gestione dei segnali di input-output per il joystick elettronico THEC5 della Rexroth, mentre a destra la sua transcaratteristica ingresso-uscita.

In Figura 11.11 riportiamo un possibile schema di utilizzo del joystick THEC5.

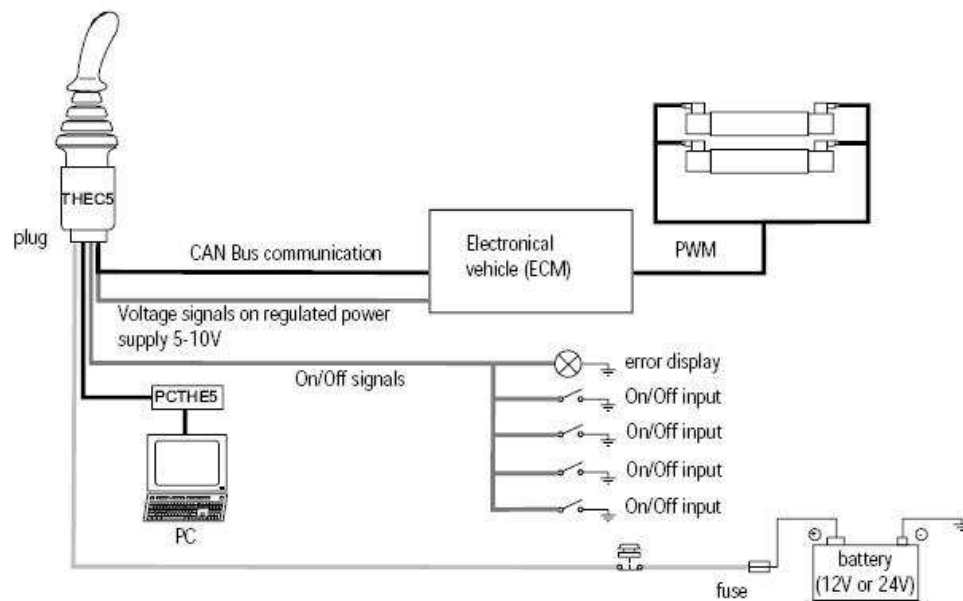


Figura 11.11: Possibile schema di utilizzo del joystick THEC5.

Per quanto riguarda invece il modello THE5, questo fornisce un'uscita in corrente modulata in PWM che può essere utilizzata direttamente per pilotare i solenoidi delle servovalvole proporzionali. In Figura 11.12 si può vedere come sono distribuiti i segnali che arrivano ed escono da tale modello e la sua transcaratteristica ingresso-uscita.

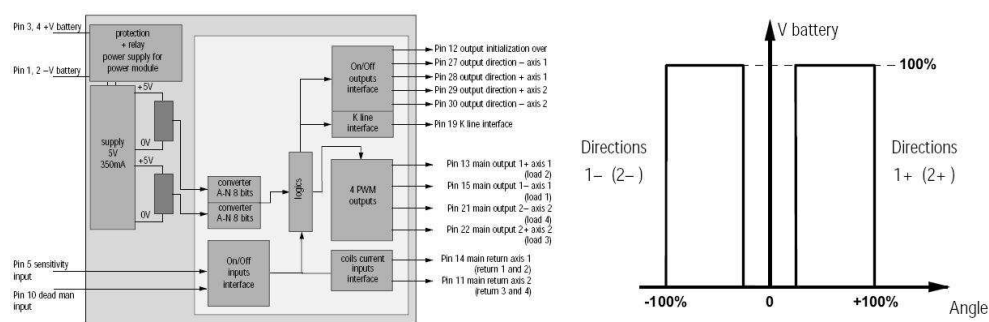


Figura 11.12: A sinistra si può vedere la gestione dei segnali di input-output per il joystick elettronico THE5 della Rexroth, mentre a destra la sua transcaratteristica ingresso-uscita.

### 11.1.3 Joystick aptico

Il joystick aptico è un dispositivo meccanico in grado di trasmettere sensazioni di forza mediante l'opposizione di un'impedenza meccanica alla mano umana con lo scopo di garantire la corretta esecuzione del compito da parte dell'operatore in tutte quelle applicazioni in cui la sola retroazione visiva non risulta sufficiente. I campi di utilizzo di questo dispositivo sono in continuo aumento, infatti, oltre a quello ludico (grazie, per esempio, ai simulatori di volo), diverse applicazioni sono state realizzate per il settore della medicina. L'utilizzo di robot che possono essere guidati direttamente dal chirurgo mediante joystick a ritorno di forza permette di operare con più precisione ed avere una sensazione tattile di ciò che si sta facendo, come se si stesse operando direttamente senza ausilio meccanico.

Come mostrato in Figura 11.13, i joystick a retroazione di forza differiscono

da quelli tradizionali per l'aggiunta di un microprocessore, di motori elettrici e di sistemi di trasmissione (cinghie, ingranaggi ...).

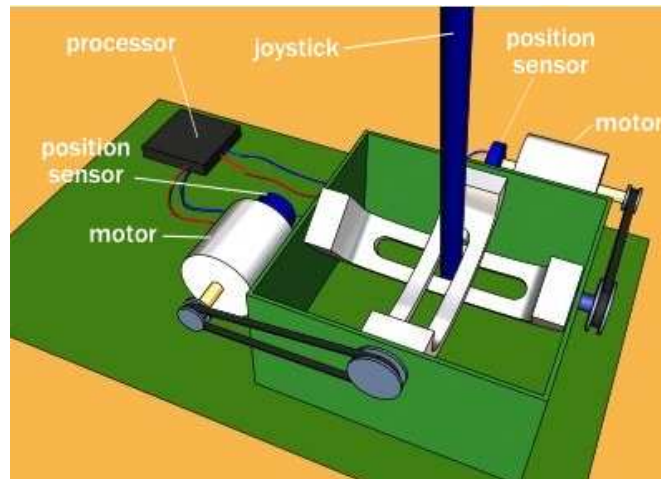


Figura 11.13: Schema di un joystick a ritorno di forza.

Come si può vedere, una puleggia è calettata ad ognuna delle due guide semicircolari e collegata, mediante una trasmissione a cinghia, al motore elettrico. A seguito della rotazione della leva del joystick, si mettono in rotazione le guide semicircolari e, quindi, i corrispondenti motori o, viceversa, azionando i motori si possono mettere in rotazione le corrispondenti guide. Di solito un encoder assoluto è calettato all'asse di ogni motore per poter rilevare la posizione della manopola.

La seguente Figura 11.14 mostra un esempio di joystick aptico brevettato e prodotto dalla Microsoft [61, 62].

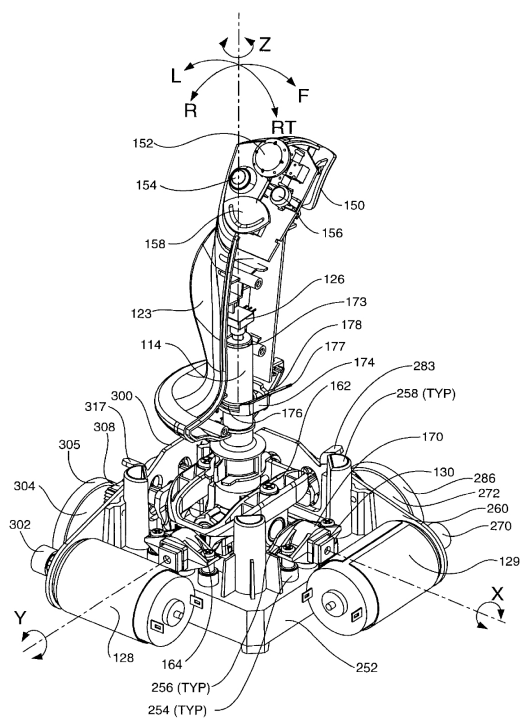


Figura 11.14: Joystick a ritorno di forza della Microsoft.

Si può notare come i due servo-motori siano accoppiati alla leva mediante una trasmissione ad ingranaggi. In Figura 11.15 riportiamo le prestazioni del joystick in funzione della frequenza.

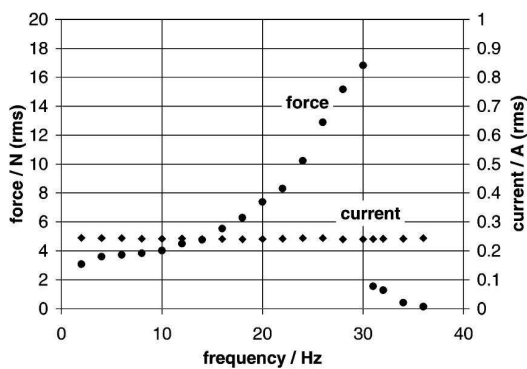


Figura 11.15: Andamento della forza in funzione della frequenza per il joystick a retroazione di forza della Microsoft.

I joystick commerciali a ritorno di forza presentano dei limiti prestazionali dovuti, per esempio, agli alti attriti interni, al backlash e alla piccola banda passante. Di seguito sono proposte altre tipologie di joystick realizzate per migliorare le precedenti.

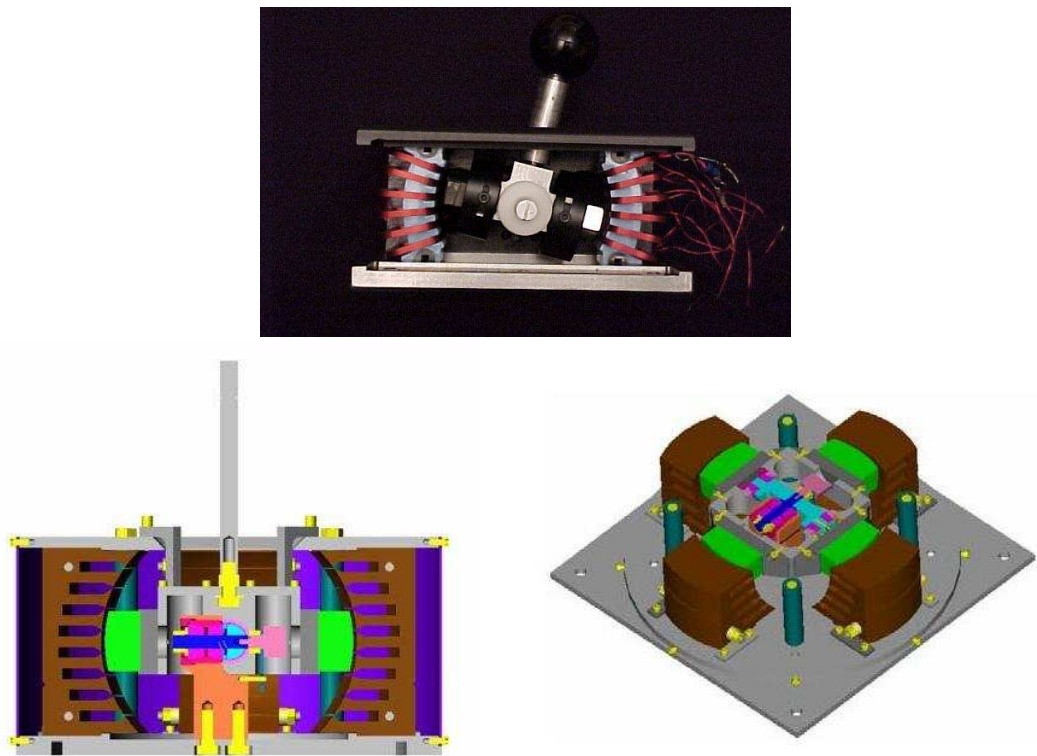


Figura 11.16: Joystick a ritorno di forza a 2 gradi di libertà con motore sferico.

In Figura 11.16 è mostrato un esempio di joystick a 2 gradi di libertà con motore sferico caratterizzato dall'aver un magnete permanente che ruota all'interno di uno statore con laminazioni curve [63]. Questo tipo di attuatore magnetico fa sì che i movimenti risultino fluidi garantendo una maggiore precisione del moto. Nella seguente Tabella 11.1 sono riportate le caratteristiche principali di tale joystick.

Parametri	Valori
Torsione	15 Nm
Inerzia rotazionale	0.01 $kgm^2$
Larghezza di banda	$\geq 100Hz$
Tensione di alimentazione	24 V
Corrente	8 A
Potenza dissipata alla massima torsione	200 W
Range di movimento	$\pm 30^\circ$

Tabella 11.1: Caratteristiche del joystick a ritorno di forza con motore sferico.

In Figura 11.17 si può vedere un altro joystick a retroazione di forza a 2 gradi di libertà [64].

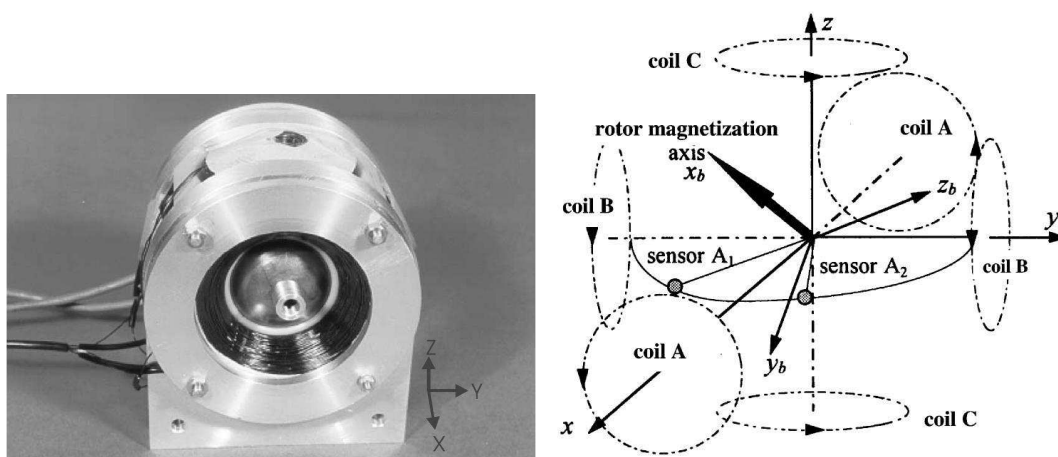


Figura 11.17: Joystick a retroazione di forza con magnete permanente sferico [64].

Il rotore è costituito da un magnete permanente sferico mentre lo statore da tre coppie di bobine (A, B e C) disposte ortogonalmente e diametralmente opposte agli assi  $X$ ,  $Y$  e  $Z$ . Diversi test sono stati fatti per determinare le caratteristiche del joystick. Nella seguente Figura 11.18 si possono vedere gli andamenti della forza in funzione dell'angolo di rotazione e della frequenza, che determina la banda passante del dispositivo.



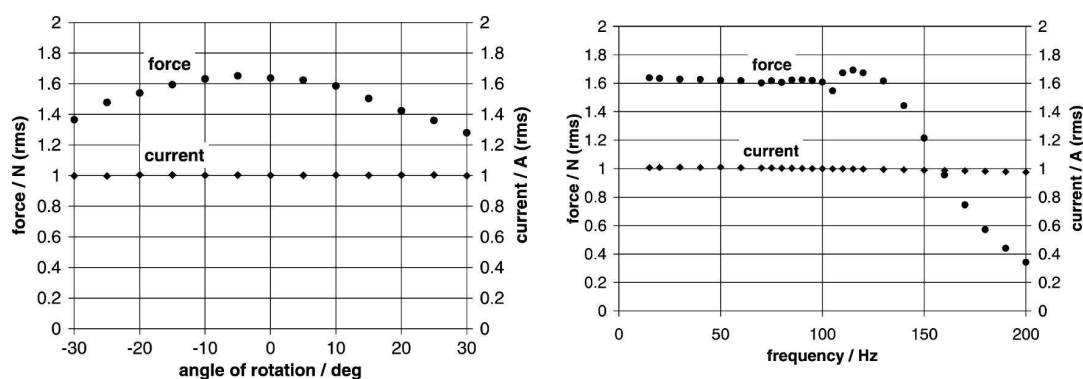


Figura 11.18: A sinistra si può vedere l'andamento della forza in funzione dell'angolo di rotazione di uno degli assi di rotazione del rotore sferico; a destra si può vedere l'andamento della forza in funzione della frequenza.

Per i joystick a ritorno di forza ad alta fedeltà è importante che il dispositivo riesca a riprodurre accuratamente forze che possono essere costanti o variare nel tempo con frequenza fino a 320 Hz, oltrepassata la quale le dita della mano non possono più discriminare fra due segnali consecutivi di forza. Sebbene le capacità dinamiche del joystick sopra riportato (vedi Figura 11.18) presentino un picco di risonanza a circa 130 Hz, ben lontano dal valore massimo di 320 Hz, sono performance nettamente migliori di quelle che si possono ottenere con joystick classici costituiti da motori DC e pulegge (vedi Figura 11.15).

## 11.2 Joystick aptico innovativo

L'attuatore più comunemente usato nei sistemi aptici è un attuatore attivo come ad esempio un motore in corrente continua. Comunque sia, per simulare un muro con elevata rigidità o una qualunque superficie rigida, l'attuatore usato dovrebbe avere un tempo di risposta estremamente basso e la possibilità di generare una coppia elevata. Un motore in corrente continua con entrambe queste caratteristiche sarebbe troppo ingombrante per essere usato nel dispositivo aptico. In aggiunta, gli attuatori attivi possono causare seri danni o ferite all'utilizzatore qualora una forza non prevista muovesse la mano dell'operatore, o ancora posso-

no produrre delle oscillazioni ad alta frequenza che potrebbero portare il sistema in instabilità. A causa quindi dell'instabilità dell'attuatore o del suo possibile malfunzionamento, gli attuatori attivi sono solitamente limitati nella possibilità di simulazione di ambienti viscosi e corpi rigidi.

I sistemi passivi invece, quali ad esempio i freni, possono restituire delle forze molto più elevate rispetto agli attuatori attivi senza minacciare la sicurezza dell'operatore. Poiché gli attuatori passivi possono unicamente rimuovere energia da un sistema, risultano inoltre intrinsecamente stabili. Questa è la prima ragione per poter usare i sistemi passivi nelle applicazioni aptiche. Tuttavia i sistemi passivi non possono simulare modelli che prevedano l'immagazzinamento di energia, quale per esempio una molla, in quanto possono solo dissipare energia.

Per questo motivo, presso il Dipartimento di innovazione Meccanica e Gestionale (DIMEG) dell'Università degli studi di Padova si è scelto di realizzare un joystick ibrido, in cui uno degli assi di moto sia motorizzato mentre il secondo sia semplicemente passivo [65].

Siccome i freni elettromagnetici sono di tipo on-off, si è pensato di andare ad accoppiare questo tipo di freni al joystick interponendo tra i due un elemento elastico. Le molle che sono state prese in considerazione sono quelle a compressione. L'utilizzo di tali molle è un'idea che nasce prendendo spunto dalla soluzione utilizzata dai costruttori di riduttori ad ingranaggi per evitare il backlash. Delle molle precomprese fanno sì che le superfici dei denti a contatto siano sempre le medesime. Se questo da un lato genera usura su un solo lato del dente, riducendone la vita, dall'altro evita il backlash nelle inversioni di rotazione. In modo simile, si hanno qui due dischi (quello lato joystick denominato 'disco mobile', mentre l'altro 'disco fisso'). Il disco mobile presenta due denti che vengono inseriti negli scavi del disco fisso. Sempre in questi scavi, sono posizionate quattro molle lineari di compressione ad estremità chiuse precomprese. Quando il freno è alimentato, il disco fisso segue il disco mobile (anche se con un leggero ritardo, dovuto ad effetti dinamici e di rigidità non eccessiva delle molle). Tolta l'alimentazione al freno (che si ricorda essere power-off), il disco fisso risulta bloccato, ed ogni

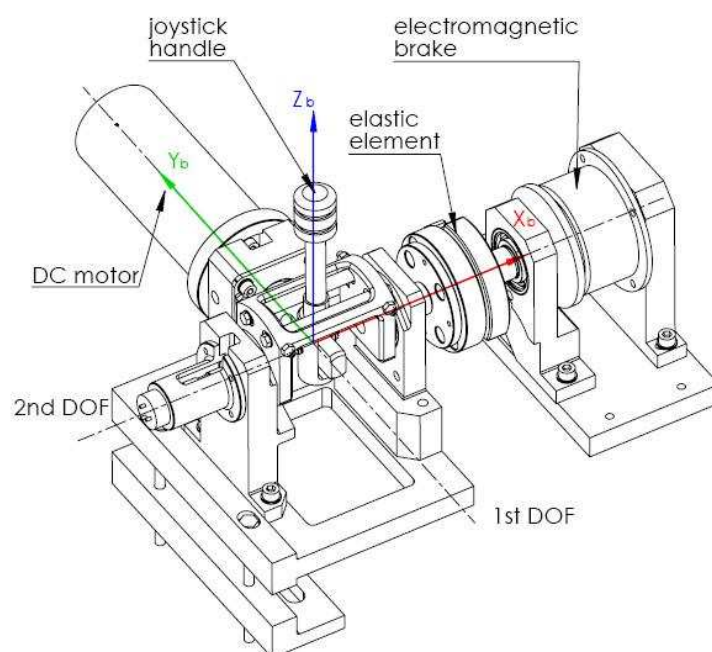


Figura 11.19: Modello 3D del Joystick aptico realizzato presso i laboratori del Dipartimento di innovazione Meccanica e Gestionale (DIMEG) dell'Università degli Studi di Padova.

rotazione di beccheggio porta alla deformazione delle molle (due si comprimono ulteriormente mentre due si estendono) e quindi viene percepita dall'operatore una forza resistente proporzionale all'angolo di rotazione. Ovviamente tali molle presentano il problema del compattamento delle spire quando vengono eccessivamente compresse. Tale situazione non si verrà a creare perché è stato scelto un freno elettromagnetico che fosse in grado di sopportare una coppia inferiore a quella necessaria a portare le molle a compattamento. La massima resistenza esercitabile è quindi definita dal freno, ed è pari a 3,95 Nm (39,5 N all'estremità dell'asta, molto prossimo al valore individuato in fase di definizione dei dati di progetto). Tutti gli elementi sono in alluminio Anticorodal, così da incrementare quelle che sono le frequenze naturali del joystick. La rigidità di ciascuna molla è scelta così da riuscire ad ottenere una rigidità torsionale equivalente di 201 mNm/°, il che equivale ad una rotazione di circa 5° ogni 10 N applicati all'estremità della leva del joystick. Tale sistema è attualmente in fase di sviluppo e test

presso il Dipartimento di innovazione Meccanica e Gestionale (DIMEG).

# Conclusioni

Lo studio proposto presenta lo sviluppo di un modello cinematico e dinamico di una particolare tipologia di macchina movimento terra: 'Sollevatore Telescopico'. Tale scelta è stata dettata dal fatto che una nota azienda del settore ha gentilmente fornito i dati tecnici di questo tipo di veicolo. Comunque i modelli sviluppati risultano di carattere generale in modo da poter essere facilmente applicabili a qualsiasi tipo di macchina movimento terra e sono stati implementati in un simulatore al fine di individuare le configurazioni di instabilità del mezzo in fase operativa, sia in campo statico che dinamico.

Si è proceduto, quindi, ad una semplificazione dei modelli cinematici e dinamici della macchina per consentirne l'implementazione in sistemi di controllo real-time. A tal fine, sono stati individuati gli algoritmi di semplificazione ed un numero limitato di variabili da monitorare durante il funzionamento della macchina, dalla cui misura è possibile ottenere una stima sufficientemente attendibile della vicinanza di eventuali condizioni di instabilità. Inoltre, sono stati definiti, nel caso di modelli semplificati in campo statico, i diagrammi di carico della macchina che indicano, al variare del peso del carico da sollevare, il corrispondente campo di lavoro della macchina stessa.



# Appendice

## Metodo delle velocità relative

Per poter calcolare la velocità di tutti i punti del braccio si utilizza il metodo delle velocità relative.

Si determinano, in un primo momento, quelle delle origini delle terne di riferimento, per poi definire quelle di un qualsiasi punto appartenente ad un determinato sistema locale scelto.

Dalla meccanica dei corpi rigidi, si definiscono le seguenti relazioni:

$$\bar{v}_k = \bar{v}_{k-1} + \bar{\omega}_{k-1,0} \wedge (\bar{P}_k - \bar{P}_{k-1}) + \bar{v}_{k,k-1} \quad (\text{A.1})$$

$$\bar{\omega}_{k-1,0} = \bar{\omega}_{k-2,0} + \bar{\omega}_{k-1,k-2} \quad (\text{A.2})$$

Nella equazione (A.1) si afferma che la velocità lineare assoluta dell'origine del sistema k-esimo, espressa nel sistema assoluto, è data dalla somma di 3 termini. Il primo è la velocità lineare assoluta dell'origine del sistema (k-1)-esimo, espressa nel sistema assoluto; il secondo termine è la velocità tangenziale dovuta alla rotazione, con velocità angolare assoluta  $\bar{\omega}_{k-1,0}$ , dell'origine del sistema k-esimo attorno al polo costituito dall'origine del sistema (k-1)-esimo; il terzo termine riguarda la *velocità relativa* lineare dell'origine del sistema k-esimo rispetto al riferimento (k-1)-esimo. La somma dei primi due termini costituisce la *velocità di trascinamento*.

Nell'equazione (A.2) si afferma che la velocità angolare assoluta del sistema (k-1)-esimo è data dalla somma della velocità angolare assoluta del sistema

precedente (k-2)-esimo e della velocità angolare relativa del sistema (k-1)-esimo rispetto al precedente (k-2)-esimo.

Le precedenti equazioni possono essere scritte rispetto al sistema di riferimento (k-1)-esimo, ottenendo:

$$(\bar{v}_k)_{k-1} = (\bar{v}_{k-1})_{k-1} + (\bar{\omega}_{k-1,0})_{k-1} \wedge (\bar{P}_k - \bar{P}_{k-1})_{k-1} + (\bar{v}_{k,k-1})_{k-1} \quad (\text{A.3})$$

$$(\bar{\omega}_{k-1,0})_{k-1} = (\bar{\omega}_{k-2,0})_{k-1} + (\bar{\omega}_{k-1,k-2})_{k-1} \quad (\text{A.4})$$

Queste relazioni vengono applicate per determinare la velocità del riferimento k a partire da quello immediatamente precedente. Con k = 2 ci si riferisce al riferimento 1, inoltre,  $\bar{v}_1 = (\bar{v}_1)_0$  e  $\bar{\omega}_0 = 0$ .

Si ha:

$$(\bar{P}_k - \bar{P}_{k-1})_{k-1} = \left\{ \begin{array}{c} a_{k-1} \\ -s(\alpha_{k-1})d_k \\ c(\alpha_{k-1})d_k \end{array} \right\}_{k-1}$$

Per le coppie rotoidali, la velocità lineare relativa risulta essere nulla, quindi:

$$(\bar{v}_{k,k-1})_{k-1} = \bar{0}; \quad (\bar{\omega}_{k-1,k-2})_{k-1} = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ \dot{\vartheta}_{k-1} \end{array} \right\}_{k-1}$$

Per le coppie prismatiche, la velocità angolare relativa risulta essere nulla, quindi:

$$(\bar{v}_{k,k-1})_{k-1} = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ -s(\alpha_k)\dot{d}_k \\ c(\alpha_k)\dot{d}_k \end{array} \right\}_{k-1}; \quad (\bar{\omega}_{k-1,k-2})_{k-1} = \bar{0}$$



## Metodo delle accelerazioni relative

Questo metodo si ricava dal precedente semplicemente derivandone le equazioni rispetto al tempo.

$$\begin{aligned} \bar{a}_k &= \bar{a}_{k-1} + \bar{\alpha}_{k-1,0} \wedge (\bar{P}_k - \bar{P}_{k-1}) + (\bar{\omega}_{k-1,0}) \wedge (\bar{\omega}_{k-1,0} \wedge (\bar{P}_k - \bar{P}_{k-1})) + \\ &+ 2\omega_{k-1,0} \wedge (\bar{v}_{k,k-1}) + \bar{a}_{k,k-1} \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

$$\bar{\alpha}_{k-1,0} = \bar{\alpha}_{k-2,0} + \bar{\omega}_{k-2,0} \wedge \bar{\omega}_{k-1,k-2} + \bar{\alpha}_{k-1,k-2} \quad (\text{A.6})$$

Nell'equazione (A.5) si afferma che l'accelerazione lineare assoluta dell'origine del sistema k-esimo, espressa nel sistema assoluto, è data dalla somma di 5 termini. Il primo è l'accelerazione lineare assoluta dell'origine del sistema (k-1)-esimo, espressa nel sistema assoluto che, sommato ai successivi due, dà l'*accelerazione di trascinamento*; il quarto termine viene detto *accelerazione di Coriolis* e il quinto rappresenta l'*accelerazione relativa* lineare dell'origine del sistema k-esimo rispetto al riferimento (k-1)-esimo.

Nell'equazione (A.6) si afferma che l'accelerazione angolare assoluta del sistema (k-1)-esimo è data dalla somma dell'accelerazione angolare assoluta del sistema precedente (k-2)-esimo, dal secondo termine  $\bar{\omega}_{k-2,0} \wedge \bar{\omega}_{k-1,k-2}$  e dell'accelerazione angolare relativa del sistema (k-1)-esimo rispetto al precedente (k-2)-esimo. Importante è notare come le accelerazioni angolari relative non si sommano fra di loro come le velocità angolari relative.

Le precedenti equazioni possono essere scritte rispetto al sistema di riferimento (k-1)-esimo, ottenendo:

$$\begin{aligned} (\bar{a}_k)_{k-1} &= (\bar{a}_{k-1})_{k-1} + (\bar{\alpha}_{k-1,0})_{k-1} \wedge (\bar{P}_k - \bar{P}_{k-1})_{k-1} + \\ &+ (\bar{\omega}_{k-1,0})_{k-1} \wedge ((\bar{\omega}_{k-1,0})_{k-1} \wedge (\bar{P}_k - \bar{P}_{k-1})_{k-1}) + \\ &+ 2(\omega_{k-1,0})_{k-1} \wedge (\bar{v}_{k,k-1})_{k-1} + (\bar{a}_{k,k-1})_{k-1} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

$$\begin{aligned} (\bar{\alpha}_{k-1,0})_{k-1} &= (\bar{\alpha}_{k-2,0})_{k-1} + (\bar{\omega}_{k-2,0})_{k-1} \wedge (\bar{\omega}_{k-1,k-2})_{k-1} + \\ &+ (\bar{\alpha}_{k-1,k-2})_{k-1} \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Queste relazioni permettono di definire le accelerazioni angolari e lineari dei riferimenti in funzione delle variabili di coppia e delle loro derivate prime e seconde.

Con  $k = 2$  ci si riferisce al riferimento 1, inoltre,  $\bar{a}_1 = (\bar{a}_1)_0$  e  $\bar{\alpha}_0 = 0$ .

Per le coppie rotoidali, l'accelerazione lineare relativa risulta essere nulla, quindi:

$$(\bar{a}_{k,k-1})_{k-1} = \bar{0}; \quad (\bar{\alpha}_{k-1,k-2})_{k-1} = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ \ddot{\vartheta}_{k-1} \end{array} \right\}_{k-1}$$

Per le coppie prismatiche risulta essere nulla l'accelerazione angolare relativa, quindi:

$$(\bar{a}_{k,k-1})_{k-1} = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ -s(\alpha_k)\ddot{d}_k \\ c(\alpha_k)\ddot{d}_k \end{array} \right\}_{k-1}; \quad (\bar{\alpha}_{k-1,k-2})_{k-1} = \bar{0}$$

## Codice Matlab

Questa sezione riporta una parte del codice Matlab realizzato nel corso dell'implementazione del calcolo dei coefficienti dei polinomi riguardanti la stima delle coordinate del baricentro complessivo del sollevatore telescopico, nel caso del 'Metodo diretto' (vedi paragrafo 7.2).

### Stima dei coefficienti

```
function [c1,c2,c3,dc1,dc2,dc3] = c(macchina,funz,nc,x_z)
% calcola i coefficienti dei singoli polinomi che stimano le
% coordinate (X e Z) del baricentro complessivo G_tot

% c1,c2,c3      sono i coefficienti dei polinomi di secondo grado
%               che stimano le coordinate X e Z di G_tot
% dc1,dc2,dc3  sono vettori contenenti le derivate parziali dei
%               coefficienti c1,c2,c3 rispetto a s_2 e s_4
% macchina     è la struttura della macchina in esame
% nc           n° dei coefficienti da ricercare (3)
% funz         funzione per cui si devono calcolare i coefficienti
% x_z          può assumere i valori 1 o 2 a seconda che siano da
%               calcolare i coefficienti della coordinata X o Z.

% caricamento delle variabili precedentemente salvate in funzione
% del modello
if strcmp(macchina.modelo.nome,'girevole1')
    load 'G_Gir_tot.mat'
    X_G_tot_TH = X_G_tot_2_TH(:,:,,:,1);
    Z_G_tot_TH = Z_G_tot_2_TH(:,:,,:,1);
else
    load 'G_WH714_tot.mat'
```

```
end

% inizializzazione delle variabili utilizzate per la stima dei
% coefficienti
C0 = zeros(1,nc);
c0 = zeros(1,nc);
rangec = 1e3*ones(1,nc);
c = [];

% La stima dei coefficienti è fatta per un angolo dell'attrezzatura
% nullo (f=0°)
for f = 1:length(Vett_f)
    if Vett_f(f) == 0
        ind = f;
    end
end
f = Vett_f(ind);

% Per i valori della corsa dell'attuatore di estensione considerati
% (ee) viene indicato l'andamento teorico (y0) delle coordinate del
% baricentro complessivo G_tot, precedentemente calcolato e salvato.
% Quindi si procede con la stima dei coefficienti mediante
% l'utilizzo della funzione 'fminsearch'.
for ee = 1:length(Vett_e)
    if x_z == 1
        y0(1,:) = X_G_tot_TH(ee,:,1,ind);
    elseif x_z == 2
        y0(1,:) = Z_G_tot_TH(ee,:,1,ind);
    end
    [C,indice] = ...
```

```
fminsearch(@indStima,C0,[],rangeec,c0,Vett_s,Vett_e(ee),0,f,y0,funz);
    c(:,ee) = c0 + rangeec.*(2/pi*atan(C));
end

% coefficienti ricercati
Ce = polyfit(Vett_e,c(1,:),1);
c1 = ['(' num2str(Ce(1)) '*e + ' num2str(Ce(2)) ')'];
c2 = num2str(sum(c(2,:))/length(c(2,:)));
c3 = num2str(sum(c(3,:))/length(c(3,:)));

% derivate parziali dei precedenti coefficienti
dc1 = {num2str(0); num2str(Ce(1))};
dc2 = {num2str(0); num2str(0)};
dc3 = {num2str(0); num2str(0)};
```



# Bibliografia

- [1] Comamoter-Prometeia, “Osservatorio previsionale sul mercato europeo delle macchine per il movimento di terra,” Febbraio 2008.
- [2] <http://www.komatsueurope.com>.
- [3] <http://www.ilo.org>.
- [4] S. Al-Tuwaijri, “Beyond deaths and injuries: The ilo’s role in promoting safe and healthy jobs,” in *Introductory Report to the XVIII World Congress on Safety and Health at Work*, Seoul, Korea, June 2008.
- [5] B.Pattaraphol, T.Sabri, and R.Daniel, “Survey of telesensation and teleoperation technology with virtual reality and force reflection capabilities,” *Int. Journal of Modelling and Simulation*, vol. 20, no. 1, pp. 79–88, 2000.
- [6] <http://www.roboticsplatform.eu.co>.
- [7] D.W.Hainsworth, “Teleoperation user interfaces for mining robotics,” (*CSIRO Exploration and Mining*) *Autonomous Robots*, vol. 11, no. 1, pp. 19–28, July 2001.
- [8] A.Kyoungkwan, “Development of force reflecting joystick for hydraulic excavator,” *JSME Int. Journal, Series C: Mechanical Systems, Machine Elements and Manufacturing*, vol. 47, no. 3, pp. 858–863, September 2004.
- [9] A.M.Lytle, K.S.Saidi, and R.V.Bostelman, “Adapting a teleoperated device for autonomous control using three-dimensional positioning sensors: Expe-

- riences with the nist robocrane,” *Automation in Construction*, vol. 13, no. 1, pp. 101–118, January 2004.
- [10] D.N.Rocheleau, N.David, and C.D.Crane, “Development of a graphical interface for robotic operation in a hazardous environment,” in *Proceedings of the IEEE Int. Conf. on Systems, Man and Cybernetics*, vol. 2, no. 1, 1991, pp. 1077–1081.
- [11] S.Singh, “State of the art in automation of earthmoving,” *Journal of Aerospace Engineering*, vol. 10, no. 4, pp. 179–188, October 1997.
- [12] P.K.Vähä and M.J.Skibniewski, “Dynamic model of excavator,” *Journal of Aerospace Engineering*, vol. 6, no. 2, pp. 148–158, April 1993.
- [13] —, “Cognitive force control of excavators,” *Journal of Aerospace Engineering*, vol. 6, no. 2, pp. 159–166, April 1993.
- [14] A.J.Koivo, “Kinematics of excavators (backhoes) for transferring surface material,” *Journal of Aerospace Engineering*, vol. 7, no. 1, pp. 17–32, January 1994.
- [15] A.J.Koivo, M.Thoma, E.Kocaoglan, and J.Andrade-Cetto, “Modeling and control of excavator dynamics during digging operation,” *Journal of Aerospace Engineering*, vol. 9, no. 1, pp. 10–18, January 1996.
- [16] Z.Towarek, “Dynamic of a single-bucket excavator on a deformable soil foundation during the digging of ground,” *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 45, no. 6-7, pp. 1053–1076, June/July 2003.
- [17] S.Guangfu and M.Kleeberger, “Dynamics responses of hydraulic mobile crane with consideration of the drive system,” *Mechanism and Machine Theory*, vol. 38, pp. 1489–1508, 2003.
- [18] S.Guangfu and J. Liu, “Dynamics responses of hydraulic crane during luffing motion,” *Mechanism and Machine Theory*, vol. 41, pp. 1273–1288, 2006.



- 
- [19] B.Posiadala, "Influence of crane support system on motion of the lifted load," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 32, no. 1, pp. 9–20, 1997.
- [20] F. Flores, A.Kecskem, and A. Pöttker, "Workspace analysis and maximal force calculation of a face-shovel excavator using kinematical transformers," in *Proceedings of the 12<sup>th</sup> IFToMM World Congress*, Besancon, France, June 18-21 2007.
- [21] S. Frimpong, Y. Hu, and H.Inyang, "Dynamic modeling of hydraulic shovel excavators for geomaterials," *International Journal of Geomechanics*, vol. 8, no. 1, pp. 20–298, January/February 2008.
- [22] E.Papadopoulos, B.Mu, and R.Frenette, "On modeling, identification and control of a heavy-duty electrohydraulic harvester manipulator," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 8, no. 2, pp. 178–187, June 2003.
- [23] R.Abo-Shanab and N.Sepahri, "Tip-over stability of manipulator-like mobile hydraulic machines," *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Transactions of the ASME*, vol. 127, no. 2, pp. 295–301, June 2005.
- [24] C.P.Tan, Y.H.Zweiri, K.Althoefer, and L.D.Seneviratne, "Online soil parameter estimation scheme based on newton-raphson method for autonomous excavation," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 10, no. 2, pp. 221–229, April 2005.
- [25] J.Y.Park and P.H.Chang, "Vibration control of a telescopic handler using time delay control and commandless input shaping technique," *Control Engineering Practice*, vol. 12, no. 6, pp. 769–780, June 2004.
- [26] D.H.Ambrose, "Developing random virtual human motions and risky work behaviors for studying anthropotechnical systems," *NIOSH Publication No. 2004-130, Information Circular 9468*, March 2004.

- 
- [27] R.Hasan, A.Bernard, J.Ciccotelli, and P.Martin, “Integrating safety into the design process: elements and concepts relative to the working situation,” *Safety Science*, vol. 41, no. 2-3, pp. 155–179, March 2003.
- [28] M.Abderrahim, E.García, R.Díez, and C.Balaguer, “A mechatronics security system for the construction site,” *Automation in Construction*, vol. 14, no. 4, pp. 460–466, August 2005.
- [29] Y.Rosenfeld, “Automation of existing cranes: from concept to prototype,” *Automation in Construction*, vol. 4, no. 2, pp. 125–138, June 2005.
- [30] Y.Rosenfeld and A.Shapira, “Automation of existing tower cranes: economic and technological feasibility,” *Automation in Construction*, vol. 7, no. 4, pp. 285–298, May 1998.
- [31] “Consortium telerobot,” genova, Italy, MASCOT: Technical Description, 1992.
- [32] C. Sayers, *Remote control Robotics*. Springer-Verlag New York, Inc., 1999.
- [33] S.Tafazoli, S.E.Salcudean, K.Hashtrudi-Zaad, and P.D.Lawrence, “Impedance control of a teleoperated excavator,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 10, no. 3, pp. 355–367, May 2002.
- [34] A.A.Goldenberg, J. Wiercienski, P. Kuzan, C.Szymczyk, R. Fenton, and B. Shaver, “A remote manipulator for forestry operation,” *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 11, no. 2, pp. 185–197, April 1995.
- [35] D.A.Lawrence, “Stability and transparency in bilateral teleoperation,” *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 9, no. 5, pp. 624–637, October 1993.
- [36] J.T.Dennerlein, P.A.Millman, and R.D.Howe, “Vibrotactile feedback for industrial telemanipulators,” in *Proceedings of the 1997 ASME International*

- Mechanical Engineering Congress and Exposition*, vol. 61, Nov 16-21 1997, pp. 189–195.
- [37] H.Kazerooni, “Human-robot interaction via the transfer of power and information signals,” *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, vol. 20, no. 2, pp. 450–463, March-April 1990.
- [38] J.E.Colgate and G.Schenkel, “Passivity of a class of sample-data systems: Application to haptic interfaces,” in *Journal of Robotic Systems*, vol. 14, no. 1, 1994, pp. 37–47.
- [39] A.Z.Hajian, “A characterization of the mechanical impedance of human hands,” Ph.D. dissertation, Harvard.
- [40] <http://www.merlo.it>.
- [41] <http://www.manitou.com>.
- [42] <http://www.liebherr.com>.
- [43] <http://www.dieci.com>.
- [44] J.J.Craig, *Introduction to Robotics mechanics and control*. Parson Education, Upper Saddle River, 2005.
- [45] A.Rossi, A.Biondi, S.Cenci, and G.Rosati, “Development of a telescopic handler simplified model,” in *Proceedings of AIMETA*, Brescia, Italy, September 11-14 2007.
- [46] G.Rosati, A.Biondi, G.Boschetti, and A.Rossi, “Real-time estimation of the telescopic handler center of mass,” in *Proceedings of the 12<sup>th</sup> IFToMM World Congress*, Besancon, France, June 18-21 2007.
- [47] G.Grioli, *Lezioni di meccanica razionale*. Padova: Ed. Libreria Cortina, 2000.
- [48] Mazzoldi, Nigro, and Voci, *Fisica volume 1*. EdiSES, Napoli, 2000.

- 
- [49] G.Zilli, *Lezioni di calcolo numerico*. Imprimerie Editrice, Padova, 2002.
- [50] A.Biondi, G.Boschetti, G.Rosati, and A.Rossi, “Real-time estimation of the load charts of the telescopic handler,” *Mechanism and Machine Theory, Under Review*, 2009.
- [51] F.Angrilli, *Corso di misure meccaniche, termiche e collaudi*. CEDAM, 2000.
- [52] M.Zanoni, “Modellazione dinamica di macchine operatrici,” Tesi di Laurea in Ingegneria Meccanica, Università degli Studi di Padova, A.A. 2006-2007.
- [53] F.Meghi, “Sistema di controllo della stabilità di macchine operatrici,” Tesi di Laurea in Ingegneria Informatica, Università degli Studi di Padova, A.A. 2006-2007.
- [54] <http://www.mathworks.com>.
- [55] <http://www.wolfram.com>.
- [56] A.Biondi, “Stabilità statica e dinamica di sollevatore telescopico,” Tesi di Laurea in Ingegneria Meccanica, Università degli Studi di Padova, A.A. 2004-2005.
- [57] M.Pozzan, “Modellazione cinematica e dinamica di macchine operatrici pesanti,” Tesi di Laurea in Ingegneria Meccanica, Università degli Studi di Padova, A.A. 2006-2007.
- [58] <http://www.boschrexroth.com>.
- [59] <http://www.3b6.it>.
- [60] G.Zannaro, “Progettazione di joystick aptico a due gradi di libertà,” Tesi di Laurea in Ingegneria Meccanica, Università degli Studi di Padova, A.A. 2006-2007.
- [61] <http://www.microsoft.com>.

- 
- [62] B.An and W.P.Stiles, “Haptic feedback joystick,” *Patent No.: US 6429849 B1*, August 2002.
- [63] C.Corcoran, D.Cope, A.Wright, and R.J.Thomas, “Direct-drive force-feedback joystick,” *Engineering Matters Inc.*
- [64] B.Ackermann, H.Steinbusch, T.Vollmer, J.Wang, G.W.Jewell, and D. Howe, “A spherical permanent magnet actuator for a high-fidelity force-feedback joystick,” *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 14, pp. 327–339, 2004.
- [65] G.Rosati, A.Biondi, A.Cenci, A.Rossi, and G.Boschetti, “A haptic system to enhance stability of heavy duty machines,” in *Proceedings of the ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition IMECE*, Boston, MA, USA, Oct 31 - Nov 6 2008.



## Ringraziamenti

I miei ringraziamenti vanno al prof. Aldo Rossi per la disponibilità, la cortesia, la comprensione e la fiducia dimostratami e al prof. Giulio Rosati per avermi guidato ed aiutato in questo lavoro impegnativo.

---

Ringrazio di cuore i miei genitori Amalia e Giovanni, mio fratello Riccardo e la mia fidanzata Lisa per l'affetto che mi hanno immancabilmente saputo dare e per essermi stati sempre vicini, sostenendomi ed incoraggiandomi, nei tanti momenti difficili.